

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. Астафьева
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Кафедра математики и методики обучения математике

Аликулова Фазилат Эльмурад кизи

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**Формирование универсальных учебных познавательных действий
обучающихся в процессе решения геометрических задач на построение**

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) образовательной программы
Математика и Информатика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ
Заведующий кафедрой
канд. пед. наук, доцент М.Б. Шашкина

Научный руководитель
канд. пед. наук, Е.А. Аёшина

Дата защиты

Обучающийся
Аликулова Ф. Э.

Оценка _____

Красноярск 2024

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Глава 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ.....	5
1.1. Общая характеристика универсальных учебных познавательных действий обучающихся.....	5
1.2. Современные образовательные технологии формирования универсальных учебных познавательных действий.....	11
1.3. Геометрическая задача как одно из средств формирования универсальных учебных познавательных действий.....	19
ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1.....	26
Глава 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 9 КЛАССОВ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ.....	27
2.1. Анализ содержания конструктивной геометрии в школьных учебниках.....	27
2.2. Разработка комплекса геометрических задач на построение, направленных на формирование познавательных действий обучающихся 9 класса.....	33
2.3. Оценка результативности комплекса геометрических задач на построение, способствующих формированию универсальных учебных познавательных действий школьников.....	46
ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2.....	51
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	53
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	55
ПРИЛОЖЕНИЕ 1.....	59
ПРИЛОЖЕНИЕ 2.....	61
ПРИЛОЖЕНИЕ 3.....	62
ПРИЛОЖЕНИЕ 4.....	67

ВВЕДЕНИЕ

В связи с активно развивающимися информационными технологиями, возросла доступность, а, следовательно, и информация, которую современному человеку необходимо усваивать. Именно поэтому востребованными становятся умения верификации и использования информации. А значит современному человеку не столько важны накопленные знания, сколько умение применять знания в действии. Несомненно, меняется и образовательная система, так в отечественной педагогике становится приоритетным формирование у обучающихся универсальных учебных действий (УУД).

В соответствии с утвержденным Федеральным государственным образовательным стандартом (ФГОС), идея создания УУД лежит в основе плана фундаментальной реформы всей системы образования в России. Именно поэтому довольно много работ за последнее время посвящены данному вопросу. Исследования различных авторов рассматривают развитие УУД с разных позиций. Так, некоторые исследователи, в числе которых Э. Г. Гельфман, А. Г. Подстригич [10] и Л. А. Теплоухова [36], видят решение в применении проектной технологии и вовлечении учащихся в учебно-исследовательскую деятельность. По мнению Л. Ю. Новиковой [24], для развития УУД эффективно использовать комплекс учебных текстов и заданий, основанных на личном опыте учащихся. Помимо указанных выше исследований, существуют работы, посвященные развитию универсальных учебных познавательных действий (УУПД), в числе которых можно назвать исследования Л. И. Боженковой [7], Д. М. Нурмагомедова [23], Н. А. Чуланова [38], В. А. Далингера [12] и других авторов.

Несмотря на то, что нормативные документы достаточно подробно расписывают компоненты УУД, перед школами все еще стоит вопрос, как именно следует формировать и измерять уровень сформированности УУД. Учителям необходимы подробные практические рекомендации по формированию и оценке УУД в контексте преподаваемой ими предметной области. Однако педагогическая наука еще не предоставила широко доступные, проверенные технологии для развития УУД, а также инструменты для их оценивания. Исходя из вышесказанного можно сделать вывод, что для нынешней образовательной системы актуальным является потребность в наполнении образовательного процесса заданиями направленными на формирование УУД по каждой предметной области, в том числе и на уроках геометрии. Именно поэтому тематика разработки средств формирования универсальных учебных познавательных действий является актуально значимой и перспективной.

Цель исследования: разработка комплекса геометрических задач на построение, способствующих формированию универсальных учебных

познавательных действий обучающихся, и методических рекомендаций для учителей по их применению.

Объект исследования: процесс формирования универсальных учебных познавательных действий обучающихся.

Предмет исследования: геометрическая задача на построение как средство формирования универсальных учебных познавательных действий.

Задачи исследования:

1. Проанализировать психолого-педагогическую, методическую литературу по теме исследования для определения понятия «универсальные учебные познавательные действия».
2. Определить возможность формирования универсальных учебных познавательных действий у обучающихся на различных этапах решения геометрической задачи на построение.
3. Разработать комплекс геометрических задач на построение, направленных на формирование универсальных учебных познавательных действий.
4. Провести педагогический эксперимент по внедрению комплекса геометрических задач на построение в учебный процесс, а также получение информации по формированию универсальных учебных познавательных действий обучающихся.

Гипотеза исследования состоит в предположении о том, что если в процессе решения геометрических задач на построение предлагать обучающимся специальным образом спроектированные задания, то это будет способствовать формированию универсальных учебных познавательных действий.

Методологическую основу исследования составили системно - деятельностный и задачный подходы.

В процессе решения поставленных задач и подтверждения выдвинутой гипотезы были использованы следующие **методы исследования:** теоретические методы: педагогическое исследование (анализ, синтез, обобщение систематизация, педагогическое моделирование), эмпирические методы (наблюдение, изучение и обобщение передового педагогического опыта; тестирование; изучение продуктов деятельности обучающихся; педагогический эксперимент) и статистические методы для интерпретации результатов.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы и приложений.

Глава 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ

1.1. Общая характеристика универсальных учебных познавательных действий обучающихся

В настоящее время наблюдается процесс дезинтеграции сложившихся социокультурных структур, в результате чего многие консервативные взгляды и традиции теряют свою актуальность для современного общества. Это приводит к тому, что нормативно-ценностные системы, усвоенные индивидом в ходе его социализации, начинают осложнять адаптацию к условиям современной жизни. Ситуация, в которой оказался современный человек, напоминает аллегорию из произведения Льюиса Кэрролла "Алиса в Стране чудес", где для сохранения своего положения необходимо прилагать усилия, а для достижения изменений - усилия вдвое большие. В свете этих перемен возникают новые требования к образовательной системе, делая образование ключевой ценностью. Однако в эпоху стремительного развития информационных технологий простое накопление знаний теряет свою значимость, поскольку фактическая информация становится легкодоступной и, как следствие, обесценивается. Важность приобретают навыки верификации и применения информации, а также концепция "знания в действии".

В XXI веке общество выдвигает перед педагогическими работниками требования к активному применению интегративных знаний, которые обеспечивают выпускникам школ возможности для самореализации в динамично развивающемся информационном пространстве. Интеграция знаний предполагает систематизацию существующих знаний, приобретение новых и их инкорпорацию в уже существующую систему, а также планирование процесса дальнейшего обучения. В результате такого подхода учащиеся приобретают не только специализированные знания, но и развивают универсальные умения. В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования (ФГОС ООО), концепция формирования универсальных учебных действий лежит в основе коренной трансформации российской системы образования, предоставляя обучающимся широкие возможности для ориентации как в разнообразных предметных областях, так и в структуре самого учебного процесса, включая понимание его целей и значений [31].

Универсальные учебные действия (УУД) в образовательном процессе выполняют несколько ключевых функций:

- обеспечивают возможность для самостоятельного освоения учебного материала, ставят перед учащимися задачи постановки и достижения учебных целей, контроля и оценки результатов своей деятельности;
- создают условия для гармоничного развития личности и ее самореализации на основе готовности к непрерывному обучению, что становится особенно важным на фоне культурного и профессионального многообразия современного общества;
- способствуют успешному усвоению учащимися учебного материала.

Согласно требованиям ФГОС ООО в процессе обучения у учащихся должны сформироваться 4 вида УУД: личностные, регулятивные, познавательные, коммуникативные, которые должны стать базой для овладения ключевыми компетенциями, составляющими основу умения учиться [4].

Приоритетным для нашего исследования будут универсальные учебные познавательные действия (УУПД). Проведем анализ различных трактовок данного термина, предложенных в научных исследованиях разных авторов. Необходимо упомянуть, что до введения обновленных ФГОС ООО использовался термин «познавательные универсальные учебные действия». Постановка слова универсальные необходима для того, чтобы выделить важность познавательных учебных действия как универсального качества.

Л.В. Ведерникова рассматривает УУПД как комплекс методов познания окружающей среды, включающий в себя самостоятельный поиск, исследование и ряд операций по обработке, систематизации, обобщению и применению полученных данных [8].

И.Д. Лушников и Е.Ю. Ногтев определяют УУПД как действия, обеспечивающие научно-ориентированное познание мира и способствующие развитию познавательных функций личности [19].

Н.А. Чуланова и Т.Н. Черняева видят в УУПД умственные действия, направленные на планирование, анализ и управление собственной познавательной деятельностью на основе методов, применимых как в образовательном процессе, так и при решении жизненных задач [39].

Л.В. Лукиных подчеркивает, что познавательные действия представляют собой навыки эффективного мышления и работы с информацией, необходимые для познания мира, включая самостоятельный поиск и исследование, а также обработку и систематизацию данных [20].

Н.А. Лошкарева раскрывает понятие УУПД как набор приемов личностного, коммуникативного и обучающего характера, целью которых является формирование у обучающегося понимания окружающей действительности [19]. В то же время И.С. Огоновская определяет УУПД как универсальные логические действия, включающие постановку и решение

проблем, направленные на выполнение учебных, творческих и поисковых задач [25].

Л.И. Боженкова характеризует УУПД как действия, способствующие процессу познания, который является умственным, творческим процессом, направленным на приобретение и обновление знаний, необходимых человеку [7].

«Познавательные универсальные учебные действия – это сложные формы опосредствования познавательной деятельности; переработка и структурирование информации (работа с текстом, смысловое чтение); формирование элементов комбинаторного мышления как одного из компонентов гипотетико-дедуктивного интеллекта; работа с научными понятиями и освоение общего приёма доказательства как компонента воспитания логического мышления» - определяет А.Г. Асмолов [3]. В работе исследователя предложено определение УУПД, которое было выбрано в качестве исходного для данного исследования, поскольку оно учитывает основные аспекты деятельности обучающихся. В сравнении с определением Л.И. Боженковой, выбранное определение более полно отражает составляющие УУПД. Хотя подходы Л.В. Ведерниковой, Н.А. Чулановой и Т.Н. Черняевой акцентируют внимание на важных аспектах деятельности обучающихся, они не охватывают все характеристики УУПД, указанные в ФГОС ООО [4].

Говоря о структуре, будем выделять три подгруппы познавательных действий: общеучебные, включая знаково-символические, логические и действия постановки и решения проблем. Приведем содержание каждой из этих подгрупп в следующей схеме (рис.1).

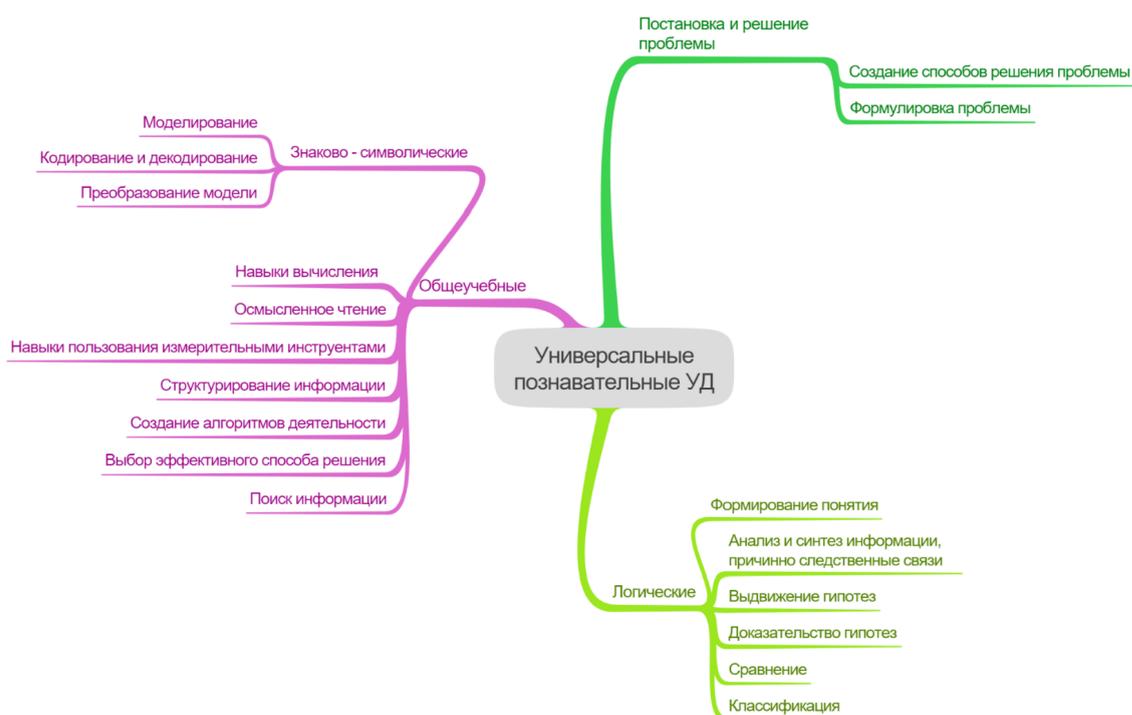


Рис. 1. Классификация универсальных учебных познавательных действий

В рамках федерального государственного образовательного стандарта и примерной основной образовательной программы общего образования, универсальные учебные действия представлены в форме, требующей дополнительной детализации для их эффективного внедрения в образовательный процесс. Существует необходимость в разработке детального пооперационного состава данных действий, адаптированного к возрастным особенностям учащихся. За основу для этой работы возьмем результаты исследований Л.И. Боженковой, предлагающей операциональный анализ познавательных, общеучебных и логических действий, а также труды О.В. Тумашевой и О.В. Берсеновой, в которых описывается структура и содержание универсальных учебных действий (табл.1) [7, 6, 37].

Таблица 1. Структура и содержание УУПД

Элементы УУПД	Характер мыслительной деятельности	Пооперационный состав деятельности
Общеучебные		
Умение структурировать знания (моделировать, формализовать)	Установка отношений и связи между изучаемыми объектами, на основе выбранного принципа	<ul style="list-style-type: none"> ● умение представлять информацию в виде графиков, схем, диаграмм; ● умение представлять информацию при помощи своей системы обозначений; ● умение устанавливать связи между объектами; ● умение получить информацию из представленного графика, диаграммы, схемы; ● умение достраивать недостающие элементы совокупности
Умение производить контроль и оценку результатов и процессов деятельности	Сравнение наличного состояния объекта (процесса) с образцом (эталоном)	<ul style="list-style-type: none"> ● умение выделить критерии для оценки результата или процесса; ● умение оценить по заданной системе критериев; ● умение находить ошибки в решении.
Умение выбирать наиболее простые способы решения задач в зависимости от конкретных условий	Выделение нескольких вариантов решений одной проблемы с дальнейшим выбором оптимального при помощи сравнения по заданным условиям	<ul style="list-style-type: none"> ● умение определять наиболее простой способ решения задачи из представленных в определенных условиях; ● умение определять условия, при которых представленный способ

		<p>решения задачи будет наиболее простым;</p> <ul style="list-style-type: none"> • умение решить задачу несколькими способами
Логические		
Умение анализировать	Разделении целого на части, элементы, выделении отдельных его целого на части, элементы, выделении отдельных его признаков, компонентов и аспектов	<ul style="list-style-type: none"> • умение разделять объект на части; • умение располагать части в определенной последовательности; • умение характеризовать части этого объекта
Умение составлять целое из частей (синтез)	Поиск целого через построение существенных связей между выделенными элементами целого	<ul style="list-style-type: none"> • умение выделять основание объединения; • умение объединять элементы по заданному основанию; • умение преобразовать целое по другому основанию
Умение классифицировать (сравнивать, выделять существенные, несущественные признаки объектов)	Поиск существенных и общих признаков, элементов, связей для определенной группы объектов, что создает основы для разделения объектов на группы, подгруппы, классы	<ul style="list-style-type: none"> • умение определять основание классификации объектов; • умение распределять элементы по заданному критерию; • умение выделять признаки, по которым сравниваются объекты; • умение выделять признаки сходства, различия; • умение выделять признаки объекта по определенному критерию
Умение устанавливать причинно-следственные связи	Определение связи между явлением (обстоятельством, логическим заключением) и полученным другим явлением (обстоятельством или логическим выводом)	<ul style="list-style-type: none"> • умение определять истинность логических суждений по заданным исходным условиям; • умение определять исходные условия по заданным логическим суждениям; • умение определять условия по заданным исходным данным и конечному результату
Постановка и решение проблемы		
Умение формулировать	Разделении целого на части, элементы, в выделении	<ul style="list-style-type: none"> • умение прогнозировать условия, при которых невозможно решение

проблему	отдельных его признаков, компонентов и аспектов	задачи; <ul style="list-style-type: none"> ● умение определять изменения в условиях; ● умение определять недостаточную для решения задачи информацию или недостаточность информации для решения задачи
----------	---	---

Предметом исследования в данной работе стали логические универсальные познавательные действия в составе: *анализ, синтез, сравнение, группировка, причинно-следственные связи, логические рассуждения, доказательства, практические действия.*

Процесс формирования универсальных учебных познавательных действий предполагает последовательное и научно обоснованное выполнение определенных этапов, в соответствии с теорией П. Я. Гальперина о планомерном развитии действий и понятий.

Данная концепция подразумевает анализ внутренней структуры учебного действия, скрытой от прямого наблюдения, но имеющей объективное существование. Подробное изучение этапов формирования УУД позволяет понять механизмы, закономерности и условия развития психических компонентов деятельности учащегося. Предметом формирования выступают действия как способы решения учебных задач, при этом выделяется система условий, направленных на стимуляцию корректного выполнения заданий в соответствии с установленными критериями.

Система условий разделяется на три категории:

- обстоятельства, способствующие освоению нового метода действий;
- условия, облегчающие закрепление УУД и формирование желаемого поведения;
- ситуации, позволяющие устойчиво переводить действие из внешней формы в умственную плоскость.

В соответствии с теорией поэтапного планомерного формирования действий П. Я. Гальперина, в процессе развития УУД выделяются семь этапов, начиная с формирования мотивационной основы и заканчивая внутренним осмыслением и усвоением способов действия [25]. Опишем их:

1. На начальном этапе путем выработки у учащегося положительного отношения к поставленным перед ним учебным задачам и целям, а также к материалу, с помощью которого учащийся будет овладевать УУД, формируется мотивационная база, которая должна послужить стимулом для концентрации внимания учащегося.

2. Проверка и уточнение опорных знаний и умений необходима для подготовки учащегося к овладению новыми действиями с требуемыми качествами, поскольку в ходе формирования УУД учащимся необходимо иметь так называемую систему ориентиров.

3. После составления системы ориентиров происходит оформление схемы ориентировочной основы действий, которая представляет собой последовательность действий и ориентиров корректности их выполнения.

4. Представление действия в материальном или предметном виде. На этом этапе действие становится практически значимым и исполняется с опорой на ранее выделенные характеристики схемы действий. Например, письменное выполнение упражнения, решение задачи, работа с прибором и т.п.

5. Этап внешне-речевого действия подразумевает конвертирование материального действия в словесное. Таким образом учащийся перестает опираться на схему и начинает проговаривать осуществляемые операции, на что в дальнейшем и опирается формируемое УУД.

6. Этап умственного действия продолжает преобразование действия, формируя так называемое действие во внешней речи «про себя» или же действие во внутренней речи. При этом объем внешнеречевых действий, как и сама система уменьшается.

7. Итоговый этап согласно Г. Д. Кириллову опирается на успехи предыдущих этапов, либо может происходить обособленно от ранних достижений, совершая так называемый «прыжок». Действие на этом этапе происходит неосознанно в умственной форме, то есть осуществляется в скрытой речи.

Для оценки уровня сформированности УУД прибегают к различным методам и приемам, таким, как наблюдение, практические, исследовательские и творческие работы, создание проектов и др.

1.2. Современные образовательные технологии формирования универсальных учебных познавательных действий

Применение образовательных технологий в современном учебном процессе является результатом следования системы российского образования концепции системно-деятельностного подхода, которое подразумевает воспитание компетентных, ответственных и социально адаптированных выпускников.

Изменения и усовершенствования в методологии системы российского образования привели к тому, что понятие образовательные технологии не имеет четко установленного определения. Как показал анализ Е.С. Романовой в педагогической литературе данное понятие рассматривается с разных позиций:

как средство (Б.Т. Лихачев, С.А. Смирнов, М. Мейер и др.), как способ (В.П. Беспалько, В.А. Сластенин, В.М. Монахов, Б. Скиннер, Т. Сакамото и др.), как научное направление (П.И. Пидкасистый, В.В. Гузеев, Р. Кауфман и др.) и как многомерное понятие (В.И. Боголюбов, М.В. Кларин, В.В. Давыдов, Г.К. Селевко, П. Митчелл, Р. Томас и др.) [32].

В связи с такой вариативностью определения понятия образовательной технологии будем в дальнейшем определять современные образовательные технологии в школе по ФГОС, как совокупность приемов, методов и способов педагогического воздействия, способствующих достижению значимых задач учебно-воспитательного плана, которые должны реализоваться согласно разработанной системе с учетом исходных образовательных условий, компонентов индивидуализации, реакции ученической общественности, и при этом гарантировать достижение ключевой цели воздействия.

Образовательные технологии по ФГОС нового поколения, характеризуются следующим:

- взаимодействие педагога с обучающимся происходит не только на уровне объект-субъект, но и как субъект-субъект;
- в процессе обучения создаются ситуаций поиска, открытия и анализа знаний;
- равномерное распределение деятельности в учебном процессе между педагогом и обучающимися;
- образовательный процесс преимущественно связан с формированием метапредметных компетенций, а не понятийной основой;
- в процессе обучения идет упор на индивидуальность и деятельностный результат.

В настоящий момент в школьном образовании применяют различные образовательные технологии. Тем не менее, можно выделить следующие наиболее характерные современные технологии, выбранные школой для успешного осуществления образовательного процесса учащихся, направленного на развитие универсальных учебных действий (рис. 2).

Как можно заметить из схемы каждая из этих технологий в той или иной степени влияет на формирование универсальных учебных познавательных действий. Раскроем содержательные особенности каждой из этих технологий.

Проблемное обучение.

Проблемное обучение представляет собой один из современных подходов в образовательном процессе, который отходит от традиционных методик и направлен на личностно-ориентированное образование.

Говоря о целях проблемного обучения следует выделить, что основная его цель заключается в создании проблемных ситуаций на уроках, которые ученики

должны решать самостоятельно, что способствует развитию их знаний, умений и навыков, а также мыслительных способностей. Преподаватель здесь выступает в роли организатора и координатора учебного процесса, предлагая ситуации, которые требуют от учеников активной интеллектуальной деятельности и критического мышления для их разрешения.

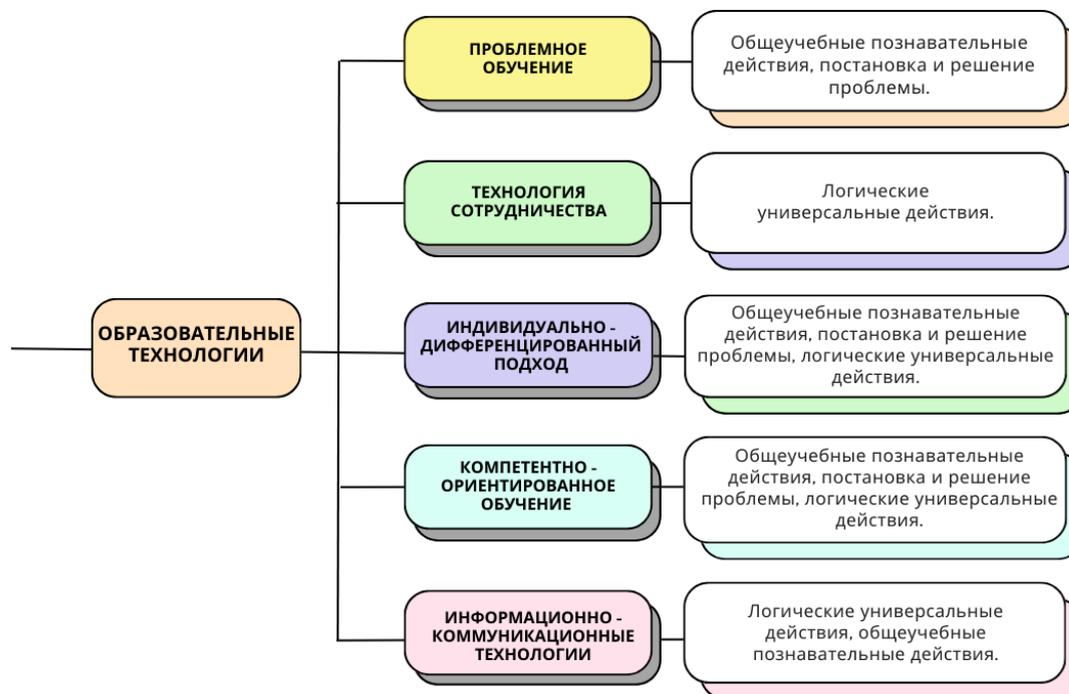


Рис. 2. Образовательные технологии и формируемые ими УУПД

Проблемные ситуации могут создаваться различными методами, такими как стимулирование учащихся к обнаружению и разрешению противоречий, предложение задач, которые нельзя решить без новых знаний, или формулирование темы урока в форме вопроса, который стимулирует поиск ответа [22].

Проблемное обучение требует от учеников активного поиска необходимой информации для решения поставленных проблем и задач. Учащиеся используют учебники, справочники, дополнительную литературу и другие источники, чтобы найти решения или ответы на вопросы. И в процессе они учатся определять, какие источники информации наиболее релевантны и полезны для конкретной задачи, что способствует развитию навыков критического отбора и анализа информации. Вся деятельность способствует формированию такого общеучебного УУПД, как организация и поиск информации.

Проблемное обучение подразумевает, что ученики должны не только найти нужную информацию, но и правильно ее структурировать и систематизировать для решения проблемы. Этот процесс включает организацию знаний в логические цепочки и иерархии, что способствует глубокому пониманию изучаемого

материала и формированию умения видеть связи между различными фактами и явлениями.

В процессе обсуждения проблемных ситуаций и поиска решений ученики активно формулируют свои речевые высказывания, аргументируя свои идеи и мнения. В то время, как работа в группах или парах, а также фронтальные беседы стимулируют учащихся к построению логически обоснованных и структурированных высказываний как в устной, так и в письменной форме.

В рамках проблемного обучения учащиеся часто используют схемы, таблицы, графики и модели для визуализации и структурирования информации. Эти инструменты помогают ученикам лучше понять и объяснить сложные концепции и зависимости, а также эффективно представлять результаты своих исследований.

Проблемное обучение ориентировано на то, чтобы ученики не просто находили стандартные ответы, а искали различные способы решения возникших проблем. Это включает в себя анализ ситуации, сравнение альтернатив и выбор оптимального решения. Кроме того, учащиеся развивают навыки творческого и критического мышления, пробуя разные методы и подходы для нахождения наилучшего решения.

Технология сотрудничества.

Технология сотрудничества, как целостная педагогическая система, пока не имеет нормативно-исполнительного инструментария. В концепции сотрудничества ученик представлен как субъект своей учебной деятельности, и оба субъекта должны действовать вместе, не стоя за друг другом. Это означает, что принцип сотрудничества распространяется не только на учителей и учеников, но и на все виды отношений, включая отношения с родителями, семьей, общественными и трудовыми организациями.

В современной отечественной педагогике идея сотрудничества и кооперации получила воплощение в новых методах учебной работы, таких как коллективно-группо-парно-индивидуальный (КСО) и группо-парно-индивидуальный (ГСО) методы. Эти методы, согласно мнению профессора В.К. Дьяченко, характеризуются тремя основными признаками:

- организация учебной работы в группах (парах) сменного состава;
- индивидуальный характер обучения, которое происходит в группе или коллективе;
- специальная организация и управление дидактическим процессом [33].

Таким образом, КСО и ГСО методы предусматривают работу в группах, где каждый ученик взаимодействует с другими, но также имеет возможность получать индивидуальное обучение.

При использовании технологии сотрудничества в образовательном процессе УУПД формируются благодаря нескольким ключевым аспектам:

– Анализ объектов и ситуаций. В групповых обсуждениях и совместных исследованиях, дети вынуждены анализировать информацию и точки зрения других участников. Этот процесс стимулирует их способности выделять важные признаки, оценивать факты и аргументы.

– Синтез и интеграция знаний. При выполнении совместных проектов, обучающиеся вынуждены синтезировать свои знания и идеи с теми, что предложены другими. Они должны уметь объединять различные части в единое целое, что требует упорядочивания информации и создания связного решения.

– Критическое мышление и оценка. В рамках совместной работы, дети научаются оценивать аргументы и идеи, предлагаемые другими. Они учатся выбирать наиболее убедительные основания для сравнения, классификации и принятия решений, что требует анализа и оценки.

– Разрешение конфликтов и согласование мнений. В группе могут возникать разные точки зрения, и процесс достижения консенсуса стимулирует развитие логических навыков. Дети должны уметь устанавливать причинно-следственные связи между различными мнениями, оценивать их достоверность и искать компромиссы.

– Структурирование и планирование. В совместных задачах часто требуется разбить общую цель на подзадачи и определить порядок действий, что подразумевает организацию процесса, установление приоритетов и планирование последовательности шагов.

Логические УУПД формируются в большей степени при использовании технологии сотрудничества потому, что такая методология по своей сути требует активного взаимодействия и обмена идеями. В групповых ситуациях ученики постоянно сталкиваются с задачами, которые требуют анализа, синтеза, оценки, и стратегического мышления. Кроме того, совместная деятельность создает среду, в которой ошибки и недостатки в рассуждениях становятся очевидными и могут быть обсуждены и исправлены, что ускоряет процесс формирования логических навыков.

Дифференцированный и индивидуальный подход.

В современной педагогике есть потребность в реализации принципа дифференцированного обучения, который связан с содержанием обучения и индивидуальными возможностями каждого ребенка. Дифференцированный подход в учебном процессе предполагает сочетание фронтальных групповых и индивидуальных занятий, чтобы повысить качество обучения и развитие каждого ученика.

Целью дифференциации является адаптация обучения к особенностям различных групп учащихся, а цель индивидуального подхода – помочь каждому ученику найти свою сильную сторону, развить свои навыки и способности, и поддержать веру в свои силы.

Сочетание дифференцированного и индивидуального подходов в обучении позволяет приблизить методы и организацию урока к способностям и потребностям каждого школьника [18].

Индивидуально-дифференцированная технология образования способствует формированию универсальных учебных познавательных действий через ряд аспектов, которые учитывают индивидуальные особенности учащихся и обеспечивают им возможность развиваться в соответствии со своими способностями и темпами обучения. Ниже перечислены основные аспекты, благодаря которым формируются УУД:

– Индивидуальная диагностика. Оценка начального уровня знаний, умений и навыков каждого учащегося, выявление их сильных и слабых сторон, а также интересов и склонностей.

– Постановка индивидуальных целей. Совместное определение с учащимися их личных учебных целей, которые соответствуют их уровню подготовки и интересам.

– Дифференцированные задания. Создание и предъявление заданий разного уровня сложности, которые соответствуют индивидуальным особенностям и способностям каждого учащегося.

– Личностно-ориентированный подход. Учет индивидуальных особенностей учащихся в процессе обучения, обеспечение поддержки и создание условий для самореализации каждого ученика.

– Адаптация учебного процесса. Гибкое изменение учебных планов и материалов в соответствии с потребностями и успехами каждого учащегося.

Благодаря этим аспектам индивидуально-дифференцированная технология образования позволяет педагогам создавать условия, в которых каждый ученик может эффективно развивать свои познавательные способности и достигать высоких результатов в обучении.

Компетентно-ориентированное обучение.

Современные исследователи и практики образования обсуждают модернизацию образовательной системы. Они считают, что компетентностный подход является ключевым для обеспечения более полного личностно и социально интегрированного образовательного результата.

Компетентностный подход не является новым для российского образования, но его реализация должна учитывать достижения отечественной педагогики и психологии. Идеи компетентностного подхода были сформированы

отечественными психологами, такими как В.В. Давыдов, П.Я. Гальперин, В.Д. Шадриков, П.М. Эрдниев, И.С. Якиманская. Они сфокусировались на усвоении школьниками обобщенных знаний, умений и способов деятельности, а также представили содержание учебных материалов и технологии формирования этих обобщенных единиц обучения.

Компетентности подразделяются на общие и специальные. Общие компетенции являются переносимыми и менее жестко привязанными к объекту и предмету труда, а специальные компетенции отражают профессиональную квалификацию [19].

Компетенции не могут быть оторваны от содержания образования, и не следует рассчитывать, что только содержание образования может обеспечить овладение компетенциями.

Компетентно-ориентированное обучение способствует формированию УУПД посредством следующих механизмов:

– Ориентация на результат. Подход фокусируется на конечных результатах обучения, выраженных в виде компетенций, которые обучающиеся должны освоить. Это побуждает обучающихся к целенаправленной работе над развитием необходимых познавательных действий.

– Интеграция знаний, умений и опыта. Компетентности включают в себя не только знания и умения, но и опыт их применения. Это требует от обучающихся сформированности УУД, которые позволяют им эффективно использовать свои знания в различных ситуациях.

– Поощрение критического мышления и творчества. Компетентно-ориентированное обучение побуждает обучающихся к критическому анализу информации, выдвижению гипотез и творческому решению проблем, что напрямую связано с развитием логических УУПД.

– Поддержка непрерывного обучения: Подход предполагает, что обучение не ограничивается формальным образованием, а продолжается на протяжении всей жизни. УУПД, такие как поиск и структурирование информации, способствуют этому процессу.

В целом, компетентно-ориентированный подход в образовании способствует формированию УУПД путем постановки акцента на практическое применение знаний, развитие критического мышления, творчества, самостоятельности и ответственности, а также через создание гибких и автономных образовательных программ, ориентированных на результаты и ключевые квалификации.

Информационно-коммуникационные технологии.

В современной системе образования особое внимание уделяется использованию информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) в процессе обучения. Педагогам необходимо обеспечить мобильность и адекватную реакцию

на быстро меняющиеся условия жизни, чтобы достичь реальных результатов. Использование ИКТ позволяет не только представлять информацию в новом виде, но и обогащать методические возможности преподавателя, активизировать творческий потенциал обучающихся и способствовать интересу к предмету.

Технологическая культура предполагает психологическую, личностную и профессиональную готовность преподавателя к построению функционального педагогического процесса. Использование ИКТ на уроках позволяет осуществить переход от объяснительно-иллюстрированного способа обучения к деятельностному, что помогает процессу осознанного усвоения знаний.

В работе с ИКТ выделяют следующие направления: создание презентаций к уроку, работа с ресурсами Интернета, использование готовых обучающих программ и разработка собственных авторских программ. Презентации являются мощным средством для наглядного усвоения материала и развития познавательного интереса.

Анализ приобретенных знаний с применением ИКТ показывает положительную тенденцию в изменении мотивационной составляющей учебной деятельности обучающихся [35].

Исследователи в области применения информационно-коммуникационных технологий в образовании, такие как К.Б. Кечетников, Г.А. Краснова и другие, определяют основные технические требования к образовательным программам ИКТ [15, 16]. К ним относятся профессиональная направленность, учет различных модальностей восприятия, гипертекстовое представление информации, интерактивный диалог, технологии моделирования, и оперативная оценка действий пользователя.

В последние годы много внимания уделяется изучению методов внедрения информационно-коммуникационных технологий в образовательный процесс, особенно в обучение геометрии. Исследователи в этой области, такие как В.А. Далингер, В.Н. Дубровский и другие, исследуют роль и место ИКТ в геометрической подготовке учащихся [13, 17]. С развитием технологий появились различные системы динамической геометрии (DGS), такие как Живая геометрия, Cabri Geometre, GeoGebra и другие, которые облегчают создание и модификацию геометрических конструкций с возможностью изменения параметров, сохраняя при этом алгоритмы построения.

Эти системы позволяют не только создавать динамические модели, но и взаимодействовать с ними: останавливать движение, возвращаться к предыдущим этапам, изменять расположение объектов и проводить новые конструктивные манипуляции. Как пишет В. Р. Майер: «СДГ «Живая геометрия» имеет в своем распоряжении комплект команд, позволяющий студенту не только строить образ любой фигуры под действием того или иного движения или подобия, но и

наблюдать в режиме реального времени за изменениями фигуры в процессе перехода ее из состояния «прообраза» в состояние «образа» [22].

Информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) предоставляют уникальные возможности для усвоения преимущественно логических и общеобразовательных УУПД, благодаря следующим особенностям:

– Интерактивность. ИКТ позволяют создавать интерактивные обучающие материалы, которые стимулируют активную вовлеченность обучающихся в процесс усвоения логических УУПД. Например, интерактивные симуляции и игры развивают навыки анализа, синтеза и критического мышления.

– Мультимедийность. Использование текста, изображений, аудио и видео в одном материале помогает усвоению общеобразовательных УУПД, таких как структурирование знаний и речевое высказывание, так как различные форматы информации охватывают разные стили обучения.

– Доступность информации. ИКТ обеспечивают быстрый доступ к огромным объемам информации, что способствует развитию навыков поиска и выделения необходимой информации, а также критической оценки источников.

– Визуализация и моделирование. Программы для визуализации и моделирования помогают обучающимся лучше понимать сложные концепции и процессы, что развивает навыки анализа и синтеза.

– Гибкость и адаптивность. ИКТ позволяют обучающимся выбирать наиболее эффективные способы решения задач, что развивает навыки принятия решений и адаптации к меняющимся условиям.

Для сбалансированного развития когнитивных способностей учеников, немецкий ученый Х.Г. Рольф и другие эксперты рекомендуют не только использовать ИКТ, но и активно развивать умения критического и аналитического мышления через осмысление текстов, выполнение различных заданий, которые способствуют обобщению, классификации, и сравнению на уроках математики и других предметов [2]. Такой подход помогает поддерживать активное участие учеников в учебном процессе и способствует их социализации и коммуникативному развитию.

1.3. Геометрическая задача как одно из средств формирования универсальных учебных познавательных действий

Помимо образовательных технологий в формировании универсальных учебных познавательных действий большую роль играют используемые средства обучения. Цель данного параграфа заключается в рассмотрении геометрических задач на построение как средства формирования универсальных учебных познавательных действий.

В курсе геометрии задачи на построение имеют большое значение, а сам раздел, изучающий решение задач на построение, называется конструктивной геометрией. История возникновения конструктивной геометрии берет свое начало еще в Древней Греции, где последователи школы Пифагора уже могли выполнять сложные построения правильных пятиугольников. Практическая значимость конструктивной геометрии, ее связь с архитектурой и строительством подкрепляли интерес математиков, позволяя выводить красивые и оригинальные методы решения различных задач.

Задачи, связанные с конструированием, способствуют развитию логического мышления и геометрической интуиции. Алгоритм решения таких задач, представляющий собой последовательность основных этапов построения, направленных на достижение цели, может быть использован в старших классах как важный элемент образовательного процесса по информатике и вычислительной технике. В ходе решения конструктивных задач преподаватель имеет возможность эффективно способствовать формированию у учащихся алгоритмической культуры, требуя от них соблюдения четкой последовательности действий [14]. Такие задачи также способствуют развитию умений поиска решений практических проблем и стимулируют к самостоятельным научным исследованиям, что играет значительную роль в формировании умственных навыков и способностей. С помощью задач на построение, включая даже самые элементарные, более полно осмысливаются теоретические знания об основных геометрических фигурах, поскольку в процессе их решения ученик создает наглядную модель изучаемых свойств и связей и активно работает с этой моделью.

Задача на построение в планиметрии заключается в создании на плоскости новой геометрической фигуры с использованием заранее определенных инструментов на основе заданных геометрических фигур так, чтобы новая фигура находилась в определенных отношениях с исходными. Обычно в качестве инструментов для построений применяются традиционные средства, такие как циркуль и линейка.

Многие методисты по математике, как в России, так и за рубежом, уделяют значительное внимание задачам на построение. Например, первая глава книги Д. Пойа "Математическое открытие" полностью посвящена геометрическим построениям, что подчеркивает важность этих задач в учебном процессе. Пойа утверждает, что геометрические построения занимают оправданное место в образовательной программе, так как они особенно подходят для научения методам решения задач [28].

Не существует универсального алгоритма для решения задач на построение, поскольку каждая задача уникальна и требует индивидуального подхода. Именно

поэтому освоение решения таких задач является сложным процессом. Однако эти задачи предоставляют уникальную возможность для индивидуального творческого поиска решений, опираясь на интуицию и подсознание учащихся.

Задачи на построение как раздел элементарной геометрии отличаются от других математических задач. Во-первых, не каждая математически решенная задача может быть реализована конструктивно; не каждая точка, прямая или любая другая геометрическая фигура, точно определенная математически, может быть построена. Во-вторых, формулировка и возможность решения конструктивных геометрических задач в значительной степени зависят от набора доступных чертежных инструментов. В результате этого возникает необходимость затронуть вопросы чертежного инструментария, видов конструктивных задач, а также самой структуры решения.

В работе В.А. Далингера рассматривается концепция конструктивной задачи как задания, предполагающего создание определённой геометрической фигуры с использованием заранее определенного набора инструментов на основе заданных соотношений между элементами этой фигуры или на основе другой фигуры с указанными соотношениями между элементами искомой и данной фигуры. В качестве решения такой задачи принимается любая фигура, соответствующая поставленным условиям. Процесс нахождения решения заключается в приведении задачи к ограниченному числу базовых построений, что предполагает определение последовательности этих построений, в результате выполнения которых считается, что требуемая фигура создана. Решение задачи подразумевает выявление всех возможных решений [13].

В конструктивной геометрии центральное место занимает понятие построения геометрической фигуры, понимаемое как начертание линий и отметка точек. Для обеспечения логической строгости, основное понятие определяется через общие аксиомы конструктивной геометрии, которые, хотя и не формулируются явно в школьном курсе, являются неотъемлемой частью процесса решения любой задачи на построение. Эти аксиомы отражают ключевые аспекты многовековой практики черчения и служат логической основой конструктивной геометрии. Ниже представим эти аксиомы:

1. Каждая данная фигура построена, что подразумевает, что она уже изображена, начерчена.

2 Если даны две фигуры, то построено: а) их объединение; б) пересечение (если оно не пусто); в) разность (если она не равна пустому множеству).

3 Если дана некоторая фигура, то можно построить точку: а) принадлежащую данной фигуре; б) не принадлежащую ей.

Кроме того, для математических инструментов, к которым относятся линейка, циркуль, угол, необходимых при построении также существуют аксиомы:

– по аксиоме линейки через две заданные точки, с помощью линейки можно провести прямую;

– с помощью циркуля можно построить окружность по точке и отрезку, которые будут являться центром и радиусом окружности

При этом учитывается, что математические инструменты конструктивной геометрии не рассматриваются с физической точки зрения.

Решить задачу на построение – значит свести её к совокупности пяти элементарных построений, которые заранее считаются выполнимыми:

1. Если построены две точки A и B , то построена прямая AB , их соединяющая, а также отрезок AB и любой из лучей AB и BA (аксиома линейки).

2. Если построена точка O и отрезок AB , то построена окружность с центром в точке O и радиусом AB , а также любая из дуг этой окружности.

3. Если построены две прямые, то построена точка их пересечения (если она существует).

4. Если построена прямая и окружность, то построена любая из точек их пересечения (если она существует).

5. Если построены две окружности, то построена любая из точек их пересечения (если она существует).

Сведение решения каждой задачи к элементарным построениям делает решение громоздким. Поэтому решение задачи сводят к основным построениям, таким как деление данного угла пополам, построение отрезка, равного данному, построение угла, равного данному, построение параллельной прямой, построение перпендикулярной прямой и т.д.

Отличительной особенностью решения задач на построение, по сравнению с вычислительными и доказательными, является их структура. В литературе по математике и методике обучения распространена схема решения, включающая четыре этапа: анализ, построение, доказательство и исследование.

Первый этап, анализ, является подготовительным и ключевым, так как он направлен на выявление зависимостей между элементами искомой и данных фигур, что обеспечивает возможность построения требуемой фигуры. Для этого создается чертеж-набросок, визуализирующий данные и требуемые элементы в приблизительном расположении, заданном условиями задачи. В процессе анализа разрабатывается план решения, включающий последовательность известных построений для создания искомой фигуры, а также устанавливается общность найденного решения, что предотвращает потерю возможных решений.

Целью анализа является определение геометрического образа, который необходимо построить, исходя из условий задачи. Геометрический образ может представлять собой точку, прямую (и отрезок), окружность, многоугольник (или угол). Для построения необходимо определить "ключевые точки" этих образов: для прямой – любые две ее точки, для окружности – центр и две точки, определяющие радиус, для многоугольника – вершины.

Анализ представляет собой ключевой этап в процессе решения конструктивных задач, который должен отвечать определенным критериям для его эффективности. Во-первых, анализ должен обеспечивать возможность практической реализации предложенных конструкций, исходя из условий задачи и взаимосвязей между данными элементами. Во-вторых, он должен представлять собой самый простой из всех возможных методов решения, учитывая доступные средства построения и уровень теоретических знаний исполнителя. Кроме того, анализ обязан быть полным, то есть покрывать все потенциальные решения задачи.

Следующий этап, построение, заключается в определении и выполнении последовательности основных конструкций или решений предыдущих задач, необходимых для создания требуемой фигуры.

Доказательство направлено на подтверждение того, что сконструированная фигура полностью соответствует всем условиям задачи.

Этап исследования предполагает выяснение возможности выполнения построения выбранным методом при любых данных, альтернативные способы построения при невозможности применения изначального метода и определение количества решений задачи при различных условиях. Исследование направлено на установление условий выполнимости задачи и числа ее решений [34].

Важно отметить, что на каждом этапе решения задачи на построение возможно формирование различных компонентов универсальных учебных познавательных действий (табл. 2).

Таблица 2. Соотнесение этапов решение задач на построения с формируемыми компонентами УУПД

Этап решения задачи	Содержание этапа	Формируемые компоненты УУПД
Анализ	1. Предположение, что задача решена. 2. Выполнение от руки чертежа-наброска (в наиболее общем виде), в котором искомая и данные фигуры изображаются таким образом, что они находятся в отношениях, указанных в условиях	<ul style="list-style-type: none"> ● выделять главное и второстепенное в изучаемом объекте; ● выделять существенные признаки объекта; ● оформлять графическое

	<p>задачи.</p> <p>3. Выделение на вспомогательном чертеже данных и искомых элементов.</p> <p>4. Установление соотношений между искомыми и данными элементами фигуры.</p> <p>5. Поиск теорем, ранее решенных задач, в которых встречаются зависимости между элементами, сходные с указанными в условии.</p> <p>6. Введение в чертеж-набросок дополнительных фигур: вспомогательные построения, выполнение геометрического преобразования (при необходимости).</p> <p>7. Составление последовательности основных и элементарных построений.</p>	<p>представление информации;</p> <ul style="list-style-type: none"> ● располагать части в определенной последовательности; ● находить основное в изучаемом объекте; ● устанавливать причину явления; ● устанавливать связи между объектами; ● располагать объекты в определенной последовательности
Построение	<p>1 Реализация составленного на этапе анализа плана решения – последовательности основных и элементарных построений.</p> <p>2 Графическое оформление каждого шага с помощью указанного набора инструментов.</p> <p>3 Последовательная запись выполненных построений.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● оформлять графическое представление информации; ● устанавливать связи между объектами; ● располагать объекты в определенной последовательности; ● кратко оформлять высказывания, о связи причины и следствия
Доказательство	<p>Установление факта, что построенная фигура удовлетворяет всем поставленным в условии задачи требованиям (со ссылками на аксиомы, теоремы, следствия из них, свойства геометрических фигур, определения геометрических понятий).</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● разделять объект на части; ● устанавливать связи между объектами; ● кратко оформлять высказывания, о связи причины и следствия
Исследование	<p>1. Определение, в каких случаях задача имеет решение: установление выполнимости каждого шага построения, определение условий, при которых задача может быть решена.</p> <p>2. Определение, какое число решений задача может иметь в зависимости от заданных условий.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● выделять существенные признаки объекта; ● располагать части в определенной последовательности; ● находить основное в изучаемом объекте; ● кратко оформлять

		<p>высказывания, о связи причины и следствия;</p> <ul style="list-style-type: none"> ● выделять признаки по которым связываются объекты; ● различать признаки сходимости и различия объектов
--	--	--

Геометрическая задача как одно из средств формирования универсальных учебных познавательных действий является неотъемлемой частью процесса обучения геометрии. Систематическое решение разнообразных геометрических задач способствует развитию логического мышления, пространственного воображения, аналитических способностей и других важных познавательных навыков учащихся [38].

Однако эффективность использования геометрических задач в формировании универсальных познавательных учебных действий зависит от грамотного подбора задач, соответствующих возрастным особенностям и уровню подготовки учеников. Задачи должны быть разнообразными по содержанию, типам и уровню сложности, охватывать различные разделы геометрии и предусматривать возможность дифференцированного подхода.

Немаловажную роль играет и методика преподнесения задач, наличие четких инструкций, иллюстративного материала и подсказок для их решения. Учитель должен создавать условия для самостоятельного поиска учениками путей решения, побуждая их к анализу, синтезу, обобщению и логическим рассуждениям [1].

Таким образом, грамотное использование геометрических задач в учебном процессе способствует не только усвоению теоретических знаний по геометрии, но и формированию универсальных учебных познавательных действий, которые являются основой для дальнейшего успешного обучения и личностного развития учащихся.

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1

В первой главе на основе анализа психолого-педагогической и научно - методической литературы был осуществлен анализ трактовок понятия “универсальные учебные познавательные действия”. В качестве рабочего определения в настоящем исследовании будем использовать определение А. Г. Асмолова, который определяет универсальные учебные познавательные действия,

как сложные процессы, которые помогают в опосредованной познавательной деятельности учащихся. Эти действия включают в себя работу с информацией, формирование элементов комбинаторного мышления, работу с научными понятиями и освоение общего приёма доказательства. Кроме того, была определена структура универсальных учебных познавательных действий: общеучебные и логические действия, а также постановки и решения проблемы.

В втором параграфе было проанализированы некоторые современные образовательные технологии, направленные на формирование основных компонентов УУПД. В них относятся: проблемное обучение, технология сотрудничества, индивидуально-дифференцированный подход, компетентно-ориентированное обучение, информационно-коммуникационные технологии. Однако существуют определенные трудности при системной и непрерывной интеграции этих подходов, что может препятствовать непрерывности развития УУПД. Для решения этой проблемы в нашей работе предлагается использовать геометрические задачи на построение в качестве эффективного средства формирования УУПД на уроках геометрии.

Задача на построение в планиметрии заключается в создании на плоскости новой геометрической фигуры на основе заданных геометрических фигур. Структура решения задач на построение представляет собой анализ, построение, доказательство и исследование. Изучение каждого из этих этапов решения показало, что на каждом из них возможно формирование тех, или иных компонентов универсальных учебных познавательных действий, что в целом делает задачи на построение потенциально значимым средством формирования универсальных учебных познавательных действий на уроке геометрии.

Глава 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 9 КЛАССОВ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ

2.1. Анализ содержания конструктивной геометрии в школьных учебниках

Геометрические задачи на построение, как одно из средств формирования универсальных учебных познавательных действий играют важную роль в процессе обучения. Как уже было отмечено ранее, решение геометрических задач развивает логическое мышление, пространственное воображение, способность к анализу и синтезу информации, умение строить логические цепочки рассуждений и обосновывать свои выводы.

Однако эффективность использования геометрических задач в формировании познавательных универсальных учебных действий во многом зависит от качества учебника геометрии, который служит основным источником теоретического материала и практических заданий. Проведем в этом параграфе анализ теоретического материала по конструктивной геометрии в школьном курсе геометрии 7-9 классов, излагаемом в учебниках, включенных в Федеральный перечень учебных пособий и рекомендованных Министерством образования и науки РФ.

1. Л.С. Атанасян и др. [5]

а) 7 класс. В первой главе школьников знакомят с основными геометрическими понятиями, такими как прямая, отрезок, угол и т.д. Кроме того, обучающиеся закрепляют навыки работы с геометрическими инструментами и учатся более строгому геометрическому языку. Задания в данной главе носят преимущественно практический характер, и посредством самостоятельного изображения различных геометрических элементов школьник закрепляет и свойства этих элементов.

Тема “Задачи на построение” изучается в конце главы 2 “Треугольники”. В этом параграфе содержатся пункты “Окружность”, “Построения циркулем и линейкой” и “Примеры задач на построение”. Задачи на построение в данном учебнике определяются, как задачи, которые решаются с помощью линейки и циркуля. Основываясь на том, что учащиеся умеют с 5 и 6 класса выполнять основные построения с помощью циркуля и линейки, в теме рассматриваются задачи на построение такие как: построение отрезка, равного данному; построение угла, равного данному; построение биссектрисы угла, перпендикулярных прямых и середины отрезка. Схема, по которой решаются задачи на построение, не вводится. Однако в данных пунктах приводятся

подробные объяснения решения задач на построение, при этом в решениях приведены как сами построения, так и их доказательства. Основная цель главы 2 – отработать навыки решения простейших задач на построение с помощью циркуля и линейки.

В главе 3 “Параллельные прямые” рассматривается построение параллельных прямых с помощью чертежного треугольника и линейки, а также с помощью циркуля и линейки по заданной прямой и точке (в форме задачи).

В главе 4 “Соотношения между сторонами и углами треугольника” рассматривается задача о построении треугольника по двум сторонам и углу между ними, по стороне и двум прилежащим к ней углам и по трем сторонам. Данная глава содержит целый блок называемый “Построение треугольника по трем элементам”, в котором приведены примеры решения задач с исследованием количества решений, а также задачи на построение для самостоятельного решения. Приведенные задачи хорошо подходят для закрепления изученного материала.

В главе 5 “Геометрические места точек. Симметричные фигуры” рассматриваются фигуры, симметричные относительно прямой, а также приведены понятия оси симметрии фигуры и осевой симметрии. Кроме того, описаны свойства осевой симметрии, а также сформулирован алгоритм построения симметричных фигур относительно прямой. В конце главы приводятся задачи по теме, среди которых есть и задачи на построение, однако в главе не упоминается конкретно про метод осевой симметрии, школьников на этом этапе только учат работать с самим преобразованием и построением симметричных фигур.

В конце теоретического материала 7 класса имеется блок задач на построение, перед которым описывается схема их решения: анализ, построение, доказательство, исследование. Приводится пример.

б) Программа 8-го класса включает в себя пять глав. В главе 6 “Четырехугольники”, помимо изучения многоугольников, параллелограммов и трапеций, учащиеся знакомятся с задачами на построение этих фигур по различным элементам. Перед этим проводится повторение схемы решения задач на построение. В той же главе, после изучения прямоугольников, ромбов и квадратов, предлагаются задачи на их построение. Отдельный блок, “Центральная симметрия”, содержит задачи, направленные на построение четырехугольников по определенным элементам, используя центральную симметрию.

В главе 8 “Подобные треугольники” рассматриваются задачи на построение треугольников с применением метода подобия. Это практическое применение свойств подобных фигур. Также предлагается ряд задач на построение треугольников по заданным отношениям для самостоятельного решения. В конце

главы приведены дополнительные задачи, включая блок задач на построение. Глава восемь направлена на формирование и систематизацию знаний о подобных фигурах, развитие навыков применения признаков подобия треугольников и освоение методов решения прямоугольных треугольников.

В начале главы 9 "Окружность" в подразделе "Касательная к окружности" решается задача о проведении касательной к окружности через заданную точку, основанная на теореме о касательной. В главе также изучаются четыре замечательные точки треугольника. Каждый пункт главы содержит задачи на построение, такие как построение касательной к окружности или серединного перпендикуляра к отрезку.

В конце 8 класса, в разделе задач повышенной трудности, предлагается задача на построение равнобедренной трапеции по основаниям и диагоналям. Построения также встречаются в задачах на повторение изученного материала.

в) 9 класс.

В главе 13 "Длина окружности и площадь круга" в §1 "Правильные многоугольники" рассматривается построение правильных многоугольников. Предлагается с помощью циркуля и линейки вписать в окружность различные правильные многоугольники. Также построения встречаются в задачах на повторение. Основная цель главы 13 – расширить и систематизировать знания учащихся об окружностях и многоугольниках.

В главе 14 "Преобразования плоскости. Движения" повторно говорится об осевой и центральной симметрии, кроме того, вводятся такие виды движения, как поворот и параллельный перенос. В конце главы содержатся задачи на построение, решение которых основано на изученном материале. Первоначально задачи направлены на отработку навыка построения образа геометрических фигур при движении. В примерах решения задач на построение нет конкретных этапов решения, однако прослеживается наличие этапа анализа, построения, доказательства и исследования. Основная цель данной главы – познакомить с понятием движения на плоскости: симметриями, параллельным переносом, поворотом.

В главе 15 "Преобразование подобия. Подобные фигуры" рассматриваются подобные многоугольники, дается понятие коэффициента подобия, более того имеется отдельный параграф "Гомотетия", который рассматривает данное преобразование со всеми его свойствами. Задачный материал в данном параграфе довольно обширен, в задачах на построение необходимость использования преобразований для разрешимости задачи очевидна, поэтому школьнику нет необходимости определять метод решения задачи на построение. Тем не менее задачный материал отлично справляется с целью отработки навыка применения преобразований в различных условиях.

В конце учебника также предлагаются задачи повышенной трудности и дополнительные задачи к каждой главе 9 класса, однако задач на построение среди них довольно мало.

Приведем в таблице 3 примерное распределение задач на построение в данном учебнике по каждому классу.

Таблица 3. Распределение задач на построение по классам

Класс	Общее количество задач в учебнике	Количество задач на построение	Процент от общего числа задач
7	461	124	27
8	464	75	10
9	506	58	9

Таким образом в данном учебнике наблюдается тенденция снижения доли задач на построение геометрических фигур от 7 к 9 классу. Несмотря на то, что в 7 классе значительная часть упражнений посвящена построению, причем рассматриваются стандартные и элементарные задачи, к 9 классу процент геометрических заданий на построение резко падает. Это может быть обусловлено тем, что к старшим классам у учащихся уже сформированы логическое и пространственное мышление, графические умения и навыки, позволяющие им легко читать и интерпретировать чертежи, а также строить требуемые чертежи по условию задачи.

Тем не менее, действительность оказывается далека от этого представления. Недостаточное внимание к заданиям на построение в старших классах ослабляет базовые умения, необходимые для успешного освоения более сложных аспектов геометрии. Это включает способность анализировать и интерпретировать чертежи, устанавливать взаимосвязи между их элементами. В результате такой подход приводит к недоразвитию пространственного и логического мышления, снижению уровня графической культуры учащихся.

2. *А.В. Погорелов [27].*

а) В 7-м классе учебник структурирован таким образом, что содержание каждой главы делится на параграфы, которые, в свою очередь, подразделяются на подтемы или пункты. Программа 7-го класса включает пять таких параграфов, в конце каждого из которых расположены задачи и упражнения, распределенные по соответствующим пунктам.

В первом параграфе, "Основные свойства простейших геометрических фигур", рассматривается метод построения параллельных прямых с помощью угольника и линейки. Задания в начале параграфа направлены на развитие

навыков работы с геометрическими инструментами, аналогично подходу, использованному в учебнике Л.С. Атанасяна. Теоретический материал время от времени иллюстрируется примерами задач, требующих работы с простыми геометрическими фигурами.

В пятом параграфе, "Геометрические построения", учащиеся знакомятся с миром задач на построение. Здесь имеется пункт, объясняющий, что такое задачи на построение, и знакомящий с чертежными инструментами и процессом решения таких задач. Не предлагается конкретная схема решения, но данная идея прослеживается в решениях приведенных примеров. Далее параграф переходит к рассмотрению основных элементарных построений, таких как "Построение треугольника по заданным сторонам", "Построение угла, равного данному", "Построение биссектрисы угла", "Деление отрезка пополам" и "Построение перпендикуляра к прямой". Каждый из этих пунктов содержит решения простейших задач на построение. В отдельном пункте, "Геометрическое место точек", вводится определение ГМТ и объясняется "Метод геометрических мест". В конце параграфа предлагается ряд задач на построение для самостоятельного решения, включая задачи на построение треугольников и окружностей по заданным элементам, задачи на ГМТ и задачи повышенной сложности. Главная цель этого параграфа – ознакомить учащихся с простейшими задачами на построение с использованием циркуля и линейки.

б) Программа 8 класса также состоит из пяти параграфов. В конце шестого параграфа, "Четырехугольники", предлагается задача на построение четвертого пропорционального отрезка трем данным. Кроме того, имеются задачи на построение параллелограмма, ромба, трапеции по заданным элементам и задачи на деление отрезка на определенное количество частей. Этот параграф предназначен для формирования у учащихся полного объема знаний о четырехугольниках и их свойствах.

В девятом параграфе, "Движение", изучаются геометрические преобразования: центральная и осевая симметрии, поворот, параллельный перенос. В конце параграфа даются задачи на построение, решение которых базируется на применении этих преобразований. Отметим, что в данном параграфе есть специальный пункт, посвященный задачам на построение с использованием реальных объектов. Таким образом, параграф нацелен на знакомство учащихся с решением задач на построение с помощью некоторых методов преобразования плоскости.

в) Изучение геометрии в 9 классе начинается с параграфа "Подобие фигур", где рассматриваются геометрические преобразования: подобие и гомотетия. В конце параграфа предлагаются задачи на построение, решение которых основано на использовании этих преобразований. Основная цель параграфа – закрепить

признаки подобия треугольников и практические навыки их применения. В тринадцатом параграфе, "Многоугольники", рассматриваются построения некоторых правильных многоугольников. В конце параграфа даются задачи на вписанные в окружность n -угольники и описанные вокруг окружности правильные n -угольники. Основная цель параграфа – углубить и систематизировать знания учащихся о многоугольниках и окружностях.

Проведем аналогичный анализ распределение задач на построение в данном учебнике в каждом классе (табл. 4).

Таблица 4. Распределение задач на построение по классам

Класс	Общее количество задач в учебнике	Количество задач на построение	Процент от общего числа задач
7	218	42	19
8	298	35	12
9	206	10	5

В результате анализа содержания школьных учебников по геометрии позволил выявить ряд недостатков в обучении конструктивной геометрии:

1. Наметилась четкая тенденция к сокращению количества задач на построение в школьном курсе геометрии. Значительно сужена роль задач на построение. В большинстве случаев, считается, что главная и единственная цель обучения решению таких задач – это формирование практических умений и навыков построения основных геометрических фигур: треугольников, перпендикуляров, биссектрис и т. п., то есть основное внимание уделяется практическому значению задач, при этом совершенно упускается из внимания направленность данных задач на развитие логического мышления

2. Знания учащихся по данной теме нередко носят формальный характер, наблюдается отсутствие структурности. Так, при изучении задач на построение единственное, что требует учитель – это знание соответствующих алгоритмов построений. При этом не объясняется, как получен данный алгоритм. Поэтому ученик вынужден запоминать материал без понимания.

3. В настоящий момент в школе недостаточно уделяется внимания рассмотрению таких основных методов решения задач на построение как метод преобразований, алгебраический метод, метод геометрического места точек.

4. У учащихся нет четкого представления об этапах решения задач на построение: анализе, построении, доказательстве и исследовании, которые точно соответствуют этапам любого логического рассуждения. Практически не уделяется внимание одному из важных этапов – исследованию, в котором

учащиеся зачастую не видят смысла несмотря на то, что он, в свою очередь, является хорошим средством развития логического мышления.

Поскольку в рассмотренных выше учебниках присутствует недостаток задачного материала, обратимся к пособиям таких авторов как В.В. Прасолов, Л.С. Горшкова и Е.В. Марина (Приложение 1) [30, 11]. На основе проанализированных учебников и пособий удалось составить некоторые требования к отбору задач на построение, способствующих формированию универсальных учебных познавательных действий:

1. Соответствие уровню подготовки учащихся. Задача должна быть адекватной уровню знаний и навыков учащихся. Она должна быть достаточно сложной, чтобы стимулировать мышление и умение решать проблемы, но не настолько сложной, чтобы вызвать фрустрацию и отчаяние.

2. Развитие критического мышления. Задачи должны быть ориентированы на развитие критического мышления и решения проблем. Они должны требовать от учащихся использования логики и рассуждения, выделения главного и второстепенного, установления причинно-следственных связей.

3. Практическая применимость. Задачи должны иметь прямое отношение к реальной жизни и быть применимыми в практических ситуациях. Это помогает ученикам увидеть связь между тем, что они учат в классе, и тем, как это можно использовать в реальной жизни.

4. Стимулирование самостоятельного мышления. Задачи должны стимулировать учеников к самостоятельному мышлению и поиску решений, а не просто к воспроизведению заранее изученного материала.

5. Развитие навыков совместной работы. Задачи должны способствовать развитию навыков совместной работы, так как в современном мире важность коллективной работы и взаимного обучения все увеличивается.

6. Развитие навыков рефлексии. Задачи должны требовать от учеников самостоятельного оценивания своих знаний и умений, а также анализа и оценивания процесса и результатов своей работы [9].

2.2. Разработка комплекса геометрических задач на построение, направленных на формирование познавательных действий обучающихся 9 класса

Разрабатываемый комплекс задач представляет собой набор взаимосвязанных заданий, характеризующийся общей базой или контекстом, последовательным подходом и структурированностью. Такой комплекс может основываться на различных элементах, включая: одну и ту же геометрическую структуру; единый метод или подход к решению; общую тему или предметную

область; теорему, которую нужно применять или исследовать; ключевую задачу, вокруг которой строится серия проблем; дополнительные построения или модификации, которые добавляют сложность и глубину понимания.

Процесс создания комплекса определяется такими этапами, как *моделирование, проектирование и конструирование*. На этапе *моделирования* необходимо выделить основные цели и концепцию комплекса. Как уже было сказано выше, современное образование стремится сформировать в учащих способность применять свои знания в меняющихся условиях. Говоря о конструктивной геометрии, стоит заметить, что не существует универсальной формулы для работы с задачами на построение, именно поэтому учащиеся должны получить набор инструментов и навык их использования. Под инструментами мы подразумеваем не только линейку и циркуль, но и методики решения конструктивных задач. В разработанном комплексе задач в качестве основы будем брать именно методы решения геометрических задач на построение, ниже приведем их разновидности (рис.3.).

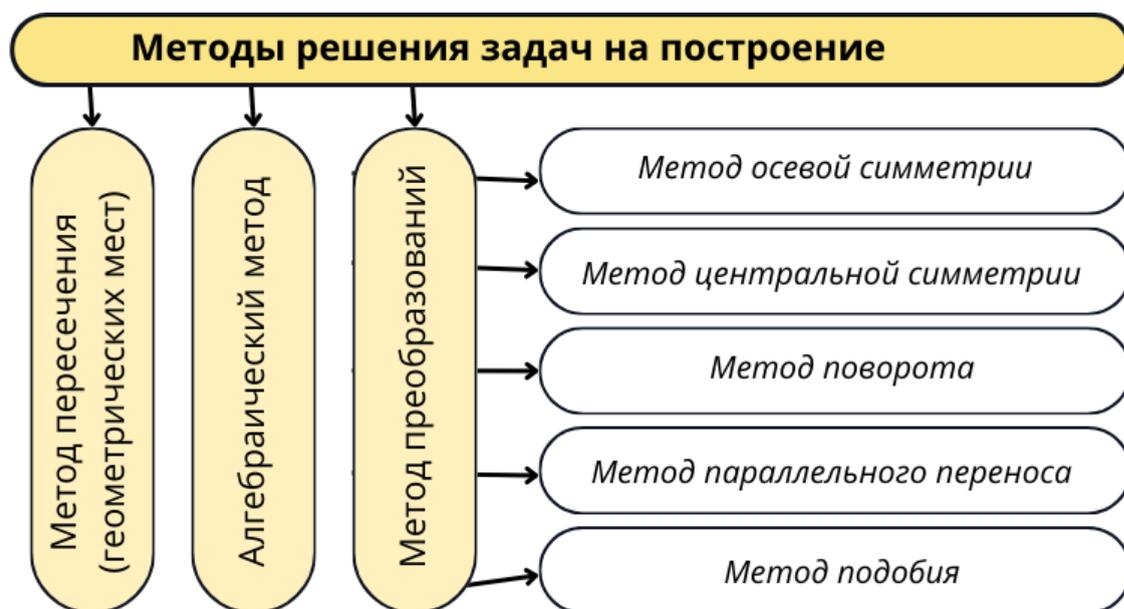


Рис. 3. Классификация методов решения задач на построение

Поскольку разработанный комплекс направлен на 9 класс, поэтому рассматриваться будут такие методы решения как параллельный перенос, осевая симметрия, поворот и центральная симметрия. Перечисленные методы опираются на геометрические преобразования плоскости, поэтому обучающиеся должны быть знакомы с различными видами движений плоскости, а значит уметь выполнять построение образов фигур при этих преобразованиях.

В результате *проектирования* комплекса была определена его структура и особенность структурных элементов. Таким образом комплекс должен был состоять из 8 задач, в которых последовательно должна была нарастать

сложность, кроме того, первые две задачи были направлены на первичное овладение построениями, применяемыми в данном методе.

Этап *конструирования* предполагал наполнение комплекса конкретными задачами на построение. Из предыдущего параграфа можно заметить, что в ходе работы были проанализированы и использованы задачные материалы учебников различных авторов, а также задачный материал, содержащийся в пособиях.

Для организации работы с комплексом было разработано дополнительное сопровождение в программе “Живая математика”, с помощью которого учащиеся, используя динамические чертежи могут проводить поэтапное решение. Кроме того понимание и правильность решения задач из комплекса учитель может отслеживать с помощью разработанной рабочей тетради (Приложение 2), задания в которой построены так, чтобы деятельность учащихся была разнообразна. Для получения доступа к комплексу задач в программе “Живая математика” учителю необходимо отсканировать QR - код и скачать архив с пакетом заданий из облака. При необходимости рабочую тетрадь можно использовать обособлено от пакета заданий в программе “Живая математика”.

В рамках данного исследования проведем поэтапный разбор решения каждой задачи из комплекса, направленного на отработку навыка решения задач с помощью метода параллельного переноса. На каждом этапе будут выявлены и проанализированы логические УУПД, задействованные в процессе решения. Такой детальный анализ позволит не только оценить эффективность разработанного комплекса задач в целом, но и выявить сильные и слабые стороны отдельных заданий, что в дальнейшем поможет оптимизировать и усовершенствовать методику обучения.

Задача №1. Постройте отрезок $A'B'$ который получается из отрезка AB параллельным переносом на вектор \underline{a} (рис. 4). Поэтапное решение данной задачи представим в таблице 5.

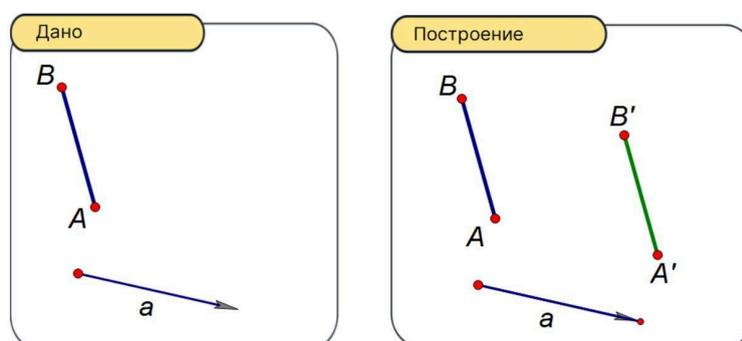


Рис. 4. Условие и построение задачи 1

Таблица 5. Поэтапное решение задачи 1 и перечень формируемых УУПД

Решение	Формируемые УУПД
Анализ	
<p>Построение сводится к параллельному переносу отрезка AB на вектор \vec{a}.</p>	<ul style="list-style-type: none"> – установление причинно - следственных связей (понимание того, что отрезок $A'B'$ будет образом отрезка AB при параллельном переносе); – выделение существенных признаков объектов (понимание свойств параллельного переноса)
Построение	
<ol style="list-style-type: none"> 1. A' – образ точки A при параллельном переносе на вектор \vec{a}. 2. B' – образ точки B при параллельном переносе на вектор \vec{a}. 3. $A'B'$ – искомый отрезок. (рис. 4) 	<ul style="list-style-type: none"> – синтез - составление целого из частей (построение отрезка $A'B'$ как совокупности действий); – установление причинно - следственных связей (понимание того, что перенос каждой точки отрезка на вектор \vec{a} приводит к переносу всего отрезка параллельно самому себе)
Доказательство	
<p>Поскольку каждая точка отрезка AB была смещена на вектор \vec{a}, отрезок $A'B'$ является образом отрезка AB при параллельном переносе.</p>	<ul style="list-style-type: none"> – установление причинно - следственных связей (установление связи между определением параллельного переноса и выполненным построением).
Исследование	
<p>Задача имеет решение при любых исходных данных: точках A и B и любом векторе \vec{a}. Количество решений единственно для данного вектора \vec{a}, так как процесс построения однозначен и не зависит от других переменных.</p>	<ul style="list-style-type: none"> – выдвижение гипотезы и ее обоснование (формулирование и доказательство утверждений о существовании и единственности решения); – обобщение (анализ решения задачи в общем виде, независимо от конкретных значений координат).

Задача №2. Постройте отрезок CD , равный и параллельный данному отрезку AB , если точка C задана (рис. 5). Поэтапное решение данной задачи представим в таблице 6.

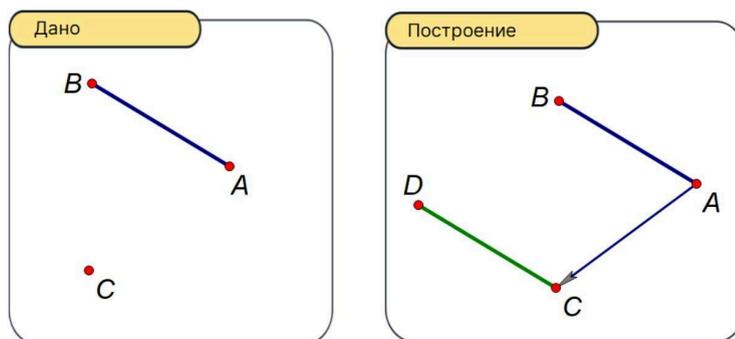


Рис. 5. Условие и построение задачи 2

Таблица 6. Поэтапное решение задачи 2 и перечень формируемых УУПД

Решение	Формируемые УУПД
Анализ	
Для построения отрезка CD , равного и параллельного отрезку AB , выполним параллельный перенос отрезка AB на вектор \overline{AC} . При таком переносе точка A совместится с точкой C , а точка B перейдет в некоторую точку D , которая и будет являться концом искомого отрезка CD .	<ul style="list-style-type: none"> – анализ объектов с целью выделения признаков (выделение известных и искомым объектов (отрезки AB, CD, точка C) и их свойств); – подведение под понятие (соотнесение условия задачи с понятием параллельного переноса как способа построения равного и параллельного отрезка).
Построение	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Построить вектор \overline{AC}. 2. D – образ точки B при параллельном переносе на вектор \overline{AC}. 3. CD – искомым отрезок. 	<ul style="list-style-type: none"> – синтез - составление целого из частей (построение отрезка CD как последовательности действий).
Доказательство	
Так как отрезок CD получен путем параллельного переноса отрезка AB , то он равен по длине AB и параллелен ему.	<ul style="list-style-type: none"> – построение логической цепочки рассуждений (логическое обоснование того, что построенный отрезок CD удовлетворяет условиям задачи – равен отрезку AB и параллелен ему); – доказательство (использование свойств параллельного переноса).
Исследование	
Задача всегда имеет два решения так как в качестве вектора переноса можно брать как вектор \overline{AC} , так и вектор \overline{BC} .	<ul style="list-style-type: none"> – выдвижение гипотез и их обоснование (формулирование и доказательство утверждения о том, что задача всегда имеет

	два решения); – выбор оснований и критериев для сравнения (сравнение двух возможных векторов переноса).
--	--

Задача №3. Постройте трапецию по четырем ее сторонам a, b, c и d . (рис. 6). Поэтапное решение данной задачи представим в таблице 7.

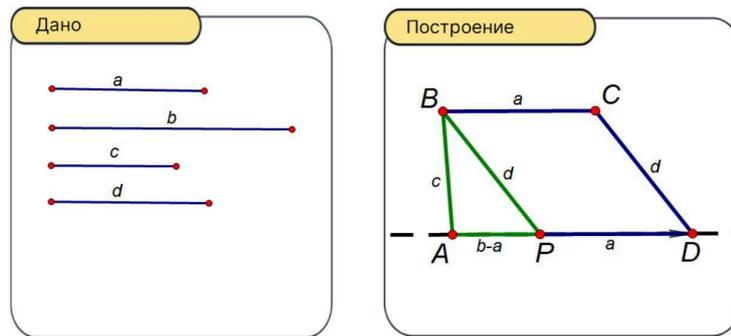


Рис. 6. Условие и построение задачи 3

Таблица 7. Поэтапное решение задачи 3 и перечень формируемых УУПД

Решение	Формируемые УУПД
Анализ	
Предположим, что трапеция $ABCD$ является искомой, в которой $BC = a, AD = b, AB = c, CD = d$ ($BC \parallel AD$). Построим образ боковой стороны CD при параллельном переносе на вектор \overline{CB} : $BP \parallel CD$. Задача сводится к построению $\triangle ABP$ по трем сторонам, где $AP = b - a$, а $BP = d$.	– анализ объектов с целью выделения признаков; – синтез – составление целого из частей (разбиение трапеции на треугольник и параллелограмм); – подведение под понятие (использование свойств параллельного переноса для определения сторон вспомогательного треугольника).
Построение	
1. Строим $\triangle ABP$ по трем сторонам ($AB = c, AP = b - a, BP = d$). 2. На прямой AP строим отрезок $PD = a$. 3. CD – образ BP при параллельном переносе на вектор \overline{BC} . 4. $ABCD$ – искомая трапеция.	– синтез – составление целого из частей (построение трапеции как последовательности действий); – установление причинно - следственных связей (каждый шаг построения основан на предыдущем и приводит к построению искомой трапеции).
Доказательство	

<p>1. $BC \parallel AD$ (по построению), $AB \nparallel CD$, т.к. $BP \parallel CD \Rightarrow ABCD$ – трапеция по построению.</p> <p>2. $BC = a$, $AD = b$, $AB = c$, $CD = BP = d$ по построению $\Rightarrow ABCD$ – трапеция с данными сторонами.</p>	<p>– построение логической цепочки рассуждений (обоснование того, что построенная фигура удовлетворяет всем условиям задачи - является трапецией с заданными сторонами).</p>
Исследование	
<p>Задача имеет единственное решение, если можно построить ΔABP, т.е. выполняются неравенства треугольника.</p>	<p>– анализ объектов с целью выделения признаков (выделение признаков, влияющих на возможность построения треугольника - неравенство треугольника).</p>

Задача №4. Населенные пункты A и B расположены по разные стороны реки с параллельными берегами. Где нужно построить мост через реку, чтобы соединить пункты A и B кратчайшей дорогой (рис. 7)? Поэтапное решение данной задачи представим в таблице 8.

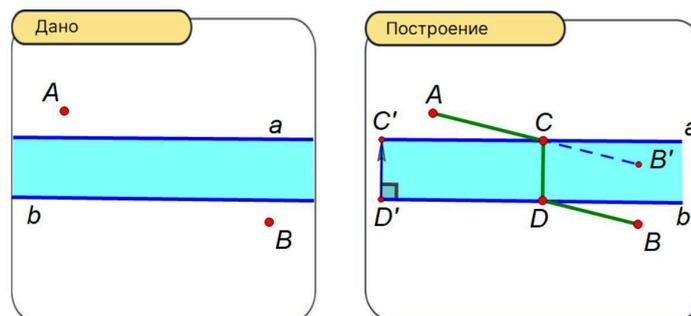


Рис. 7. Условие и построение задачи 4

Таблица 8. Поэтапное решение задачи 4 и перечень формируемых УУПД

Решение	Формируемые УУПД
Анализ	
<p>Предположим, что $ACDB$ кратчайший путь (рис. 7), равный $AC + CD + DB$. При переносе отрезка BD на вектор \overline{DC} точка B перейдет в точку B', а D в C. Так как CD - постоянна и $CD=BB'$, то задача сводится к построению такой точки C, чтобы длина AB' была наименьшей. Таким образом, задача сводится к построению AB'.</p>	<p>– выделение признаков (анализ условия задачи, выделение геометрических объектов);</p> <p>– подведение под понятие (определение того, что кратчайший путь между двумя точками на плоскости лежит на прямой, соединяющих эти точки).</p>
Построение	
<p>1. B' – образ B при параллельном переносе на</p>	<p>– синтез (строится геометрическая</p>

<p>вектор \overline{DC}.</p> <p>2. $AB' \cap a = C$.</p> <p>3. $CD \perp a, D \in b$.</p> <p>4. $ACDB$ – искомый путь.</p>	<p>конструкция, которая позволяет найти кратчайший путь);</p> <p>– выбор оснований и критериев (выбор метода переноса фигур и построения пересечения как основание для нахождения кратчайшего пути).</p>
Доказательство	
<p>Предположим, что существуют другие точки C' и D', такие что $AC'D'B$ - кратчайшее расстояние между A и B. Тогда $AC'D'B \leq ACDB$, а значит $AC' + C'D' + D'B \leq AC + CD + DB$. Из равенств $D'B = C'B$, $C'B' = CD = BB'$, $CB' = DB$ следует, что $AC' + C'B' \leq AB'$, чего не может быть (это следует из треугольника $AC'B'$). Допущенное предположение неверно.</p>	<p>– построение логической цепочки рассуждений (логическое обоснование того, что путь $ACDB$ является кратчайшим на основе свойств треугольников и параллельного переноса);</p> <p>– выдвижение гипотез и их обоснование (предположение о наличии другого кратчайшего пути и его опровержение через логические рассуждения и геометрические доказательства).</p>
Исследование	
<p>Задача имеет всегда единственное решение, что следует из построения. Прямые AB' и ac пересекаются в одной точке.</p>	<p>– установление причинно - следственных связей (анализ единственности решения задачи на основе пересечения прямых AB' и a);</p> <p>– построение логической цепочки рассуждений (то, что задача всегда имеет единственное решение, которое следует из построения и свойств геометрических фигур).</p>

Задача №5. Дана окружность (O, r) и отрезок AB . Постройте хорду окружности, равную и параллельную AB (рис. 8). Поэтапное решение данной задачи представим в таблице 9.

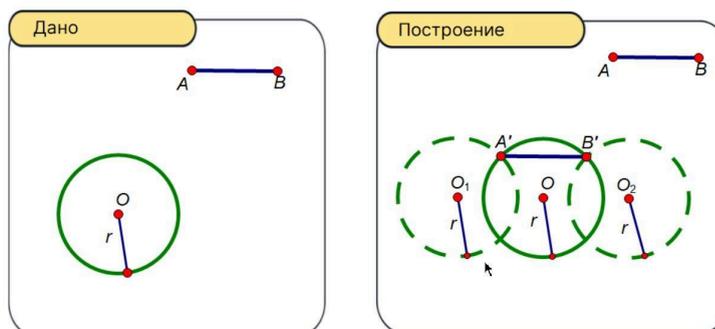


Рис. 8. Условие и построение задачи 5

Таблица 9. Поэтапное решение задачи 5 и перечень формируемых УУПД

Решение	Формируемые УУПД
Анализ	
<p>Предположим, что искомая хорда $A'B'$ построена. Тогда при параллельном переносе на вектор \overline{AB} (или \overline{BA}) точка A' переходит в точку B', а данная окружность (O, r) — в окружность (O_1, r), проходящую через точку B. Таким образом концы хорды будут точками пересечения исходной окружности и ее образов при параллельном переносе на векторы \overline{AB} и \overline{BA}.</p>	<p>– анализ объектов с целью выделения признаков (анализ окружности (O, r) и отрезка AB, понимание их свойств и взаимного расположения);</p> <p>– синтез (определение, что искомая хорда $A'B'$ должна быть параллельна и равна отрезку AB, и понимание, что это можно достичь через параллельный перенос).</p>
Построение	
<ol style="list-style-type: none"> 1. $Окр(O_1, r)$ – образ $окр(O, r)$ при параллельном переносе на вектор \overline{BA}. 2. $Окр(O_2, r)$ – образ $окр(O, r)$ при параллельном переносе на вектор \overline{AB}. 3. $A' = окр(O, r) \cap окр(O_1, r)$. 4. $B' = окр(O, r) \cap окр(O_2, r)$. 5. $A'B'$ – искомая хорда. 	<p>– подведение под понятие, выведение следствий (построение образов окружности (O_1, r) и (O_2, r) при параллельных переносах);</p> <p>– синтез (построение точек пересечения этих окружностей с исходной окружностью для нахождения точек A' и B').</p>
Доказательство	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Поскольку точки A' и B' принадлежат окружности (O, r), отрезок $A'B'$ действительно является хордой этой окружности. 2. Поскольку точки A' и B' являются образами точек B и A при параллельном переносе на вектор \overline{AB} или \overline{BA} соответственно, отрезки AB и $A'B'$ равны и параллельны. <p>Таким образом, отрезок $A'B'$ является хордой окружности (O, r), равной и параллельной отрезку AB.</p>	<p>– доказательство (обоснование равенства и параллельности отрезков AB и $A'B'$ на основе параллельного переноса);</p> <p>– построение логической цепочки рассуждений (логическое обоснование, что $A'B'$ является искомой хордой через свойства параллельного переноса и геометрические свойства окружности).</p>
Исследование	
<p>Если отрезок AB больше диаметра окружности, задача решений не имеет. Если отрезок AB равен диаметру окружности, задача имеет единственное решение. Во всех остальных случаях задача имеет два решения.</p>	<p>– установление причинно - следственных связей (анализ возможности решения задачи в зависимости от длины отрезка AB относительно диаметра окружности).</p>

Задача №6. Постройте трапецию по разности оснований a , боковым сторонам b , c и диагонали d (рис. 9). Поэтапное решение данной задачи представим в таблице 10.

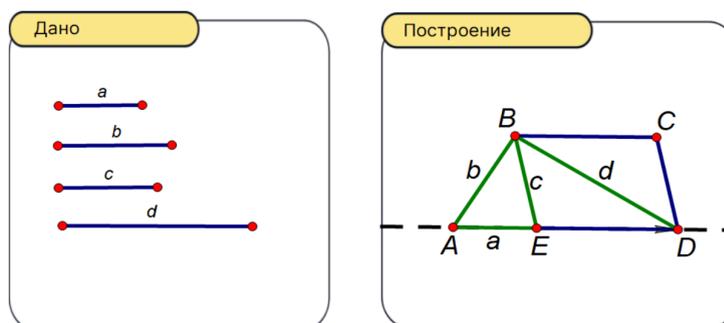


Рис. 9. Условие и построение задачи 6

Таблица 10. Поэтапное решение задачи 6 и перечень формируемых УУПД

Решение	Формируемые УУПД
Анализ	
<p>Предположим, что трапеция $ABCD$ является искомой, в которой $BD = d$, $AD - BC = a$, $AB = b$, $CD = c$ ($BC \parallel AD$). Построим образ боковой стороны CD при параллельном переносе на вектор \overline{CB}: $CD \rightarrow BE$. Заметим, что отрезок $AE = AD - BC = a$ (т.к. $ED = BC$ по свойству параллельного переноса). Задача сводится к построению $\triangle ABE$ по трем сторонам, где $AE = a$, $AB = b$, а $B = c$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> – установление причинно - следственных связей (понимание, что параллельный перенос стороны CD на вектор \overline{CB} приводит к образу BE); – построение логической цепочки рассуждений (рассуждение о том, что $AE = AD - BC$ и $ED = BC$ по свойству параллельного переноса, что сводит задачу к построению треугольника ABE).
Построение	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Строим $\triangle ABE$ по трем сторонам так, что $AE = a$, $AB = b$, $BE = c$. 2. $D = [AE] \cap \text{окр}(B, d)$. 3. BC – образ DE при параллельном переносе на вектор \overline{EB}. 4. $ABCD$ – искомая трапеция. 	<ul style="list-style-type: none"> – выбор оснований и критериев для сравнения (определение точек и отрезков, необходимых для построения треугольника ABE и трапеции $ABCD$).
Доказательство	
<ol style="list-style-type: none"> 1. $BC \parallel AD$ (по построению), $AB \nparallel CD$, т.к. $BE \parallel CD \Rightarrow ABCD$ – трапеция по построению. 2. $AD - BC = a$, $AB = b$, $CD = BE = c$, $BD = d$ по построению $\Rightarrow ABCD$ – трапеция с данными сторонами. 	<ul style="list-style-type: none"> – доказательство (обоснование того, что $ABCD$ - трапеция); – построение логической цепочки рассуждений (обоснование, что построенная фигура соответствует заданным условиям).

Исследование	
Задача имеет единственное решение, если можно построить $\triangle ABE$ и $\triangle ABD$, т.е. выполняются неравенства треугольника.	– установление причинно - следственных связей (проверка условий существования треугольников ABE и ABD , что сводится к выполнению неравенств треугольника).

Задача №7. Постройте трапецию по её основаниям a , b и диагоналям c , d . (рис. 10). Поэтапное решение данной задачи представим в таблице 11.

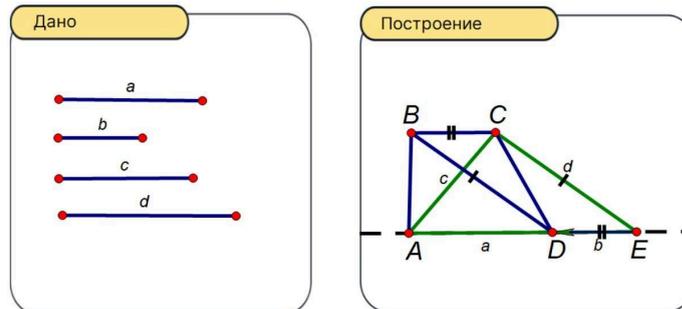


Рис. 10. Условие и построение задачи 7

Таблица 11. Поэтапное решение задачи 7 и перечень формируемых УУПД

Решение	Формируемые УУПД
Анализ	
Предположим, что трапеция $ABCD$ является искомой, в которой $AD = a$, $BC = b$, $AC = c$, $BD = d$ ($BC \parallel AD$). Построим образ диагонали BD при параллельном переносе на вектор \overline{BC} : $BD \rightarrow CE$. Задача сводится к построению $\triangle ACE$ по трем сторонам, где $AE = a + b$, $AC = c$, а $CE = d$.	– анализ объектов (трапеции и треугольника) с целью выделения их признаков и свойств; – установление причинно - следственных связей (между параллельными сторонами трапеции и ее диагоналями); – выбор оснований (для сведения задачи к построению треугольника).
Построение	
1. Строим $\triangle ACE$ по трем сторонам так, что $AC = c$, $AE = a + b$, $CE = d$. 2. На прямой AE строим отрезок $AD = a$. 3. BC – образ DE при параллельном переносе на вектор \overline{EC} . 4. $ABCD$ – искомая трапеция.	– синтез - составление целого (трапеции) из частей (треугольника и параллельного переноса); – построение логической цепочки рассуждений при выполнении последовательных шагов построения.
Доказательство	
1. $BC \parallel AD$ (по построению), $AB \nparallel CD$, т.к. BD	– анализ истинности утверждений о

<p> $CE \Rightarrow ABCD$ – трапеция по построению. 2. $BC = b, AD = a, BD = CE = d, AC = c$ по построению $\Rightarrow ABCD$ – трапеция с данными сторонами.</p>	<p>свойствах построенной фигуры (параллельность оснований, равенство боковых сторон); – подведение под понятие трапеции, выведение следствий из ее определяющих признаков.</p>
Исследование	
<p>Задача имеет единственное решение, если можно построить ΔACE, т.е. выполняются неравенства треугольника.</p>	<p>– выдвижение гипотезы о единственности решения; – обоснование гипотезы на основе анализа неравенств треугольника как необходимого условия существования решения.</p>

Задача №8. Постройте параллелограмм по двум заданным вершинам, если две другие его вершины принадлежат данной окружности (рис. 11). Поэтапное решение данной задачи представим в таблице 12.

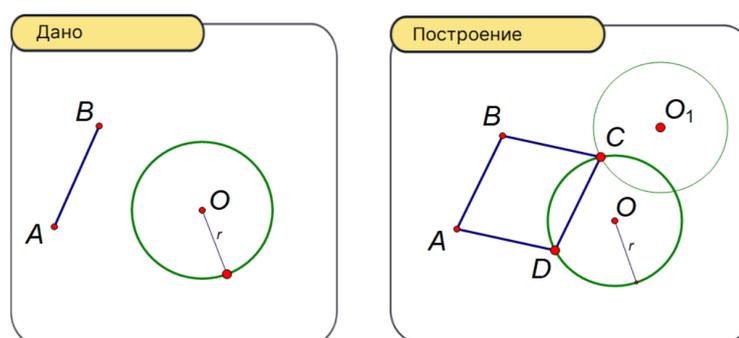


Рис. 11. Условие и построение задачи 8

Таблица 12. Поэтапное решение задачи 8 и перечень формируемых УУПД

Решение	Формируемые УУПД
Анализ	
<p>Пусть искомый параллелограмм $ABCD$ построен. Его вершины C и D лежат на окружности с центром O и радиусом r. При параллельном переносе переводящем точку A в точку B, точка D отображается в точку C. А значит точка C будет являться пересечением окружности $(O;r)$ и окружности $(O_1;r)$ полученной при параллельном переносе окружности $(O; r)$ на вектор \overline{AB}. Т. о. задача сводится к построению</p>	<p>- анализ объектов с целью выделения признаков (анализ условия задачи, выделение ключевых характеристик искомого параллелограмма); - выведение следствий (установление расположения вершин параллелограмма на основе свойств параллельного переноса); - установление причинно -следственных связей (связь между параллельным переносом окружности и нахождением вершины</p>

окружности $(O_i; r)$ полученной при параллельном переносе окружности $(O; r)$ на вектор \overline{AB} .	параллелограмма).
Построение	
<ol style="list-style-type: none"> 1. $\{O\} \rightarrow \{O_i\}$, при параллельном переносе на вектор \overline{AB}. 2. Окр $(O_i; r)$. 3. $(O; r) \cap (O_i; r) = C$. 4. $\{C\} \rightarrow \{D\}$, при параллельном переносе на вектор \overline{AB}. 5. Параллелограмм $ABCD$ – искомый. 	<ul style="list-style-type: none"> - выведение следствий (применение знания о параллельном переносе для построения образа окружности и нахождения вершины параллелограмма); - установление причинно - следственных связей (связь этапов построения с логикой решения, найденной на этапе анализа);
Доказательство	
<p>Точка C лежит на окружности $(O; r)$ по построению. Точка D получена параллельным переносом точки C на вектор \overline{AB}, следовательно, $CD \parallel AB$ и $CD = AB$. Точка D также лежит на окружности $(O; r)$, так как получена параллельным переносом точек окружности $(O_i; r)$ на вектор \overline{AB}.</p> <p>Четырехугольник $ABCD$ является параллелограммом и удовлетворяет всем условиям задачи.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - выдвижение гипотезы и ее обоснование (утверждение "точка D также лежит на окружности $(O; r)$" – это гипотеза, которая далее обосновывается); - установление причинно - следственных связей (утверждения в доказательстве связаны с предыдущими пунктами); - подведение под понятие (фигура $ABCD$ классифицируется как параллелограмм на основе выявленных свойств).
Исследование	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Не имеет решений: окружности $(O; r)$ и $(O_i; r)$ не пересекаются. 2. Имеет единственное решение: окружности $(O; r)$ и $(O_i; r)$ касаются внешним образом. 3. Имеет два решения: окружности $(O; r)$ и $(O_i; r)$ пересекаются. 	<ul style="list-style-type: none"> - выбор оснований и критериев для сравнения (критерием сравнения служит расстояние между центрами окружностей относительно их радиусов); - выведение следствий (из соотношения расстояния между центрами и радиусов делается вывод о количестве общих точек и количестве решений).

Таким образом, на каждом этапе решения геометрической задачи на построение обучающиеся проявляют огромный спектр УУПД, что подтверждает факт того, что задачи на построение являются эффективным инструментом формирования логических УУПД у школьников.

Комплекс задач на построение также способствует систематизации материала по определенной проблеме. Он разработан с учетом принципа

системности: изложение учебного материала структурировано таким образом, чтобы учащиеся могли постепенно развивать свои знания и навыки в данной области. Задания в комплексе не только представлены в определенной последовательности в зависимости от сложности, но также они взаимосвязаны, что позволяет учащимся постепенно углублять свои знания и применять их на практике.

2.3. Оценка результативности комплекса геометрических задач на построение, способствующих формированию универсальных учебных познавательных действий школьников

Педагогический эксперимент проводился во время прохождения учебной практики на базе муниципального бюджетного образовательного учреждения «Гимназия № 7» г. Красноярска. В эксперименте принимали участие 13 ученика 9 «Б» класса. Данный класс обучается по учебно-методическому комплексу (УМК) по геометрии Л.С. Атанасяна.

Работа по выявлению результативности методического продукта проходила в три этапа:

- На начальном этапе работы (констатирующий) был установлен исходный уровень сформированности универсальных учебных познавательных действий обучающихся.
- Непосредственно на формирующем этапе проводилась разработка плана работы с обучающимися с учетом выявленных особенностей класса и показателей диагностики универсальных учебных познавательных действий, после чего были проведены занятия, с использованием методического продукта (комплекса задач на построение).
- На завершающем этапе (контрольный) была осуществлена повторная диагностика уровня сформированности универсальных учебных познавательных действий.

В настоящем исследовании был сделан акцент на формировании и диагностике логических учебных познавательных действий, которые по-нашему мнению, в большей степени нуждаются в дополнительном стимулировании. Диагностировались умения анализировать, сравнивать, группировать, классифицировать и обобщать, выделять существенные и родовые признаки, делать умозаключение по аналогии. Для выявления исходного уровня сформированности логических учебных познавательных действий, учащихся был использован тест структуры интеллекта (TSI) Р. Амтхауэра (Приложение 3). Из данного теста были использованы 3 субтеста, каждый из которых направлен на выявление сформированности определенных действий:

Субтест 1: «ДП» (дополнение предложений): в процессе выполнения задания осуществляется процесс, который включает в себя синтез, сопоставление условий задачи с соответствующей информацией, и в первую очередь анализ самой задачи, чтобы определить, какие знания нужно актуализировать для ее решения. Максимально количество баллов – 20, время выполнения – 6 мин.

Субтест 2: «ИС» (исключение слова): результаты, полученные с помощью этого субтеста, позволяют судить о способности испытуемых выделять общие признаки и свойства предметов или понятий. Максимально количество баллов – 20, время выполнения – 6 мин.

Субтест 3: «Ан» (анalogии): нацелен на оценку способности к абстрактному мышлению, пониманию отношений между понятиями, и умение видеть общие закономерности в различных объектах или явлениях. Это связано с операцией обобщения, которая необходима для формирования аналогий. Максимально количество баллов – 20, время выполнения – 7 мин.

В результате выполнения заданий учащиеся получали определенное количество баллов, в зависимости от верности выполненного задания. Соотношение набранных баллов и количества учащихся, набравших определенные баллы по каждому субтесту, представим в следующих круговых диаграммах (рис. 12).

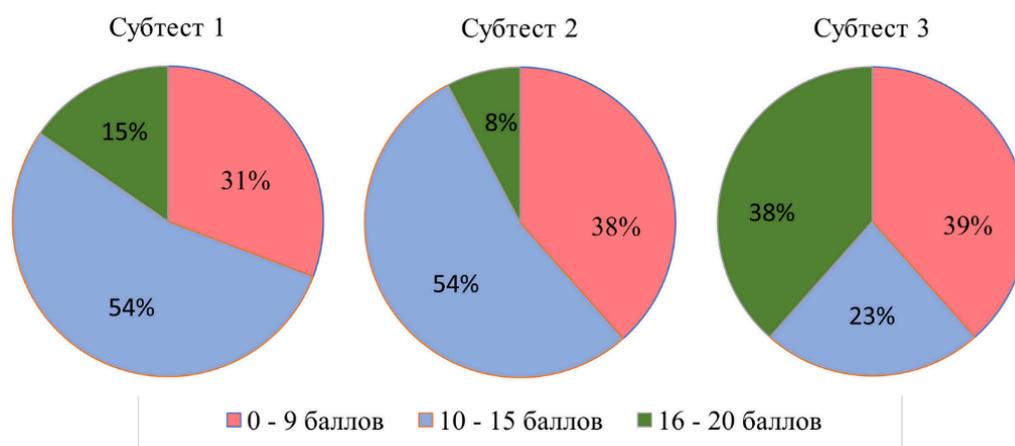


Рис. 12. Результаты теста структуры интеллекта на начальном этапе

Кроме того, использовался метод наблюдения с применением специально составленных бланков (Приложение 4), раскрывающие спектр логических универсальных учебных познавательных действий, в который входили: умение анализировать, умение составлять целое из частей (синтез), умение классифицировать (сравнивать, выделять существенные/ несущественные признаки объектов), умение устанавливать причинно - следственные связи. Наблюдение проводилось во время классно-учебных занятий, в течении недели. В качестве наблюдателей выступал как учитель-предметник, так и студенты практиканты. По результатам наблюдения была сформирована таблица, фрагмент

которой представлен на рисунке 13, иллюстрирующая уровень сформированности конкретной операции у каждого обучающегося в классе.

№	Фамилия ученика	Умение анализировать			Умение составлять целое из частей			Умение классифицировать				
		разделяет объект на части	располагает части в определенной последовательности	характеризует части этого объекта	выделяет основание объединения	объединяет элементы по заданному основанию	преобразовывает целое по другому основанию	определяет основание классификации объектов	распределяет элементы по заданному критерию	выделяет признаки, по которым сравниваются объекты	выделяет признаки сходства/различия	выделяет признаки объекта по определенному критерию
1	Бабаджанов	2	1	0	1	1	2	1	0	0	1	1
2	Барченко	1	1	1	0	0	0	2	1	0	1	0
3	Васильев	1	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0
4	Емель	0	1	1	1	2	1	1	1	0	2	2

Рис. 13. Фрагмент таблицы оценки проявления УУПД у обучающихся

На основе данной таблицы сформированность логических УУПД представим в виде столбчатой диаграммы (рис. 14), в которой умение 1 - умение анализировать, умение 2 - умение составлять целое из частей, умение 3 - умение классифицировать, умение 4 - умение устанавливать причинно - следственную связь.

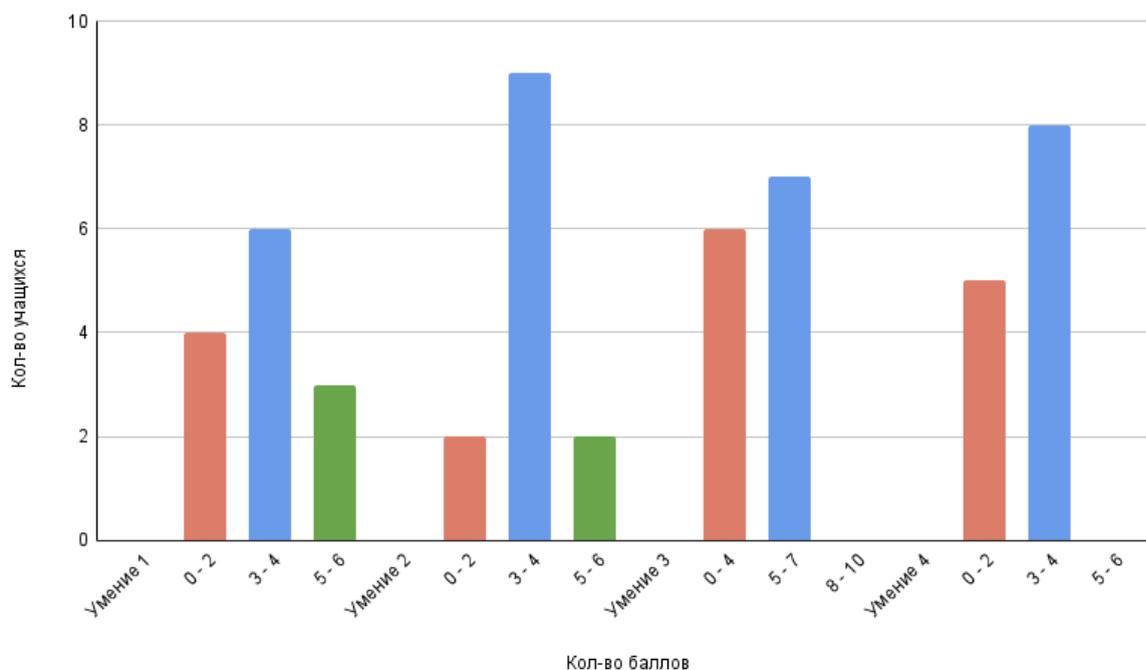


Рис. 14. Проявления логических УУПД на начальном этапе

Из диаграммы можно видеть, что умение анализировать часто проявлялось либо проявлялось на среднем уровне у 9 человек (3 - 6 баллов), в то время как у 4 человек не проявлялось вовсе (0 - 2 баллов); умение составлять целое из частей отмечено у 11 человек (3 - 6 баллов); хуже обстоят дела с умением классифицировать, оно наблюдается лишь у 7 человек (5 - 7 баллов), при том частое его проявление (8 - 10 баллов) не наблюдалось; умение устанавливать причинно - следственную связь также не проявлялось на постоянной основе (5 - 6 баллов) и не проявлялось у 5 человек (0 - 2 баллов)

Для формирующего этапа был составленный план работы с разработанным комплексом задач, который подразумевал групповую работу (3-4 человека), поскольку это облегчало прослеживание деятельности школьников. Работа осуществлялась во внеурочное время и включала в себя четыре занятия, которые проводились в течении недели. Приведем в таблице 13 этапы организации работы с задачами на построение и деятельность учителя и обучающегося на каждом этапе работы.

Таблица 13. План организации работы с задачами на построение

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающегося
Организационный	Постановка перед учащимися задачи. Распределение по группам. Проводит краткий экскурс по работе с программой “Живая математика” и рабочей тетрадью.	Знакомство с задачей и планом работы на занятии.
Выполнение работы	Выступает в качестве консультанта, помогает в работе с динамическими чертежами, а также отвечает на возникающие вопросы теоретического плана. Сохраняет мотивацию обучающихся на деятельность. Наблюдает и контролирует процесс решения задач на построение. Ведет оценочный лист.	Распределяют роли для решения поставленной задачи. Поэтапно решают задачи с применением программы “Живая математика”. В группах обсуждают ход решения
Выполнение итогового задания	Выполняет роль консультанта на заключительном этапе решения задачи на построение, если это требуется. Анализирует организованную работу в группах. Ведет оценочный лист	Выполняют итоговые задания в рабочей тетради. Сопоставляют полученные решения с заданиями в рабочей тетради.
Оценка результатов	Проверяет верность решенных	Представляют полученные в

	заданий. Координирует обучающихся в случае затруднений.	итоговом задании ответы. Сверяют свои ответы с ответами полученными у других групп, дополняют при необходимости ответы одноклассников.
Рефлексия деятельности	Проводит рефлексию деятельности. Корректировку выполненных заданий по необходимости. Подводит итоги всей групповой работы.	Подводят итог работы. Производят взаимно и самооценку.

Из разработанного комплекса задач на построение за указанный период удалось отработать метод осевой симметрии, метод центральной симметрии и метод поворота (вращения). На последнем занятии были решены последние задания из каждого рассмотренного ранее комплекса, а также проведена повторная диагностика уровня сформированности УУПД. Учащимся было предложено в очередной раз пройти четыре субтеста по методике тест структуры интеллекта (TSI) Р. Амтхауэра. По представленным диаграммам (рис. 15) можно заметить, что результаты учащихся по каждому субтесту хоть и незначительно, но все же возросли.

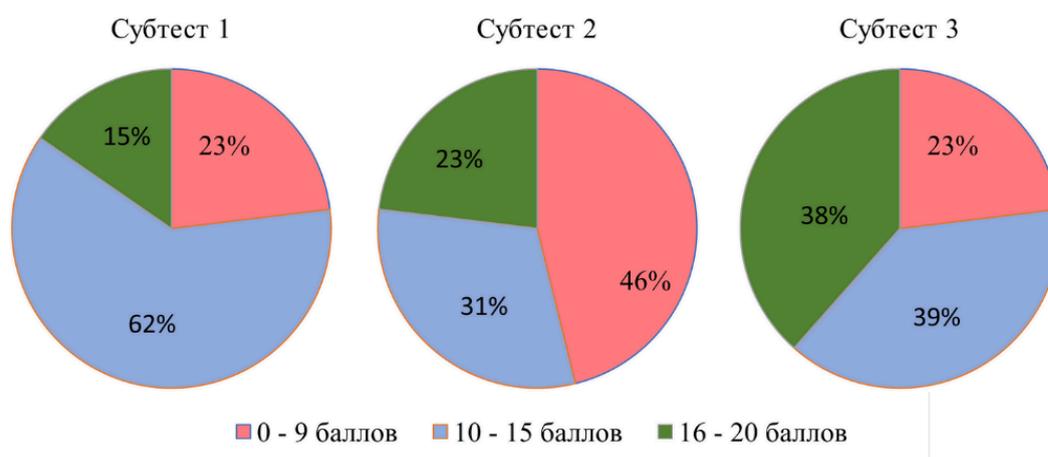


Рис. 15. Результаты теста структуры интеллекта после проведенной работы

Полученные результаты наблюдений можно рассмотреть на представленной столбчатой диаграмме (рис. 16). Так умение анализировать проявлялось у в целом у 10 человек (3 - 6 баллов), умение составлять целое из частей было отмечено у 12 человек (3 - 6 баллов), умение классифицировать проявилось у 9 человек (5 - 10 баллов), а умение устанавливать причинно - следственную связь у 11 человек (3 - 6 баллов).

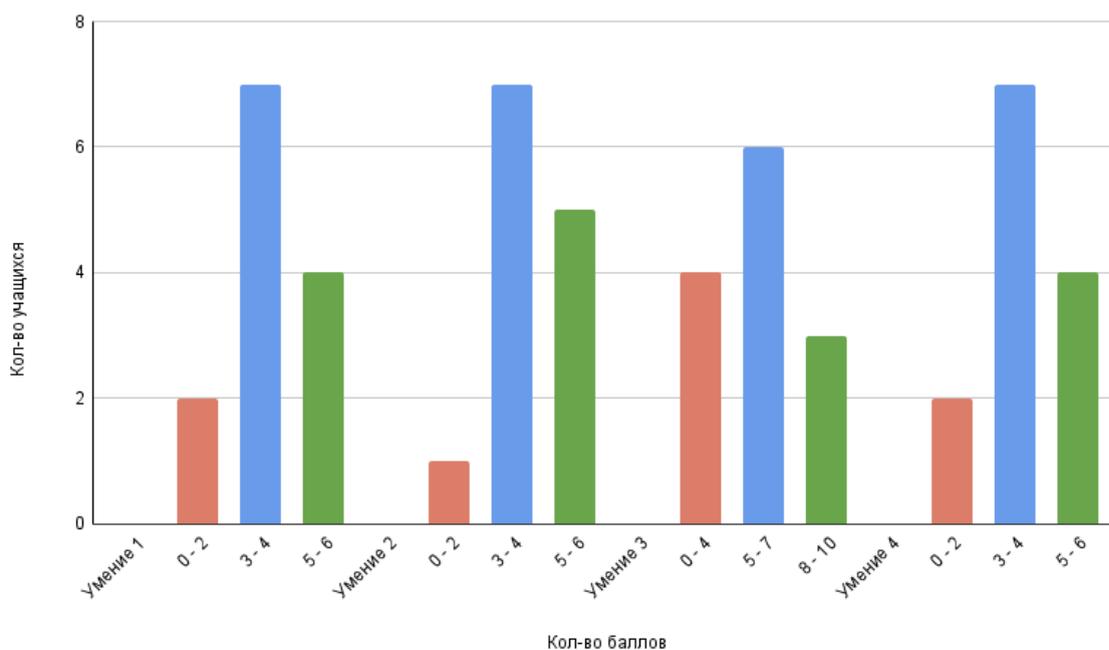


Рис. 16. Проявления логических УУПД после проведенной работы

При сравнении результатов диагностики на входе и выходе было отмечено, что у некоторых учащихся возросла степень проявления умения классифицировать и устанавливать причинно - следственную связь. Однако стоит обратить внимание, что за столь короткий период нельзя однозначно говорить о формировании каких-либо УУД в том числе познавательных, тем не менее достаточно того факта, что в процессе выполнения задач на построение учащиеся более активно осуществляли действия, необходимые для формирования рассматриваемых умений, чтобы сказать что подтверждается гипотеза о том, что с помощью применения геометрических задач на построение возможно формирование УУПД.

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2

Глава 2 была преимущественно направлена на разработку методического продукта. С этой целью были прежде всего изучены рекомендованные Министерством образования и науки РФ учебники для 7 - 9 классов. На основе анализа содержания линии конструктивной геометрии в данных учебниках было выявлено, что наметилась тенденция к уменьшению задач на построение от 7 к 9 классу. Кроме того, был проведен анализ задачного материала в пособиях по геометрии, который показал, что большинство авторов подразделяют задачи на построение по используемому методу решения.

Во втором параграфе главы были рассмотрены этапы разработки комплекса задач. В качестве основы для разработки комплекса задач были взяты такие

методы их решения, как: метод осевой и центральной симметрии, метод поворота (вращения) и метод параллельного переноса, что обусловлено тем, что разработанный комплекс рассчитан на обучающихся 9 классов. Кроме того был проведен методический разбор решения задач на построение по теме “Параллельный перенос”; определен перечень логических УУПД, формирование которых прослеживается на каждом этапе решения задач на построение из комплекса. Таким образом было выявлено, что при поэтапном осуществлении решения задачи на построение обучающийся проявляет широкий спектр логических УУПД.

В третьем параграфе описывается работа по апробации разработанного продукта. Процесс работы организуется не только с применением ИКТ в виде создания динамических чертежей в программе “Живая математика”, но и с использованием разработанных в дополнение к комплекту рабочей тетради. По результатам эксперимента было выявлено, что в процессе использования разработанного комплекса, учащиеся задействуют с высокой частотой большое количество УУПД. Таким образом гипотеза настоящего исследования была подтверждена.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Цель настоящего исследования заключалась в разработке комплекс геометрических задач на построение для 9 классов, направленных на формирование УУПД, а также методических рекомендаций для учителей по их применению. Решение поставленных в исследовании задач позволило достигнуть намеченной цели и привело к следующим выводам:

1. Анализ психолого-педагогической и методической литературы по теме исследования показал, что существует множество определений понятия «универсальные познавательные учебные действия», однако наиболее распространенным является определение, предложенное А. Г. Асмоловым. В соответствии с этим удалось определить, что УУПД подразделяются на общеучебные, включая знаково-символические, логические и действия постановки и решения проблем. Поэлементный разбор этих действий позволил понять, что в целом УУПД представляют из себя систему способов познания окружающего мира, путем работы с информацией.

2. Было определено понятие “геометрическая задача на построение” и изучена структура решения геометрической задачи на построение, с целью определения содержания каждого этапа решения. В процессе изучения структуры решения задач на построение удалось определить, что на каждом этапе учащиеся работают с информацией, непосредственно проводя синтез, анализ, сравнение и т.д. Кроме того, особенность задач на построение, заключающаяся в необходимости проведения построений с помощью линейки и циркуля, провоцирует обучающихся на применение уже знакомых алгоритмов работы с данными инструментами в изменяющихся условиях.

3. Разработка комплекса геометрических задач потребовала анализа теоретического и задачного материала по конструктивной геометрии в школьных учебниках 7 - 9 классов. В результате было выявлено, что на сегодняшний день в школьном курсе геометрии уделяется недостаточно внимания конструктивной геометрии, а задачный материал преимущественно носит доказательный и вычислительный характер. В связи с недостатком задачного материала возникла необходимость обратиться к учебным пособиям. В разработке комплекса задач в основу были взяты методы решения задач на построение, сам комплекс был построен с учетом принципа последовательности.

4. Апробация продукта была проведена преимущественно с целью определения действенности и выявления недочетов разработанного продукта. Для данной работы были разработано дополнительное сопровождение в виде рабочих листов, позволяющих отследить верность решенных задач, кроме того, для работы над задачами использовалась программа “Живая математика”, которая сделала процесс работы над комплексом более увлекательным. В процессе апробации

было установлено, что каждый этап решения задач на построение действительно подразумевает проявление школьником целого ряда УУПД.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеева Е. Е. Формирование познавательных умений учащихся 7-9 классов при обучении составлению задач в курсе геометрии: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Алексеева Елена Евгеньевна. Москва, 2017. 232 с.
2. Андрущак Г. В. Комментарий к статье Хизер Рольф «Политика вузов в условиях неопределенности: последствия реформы финансирования высшего образования» // Вопросы образования. 2006. №1.
3. Асмолов А. Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская [и др.]; под ред. А. Г. Асмолова. Москва : Просвещение, 2011. 159 с.
4. Асмолов А.Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли / А.Г. Асмолов. М.: Просвещение, 2010. 117 с.
5. Атанасян Л. С. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. организаций / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.]. 2-е изд. Москва: Просвещение, 2024. 383 с.
6. Берсенева О. В. Оценивание уровня сформированности познавательных универсальных учебных действий учащихся на уроках математики в 7-9 классах в условиях бипредметного мониторинга / О. В. Берсенева, А. С. Гаврилюк // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. Серия: Педагогика, психология. 2021. №1(44). С. 7 - 18.
7. Боженкова Л.И. Методика формирования универсальных учебных действий в обучении геометрии. 3-е изд. М.: Лаборатория знаний, 2020. – 250 с.
8. Ведерникова Л.В., Поворознюк О.А., Бырдина О.Г. Формирование социальной позиции педагога как механизма профилактики виктимности воспитанников // Педагогическое образование и наука. 2014 № 3 С. 52 - 55.
9. Гаврилюк А. С. Оценивание познавательных универсальных учебных действий обучающихся 7-9 классов при обучении математике // Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе: материалы Международной научно-практической интернет-конференции / А. С. Гаврилюк. Москва, 2019. С. 255–260.
10. Гельфман, Э. Г. Психодидактика школьного учебника : учебное пособие для вузов / Э. Г. Гельфман, М. А. Холодная. 2-е изд., испр. и доп. Москва : Издательство Юрайт, 2024. 328 с.
11. Горшкова Л. С., Марина Е. В. Геометрические построения: Учебное пособие для студентов и преподавателей педагогических вузов. Пенза: Изд-во ПГПУ имени В.Г. Белинского, 2018. 140 с.

12. Далингер В. А. Формирование у учащихся познавательных (логических) универсальных учебных действий при обучении математике // In Situ. 2016. № 1-2. С. 25-30.
13. Далингер В. А. Планиметрические задачи на построение: учеб. пособие. Омск: ОмГПУ, 1999. 202 с
14. Егупова М. В. Достижение метапредметных результатов в практико-ориентированном обучении геометрии (7-9 классы): монография / М. В.Егупова, Ю. В. Мошура. Калуга: Стрельцов И. А. (Эйдос), 2019.
15. Кечетников К.Г. Особенности проектирования интерфейса средств обучения // Информатика и образование 2002. №4. С. 65-74.
16. Краснова Г.А., Савченко П.А., Савченко Н.А. Общие подходы к созданию рационального интерфейса обучающих программ // Открытое образование. 2001. №6. С. 9-11.
17. Кубицкая М. С., Солощенко М. Ю. Использование программы GEOGEBRA в изучении планиметрии // StudNet. 2022. №7.
18. Курентьева Н. Е. Дифференцированный и индивидуальный подходы как технология обучения // Universum: психология и образование. 2018. №10 (52).
19. Лошкарева Н. А. Формирование системы общих учебных умений и навыков школьников. М.: МГПИ, 1981. 88 с.
20. Лукиных Л.В. Формирование познавательных универсальных учебных действий на уроках в начальной школе // Молодой учёный. 2015. № 10. С. 15-20.
21. Лушников И.Д., Ногтева Е.Ю. Формирование познавательных универсальных учебных действий в технологиях проектной и учебно- исследовательской деятельности учащихся: пособие для учителя. Вологда: ВИРО, 2013 176 с.
22. Майер В.Р. Обучение геометрии будущих бакалавров - учителей математики с использованием систем динамической геометрии // Вестник Красноярского педагогического университета В.П. Астафьева. 2015. № 1 (31). С. 60-64.
23. Нурмагомедов Д.М. Формирование УУД анализа через синтез в процессе обучения математике младших школьников / Д. М. Нурмагомедов, Н. Г. Гашаров, Н. Г. Магомедов [и др.] // Мир науки, культуры, образования. 2019. № 2(75). С. 55-57.
24. Новикова Л. Ю. Использование предметного опыта учащихся при обучении математике как условие формирования универсальных учебных действий // Вестник ТГПУ. 2011. №10. С. 141-144.
25. Огоновская И.С. Проекты гражданско-патриотической направленности в системе воспитательной работы образовательного учреждения. Проектная деятельность обучающихся. Методическое пособие для учителя / И.С. Огоновская. Екатеринбург, Патриот, 2017. 189 с.

26. Панцева Е. Ю., Кислякова О. П. Технология проблемного обучения в учебном процессе // Проблемы современного педагогического образования. 2021. №72-3.
27. Погорелов А.В. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. организаций / А.В. Погорелов. М.: Просвещение, 2014. 240 с.
28. Пойа Д. Математическое открытие. М.: Наука, 1976. 452 с.
29. Поскребышева Н.Н. Особенности практических занятий по теории планомерно-поэтапного формирования умственных действий и понятий П.Я. Гальперина // Национальный психологический журнал. 2017. №3(27). С. 76-81.
30. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. Ч1. М., Наука, 1991. 320 с.
31. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 370 "Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования" (Зарегистрирован 12.07.2023 № 74223). Доступ из справ. -правовой системы «Консультант плюс». URL: https://lic1-kansk-r04.gosweb.gosuslugi.ru/netcat_files/30/50/370_ot_18_05_23.pdf (дата обращения: 11.05.2024).
32. Романова Е.С. К проблеме дефиниции понятий «образовательная технология», «педагогическая технология», «технология обучения» в современной педагогической науке // Психология, социология и педагогика. 2016. № 5
33. Рунова Т. А., Гуцу Е. Г., Кочетова Е. В. Современный опыт использования методики В. К. Дьяченко «коллективный способ обучения» в образовании младших школьников // Нижегородское образование. 2023. №1.
34. Слета Ю.О. Структура умения анализировать условие планиметрической задачи учащимися основной школы // Наука и школа. 2017. №2. С. 175-180.
35. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Инновационные подходы в обучении геометрии: Монография. Ярославль-Москва: Канцлер, 2022. 146 с.
36. Теплоухова Л. А. Рефлексия в проектной деятельности как средство развития комплекса универсальных учебных действий // Пермский педагогический журнал. 2016. №8. С. 238-242.
37. Тумашева О. В. Обучение математике с позиции системно деятельностного подхода: монография / О. В. Тумашева, О. В. Берсенева; Красноярский государственный педагогический университет им. В. П. Астафьева. Красноярск, 2016.
38. Фрундин В. Н. Методика формирования приёмов анализа и синтеза при решении задач на построение в курсе геометрии 8 класса / В. Н. Фрундин, В. Ю. Шишлов // Актуальные проблемы теории и практики обучения физико-математическим и техническим дисциплинам в современном

- образовательном пространстве : IV Всероссийская (с международным участием) научно-практическая конференция, посвященная 75-летию факультета физики, математики, информатики Курского государственного университета, Курск, 16–17 декабря 2020 года. Курск: Курский государственный университет, 2020. С. 174-181.
39. Чуланова Н. А. Формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся в урочной и внеурочной деятельности: дисс. ...канд. пед. наук: 13.00.01 / Чуланова Наталия Анатольевна. Саратов, 2017. 224 с.

1. Анализ пособия по геометрии В.В. Прасолова "Задачи по планиметрии"

Пособие В.В. Прасолова "Задачи по планиметрии" состоит из двух частей и включает в себя нестандартные геометрические задачи несколько повышенного уровня сложности по сравнению со школьной программой. Книга предназначена для развития геометрических навыков и логического мышления у учащихся.

Первая часть пособия посвящена классическим темам планиметрии, включая задачи на построение, доказательства теорем, работу с треугольниками, четырехугольниками и окружностями. Во второй части рассматриваются геометрические преобразования и задачи на олимпиадную и кружковую тематику. Всего в пособии 29 глав, и классификация задач основана на методах решения геометрических задач.

Одна из глав посвящена методу геометрических преобразований треугольников (ГМТ) и содержит разнообразные задачи на построение разного уровня сложности, в которых применяется этот метод. Приводятся как основные ГМТ, так и более сложные их варианты.

Особый интерес представляет глава, посвященная геометрическим построениям треугольников, четырехугольников и окружностей с помощью различных методов. В этой главе представлен широкий набор задач на построение, включая построения с помощью одной линейки, одной двусторонней линейки и одного прямого угла. Также рассматриваются необычные построения, такие как деление угла на n равных частей.

Пособие включает отдельные главы, посвященные методам параллельного переноса, центральной симметрии, осевой симметрии, поворота и гомотетии. В каждой из этих глав объясняются основные понятия и принципы соответствующих методов, а также приводится набор задач разного уровня сложности на их применение.

В целом, пособие В.В. Прасолова "Задачи по планиметрии" является ценным источником для развития геометрических навыков и решения нестандартных задач. Оно подходит как для самостоятельной работы учащихся, так и для использования учителями в качестве дополнительного материала на уроках геометрии. Задачи в пособии помогут развить логическое мышление, пространственное воображение и творческий подход к решению геометрических проблем.

2. Анализ пособия "Геометрические построения" Л.С. Горшковой и Е.В. Мариной

Учебник "Геометрические построения" Л.С. Горшковой и Е.В. Мариной является подробным руководством по различным методам геометрических построений на плоскости. Он предназначен для студентов и преподавателей

математических специальностей, а также может быть полезен учителям математики и учащимся средних школ.

В учебнике рассматриваются задачи на построение с помощью циркуля и линейки, которые являются основными инструментами конструктивной геометрии. Система аксиом, описывающая возможности этих инструментов, представлена в первой главе. Общие аксиомы применимы к любому пространству, в то время как инструментальные аксиомы конкретизируют действия, которые можно выполнять с помощью циркуля и линейки.

Основные задачи на построение, такие как построение треугольника по трем сторонам или по двум сторонам и углу между ними, представлены в учебнике с подробными решениями. Эти задачи являются основой для более сложных построений.

Интересной особенностью учебника является схема решения задач на построение, состоящая из четырех этапов: анализа, построения, доказательства и исследования. Эта схема помогает учащимся систематически подходить к решению задач и развивать логическое мышление.

В последующих главах рассматриваются различные методы геометрических построений, включая метод пересечений, метод параллельного переноса, метод симметрии, метод поворота, метод подобия и гомотетии, метод инверсии и алгебраический метод. Каждая глава содержит объяснение метода, примеры построений и задачи для самостоятельной работы.

Особое внимание в пособии уделяется задачам на построение, которые не могут быть решены с помощью циркуля и линейки. Вводится понятие решения задач на построение иными средствами, такими как использование дополнительных инструментов или тригонометрических функций.

Также в учебнике рассматриваются задачи на построение, встречающиеся в школьных учебниках по геометрии, и задачи на построение на расширенной евклидовой плоскости, что позволяет учащимся применять свои знания в более широкой сфере.

В заключительной главе обсуждаются геометрические построения в пространстве, включая построения сечений многогранников и построения с использованием векторного метода.

В целом, пособие "Геометрические построения" Л.С. Горшковой и Е.В. Мариной является ценным ресурсом для изучения геометрических построений. Он содержит подробные объяснения, примеры и задачи, которые помогут учащимся развить свои навыки и понять принципы конструктивной геометрии. Этот учебник может быть полезен как для самостоятельного изучения, так и для использования в качестве учебного материала в школах и университетах.

Рабочая тетрадь для самостоятельной работы обучающихся по решению задач на построение методом геометрических преобразований

Субтест 1 - дополнение предложений

Инструкция

Каждое из заданий представляет собой незаконченное предложение, в котором нет одного слова. Вам нужно выбрать из нижеприведенного списка слов то, которое является, по вашему мнению, наиболее подходящим для завершения предложения, чтобы оно приобрело правильный смысл. Если вы нашли такое слово, нужно в листе ответов поставить рядом с номером задания ту букву, за которой стоит найденное слово среди других вариантов ответа.

Образец:

Кролик больше похож на...

а) кошку, б) белку, в) зайца, г) лису, д) ежа.

Правильный ответ: в) зайца, поэтому в бланке ответов для примера 01 перечеркнутая буква “в”.

Задачи 1 — 20

1. Человек, который скептически относится к прогрессу, является...
а) либералом, б) анархистом, в) радикалом, г) консерватором, д) демократом.
2. Сознательное присвоение чужой идеи и выдавание ее за свою называется...
а) макетом, б) пародией, в) компиляцией, г) плагиатом, д) издевкой.
3. Сторублевая купюра имеет ... см длины
а) 10 б) 15 в) 19 г) 13 д) 18
4. Соглашение путем взаимной уступки при столкновении каких-либо интересов — это ...
а) договор, б) обязательство, в) утверждение, г) постановление, д) компромисс.
5. Дядя ... старше своего племянника
а) редко, б) чаще всего, в) всегда, г) никогда, д) иногда
6. Крамской — это ...
а) поэт, б) художник, в) ученый, г) врач, д) композитор.
7. Конь всегда имеет ...
а) узду, б) подковы, в) сбрую, г) копыта, д) гриву.
8. Утверждение, что “чужая душа — потемки”...
а) неправильно, б) верно отчасти, в) научно доказано, г) сомнительно, д) гипотетично.
9. Отец ... опытнее своих сыновей
а) всегда, б) обычно, в) немного, г) изредка, д) принципиально.
10. Из указанных городов самый южный ...
а) Саратов, б) Харьков, в) Новороссийск, г) Самара, д) Ростов-на-Дону.

11. ... не предохраняет от несчастных случаев
а) задняя фара, б) защитные очки, в) аптечка, г) предупреждающий сигнал, д) железнодорожный шлагбаум.
12. Столкновение между спорящими несогласными сторонами это — ...
а) ссора, б) конфликт, в) нарушение, г) вражда, д) противоречие.
13. Наивысшую калорийность (питательность) имеет при равном количестве ...
а) рыба, б) мясо, в) жир, д) овощи.
14. Аллегория — это ...
а) намеренное преувеличение, б) сочетание реального и фантастического, в) игра слов, в) иносказание, д) легкая комедия.
15. Высказывание, в котором не уверены полностью, называется ...
а) парадоксальным, б) поспешным, в) двусмысленным, г) ошибочным, д) гипотетическим.
16. Влияние человека на его окружающих в большей степени зависит от его ...
а) силы, б) умения убеждать, в) положения, г) репутации, д) мудрости.
17. Рокотов — это ...
а) поэт, б) композитор, в) художник, г) ученый, д) изобретатель.
18. Расстояние между Москвой и Санкт-Петербургом ... км.
а) 500 б) 1050 в) 630 д) 100
19. При равном весе ... имеет большее содержание белка
а) молоко, б) яблоко, в) сыр, г) картофель, д) рыба.
20. Если мы знаем процент проигрышных лотерейных билетов, то мы можем высчитать:
а) число выигрышей, б) доход государства, в) возможность выигрыша, г) число участников, д) размеры выигрыша.

Субтест 2 - исключение слова

Инструкция

В этом разделе вам предлагаются ряды, содержащие по 5 слов, из всех пяти слов четыре могут быть объединены в одну группу по общему смыслу, подходящему для всех этих четырех слов. Пятое, лишнее по смыслу слово и должно быть вашим ответом на задание, которое иначе может быть названо так: «Найдите лишнее слово, не подходящее по смыслу к четырем другим из пяти названных». Это лишнее слово обозначено соответствующей буквой, которую необходимо проставить рядом с номером задания.

Образец :

1. а) стол; б) стул; в) голубь; г) диван; д) шкаф.

Ответ 1в, т. к. «голубь» не относится к предметам мебели, а смысл объединения слов именно таков. Слово «голубь» является лишним по смыслу в ряду названных слов.

Задачи 21 — 40

21. а) вывод, б) решение, в) приговор, г) инициатива, д) постановление.
22. а) состоятельный, б) зажиточный, в) неимущий, г) обеспеченный, д) денежный.
23. а) автобус, б) мотороллер, в) машина, г) велосипед, д) мотоцикл.
24. а) смелый, б) мужественный, в) надежный, г) трусливый, д) верный.
25. а) собака, б) корова, в) овца, г) лось, д) лошадь.
26. а) моряк, б) плотник, в) шофер, г) пловец, д) парикмахер.
27. а) развод, б) прощание, в) встреча, г) расставание, д) разлука.
28. а) овальный, б) длинный, в) острый, г) круглый, д) многогранный.
29. а) освободить, б) отделить, в) связать, г) разложить, д) пилить.
30. а) рефлекс, б) ответ, в) эхо, г) активность, д) зеркало.
31. а) бритье, б) отламывание, в) изгибание, г) резание, д), стрижка.
32. а) стрижка, б) тромбон, в) кларнет, г) охотничий рожок, в) саксофон.
33. а) видеть, б) слышать, в) пробовать, г) говорить, д) нюхать.
34. а) занавес, б) сеть, в) решетка, г) фильтр, д) стена.
35. а) писать, б) сечь, в) месить, г) читать, д) аплодировать.
36. а) волнистый, б) шероховатый, в) горбатый, г) гладкий, д) прямой.
37. а) мост, б) граница, в) супружество, г) железная дорога, д) товарищество.
38. а) планирование, б) учение, в) реклама, г) продажа, д) тренировка.
39. а) направление, б) течение, в) движение, г) устремление, д) курс.
40. а) застежка-молния, б) шлагбаум, в) водопроводный кран, г) отвертка, д) штопор.

Субтест 3 - аналогии

Инструкция

В разделе 3 даны такие задания, в которых не хватает одного слова во второй паре слов. Первая пара слов — полная, состоящая из двух взаимосвязанных по смыслу слов; нужно понять смысл этой взаимосвязи, чтобы в соответствии с ним выбрать недостающее во второй паре слово из пяти слов, приводимых ниже.

Образец:

1. Лес: дерево = луг: ...?

а) куст; б) пастбище; в) трава; г) сено; д) тропинка. Ответ 1 в, т. к. взаимоотношения леса и деревьев имеет такой же смысл, как взаимное отношение луга и травы.

Задачи 41 — 60

41. Электричка: рельсы = автобус: ...

а) колеса, б) оси, в) шины, г) шоссе, д) скорость.

42. Мелодия: ноты = слова: ...

а) книга, б) чтение, в) буквы, г) рассказ, д) строка.

43. Река: берег = улица: ...

а) дорога, б) мостовая, в) тротуар, г) здание, д) шоссе.

44. Горы: перевал = река: ...

а) мостки, б) мост, в) брод, г) паром, д) лодка.

45. Пальто: юбка: = шерсть: ...

а) ткань, б) овца, в) шелк, г) свитер, д) текстиль.

46. Спортсмен: шиповки: = ученый: ...

а) библиотека, б) исследование, в) работа, г) изучение, д) микроскоп.

47. Барсук: борзая = горение: ...

а) пожарник, б) фонарь, в) взрыв, г) спичка, д) лесной пожар.

48. Серебро: золото = перстень: ...

а) часы, б) рубин, в) драгоценный камень, г) браслет, д) платина.

49. Лестница: стремянка = дом: ...

а) лифт, б) двор, в) винтовая лестница, г) палатка, д) комната.

50. Язык: кислое = нос: ...

а) пахнуть, б) дышать, в) пробовать, г) жженный, д) соленое.

51. Цветы: ваза = птица: ...

а) гнездо, б) воздух, в) кусты, г) дерево, д) клетка.

52. Гнев: аффект = печаль: ...

а) радость, б) злость, в) горе, г) отрада, д) жестокость.

53. Совещание: постановление = рассматривать: ...

а) обсуждать, б) решать, в) оценивать, г) взвешивать, д) обдумывать.

54. Дерево: строгать = железо ...

а) чеканить, б) сгибать, в) лить, г) шлифовать, д) ковать.

55. Сердце: насос = мозг: ...

а) мышление, б) центр, в) разум, г) голова, д) нервы.

56. Самолет: вертолет = кладка: ...

а) дом, б) панель, в) цемент, г) высотное строение, д) кирпич.

57. Слепота: цвет = глухота: ...

а) слух, б) услышать, в) тон, г) слова, д) ухо.

58. Нерв: провод = зрачок: ...

а) сияние, б) глаз, в) зрение, г) свет, д) диафрагма.

59. Кровь: вена = вода: ...

а) шлюз, б) русло, в) гидрант, г) дождь, д) водосточная труба.

60. Потребность: изобретение = жара: ...

а) жажда, б) экватор, в) лед, г) солнце, д) прохлада.

Тест структуры интеллекта. Ключ

Субтест 1	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
	г г г д б б г б б в в б в г д б в г в в
Субтест 2	21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37
	г в г г г г в б в г в а г д г д б
	38 39 40
	г в д
Субтест 3	41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57
	г в в в в д а г г г д в б г б б в
	58 59 60
	д б а

Ф.И.О: _____

УУПД	ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ УЧАЩЕГОСЯ	ЗАМЕР 1	ЗАМЕР 2
Умение анализировать	Разделяет объект на части		
	Располагает части в определенной последовательности		
	Характеризует части этого объекта		
Умение составлять целое из частей	Выделяет основание объединения		
	Объединяет элементы по заданному основанию		
	Преобразовывает целое по другому основанию		
Умение классифицировать	Определяет основание классификации объектов		
	Распределяет элементы по заданному критерию		
	Выделяет признаки, по которым сравниваются объекты		
	Выделяет признаки сходства/различия		
	Выделяет признаки объекта по определенному критерию		
Умение устанавливать причинно - следственные связи	Определяет истинность логических суждений по заданным исходным условиям		
	Определяет исходные условия по заданным логическим суждениям		
	Определяет условия по заданным исходным данным и конечному результату.		

0 - не проявляет осуществление действия

1- осуществляет действие, но редко

2 - осуществляет действие, часто