

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Красноярский государственный педагогический университет
им. В.П. Астафьева»

Институт математики, физики и информатики

Кафедра-разработчик: кафедра математики и методики обучения математике

УТВЕРЖДЕНО

на заседании кафедры математики и МОМ
протокол № 9 от «08» мая 2024 г.
Зав. кафедрой М.Б. Шашкина

ОДОБРЕНО

на заседании НМСС(Н) ИМФИ,
протокол № 7 от «15» мая 2024 г.
Председатель Е.А. Аёшина

ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся

Математическая логика

(наименование дисциплины/модуля/вида практики)

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

(код и наименование направления подготовки)

Математика и информатика

(направленность (профиль) образовательной программы)

Бакалавр

(квалификация (степень) выпускника)

Составитель

Кейв М.А., доцент кафедры математики и МОМ

Красноярск 2024

1. Назначение фонда оценочных средств

1.1. **Целью** создания ФОС дисциплины «Математическая логика» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. ФОС по дисциплине решает **задачи**:

- контроль и управление процессом освоения студентами необходимых знаний, умений, навыков и уровня сформированности компетенций, определенных в ФГОС ВО по соответствующему направлению подготовки;
- контроль (с помощью набора оценочных средств) и управление (с помощью элементов обратной связи) достижением целей реализации ОПОП, определенных в виде набора универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций выпускников;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс Университета.

1.3. ФОС разработан на основании нормативных **документов**:

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (уровень бакалавриата);
- образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы Математика и информатика, квалификация (степень) «бакалавр»;
- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» и его филиалах.

2. Перечень компетенций с указанием показателей и критериев оценивания

Код и наименование компетенции и для ОП ВО, индикаторы достижения компетенции (ИДК)	Шкала оценивания			
	«отлично»	«хорошо»	«удовлетворительно»	«неудовлетворительно»
	«зачтено»			«не зачтено»
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач				
УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	<i>Критерий</i> Правильно применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности (правильно выполнены задания более 90% инвариантной и более 75% вариативной частей самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Применяет логические формы и процедуры в достаточном объеме, допускает неточности при рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности (правильно выполнены более 80% заданий инвариантной и не менее 50% заданий вариативной самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Способен решать задачи по заданному алгоритму. Испытывает затруднения в использовании логических форм и процедур, частично способен к рефлексии по поводусобственной и чужой мыслительной деятельности (правильно выполнены более 60% заданий инвариантной и имеются верно выполненные задания вариативной самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Не способен к рефлексии по поводусобственной и чужой мыслительной деятельности (правильно выполнены менее 60% заданий инвариантной самостоятельной работы)
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач				
ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)	<i>Критерий</i> Обладает полным теоретическим знанием структуры, состава и дидактических единиц преподаваемого предмета (правильно выполнены задания более 90% инвариантной и более 75% вариативной частей самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Обладает знанием структуры, состава и дидактических единиц преподаваемого предмета в достаточном объеме (правильно выполнены более 80% заданий инвариантной и не менее 50% заданий вариативной самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Обладает знанием структуры, состава и дидактических единиц преподаваемого предмета в неполном объеме (правильно выполнены более 60% заданий инвариантной и имеются верно выполненные задания вариативной самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Обладает знанием структуры, состава и дидактических единиц преподаваемого предмета в недостаточном объеме (правильно выполнены менее 60% заданий инвариантной самостоятельной работы)

<p>ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО</p>	<p><i>Критерий</i> Обладает полным знанием теоретического материала и владеет умением осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения (правильно выполнены задания более 90% инвариантной и более 75% вариативной частей самостоятельной работы)</p>	<p><i>Критерий</i> Обладает знанием материала в достаточном объеме и умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения (правильно выполнены более 80% заданий инвариантной и не менее 50% заданий вариативной самостоятельной работы)</p>	<p><i>Критерий</i> Обладает знанием по отбору учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в неполном объеме (правильно выполнены более 60% заданий инвариантной и имеются верно выполненные задания вариативной самостоятельной работы)</p>	<p><i>Критерий</i> Обладает знанием по отбору учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в недостаточном объеме (правильно выполнены менее 60% заданий инвариантной самостоятельной работы)</p>
<p>ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов</p>				
<p>ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)</p>	<p><i>Критерий</i> Обладает полным знанием теоретического материала и владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (правильно выполнены задания более 90% инвариантной и более 75% вариативной частей самостоятельной работы)</p>	<p><i>Критерий</i> Обладает знанием материала в достаточном объеме и демонстрирует владение способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (правильно выполнены более 80% заданий инвариантной и не менее 50% заданий вариативной самостоятельной работы)</p>	<p><i>Критерий</i> Обладает знанием материала в неполном объеме и допускает неточности при использовании способов интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (правильно выполнены более 60% заданий инвариантной и имеются верно выполненные задания вариативной самостоятельной работы)</p>	<p><i>Критерий</i> Обладает знанием материала в недостаточном объеме, не владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (правильно выполнены менее 60% заданий инвариантной самостоятельной работы)</p>

**Задания для типовых контрольных работ
по дисциплине «Математическая логика»
Контрольная работа 1. Алгебра высказываний**

1. Выясните с помощью таблицы истинностных значений, являются ли равносильными следующие формулы:

$$F = ((A \wedge B) \rightarrow C) \rightarrow B \text{ и } G = (A \wedge B \wedge \bar{C}) \vee B.$$

2. Определите тип формулы с помощью ДНФ и КНФ:

$$F = (A \rightarrow B) \rightarrow ((A \wedge C) \rightarrow (B \wedge C)).$$

3. Докажите на основе правил логического вывода и свойств логического следствия:

$$A \rightarrow B, \bar{A} \rightarrow C, \bar{D} \rightarrow \bar{C} \mid = \bar{B} \rightarrow D$$

4. Выясните, справедливо ли следующее рассуждение: «Намеченная атака удастся, только если захватить противника врасплох или же если позиции его плохо защищены. Захватить его врасплох можно, если только он беспечен. Он не будет беспечен, если его позиция плохо защищена. Значит, атака не удастся».

Контрольная работа 2. Логика предикатов

1. На множестве целых чисел задан двухместный предикат

$$P(x, y) = \text{«}x \text{ делится на } y\text{»}.$$

Определите истинностное значение следующих высказываний:

- а) $\forall x \exists y P(x, y)$;
б) $\exists x \forall y P(x, y)$.

2. Является ли формула логики предикатов $\overline{\forall x P(x) \Delta \overline{P(y)}}$ общезначимой?

3. Выяснить, являются ли логически правильными следующие рассуждения:

- а) *«Некоторые прокуроры – не шахматисты. Все прокуроры – юристы. Следовательно, некоторые юристы не шахматисты».*
б) *«Все дикари раскрашивают свое тело. Некоторые современные женщины раскрашивают свое тело. Следовательно, некоторые современные женщины – дикари».*

**Контрольные вопросы по темам основных разделов дисциплины
«Математическая логика»**

Раздел 1. Алгебра высказываний

Тема 1.1. Введение в математическую логику. Высказывания. Логические операции над высказываниями.

1. Определение высказывания. Примеры высказываний. Примеры простых и составных высказываний.
2. Логические операции над высказываниями. Истинностные значения высказываний.
3. Нахождение истинностных значений высказываний с помощью определений логических операций и построения таблиц истинности. Примеры.

Тема 1.2. Формулы алгебры высказываний: классификация формул, равносильность формул.

1. Понятие формулы алгебры высказываний, примеры.
2. Тождественно истинные, тождественно ложные, выполнимые формулы, свойства. Примеры.
3. Равносильные формулы алгебры высказываний. Свойства отношения «равносильности». Основные равносильности. Методы установления равносильности между формулами алгебры высказываний. Примеры.

Тема 1.3. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы формул алгебры высказываний. Совершенные нормальные формы формул алгебры высказываний.

1. Конъюнктивная нормальная форма (КНФ) и дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ).
2. Алгоритм приведения к ДНФ и КНФ любой формулы алгебры высказываний. Примеры.
3. Условия тождественной истинности и тождественной ложности формул алгебры высказываний с использованием КНФ и ДНФ.

Тема 1.4. Логическое следствие в алгебре высказываний. Правила логического вывода. Анализ рассуждений.

1. Определение и свойства отношения логического следствия на множестве формул алгебры высказываний. Примеры.
2. Методы установления логического следствия формул алгебры высказываний. Примеры.
3. Правила вывода. Примеры на применение правил вывода и других способов установления логического вывода. Анализ рассуждений.

Тема 1.5. Аксиоматический метод. Критерии системы аксиом. Необходимые и достаточные условия.

1. Основная суть аксиоматического метода построения научной теории. Примеры аксиоматических теорий.
2. Критерии корректности системы аксиом. Примеры.
3. Необходимое и достаточное условие. Примеры.

Раздел 2. Логика предикатов

Тема 2.1. Введение в логику предикатов: определение предиката; область истинности, логические операции над предикатами, кванторы.

1. Определение предиката. Примеры.
2. Логические и кванторные операции над предикатами. Область действия квантора. Свободные и связанные переменные. Примеры.
3. Запись математических предложений в виде формул логики предикатов. Примеры.

Тема 2.2. Формулы логики предикатов.

1. Определение формулы логики предикатов. Примеры. Алгоритм замещения в закрытых и открытых формулах логики предикатов. Примеры.
2. Классификация формул логики предикатов. Примеры.
3. Определение и свойства отношения равносильности между

формулами логики предикатов. Примеры.

Тема 2.3. Предваренная нормальная форма формул логики предикатов. Проблема разрешимости.

1. Определение предваренной нормальной формы для формул логики предикатов. Примеры.
2. Алгоритм приведения любой формулы логики предикатов к предваренной нормальной форме. Примеры.
3. Проблема разрешимости для некоторых видов формул логики предикатов. Примеры.

Тема 2.4. Логическое следствие и анализ рассуждений в логике предикатов. Логическая структура теорем.

1. Определение и свойства отношения логического следствия на множестве формул логики предикатов. Примеры.
2. Правила вывода в логике предикатов. Примеры на применение правил вывода и других способов установления логического вывода.
3. Анализ рассуждений на языке логики предикатов. Примеры.

Примерная тематика проектов по дисциплине «Математическая логика»

Проект 1. Разработайте для школьников комплекс исторических экскурсов о становлении и развитии математической логики.

Примерный план экскурса в историю науки:

- сведения о зарождении науки; примеры проблемных, старинных задач, давших толчок к развитию науки;
- хронология основных переломных этапов развития науки;
- биографические сведения, освещающие судьбы научных идей и судьбы их творцов;
- сведения о современных тенденциях развития науки;
- библиографический список литературы для желающих более подробно познакомиться с историей развития науки;
- кроссворд или викторина по историческому экскурсу.

Форма представления результатов выполнения задания: презентация исторических экскурсов.

Проект 2. Разработайте и создайте популярный ознакомительно-обзорный Web-сайт о математической логике для школьников.

Примерный план Web-сайта:

- Что изучает математическая логика?
- Исторический экскурс о математической логике.
- Парадоксы или игры разума.
- Язык математической логики.
- Логическое следствие.
- Анализ рассуждений.
- Логические задачи.
- Кроссворд, тест, ребус или викторина.

Форма представления результатов выполнения задания: Web-сайт и его презентация.

Проект 3. Напишите статью и доклад для ежегодной научно-практической

конференции студентов и молодых ученых «Молодежь и наука XXI века» на одну из следующих тем: «Логические задачи и методы их решения»; «Аксиоматический метод и формальные критерии корректности системы аксиом»; «Софизмы и парадоксы в обучении школьников» и др. Примерный план научной статьи:

1) Введение. Сведения об актуальности темы статьи. Чему посвящена статья? Какой вопрос затрагивается в статье? Основная цель статьи и т.п.

2) Основная часть. Обоснованно раскрываются теоретические и практические аспекты проблематики статьи. Примеры.

3) Заключение. Основные выводы, результаты, рекомендации и т.п.

4) Библиографический список используемой литературы.

Форма представления результатов выполнения задания: печатный и электронный экземпляр статьи, подготовленный доклад с презентацией.

Проект 4. Создайте номер популярного журнала для школьников, в рамках которого будут освещаться популярные вопросы математической логики. Осуществите его выпуск и презентацию.

Форма представления результатов выполнения задания: печатный и электронный экземпляр журнала, подготовленный стендовый доклад с презентацией.

Проект 5. Составьте методическую копилку «В помощь учителю математики» по рубрике «Занимательные логические задачи» с решениями.

Форма представления результатов выполнения задания: печатный и электронный экземпляр альбома – методическая копилка «в помощь учителю математики» и ее презентация.

Контрольные вопросы для зачёта по дисциплине «Математическая логика»

1. Высказывания. Операции над высказываниями. Формулы алгебры высказываний. Тавтологически истинные, тавтологически ложные, выполнимые формулы, свойства.
2. равносильные формулы алгебры высказываний. Свойства. Основные равносильности.
3. Конъюнктивная нормальная форма (КНФ) и дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ), приведение к ним любой формулы логики высказываний. Условия тавтологической истинности и тавтологической ложности формул с использованием КНФ и ДНФ.
4. Логическое следствие формул: определение, примеры, свойства.
5. Связь логического следствия с тавтологической истинностью формул.
6. Правила вывода. Примеры на применение правил вывода и других способов установления логического следствия. Метод от противного.
7. Определение предиката. Примеры. Операции над предикатами. Кванторы.
8. Формулы логики предикатов. Замещение в формуле, примеры. Значение формулы логики предикатов. Тавтологически истинные формулы на множестве, выполнимые, общезначимые.
9. равносильные формулы логики предикатов, свойства, основные равносильности. Предваренная нормальная форма.
10. общезначимые и выполнимые формулы. Свойства.
11. Логическое следствие множества формул, свойства, связь с общезначимыми формулами.
12. Запись математических предложений в виде формул логики предикатов.
13. Исчисление высказываний (ИВ): символы, формулы, аксиомы, правила вывода. Тавтологическая истинность теорем ИВ. Непротиворечивость ИВ.
14. Об исчислении предикатов и формальных аксиоматических теориях. Непротиворечивость формальной аксиоматической теории, полнота, категоричность.