### МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет

им. В.П. Астафьева»

### Институт математики, физики и информатики

(наименование института/факультета)

Кафедра-разработчик математики и методики обучения математике (наименование кафедры)

#### **УТВЕРЖДЕНО**

#### ОДОБРЕНО

На заседании кафедры
Протокол № 9 от «03» мая 2023
<u>Шашкина Мария Борисовна</u>
ФИО зав. кафедрой

На заседании научно-методического совета специальности (направления подготовки)
Протокол № 8 от 17 мая 2023

#### ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся

#### по теории чисел

наименование дисциплины /практики/модуля

Для профилей по направлениям подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование, 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) «математика» и «информатика» реализуемых на основе единых подходов к структуре и содержанию «Ядра высшего педагогического образования»

Квалификация: бакалавр

Составитель: <u>С.И. Калачева, доцент</u> (ФИО, должность)

# промежуточный контроль

# ИТОГОВЫЙ ТЕСТ ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ (зачёт)

	Запишите число из промежутка [-5; 1], сравнимое с 12 по модулю 6
2.	Выберите верные сравнения:
	1) $13^4 \equiv 1 \pmod{5}$ ; 2) $28^8 \equiv 1 \pmod{10}$ ;
	3) $28^8 \equiv 1 \pmod{5}$ ; 4) $13^4 \equiv 1 \pmod{7}$ .
3.	Какие из записанных систем чисел являются полными системами вычетов по
	модулю 7?
	1) {1, 2, 3, 4, 5, 6}; 2) {0, 1, 9, 3, -3, 5, 20};
	3) {-2, 1, 2, 3, 4, 5, 6}; 4) {1, 2, 0, 10, 4, -5, 6}.
4.	Какие из записанных систем чисел являются приведенными системами вычетов по
	модулю 8?
	1) {2, 4, 6}; 2) {1, -5, 3, -1}; 3) {1, 3, 5, 7}; 4) {-7, -3, 1, 13}.
5.	Какие из записанных выражений не являются верными?
	1) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow a + c \equiv b + d(m)$
	2) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow a - c \equiv b - d(m)$
	3) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow ac \equiv bd(m)$
	4) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow a + d \equiv b + c(m)$
6.	
7.	По какому модулю приведенная система вычетов содержит 6 чисел?
Q	
8.	Количество классов вычетов по модулю 60, взаимно простых с модулем, равно
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	. Какую степень имеет сравнение $8x^{20} - 15x^{19} + 7x^{18} + 28x^{17} - 4x^{16} + 30x^{15} +$
9.	Какую степень имеет сравнение $8x^{20}-15x^{19}+7x^{18}+28x^{17}-4x^{16}+30x^{15}+10x^6-4x^3+23x^2-21x-11\equiv 0 (mod\ 13)$
9. 10	Какую степень имеет сравнение $8x^{20}-15x^{19}+7x^{18}+28x^{17}-4x^{16}+30x^{15}+10x^6-4x^3+23x^2-21x-11\equiv 0 (mod\ 13)$ . Найдите остаток от деления $3^{80}+7^{80}$ на $11$
9. 10	Какую степень имеет сравнение $8x^{20}-15x^{19}+7x^{18}+28x^{17}-4x^{16}+30x^{15}+10x^6-4x^3+23x^2-21x-11\equiv 0 (mod\ 13)$
9. 10 11	Какую степень имеет сравнение $8x^{20}-15x^{19}+7x^{18}+28x^{17}-4x^{16}+30x^{15}+10x^6-4x^3+23x^2-21x-11\equiv 0 (mod\ 13)$ . Найдите остаток от деления $3^{80}+7^{80}$ на $11$ . Решением сравнения $20x\equiv 15 (mod\ 7)$ являются числа класса вычетов
9. 10 11	Какую степень имеет сравнение $8x^{20}-15x^{19}+7x^{18}+28x^{17}-4x^{16}+30x^{15}+10x^6-4x^3+23x^2-21x-11\equiv 0 (mod\ 13)$ . Найдите остаток от деления $3^{80}+7^{80}$ на $11$ . Решением сравнения $20x\equiv 15 (mod\ 7)$ являются числа класса вычетов . Определите количество решений сравнения $12x-9\equiv 0 (mod\ 6)$ :
9. 10 11 12	Какую степень имеет сравнение $8x^{20}-15x^{19}+7x^{18}+28x^{17}-4x^{16}+30x^{15}+10x^6-4x^3+23x^2-21x-11\equiv 0 (mod\ 13)$ . Найдите остаток от деления $3^{80}+7^{80}$ на $11$ . Решением сравнения $20x\equiv 15 (mod\ 7)$ являются числа класса вычетов . Определите количество решений сравнения $12x-9\equiv 0 (mod\ 6):10; 2)1; 3)2; 4)3.$
9. 10 11 12	Какую степень имеет сравнение $8x^{20}-15x^{19}+7x^{18}+28x^{17}-4x^{16}+30x^{15}+10x^6-4x^3+23x^2-21x-11\equiv 0 (mod\ 13)$ . Найдите остаток от деления $3^{80}+7^{80}$ на $11$ . Решением сравнения $20x\equiv 15 (mod\ 7)$ являются числа класса вычетов . Определите количество решений сравнения $12x-9\equiv 0 (mod\ 6): 1)\ 0;  2)\ 1;  3)\ 2;  4)\ 3.$ . Вычислите $\varphi(600)$
9. 10 11 12	Какую степень имеет сравнение $8x^{20}-15x^{19}+7x^{18}+28x^{17}-4x^{16}+30x^{15}+10x^6-4x^3+23x^2-21x-11\equiv 0 (mod\ 13)$ . Найдите остаток от деления $3^{80}+7^{80}$ на $11$ . Решением сравнения $20x\equiv 15 (mod\ 7)$ являются числа класса вычетов . Определите количество решений сравнения $12x-9\equiv 0 (mod\ 6): 1)\ 0;  2)\ 1;  3)\ 2;  4)\ 3.$ . Вычислите $\varphi(600)$
9. 10 11 12	Какую степень имеет сравнение $8x^{20}-15x^{19}+7x^{18}+28x^{17}-4x^{16}+30x^{15}+10x^6-4x^3+23x^2-21x-11\equiv 0 (mod\ 13)$ . Найдите остаток от деления $3^{80}+7^{80}$ на $11$ . Решением сравнения $20x\equiv 15 (mod\ 7)$ являются числа класса вычетов . Определите количество решений сравнения $12x-9\equiv 0 (mod\ 6):10; 2)1; 3)2; 4)3.$
9. 10 11 12	Какую степень имеет сравнение $8x^{20}-15x^{19}+7x^{18}+28x^{17}-4x^{16}+30x^{15}+10x^6-4x^3+23x^2-21x-11\equiv 0 (mod\ 13)$ . Найдите остаток от деления $3^{80}+7^{80}$ на $11$ . Решением сравнения $20x\equiv 15 (mod\ 7)$ являются числа класса вычетов . Определите количество решений сравнения $12x-9\equiv 0 (mod\ 6): 1)\ 0;  2)\ 1;  3)\ 2;  4)\ 3.$ . Вычислите $\varphi(600)$
9. 10 11 12	Какую степень имеет сравнение $8x^{20}-15x^{19}+7x^{18}+28x^{17}-4x^{16}+30x^{15}+10x^6-4x^3+23x^2-21x-11\equiv 0 (mod\ 13)$ . Найдите остаток от деления $3^{80}+7^{80}$ на $11$ . Решением сравнения $20x\equiv 15 (mod\ 7)$ являются числа класса вычетов . Определите количество решений сравнения $12x-9\equiv 0 (mod\ 6)$ : $1)\ 0;  2)\ 1;  3)\ 2;  4)\ 3$ . Вычислите $\varphi(600)$ . Система сравнений $\begin{cases} x\equiv 6 (mod\ 7) \\ x\equiv 27 (mod\ 4) \\ x\equiv -13 (mod\ 6) \end{cases}$
9. 10 11 12 13 14	Какую степень имеет сравнение $8x^{20}-15x^{19}+7x^{18}+28x^{17}-4x^{16}+30x^{15}+10x^6-4x^3+23x^2-21x-11\equiv 0 (mod\ 13)$ . Найдите остаток от деления $3^{80}+7^{80}$ на $11$ . Решением сравнения $20x\equiv 15 (mod\ 7)$ являются числа класса вычетов . Определите количество решений сравнения $12x-9\equiv 0 (mod\ 6)$ : $1)\ 0; \ 2)\ 1; \ 3)\ 2; \ 4)\ 3$ . Вычислите $\varphi(600)$ . Система сравнений $\begin{cases} x\equiv 6 (mod\ 7) \\ x\equiv 27 (mod\ 4) \\ x\equiv -13 (mod\ 6) \end{cases}$ . О Имеет одно решение; $2$ не имеет решения;
9. 10 11 12 13 14	Какую степень имеет сравнение $8x^{20}-15x^{19}+7x^{18}+28x^{17}-4x^{16}+30x^{15}+10x^6-4x^3+23x^2-21x-11\equiv 0 (mod\ 13)$ . Найдите остаток от деления $3^{80}+7^{80}$ на $11$ . Решением сравнения $20x\equiv 15 (mod\ 7)$ являются числа класса вычетов . Определите количество решений сравнения $12x-9\equiv 0 (mod\ 6)$ : $1)\ 0;  2)\ 1;  3)\ 2;  4)\ 3$ . Вычислите $\varphi(600)$ . Система сравнений $\begin{cases} x\equiv 6 (mod\ 7) \\ x\equiv 27 (mod\ 4) \\ x\equiv -13 (mod\ 6) \end{cases}$ . Оне имеет решения; $2$ не имеет решения; $3$ имеет $2$ решения; $3$ имеет $2$ решения; $3$ имеет $3$ имеет $3$ решения; $4$ имеет $4$ решения.

- 17. Замените сравнение  $15x^9 12x^5 + 23x 11 \equiv 0 \pmod{5}$  более простым ему равносильным \_\_\_\_\_\_.
- 18. При каком условии система сравнений  $\begin{cases} x \equiv \alpha (mod \ m_1) \\ x \equiv \beta (mod \ m_2) \end{cases}$  имеет единственное решение?
- 19. Какой системой сравнений может быть заменено сравнение  $3x^3 4x^2 + 5 = 0 \pmod{15}$
- 20. Понизьте степень сравнения  $39x^{151} + 573x^{101} + x^{111} 3x^5 + 9x^2 + 10x 5 \equiv 0 \pmod{11}$  и уменьшите коэффициенты \_\_\_\_\_\_.

## ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ

.....

Самостоятельная работа №1 Цепные дроби. Вариант 1

- 1. Найдите значения цепной дроби:
- (a) [1,2,3]; (b) [3,2,2]; (c) [3,1,2].
- 2. Разложите в цепную дробь:
- (a)  $\frac{3}{5}$ ; (b)  $\frac{11}{13}$ ; (c)  $\frac{9}{7}$ ; (d)  $\frac{17}{5}$ .

Самостоятельная работа №2

Теория сравнений.

Вариант 1

1. Какому классу вычетов по модулю *п* принадлежит

число 
$$a$$
, если:(a)  $a = 23$ ,  $n = 4$ ;

(b) a =

$$-12, n = 5;$$

(c) 
$$a = 14$$
,  $n = 6$ ?

2. Выпишите полную систему вычетов по модулю *n*, содержащую

число 
$$a$$
, если:(a)  $a = 22$ ,  $n = 4$ ;

(b) a = -11, n = 5;

(c) 
$$a = 12$$
,  $n = 6$ .

3. Выпишите приведенную систему вычетов по модулю n, содержащую

число 
$$a$$
, если:(a)  $a = 21$ ,  $n = 4$ ;

(b) a = -11, n = 5; (c)

$$a = 13, n = 6.$$

4. Найдите остаток от деления a на n, если:

(a) 
$$a = 3^{147}, n = 5$$
:

(a) 
$$a = 3^{147}, n = 5;$$
 (b)  $a = 2^{188}, n = 7;$  (c)  $a = 4^{123}, n = 11.$ 

(c) 
$$a = 4^{123}, n = 11$$

5. Решите сравнение:

(a) 
$$2x \equiv 3 \pmod{5}$$
;

(a) 
$$2x \equiv 3 \pmod{5}$$
; (c)  $-2x \equiv 1 \pmod{3}$ ; (e)  $-5x \equiv 3 \pmod{6}$ ;

$$(e) -5x \equiv 3 \pmod{6}$$

(b) 
$$3x \equiv 2(mod4)$$
; (d)  $-3x \equiv 2(mod5)$ ; (f)  $2x \equiv 4(mod7)$ .

(f) 
$$2x \equiv 4 \pmod{7}$$

6. Решите систему сравнений

(a) 
$$\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{8} \\ x \equiv 11 \pmod{20} \end{cases}$$
 (b) 
$$\begin{cases} 5x \equiv 8 \pmod{14} \\ 3x \equiv 72 \pmod{15} \end{cases}$$
 (c) 
$$\begin{cases} 6x \equiv 2 \pmod{20} \\ x \equiv -2 \pmod{5} \\ 4x \equiv 11 \pmod{29} \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} 10x \equiv 20 \pmod{30} \\ 4x \equiv 2 \pmod{10} \\ 8x \equiv 16 \pmod{4} \end{cases}$$

7. Решите сравнение

(a) 
$$x^5 - 2x^2 + 1 \equiv 0 \pmod{3}$$
;

(b) 
$$x^7 + 4x - 3 \equiv 0 \pmod{5}$$
;

(c) 
$$x^8 - 6x^2 + 2 \equiv 0 \pmod{7}$$
:

(d) 
$$x^6 + 6x - 2 \equiv 0 \pmod{3}$$
:

(e) 
$$x^6 - 11x^2 + 3 \equiv 0 \pmod{5}$$
;

(f) 
$$x^7 + 4x + 5 \equiv 0 \pmod{7}$$
.

8. Выясните, сколько решений имеет сравнение:

(a) 
$$x^2 \equiv 12 (mod 5)$$
;

(b) 
$$r^2 = 13 (mod 7)$$
.

(b) 
$$x^2 \equiv 13 \pmod{7}$$
; (c)  $x^2 \equiv 14 \pmod{11}$ .

Самостоятельная работа №3

Показатели, первообразные корни и индексы.

Вариант 1

1. Вычислите показатель P(a) числа a по модулю m:

(a)  $P_5(3)$ ; (b)  $P_6(5)$ ; (c)  $P_7(2)$ ; (d)  $P_8(3)$ ; (e)  $P_9(4)$ ; (f)  $P_{11}(3)$ .

2. Решите сравнение:

(a)  $31x^6 \equiv 20 \pmod{7}$ ; (b)  $32x^8 \equiv 10 \pmod{11}$ ; (c)  $3x^3 \equiv 2 \pmod{5}$ ;

(d)  $x^{17} \equiv 2 \pmod{7}$ ; (e)  $31x^6 \equiv 20 \pmod{13}$ .

3. Найдите длину периода десятичной записи дроби:

(a)  $\frac{2}{3}$ ; (b)  $\frac{1}{3}$ ; (c)  $\frac{1}{7}$ ; (d)  $\frac{5}{9}$ ; (e)  $\frac{4}{9}$ ; (f)  $\frac{7}{9}$ ; (g)  $\frac{5}{11}$ .