

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Красноярский государственный педагогический университет
им. В.П. Астафьева»

Институт математики, физики и информатики

(наименование института/факультета)

Кафедра-разработчик математики и методики обучения математике

(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНО

На заседании кафедры
Протокол № 9 от «08» мая 2024
Шашкина Мария Борисовна
ФИО зав. кафедрой

ОДОБРЕНО

На заседании научно-методического
совета специальности (направления
подготовки)
Протокол № 7 от 15 мая 2024

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся

по Высшей математике

наименование дисциплины /практики/модуля

Для профилей по направлениям подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с
двумя профилями подготовки)
Технология и дополнительное образование (по направлению робототехника, аддитивные и
иммерсивные технологии)
реализуемых на основе единых подходов к структуре и содержанию
«Ядра высшего педагогического образования»

Квалификация: бакалавр

Составитель: В.В. Абдулкин, доцент кафедры математики и МОМ
(ФИО, должность)

ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ

Первая часть профильного ЕГЭ по математике

ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ

Контрольная работа по теме "Аналитическая геометрия, линейная алгебра и элементы теории групп" (КР1)

1. Вычислить определитель четвертого порядка.
2. Решить систему линейных уравнений (методом Гаусса или методом Крамера)
3. Найти скалярное и векторное произведение векторов и с их помощью углы, площади треугольника или параллелограмма и объемы параллелепипеда или тетраэдра.
4. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, построить кривую.

Контрольная работа по теме "Введение в анализ" (КР2)

1. Вычислить предел последовательности элементарными методами.
2. Вычислить предел функции элементарными методами.
3. Вычислить предел функции, используя первый замечательный предел.
4. Вычислить предел функции, используя второй замечательный предел.
5. Вычислить предел функции, используя эквивалентные функции.
6. Исследовать точки разрыва функции.

Контрольная работа (дифференциальное исчисление функции одного переменного) (КР3)

1. Вычислить производную сложной функции.
2. Вычислить производную параметрически заданной функции и выписать уравнение касательной в заданной точке.
3. Вычислить предел функции, используя правило Лопиталья.
4. Исследовать функции и построить их графики.

Контрольная работа (дифференциальное исчисление функций нескольких переменных) (КР4)

1. Найти частные производные первого порядка для заданной функции.
2. Выписать дифференциал второго порядка для заданной функции.
3. Найти частные производные первого порядка для сложной функции.
4. Выписать уравнения нормали и касательной плоскости к поверхности в заданной точке.
5. Найти экстремум функции двух переменных.

Контрольная работа (неопределенный интеграл). (КР5)

1. Вычислить неопределенный интеграл интегрированием подстановкой (занесением под знак дифференциала).
2. Вычислить неопределенный интеграл по методу интегрирования по частям.
3. Вычислить неопределенный интеграл смешанного типа с использованием методов интегрирования тригонометрических функций.

4. Вычислить неопределенный интеграл от некоторых иррациональных алгебраических функций.
5. Вычислить неопределенный интеграл от рациональных алгебраических функций.

Контрольная работа (определенный интеграл). (КР6)

1. Вычислить площадь плоской области, ограниченной кривыми, заданными в декартовых координатах.
2. Вычислить площадь плоской области, ограниченной кривыми, заданными в полярных координатах.
3. Вычислить объем тела вращения.
4. Вычислить длину дуги плоской кривой, заданной в декартовых координатах.
5. Вычислить длину дуги плоской кривой, заданной параметрически.

Контрольная работа по теме "Элементы векторного и тензорного анализа" (КР7)

1. Найти производную по направлению.
2. Найти градиент скалярного поля.
3. Вычислить дивергенцию и ротор векторных полей.

Контрольная работа по теме "Числовые, степенные и тригонометрические ряды. Интеграл Фурье. Обобщенные функции." (КР8)

1. Исследовать ряды на сходимость.
2. Найти область сходимости функционального ряда.
3. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням x .
4. Вычислить интеграл с заданной точностью.

Контрольная работа по теме "Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными." (КР9)

1. Решить линейное / однородное относительно переменных дифференциальное уравнение 1-го порядка.
2. Решить линейное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
3. Решить задачу Коши.
4. Решить систему линейных дифференциальных уравнений.

Контрольная работа (теория вероятностей) (КР10)

1. Задача на комбинаторный метод вычисления вероятностей в классической схеме.
2. Задача на теоремы сложения и умножения вероятностей.
3. Задача на формулу полной вероятности и формулу Байеса в схеме гипотез.
4. Задача на схему Бернулли.

ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ

1 СЕМЕСТР ЭКЗАМЕН

Примерный перечень вопросов к экзамену

Аналитическая геометрия, линейная алгебра и элементы теории групп

1. Декартова и полярная системы координат на плоскости. Формулы перехода. Примеры уравнений кривых в полярных координатах.
2. Расстояние между точками на плоскости. Площадь треугольника на плоскости. Деление отрезка в данном отношении на плоскости.
3. Преобразование координат на плоскости.
4. Уравнение прямой. Способы задания прямой.
5. Общее уравнение прямой на плоскости. Теорема. Уравнение прямой в отрезках.
6. Угол между прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности.
7. Уравнения окружности в декартовых и полярных координатах. Параметрические уравнения окружности.
8. Эллипс. Определение, каноническое уравнение, эксцентриситет и директрисы эллипса.
9. Гипербола. Определение, каноническое уравнение, асимптоты, эксцентриситет и директрисы гиперболы.
10. Парабола. Определение, каноническое уравнение, эксцентриситет, виды.
11. Уравнения кривых 2-го порядка в полярных координатах.
12. Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция векторов на ось. Направляющие косинусы вектора. Выражение модуля вектора и его направляющих косинусов через координаты вектора.
13. Коллинеарность и компланарность векторов. Условия коллинеарности и компланарности. Базис (на плоскости и в пространстве) и координаты векторов. Ортонормированный базис.
14. Скалярное произведение векторов (определение, основные свойства и выражение через координаты векторов). Геометрические применения скалярного произведения (модуль вектора, угол между векторами, проекция вектора на ось, условие ортогональности векторов).
15. Векторное произведение векторов. Площадь треугольника в пространстве.
16. Смешанное произведение векторов (определение, выражение через координаты сомножителей и свойства). Геометрический смысл смешанного произведения.
17. Плоскость в пространстве. Способы задания плоскости.
18. Прямая в пространстве. Способы задания прямой в пространстве.
19. Поверхности 2-го порядка.
20. Матрицы, действия с ними. Обратная матрица. Матричные уравнения.
21. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
22. N-мерное векторное пространство. Матрица линейного преобразования. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
23. Группы.
24. Группы преобразований симметрии.
25. Гомоморфизмы.
26. Представления групп.

Введение в анализ

1. Комплексные числа, их алгебраическая форма и геометрическая интерпретация. $\operatorname{Re}z$, $\operatorname{Im}z$.
2. Действия с комплексными числами в алгебраической форме.
3. Тригонометрическая форма комплексного числа. Переход. Примеры.
4. Формула Эйлера и следствия из нее. Показательная форма комплексного числа z , ее связь с тригонометрической и алгебраической формами.
5. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме. Геометрическая интерпретация.

6. Предел последовательности и его свойства . Бесконечно большие последовательности. Бесконечно малые последовательности, свойства бесконечно малых.
7. Теоремы о пределе суммы, произведения и частного двух последовательностей.
8. Теорема Вейерштрасса. Число e .
9. Предел функции и его свойства. Бесконечно большие функции, их свойства. Бесконечно малые функции, их свойства.
10. Теоремы о пределе суммы, произведения и частного двух функций.
11. Второй замечательный предел и два его следствия.
12. Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций. Понятие о точках разрыва, классификация точек разрыва. Перечислить свойства функций, непрерывных на отрезке.

2 СЕМЕСТР ЭКЗАМЕН

Примерный перечень вопросов к экзамену

Дифференциальное исчисление и его приложения

1. Понятие производной. Механическая и геометрическая интерпретации производной.
2. Понятие дифференцируемой функции и её дифференциала. Зависимость между существованием производной (дифференцируемостью) и непрерывностью.
3. Производная сложной функции.
4. Дифференциал независимой переменной x . Представление дифференциала в виде $dy=y'dx$, инвариантность этого выражения.
5. Понятие обратной функции. Теорема о производной обратной функции.
6. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференциал второго порядка. Его неинвариантность.
7. Понятие локального экстремума функции. Необходимое условие экстремума дифференцируемой функции (теорема Ферма).
8. Теоремы Ролля и Лагранжа. Условие строгой монотонности функции на отрезке.
9. Теорема Коши и правило Лопиталя раскрытия неопределенностей типа $0/0$ и $\text{беск}/\text{беск}$
10. Многочлен Тейлора и формула Тейлора. Разложения элементарных функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^n$ по степеням x .
11. Достаточные условия выпуклости вверх и выпуклости вниз графика функции. Точки перегиба. Необходимое условие перегиба дважды дифференцируемой функции. Достаточное условие перегиба.
12. Функции нескольких переменных. Предел, непрерывность, частные производные.
13. Дифференцируемая функция нескольких переменных и её дифференциал.
14. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных.
15. Вычисление производной функции одного переменного, заданной неявно.
16. Частные производные высших порядков. Формулировка теоремы о смешанных производных. Понятие дифференциала второго порядка.
17. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума. Формулировка достаточного условия экстремума.
18. Производная по направлению.
19. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.

20. Понятия интегральной суммы и определенного интеграла. Свойства определенного интеграла.
21. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
22. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
23. Вычисление длины дуги плоской кривой.
24. Выписать формулу длины дуги кривой, заданной параметрически. Используя ее, вывести формулу длины дуги плоской кривой, заданной уравнением в полярных координатах.
25. Двойные интегралы. Вычисление двойного интеграла в декартовых прямоугольных координатах.
26. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.
27. Определение тройного интеграла. Цилиндрические координаты.
28. Определение тройного интеграла. Сферические координаты.
29. Криволинейный интеграл 1-ого рода.
30. Определение криволинейного интеграла 2-ого рода и его вычисление при разных формах задания пути интегрирования.
31. Формула Римана-Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути.
32. Конформное отображение плоскости на плоскость.
33. Условия Коши-Римана-Эйлера-Даламбера и уравнение Лапласа.
34. Линейные интегралы в комплексной плоскости.
35. Интегральная теорема Коши.

3 СЕМЕСТР ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ

Примерный перечень вопросов к зачету

Элементы векторного и тензорного анализа

1. Вектор-функция от скалярного аргумента и векторные поля.
2. Производная по направлению. Градиент и его свойства.
3. Дивергенция векторного поля.
4. Ротор векторного поля и его свойства.
5. Дифференциальные операторы второго порядка.
6. Основные понятия тензорного исчисления.

Числовые, степенные и тригонометрические ряды. Интеграл Фурье. Обобщенные функции.

1. Ряд, его сумма и остаток. Геометрический ряд. Необходимый признак сходимости.
2. Положительные ряды. Сравнительные признаки сходимости положительных рядов.
3. Признаки Даламбера и Коши сходимости положительных рядов. Интегральный признак сходимости.
4. Произвольные по знаку ряды. Теорема Коши. Обобщенный признак сходимости Даламбера. Теорема Лейбница.
5. Теоремы Дирихле и Римана.
6. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Необходимый и достаточный признак равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса.
7. Свойства равномерно сходящихся рядов.
8. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда.

9. Функции, допускающие разложение в степенной ряд. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена. Условие разложимости функции в ряд Тейлора.
10. Биномиальный ряд и приближенное вычисление корней. Приближенное вычисление интегралов и пределов с помощью рядов. Подстановка ряда в ряд.
11. Тригонометрический ряд. Ортогональная система функций. Ряд Фурье. Теорема о единственности разложения функции в тригонометрический ряд. Особенности ряда Фурье четной и нечетной функции.
12. Теорема Дирихле. Примеры разложения функций в ряд Фурье.
13. Разложение в ряд Фурье функции, заданной на отрезке $[0; \pi]$, $[a; b]$.
14. Интеграл Фурье. Обобщенные функции на примере Дельта-функции.

Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными.

1. Основные понятия дифференциальных уравнений: порядок уравнения, общее, частное решение, общий и частный интеграл, интегральная кривая.
2. Дифференциальные уравнения 1-го порядка.
3. Теорема существования и единственности решения. Особое решение.
4. Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям, задача Коши.
5. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные относительно переменных.
6. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
7. Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Методы понижения порядка.
8. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка (однородные и с правой частью вида $e^{ax} P_n(x)$; $e^{ax} (P_n(x) \cos(bx) + Q_m(x) \sin(bx))$).
9. Системы линейных дифференциальных уравнений.
10. Уравнения с частными производными: основные определения и понятия.

Элементы теории вероятностей и математической статистики

1. Размещения, сочетания, перестановки.
2. Понятие события, испытания. Классическое и статистическое определения вероятности. Сумма, произведение событий, понятие противоположного события.
3. Условная вероятность, теоремы сложения и умножения. Формулы полной вероятности и Байеса.
4. Биномиальное распределение Бернулли, распределение Пуассона, равномерное распределение.
5. Случайные величины. Интегральная и дифференциальная функции распределения, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Нормальное распределение Гаусса, теоремы Лапласа, правило «3 сигма».
6. Выборка, варианта, частота, эмпирическая функция распределения. Интервальная оценка, точность, надёжность оценки, статистическая обработка экспериментальных данных.
7. Доверительные интервалы для математического ожидания нормального распределения при известной и неизвестной дисперсии. Понятие о проверке статистических гипотез (односторонние, двусторонние критические области).