

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Красноярский государственный педагогический университет  
им. В.П. Астафьева»

Институт математики, физики и информатики

(наименование института/факультета)

Кафедра-разработчик математики и методики обучения математике

(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНО

На заседании кафедры  
Протокол № 9 от «08» мая 2024  
Шашкина Мария Борисовна  
ФИО зав. кафедрой

ОДОБРЕНО

На заседании научно-методического совета  
специальности (направления подготовки)  
Протокол № 7 от 15 мая 2024

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации обучающихся

по ПРОФИЛЬНОМУ ИССЛЕДОВАНИЮ В МАТЕМАТИКЕ

наименование дисциплины /практики/модуля

Для профилей по направлениям подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование,  
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) «математика» и  
«информатика», 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)  
«физика» и «математика»  
реализуемых на основе единых подходов к структуре и содержанию  
«Ядра высшего педагогического образования»

Квалификация: бакалавр

Составители: В.Р. Майер, профессор, В.В. Абдулкин

(ФИО, должность)

## Раздел №1. Установочные семинары

### **Индивидуально-групповое задание.**

Содержание задания:

а) сформулируйте комплект из четырёх задач для одного из классов на заочный тур очередной открытой Краевой олимпиады по геометрии;

б) создайте в среде Живая математика динамические чертежи, приведите подробное решение каждой задачи с использованием динамических чертежей;

в) разработайте для каждой задачи критерии оценки ее решения;

г) создайте видеоролик с разбором решения задач с использованием среды Живая математика и программы захвата экрана Bandicam.

## Раздел №2. Проведение олимпиады и анализ ее результатов

### **Итоговый отчёт по практике.**

Содержание отчёта:

а) опишите свою работу в составе рабочей группы оргкомитета олимпиады (рассылка приглашений, выставление заданий на сайт, участие в проверке задач, информирование участников о результатах заочного тура, отправка участникам олимпиады видеороликов с анализом решений и т.д.);

б) проведите подробный анализ решения задач участниками олимпиады по курируемым вами школам, подготовьте рекомендации учащимся и учителям, оформите соответствующий текст в отчёте по практике;

в) разработайте комплект из четырёх задач для выбранного вами класса на очный тур олимпиады, подготовьте их решение, включите соответствующий материал в отчёт.

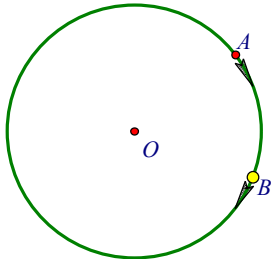
**Пример выполнения индивидуально-группового задания  
для студентов, готовящих олимпиадные задачи для 10 класса**

**Задача 1.** По окружности в одном направлении движутся две точки, причём скорость движения первой точки в 12 раз меньше скорости движения второй. Определите, какое наименьшее время проходит между совпадениями точек, если вторая точка пробегает всю окружность за 60 минут?

**Решение.** Так как за 60 минут вторая точка пробегает всю окружность, то за 1 минуту она пробегает дугу градусной меры  $360^\circ/60 = 6^\circ$ . За 1 минуту первая точка пробегает дугу в 12 раз меньшую, следовательно, градусная мера этой дуги равна  $6^\circ/12=0,5^\circ$ . Обозначим через  $x$  – число минут между ближайшими совпадениями точек. За  $x$  минут первая точка пробежит дугу градусной меры  $0,5x$  градусов. За это же время вторая точка пробежит дугу градусной меры  $6x$  градусов и совместится с первой точкой. Очевидно, что разность между градусными мерами дуг, которые пробегают за  $x$  минут вторая и первая точки соответственно, будет равна  $360^\circ$ . Отсюда получаем уравнение  $6x - 0,5x = 360$ . Решая его,

получим  $x = 720/11 = 65\frac{5}{11}$ .

**Ответ:**  $65\frac{5}{11}$  минут.



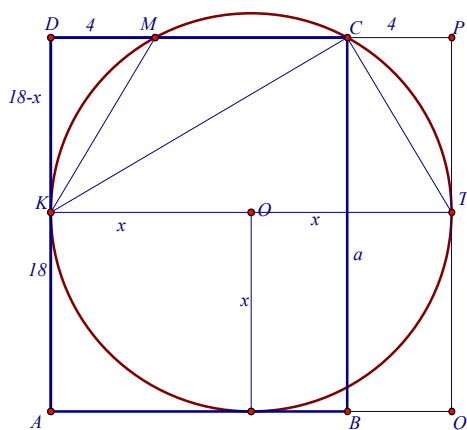
Баллы	Критерии оценивания задачи 1
3	Приведена верная последовательность всех шагов, каждый шаг обоснован, найдено точное наименьшее время между совпадениями точек.
2	Приведены верная последовательность шагов и доказательство, однако при их обосновании допущены несущественные ошибки (численные или в рассуждениях).
1	Приведена верная последовательность шагов, однако один из них не обоснован, например формула, связывающая искомую величину, приведена без необходимых комментариев.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2 и 3 балла.

**Задача 2.** Окружность проходит через вершину  $C$  прямоугольника  $ABCD$ , касается стороны  $AB$ , пересекает сторону  $CD$  в точке  $M$  и касается стороны  $AD$  в точке  $K$ . Найдите сторону  $AB$ , зная, что  $AD=18$ ,  $DM=4$ .

**Решение.**

1. Положим  $x = OK$  - радиус окружности. Достроим прямоугольник  $ABCD$  до прямоугольника  $AQPD$ , в котором  $PQ$  касается окружности в точке  $T$ . Ясно, что  $KMCT$  - равнобедренная трапеция, причём  $CP = DM = 4$ ,  $KT = 2x$  и  $AK = x$ .
2. В соответствии с условием о принятых обозначениях,  $DK=18 - x$ ,  $DC = 2x - 4$ .
3. По свойству касательной и секущей:  $DK^2 = DM \cdot DC$  или  $(18 - x)^2 = 4(2x - 4)$ .
4. Решая уравнение  $x^2 - 44x + 340 = 0$ ,  $x_1 = 10$ ,  $x_2 = 34$ . Нас устроит лишь корень  $x = 10$  (при втором корне точка  $K$  окажется вне отрезка  $AD$ ).
5.  $AB = DP - CP = 2x - 4 = 20 - 4 = 16$

**Ответ:** 16.



Баллы	Критерии оценивания задачи 2
3	Приведена верная последовательность всех шагов, каждый шаг достаточно подробно обоснован, получен верный ответ.
2	Приведены верная последовательность шагов и доказательство, однако при их обосновании допущены несущественные ошибки (численные или в рассуждениях).
1	Приведена верная последовательность шагов, однако имеет место одно из замечаний: 1) один из шагов не обоснован, например формула, связывающая искомую величину, приведена без ссылки на свойство секущей и касательной; 2) ответ содержит посторонний корень.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2 и 3 балла.

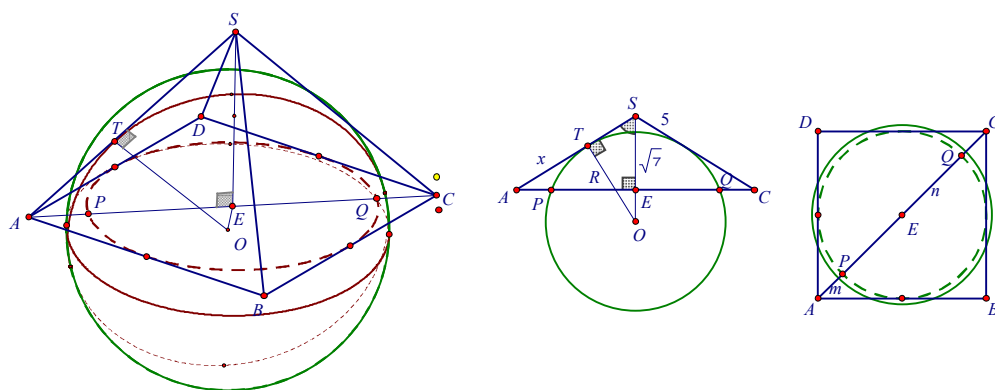
**Задача 3.** Найдите радиус сферы, если известно, что она касается всех рёбер правильной четырёхугольной пирамиды с боковым ребром 5 и высотой  $\sqrt{7}$ .

**Решение:**

Пусть  $SABCD$  – правильная пирамида с основанием  $ABCD$ ,  $SA=5$ , высота  $SE = \sqrt{7}$ . Пусть сфера радиуса  $R$  и с центром в  $O$  касается всех рёбер пирамиды, в частности ребра  $AS$  в точке  $T$ . Рассмотрим сечение пирамиды и сферы плоскостью  $SAC$ . Получим равнобедренный треугольник  $ACS$  ( $AS=CS=5$ ) и окружность радиуса  $R$ , с центром  $O$ , лежащим на луче  $SE$  и касающуюся боковых сторон треугольника, в частности стороны  $AS$  в точке  $T$ . Обозначим через  $P$  и  $Q$  – точки пересечения окружности со стороной  $AC$  треугольника. Поскольку сфера касается и сторон квадрата  $ABCD$ , лежащего в основании пирамиды, то отрезок  $PQ$  является диаметром сечения сферы плоскостью  $ABC$ , представляющим собой вписанную в этот квадрат окружность.

1. По теореме Пифагора  $AE = 3\sqrt{2} = CE$ , откуда,  $AC = 6\sqrt{2}$ .

2. Зная  $AC$ , найдем сторону  $AB = 6$ . Т.к диаметр  $PQ$  вписанной в квадрат  $ABCD$  окружности равен стороне квадрата, то  $PQ = 6$ .



3. Найдём  $AP = (AC - PQ) / 2 = 3(\sqrt{2} - 1) = QC$  и  $AQ = 3(\sqrt{2} + 1)$ .

4.  $AT^2 = AP \cdot AQ = 9(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) = 9$ , откуда  $AT=3$  и  $ST = 5-3=2$ .

5. Так как  $\triangle ASE \sim \triangle OST \Rightarrow R/AE = ST/SE$ , откуда,  $R = 6\sqrt{2} / \sqrt{7} = 6\sqrt{14} / 7$ .

**Ответ:**  $6\sqrt{14} / 7$

Баллы	Критерии оценивания задачи 3
3	Приведена верная последовательность всех шагов, каждый шаг подробно обоснован, искомый радиус сферы найден верно.
2	Приведена верная последовательность шагов, однако при обосновании шагов имеет место одно из следующих замечаний: 1) при решении задачи какой-либо из пунктов решения имеет незначительные логические изъяны; 2) в одном из последних шагов допущена одна не грубая арифметическая ошибка.
1	Приведена верная последовательность шагов, однако при их обосновании имеют место оба замечания из предыдущего пункта.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2 и 3 балла.

**Задача 4.** Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , длины ребер которого равны  $a$ . Найдите расстояние от вершины  $B$  до точки  $Q$  - пересечения  $BD_2$  с плоскостью  $A_1 C_1 D$ , где  $D_2$  - середина ребра  $DD_1$ .

**Решение.**

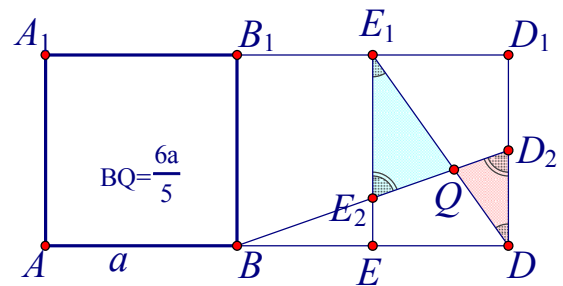
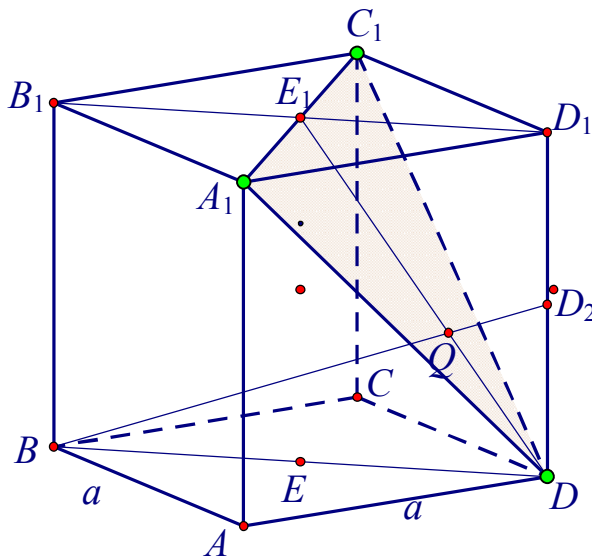
Рассмотрим диагональное сечение куба плоскостью  $B_1 B D$ . Очевидно, точка  $Q$  пересечения  $BD_2$  с плоскостью  $A_1 C_1 D$  будет совпадать с пересечением отрезков  $BD_2$  и  $E_1 D$ , где  $E_1$  середина  $B_1 D_1$ . Рассмотрим отрезок  $EE_1$ , соединяющий середину  $E$  отрезка  $BD$  с  $E_1$ . Рассмотрим  $E_2$  – точку пересечения  $EE_1$  и  $BD_2$ .

1. По свойству средней линии треугольника  $EE_2:BB_2 = 1:2$ , отсюда  $EE_2:DD_1 = 1:4$ , отсюда  $EE_2:E_1 E_2 = 1:3$  и  $DD_2:E_1 E_2 = 2:3$ .

2. Из подобия треугольников  $DD_2 Q$  и  $E_1 E_2 Q$  следует, что  $QD_2:QE_2 = 2:3$ .

3. Из 2 следует, что  $BQ:BD_2 = 8:10 = 4:5$ .

4. Итак,  $BQ = 4BD_2/5 = 4\sqrt{2a^2 + a^2} / 4 / 5 = 6a/5$ .



**Ответ:**  $6a/5$

Баллы	Критерии оценивания задачи 4
3	Приведена верная последовательность всех шагов, каждый шаг обоснован, получен верный ответ.
2	Приведена верная последовательность шагов, однако при обосновании шагов имеет место одно из следующих замечаний: 1) при решении задачи какой-либо из пунктов решения имеет незначительные логические изъяны; 2) в одном из последних шагов допущена одна не грубая арифметическая ошибка.
1	Приведена верная последовательность шагов, однако при обосновании шагов имеют место оба замечания из предыдущего пункта.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2 и 3 балла.