

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Красноярский государственный педагогический университет  
им. В.П. Астафьева»

Институт математики, физики и информатики

(наименование института/факультета)

Кафедра-разработчик математики и методики обучения математике

(наименование кафедры)

**УТВЕРЖДЕНО**

на заседании кафедры математики и МОМ  
протокол № 9 от 08 мая 2024 г.  
зав. кафедрой М.Б. Шашкина

**ОДОБРЕНО**

на заседании научно-методического совета  
ИМФИ протокол № 7 от 15 мая 2024 г.  
Председатель Е.А. Аёшина

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

**Элементарная математика**

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Математика и информатика

Физика и математика

44.03.01 Педагогическое образование

Математика

на основе единых подходов к структуре и содержанию  
«Ядра высшего педагогического образования»

Квалификация: бакалавр

**Задания для типовых контрольных работ  
по дисциплине «Элементарная математика»**

**Входной тест по элементарной математике (алгебра)**

1. Сумма корней уравнения  $(4x^2 + 6x - 11)(8x^2 + 12x - 19) + 1 = 0$  равна  
1) 0;    2) 3;    3) -3
2. Все решения неравенства  $\frac{(x-2)(x+3)^2}{x+5} \geq 0$  образуют множество  
1)  $(-\infty; -5] \cup [2; +\infty)$ ;    2)  $(-5; 2]$ ;    3)  $(-\infty; -5) \cup \{-3\} \cup [2; +\infty)$
3. Решением неравенства  $|2x + 3| \geq 5$  является промежуток  
1)  $[1; +\infty)$ ;    2)  $(-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$ ;    3)  $(-\infty; -4]$
4. Значение выражения  $\frac{\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}}{\sqrt{\sqrt{5} - 2}} \cdot \sqrt{\sqrt{5} + 2}$  равно  
1)  $\sqrt{5} + 2$ ;    2)  $\sqrt{5} - 2$ ;    3) 1
5. Произведение всех значений  $x$ , при которых функция  $y = \sqrt[4]{10+x} - \sqrt{2-x}$  принимает значение ноль равно  
1) 6;    2) -6;    3) -1
6. Все решения неравенства  $\sqrt{x^2 - 4x} > x - 3$  образуют множество  
1)  $(4,5; +\infty)$ ;    2)  $(-\infty; 0)$ ;    3)  $(-\infty; 0] \cup (4,5; +\infty)$ .
7. Значение выражения  $\lg 0,1v^3$ , при  $\lg v = 2$  равно  
1) 5;    2) 7;    3) -6.
8. Целый корень уравнения  $(x + 5)^{\log_7(x+5)} = 7$  равен  
1) -2;    2) 2;    3) -1
9. Решением неравенства  $\log_{\frac{5}{2}}(5x - 2) \leq -1$  является промежуток

1)  $[0,84; +\infty)$ ; 2)  $(-\infty; 0,84]$ ; 3)  $(0,4; 0,84]$

10. Область определения функции  $y = \log_x (x-3)^2$  имеет вид

1)  $(0;1) \cup (1;+\infty)$ ; 2)  $(0;+\infty)$ ; 3)  $(0;1) \cup (1;3) \cup (3;+\infty)$

11. При выпаривании из 8 кг рассола получили 2кг пищевой соли, содержащей 10% воды. Каков процент содержания воды в рассоле?

1) 40; 2) 22,5; 3) 77,5

12. Сумма вклада в банке после первого года хранения равнялась 48 уе, а после третьего года хранения – 108 уе. На сколько уе увеличился вклад за второй год хранения, если процентная ставка не менялась, доход начисляется в конце каждого года и прибавляется к сумме вклада?

1) 50; 2) 24; 3) 72

## Раздел «Арифметика»

### Контрольная работа 1

#### Тема «Арифметические и алгебраические задачи»

1. Представьте в виде обыкновенной дроби число 2,5(3).
2. За первую минуту бега спортсмен пробежал 500 метров, а в каждую следующую минуту он пробегал на 5 метров меньше, чем в предыдущую. Какое расстояние (в метрах) спортсмен преодолел за тренировку, если она длилась 20 минут?

1) 7900; 2) 7900; 3) 8100; 4) 9000; 5) 9050.

3. На каждый день рождения родители Миши бросают в его копилку столько монет, сколько ему лет. Сейчас в копилке Миши 28 монет. Сколько ему лет?

1) 6; 2) 7; 3) 8; 4) 9; 5) 10.

4. Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 4200 рублей, а за каждый следующий метр будет платить на 1300 рублей больше, чем за

предыдущий. Сколько рублей хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 11 метров?

1) 5500; 2) 17200; 3) 117700; 4) 226600; 5) 235400.

5. Популяция кабанов в заповеднике увеличивается каждый год на 10%. Сколько полных лет должно пройти, чтобы число кабанов увеличилось не менее чем в 2 раза?

1) 5; 2) 6; 3) 7; 4) 8; 5) 9.

6. В транспортной компании, для перевозки груза, имеются контейнеры, вместимостью 5 тонн и 8 тонн. Требуется определить минимальное количество контейнеров, которое понадобится для перевозки 98 тонн груза?

1) 11; 2) 12; 3) 13; 4) 16; 5) 19.

7. Если Билл увеличит производительность своего труда на 20%, а Джек увеличит на 80% по сравнению с планом, то они вместе выполнят всю работу за 40 мин. Если Билл увеличит производительность на 80%, а Джек увеличит на 20% по сравнению с планом, то они выполнят работу за 30 мин. Работая с плановой производительностью, Билл и Джек вместе выполнят работу за время, которое принадлежит промежутку (в минутах)

1) [50; 52); 2) [52; 54); 3) [54; 56); 4) [56; 58); 5) [58; 60].

8. В начале года Билл положил 200 млн. руб. в банк А, который начисляет 8% каждые 4 месяца, а Джек положил 200 млн. руб. в банк В, который начисляет 6% каждые 3 месяца. Проценты прибавляются к вкладу и участвуют в последующем приросте. В конце года разница их вкладов в рублях будет равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 0.

9. Пройдя  $\frac{1}{3}$  пути из пункта А в пункт В, Билл и Джек разошлись: Билл направился в сторону А, а Джек – в сторону В, скорости Билла и Джека

равны 7 км/ч. Дойдя до А, Билл немедленно сел в автобус, направляющийся из А в В, и прибыл в В одновременно с Джеком. Величина скорости автобуса равна натуральному числу, остаток от деления которого на 5 равен

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 0.

10. Из пункта А в пункт В (оба находятся на берегу реки) отправились одновременно вниз по течению плот и пароход. Пароход совершил рейс по маршруту АВАВАВАВ (4 раза вниз и 3 раза вверх по реке) и прибыл в пункт В одновременно с плотом, который плыл вместе с течением со скоростью 2 км/ч. Найдите скорость парохода в неподвижной воде и укажите остаток от деления ближайшего целого числа (в км/ч) на 5.

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 0.

## Раздел «Исследование функций элементарными методами»

### Контрольная работа 2

#### Тема «Свойства и графики элементарных функций»

1. Найдите область определения функции:

$$y = \sqrt{9-x} + \frac{3}{x^2 - x - 12}.$$

2. Найдите область значений функции с помощью числовых неравенств:

$$y = 3 - \sqrt{x}.$$

3. Исследуйте на чётность функцию:

$$1) y = 6x - x^5; \quad 2) y = \frac{x^4 - 2x^3}{2-x}; \quad 3) y = \frac{|x-1|}{(x+3)^2} + \frac{|x+1|}{(x-3)^2}.$$

4. Постройте график функции  $y = -x^2 + 4x - 3$ . С помощью графика функции определите: 1)  $D(y)$ ; 2)  $E(y)$ ; 3) нули функции; 4) промежутки знакопостоянства; 5) промежутки возрастания и убывания функции.

5. С помощью преобразований графика элементарной функции, постройте график функции:

1)  $y = |x^2 - 1|$ ;

2)  $y = \sqrt{|x| - 2}$ .

6. С помощью графического метода определите, при каких значениях параметра  $a$ , уравнение имеет два корня:

$$||x - 1| - 1| = a.$$

## Раздел «Алгебра: тождества, уравнения, неравенства, системы»

### Контрольная работа 3

#### Тема «Рациональные выражения, уравнения и неравенства»

1. Упростите выражение  $\frac{x^3 + y^3}{x + y} : (x^2 - y^2) + \frac{2y}{x + y} - \frac{xy}{x^2 - y^2}$ .

2. Решите:

1)  $(4x^2 + 6x - 11) \cdot (8x^2 + 12x - 19) + 1 = 0$ ;

2)  $\frac{3x}{x^2 + 1 - 4x} - \frac{2x}{x^2 + 1 + x} = \frac{8}{3}$ ;

3)  $|x^2 + 5x + 10| > |x^2 + 7x + 12|$

4)  $||2x - 3| - x + 1| = 4x - 1$ ;

5)  $\begin{cases} |x^3 - y^3| = 124 \\ |x^2 + xy + y^2| = 31 \end{cases}$ .

3. Докажите неравенство  $x^2 y^4 + 2(x^2 + 2)y^2 + 4xy + x^2 \geq 4xy^3$ .

4. Найдите количество различных целочисленных значений параметра  $p$ , при которых ни одно решение неравенства  $|x - p + 10| \geq 19$  не является решением неравенства  $|x - 3p + 6| \leq 12$ .

### Контрольная работа 4

#### Тема «Иррациональные выражения, уравнения и неравенства»

1. Вычислите:

а)  $\sqrt[4]{0,0625} - \sqrt[5]{-243}$ ;

б)  $\sqrt[4]{2^3 \cdot 3^5} \cdot \sqrt[4]{2^5 \cdot 3^7}$ .

2. Расположите в порядке убывания следующие числа:

$$\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt{6}.$$

3. Решите уравнения:

а)  $\sqrt[4]{2x+1} = 3$ ;      б)  $\sqrt[3]{x^2 - x - 131} = -5$ ;      в)  $\sqrt{1-3x} = x+3$ .

4. Упростите выражения:

а)  $\frac{\sqrt[3]{a^2} - 2\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a^2} - 4\sqrt[3]{ab} + 4\sqrt[3]{b^2}}$ ; б)  $\sqrt[3]{343x^3} + \sqrt[4]{81x^4} - \sqrt{64x^2}$ ,  $x < 0$ .

5. Решите неравенства:

а)  $\sqrt{1-3x} < x+3$ ; б)  $\sqrt{1-3x} \geq x+3$ .

### Контрольная работа 5

#### Тема «Показательные и логарифмические выражения, уравнения и неравенства»

1. Найдите значение выражения  $\log_3 c^2 \sqrt{3}$ , если  $\log_3 c = 4$ .

2. Найдите область определения функции  $y = \log_{x^2}(x+2)$ .

3. Решите уравнения:

1)  $7^{x-2} = 49$ ;      2)  $4^{x+3} + 4^x = 260$ ;      3)  $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^{x+1} + 9 = 0$ ;

4)  $(\log_3 x)^2 - 2\log_3 x = 3$ ;      5)  $2\log_2(-x) = 1 + \log_2(x+4)$ .

4. Решите неравенства:

1)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5} > \left(\frac{1}{16}\right)^x$ ;      2)  $36^x - 2 \cdot 18^x \geq 8 \cdot 9^x$ .

3)  $\log_{\sqrt{2}}(x^2 + 10x + 9) \geq \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x - 3)$ ;      4)  $\log(x^2 + 2) \leq 0$ .

5. Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} \log_{\sqrt{2}}(x-y) = 2 \\ 2^x \cdot 5^{x-2y} = 40 \end{cases}$$

### Раздел «Тригонометрия»

#### Контрольная работа 6

#### Тема «Тригонометрические выражения, уравнения и неравенства»

1. Результат вычисления выражения  $\arccos\left(\sin\left(-\frac{22\pi}{5}\right)\right)$  равен

а)  $\frac{\pi}{10}$ ;      б)  $\frac{3\pi}{10}$ ;      в)  $\frac{2\pi}{5}$ ;      г)  $\frac{3\pi}{5}$ ;      д)  $\frac{9\pi}{10}$ .

2. Результат вычисления выражения  $\operatorname{tg}\left(2 \arcsin \frac{3}{5}\right)$  равен

$$\text{а) } \frac{24}{7}; \quad \text{б) } \frac{20}{7}; \quad \text{в) } \frac{24}{25}; \quad \text{г) } \frac{7}{24}; \quad \text{д) } \frac{7}{20}.$$

3. Значение выражения  $\text{tg}(556\text{arcctg}(-\frac{\sqrt{3}}{3}))$  равно

$$\text{а) } \sqrt{3}; \quad \text{б) } 0,5; \quad \text{в) } -\sqrt{3}; \quad \text{г) } -0,5; \quad \text{д) } 0.$$

4. Значение выражения  $\text{tg}(\text{arcctg}5 - \text{arcctg}4)$  равно

$$\text{а) } -\frac{1}{21}; \quad \text{б) } \frac{1}{21}; \quad \text{в) } \text{arcctg} \frac{1}{21}; \quad \text{г) } \text{arcctg} \frac{19}{20}; \quad \text{д) } -\text{arcctg} \frac{1}{21}.$$

5. Найдите корни уравнения  $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ , принадлежащие отрезку  $[-2\pi; 0]$ .

$$6. \text{ Решите систему неравенств } \begin{cases} \sin x \leq \frac{1}{2} \\ \cos x > -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}.$$

### Итоговый тест по элементарной математике (алгебра)

1. Число 200 увеличили на 30%. Новое число увеличили на 20%. Какое число получили в итоге?

$$1) 300; \quad 2) 312; \quad 3) 250.$$

2. Корни уравнения  $(x+1)(x^2+2) + (x+2)(x^2+1) = 2$  лежат в промежутке:

$$1) [-1; 0]; \quad 2) [2; 3]; \quad 3) [-1; 2].$$

3.

3. Решением неравенства  $|2x+3| \geq 5$  является промежуток

$$1) [1; +\infty); \quad 2) (-\infty; -4] \cup [1; +\infty); \quad 3) (-\infty; -4].$$

4. Вычислите значение выражения  $\frac{\sqrt{9-4\sqrt{5}}}{\sqrt{\sqrt{5}-2}} \cdot \sqrt{\sqrt{5}+2}$

$$1) \sqrt{5} + 2; \quad 2) \sqrt{5} - 2; \quad 3) 1.$$

5. Решите неравенство  $\sqrt{x^2 - 4x} > x - 3$

$$1) (4,5; +\infty); \quad 2) (-\infty; 0); \quad 3) (-\infty; 0] \cup (4,5; +\infty).$$

6. Вычислите  $\lg 0,1e^3$ , если  $\lg e = 2$ .

$$1) 5; \quad 2) 7; \quad 3) -6.$$

7. Укажите целый корень уравнения  $(x+5)^{\log_7(x+5)} = 7$ .



$$1) - 2; \quad 2) 2; \quad 3) - 1.$$

8. Решите неравенство  $\log_{\frac{5}{11}}(5x - 2) \leq -1$ :

$$1) [0,84; +\infty); \quad 2) (-\infty; 0,84]; \quad 3) (0,4; 0,84].$$

9. Упростите выражение  $\sin \alpha \cdot \sin 3\alpha + \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha - \cos(2\pi - 2\alpha)$

$$1) 2\cos 2\alpha; \quad 2) \cos 4\alpha - \cos 2\alpha; \quad 3) 0$$

10. Сколько корней имеет уравнение  $2\cos^2 x + \sin x = 2$  в промежутке  $(0; \pi)$ ?

$$1) 2; \quad 2) 4; \quad 3) \text{ бесконечно много.}$$

### Раздел «Планиметрия»

#### Контрольная работа

#### Тема: «Треугольник и его элементы»

##### Вариант 1

1. Точка, взятая на гипотенузе прямоугольного треугольника и одинаково удаленная от его катетов, делит гипотенузу на отрезки 30 и 40 см. Найдите катеты.
2. Высота, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника равна 8, а проекция одного из катетов на гипотенузу равна 4. Найдите второй катет и площадь треугольника.
3. Точка  $H$  лежит на стороне  $AO$  треугольника  $AOM$ . Известно, что  $AH=4$ ,  $OH=12$ ,  $\angle A=30^\circ$ ,  $\angle AMH=\angle AOM$ . Найдите площадь треугольника  $AHM$ .
4. Площадь треугольника  $ABC$  равна  $20\sqrt{3}$ . Найдите периметр треугольника, если сторона  $AB$  равна 8 и она больше половины стороны  $AC$ , а медиана  $BM$  равна 5.

##### Вариант 2

1. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  ( $\angle A=90^\circ$ )  $AB:BC=3:5$ ,  $AC=16$ . Найдите длины биссектрис треугольника, проведенных из вершин острых углов.
2. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 6, а проекция другого катета на гипотенузу равна 5. Найдите неизвестный катет и высоту, проведенную к гипотенузе.
3. Найдите площадь треугольника  $KMP$ , если сторона  $KP$  равна 5, медиана  $PO=3\sqrt{5}$ ,  $\angle KOP=45^\circ$ .
4. Биссектриса угла делит противоположную сторону на отрезки длиной 2 и 4 см, а высота, проведенная к той же стороне, равна  $\sqrt{15}$  см. Найдите стороны треугольника и определите его вид.

**Контрольная работа**  
**Тема: «Четырехугольник»**

**Вариант № 1**

1. В прямоугольнике  $ABCD$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Найдите периметр треугольника  $AOB$ , если  $\angle CAD = 30^\circ$ ,  $AC = 12$  см.
2. В параллелограмме  $ABCD$  из вершин тупых углов  $B$  и  $D$  на диагональ  $AC$  опущены перпендикуляры  $BE$  и  $DF$ . Докажите, что четырехугольник  $BFDE$  – параллелограмм.
3. Сторона  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  вдвое больше стороны  $AB$ . Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  пересекают прямую  $CD$  в точках  $M$  и  $N$ , причем  $MN = 12$ . Найдите стороны параллелограмма.
4. Один из углов трапеции  $30^\circ$ , боковые стороны перпендикулярны. Найдите меньшую боковую сторону трапеции, если ее средняя линия равна 10 см, а одно из оснований 8 см.

**Вариант № 2**

1. Найдите периметр ромба  $ABCD$ , если  $\angle B = 60^\circ$ ,  $AC = 10,5$  см.
2. В прямоугольнике  $ABCD$  проведены биссектрисы углов  $A$  и  $C$ , которые пересекают стороны  $CD$  и  $AB$  соответственно в точках  $M$  и  $N$ . Докажите, что  $AMCN$  – параллелограмм.
3. Внутри квадрата  $ABCD$  взята точка  $M$ .  $\angle MAB = 60^\circ$ ,  $\angle MCD = 15^\circ$ . Найдите  $\angle MBC$ .
4. Биссектрисы тупых углов при основании трапеции пересекаются на другом ее основании и равны 13 и 15. Найдите стороны трапеции, если ее высота равна 12.

**Индивидуальная домашняя работа**

**Тема: «Окружность»**

1. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник и описанной около него, если стороны треугольника равны 13, 14, 15.
2. Найдите основание равнобедренного треугольника, если центр вписанной в него окружности делит высоту, проведенную к основанию, в отношении 12:5, считая от вершины, а боковая сторона равна 60 см.
3. В треугольник  $ABC$  вписана окружность, которая касается сторон  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  в точках  $P$ ,  $Q$  и  $R$ . Найдите  $AP$ ,  $PB$ ,  $BQ$ ,  $QC$ ,  $CR$ ,  $RA$ , если  $AB = 10$  см,  $BC = 12$  см,  $CA = 5$  см.
4. Угол, противолежащий основанию равнобедренного треугольника, равен  $120^\circ$ , боковая сторона треугольника равна 8 см. Найдите диаметр окружности, описанной около этого треугольника.

5. Найдите радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, у которой сумма оснований равна 20, а разность оснований равна 12.
6. Основания равнобедренной трапеции 21 см и 9 см, а высота – 8 см. Найдите радиус описанной окружности.
7. Площадь равнобедренной трапеции, описанной около круга, равна 32, а высота трапеции в два раза меньше ее боковой стороны. Найдите радиус вписанного круга.
8. Из внешней точки к окружности проведены секущая длиной 48 см и касательная, длина которой составляет  $\frac{2}{3}$  от внутреннего отрезка секущей.

Найдите радиус окружности, если известно, что секущая удалена от центра на расстоянии 24 см.

9. Катеты прямоугольного треугольника равны 15 дм и 20 дм. Найдите расстояние от центра вписанной окружности до высоты, проведенной к гипотенузе.
10. На гипотенузе прямоугольного треугольника как на стороне построен квадрат (вне треугольника). Центр квадрата соединен с вершиной прямого угла треугольника. На какие отрезки разбивается гипотенуза, если катеты равны 21 см и 28 см?

### Индивидуальная домашняя работа

#### Тема: «Площадь многоугольника»

1. Точка  $K$  расположена на стороне  $MP$  треугольника  $MNP$  так, что  $MK : KP = 1 : 5$ . Найдите площадь треугольника  $MNP$ , если  $S_{MNK} = 3$ .
2. В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AL$ . Докажите, что отношение площадей треугольников  $ACL$  и  $ABL$  равно соответственно отношению сторон  $AC$  и  $AB$ .
3. Медианы треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Докажите, что  $S_{AMB} = \frac{1}{3} S_{ABC}$ .
3. Найдите площадь треугольника, если его стороны относятся как 7:15:20, а радиус окружности, вписанной в треугольник, равен 1.
4. Площадь треугольника  $ABC$  равна  $S$ .  $A$  – середина  $CA_1$ ,  $B$  – середина  $AB_1$ ,  $C$  – середина  $BC_1$ . Найдите площадь треугольника  $A_1B_1C_1$ .
5. В трапеции  $ABCD$  с боковыми сторонами  $AB$  и  $CD$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что: а)  $S_{ABD} = S_{ACD}$ ; б)  $S_{ABO} = S_{CDO}$ .

6. Диагонали трапеции делят ее на четыре треугольника. Площади треугольников, прилежащих к основаниям трапеции равны  $S_1$  и  $S_2$ . Докажите, что площадь трапеции равна  $(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2$ .
7. Найдите площадь трапеции, у которой длины оснований равны 10 и 26, а диагонали перпендикулярны боковым сторонам.
8. Дан четырехугольник со сторонами  $a, b, c, d$ . Докажите, что если около него можно описать окружность и в него можно вписать окружность, то его площадь равна  $\sqrt{abcd}$ .

**Раздел «Стереометрия»**  
**Самостоятельная работа**  
**Тема: «Методы изображений»**  
**Вариант №1**

1. Постройте изображение окружности и вписанного в нее квадрата.
2. Дано изображение треугольника и центра описанной около него окружности. Постройте изображение точки пересечения высот этого треугольника.
3. Постройте изображение ромба и прямых, каждая из которых проходит через середину стороны, перпендикулярно диагоналям.

**Вариант №2**

1. Постройте изображение окружности и описанного около нее квадрата.
2. Постройте изображение ромба и прямых, каждая из которых проходит через середину стороны, перпендикулярно диагоналям.
3. Дано изображение ромба с углом  $60^\circ$ . Постройте изображение высоты ромба, проведенной из вершины острого угла.

**Самостоятельная работа**  
**Тема: «Построение сечений»**  
**Вариант № 1**

1.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед,  $M$  – середина ребра  $AA_1$ . Постройте пересечение прямой  $C_1 M$  с плоскостью  $ABC$ .
2. Докажите, что отрезок, соединяющий середины ребер  $BA$  и  $A_1 C_1$  треугольной призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  параллелен плоскости  $BB_1 C_1$ .
3. Постройте сечение пирамиды  $SABCDE$  плоскостью, проходящей через точку  $M$  ребра  $SA$  параллельно грани  $SCD$ .

4. На ребрах  $CD$ ,  $BC$ ,  $CC_1$ ,  $AD$  призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взяты соответственно точки  $P$ ,  $Q$ ,  $T$ ,  $R$ . Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точку  $R$ , параллельно плоскости  $PQT$ .

### Вариант № 2

1.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – параллелепипед,  $M$  – середина ребра  $AA_1$ ,  $P$  – середина ребра  $B_1 C_1$ . Постройте пересечение прямой  $PM$  с плоскостью  $ABC$ .
2. Докажите, что отрезок, соединяющий середины ребер  $BA$  и  $A_1 C_1$  треугольной призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  параллелен плоскости  $BB_1 C_1$ .
3. Постройте сечение пирамиды  $SABCD$  плоскостью, параллельной  $AS$  и проходящей через точки  $E$  и  $F$ , лежащие на ребрах  $BC$  и  $SC$  соответственно.
4. На ребрах  $AB$ ,  $AD$ ,  $AA_1$ ,  $CD$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  взяты соответственно точки  $M$ ,  $N$ ,  $P$ ,  $F$ . Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку  $F$ , параллельно плоскости  $PMN$ .

### Контрольная работа

Тема: «Расстояния в пространстве», «Углы в пространстве»

#### Вариант №1

1. Плоскость  $\alpha$  проходит через основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  и образует с плоскостью этого треугольника угол в  $60^\circ$ . Угол наклона боковой стороны к плоскости  $\alpha$  равен  $45^\circ$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AB=3$  см.
2. В пирамиде  $SABCD$ ,  $ABCD$  – квадрат со стороной 3. Ребро  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA=4$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
3. Основание наклонной призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  – правильный треугольник;  $AA_1 = A_1 B = A_1 C$ . Определите вид грани  $CBB_1 C_1$ .

#### Вариант №2

1. Катеты прямоугольного треугольника равны 7 см и 24 см. Определите расстояние от вершины прямого угла до плоскости, которая проходит через гипотенузу и составляет угол в  $30^\circ$  с плоскостью треугольника.
2. В пирамиде  $SABCD$ ,  $ABCD$  – прямоугольник со сторонами 3 и 4. Ребро  $SD \perp (ABC)$ ,  $SD=5$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
3. Основание призмы – прямоугольный треугольник. Боковая грань, проходящая через один из катетов – прямоугольник. Докажите, что боковая грань, проходящая через другой катет, перпендикулярна основанию.

## Индивидуальная домашняя работа

### Тема: «Многогранники»

1. По стороне основания  $a$  и боковому ребру  $b$  найдите полную поверхность правильной призмы: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.
2. В прямом параллелепипеде стороны основания 3 см и 5 см, а одна из диагоналей основания 4 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда, зная, что меньшая диагональ образует с плоскостью основания угол  $60^\circ$ .
3. Основанием пирамиды является правильный треугольник. Одна из боковых граней перпендикулярна основанию, а две другие наклонены к нему под углом  $\alpha$ . Как наклонены к плоскости основания боковые ребра?
4. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см. Все двугранные углы при основании пирамиды равны  $60^\circ$ . Найдите высоту пирамиды.
5. По стороне основания  $a$  и боковому ребру  $b$  найдите объем правильной призмы: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.
6. Основание призмы – треугольник, у которого одна сторона равна 2 см, а две другие по 3 см. Боковое ребро равно 4 см и составляет с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите ребро равновеликого куба.
7. По стороне основания  $a$  и боковому ребру  $b$  найдите объем правильной пирамиды: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.
8. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды  $a$ , а двугранный угол при основании равен  $45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.
9. По ребру  $a$  правильного тетраэдра найдите его объем.
10. По ребру  $a$  правильного октаэдра найдите его объем.
11. Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 9 м и 12 м, все боковые ребра равны 12,5 м. Найдите объем пирамиды.
12. Основание пирамиды – равнобедренный треугольник со сторонами 6 см, 6 см и 8 см. Все боковые ребра равны 9 см. Найдите объем пирамиды.
13. В пирамиде с площадью основания  $Q_1$  проведено сечение, параллельное основанию, на расстоянии  $h$  от него. Площадь сечения равна  $Q_2$ . Найдите высоту пирамиды.
14. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде стороны нижнего и верхнего оснований равны  $a$  и  $b$ , а двугранный угол при ребре нижнего основания равен  $\alpha$ . Найдите объем пирамиды.

## Индивидуальная домашняя работа

### Тема: «Тела вращения»

#### I уровень сложности

1. Радиус основания цилиндра равен 5 см, а высота цилиндра равна 6 см. Найдите площадь сечения, проведенного параллельно оси цилиндра на расстоянии 4 см от нее.
2. Радиус шара равен 17 см. Найдите площадь сечения шара, удаленного от его центра на 15 см.
3. Радиус основания конуса равен 3 м, а высота 4 м. Найти образующую и площадь осевого сечения.

#### II уровень сложности

1. Осевое сечение цилиндра — квадрат, диагональ которого 4 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
2. Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми равен  $45^\circ$  и площадь боковой поверхности конуса.
3. Диаметр шара равен  $d$ . Через конец диаметра проведена плоскость под углом  $45^\circ$  к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.

#### III уровень сложности

1. Длина линии пересечения сферы и плоскости, проходящей через конец диаметра под углом  $60^\circ$  к нему, равна  $5\pi$  см<sup>2</sup>. Найдите диаметр сферы.
2. Через вершину конуса проведена плоскость, пересекающая основание по хорде, длина которой равна 5 см, и стягивающей дугу  $90^\circ$ . Плоскость сечения составляет с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности конуса.
3. Плоскость, проходящая через центр нижнего основания цилиндра под углом  $\alpha$  к основанию, пересекает верхнее основание по хорде, равной  $b$  и стягивающей дугу  $\beta$ . Найдите высоту цилиндра.

## Индивидуальная домашняя работа

### Тема: «Комбинация многогранников и тел вращения»

1. Построить изображение сферы и вписанной в нее правильной треугольной призмы (четырехугольной призмы, шестиугольной призмы).

2. Построить изображение сферы вписанной в нее правильной треугольной пирамиды (четырёхугольной пирамиды, шестиугольной пирамиды).
3. Построить изображение сферы и описанной около нее правильной треугольной призмы.
4. Построить изображение сферы и описанной около нее правильной треугольной пирамиды.

**Контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины (модуля)**

1. Понятие функции. Классы элементарных функций. Операции на множестве функций. Свойства функций.
2. Графики основных элементарных функций. Графики дробно-рациональных функций. Графики уравнений, содержащих знак модуля.
3. Тождественные преобразования рациональных выражений.
4. Равносильность уравнений и неравенств.
5. Общие методы решения рациональных уравнений, неравенств и их систем.
6. Модуль действительного числа, его свойства, геометрический смысл модуля.
7. Приемы и методы решения уравнений и неравенств, содержащие знак модуля.
8. Тождественные преобразования иррациональных выражений.
9. Общие методы решения иррациональных уравнений, неравенств и их систем.
10. Классификация и методы решения текстовых задач.
11. Показательная и логарифмическая функция, их свойства и графики.
12. Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений.
13. Методы решения показательных и логарифмические уравнений и неравенств.
14. Графический метод решения уравнений и неравенств.
15. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.
16. Тождественные преобразования тригонометрических выражений и выражений, содержащих обратные тригонометрические функции.
17. Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств.



18. Уравнения и неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции.
19. Треугольник. Виды треугольников. Метрические соотношения в треугольнике. Замечательные точки и линии треугольника.
20. Четырехугольник. Виды четырехугольников.
21. Окружность. Вписанные и описанные многоугольники.
22. Углы, связанные с окружностью. Свойства касательных к окружности.
23. Площади фигур. Площадь треугольника и четырехугольника.
24. Координатный, векторный и координатно-векторные методы решения планиметрических задач.
25. Изображение пространственных фигур на плоскости. Параллельная проекция.
26. Методы построения сечений многогранника плоскостью. Вычисление площади сечения многогранника.
27. Вычисление углов: между скрещивающимися прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями.
28. Приемы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми. Расстояние от точки до плоскости.
29. Многогранники. Виды многогранников. Площадь поверхности и объем.
30. Тела вращения. Виды тел вращения. Площадь поверхности и объем.
31. Комбинации многогранников и тел вращения