

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования**

**«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П.АСТАФЬЕВА»  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)**

Базовая кафедра информатики и информационных технологий в образовании

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

**Математика**

**Направление подготовки: 44.03.02 «Психолого-педагогическое образование»**

**Профиль: «Практическая психология в образовании»**

КРАСНОЯРСК 2014

УМКД составлен д-р пед. наук, проф. Пушкаревой Т.П.

Учебная программа обсуждена на заседании базовой кафедры информатики  
и информационных технологий в образовании

« 4 » марта 2015 г. Протокол № 6

Заведующий кафедрой  
(ф.и.о., подпись)



Н.И. Пак

Одобрено научно-методическим советом

« 18 » марта 20 15 г.

Председатель НМС

Базовая кафедра информатики и информационных технологий в образовании

УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

## **Математика**

Направление подготовки: 44.03.02 «Психолого-педагогическое образование»

Профиль: «Практическая психология в образовании»

**Лист согласования программы с другими дисциплинами направления подготовки:**

**44.03.02 «Психолого-педагогическое образование»**

**Профиль: «Практическая психология в образовании»**

На 20\_\_ / \_\_ учебный год.

Наименование дисциплин, изучение которых опирается на данную дисциплину	Кафедра	Предложения об изменениях в пропорциях материала, порядка изложения и т.д.	Принятое решение (протокол №, дата) кафедрой, разработавшей программу

Заведующий кафедрой



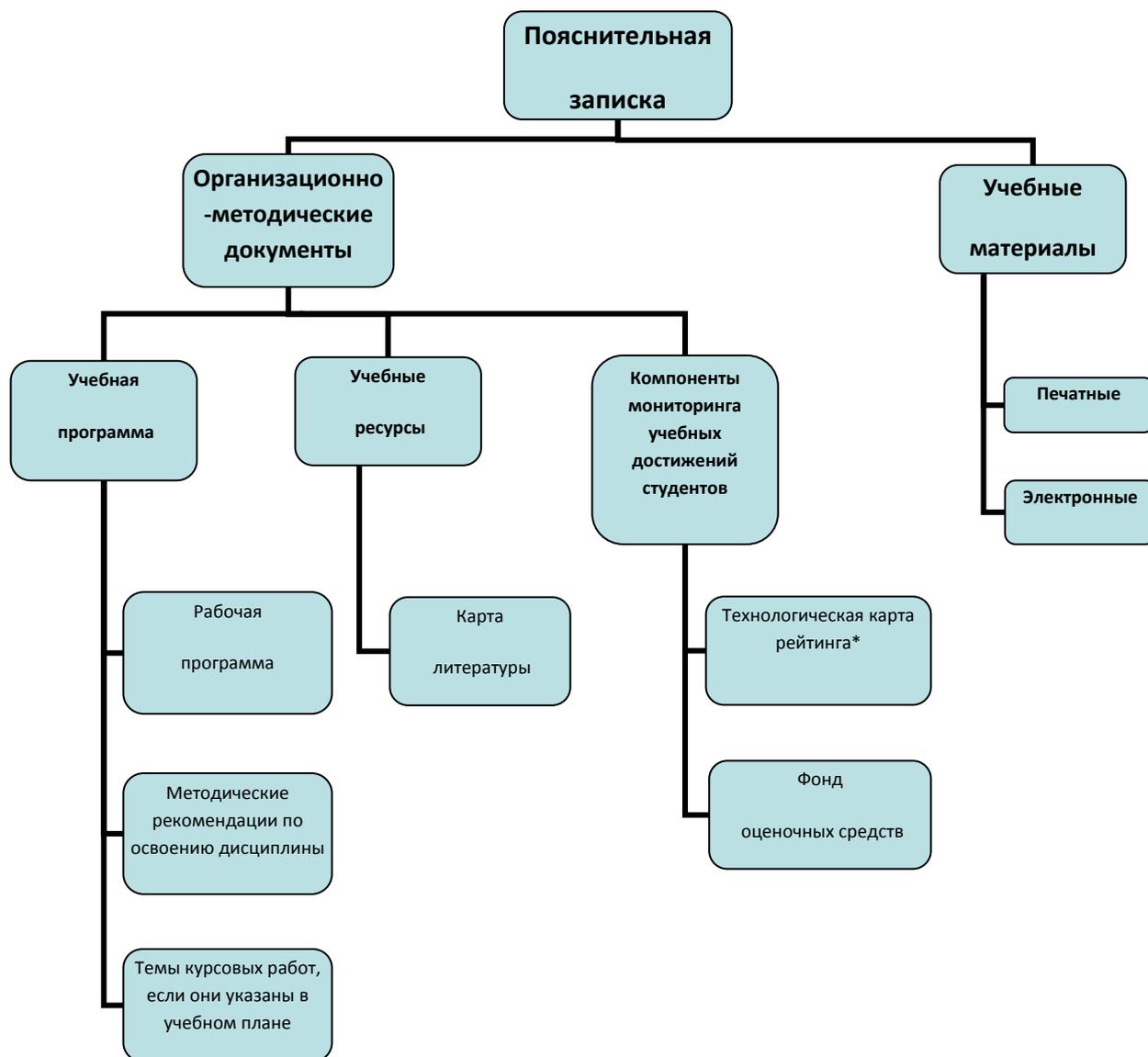
Н.И. Пак

Председатель НМС

---

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

### 3. Структура учебно-методического комплекса дисциплины



# **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

## **«Математика»**

### **Введение**

Дисциплина «Математика» относится к базовой части естественнонаучного цикла дисциплин (Б.2). На основе этой программы выпускник должен получить базовое общее высшее образование, способствующее дальнейшему развитию личности.

Математизация и компьютеризация практически всех областей знания требует наличия предметов математического цикла в высшей школе. Математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки бакалавра. Сегодня математика и информатика являются не только средством решения прикладных задач, но также и элементами общей культуры.

Программа ориентирована на формирование у выпускников широкого взгляда на развитие фундаментальных математических идей и концепций, целостных представлений об основных этапах становления математики, её истории, методологии и философии, а также на формирование элементарных вычислительных навыков.

#### **1.1. Место дисциплины в реализации основных задач ОПП (на формирование каких компетенций направлена).**

Курс предмета «Математика», как одна из составляющих, входит в число общих математических и естественнонаучных дисциплин, включенных в учебные планы направлений по решению Министерства образования РФ, и способствует выработке требований к подготовке выпускников и обеспечивает реализацию содержания Государственных образовательных стандартов.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций, необходимых для реализации основных задач ОПП:

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- способность использовать знания о современной естественнонаучной картине мира в образовательной и профессиональной деятельности, применять методы математической обработки информации, теоретического и экспериментального исследования (ОК-4);
- готовность использовать основные методы, способы и средства получения, хранения, переработки информации, готов работать с компьютером как средством управления информацией (ОК-8);
- способность работать с информацией в глобальных компьютерных сетях (ОК-9);
- готов применять современные методики и технологии, методы диагностирования достижений обучающихся для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса (ПК-3).

#### **1.2. Место дисциплины в удовлетворении требований заказчиков выпускниками университета по данной ОПП.**

В программе содержится объемная практическая часть, обеспечивающая профессиональную деятельность психолога-педагога: выполнение вычислений, в том числе приближенных, приложения теории вероятностей, статистические методы обработки информации, знание и умение пользоваться прикладным программным обеспечением ПК. Программа ориентирована на формирование общего видения мировоззренческого характера, и именно этим качеством она, в первую очередь, будет способствовать профессиональному становлению специалиста.

#### **1.3. Освоение каких учебных дисциплин должно предшествовать изучению дисциплины в данной ОПП.**

школьные курсы математики, информатики.

1.4. **Для изучения каких дисциплин будет использоваться материал дисциплины при реализации ОПП.**

Информационные технологии в специальном образовании

Информационная культура

Основы научно-исследовательской деятельности

Современные технологии обучения

Педагогическая практика

Научно-исследовательская практика

1.5. **Цели и задачи изучения дисциплины.**

Цели изучения дисциплины:

– формирование систематизированных знаний о сущности и значении информации в развитии современного информационного общества, способах и методах математической обработки информации, о вычислительной системе как основном инструменте математической обработки информации, об опасностях и угрозах, возникающие в этом процессе, о требованиях информационной безопасности;

– обучение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и корректно использовать математические понятия и символы для выражения количественных и качественных отношений;

– формирование навыков обработки различной статистической информации.

Задачи изучения дисциплины:

– Овладение системой базовых знаний по математике и умения применять их к практическим задачам, в том числе с помощью компьютера.

1.6. **Требования к освоению дисциплины:**

Студент должен иметь представление:

– о роли и месте математики в современном мире, общность ее понятий и представлений;

– об основных теоретических положениях фундаментальных общеобразовательных математических дисциплин таких, как основания математики, теория вероятностей, математическая статистика;

– иметь достаточный терминологический и понятийный запас, необходимый для самостоятельного изучения сопутствующей математической литературы и повышения квалификации;

– видеть перспективы развития и возможности применения математических методов в выбранной им сфере деятельности.

**По окончании изучения дисциплины студенты должны:**

***Знать***

– основные характеристики естественнонаучной картины мира, место и роль человека в природе;

– основные способы математической обработки информации;

– основы современных технологий сбора, обработки и представления информации.

***Уметь***

– применять естественнонаучные знания в учебной и профессиональной деятельности;

– использовать современные информационно-коммуникационные технологии (включая пакеты прикладных программ, локальные и глобальные компьютерные сети) для сбора, обработки и анализа информации;

– оценивать программное обеспечение и перспективы его использования с учетом решаемых профессиональных задач.

### ***Владеть***

- основными методами математической обработки информации;
- навыками работы с программными средствами общего и профессионального назначения;
- базовыми программными методами защиты информации при работе с компьютерными системами и организационными мерами и приемами антивирусной защиты.

#### **1.7. Технологии процесса обучения по дисциплине.**

Построение изучения курса проводится так, чтобы у студента сложилось целостное представление об основных этапах становления современной математики и информатики и их структуре, об основных математических понятиях и методах, о роли и месте математики и информатики в различных сферах человеческой деятельности. При этом программа ориентирует, в первую очередь, на достижение глубокого понимания сути концептуальных положений математической теории и фактов при снижении роли технических навыков математических преобразований и иных формальных манипуляций до минимально необходимого уровня.

Изучение дисциплины рассчитано на один семестра на первом курсе.

В теоретической части дано логическое обоснование математических методов обработки информации.

В практической части курса выделены алгоритмы и рекомендации для применения математических методов при обработке профессиональной информации.

Оценка знаний и умений студентов определяется через специальный (непрерывный) график самостоятельных, индивидуальных и контрольных мероприятий, а также с помощью итогового контрольного теста.

## Учебный план

Предмет – «Математика»

Направление подготовки: 44.03.02 «Психолого-педагогическое образование»

Профиль: «Практическая психология в образовании»

Общее количество часов 72 (2 кредита (з.е.)).

Занятия ведутся в течение одного семестров. По окончании семестра зачет.

Семестр	Лекции (час)	Семинары (час)	Самостоятельная работа (час)	Контроль по результатам семестра
1	12 (0.33 з.е.)	24 (0.67 з.е.)	36 (1.0 з.е.)	зачет

Данная программа разработана на основе учебного плана направления 44.03.01 «Психолого-педагогическое образование» в соответствии с требованиями Государственного образовательного стандарта высшего образования, а также в соответствии с требованиями Стандарта КГПУ «Система вузовской учебной документации». В структуре изучаемого курса выделяются следующие темы: Понятие информации. Основные средства представления информации в математике. Алгебра высказываний. Логические функции. Элементы теории вероятностей и их использование при обработке информации. Элементы математической статистики в обработке информации. Информационные технологии в гуманитарных исследованиях.

Для студентов дневного отделения программой курса предусмотрено чтение лекций, проведение практических занятий – в форме семинаров и лабораторных работ, самостоятельная работа студентов и различные формы контроля знаний (письменное и устное тестирование на семинарских занятиях, выполнение расчетно-графических работ). В освоении курса значительное место отводится самостоятельной работе студентов, предусматривается самостоятельное изучение определенных программой тем, выполнение индивидуальных практических заданий.

Курс «Математика» изучается студентами-очниками в течение одного семестра. Изучение разделов курса завершается зачетом в конце семестра.

### Содержание теоретического курса

#### Модуль 1.

Понятие информации, классификация информации и ее свойства. Способы представления информации. Математика в современном мире. Особенности обработки информации с помощью математических методов. Основные средства представления информации в математике. Математические модели как средство работы с информацией.

#### Модуль 2.

Элементы комбинаторики как средство обработки и интерпретации информации. Использование элементов математической логики при работе с информацией. Элементы теории вероятностей и их использование при обработке информации. Элементы математической статистики в обработке информации.

### Тематическая карта дисциплины:

Виды учебных занятий	Количество часов (зачетных единиц)
<b>Аудиторные занятия, в том числе</b>	<b>36 (1 ЗЕ)</b>
Лекции	12 (0,33)
Практические занятия	24 (0.67)
<b>Внеаудиторная работа</b>	
Самостоятельная работа студентов	36 (1.0 з.е.)
Контроль самостоятельной работы студентов	
Вид итогового контроля	зачет
<b>Всего по дисциплине</b>	<b>72 (2.0 ЗЕ)</b>

### Тематический план

Наименования модуля и тем блоков	Всего	Количество аудиторных часов			
		в том числе			
		Лекции	Семинары	Сам. работа	
<b>Модуль 1.</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	
Понятие информации, классификация информации и ее свойства. Способы представления информации.	<b>6</b>	1	3	2	
Математика в современном мире. Особенности обработки информации с помощью математических методов. Основные средства представления информации в математике.	<b>8</b>	1	3	4	
Математические модели как средство работы с информацией.	<b>8</b>	2	2	4	
<b>Итого по модулю</b>	<b>16</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>10</b>	
<b>Модуль 2.</b>					
Использование элементов математической логики при работе с информацией.	<b>8</b>	2	2	4	
Элементы комбинаторики как средство обработки и интерпретации информации. Элементы теории вероятностей и их использование при обработке информации.	<b>20</b>	4	10	6	
Элементы математической статистики в обработке информации.	<b>28</b>	2	10	16	
<b>Итого по модулю</b>	<b>56</b>	<b>8</b>	<b>22</b>	<b>26</b>	

# Технологическая карта обучения дисциплине

## «Математика»

(наименование)

студентов ОПП

направление подготовки: 44.03.02 «Психолого-педагогическое образование»

Профиль: «Практическая психология в образовании»

по \_\_\_\_\_ очной \_\_\_\_\_ форме обучения

(укажите форму обучения)

(общая трудоемкость 72 (2 кредита (з.е.)).

Модули. Наименование разделов и тем	Все го часо в (з.е.)	Аудиторных часов				Внеау- ди- торны х часов	Результаты обучения и воспитания		Формы и методы контроля
		всего	лекц ий	сем ина ров			Знания, умения, навыки	компе тенци и	
<b>Модуль 1. Понятие информации. Методы математической обработки информации</b>	16 (0,45з .е.)	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>2</b>		10	Знание основ теории множеств, дифференциально го исчисления, применение методов к конкретным задачам	ОК(4), ОК(8), ОК(9)	текущий
<b>Тема 1.1.</b> Понятие информации, классификация информации и ее свойства. Способы представления информации.	8(0. 22)	<b>6</b>	1	5		2	Знать понятие информации, ее виды и свойства, способы представления информации.	ОК(4), ОК(8), ОК(9)	текущий
<b>Тема 1.2</b> Математика в современном мире. Особенности обработки информации с помощью математических методов. Основные средства представления информации в математике.	12(0.3 3)	<b>8</b>				4	Знать способы обработки информации с помощью математических методов	ОК(4), ОК(8), ОК(9)	текущий

<b>Тема 1.3.</b> Математические модели как средство работы с информацией.	12(0.34)	<b>8</b>	2	2		4	Уметь решать прикладные задачи с использованием математических моделей.		текущий
<b>Модуль 2.</b>	<b>56</b>	<b>20</b>	<b>8</b>	<b>22</b>		<b>26</b>		ОК(4), ОК(8), ОК(9) ПК(3)	
Тема 2.1. Использование элементов математической логики при работе с информацией.	<b>8</b>	<b>4</b>	2	2		<b>4</b>	Знать и уметь применять методы логики к решению задач	ОК(4), ОК(8), ОК(9)  ПК(3)	
Тема 2.2. Элементы комбинаторики как средство обработки и интерпретации информации. Элементы теории вероятностей и их использование при обработке информации.	<b>20</b>	14	4	10		<b>6</b>	Знать и уметь применять методы комбинаторики и теории вероятностей при обработке профессиональной информации	ОК(4), ОК(8), ОК(9) ПК(3)	
Тема 2.3. Элементы математической статистики в обработке информации.	<b>28</b>	<b>12</b>	2	10		<b>16</b>	Знать и уметь применять методы математической статистики при обработке профессиональной информации	ОК(4), ОК(8), ОК(9)  ПК(3)	

# КАРТА ЛИТЕРАТУРНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

(карта литературы)

Математика

(наименование)

для студентов ООП

направление подготовки: 44.03.02 «Психолого-педагогическое образование»

профиль: «Практическая психология в образовании»

(направление и уровень подготовки, шифр, профиль)

**по дневной форме обучения**

(укажите форму обучения)

Наименование	Наличие место/ (кол-во экз.)	Потребность	Примечания
Обязательная литература			
1. Баврин И.И. Краткий курс высшей математики для химико-биологических и медицинских специальностей. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 328 с. – ISBN 5-9221-0334-2. (гриф министерства образования РФ)	Более 100 Ч/з, ОБ ИМФИ	-	
2. Баврин И.И. Теория вероятностей и математическая статистик. Учебник. М.: Высшая школа, 2005, 150с.	50 экз. ОБ ИМФИ	-	
3. «Математика для экономистов». Учебно-справочное пособие под ред. Н.Ш. Кремера М; «Высшее образование», 2007, 646 стр.	Более 100	-	
4. Баврин И.И. Матросов В.Л. Высшая математика. Учебник для студ. высш. уч. зав.М.: ВЛАДОС, 2003, 400стр.	1 – ч/з 10 экз. – ОБ ИМФИ	20	
5. Пушкарева Т.П., Романова Н.Ю. Математика. Учебно-методическое пособие. Красноярск: РИО Крас.гос.пед.ун-т им. В.П. Астафьева, 2008, 160 с.	50	-	
Дополнительная литература			
Матросов В.Л. Основы курса высшей математики. М.: ВЛАДОС, 2002, 504 стр.	50 Ч/з, ОБ ИМФИ	-	
Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002, 400 стр.	30 ОБИМФИ	-	

## ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА РЕЙТИНГА

Наименование дисциплины/курса	Уровень/ступень образования (бакалавриат)	Название цикла дисциплины в учебном плане	Количество зачетных единиц/кредитов
Математика	Бакалавр	Математика	72 ( 2 ЗЕ)
<b>Смежные дисциплины по учебному плану</b>			
Предшествующие: школьный курс по информатике, математике			
Последующие: «Информатика», «Информационные технологии в образовательной деятельности», курсы по выбору, все дисциплины специальности			
<b>БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 1</b>			
	<b>Форма работы*</b>	<b>Количество баллов 30 %</b>	
		<b>Min</b>	<b>max</b>
Текущая работа	Решение задач по темам курса	<b>7</b>	<b>10</b>
	Выполнение лабораторных работ	<b>15</b>	<b>20</b>
	Презентация решения контрольных работ в компьютерной программе	<b>5</b>	<b>10</b>
	Индивидуальное домашнее задание	<b>3</b>	<b>5</b>
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа	<b>10</b>	<b>15</b>
<b>Итого</b>		<b>40</b>	<b>60</b>
<b>Итоговый модуль</b>			
<b>Содержание</b>	<b>Форма работы*</b>	<b>Количество баллов 40 %</b>	
		<b>min</b>	<b>max</b>
	Тестирование	<b>20</b>	<b>40</b>
<b>Итого</b>		<b>20</b>	<b>40</b>
<b>БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 2</b>			
	<b>Форма работы*</b>	<b>Количество баллов 30 %</b>	
		<b>Min</b>	<b>max</b>
Текущая работа	Решение задач по темам курса	<b>7</b>	<b>10</b>
	Выполнение лабораторных работ	<b>15</b>	<b>20</b>
	Презентация решения контрольных работ в компьютерной программе	<b>5</b>	<b>10</b>
	Индивидуальное домашнее задание	<b>3</b>	<b>5</b>
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа	<b>10</b>	<b>15</b>
<b>Итого</b>		<b>40</b>	<b>60</b>
<b>Итоговый модуль</b>			
<b>Содержание</b>	<b>Форма работы*</b>	<b>Количество баллов 40 %</b>	
		<b>min</b>	<b>max</b>
	Тестирование	<b>20</b>	<b>40</b>
<b>Итого</b>		<b>20</b>	<b>40</b>

## Учебные материалы

### Учебные материалы на электронных носителях.

- [Справочник по элементарной математике для подготовки к ЕГЭ файл](#)
- [Математика. Подготовка к ЕГЭ \(11 класс\) файл](#)
- [Основы математической обработки информации файл](#)
- [Тестирование по математическому моделированию](#)

<http://www.edu.kspu.ru/course/view.php?id=1088>

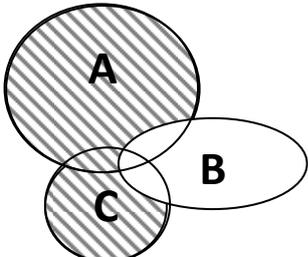
### Учебные материалы на бумажных носителях.

1. Пушкарева Т.П., Романова Н.Ю. Математика. Учебное пособие. Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева.–2008.– 160 с.
2. Пушкарева Т.П., Перегудов А.С. «Математическое моделирование химических процессов». Учебное пособие. Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева.–2011.– 116 с.

## Фонд оценочных средств

### Вопросы для зачета

#### Элементы теории множеств

Подмножеством какого множества является множество $\{0,1,2\}$	$\{1,2,3,4\}$ $\{0,1,3,5\}$ $\{0,1,2,3,5,6,7\}$ $\{0,1,2,3\}$
Пересечением множеств $A [-1,1]$ и $B (0,4)$ является множество	$(0,1]$ $(-1,4)$ $[-1,4]$ $[-1,0)$
Объединением множеств $A [-1,1]$ и $B (0,4)$ является множество	$(0,1]$ $(-1,4)$ $[-1,4]$ $[-1,0)$
 <p>Пусть <math>A, B, C</math> – множества. Тогда на рисунке штриховкой отмечено множество:</p>	$A \cup B \cup C$ $A \cap C \cup B$ $(A \cup B) \setminus C$ $(A \cup C) \setminus B$
Даны множества $A = \{1,3,7,137\}$ , $B = \{3,7,23\}$ , $C = \{0,1,3, 23\}$ , $D = \{0,7,23,1998\}$ . Найдите множество $(A \cup B) \setminus (C \cap D)$ :	$\{1,3,7,23,137\}$ $\{1,3,7,137\}$ $\{0,1,3,7,137\}$ $\{3,7\}$
Пусть: $A$ - Множество всех натуральных чисел. $B$ - Множество всех действительных чисел $x$ ,	Множество $B$ <u>Множество всех натуральных чисел <math>n</math>, удовлетворяющих условию <math>2 \leq n \leq 10</math></u>

удовлетворяющих условию $2 \leq x \leq 10$ . Тогда пересечением множеств А и В является	$\{3,4,5,6,7,8,9\}$ $\{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$
Пусть: А - Множество всех людей, живущих в настоящее время на Земле. В - Множество учащихся данной школы. Тогда пересечением множеств А и В является	<u>Множество В</u> Множество А Множество всех людей, не учащихся в данной школе Множество учащихся данной школы, не живущих в настоящее время на Земле.
Пусть: А - Множество всех людей, живущих в настоящее время на Земле. В - Множество учащихся данной школы. Тогда объединением множеств А и В является	<u>Множество В</u> <u>Множество А</u> Множество всех людей, не учащихся в данной школе Множество учащихся данной школы, не живущих в настоящее время на Земле.
Степень декартова произведения множеств $A_1, A_2, A_3, B, C, D$ равна	6
Степень декартова произведения множеств: - всех рыб в Тихом океане. - всех натуральных чисел. - звезд в Галактике. Равна	3

<i>Теория вероятностей (73 вопроса)</i>	
Отличающиеся друг от друга порядком наборы, составленные из всех элементов данного конечного множества, называются	<u>перестановками</u> размещениям сочетаниями
Упорядоченные наборы, которые отличаются друг от друга как элементами, так и порядком называются	перестановками <u>размещениям</u> сочетаниями
Неупорядоченные наборы, которые отличаются друг от друга только элементами называются	перестановками размещениям <u>сочетаниями</u>
Из множества, состоящего из элементов {а,в,с}, можно получить	1 перестановку 3 перестановки <u>6 перестановок</u> 9 перестановок
Из множества, состоящего из элементов {3,2,1}, можно получить	1 перестановку 3 перестановки <u>6 перестановок</u> 9 перестановок
Из множества, состоящего из элементов {а,в,с,д}, можно получить	<u>24 перестановки</u> 4 перестановки 8 перестановок 16 перестановок
Из множества, состоящего из элементов {☺,☀,♥,☹}, можно получить	<u>24 перестановки</u> 4 перестановки 8 перестановок 16 перестановок
вероятность достоверного события равна	<u>1</u> <u>100%</u> 0 -1 0,5
вероятность невозможного события равна	1 100%

	$\frac{0}{-1}$ $0,5$
вероятность случайного события выражается числом	$>1$ $\frac{>0 \text{ и } <1}{<0}$ $>-1 \text{ и } <1$
Условная вероятность случайного события выражается числом	$>1$ $\frac{>0 \text{ и } <1}{<0}$ $>-1 \text{ и } <1$
Вероятность произведения случайных событий выражается числом	$>1$ $\frac{>0 \text{ и } <1}{<0}$ $>-1 \text{ и } <1$
событие, которое в данном опыте может произойти, а может и не произойти называется	<u>случайным</u> <u>достоверным</u> <u>невозможным</u> <u>совместным</u> <u>противоположным</u>
Событие, которое обязательно произойдет в этом опыте называется	<u>достоверным</u> <u>невозможным</u> <u>совместным</u> <u>противоположным</u>
Событие, которое в данном опыте произойти не может, называется	<u>достоверным</u> <u>невозможным</u> <u>совместным</u> <u>противоположным</u>
Событие, появление которого равносильно неоявлению другого называется	<u>достоверным</u> <u>невозможным</u> <u>совместным</u> <u>противоположным</u>
События, появление одного из которых не исключает появления другого в этом опыте называются	<u>достоверными</u> <u>невозможными</u> <u>совместными</u> <u>противоположными</u>
событие, состоящее в появлении хотя бы одного из нескольких событий называется	<u>разностью событий</u> <u>суммой событий</u> <u>произведением событий</u> <u>пересечением событий</u> <u>объединением событий</u>
событие, состоящее в одновременном появлении нескольких событий называется	<u>разностью событий</u> <u>суммой событий</u> <u>произведением событий</u> <u>пересечением событий</u> <u>объединением событий</u>
Событие, которое означает, что наступает одно событие, но не наступает другое, называется	<u>разностью событий</u> <u>суммой событий</u> <u>произведением событий</u> <u>пересечением событий</u> <u>объединением событий</u>
В урне находятся только белые шары. Событие «вынут белый шар» является	<u>достоверным</u> <u>невозможным</u> <u>совместным</u> <u>противоположным</u>
В урне находятся только белые шары. Событие «вынут черный шар» является	<u>достоверным</u> <u>невозможным</u>

	совместным противоположным
В урне находятся только белые шары. Событие «вынут красный шар» является	достоверным <u>невозможным</u> совместным противоположным
В испытании с бросанием игральной кости (кубика) событие «выпадение целого числа от 1 до 6» является	<u>достоверным</u> невозможным совместным противоположным
В испытании с бросанием игральной кости (кубика) событие «выпадение 7» является	достоверным <u>невозможным</u> совместным противоположным
В испытании с бросанием игральной кости (кубика) событие «выпадение числа меньше 1» является	достоверным <u>невозможным</u> совместным противоположным
В испытании с бросанием игральной кости (кубика) событие «выпадение целого числа» является	<u>достоверным</u> невозможным совместным противоположным
В испытании с бросанием игральной кости (кубика) событие «выпадение дробного числа» является	достоверным <u>невозможным</u> совместным противоположным
Вероятность того, что при бросании игральной кости (кубика) выпадет число, кратное 3, равна	1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ 3
Вероятность того, что при бросании игральной кости (кубика) выпадет число, кратное 2, равна	1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ 2
Вероятность того, что при бросании игральной кости (кубика) выпадет число, меньшее 3, равна	1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ 3
Вероятность того, что при бросании игральной кости (кубика) выпадет число, большее 6, равна	1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ <u>0</u>
Вероятность того, что при бросании игральной кости (кубика) выпадет число, большее 5, равна	1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ 5
В группе по списку 25 студентов: 10 девушек и 15 юношей. Какова вероятность, что двое человек, наугад вызванных к доске окажутся девушками?	$\frac{2}{25}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{18}{125}$ $\frac{20}{625}$
В группе по списку 25 студентов: 10 девушек и 15 юношей. Какова вероятность, что двое человек, наугад	$\frac{6}{25}$ $\frac{1}{2}$

вызванных к доске окажутся 1 девушкой и 1 юношей?	$\frac{1}{4}$ $\frac{12}{25}$
20 ученикам раздается 20 тетрадей: 5 белых, 10 зелёных и 5 розовых. Какова вероятность получить цветную тетрадь?	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{10}{15}$
20 ученикам раздается 20 тетрадей: 5 белых, 10 зелёных и 5 розовых. Из них половина – по 18 листов, остальные – 12. Какова вероятность получить зелёную тетрадь из 18 листов?	1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{8}$
20 ученикам раздается 20 тетрадей: 5 белых, 10 зелёных и 5 розовых. Из них половина – по 18 листов, остальные – 12. Какова вероятность получить розовую тетрадь или тетрадь из 18 листов?	1 $\frac{5}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{8}$
В показе мод участвуют 3 шатенки и 2 блондинки. Какова вероятность, что на очередном выходе на подиум по очереди выйдут блондинка, затем шатенка?	0,2 <u>0,3</u> 0,6 0,24
В показе мод участвуют 3 шатенки и 2 блондинки. Какова вероятность, что на очередном выходе на подиум одновременно выйдут блондинка и шатенка?	0,2 0,3 <u>0,6</u> 0,24
Найти вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным 2 либо 5, либо тому и другому одновременно?	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{5}$
В урне два белых шара и один черный. Вынимаются по очереди два шара. Какова вероятность того, что второй вынутый шар является белым, если первый вынутый шар – тоже белый?	$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{5}$ 1
В урне два белых шара и один черный. Вынимаются по очереди два шара. Какова вероятность того, что второй вынутый шар является черным, если первый вынутый шар – белый?	$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{5}$ 1
В урне два белых шара и один черный. Вынимаются по очереди два шара. Какова вероятность того, что второй вынутый шар является белым, если первый вынутый шар – черный?	$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{5}$ <u>1</u>
В семье двое детей. Если считать рождение мальчика и девочки равновероятными событиями, то какова вероятность, что оба ребенка в семье – мальчики?	0,5 <u>0,25</u> 0,125 0,75
В семье двое детей. Если считать рождение мальчика и девочки равновероятными событиями, то какова вероятность, что оба ребенка в семье – девочки?	0,5 <u>0,25</u> 0,125 0,75
В семье двое детей. Если считать рождение мальчика и девочки равновероятными событиями, то какова вероятность, что эти дети - разного пола?	<u>0,5</u> 0,25 0,125 0,75
В семье двое детей. Если считать рождение мальчика и девочки равновероятными событиями, то какова вероятность, что эти дети - одного пола?	<u>0,5</u> 0,25 0,125 0,75

<p>Случайная величина, распределение которой задано таблицей</p> <table border="1" data-bbox="185 259 761 331"> <tr> <td><math>X_i</math></td> <td>11</td> <td>12</td> <td>13</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td><math>p_i</math></td> <td>0.1</td> <td>0.2</td> <td>0.3</td> <td>0.4</td> </tr> </table> <p>Является</p>	$X_i$	11	12	13	20	$p_i$	0.1	0.2	0.3	0.4	<p><u>дискретной</u> непрерывной равномерно распределенной нормально распределенной</p>
$X_i$	11	12	13	20							
$p_i$	0.1	0.2	0.3	0.4							
<p>Математическое ожидание случайной величины, распределение которой задано таблицей</p> <table border="1" data-bbox="185 432 761 504"> <tr> <td><math>X_i</math></td> <td>11</td> <td>12</td> <td>15</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td><math>p_i</math></td> <td>0.2</td> <td>0.1</td> <td>0.5</td> <td>0.2</td> </tr> </table> <p>Равняется</p>	$X_i$	11	12	15	20	$p_i$	0.2	0.1	0.5	0.2	<p>12 15 <u>14,9</u> 14,5</p>
$X_i$	11	12	15	20							
$p_i$	0.2	0.1	0.5	0.2							
<p>Математическое ожидание случайной величины, распределение которой задано таблицей</p> <table border="1" data-bbox="185 604 761 676"> <tr> <td><math>X_i</math></td> <td>-4</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td><math>p_i</math></td> <td>0.2</td> <td>0.3</td> <td>0.3</td> <td>0.2</td> </tr> </table> <p>Равняется</p>	$X_i$	-4	-2	0	1	$p_i$	0.2	0.3	0.3	0.2	<p><u>-1,2</u> 7/4 0 -7/4</p>
$X_i$	-4	-2	0	1							
$p_i$	0.2	0.3	0.3	0.2							
<p>Распределение вида <math>P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}</math> называется</p>	<p>Нормальным <u>Биномиальным</u> Равномерным показательным</p>										
<p>Распределение вида <math>P_m = \frac{a^m}{m!} e^{-a} (m = 0, 1, \dots)</math>, называется</p>	<p>Нормальным <u>Пуассоновским</u> Равномерным показательным</p>										
<p>Биномиальное распределение случайной величины имеет вид:</p>	$P_m = \frac{a^m}{m!} e^{-a} (m = 0, 1, \dots)$ $P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$ $p(t) = \lambda e^{-\lambda t} \text{ при } t > 0$ $p(x) = f_{a;\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right]$										
<p>Нормальное распределение случайной величины имеет вид:</p>	$P_m = \frac{a^m}{m!} e^{-a} (m = 0, 1, \dots)$ $P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$ $p(t) = \lambda e^{-\lambda t} \text{ при } t > 0$ $p(x) = f_{a;\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right]$										
<p>Закон Пуассона для распределения случайной величины имеет вид:</p>	$P_m = \frac{a^m}{m!} e^{-a} (m = 0, 1, \dots)$ $P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$										

	$p(t) = \lambda e^{-\lambda t} \text{ при } t > 0$ $p(x) = f_{a;\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right]$
По мишени производится 3 выстрела. Распределение случайной величины, которое приближенно заменяется законом Пуассона	Нормальное <u>Биномиальное</u> Равномерное показательное
Вероятность попадания в цель при каждом выстреле из лука равна 1/3. Производится шесть выстрелов. Какова вероятность ровно трех попаданий?	3/9 3/729 6/729 <u>160/729</u>
По мишени производится 3 выстрела. Вероятность попадания при каждом выстреле – 0,8. Найти вероятность ровно 2-х попаданий.	0,512 <u>0,384</u> 0,64 0,32
Дискретной случайной величиной является	<u>количество студентов, пришедших на лекцию;</u> количество вредных веществ в воздухе интервал движения автобусов
Дискретной случайной величиной является	количество вредных веществ в воздухе интервал движения автобусов количество страниц в книге
Непрерывной случайной величиной является	число зерен в колосе <u>ошибка в измерении расстояния;</u> количество звезд, видимых на небе
Дискретной случайной величиной является	расстояние от точки попадания до центра мишени; <u>число зерен в колосе</u> ошибка в измерении расстояния; количество вредных веществ в воздухе
Непрерывной случайной величиной является	<u>расстояние от точки попадания до центра мишени;</u> число зерен в колосе количество звезд, видимых на небе
Непрерывной случайной величиной является	число опоздавших на электричку; число зерен в колосе количество найденный по теме сайтов; <u>количество вредных веществ в воздухе.</u>
параметр $\sigma$ в выражении $p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$ для нормального закона распределения характеризует	сдвиг графика распределения вдоль оси абсцисс <u>рассеяние случайной величины</u> полностью закон распределения случайной величины
Параметр $a$ в выражении $p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$ для нормального закона распределения характеризует	<u>сдвиг графика распределения вдоль оси абсцисс</u> рассеяние случайной величины закон распределения случайной величины полностью
Сдвиг распределения случайной величины, распределенной по нормальному закону, вдоль оси	$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x)^2}{2}}$

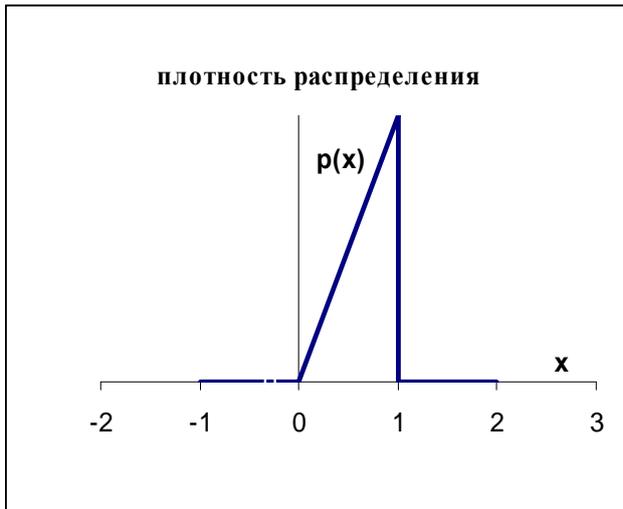
абсцисс равен 20, а рассеяние (среднеквадратическое отклонение) равно 2. Тогда плотность вероятности данного распределения имеет вид:

$$p(x) = \frac{1}{20\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-20)^2}{800}}$$

$$p(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-20)^2}{2}}$$

$$p(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-20)^2}{8}}$$

Распределение вероятности случайной величины имеет вид:

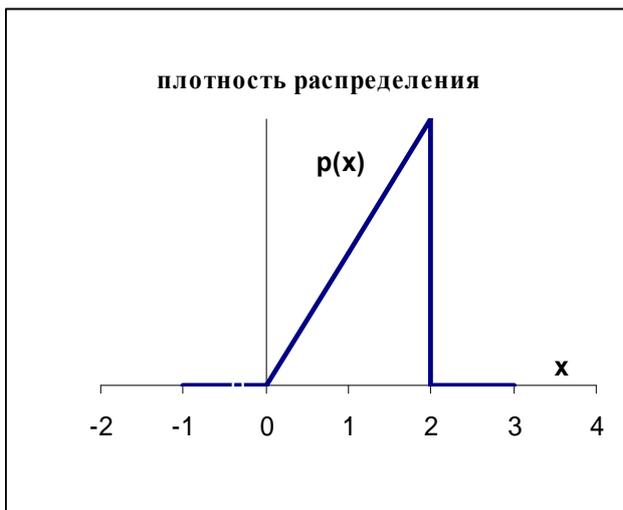


$$p(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ ax, & \text{при } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{при } x > 0 \end{cases}$$

Чему равно  $a$ ?

1  
2  
0,5  
4

Распределение вероятности случайной величины имеет вид:



$$p(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ ax, & \text{при } 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{при } x > 0 \end{cases}$$

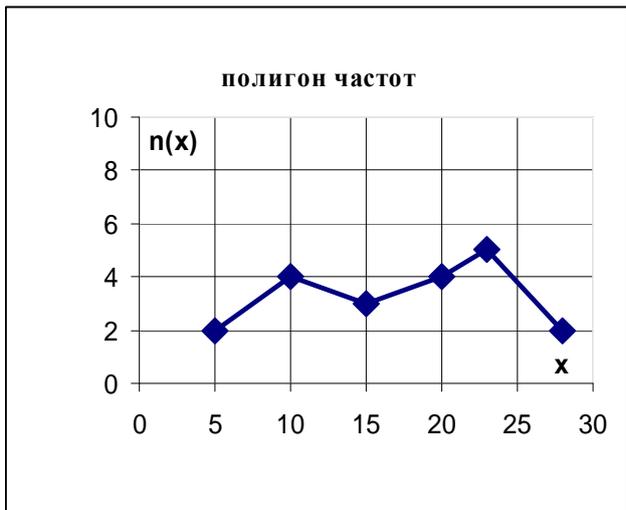
Чему равно  $a$ ?

1  
2  
0,5  
0,25

Плотность распределения вероятностей случайной величины  $X$  задана в виде:

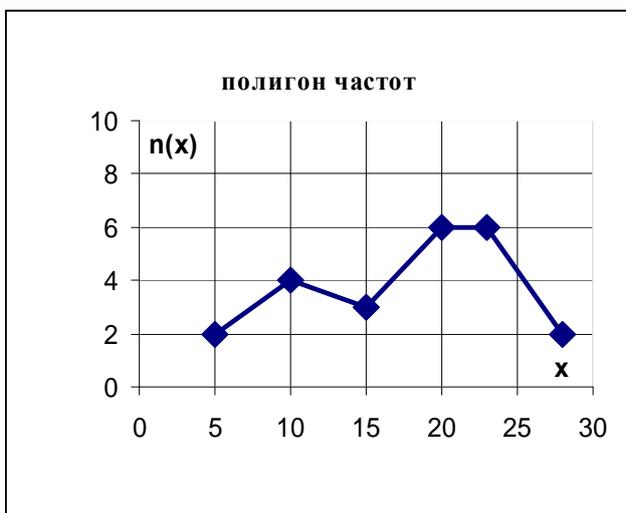
0  
1  
0,25  
0,4

$p(x) = \begin{cases} C, & \text{при } -2 < x < 2 \\ 0, & \text{вне интервала } (-2, 2). \end{cases}$ Чему равно C?	2														
Плотность распределения вероятностей случайной величины X задана в виде: $p(x) = \begin{cases} C, & \text{при } 0 < x < 0.5 \\ 0, & \text{вне интервала } (0, 0.5). \end{cases}$ Чему равно C?	0 1 0,25 0,4 <u>2</u>														
Плотность распределения вероятностей случайной величины X задана в виде: $p(x) = \begin{cases} C, & \text{при } 3 < x < 4 \\ 0, & \text{вне интервала } (3, 4). \end{cases}$ Чему равно C?	0 <u>1</u> 0,3 0,4 0,25														
<b>Математическая статистика (26 вопросов)</b>															
Результаты независимых опытов над величиной X: $X_1, X_2, \dots, X_k$ с частотами $n_1, n_2, \dots, n_k$ называются	Генеральной совокупностью <u>Случайной выборкой</u> Полигоном распределения														
Совокупность всех значений изучаемой случайной величины с частотами, равными их вероятностям называется	<u>Генеральной совокупностью</u> Случайной выборкой Полигоном распределения														
Графическое изображение вариационного ряда называется	Генеральной совокупностью Случайной выборкой <u>Полигоном распределения</u>														
Мат. ожидание характеризует	рассеяние случайной величины <u>среднее значение</u> погрешность измерения														
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: auto;"> <p style="text-align: center;"><b>полигон частот</b></p> <table border="1" style="margin-top: 10px; width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>n(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td>10</td><td>4</td></tr> <tr><td>15</td><td>3</td></tr> <tr><td>20</td><td>6</td></tr> <tr><td>25</td><td>6</td></tr> <tr><td>30</td><td>2</td></tr> </tbody> </table> </div> Относительная частота варианты $X=10$ равна	x	n(x)	5	2	10	4	15	3	20	6	25	6	30	2	<u>4/25</u> 1/3 1/6 2/3 2/5
x	n(x)														
5	2														
10	4														
15	3														
20	6														
25	6														
30	2														



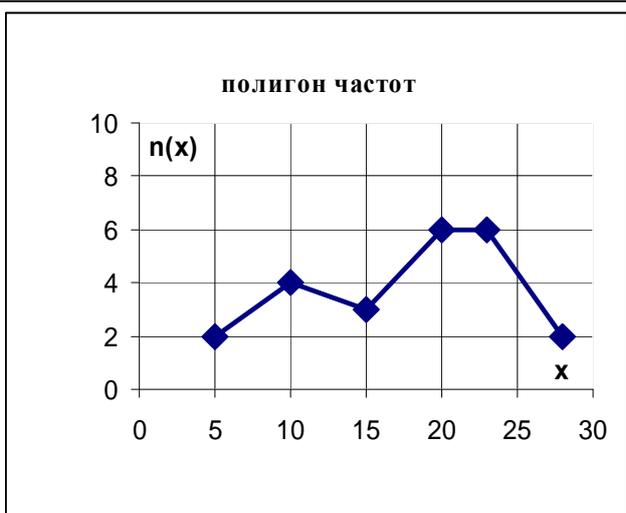
4/25  
1/5  
 5/28  
 23/28

Относительная частота варианты  $X=23$  равна



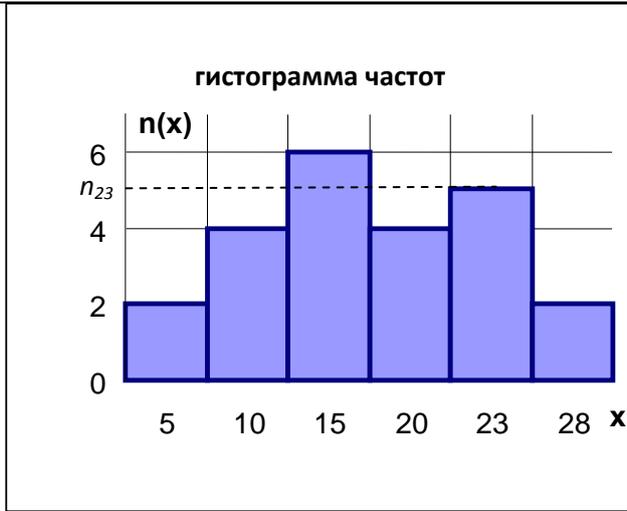
2/25  
 5  
 6  
2

Частота варианты  $X=5$  равна



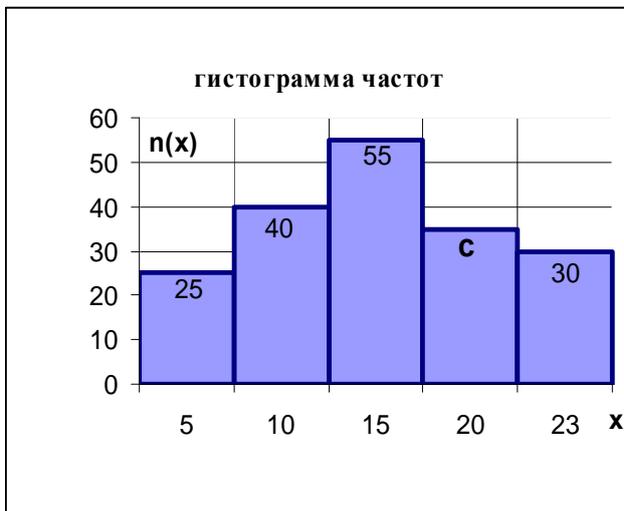
2/25  
 5  
6  
 2

Частота варианты  $X=20$  равна



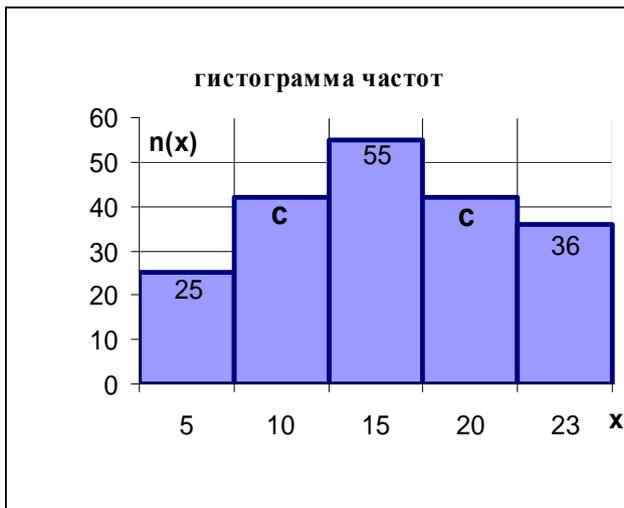
5

Объем выборки  $n$  равен 23. Чему равно  $n_{23}$ ?



35

Объем выборки равен 185, чему равно  $C$ ?

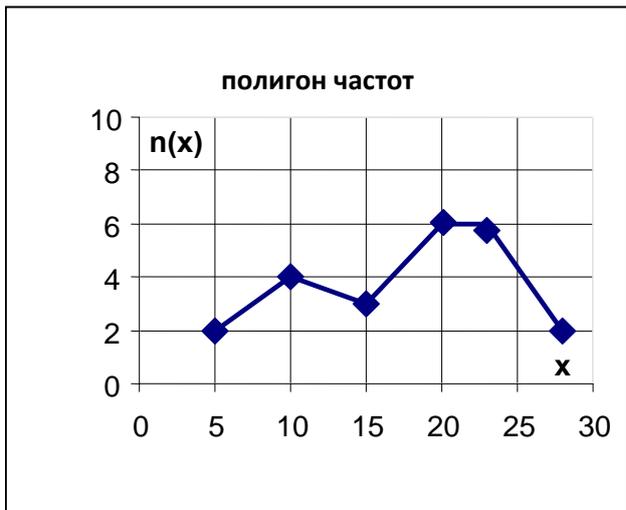


42

Объем выборки равен 200, чему равно  $C$ ?

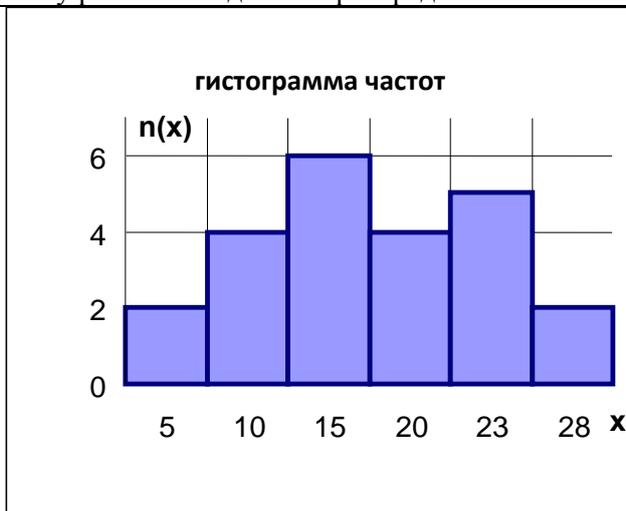
Варианта с наибольшей частотой называется

Медианой  
 Мат. ожиданием  
Модой  
 дисперсией



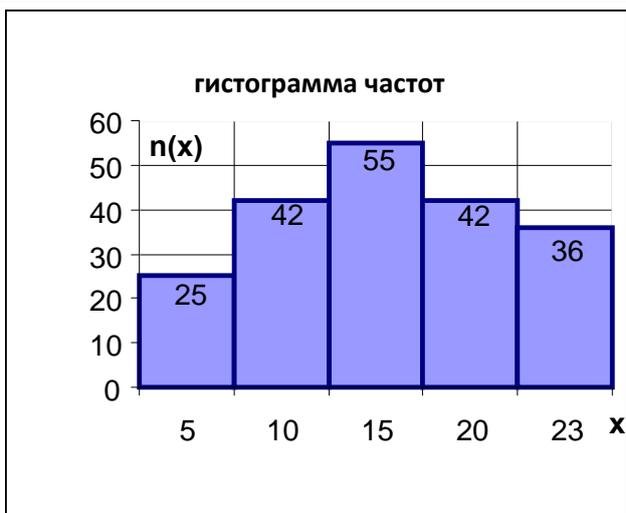
6

Чему равна мода данного распределения?



6

Чему равна мода данного распределения?



55

Чему равна мода данного распределения?

$X_i$	-4	-2	0	1
$n_i$	2	3	1	2

-2

Чему равна мода данного распределения?

$X_i$	11	12	15	20
$n_i$	5	15	10	2

12

Чему равна <i>мода</i> данного распределения?	
В двух группах детского сада заболело трое ребятишек. Гипотеза $H_0$ состоит в том, что из первой группы заболело двое, а из второй – один. Конкурирующими к данной гипотезе не являются:	$H_1$ – заболели дети из <u>обеих групп</u> $H_2$ - Заболели дети из второй группы $H_3$ - Заболели дети из первой группы $H_4$ - Из первой заболел один, а из второй – двое.
Гипотеза $H_0$ состоит в том, что за месяц выпадает менее 12 дождливых дней. Конкурирующей к ней является:	$H_1$ – за месяц выпадает <u>12 дождливых дней</u> $H_2$ – за месяц выпадает <u>15 дождливых дней</u> $H_3$ – за месяц выпадает менее 5 дождливых дней $H_4$ – за месяц выпадает 8 дождливых дней
В результате 10 измерений получены значения: 13, 15, 16, 14, 14, 16, 18, 15, 15, 14. Оценка математического ожидания данной величины равняется	15,1 <u>15</u> 14 1,41
В результате 10 измерений получены значения: 13, 15, 16, 14, 14, 16, 18, 15, 15, 14. Оценка математического ожидания данной величины равняется 15. Укажите интервал, в который попадает выборочное значение среднеквадратичного отклонения данной величины	(-10;0) <u>(0;5)</u> (5;10) (10;20)
Среднеквадратическое отклонение характеризует	<u>рассеяние случайной величины</u> среднее значение погрешность измерения
Чем меньше выбрана надежность (доверительная вероятность), тем доверительный интервал	<u>больше</u> меньше не зависит
Чем больше выбрана надежность (доверительная вероятность), тем доверительный интервал	больше <u>меньше</u> не зависит
Чем больше проведено испытаний, тем, при фиксированной надежности, доверительный интервал	больше <u>меньше</u> не зависит
Чем меньше проведено испытаний, тем, при фиксированной надежности, доверительный интервал	<u>больше</u> меньше не зависит

### Банк контрольных заданий.

#### I. Контрольные задания по теории вероятностей

- 1) В урне содержится 5 черных и 4 белых шара. Наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из урны, окажется черным.
- 2) В урне содержится 8 черных и 4 белых шара. Наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из урны, окажется белым.
- 3) В урне содержится 9 черных и 4 белых шара. Наудачу извлечены два шара. Найти вероятность того, что они оба окажутся черными.
- 4) В урне содержится 7 черных и 3 белых шара. Наудачу извлечены два шара. Найти вероятность того, что они оба окажутся белыми.
- 5) В урне содержится 5 черных и 4 белых шара. Наудачу извлечены два шара. Найти

вероятность того, что они окажутся разного цвета.

- 6) В каждой из двух урн содержится 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из второй урны, окажется черным.
- 7) В каждой из двух урн содержится 6 черных и 7 белых шаров. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из второй урны, окажется белым.
- 8) В каждой из двух урн содержится 8 черных и 2 белых шара. Из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в первую. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из первой урны, окажется черным.
- 9) Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает 2 вопроса, содержащиеся в его экзаменационном билете.
- 10) Две команды по 20 спортсменов производят жеребьевку для присвоения номеров участникам соревнований. Два брата входят в состав различных команд. Найти вероятность того, что братья будут участвовать в соревнованиях под одним и тем же номером 18.
- 11) Две перфораторщицы набили по одинаковому комплекту перфокарт. Вероятность того, что первая перфораторщица допустит ошибку равна 0,1; для второй перфораторщицы эта вероятность равна 0,2. При сверке перфокарт была обнаружена ошибка. Найти вероятность того, что ошиблась вторая перфораторщица.
- 12) Три стрелка произвели залп по цели. Вероятность поражения цели первым стрелком равна  $P_1$ ; для второго и третьего стрелков эти вероятности соответственно равны  $P_2$  и  $P_3$ . Найти вероятность того, что: а) только один из стрелков поразит цель; б) только два стрелка поразят цель; в) все три стрелка поразят цель, если:

$$\begin{aligned} P_1=0,6 P_2=0,9 P_3=0,8 \\ P_1=0,7 P_2=0,8 P_3=0,9 \\ P_1=0,8 P_2=0,9 P_3=0,9 \\ P_1=0,3 P_2=0,9 P_3=0,7 \\ P_1=0,5 P_2=0,5 P_3=0,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_1=0,8 P_2=0,8 P_3=0,9 \\ P_1=0,7 P_2=0,5 P_3=0,4 \\ P_1=0,4 P_2=0,8 P_3=0,9 \\ P_1=0,7 P_2=0,7 P_3=0,9 \\ P_1=0,9 P_2=0,8 P_3=0,9 \end{aligned}$$

- 10) Из трех орудий произвели залп по цели. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого орудия равна  $P_1$ ; для второго и третьего орудий эти вероятности соответственно равны  $P_2$  и  $P_3$ . Найти вероятность того, что: а) хотя бы один снаряд попадет в цель; б) хотя бы два снаряда попадут в цель, если:

$$\begin{aligned} P_1=0,6 P_2=0,9 P_3=0,8 \\ P_1=0,7 P_2=0,8 P_3=0,9 \\ P_1=0,8 P_2=0,9 P_3=0,9 \\ P_1=0,3 P_2=0,9 P_3=0,7 \\ P_1=0,5 P_2=0,5 P_3=0,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_1=0,8 P_2=0,8 P_3=0,9 \\ P_1=0,7 P_2=0,5 P_3=0,4 \\ P_1=0,4 P_2=0,8 P_3=0,9 \\ P_1=0,7 P_2=0,7 P_3=0,9 \\ P_1=0,9 P_2=0,8 P_3=0,9 \end{aligned}$$

- 11) Два стрелка произвели по одному выстрелу по мишени. Вероятность поражения мишени каждым из стрелков равна  $P_1$  и  $P_2$  соответственно. Найти вероятность того, что: а) оба стрелка поразят мишень; б) оба стрелка промахнутся; в) только один стрелок поразит мишень; г) хотя бы один из стрелков поразит мишень, если:

$$\begin{aligned} P_1=0,5 P_2=0,5 \\ P_1=0,4 P_2=0,8 \\ P_1=0,8 P_2=0,8 \\ P_1=0,7 P_2=0,5 \\ P_1=0,7 P_2=0,7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_1=0,9 P_2=0,8 \\ P_1=0,6 P_2=0,9 \\ P_1=0,3 P_2=0,9 \\ P_1=0,7 P_2=0,8 \\ P_1=0,8 P_2=0,9 \end{aligned}$$

- 12) Вероятность хотя бы одного попадания при двух выстрелах равна  $P$ . Найти вероятность четырех попаданий при пяти выстрелах, если:

$$\begin{aligned} P=0,99 \\ P=0,98 \\ P=0,95 \\ P=0,90 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P=0,85 \\ P=0,80 \\ P=0,75 \\ P=0,70 \end{aligned}$$

13) Из аэровокзала отправились 2 автобуса-экспресса к трапам самолетов. Вероятность своевременного прибытия каждого автобуса в аэропорт равна  $P$ . Найти вероятность того, что: а) оба автобуса придут вовремя б)оба автобуса опоздают; в) только один автобус придет вовремя; г) хотя бы один автобус придет вовремя., если:

$$P=0,99$$

$$P=0,98$$

$$P=0,95$$

$$P=0,90$$

$$P=0,85$$

$$P=0,80$$

$$P=0,75$$

$$P=0,70$$

## II. Контрольные задания по математической статистике

Найти *математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение* дискретной случайной величины  $X$  по данному закону ее распределения, заданному в виде таблицы:

$X_i$	15	19	24	27	30
$p_i$	0,1	0,2	0,3	0,1	0,3

$X_i$	1	2	3	4	5
$p_i$	0,1	0,2	0,2	0,1	0,4

$X_i$	5	7	9	11	13
$p_i$	0,2	0,2	0,2	0,1	0,3

$X_i$	2	4	6	7	13
$p_i$	0,1	0,1	0,3	0,2	0,3

$X_i$	9	10	11	12	13
$p_i$	0,3	0,2	0,1	0,1	0,3

$X_i$	0,8	0,9	1,1	1,5	1,7
$p_i$	0,1	0,2	0,1	0,1	0,5

$X_i$	2,5	3,5	4,0	4,5	5,0
$p_i$	0,5	0,1	0,1	0,1	0,2

$X_i$	1,5	1,9	2,4	2,7	3,0
$p_i$	0,2	0,2	0,3	0,1	0,2

$X_i$	0,15	0,19	0,24	0,27	0,30
$p_i$	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

$X_i$	900	1090	1024	1027	1030
$p_i$	0,4	0,2	0,1	0,1	0,2

Над случайной величиной, распределенной по нормальному закону, произведено  $N$  опытов.

Получены оценочные значения математического ожидания -  $\bar{X}$  и среднеквадратического отклонения -  $\sigma$ . Найти *доверительный интервал* с заданной надежностью  $\alpha$ .

1.  $N=10, \bar{X}=4.6, \sigma=1.2, \alpha=0.99$
2.  $N=20, \bar{X}=5.6, \sigma=1.05, \alpha=0.99$
3.  $N=40, \bar{X}=55, \sigma=12, \alpha=0.95$
4.  $N=50, \bar{X}=556, \sigma=12, \alpha=0.95$
5.  $N=70, \bar{X}=88, \sigma=12, \alpha=0.90$
6.  $N=80, \bar{X}=7.05, \sigma=2.02, \alpha=0.90$
7.  $N=100, \bar{X}=66.2, \sigma=5.4, \alpha=0.8$
8.  $N=100, \bar{X}=908, \sigma=24, \alpha=0.8$
9.  $N=100, \bar{X}=0.05, \sigma=0.01, \alpha=0.99$
10.  $N=100, \bar{X}=0.89, \sigma=0.18, \alpha=0.95$

Над случайной величиной, распределенной по нормальному закону, произведено  $10$  опытов.

Получить оценочные значения *математического ожидания* -  $\bar{X}$ , *среднеквадратического отклонения* -  $\sigma$ . Построить *доверительный интервал*  $I_{\alpha}$  с доверительной вероятностью  $0,95$ .

<i>№ опыта - i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X_i$	10.1	10.5	10.1	10.1	10.2	10.3	9.8	9.9	10.0	10.3

<i>№ опыта - i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X_i$	101	105	101	101	102	103	98	99	100	113

<i>№ опыта - i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X_i$	0.55	0.56	0.53	0.50	0.49	0.52	0.51	0.58	0.53	0.51

<i>№ опыта - i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X_i$	66	65	63	64	68	61	69	62	66	65

<i>№ опыта - i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X_i$	562	580	577	590	569	587	591	568	576	588

<i>№ опыта - i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
--------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

$X_i$	12	13	13	13	15	16	12	11	10	15
-------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

№ опыта - $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X_i$	0.001	0.002	-0.004	-0.003	0.007	-0.006	0.004	-0.002	0.004	0.004

№ опыта - $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X_i$	25	26	28	23	24	26	29	25	21	26

№ опыта - $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X_i$	448	449	442	446	447	445	441	442	442	445

№ опыта - $i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X_i$	0.2	0.3	0.1	0.3	0.4	0.1	0.2	0.2	0.1	0.3

Оценить совместное распределение вероятностей величин  $X$  и  $Y$  (Найти коэффициент корреляции  $X$  и  $Y$ ):

$Y_i$	448	449	442	446	447	445	441	442	442	445
$X_i$	0.2	0.3	0.1	0.3	0.4	0.1	0.2	0.2	0.1	0.3

$Y_i$	4	6	2	6	7	3	4	5	1	6
$X_i$	0.2	0.3	0.1	0.3	0.4	0.1	0.2	0.2	0.1	0.3

$Y_i$	5	9	3	8	11	3	6	7	4	10
$X_i$	0.2	0.3	0.1	0.3	0.4	0.1	0.2	0.2	0.1	0.3

$Y_i$	448	449	442	446	447	445	441	442	442	445
$X_i$	0.001	0.002	-0.004	-0.003	0.007	-0.006	0.004	-0.002	0.004	0.004

$Y_i$	0.001	0.002	-0.004	-0.003	0.007	-0.006	0.004	-0.002	0.004	0.004
$X_i$	0.2	0.3	-0.8	-0.6	0.14	-0.1	0.7	-0.4	0.8	0.9

$Y_i$	25	26	28	23	24	26	29	25	21	26
$X_i$	2	2	3	2	2	3	3	3	2	3

$Y_i$	25	26	28	23	24	26	29	25	21	26
$X_i$	0.2	0.3	0.3	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.2	0.3

$Y_i$	12	13	13	13	15	16	12	11	10	15
$X_i$	1.2	1.3	1.1	1.3	1.4	1.1	1.2	1.2	1.1	1.3

$Y_i$	48	49	52	50	59	64	50	45	42	61
$X_i$	12	13	13	13	15	16	12	11	10	15

$Y_i$	101	105	101	101	102	103	98	99	100	113
$X_i$	0.2	0.3	0.1	0.3	0.4	0.1	0.2	0.2	0.1	0.3

Найти вероятность попадания величины  $X$ , распределенной по нормальному закону, в заданный интервал, если известны параметры её распределения:

1.  $(4, 7; \infty)$ ,  $a=4.6$ ,  $\sigma=1.2$ ,
2.  $(4, 5; 5, 5)$ ,  $a=5.6$ ,  $\sigma=1.05$ ,
3.  $(57; 60)$ ,  $a=55$ ,  $\sigma=12$ ,
4.  $(550; 560)$ ,  $a=556$ ,  $\sigma=12$ ,
5.  $(90; 95)$ ,  $a=88$ ,  $\sigma=12$ ,
6.  $(6.8; 6.9)$ ,  $a=7.05$ ,  $\sigma=2.02$ ,

7.  $(70; 71)$ ,  $a=66.2$ ,  $\square=5.4$ ,
8.  $(850; 950)$ ,  $a=908$ ,  $\square=24$ ,
9.  $(-\infty; 0.04)$ ,  $a=0.05$ ,  $\square=0.01$ ,
10.  $(0.9; \infty)$ ,  $a=0.89$ ,  $\square=0.18$ ,

### 3. Расчет коэффициента корреляции случайных величин.

Построение линейной зависимости случайных величин методом наименьших квадратов с использованием программы **Microsoft Excel**.

**Цель работы:** исследование совместного распределения вероятностей рядов экспериментальных данных.

**Теоретическая часть:**

Во многих науках часто приходится статистически анализировать влияние одного фактора на другой. Подобные задачи возникают тогда, когда такие факторы не являются независимыми, но их функциональная зависимость неизвестна (или ее невозможно найти аналитически). Примерами могут служить зависимость между осадками и урожаем или зависимость между концентрацией органических веществ в воде и количественным составом ихтиофауны.

Вероятностный подход к решению подобных задач исходит из предположения, что система рассматриваемых величин обладает определенным *совместным распределением вероятностей*.

**Коэффициентом корреляции**  $\rho(X, Y)$  двух случайных величин  $X$ ,  $Y$  называется отношение:

$$\rho(X, Y) = \frac{M((X - M(X))\square(Y - M(Y)))}{\sigma(X)\sigma(Y)}.$$

Здесь  $M$  и  $\sigma$  обозначают математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины.

Свойства коэффициента корреляции:

- 1)  $|\rho(X, Y)| \leq 1$  ;
- 2) если  $X$ ,  $Y$  независимы, то  $\rho(X, Y) = 0$  ;
- 3) если  $X$ ,  $Y$  связаны между собой линейной зависимостью, т.е.  $Y=aX+b$ , то  $|\rho(X, Y)|=1$  .

При этом чем ближе  $|\rho|$  к 1, тем лучше линейная зависимость между  $X$  и  $Y$ .

Если в результате  $n$  опытов получены данные:

$X$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	...	$X_n$
$Y$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	...	$Y_n$

то выражение для уравнения прямой регрессии имеет вид:

$$y = \bar{Y} + r \square \frac{S_y}{S_x} (x - \bar{X}), \tag{1}$$

где

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}} \tag{2}$$

$S_x$  и  $S_y$  - средние квадратические отклонения соответственно  $X$  и  $Y$ .

Прямая (1) является прямой наилучшего среднеквадратического приближения к эмпирическим точкам, что составляет принцип **метода наименьших квадратов**: *сумма квадратов отклонений экспериментальных точек от сглаживающей кривой должна быть минимальной*.

**Практическая часть.**

При выполнении работы рекомендуется придерживаться следующего плана:

1. Сформулировать конкретную цель работы (с описанием измеряемых величин и их предполагаемой взаимосвязи.)
2. Провести экспериментальные измерения или привлечь имеющиеся данные (не менее 6) значений случайных величин  $X$  и  $Y$ .
3. Результаты оформить в виде таблицы следующего вида:

Таблица

№ опыта ( $i$ )	Величина $X_i$	Величина $Y_i$
1	1	4,7
2	2	5,7
3	3	4,2
...	...	...
$\Sigma$		

5. Найти коэффициент корреляции, согласно (2), или пользуясь возможностями программы *Microsoft Excel*. Для этого воспроизвести в *Microsoft Excel* Таблицу 1 (можно без номера и заголовков). Для нахождения коэффициента корреляции легко воспользоваться мастером функций:

*Вставка* → *функция* → КОРРЕЛ (из категории «статистические»).

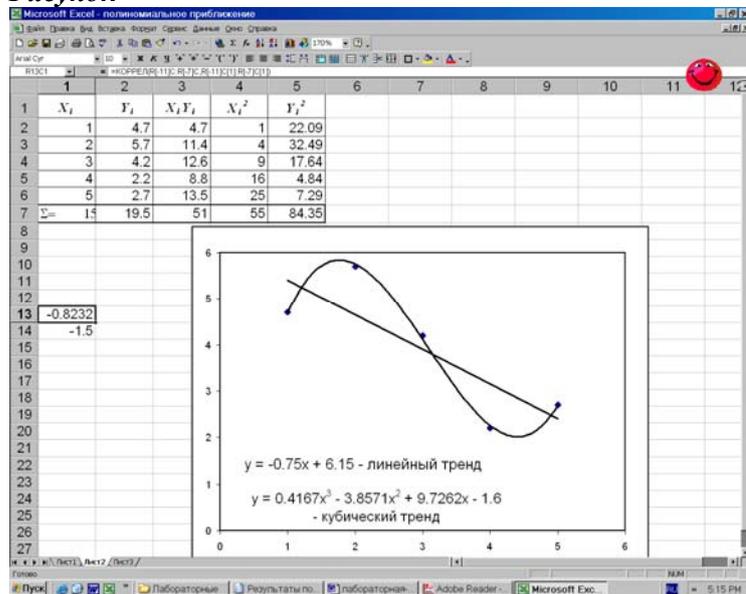
В качестве исходных массивов выбираются 2 ряда данных из 1 и 2 столбцов таблицы, подобной той, что на рис. 1. В активной ячейке появляется значение коэффициента корреляции (рис. 1).

6. Для построения регрессионной зависимости в *Microsoft Excel* необходимо воспользоваться *мастером построения диаграмм* и построить зависимость  $Y$  от  $X$  (лучше выбрать *точечную* диаграмму). Чтобы провести линейный тренд, из меню *Диаграмма* выбрать команду «*добавить линию тренда...*». Выбрать «*линейную*» (если коэффициент корреляции достаточно велик). Установить необходимые параметры, не забыв установить флажок «*показывать уравнение на диаграмме*».

**Примечание.** Если модуль коэффициента корреляции далек от 1 ( $< 0,6$ ), то следует поставить под сомнение наличие линейной зависимости между  $X$  и  $Y$  (и в целом совместное распределение вероятностей). В этом случае воспользуйтесь возможностями *Microsoft Excel* для построения полиномиального (логарифмического, экспоненциального или иного) приближения данной зависимости, установив при этом степень и необходимые параметры.

7. \*Попробуйте сделать прогноз зависимости  $Y$  от  $X$  за имеющуюся область определения.

Рисунок



#### 4. Расчет неизвестных параметров распределения случайной величины.

**Цель работы:** исследование распределения случайной величины.

**Теоретическая часть:**

Над величиной  $X$  производится  $n$  независимых опытов, давших результаты  $X_1 X_2 \dots X_n$ . Требуется найти состоятельные и несмещенные оценки для математического ожидания  $m$  и среднеквадратического отклонения  $s$ . В качестве оценки мат. ожидания принимается **среднее арифметическое значение** величины  $X$  (средневзвешенное значение). Поскольку данные обычно записывают подряд, не разделяя на частоты, то это выражение проще записать в виде:

$$\bar{m} = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (1)$$

В качестве оценки **среднеквадратического отклонения** выступает величина  $s$  которая без учета частот на практике используется в виде:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (2)$$

**Доверительный интервал  $I_\beta$ . Доверительная вероятность  $\beta$  (надежность).**

Если требуется построить доверительный интервал для математического ожидания величины  $X$ , необходимо найти такое число  $t=t(\beta)$ , чтобы интеграл вероятности

$$\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-x^2/2} dx$$

равнялся  $\beta$ . Этому требованию отвечает интервал

$$I_\beta = \left( \bar{m} - t_\beta \sqrt{\frac{D}{n}}; \bar{m} + t_\beta \sqrt{\frac{D}{n}} \right)$$

который покрывает истинное значение математического ожидания  $\bar{X}$  с вероятностью  $\beta$ .

Так как на опыте математическое ожидание часто неизвестно, то для доверительного интервала используется выражение:

$$I_\beta = \left( \bar{X} - t_\beta \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{X} + t_\beta \frac{s}{\sqrt{n}} \right) \quad (3)$$

$t_\beta$  находится с помощью таблицы значений для  $t$ -распределения Стьюдента (см. приложение 2), которую можно найти в любой книге по Математической статистике или рекомендациях к лабораторным работам,  $\bar{X}$  находится по формуле (1), а  $s$  – по формуле (2).

**Практическая часть.** Определение основных параметров распределения случайной величины – среднего значения (мат. ожидания)  $\bar{X}$ , среднеквадратического отклонения  $s$  и доверительного интервала  $I_\beta$  при заданной надежности **0,95**.

Для расчетов использовать не менее 10 измерений (или иных эмпирических данных).

Рекомендуется придерживаться следующего плана:

4. Сформулировать конкретную цель работы (с описанием измеряемой величины) и обрисовать схему эксперимента.
5. Провести экспериментальные измерения или подсчеты и результаты поместить в таблицу (см. также пример):

№ опыта $i$	Значение измеряемой величины $X_i$	$(X_i - \bar{X})^2$
----------------	--	---------------------

1	2,50	...
2	2,45	...
3	2,39	...
...	...	...

6. Найти среднее значение по формуле (1).  
7. Найти среднеквадратичное отклонение по формуле (2).  
8. По таблице из приложения находим значение  $t_\beta$  для  $k=n-1$  и  $\beta=0,95$ .  
9. Находим доверительный интервал и результат записываем в виде:

$$X = \bar{X} \pm t_\beta \frac{s}{\sqrt{n}}$$

что является другой формой записи  $I_\beta$ , или в виде (3).

10. Посчитать вероятность попадания  $X$  в произвольный интервал  $[x_1, x_2]$ , который определить самостоятельно из условий эксперимента. Для этого предположим, что наша величина подчиняется нормальному закону распределения вероятностей; в качестве  $a$  может быть использовано значение  $\bar{X}$ , а в качестве среднеквадратического отклонения  $\sigma - s$ . Вероятность попадания случайной величины  $X$  в интервал  $[x_1, x_2]$  равна

$$P(x_1 < X < x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{t_1}^{t_2} \exp\left[-\frac{u^2}{2}\right] du = \frac{1}{2} [\Phi(t_2) - \Phi(t_1)], \quad (4)$$

$$t_1 = \frac{x_1 - \bar{X}}{s}, \quad t_2 = \frac{x_2 - \bar{X}}{s} \quad (5)$$

где

а  $\Phi(t_1)$  и  $\Phi(t_2)$  находятся по таблице для интегралов вероятности Приложения 1.

11. Записать вывод.

Пример. Спортсменом проведена серия из 10 прыжков в длину с разбега с результатами: 8.05м, 8м, 7.95м, 8.04м, 8.02м, 8, 8.01м, 7.98м, 7.96м, 7.99м.

1. Рассчитать неизвестные характеристики распределения величины  $X$  (длины прыжка) – *среднее значение и среднеквадратическое отклонение.*
2. Определить доверительный интервал с надежностью  $\beta=0,95$ .
3. Оценить вероятность того, что прыгун в контрольном испытании продемонстрирует результат более 8,04 м.

Решение. Составим следующую таблицу:

№ опыта, $i$	Длина прыжка (м) $X_i$	$(X_i - \bar{X})^2 \cdot 10^{-4}$ $m^2$
1	8,05	25
2	8,00	0
3	7,95	25
4	8,04	16
5	8,02	4
6	8,00	0
7	8,01	1
8	7,98	4
9	7,96	16
10	7,99	1
10	80	92

По формулам (1), (2) получим следующие оценки для математического ожидания и среднеквадратического отклонения:

$$X = 8,00$$

$$s^2 = \frac{1}{10-1} \left[ \sum_{i=1}^{10} X_i^2 - 10 \cdot (8)^2 \right] = \frac{1}{9} (640,0092 - 640,0000) \approx 0,0010$$

отсюда  $s=0,0320$ .

Построим доверительный интервал, согласно (3) для значения доверительной вероятности 0,95, находя коэффициент Стьюдента по таблице для данной надежности и  $k$  равного  $n-1 = 9$ :

$$I_{\beta} = \left( 8 - 2,26 \frac{0,032}{3}, 8 + 2,26 \frac{0,032}{3} \right) = 8 \pm 0,026$$

Найдем вероятность того, что прыгун в очередном испытании «улетит» более чем на  $8\text{ м } 4\text{ см}$  (то есть попадет в интервал  $[8,04; \infty)$ ).

Для этого в качестве мат. ожидания и среднеквадратического отклонения возьмем их оценки -  $X = 8,00$  и  $s=0,0320$ , затем пересчитаем границы интервала по формулам (4), (5).

Получим:

$$t_1 = \frac{8,04 - 8}{0,032} = 1,25, \quad t_2 = \infty$$

Искомая вероятность может быть оценена как

$$P(X > 8,04) = \frac{1}{2} [\Phi(\infty) - \Phi(1,25)] = \frac{1}{2} (1 - 0,7887) \approx 0,106, \text{ или } \approx 11\%.$$

## Приложение 2

Значения  $t(\beta; k)$  для t-распределения Стьюдента, которые удовлетворяют условию

$$2 \int_0^1 p_k(t) dt = \beta,$$

где  $p_k(t)$  — плотность распределения Стьюдента с числом степеней свободы, равным  $k$ .

$k$	$\beta$				$k$	$\beta$			
	0.8	0.9	0.95	0.99		0.8	0.9	0.95	0.99
1	3.08	6.31	12.71	63.7	21	1.323	1.721	2.08	2.83
2	1.886	2.92	4.30	9.92	22	1.321	1.717	2.07	2.82
3	1.638	2.35	3.18	5.84	23	1.319	1.714	2.07	2.81
4	1.533	2.13	2.77	4.60	24	1.318	1.711	2.06	2.80
5	1.476	2.02	2.57	4.03	25	1.316	1.708	2.06	2.79
6	1.440	1.943	2.45	3.71	26	1.315	1.706	2.06	2.78
7	1.415	1.895	2.36	3.50	27	1.314	1.703	2.05	2.77
8	1.397	1.860	2.31	3.36	28	1.313	1.701	2.05	2.76
9	1.383	1.833	2.26	3.25	29	1.311	1.699	2.04	2.76
10	1.372	1.812	2.23	3.17	30	1.310	1.697	2.04	2.75
11	1.363	1.796	2.20	3.11	35	1.307	1.690	2.03	2.72
12	1.356	1.782	2.18	3.06	40	1.303	1.684	2.02	2.70
13	1.350	1.771	2.16	3.01	45	1.300	1.680	2.01	2.69
14	1.345	1.761	2.14	2.98	50	1.298	1.675	2.01	2.68
15	1.341	1.753	2.13	2.95	60	1.296	1.671	2.00	2.66
16	1.337	1.746	2.12	2.92	70	1.294	1.668	1.99	2.65
17	1.333	1.740	2.11	2.90	80	1.293	1.667	1.99	2.64
18	1.330	1.734	2.10	3.88	90	1.292	1.666	1.99	2.63
19	1.328	1.729	2.09	2.86	100	1.290	1.661	1.98	2.63
20	1.325	1.725	2.09	3.84	$\infty$	1.282	1.645	1.960	2.58

## Расчет неизвестных параметров распределения случайной величины в электронных таблицах EXCEL

Введите Ваши статистические данные в столбец А электронных таблиц.

В предположении, что данная неизвестная величина распределена по *нормальному закону*, неизвестные параметры распределения этой величины можно посчитать следующим образом:

1. Расчет *среднего значения* случайной величины (оценка математического ожидания). В свободную ячейку введите функцию СРЗНАЧ (Вставка/Функция/СРЗНАЧ из категории «Статистические»). В поле аргумента «Число1» введите ваш диапазон данных из столбца А.
2. Расчет *дисперсии* случайной величины (оценка рассеяния). В свободную ячейку введите функцию ДИСП (Вставка/Функция/ДИСП из категории «Статистические»). В поле аргумента «Число1» введите ваш диапазон данных из столбца А.
3. Расчет *среднеквадратического отклонения* случайной величины. В свободную ячейку введите функцию СТАНДОТКЛОН (Вставка/Функция/ СТАНДОТКЛОН из категории «Статистические»). В поле аргумента «Число1» введите ваш диапазон данных из столбца А.
4. Расчет *доверительного интервала*. В свободную ячейку введите функцию ДОВЕРИТ (Вставка/Функция/ ДОВЕРИТ из категории «Статистические»). В поле аргумента «Альфа» введите надежность (доверительную вероятность), например, 0,9 или 0,95. В поле «Станд\_откл» введите адрес ячейки с рассчитанным ранее стандартным отклонением. В поле «Размер» введите количество данных из столбца А.

Нижняя граница интервала:

**Среднее значение** *минус* полученная с помощью функции «ДОВЕРИТ» величина.

Верхняя граница интервала:

**Среднее значение** *плюс* полученная с помощью функции «ДОВЕРИТ» величина.

## ЛИСТ ВНЕСЕНИЯ ИЗМЕНЕНИЙ

Дополнения и изменения рабочей программы на 201\_/1\_ учебный год.

В рабочую программу вносятся следующие изменения:

1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры

---

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Декан/Директор

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.