Осенняя научная сессия КГПУ им. В.П. Астафьева
«Система педагогического образования –
ресурс развития общества»

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В ЭПОХУ ЦИФРОВИЗАЦИИ

Материалы XII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции

Красноярск, 9–10 ноября 2023 г.

Электронное издание

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В.П. АСТАФЬЕВА»

Осенняя научная сессия КГПУ им. В.П. Астафьева
«Система педагогического образования –
ресурс развития общества»

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В ЭПОХУ ЦИФРОВИЗАЦИИ

Материалы XII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции

Красноярск, 9–10 ноября 2023 г.

Электронное издание

КРАСНОЯРСК
2023

ББК 22.1
И 471

И 471 **Математика и математическое образование в эпоху цифровизации:** материалы XII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции. Красноярск, 9–10 ноября 2023 г. [Электронный ресурс] / отв. ред. В.Р. Майер; ред. кол. – Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2023. – Систем. требования: PC не ниже класса Pentium I ADM, Intel от 600 MHz, 100 Мб HDD, 128 Мб RAM; Windows, Linux; Adobe Acrobat Reader. – Загл. с экрана.

ISBN 978-5-00102-667-9

Представлены статьи секций «Применение систем компьютерной алгебры и графики, суперкомпьютерных вычислений в фундаментальных исследованиях по математике», «Системы динамической математики, компьютерной алгебры и графики в математической подготовке школьников и студентов», «Информационные технологии в занимательной, школьной и неэлементарной математике» и «Современные подходы и технологии обучения математике в эпоху цифровизации».

Предназначены специалистам в области математики и математического образования, а также всем интересующимся данными проблемами.

ББК 22.1

ISBN 978-5-00102-667-9

(Осенняя научная сессия
КГПУ им. В.П. Астафьева
«Система педагогического образования –
ресурс развития общества»)

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ 1.
Применение систем компьютерной алгебры и графики, суперкомпьютерных вычислений в фундаментальных исследованиях по математике

СЕКЦИЯ 2.
Системы динамической математики, компьютерной алгебры и графики в математической подготовке студентов и школьников

СЕКЦИЯ 3.
Информационные технологии в школьной математике

СЕКЦИЯ 4.
Современные подходы и технологии обучения математике в эпоху цифровизации

Секция 1

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ И ГРАФИКИ, СУПЕРКОМПЬЮТЕРНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ ПО МАТЕМАТИКЕ

О ПРИМЕНЕНИИ СИСТЕМЫ WOLFRAM MATHEMATICA К НАХОЖДЕНИЮ ИНВАРИАНТОВ ДИСКРЕТНЫХ УРАВНЕНИЙ

ON THE APPLICATION OF THE WOLFRAM MATHEMATICA SYSTEM TO FINDING INVARIANTS OF DISCRETE EQUATIONS

В.Ю. Барсукова, Ю.Н. Стратиенко **V.Y. Barsukova, Y.N. Stratienko**

Дискретное уравнение, дробно-рациональное уравнение второго порядка, система дискретных уравнений, инвариант дискретного уравнения, инвариант системы, Wolfram Mathematica.

Изучается вопрос нахождения инвариантов дискретных уравнений и их систем при помощи Wolfram Mathematica. Описан алгоритм нахождения инварианта, с его помощью получены семейства инвариантов для дробно-рациональных дискретных уравнений второго порядка и систем таких уравнений.

Discrete equation, fractional rational equation of the second order, system of discrete equations, invariant of a discrete equation, invariant of a system, Wolfram Mathematica.

The question of finding invariants of discrete equations and their systems using Wolfram Mathematica is studied. An algorithm for finding an invariant is described. With its help, families of invariants are obtained for second-order fractional-rational discrete equations and systems of such equations.

Система компьютерной алгебры Wolfram Mathematica представляет собой интегрированную среду для технических вычислений. Возможности ее применения в учебном процессе и научных исследованиях практически безграничны. С каждой новой версией расширяется список различных функций и сфер приложения. Wolfram Mathematica имеет свой встроенный язык программирования, поддерживающий символьные вычисления, что позволяет использовать его для решения широкого спектра математических задач. Рассмотрим использование возможностей среды Wolfram Mathematica к проблеме нахождения инвариантов для дискретных уравнений.

Определение 1. [1] Разностным или дискретным уравнением порядка $(k+1)$ называется уравнение вида

$$x_{n+1} = f(x_n, x_{n-1}, \ldots, x_{n-k}), \quad n = 0, 1, \ldots, \tag{1}$$

где непрерывная функция $f : J^{k+1} \to J$, J – некоторый интервал множества вещественных чисел. Решением такого уравнения является последовательность $\{x_n\}_{n=-k}^{\infty}$, удовлетворяющая уравнению (1), где начальные значения $x_{-k}, x_{-k+1}, \ldots, x_0 \in J$ заданы.

Определение 2. [1] Инвариантом уравнения (1) называется такая нетривиальная функция I, что для каждого решения $\{x_n\}_{n=-k}^{\infty}$ уравнения (1) выполнено $I(x_{n-k}, \ldots, x_n) = const$, для всех $n = 0, 1, 2 \ldots$

Рассмотрим частный случай уравнения (1), а именно, дробно-рациональное уравнение второго порядка вида

$$x_{n+1} = \frac{ax_n + b}{(cx_n + d)x_{n-1}}, \quad n = 0,1,\ldots, \tag{2}$$

где $a,\ b,\ c,\ d \geq 0, \quad a+b>0, \quad c+d>0$.

Подобным уравнениям и их системам, а также их инвариантам посвящено большое количество работ зарубежных авторов [1–3]. Так, для уравнения (2) в работе [3] предложен инвариант следующего вида

$$I(x_{n-1}, x_n) = (b + ax_{n-1} + ax_n + dx_{n-1}x_n)\left(c + \frac{d}{x_{n-1}} + \frac{d}{x_n} + \frac{a}{x_n x_{n-1}}\right). \tag{3}$$

Наличие инварианта подобной структуры позволяет доказать некоторые свойства положительных решений уравнения, такие как ограниченность сверху, ограниченность снизу ненулевой константой, для некоторых уравнений отсутствие предела решения при $n \to \infty$.

Анализ работ [1–3] показал, что для дробно-рациональных дискретных уравнений второго порядка инвариант есть линейная комбинация слагаемых вида $1,\ x_{n-1}, x_{n-1}^{-1},\ x_n, x_n^{-1}$ и их всевозможных попарных произведений.

Поиск инварианта сопряжен с большим объемом вычислений, так как требуется решить уравнение вида $I(x_{n-1},\ x_n) = I(x_n,\ x_{n+1})$, где x_{n+1} определяется равенством (2). Облегчить эти вычисления и поможет система Wolfram Mathematica. Приведем алгоритм, который был реализован для поиска инварианта уравнения (2) и других дробно-рациональных уравнений и их систем. Все вычисления ведутся в символьном виде.

1. Определяется число слагаемых и формируется список всех типов слагаемых в инварианте.

2. Строится многочлен с неопределенными коэффициентами.

3. Индексы всех членов увеличиваются на единицу, член с номером $(n+1)$ выражается из уравнения.

4. Полученная новая функция приравнивается исходной, предварительно исходную функцию нужно привести к знаменателю, появившемуся из уравнения.

5. Группируются подобные слагаемые, приравниваются к нулю коэффициенты (здесь удобно использовать списки), и решается полученная система. Найденное решение, а именно список значений неопределенных коэффициентов, подставляется в исходное выражение для инварианта.

Приведем код на языке Wolfram для уравнения (2).

```
fornice = {x :> Subscript[x, «n-1»], x1 :> Subscript[x, «n»],
x2 :> Subscript[x, «n+1»]};
allvariables = DeleteDuplicates[Sort[Inner[#2^# &,
Tuples[{0,1}, 4], {x, x1, 1/x, 1/x1}, Times]]];
allvariables /. fornice
fornicefork = Table[Symbol[«k» <> ToString[i]] :>
```

```
Subscript[k,#1] &[i], {i, Length[allvariables]}] ;
koef = Table[Symbol[«k» <> ToString[i]], {i,
Length[allvariables]}];
koef /. fornicefork
invwithk = FromDigits[allvariables koef, 1];
invwithk /. fornice /. fornicefork
inv2 = invwithk /. {x1 -> x2, x -> x1};
inv2new = inv2 /. {x2 -> (a x1 + b)/((c x1 + d) x)};
inv2new /. fornice /. fornicefork
inv2ok = Expand[Denominator[Together[inv2new]] /(x x1)
Factor[inv2new]];
inv1ok = Expand[Denominator[Together[inv2new]] /(x x1)
Factor[invwithk]];
inv1minesinv2 = FromCoefficientRules[CoefficientRules[inv1ok -
inv2ok, {x, x1, 1/x, 1/x1}], {x, x1, 1/x, 1/x1}];
listkoef = MonomialList[inv1minesinv2, {x, x1, 1/x, 1/x1}] /.
{x1 -> 1, x -> 1};
system = Factor[Flatten[Solve[listkoef == 0, koef]]];
system /. fornicefork
invfinish = invwithk /. system;
invfinish /. fornice /. Fornicefork
```

С помощью этого кода для (2) было найдено следующее семейство инвариантов

$$I(x_{n-1},x_n)=k_1+\frac{k_2}{x_n}+\frac{k_2\left(ac+d^2\right)x_n}{a^2+bd}+\frac{k_2}{x_{n-1}}+\frac{k_2ab}{\left(a^2+bd\right)x_nx_{n-1}}+$$
$$+\frac{k_2adx_n}{\left(a^2+bd\right)x_{n-1}}+\frac{k_2\left(ac+d^2\right)x_{n-1}}{a^2+bd}+\frac{k_2adx_{n-1}}{\left(a^2+bd\right)x_n}+\frac{k_2cdx_nx_{n-1}}{a^2+bd}\ ,$$

где $k_{1,2}$ – свободные параметры. Подбирая их соответствующим образом, можно упростить инвариант (если положить $k_2=a^2+bd$) или представить его в факторизованном виде (при $k_1=bc+3ad$), что более удобно в дальнейшем его применении. При этом инвариант совпадает с предложенным в работе [2].

Так же было проведено вычисление инварианта для системы дискретных уравнений второго порядка следующего вида

$$\begin{cases} x_{n+1}=\dfrac{by_n+c}{x_{n-1}} \\ y_{n+1}=\dfrac{dx_n+e}{y_{n-1}} \end{cases}, \tag{4}$$

где $b,\ c,\ d,e>0$.

Инвариантом системы (4) будем называть непрерывную функцию I, для которой на решении $\{x_n\}_{n=-1}^{\infty}, \{y_n\}_{n=-1}^{\infty}$ системы при всех $n = 0, 1, 2\ldots$ выполнено равенство $I(x_{n-1}, x_n, y_{n-1}, y_n) = const$.

Для системы (4), согласно [3], инвариант имеет вид

$$I(x_{n-1}, x_n, y_{n-1}, y_n) = \frac{e}{y_{n-1}x_n} + \left(\frac{be}{c} + \frac{c}{b}\right)\left(\frac{1}{x_n} + \frac{1}{x_{n-1}}\right) + \frac{y_{n-1}}{x_n} + \frac{y_n}{x_{n-1}} + \frac{e}{y_n x_{n-1}} +$$

$$+\left(d + \frac{e^2}{cd}\right)\left(\frac{1}{y_n} + \frac{1}{y_{n-1}}\right) + \frac{ex_{n-1}}{cy_n} + \frac{ex_n}{cy_{n-1}} + \frac{x_n + x_{n-1}}{b} + \frac{e(y_n + y_{n-1})}{cd} = const.$$

Анализ с общей точки зрения показал, что для системы (4) в общей структуре инварианта содержится более 80 слагаемых. Инвариант на решении удовлетворяет соотношению $I(x_{n-1}, x_n, y_{n-1}, y_n) = I(x_n, x_{n+1}, y_n, y_{n+1})$, где x_{n+1}, y_{n+1} заданы равенствами (4). Получается громоздкая система, которую необходимо решить, что практически невозможно сделать вручную. В результате применения описанного выше алгоритма, адаптированного для системы (4), удается автоматизировать получение и последующее решение системы для коэффициентов, результат получается в символьном виде. Таким способом установлено, что инвариант будет содержать три свободных параметра, и за счет их выбора можно получить принципиально различные виды инварианта, в том числе подобрать свободные параметры так, чтобы инвариант можно было факторизовать (например, как в работе [3] в частном случае c=e).

С помощью предложенного метода можно получать инварианты для уравнений и систем более высокого порядка, и Wolfram Mathematica с помощью символьных вычислений дает возможность путем перебора свободных параметров находить сразу все возможные виды инвариантов и с их помощью исследовать свойства решений.

Библиографический список

1. Grove E., Ladas G. Periodicities in Nonlinear Difference Equations. CRC Press, 2005. 379 p.
2. Schinas C. Invariants for Some Difference Equations // Journal of Mathematical Analysis and Applications. 1997. P. 281–291.
3. Schinas C. Invariants for Difference Equations and Systems of Difference Equations of Rational Form // Journal of Mathematical Analysis and Applications. 1997. P. 164–179.

ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ ЛОРАНА ДЛЯ ПОЛИНОМОВ НЕОПТИМАЛЬНОГО ПОЛОЖЕНИЯ[1]

LAURENT DETERMINANT FOR A POLYNOMIALS OF NON-OPTIMAL POSITION

М.И. Бузурный **M.I. Buzurnyy**

Ряд Лорана, детерминант Лорана, дискриминант полинома.
Понятие детерминанта Лорана было введено в 2000 году в статье Форсберга, Пассаре и Циха [3]. Такой детерминант сопоставляется любому многочлену P(z) от m переменных. В комплексном пространстве $\mathbb{C}^m$ функция $\frac{1}{P(z)}$ имеет конечное число различных разложений в ряды Лорана δ_k с центром в начале координат пространства $\mathbb{C}^m$. В [2] была выдвинута гипотеза о том, что детерминант Лорана не равен нулю. В случае подтверждения гипотезы можно было бы утверждать, что все ряды Лорана δ_k линейно независимы. В [3] доказано, что области сходимости E_k рядов δ_k естественно нумеруются целочисленными векторами $k = (k_1, k_2, ..., k_m)$, принадлежащими многограннику Ньютона исходного полинома $P(z)$. В той же статье получена формула детерминанта Лорана в случае полинома оптимального положения при m=1.
В работе [1] приведено новое доказательство указанной формулы. Это доказательство позволило получить свойство необращения в нуль указанного детерминанта полинома оптимального положения. Как следствия, получены результаты о линейной независимости рядов Лорана для функции $\frac{1}{P(z)}$ и о гомологической независимости торических циклов в областях сходимости рядов Лорана. В данной работе предлагается расширить концепцию детерминанта Лорана и формулируется гипотеза о невырожденности этого детерминанта для полиномов неоптимального положения.

Laurent series, Laurent determinant, polynomial discriminant.
The concept of the Laurent determinant was introduced in 2000 in a paper by Forsberg, Passare and Tsikh [3]. Such a determinant is associated with any polynomial P(z) in m variables. In a complex space $\mathbb{C}^m$ function $\frac{1}{P(z)}$ has a finite number of different Laurent expansions δ_k centered at the origin of space $\mathbb{C}^m$. In [2], a conjecture was put forward that the Laurent determinant is not equal to zero. If the hypothesis is confirmed, it could be argued that all Laurent series δ_k are linearly independent. It was proved in [3] that the regions of convergence E_k series δ_k are naturally numbered by integer vectors $k = (k_1, k_2, ..., k_m)$, belonging to the Newton polyhedron of the original polynomial P(z). In the same article, the Laurent determinant formula was obtained in the case of an optimal position polynomial for m=1.
In [1], a new proof of this formula is given. This proof made it possible to obtain the property of non-vanishing of the indicated determinant of the optimal position polynomial. As a corollary, we obtain results on the linear independence of the Laurent series for the function $\frac{1}{P(z)}$ and on the homological independence of toric cycles in the domains of convergence of Laurent series. In this paper, we propose to extend the concept of the Laurent determinant and formulate a conjecture about the non-degeneracy of this determinant for polynomials of non-optimal position.

[1] Работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ (Соглашение 075-02-2023-936).

1. Введение

Рассмотрим полином $P(z) = z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \ldots + a_1 z + a_0$, где $z_1, z_2, \ldots, z_n$ – корни данного полинома.

Полином P(z) называется полиномом оптимального положения, если выполнены неравенства:

$$|z_1| < |z_2| < \ldots < |z_n|,$$

иначе P(z) называется полиномом неоптимального положения.

Представим полином в виде

$$P(z) = (z - z_1)(z - z_2)\ldots(z - z_n).$$

Рассмотрим набор всех концентрических окружностей с центром в нуле, имеющих непустые пересечения с множеством корней. Эти окружности разбивают комплексную плоскость $\mathbb{C}$ на семейство концентрических колец E_k, граничные окружности которых содержат корни, а внутренние части не содержат.

Кольцо E_k идентифицируется своим порядком k целым числом, равным числу корней (с учетом кратностей), содержащихся в замыкании объединения всех предыдущих колец. В каждом кольце E_k выбираем окружность Γ_k с центром в нуле.

Определение 1. Определителем Лорана для полинома $P(z)$ называется определитель $\boldsymbol{\zeta}$ = det (λ_{kj}) матрицы из интегралов

$$\boldsymbol{\lambda_{kj}} = \int_{\Gamma_k} \omega_j,$$

где ω_j – дифференциальные формы

$$\omega_j = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2\pi i}} \frac{\boldsymbol{z^j}}{\boldsymbol{P(z)}} \frac{\boldsymbol{dz}}{\boldsymbol{z}},$$

в которых степени j пробегают набор всех порядков колец.

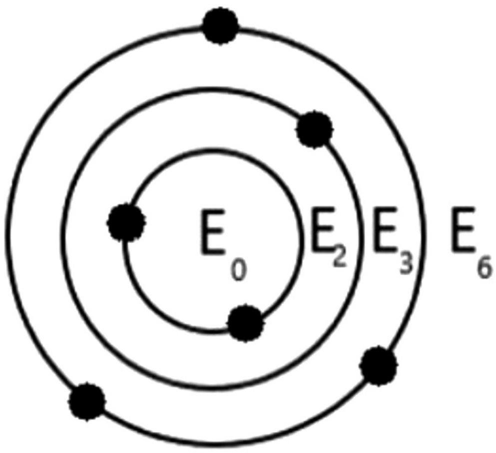


Рис. 1. Разбиение плоскости $\mathbb{C}$ на 4 концентрических кольца

Элементы матрицы Лорана представляют собой коэффициенты главной части разложения функции $\frac{1}{P(z)}$ в ряд Лорана вплоть до $\frac{1}{z^n}$, а также коэффициент c_0, причем разложение производится в каждом кольце E_k.

2. Полиномы оптимального положения

В работе [1] была сформулирована и доказана следующая теорема о полиноме оптимального положения

Теорема 1. Если $P(z)$ – полином оптимального положения, то его детерминант Лорана вычисляется через дискриминант $D = D(P)$ полинома по формуле

$$(P) = \frac{1}{a_0\sqrt{D}}.$$

Из доказанной теоремы вытекают важные следствия:

Следствие 1. Ряды Лорана в кольцах E_k линейно независимы.

Следствие 2. Циклы $\{\Gamma_k\}, k = 0,\dots,n$ образуют базис группы гомологий $H_1(\mathbb{C}\ \setminus\{0, z_1, z_2, \dots, z_n\})$.

Утверждение Следствия 1 вытекает из Теоремы, поскольку по теореме Лорана коэффициенты разложения ряда функции $\frac{1}{P(z)}$ в кольце E_k равны $\boldsymbol{\lambda_{kj}}$.

Следствие 2 получается также из того факта, что циклы $\boldsymbol{\Gamma_k}$ и формы $\boldsymbol{\omega_j}$ образуют взаимно-двойственные базисы гомологий и когомологий.

Гипотеза о независимости циклов $\{\Gamma_k\}, k = 0,1,\dots,n$ для полинома m переменных была впервые высказана в статье Н. Бушуевой и А. Циха [2]. Для частного случая при m = 2 доказана в статье А. Лушина и Д. Почекутова [4].

3. Полиномы неоптимального положения

Гипотеза 1. Детерминант Лорана для полиномов неоптимального положения до пятой степени невырожден. В случае полиномов пятой степени он может вырождаться.

Рассмотрим приведенный полином $P(z)$ степени n=5, то есть полином вида

$$P(z) = z^5 + a_4 z^4 + a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0.$$

Одним из вариантов расположения корней данного полинома на плоскости $\mathbb{C}$ является такое, при котором корни $z_1, z_2, \dots, z_n$ удовлетворяют соотношению

$$|z_1| < |z_2| < |z_3| = |z_4| < |z_5|.$$

Вычисляя детерминант Лорана такого полинома, получим следующее значение

$$\boldsymbol{\zeta}(P) = \frac{-(z_1+z_2+z_5)(z_3-z_4)}{a_0\sqrt{D(P)}}.$$

Данный детерминант Лорана может принимать значение 0.

Действительно, в нем множитель не может быть множителем дискриминанта. В то же самое время выражение $z_1 + z_2 + z_5$ может принимать значение 0, когда корни z_1 и z_2 лежат на одном луче, выходящем из точки $z = 0$, а корень z_5 лежит на противоположном луче с модулем $|z_5| = |z_1 + z_2|$.

В связи с данным фактом предлагается расширить концепцию определителя Лорана, выбирая в определении детерминанта произвольную последовательность степеней $j_1, \dots, j_q \epsilon Z$, где q – число колец. При таком определении выдвигается следующая

Гипотеза 2. Для любого полинома P(z) найдется последовательность степеней $j_1, \dots, j_q$ такая, что детерминант Лорана $\boldsymbol{\zeta}$(P(z)) не обращается в нуль.

Выводы. Для многочлена одной переменной получено новое доказательство формулы детерминанта Лорана оптимального положения. В одномерном случае доказана гипотеза Форсберга–Пассаре–Циха. Получены важные следствия о линейной независимости рядов Лорана в различных кольцах и о базисе гомологий дополнения алгебраического множества $\mathbb{C}^* = \mathbb{C} \setminus \{0\}$.

При изучении детерминанта Лорана для полиномов неоптимального положения было обнаружено нарушение невырожденности детерминанта Лорана. В связи с этим предложено расширение понятия детерминанта Лорана и для этого расширения сформулирована гипотеза о его невырожденности.

В дальнейшем планируется доказать данную гипотезу, а также рассмотреть случай кратных корней.

Библиографический список

1. Бузурный М.И. Определитель Лорана для полинома одного переменного // Материалы IX Всероссийской с международным участием научно-методической конференции «Информационные технологии в математике и математическом образовании». 2020. С. 7–12.
2. Bushueva N.A., Tsikh A.K. On amoebas of algebraic sets of higher codimension // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. 2012. Vol. 279. P. 52–63.
3. Forsberg M., Passare M., Tsikh A.K. Laurent Determinants and Arrangements of Hyperplane Amoebas // Advances in Mathematics. 2000. Vol. 151. P. 45–70.
4. Lushin A.K., Pochektov D.Y. Toric cycles in the complement to a complex curve in $(\mathbb{C}^*)^2$ // Mathematische Nachrichten. 2019. Vol. 279. P. 33–39.

ОБ ОДНОМ ВОПРОСЕ А.В. ТИМОФЕЕНКО

ABOUT ONE QUESTION A.V. TIMOFEENKO

А.В. Рожков, В.Ю. Барсукова **A.V. Rozhkov, V.Y. Barsukova**

Алгебра, теория чисел, простые числа, графы, группы автоморфизмов деревьев, АТ-группы, группы Голода, язык программирования Julia.
Излагаются подходы к отрицательному решению вопроса А.В. Тимофеенко о связи АТ-групп и групп Голода.

Algebra, number theory, prime numbers, graphs, automorphism groups of trees, AT-groups, Golods-groups, Julia programming language.
The approaches to the negative solution of the question of A.V. Timofeenko about the connection of AT-groups and Golods-groups are presented.

Введение

В работе идет речь об АТ-группах, обобщающих конструкцию С.В. Алешина [1] и группах Е.С. Голода [2].

После решения вопроса 16.79 [4] стало ясно [3], что если мы делаем упор на изучении р-групп, то среди АТ-групп можно ограничиться изучением АТ-групп над последовательностью циклических групп конечного порядка.

Это сделало актуальным вопрос об абстрактном описании, если не всего класса АТ-групп, то хотя бы АТω-групп, где $\omega = (p, p, \ldots)$, р – любое простое число.

А.В. Тимофеенко поставил вопрос 13.55 [4] «Существует ли группа Голода, изоморфная АТ-группе?»

Мы бы поставили вопрос по-другому. Можно ли так изменить конструкцию АТ-групп, чтобы ее порождающие стали равноправными, равносильными, взаимозаменяемыми?

В группе Голода порождающие элементы – это символы, задающие многочлены, и в этом смысле они равноправны.

Однако в АТ-группах всегда есть активный элемент сплетения (корневой порождающий), а все остальные пассивные (продольные). Поэтому вопрос Тимофеенко поставлен очень правильно – можно ли построить группу Голода, в которой порождающие будут не равноправными?

Хрупкая надежда на это есть. Пусть x, y – не коммутирующие переменные. Тогда множество порожденных ими мономов естественным образом образует слойно-однородное дерево:

1 – корень дерева, x, y – вершины первого слоя, xx, xy, yx, yy – вершины второго слоя и т.д.

В конструкции Голода [2] речь идет об однородных идеалах, они же образуют базис проконечной топологии, как и стабилизаторы слоев дерева в АТ-группах. Это дополнительное условие, тоже внушающее оптимизм.

Однако использовать это для нужной адаптации конструкции Е.С. Голода, если это, вообще, возможно, по силам только специалисту по ниль-алгебрам и p-группам уровня А.И. Созутову.

GAT-группы

Если же идти от AT-групп к группам Голода, то нужно существенно изменить саму конструкцию AT-групп, не теряя ее полезные свойства.

Определение. *Пусть T – слойно-однородное дерево,* $G \le Aut(\mathrm{T})$*. Группа G называется GAT-группой (обобщенной AT-группой), если:*

а) G действует транзитивно на слоях дерева T;

б) на всех поддеревьях дерева T группа G индуцирует GAT-группу, т.е. группу того же вида. Причем во всех вершинах данного слоя в точности одну и ту же.

Отметим описательность условия б). Но поскольку речь идет не об общей теории, которой пока нет, а об отдельных примерах, то во всех конкретных случаях будет ясно, что означает «группу того же вида».

Наши GAT-группы схожи с ветвящимися и слабо ветвящимися группами Р.И. Григорчука [5]. Первый пункт у обоих определений совпадает.

Второй же пункт кардинально разнится. У Григорчука требуется, чтобы костабилизаторы вершин (строгие стабилизаторы) были конечного индекса (ветвящиеся группы) или просто нетривиальными (слабо ветвящиеся).

Причем речь идет только о главных костабилизаторах, поэтому группа, индуцированная на поддереве, здесь не нужна и не важна.

У нас же упор сделан на том, что на поддеревьях индуцируется группа того же типа, что и исходная. Такой подход позволяет вести индукцию, а это главный инструмент изучения AT-групп.

Нам неизвестны ветвящиеся группы, не являющиеся AT-группами.

Но есть AT-группы, в том числе и ATω-группы, не являющиеся даже слабо ветвящимися. Вот самый простой пример – бесконечная диэдральная группа – свободное произведение двух инволюций.

Пример 1. *Рассмотрим двупорожденную ATω-группу* G=*gr(c,d) над последовательностью* $\omega = (2, 2, \ldots)$*. Здесь c – корневой порождающий, d – продольный, с направляющим путем (0,0,…), у которого все сопровождающие равны* $\pi = (0,1)$*. Это бесконечная диэдральная группа, порожденная двумя инволюциями d. Все костабилизаторы группы G тривиальны.*

Доказательство. Чтобы не формализовать очевидные изоморфизмы и подобия, воспользуемся наглядным оператором присваивания из программирования. Тогда при переходе к поддеревьям мы получим

$$d := (\mathrm{d}, \mathrm{c}) \Rightarrow \mathrm{d} \cdot \mathrm{cdc} := (\mathrm{d}, \mathrm{c})(\mathrm{c}, \mathrm{d}) = (\mathrm{dc}, \mathrm{cd}).$$

Зная вид элементов бесконечной диэдральной группы, мы видим, что одна из координат будет единичной только при условии, что и вторая координата будет равна 1. Значит любой костабилизатор тривиален. Пример закончен.

Чтобы говорить о связи AT-групп и групп Голода, должно быть выполнено еще одно важное условие, которого нет у AT-групп: порождающие автоморфизмы дерева Т должны быть равноправны, в том смысле, что их перестановка, продолженная по гомоморфности, должна порождать автоморфизм АТ-группы (в идеале).

Определение. *Пусть* $f=\{\mathrm{f(u)}\mid \mathrm{u}\in \mathrm{T}\}$ *- автоморфизм дерева Т. Назовем сопровождающую перестановку f(u) висящей, если на поддереве* T_u*, с начальной вершиной u, она задает корневой автоморфизм поддерева* T_u*. Другими словами, в других вершинах v этого поддерева* T_u *размещены только тождественные перестановки f(v)=1.*

Если мы построили некую гипотетическую GAT-группу G, для которой выполнены условия 1 и 2, и у одного из порождающих $f\in G$ есть висящая вершина f(u), |u|=n, то n-срезка G_n будет содержать корневой порождающий $\mathrm{c}=\mathrm{c(f(u))}$ и мы окажемся в (почти стандартной) АТ-группе с неравноправными порождающими.

Единственные автоморфизмы, не имеющие висящих перестановок, имеют вид, схожий с продольными порождающими, только нетривиальные перестановки расположены не рядом с направляющим путем, **а на самом направляющем пути**.

Определение. *Пусть* $\gamma=(\gamma_0,\gamma_1,\gamma_2,\ldots)$ *– путь в дереве Т. Автоморфизм f дерева Т назовем γ-автоморфизмом на пути γ, если из* $f(\mathrm{u})\neq 1$ *следует, что* $u=(\gamma_0,\gamma_1,\gamma_2,\ldots,\gamma_n)$*, для некоторого* $n\in N$.

Определение. *Пусть F= gr(f,g,h,...) – некоторое множество γ-автоморфизмов дерева Т. Группа G=gr(F) называется γAT-группой, если группа перестановок* $\Pi_n=gr(\mathrm{f(u)}\mid \mathrm{f}\in \mathrm{F},|\mathrm{u}|=\mathrm{n}),\mathrm{n}\in \mathrm{N},$ *транзитивно действует на множестве* A_n *для всех n=0,1,2,...*

Следующая, несложная, теорема представляет один из возможных вариантов построения GAT-групп. Рассмотрим только случай 2-дерева. Скорее всего все верно и для любого слойно-однородного дерева. Но пока не доказана важность этой новой конструкции, ограничимся этим частным случаем.

Теорема. *Любая γAT-группа G=gr(F) над 2-деревом Т индуцирует на поддеревьях n-го слоя γAT-группу,* $G_n=gr(\mathrm{F}_n)$*, где* F_n *– автоморфизмы из F, у которых удалили начальный отрезок длины n.*

Любая γAT-группа транзитивно действует на слоях дерева Т.

Порождающие γAT-группы имеют единый геометрический вид.

То есть все три условия выполнены.

Доказательство. Назовем γ-автоморфизм f *главным*, если $f(\varnothing)\neq 1$. Для простоты и учитывая, что в силу геометрического вида γ-автоморфизмов, вид дерева Т не важен, можно считать, что это 2-дерево над последовательностью ω= (2,2,...), а все γ-автоморфизмы имеют направляющий путь (0,0,...)

а) Если f главный автоморфизм, то мы можем его записать в виде $f=f_0c:=(\mathrm{f}_1,1)\,\mathrm{c}$, где c – корневой автоморфизм, а f_1 – индуцированный автоморфизм на левом поддереве. Поэтому

$$f^2:=(\mathrm{f}_1,1)\,\mathrm{c}(\mathrm{f}_1,1)\,\mathrm{c}=(\mathrm{f}_1,1)(1,\mathrm{f}_1)=(\mathrm{f}_1,\mathrm{f}_1).$$

Таким образом, группа G и на левом и на правом поддереве индуцирует срезку f_1 любого главного γ-автоморфизма f.

б) Пусть теперь g – не главный, т.е. $g = g_0 := (g_1, 1)$. Тогда на левом поддереве сразу индуцирована срезка g_1. Чтобы индуцировать ее на правом поддереве, рассмотрим произведение

$$fgf := (f_1,1)\,c(g_1,1)(f_1,1)\,c = (f_1,1)(1,g_1)(1,f_1) = (f_1, g_1 f_1).$$

Т.к. срезка f_1 на правом поддереве уже есть, то произведение $f_1\, g_1$ дает нам и элемент g_1. А именно, $fgf \cdot f^{-2} := (f_1, g_1 f_1)(f_1^{-1}, f_1^{-1}) = (1, g_1)$.

Получив на поддеревьях первого слоя 1-срезки G_1, мы, используя ее, получаем на поддеревьях слоя два 1-срезки1-срезок, т.е. 2-срезки G_2 и т.д.

2. Транзитивность действия на слоях дерева следует из определения γAT-группы и предыдущего пункта. Теорема доказана.

Однако γ-автоморфизм f, если он имеет бесконечно много неединичных сопровождающих перестановок, имеет бесконечный порядок над любым деревом.

В самом деле, в силу равенства $f^2 := (f_1, f_1)$ (для главного автоморфизма), возведение в квадрат (для 2-дерева) на поддереве индуцирует автоморфизм того же типа. И если неединичных сопровождающих перестановок бесконечно много, этот процесс никогда не остановится.

Поэтому очевидно, что любая к.п.γAT-группа не является периодической. Будет ли она группой без кручения – более сложный вопрос.

Т.к. γAT-группы непериодические, то этот путь не ведет к группам Голода.

Но все же рассмотрим чуть ближе этот новый класс групп.

Возьмем самый простой пример из всех возможных.

Пример 2. *Рассмотрим двупорожденную γAT-группу*G=*gr(f,g) над последовательностью* $\omega = (2, 2, \ldots)$. *Здесь f, g – порождающие на направляющем пути (0,0,…), у которых сопровождающие перестановки равны, речь идет о том, как они расположены на пути (0,0,0,…):*

[f] =(π,1,π,1,…), [g]=(1,π,1,π,…), $\pi = (0,1)$.

Тогда группа G без кручения и не изоморфна свободной группе.

Доказательство. Пусть $x \in G, x = f^{\alpha_1} g^{\beta_1} \ldots f^{\alpha_n} g^{\beta_n}$, тогда сумму модулей степеней порождающих f и g назовем длиной элемента x $\rho(x) = \sum_{i=1}^{n} |\alpha_i| + |\beta_i|$.

Отсутствие кручения в группе G доказывается индукцией по длине элемента x.

База индукции сами порождающие f,g. Используя нотацию программирования, мы можем записать $f := (g,1)\,c; g := (f,1)$.

Поскольку f – главный γ-автоморфизм, то он имеет бесконечный порядок, поскольку на поддереве с начальной вершиной он индуцирует автоморфизм g, то и автоморфизм g имеет бесконечный порядок.

При переходе к поддеревьям, в силу вида автоморфизмов f и g, длина уменьшается, и поэтому работает индукция.

Поскольку $g := (f,1)$, то костабилизаторы вершин не тривиальны, значит есть перестановочные элементы, не являющиеся степенями друг друга. Группа G не является свободной.

Если мы будем рассматривать периодические GAT-группы, то у них обязательно будут висящие вершины, а значит, и корневые порождающие.

Пример 3. *Строим периодическую GAT-группу. Сразу берем корневой порождающий. У остальных автоморфизмов f все перестановки висящие. Поэтому для них можно выбрать направляющий путь.*

Если на поддереве T_i у автоморфизма f бесконечно много нетривиальных сопровождающих перестановок, то первый элемент направляющего пути это i. Дальше, оказавшись внутри поддерева T_i, мы аналогично выбираем второй элемент j и т.д.

Если возникающих направляющих путей конечное число, то на некоторой конечной срезке они все станут единственными направляющими путями автоморфизмов, схожих с продольными.

Если их бесконечно много, то работать с такой конструкцией невозможно.

«Похожих на продольные порождающие», означает, что сопровождающие перестановки расположены, возможно, не на расстоянии 1, от направляющего пути, но на некотором конечном расстоянии, и все эти расстояния ограничены сверху.

В противном случае работать с такими объектами невозможно.

Пример С.В. Алешина улучшить невозможно, но некоторые его обобщения возможны и, может быть, не бесполезны.

Библиографический список

1. Алешин С.В. Конечные автоматы и проблема Бернсайда о периодических группах // Матем. заметки. 1972. Т. 11, № 3. С. 319–328.
2. Голод Е.С. О ниль-алгебрах и финитно аппроксимируемых группах // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1964. Т. 28, № 2. С. 273–276.
3. Рожков А.В. AT-группы, не являющиеся AT-подгруппами: переход от ATω-групп к ATΩ-группам // Труды института математики и механики УрО РАН. Т. 28, № 1. 2022. С. 218–231.
4. Нерешенные вопросы теории групп. Коуровская тетрадь. Изд. 18-е, допол. / составители: В.Д. Мазуров, Е.И. Хухро. Новосибирск: Институт математики, 2014. 254 с.
5. Григорчук Р.И. Ветвящиеся группы // Матем. заметки. 2000. Т. 67, № 6. С. 852–858.

ЧИСЛА-БЛИЗНЕЦЫ И ИХ ОБОБЩЕНИЯ

TWIN NUMBERS AND THEIR GENERALIZATIONS

А.В. Рожков[1], С.С. Солодкова
Е.Г. Толкачёва

A.V. Rozhkov, S.S. Solodkova,
E.G. Tolkacheva

Язык программирования Julia, алгебра, теория чисел, простые числа, графы, распределение простых чисел, многочлены.
Язык программирования Julia используется и как учебное средство, и как научный инструмент. В данной работе Julia применяется для решения проблем распределения простых чисел на прямой. Рассмотрен теоретический аспект.

Julia programming language, algebra, number theory, primes, graphs, distribution of primes, polynomials.
The Julia programming language is used both as an educational tool and as a scientific tool. In this paper Julia is used to solve the problems of distribution of prime numbers on a straight line. The theoretical aspect is considered.

В рамках реализации проекта, поддержанного грантом фонда Владимира Потанина ГСГК-0072-21, разработан ряд учебных курсов с использованием языка программирования Julia.

В настоящее время накопленный опыт переносится на курсы, которые читаются бакалаврам и специалистам.

БЛИЗНЕЦЫ И СГУЩЕНИЯ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ

Формула $\pi(\mathrm{n}) \approx \frac{n}{\ln(\mathrm{n})}$ дает распределение простых чисел в целом на числовой прямой, но не на конкретном отрезке или интервале. То есть формула ничего не говорит о локальном распределении простых чисел. Однако именно локальное распределение важно для практики, в особенности для нужд криптографии. Сейчас в криптографии часто используются 1024-битные простые числа. Поскольку $2^{1024} \approx 10^{300}, \ln(10^{300}) = 300 \cdot \ln(10) \approx 700$, то это 300-значные числа в десятичной записи и простыми из них являются, в среднем, каждое 700-е число. Такое расположение простых чисел называется общим или стандартным. Именно оно является наилучшим для криптографических целей.

Однако простые числа расположены на прямой очень неравномерно. Есть их сгущения, где их много и отрезки, где простых чисел нет. Выясним каковы наиболее плотные скопления простых чисел.

Напомним некоторые общеизвестные определения.

Пары простых чисел вида $(p, p+2)$ называются ***близнецами***.

Тройки простых чисел $(p, p+2, p+6)$ и $(p, p+4, p+6)$ называются левыми и правыми ***триплетами.***

Четверки простых чисел вида $(p, p+2, p+6, p+8)$ называются ***сдвоенными близнецами.***

---

[1] Проект реализуется победителем Конкурса на предоставление грантов преподавателям магистратуры благотворительной программы «Стипендиальная программа Владимира Потанина» Благотворительного фонда Владимира Потанина.

В пределах первых четырех тысяч натуральных чисел 10 сдвоенных близнецов:
(5, 7, 11, 13), (11, 13, 17, 19), (101, 103, 107, 109), (191, 193, 197, 199), (821, 823, 827, 829), (1481, 1483, 1487, 1489), (1871, 1873, 1877, 1879), (2081, 2083, 2087, 2089), (3251, 3253, 3257, 3259), (3461, 3463, 3467, 3469).

Определение. ***Плотная n-ка простых чисел.*** *Если n простых чисел содержатся внутри отрезка минимально возможной длины, то назовем их* ***плотной n-кой простых чисел.***

В [1] плотные n-ки определены как ***k-tuples***. Приоритет у k-tuples, поскольку они введены в 1999 г., а плотные n-ки, независимо, но в 2012 г.

Пятерки простых чисел. Среди чисел (p, p+2, p+4, p+6, p+8, p+10) никакие пять чисел не могут быть простыми, т.к. хотя бы одно из них обязательно делится на 3.

Поэтому наименьший отрезок, который может содержать 5 подряд идущих простых чисел, имеет вид [p, p+2, p+4, p+6, p+8, p+10, p+12].

Составим таблицу остатков от деления на 3 чисел {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12} – это {0, 2, 1, 0, 2, 1, 0}. Поскольку границы отрезка – числа p и p+12 обязательно входят в пятерку простых чисел, а их остатки от деления на 3 равны 0, то для того, чтобы три внутренних числа были простыми, нужно, чтобы их остатки от деления принадлежали множеству {0, 2} или {0, 1}.

В первом случае получаем пятерку вида (p, p+2, p+6, p+8, p+12), во втором (p, p+4, p+6, p+10, p+12).

Ниже перечислим некоторые плотные n-ки и укажем минимальное значение «p», с которых эти n-ки начинаются.

5-ки:	(p,p+2,p+6,p+8,p+12),	p = 1481;
	(p,4,6,10,12),	p = 1867.
6-ка:	(p,4,6,10,12,16),	p = 97.
7-ки:	(p, 2,8,12,14,18,20),	p = 5 639;
	(p, 2,6,8,12,18,20),	p = 165 701.
8-ки:	(p,6,8,14,18,20,24,26),	p = 88 793;
	(p,2,6,12,14,20,24,26),	p = 1 277;
	(p,2,6,8,12,18,20,26),	p=15 760 091.
9-ки:	(p,4,10,12,18,22,24,28,30),	p = 74 266 249;
	(p,2,6,8,12,18,20,26,30),	p = 226 449 521;
	(p,4,6,10,16,18,24,28,30),	p = 113 143;
	(p,2,6,12,14,20,24,26,30),	p = 113 147.
10-ка:	(p,4,6,10,16,18,24,28,30,34),	p = 113 143.

Алгоритм построения плотных n-к

Ранее мы уже построили плотные 5-ки. Далее по индукции. Пусть плотные n-ки построены, и они разместились на отрезке [p, p+2, …, p+2k] длины k+1. Рассматриваем отрезок [p, p+2,…, p+2k, p+2(k+1)] длины k+2.

Этап делителя 3. Рассматриваем числа {0, 2, 4, … , 2(k+1)} по модулю 3. Тут возможны два варианта.

Число k+1 делится на 3. Тогда у нас два подварианта.

Из серединных чисел от 2 до 2k оставляем те, чей остаток от деления на 3 равен 1.

Из серединных чисел оставляем те, что имеют остаток 2.

Если число k+1 не делится 3, то из серединных чисел оставляем те, что имеют остаток от деления на 3, равный 0 или k+1.

На этом *этап тройки* завершен. Оставшиеся числа не образуют полную систему вычетов по модулю 3, и при правильном выборе начального числа p ни одно из них не будет делиться на 3.

Этап делителя 5. Получившиеся на предыдущем этапе числа рассматриваем по модулю 5. Пусть S = {0,1,2,3,4}\{0, k+1(mod 5)}. Берем s из S и вычеркиваем все числа, имеющие остаток s, а остальные не трогаем. Так у нас возникнет 3 или 4 варианта. Этот этап нам гарантирует, что числа не будут делиться на 5, при соответствующем выборе числа «p».

Этап делителя 7. К каждому варианту предыдущего этапа применяем тот же метод, что и на этапе делителя 5, только заменяем 5 на 7 и т.д.

Вычеркивания производим до тех пор, пока у нас не останется ровно n+1 число, а последним *этапом делителя* будет максимальное простое число, не превосходящее число n+1.

При этом на некотором этапе может оказаться, что все оставшиеся числа делятся на текущий делитель. Тогда мы переходим к отрезку длины k+3 и повторяем процедуру.

Процесс построения трудоемкий. Для плотных n-к вплоть до 20-ки рассмотрение ограничивалось этапами делителей 3, 5, 7, после этого чисел остается ровно n и нужно было только проверить их делимость на 11, 13 и т.д. Общее число вариантов на каждую n-ку в среднем 10–15. Нами рассмотрение велось вручную при помощи MS Word. Таблицы чисел и остатков копировались и вычеркивались.

Естественно, приведенное построение доказывает только, что плотная n-ка не может быть более короткой, чем полученная. Существование ее доказывается прямым построением. Вычисления проводились в пакете GAP4 и на языке Julia.

В процессе прохождения *этапов делителей* на число «p» накладываются условия по соответствующему модулю, и возникает система линейных уравнений. Например, для 18-ки получаются условия по всем простым модулям до 17 включительно. Мы не приводим саму систему, а только ее решение – это два числа 113107 и 293287 по модулю 510510. Следовательно, из миллиона натуральных чисел лишь четыре могут претендовать на вхождение в плотную 18-ку и именно среди них нужно искать плотные 18-ки.

Структура плотных n-к

Обратим внимание, что при фиксации n, расположение простых чисел в плотной n-ке может быть различным. Для 4-ки, 6-ки и 10-ки существует только один вариант, для 9-ки – четыре, а для 13-ки даже шесть! Кроме того, для каждой n-ки есть симметричная ей n-ка или же сама n-ка симметрична.

Запишем n-ку в виде двоичного вектора, в котором 1 будет означать присутствие в n-ке простого числа, а 0 – отсутствие. Тогда близнецы (p, p+2) будут описаны вектором (1,1), а сдвоенные близнецы вектором (1,1,0,1,1).

2-ки: (1,1).
3-ки: (1,1,0,1);
(1,0,1,1).
4-ки: (1,1,0,1,1).
5-ки: (1,1,0,1,1,0,1);
(1,0,1,1,0,1,1).
6-ка: (1,0,1,1,0,1,1,0,1).
7-ки: (1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,1);
(1,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1).
8-ки: (1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,1);
(1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1);
(1,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1).
9-ки: (1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,1);
(1,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1);
(1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1);
(1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1).
10-ка: (1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1).
11-ки: (1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,1);
(1,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1).
12-ки: (1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,1);
(1,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1).
13-ки: (1,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,1);
(1,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,1);
(1,1,0,0,0,0,1,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1);
(1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,1,0,0,0,0,1,1);
(1,1,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1);
(1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,1,1).
14-ки: (1,1,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,1);
(1,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,1,1)
15-ки: (1,0,0,1,1,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,1);
(1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1);
(1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1);
(1,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,1,1,0,0,1).
16-ки: (1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1);
(1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1);
(1,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1);
(1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,1).
17-ки: (1,0,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1);
\- (1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,0,1);
\- (1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,0,1,0,1);
\- (1,0,1,0,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1);

18-ки: (1,0,1,0,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1)
(1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,0,1,0,1)
19-ки: (1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,0,1,0,1,0,0,1)
(1,0,0,1,0,1,0,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,1)
(1,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,0,1,0,1,0,0,1,0,0,0,1,0,1,1,0,1,1,0,1)
(1,0,1,1,0,1,1,0,1,0,0,0,1,0,0,1,0,1,0,0,1,1,0,1,0,0,1,1,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0,1)

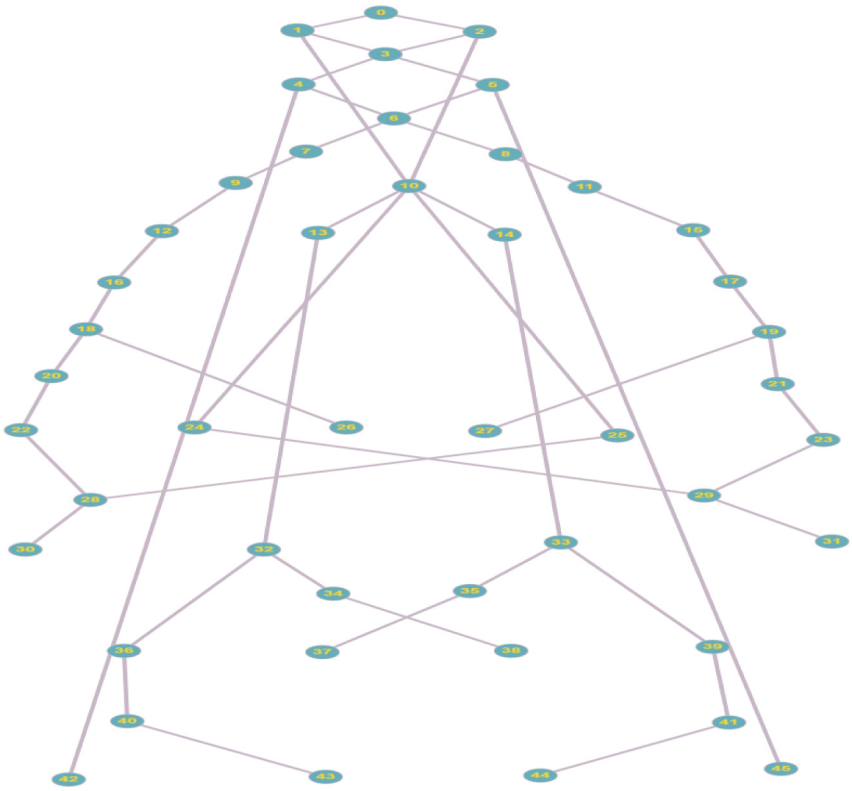


Рис. Граф вложений плотных n-к друг в друга

Если смотреть на эти векторы как на числа в двоичной записи, то получится интересный «зоопарк» чисел, в котором неожиданно много простых чисел.

Мир простых чисел устроен сложнее наших представлений о нем.

Программы и результаты вычислений представлены в другой работе, также представленной на данную конференцию.

Библиографический список

1. Forbes T. Prime clusters and Cunningham chains // Math. Comp., 68, 228, 1999. P. 1739–1747.
2. Рожков А.В. Экспериментальная математика в КубГУ – первые результаты // Новые информационные технологии в образовании и науке: материалы XIV междунар. науч.-практ. конф., Екатеринбург, 1–5 марта 2021 г. // ФГАОУ ВО «Рос. гос. проф.-пед. ун-т». Екатеринбург, 2021. С. 163–172. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=45825056
3. Шеррингтон М. Осваиваем язык Julia. М.: ДМК Пресс. 2017. URL: https://e.lanbook.com/book/97344?category=1537&publisher =1028

ЛОКАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ И ГЕЛЕНДЖИКСКАЯ ГИПОТЕЗА

LOCAL DISTRIBUTION OF PRIMES AND THE GELENDZHIK HYPOTHESIS

А.В. Рожков[1], Е.Г. Толкачёва
И.Л. Ойнас

A.V. Rozhkov, E.G. Tolkacheva
I.L. Oynas

Язык программирования Julia, алгебра, теория чисел, простые числа, графы, распределение простых чисел, многочлены.
Язык программирования Julia используется и как учебное средство, и как научный инструмент. В данной работе Julia применяется для решения проблем распределения простых чисел на прямой. Рассмотрена практическая часть.

Julia programming language, algebra, number theory, primes, graphs, distribution of primes, polynomials.
The Julia programming language is used both as an educational tool and as a scientific tool. In this paper Julia is used to solve the problems of distribution of prime numbers on a straight line. The practical part is considered.

В рамках реализации проекта, поддержанного грантом фонда Владимира Потанина ГСГК-0072-21, разработан ряд учебных курсов с использованием языка программирования Julia.

В настоящее время накопленный опыт переносится на курсы, которые читаются бакалаврам и специалистам.

ПРОСТЫЕ ЧИСЛА

Гаусс не пренебрегал черновой вычислительной работы. В своем письме к астроному Энке Гаусс описывает, как он «очень часто употреблял свободные четверть часа, чтобы то там, то здесь просчитать хилиаду» (т.е. интервал в 1000 чисел), и так до тех пор, пока он не нашел, наконец, все простые числа, меньшие трех миллионов.

Найдем все простые числа до 3 млн средствами языка Julia – официальный сайт https://julialang.org/. Язык свободно распространяемый, ориентирован на математические, в том числе параллельные и распределенные вычисления.

Используется как учебное средство примерно в двух тысячах университетов мира. В России в МГУ, МИФИ, КубГУ.

Ниже приведен код программы на языке Julia по поиску простых чисел до 3 млн.

---

[1] Проект реализуется победителем Конкурса на предоставление грантов преподавателям магистратуры благотворительной программы «Стипендиальная программа Владимира Потанина» Благотворительного фонда Владимира Потанина.

```
using Nemo
functionRos(m,n)
   N = 1
fori= m:n
ifisprobable_prime(ZZ(2*i+1))
   N+=1
end
end
print(N)
end
   julia> @time Ros(1,15*10^5)
216816   0.306512 seconds (1.50 M allocations)
```

Как мы видим, на поиск 216816 простых чисел великий Гаусс потратил 50 лет, примерно год работы при 8-часовом рабочем дне, а домашний компьютер всего 0,3 сек и 1,5 мегабайт памяти.

ПОИСК ПЛОТНЫХ n-к

Плотные n-ки важны для криптографии, а также могут помочь опровергнуть известную гипотезу.

Вторая гипотеза Харди–Литтлвуда. *Пусть* $\pi(\mathrm{n})$ *– число простых чисел, не превосходящих n, тогда верно неравенство* $\pi(x + y) \leq \pi(x) + \pi(y)$.

Гипотеза утверждает, что чем дальше от начала координат, тем плотность распределения простых чисел меньше.

В настоящее время многие специалисты сомневаются в правильности этой гипотезы. Возможно, есть где-то, очень далеко от начала координат, такой отрезок, на котором расположено больше простых чисел, чем на отрезке такой же длины в начале координат.

Профессор T.J. Engelsma в 2009 г. выяснил, что плотная 447-ка расположена на отрезке меньшей длины, чем отрезок, включающий первые 447 простых чисел.

Проблема в том, если подобная 447-ка из простых чисел и существует, то ее элементы являются примерно 900-значными числами в десятичной записи. До квантовых компьютеров их найти вряд ли получится, потому, что нужно перебирать все числа подряд.

Поиск плотных n-к по шаблону вычислительно емкая задача. Как показала практика, минимальные примеры n-к растут очень быстро. Увеличение n на 1 увеличивает минимальный пример (n+1)-ки примерно в 100 раз, т.е. на два порядка.

Отметим, что в настоящее время, октябрь 2023 г. (http://www.pzktupel.de/ktuplets) найдены всего пять 21-ки и ни одной 22-ки.

Программ поиска плотных n-к по шаблону M состоит из трех подпрограмм: **Rem, All, T**.

В **Rem** мы выбираем вид чисел, которые претендуют на то, что они породят плотную n-ку. Это уменьшает число претендентов в тыс., млн, млрд, трлн и т.д. число раз, в зависимости от n и от модуля, по которому производится отбор претендентов.

Программа **All** проверяет координаты вектора-претендента на простоту.

Программа **T**, используя предыдущие программы, проверяет весь натуральный ряд на наличие плотных n-к с шаблоном M.

Ниже приведен код этих программ.

```
using Mods
using Nemo
functionRem(M,m)
l=1; K=[1];D=[];S=[];
Pprime = [2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,47,53,59,61,67,71,73];
for i=1:m
l= l*Pprime[i]
L= M.% Pprime[i+1]
L=sort(unique(L))
L= setdiff(0:Pprime[i+1]-1,L)
for j in L
for k in K
d=crt(ZZ(k),ZZ(l),ZZ(Pprime[i+1]-j),ZZ(Pprime[i+1]))
D=vcat(D,d)
end
end
K=sort(unique(D))
   D=[]
end
S= [K,length(K),l*Pprime[m+1]]
return(S)
end

functionAll(M,p)
j = true
for i in M
if isprobable_prime(ZZ(p+i))
j=true
else j=false
break;
end
end
return j
end

functionT(S,M,m,n)
   L=[];
for q in m:n
for   s in S[1]
            t= s +S[3]*q
if All(M,t)
println(t,”,”)
            L=vcat(L,t)
end
end
end
return(L)
end
```

Как показали наши исследования, для каждого n множество n-к симметрично, для каждой n-ки есть, симметричная ей.

Кроме того, каждая n-ка содержит в себе по нескольку m-к при m<n.

Геленджикская гипотеза [4]. *Пусть n – натуральное число, зафиксируем его. Пусть A – множество четных чисел, из отрезка [0, 2n], содержащее 0, но не содержащее полной системы вычетов ни по какому нечетному простому модулю q< 2n.*

Тогда существует бесконечно много простых чисел p, таких, что:

а) все числа $\{p + a \mid a \in A\}$ *являются простыми (слабая гипотеза);*

б) все остальные числа отрезка [p, p+2n] составные (сильная гипотеза).

Гипотеза обобщает много предположений на тему простых чисел. Она нетривиальна даже в случае, когда множество A одноэлементно.

Например, если n = 0 и A = {0}, то слабая гипотеза означает, что простых чисел бесконечно много, что, конечно, верно. Если n> 0 и A = {0}, то сильная гипотеза означает, что существует бесконечно много простых чисел, правее которых расположено не менее 2n подряд идущих составных чисел.

Если A – это структура плотной n-ки, то сильная и слабая гипотеза совпадают и означают, что число плотных n-к любой структуры бесконечно, в частности, не верна вторая гипотеза Харди–Литтлвуда.

Отметим, что программы **Rem, All, T** вполне универсальны для проверки Геленджикской гипотезы. Множество A – четных чисел из отрезка [0,2n] – это и есть шаблон M.

Планомерное изучение частных случаев этой гипотезы – одно из направлений исследований, проводимых в КубГУ в области экспериментальной теории чисел.

Рассмотрим один пример применения гипотезы.

МНОГОЧЛЕН ЭЙЛЕРА

Рассмотрим знаменитый многочлен Эйлера $x^2 + x + 41$, который для $x = 0, 1, 2, \dots, 39$ принимает подряд 40 простых значений. Легко проверить, что по любому простому модулю, меньшему 43, множество M

$$M = \{x^2 + x | x = 0, 1, 2, \dots, 39\} = [0, 2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90, 110, 132,$$

$$156, 182, 210, 240, 272, 306, 342, 380, 420, 462, 506, 552, 600, 650, 702,$$

$$756, 812, 870, 930, 992, 1056, 1122, 1190, 1260, 1332, 1406, 1482, 1560]$$

не содержит полной системы вычетов.

Значит, по Геленджикской гипотезе, существует бесконечно много простых чисел p таких, что p+m простое число для всех m из M.

Нами был проведен обширный вычислительный эксперимент. Вычисления велись на 16 ядерном Intel Core i9 12900k с 64 Гб оперативной памяти. Компьютер был приобретен на средства гранта Благотворительного фонда Потанина.

Вычисления заняли около 1000 часов, было задействовано до 10 потоков процессора из доступных 24. Были проведены вычисления до $6.3 \cdot 10^{16}$, реально проверено 10 трлн чисел на простоту.

К сожалению, нужного простого числа p, которое бы дало 40 простых чисел, мы не смогли найти.

Если такое число и существует, то оно имеет примерно 70–80 знаков в десятичной записи. Но нам удалось найти такие простые числа, что первые 12, 13, 14, 15 и 16 чисел являются простыми.

Результаты вычислений. *Для чисел меньших* $6.3 \cdot 10^{16}$ *(т.е. до 17-значных чисел включительно) имеют место утверждения:*

1. Пусть M15 = [0, 2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90, 110, 132, 156, 182, 210], тогда все числа множества $\{p + a | a \in M15\}$ *являются простыми, где простое число p принимает 25 значений*

{291598227841757, 521999251772081, 600274478310161, 710383753620701, 1152474895783691 1170223195594547, 1571972138215091, 3900396511179251, 7565432363941841, 8002271580759497, 11686517862287621, 14230300630910801, 16264557864942701, 19491385050908711, 20852175851423297, 22903600507745801, 28238184261279257, 32049219951869291, 44143478480535671, 48643236534002807, 50353340234905187, 54214679066608211, 54603189310073477, 60917113539762917, 61821409654538201}.

2. Пусть M16 = [0, 2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90, 110, 132, 156, 182, 210, 240], тогда все числа множества $\{p + a | a \in M16\}$ *являются простыми, где простое число p принимает 4 значения*

{521999251772081 19491385050908711 22903600507746041, 32049219951869531}.

3. Ни одно их перечисленных чисел не дает 17 простых чисел с M17.

Подобному анализу могут быть подвергнуты тысячи похожих задач. Ими вполне могут заниматься даже школьники.

Библиографический список

1. Рожков А.В. Экспериментальная математика в КубГУ – первые результаты // Новые информационные технологии в образовании и науке: материалы XIV междунар. науч.-практ. конф., Екатеринбург, 1–5 марта 2021 г. // ФГАОУ ВО «Рос. гос. проф.-пед. ун-т». Екатеринбург, 2021. С. 163–172. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=45825056
2. Шеррингтон М. Осваиваем язык Julia. М.: ДМК Пресс. 2017. URL: https://e.lanbook.com/book/97344?category=1537&publisher =1028
3. Forbes T. Prime clusters and Cunningham chains // Math. Comp., 68, 228, 1999. P. 1739–1747.
4. Рожков А.В., Потапова Н.В. Автоморфизмы графа вложений сгущений простых чисел // Теория групп и ее приложения. Материалы XII международной школы конференции по теории групп, посвященной 65-летию А.А. Махнева. Краснодар: КубГУ, 2018. С. 132–136.

О МНОЖЕСТВЕ СХОДИМОСТИ ИНТЕГРАЛА МЕЛЛИНА–БАРНСА ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ДВУХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

ON THE SET OF CONVERGENCE FOR MELLIN-BARNES INTEGRAL REPRESENTING SOLUTIONS OF SYSTEMS OF TWO ALGEBRAIC EQUATIONS

А.В. Сенашов **A.V. Senashov**

Алгебраическое уравнение, интеграл Меллина–Барнса, сходимость, гамма-функция, комплексные числа, область сходимости, секториальная область.

В работе дано детальное описание одного из случаев реализации множества сходимости интеграла Меллина–Барнса, соответствующего мономиальной функции решения системы 2 алгебраических уравнений с 2 неизвестных.

Algebraic equation, Mellin–Barnes integral, convergence, gamma function, complex numbers, convergence domain, sectorial domain.

The paper provides a detailed description of one of the cases of realizing the convergence set of the Mellin–Barnes integral, corresponding to the monomial function for solving a system of 2 algebraic equations with 2 unknowns.

В 1921 г. Я. Меллин [1] получил интегральную формулу (в виде интеграла Меллина–Барнса) для решения общего (универсального) алгебраического уравнения. Он отметил, что представляющий решение интеграл имеет непустую область сходимости. Полная область сходимости была найдена в 2007 г. в статье И.А. Антиповой [2]. В статье В.А. Степаненко [3] был получен интеграл типа Меллина–Барнса, формально представляющий решение общей системы n полиномиальных уравнений от n неизвестных. В 2015 г. Т.В. Зыкова и И.А. Антипова [4] исследовали границу области сходимости интеграла Меллина-Барнса для решения одного алгебраического уравнения. В 2017 г. В.Р. Куликов [5] нашел критерий сходимости интегрального представления Меллина–Барнса для решения системы алгебраических уравнений. В 2019 г. в статье [6] Л. Нильсон, М. Пассаре и А.К. Цих нашли форму области сходимости для кратного интегрального представления Меллина–Барнса.

Настоящая статья посвящена исследованию множества сходимости интеграла гипергеометрического типа:

$$y_1^{\mu_1} y_2^{\mu_2}(x) = \frac{1}{(2\pi i)^2} \int\limits_{\gamma+iR^2} F(z) x^{-z} \mathrm{dz}, \tag{1}$$

где x^{-z} – ядро обратного преобразования Меллина, $F(z)$ – мероморфная функция

$$\frac{\Gamma(z_1)\Gamma(z_2)\Gamma\left(\frac{\mu_1}{m_1} - \frac{1}{m_1}\langle\alpha, z\rangle\right)\Gamma\left(\frac{\mu_2}{m_2} - \frac{1}{m_2}\langle\beta, z\rangle\right)Q(z)}{\Gamma\left(\frac{\mu_1}{m_1} - \frac{1}{m_1}\langle\alpha, z\rangle + |z_1| + 1\right)\Gamma\left(\frac{\mu_2}{m_2} - \frac{1}{m_2}\langle\beta, z\rangle + |z_2| + 1\right)},$$

$m_1 > \alpha_1, m_1 > \alpha_2, m_2 > \beta_1, m_2 > \beta_2$, а Q – многочлен, выражаемый определителем

$$\frac{1}{m_1 m_2}\begin{vmatrix} \mu_1 - \alpha_2 z_2 & \beta_1 z_1 \\ \alpha_2 z_2 & \mu_2 - \beta_1 z_1 \end{vmatrix},$$

вектор $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2)$ фиксирован и выбирается из симплекса

$$U = \{\mathrm{u} \in R^2 : \mathrm{u}_1 > 0, u_2 > 0, \langle \alpha, u \rangle < \mu_1, \langle \beta, u \rangle < \mu_2\}$$

таким образом, чтобы множество интегрирования $\gamma + iR^2$ не содержало полюсов Γ-функций числителя функции $F(u)$. Здесь мы ограничимся случаем положительных $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$.

Из результата В.А. Степаненко [3] следует, что этот интеграл представляет μ-ю степень ветви решения $y(x)(y(0) = 1)$ системы двух алгебраических уравнений

$$\begin{cases} y_1^{m_1} + x^{(1)} y_1^{\alpha_1} y_2^{\beta_1} - 1 = 0 \\ y_2^{m_2} + x^{(2)} y_1^{\alpha_2} y_2^{\beta_2} - 1 = 0 \end{cases}, \tag{2}$$

где $x^{(1)}, x^{(2)}$ – переменные комплексные коэффициенты.

Рассмотрим векторы $x = \left(x^{(1)}, x^{(2)}\right), \alpha = (\alpha_1, \alpha_2), \beta = (\beta_1, \beta_2)$ и составим матрицу

$$\Delta = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_2 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Минор матрицы называется главным, если совокупность номеров его выделенных строк совпадает с совокупностью номеров выделенных столбцов. Для интеграла (1) в работе В.Р. Куликова [5] было найдено условие сходимости. Интеграл (1) имеет непустую область сходимости тогда и только тогда, когда в матрице (3) все главные миноры положительны: $\alpha_1 > 0, \beta_2 > 0, \alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1 > 0$.

Области сходимости интегралов Меллина–Барнса (1) являются секториальными: они определяются лишь условиями на аргументы параметров x_1, x_2. Секториальные области рассматриваются во множестве $G = R_+^2 + R^2$, которое представляет собой область наложения над комплексным тором $T^2 = (C \setminus \{0\})^2$, то есть

$$x_\nu^{-z_\nu} = \exp(-z_\nu \log x_\nu), \arg x_\nu \in R, \nu = 1,2.$$

Далее обозначим через $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ вектор $(\arg z_1, \arg z_2)$. Тогда каждая точка $x = (r, \theta) \in G(r \in R_+^2, \theta \in R^2)$ проектируется в точку $(r_1 e^{i\theta_1}, r_2 e^{i\theta_2}) \in T^2$.

Заметим, что интеграл (1), зависящий от параметра $x = (x_1, x_2)$, с условиями $\alpha_1 > 0, \beta_1 > 0, \alpha_2 > 0, \beta_2 > 0, \alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1 > 0$ сходится в секториальной области S_Θ с основанием

$$\Theta = \left\{(\theta_1, \theta_2) \in R^2 : |\theta_1| < \frac{\pi\alpha_1}{m_1}, |\theta_2| < \frac{\pi\beta_2}{m_2}, |\theta_1\alpha_2 - \theta_2\alpha_1| < \pi\frac{\Delta}{m_2}, |\theta_1\beta_2 - \theta_2\beta_1| < \pi\frac{\Delta}{m_1}\right\} \tag{4}$$

Иначе говоря, $S_\Theta = \{x \in G : \theta \in \Theta\} = \mathrm{Arg}^{-1}(\Theta)$, где $\mathrm{Arg}(x)$ – это отображение $\mathrm{Arg}: R^2 \to R^2 : (x_1, x_2) \to (\arg x_1, \arg x_2)$.

Заметим, что неравенства (4) для случая

$$\alpha_1 > 0, \beta_1 > 0, \alpha_2 > 0, \beta_2 > 0, \alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1 > 0,$$

$$\frac{\Delta + \alpha_1\beta_2}{\alpha_2 m_2} < \frac{\alpha_1}{m_1}, \frac{\Delta + \alpha_1\beta_2}{\alpha_2 m_2} < \frac{(\Delta + \beta_1\beta_2)}{\beta_2 m_1}\} \tag{5}$$

задают внутренность четырехугольника с вершинами в точках

$$(\pi\frac{\Delta + \alpha_1\beta_2}{\alpha_2 m_2}, \frac{\pi\beta_2}{m_2}), (-\frac{\pi\beta_1}{m_2}, -\frac{\pi\beta_2}{m_2}), (-\pi\frac{\Delta + \alpha_1\beta_2}{\alpha_2 m_2}, -\frac{\pi\beta_2}{m_2}), (\frac{\pi\beta_1}{m_2}, \frac{\pi\beta_2}{m_2}).$$

Введем множество, состоящее из двух граничных точек области Θ:

$$K = \left\{(-\frac{\pi\beta_1}{m_2}, -\frac{\pi\beta_2}{m_2}), (\frac{\pi\beta_1}{m_2}, \frac{\pi\beta_2}{m_2})\right\}.$$

Основным результатом настоящей статьи является следующая

Теорема. Для любого $\gamma \in U\gamma \in U$ интеграл (1) с условиями (5) на α и β сходится на множестве $\mathrm{Arg}^{-1}(\overline{\Theta} \setminus K)$.

Доказательство. Используя теорему Л. Нильсон, М. Пассаре и А.К. Циха [6], получим набор векторов и неравенств для них, пересечение которых будет задавать множество Θ.

Для векторов $\pm(0;1)$ и $\pm(1;0)$ справедливы неравенства:

$$|\theta_1| \le \frac{\pi\alpha_1}{m_1}; \tag{6}$$

$$|\theta_2| \le \frac{\pi\beta_2}{m_2}. \tag{7}$$

Для векторов $\pm(\alpha_2; -\alpha_1)$ справедливо неравенство

$$|\theta_1\alpha_2 - \theta_2\alpha_1| \le \pi\frac{\Delta}{m_2}. \tag{8}$$

Для векторов $\pm(\beta_2; -\beta_1)$ справедливо неравенство

$$|\theta_1\beta_2 - \theta_2\beta_1| \le \pi\frac{\Delta}{m_1}. \tag{9}$$

Для векторов $\pm(\alpha_2; \mathrm{m}_1 - \alpha_1), \pm(m_2 - \beta_2; \beta_1)$ ограничения на область зависят от выполнения неравенства

$$|\Delta'| = \begin{vmatrix} m_1 - \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & m_2 - \beta_2 \end{vmatrix} > 0. \tag{10}$$

Если неравенство (10) выполнено, то для векторов $\pm(\alpha_2; \mathrm{m}_1 - \alpha_1)$ справедливо неравенство

$$|\theta_1\alpha_2 + \theta_2(m_1 - \alpha_1)| \le \pi\frac{\alpha_2 m_2 + \beta_2 m_1 - \Delta}{m_2}. \tag{11}$$

Для векторов $\pm(m_2 - \beta_2; \beta_1)$ справедливо неравенство

$$|\theta_1(m_2 - \beta_2) + \theta_2\beta_1| \le \pi\frac{\beta_1 m_1 + \alpha_1 m_2 - \Delta}{m_1}. \tag{12}$$

Если неравенство (10) не выполнено, то:

Для векторов $\pm(\alpha_2; \mathrm{m}_1-\alpha_1)$ справедливо неравенство

$$|\theta_1\alpha_2+\theta_2(m_1-\alpha_1)| \le \pi(\alpha_2+m_1-\alpha_1). \tag{13}$$

Для векторов $\pm(m_2-\beta_2;\beta_1)$ справедливо неравенство

$$|\theta_1(m_2-\beta_2)+\theta_2\beta_1| \le \pi(\beta_1+m_2-\beta_2). \tag{14}$$

Существует взаимосвязь между взаимным расположением множеств, задаваемых неравенствами (6) – (14). Пересечением неравенств (6) и (7) является прямоугольник с вершинами

$$\left(\frac{\pi\alpha_1}{m_1},\frac{\pi\beta_2}{m_2}\right),\left(-\frac{\pi\alpha_1}{m_1},\frac{\pi\beta_2}{m_2}\right),\left(\frac{\pi\alpha_1}{m_1},-\frac{\pi\beta_2}{m_2}\right),\left(-\frac{\pi\alpha_1}{m_1},-\frac{\pi\beta_2}{m_2}\right).$$

Множества, задаваемые неравенствами (8) и (9), не проходят через вершины $(\frac{\pi\alpha_1}{m_1},-\frac{\pi\beta_2}{m_2})(-\frac{\pi\alpha_1}{m_1},\frac{\pi\beta_2}{m_2})$ этого прямоугольника. Если $\alpha_2\ge 0$ и $\beta_1\ge 0$, то множества, задаваемые неравенствами (11) – (14), полностью содержат в себе прямоугольник, задаваемый пересечением неравенств (6) и (7).

Пусть $z_i=u_j+\mathrm{i}v_j, j=1{,}2 z_j=u_j+\mathrm{i}v_j, j=1{,}2$, таким образом, для модуля $|F(u)x^{-u}|$ подынтегрального выражения $F(z)x^{-z}F(z)x^{-z}$ в интеграле (1) с учетом формулы Стирлинга $|\Gamma(u+\mathrm{i}v)|\sim\sqrt{2\pi}|\mathrm{v}|^{u-\frac{1}{2}}e^{\frac{-\pi}{2}|\mathrm{v}|}, |\mathrm{v}|\to\infty$ $|\Gamma(u+\mathrm{i}v)|\sim\sqrt{2\pi}|\mathrm{v}|^{u-\frac{1}{2}}e^{\frac{-\pi}{2}|\mathrm{v}|}, |\mathrm{v}|\to\infty$ имеет место оценка сверху вида $|F(z)x^{-z}|\le|F(z)x^{-z}|\le$

$$C_1\frac{(|v_1|+1)^{u_1-\frac{1}{2}}(|v_2|+1)^{u_2-\frac{1}{2}}(|\frac{\alpha_1}{m_1}v_1+\frac{\alpha_2}{m_1}v_2|+1)^{\frac{1}{m_1}-\frac{\alpha_1}{m_1}u_1-\frac{\alpha_2}{m_1}u_2-\frac{1}{2}}}{(|(1-\frac{\alpha_1}{m_1})v_1-\frac{\alpha_2}{m_1}v_2|+1)^{\frac{1}{m_1}+(1-\frac{\alpha_1}{m_1})u_1-\frac{\alpha_2}{m_1}u_2+1-\frac{1}{2}}}\times$$

$$\times\frac{(|\frac{\beta_1}{m_2}v_1+\frac{\beta_2}{m_2}v_2|+1)^{\frac{1}{m_2}-\frac{\beta_1}{m_2}u_1-\frac{\beta_2}{m_2}u_2-\frac{1}{2}}}{(|-\frac{\beta_1}{m_2}v_1+(1-\frac{\beta_2}{m_2})v_2|+1)^{\frac{1}{m_2}-\frac{\beta_1}{m_2}u_1+(1-\frac{\beta_2}{m_2})u_2+1-\frac{1}{2}}}\times$$

$$\times\exp\Bigg(v_1\theta_1+v_2\theta_2-\frac{\pi}{2}|v_1|-\frac{\pi}{2}|v_2|-\frac{\pi}{2}\left|\frac{\alpha_1}{m_1}v_1+\frac{\alpha_2}{m_1}v_2\right|-\frac{\pi}{2}\left|\frac{\beta_1}{m_2}v_1+\frac{\beta_2}{m_2}v_2\right|$$
$$+\frac{\pi}{2}\left|\left(1-\frac{\alpha_1}{m_1}\right)v_1-\frac{\alpha_2}{m_1}v_2\right|+\frac{\pi}{2}\left|-\frac{\beta_1}{m_2}v_1+\left(1-\frac{\beta_2}{m_2}\right)v_2\right|\Bigg), \tag{15}$$

где C_1 – некоторая положительная константа.

Если при фиксированном $\theta=(\theta_1,\theta_2)\in R^2$ показатель экспоненты, зависящий от $v=(v_1,v_2)\in R^2$, есть величина отрицательная, то экспонента быстро убывает и никакой степенной множитель не может нарушить сходимость интеграла. Эта ситуация будет иметь место при $\theta\in\Theta$.

Исследуем поведение показателя экспоненты и степенного множителя в случае, когда $\theta\in\delta\Theta$.

Обозначим вершины четырехугольника Θ

$$A = (\frac{\pi\Delta + \alpha_1\beta_2}{\alpha_2 m_2}, \frac{\pi\beta_2}{m_2}), B = (-\frac{\pi\beta_1}{m_2}, -\frac{\pi\beta_2}{m_2}), C = (-\frac{\pi\Delta + \alpha_1\beta_2}{\alpha_2 m_2}, -\frac{\pi\beta_2}{m_2}), D = (\frac{\pi\beta_1}{m_2}, \frac{\pi\beta_2}{m_2}).$$

Для вершины A зануление экспоненты в (15) достигается лишь на направлениях $v = (v_1, v_2)$: $(0,1)$ и $(\alpha_2, -\alpha_1)$ нормальным к прилегающим сторонам, для остальных векторов показатель экспоненты будет отрицательным.

Для вершины $D = (\frac{\pi\beta_1}{m_2}; \frac{\pi\beta_2}{m_2})$ (аналогично, вершины B) показатель экспоненты равен нулю для всех $v = a(-\alpha_2, \alpha_1) + b(0;1) = (-a\alpha_2; a\alpha_1 + b)$.

Покажем, что сторона $[AD)$ принадлежит области сходимости интеграла (15). Зафиксируем точку $\theta = (\theta_1, \theta_2) \in [AD)$. Координаты зафиксированной точки удовлетворяют условиям $\frac{\pi\beta_1}{m_2} \le \theta_1 \le \frac{\pi(\Delta + \alpha_1\beta_2)}{\alpha_2 m_2}, \theta_2 = \frac{\pi\beta_2}{m_2}$. Рассмотрим одностороннюю окрестность луча $(0,1)$ заданную следующими неравенствами $v_1 > 0, \frac{m_1 - \alpha_1}{m_1} v_1 - \frac{\alpha_2}{m_1} v_2 < 0$. В этой окрестности показатель экспоненты примет вид:

$$v_1(\theta_1 - \frac{\pi(m_2 + \beta_1)}{m_2}).$$

С учетом этой оценки исследование сходимости интеграла (1), при фиксированном θ, сводится к исследованию сходимости следующего интеграла:

$$\int\limits_{v_1>0, \frac{m_1-\alpha_1}{m_1}v_1 - \frac{\alpha_2}{m_1}v_2<0} \frac{(|v_1|+1)^{u_1-\frac{1}{2}}(|v_2|+1)^{u_2-\frac{1}{2}}(|\frac{\alpha_1}{m_1}v_1 + \frac{\alpha_2}{m_1}v_2|+1)^{\frac{1}{m_1}-\frac{\alpha_1}{m_1}u_1-\frac{\alpha_2}{m_1}u_2-\frac{1}{2}}}{(|(1-\frac{\alpha_1}{m_1})v_1 - \frac{\alpha_2}{m_1}v_2|+1)^{\frac{1}{m_1}+(1-\frac{\alpha_1}{m_1})u_1-\frac{\alpha_2}{m_1}u_2+1-\frac{1}{2}}} \times$$

$$\times \frac{(|\frac{\beta_1}{m_2}v_1 + \frac{\beta_2}{m_2}v_2|+1)^{\frac{1}{m_2}-\frac{\beta_1}{m_2}u_1-\frac{\beta_2}{m_2}u_2-\frac{1}{2}}}{(|-\frac{\beta_1}{m_2}v_1 + (1-\frac{\beta_2}{m_2})v_2|+1)^{\frac{1}{m_2}-\frac{\beta_1}{m_2}u_1+(1-\frac{\beta_2}{m_2})u_2+1-\frac{1}{2}}} \times$$

$$\times \left|\frac{\sqrt{(1-\beta_1u_1-\alpha_2u_2)^2+(\beta_1v_1+\alpha_2v_2)^2}}{m_1m_2}\right| \times \exp\left\{v_1(\theta_1 - \frac{\pi(m_2+\beta_1)}{m_2})\right\} dv_1 dv_2.$$

Который является сходящимся для всех точек $\theta = (\theta_1, \theta_2) \in [AD)$. Аналогично рассматривается сходимость интеграла для точек $\theta \in [AB), \theta \in [CB), \theta \in [CD)$.

Вершины B и D нельзя присоединить к множеству сходимости интеграла (1). Действительно, в этих точках зануление показателя экспоненты происходит по всем направлениям $v = (v_1, v_2)$, принадлежащим двумерным конусам $\sigma((-\alpha_2, \alpha_1), (0,1))$ и $\sigma((\alpha_2, -\alpha_1), (0, -1))$. Из оценки снизу покажем расходимость интеграла (1), так как степенной множитель имеет суммарную степень по переменным v_1, v_2, равную -2. Например, для точки $D = (\frac{\pi\beta_1}{m_2}, \frac{\pi\beta_2}{m_2})$ мы имеем двойной интеграл по конусу $\sigma((-\alpha_2, \alpha_1), (0,1))$ от дроби

$$\frac{(|v_1|+1)^{u_1-\frac{1}{2}}(|v_2|+1)^{u_2-\frac{1}{2}}(|\frac{\alpha_1}{m_1}v_1+\frac{\alpha_2}{m_1}v_2|+1)^{\frac{1}{m_1}-\frac{\alpha_1}{m_1}u_1-\frac{\alpha_2}{m_1}u_2-\frac{1}{2}}}{(|(1-\frac{\alpha_1}{m_1})v_1-\frac{\alpha_2}{m_1}v_2|+1)^{\frac{1}{m_1}+(1-\frac{\alpha_1}{m_1})u_1-\frac{\alpha_2}{m_1}u_2+1-\frac{1}{2}}}\times$$

$$\times\frac{(|\frac{\beta_1}{m_2}v_1+\frac{\beta_2}{m_2}v_2|+1)^{\frac{1}{m_2}-\frac{\beta_1}{m_2}u_1-\frac{\beta_2}{m_2}u_2-\frac{1}{2}}}{(|-\frac{\beta_1}{m_2}v_1+(1-\frac{\beta_2}{m_2})v_2|+1)^{\frac{1}{m_2}-\frac{\beta_1}{m_2}u_1+(1-\frac{\beta_2}{m_2})u_2+1-\frac{1}{2}}}\times$$

$$\times\left|\frac{\sqrt{(1-\beta_1u_1-\alpha_2u_2)^2+(\beta_1v_1+\alpha_2v_2)^2}}{m_1m_2}\right|$$

Степень экспоненты равна нулю, а значит, за сходимость интеграла отвечает степенной множитель, степень которого по совокупности переменных v_1, v_2 равна -2. Значит, что интеграл (1) расходится в точке D. Аналогично рассматривается расходимость в точке B. Теорема доказана.

Библиографический список

1. Mellin Hj. Resolution de l'equation algebrique generale a l'aide de la fonction gamma // C. R. Acad. Sci. Paris. 1921. Vol. 172. P. 658–661.
2. Антипова И.А. Обращения многомерных преобразований Меллина и решения алгебраических уравнений // Мат. сборник. 2007. Т. 198, № 4. С. 447–463.
3. Степаненко В.А. Решение системы n алгебраических уравнений с n неизвестными с помощью гипергеометрических функций // Вестник Краснояр. гос. ун-та. 2003. № 1. С. 35–48.
4. Antipova I.A., Zykova T.V. Mellin transforms and algebraic functions // Integral Transforms and Special Functions 2015. P. 753–767.
5. Kulikov V.R. Conditions for convergence of the Mellin-Barnes integral for solution to system of algebraic equations // Журн. СФУ. Сер. Матем. и физ. 2014. Т. 7, вып. 3. С. 339–346.
6. Nilsson L., Passare M., Tsikh A.K. Domains of Convergence for A-hypergeometric Series and Integrals // Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics. 2019. Vol. 12, № 4. P. 509–529.

НИЖНИЙ СЛОЙ В ГРУППАХ[1]

BOTTOM LAYER IN GROUPS

В.И. Сенашов **V.I. Senashov**

Группа, нижний слой, периодичность, группа Фробениуса, регулярный автоморфизм, спектр, распознаваемость.

Рассматривается вопрос о возможности восстановления информации о группе по ее нижнему слою, то есть по множеству ее элементов простых порядков. Группа называется распознаваемой по нижнему слою при дополнительных условиях, если она однозначно восстанавливается по нижнему слою при этих условиях. Приводятся результаты по распознаваемости групп по нижнему слою в различных классах групп. В работе рассматриваются группы, без единичного элемента совпадающие со своим нижним слоем.

Group, bottom layer, periodicity, Frobenius group, regular automorphism, spectrum, recognition.

The question of the possibility of restoring information about a group by its bottom layer, that is, by the set of its elements of prime orders, is considered. A group is said to be recognizable from the bottom layer under additional conditions if it is uniquely reconstructed from the bottom layer under these conditions. Results are given on the recognition of groups by the bottom layer in various classes of groups. In this paper, we consider groups that, without a single element, coincide with their bottom layer.

The *bottom layer* of a group is the set of its elements of prime orders. Using the bottom layer of a group, sometimes you can completely unambiguously recognize the group; sometimes you can set the properties of the group with this bottom layer.

A group is said to be *recognizable by the bottom layer* under additional conditions if it can be uniquely reconstructed by the bottom layer under these conditions.

A group G is called *almost recognizable by its bottom layer* under additional conditions if there exists a finite number of pairwise non-isomorphic groups satisfying these conditions with the same bottom layer as the group G.

A group G is said to be unrecognizable by its bottom layer under additional conditions if there exists an infinite the number of pairwise non-isomorphic groups satisfying these conditions, with the same bottom layer, the same as that of the group G. The concept of recognizability of a group by a bottom layer was introduced by analogy with the recognizability of groups by spectrum, that is, by the set of orders of elements of the group, which has been actively studied in the last thirty years.

The spectrum of a finite group is the set of orders of its elements. A finite group G is called *recognizable by spectrum* if any finite group which has the spectrum coinciding with the spectrum of G is isomorphic to G. A group G is called *almost recognizable by its spectrum* if there are finitely many pairwise non-isomorphic groups with the same spectrum as the group G. A group G is called *spectrum-unrecognizable* if there are infinitely many pairwise non-isomorphic groups with the same spectrum as G.

[1] This work is supported by the Krasnoyarsk Mathematical Center and financed by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (Agreement No. 075-02-2023-936).

Results on groups recognizable by spectrum could be found in the works of A. V. Vasiliev, V. D. Mazurov, A. M. Staroletov, A. A. Buturlakin, M. A. Grech- koseeva and others.

An example of a group recognized by its bottom layer is a group whose bottom layer consists of elements of order 2 and there are no non-identity elements of other orders in the group. In this case, the group is uniquely recognized by its bottom layer (this is an elementary Abelian 2-group obtained by adding an identity element to the bottom layer). The groups in the following example are almost recognizable groups by the bottom layer in the class of infinite layer-finite groups. V.P. Shunkov proved [1] that if the bottom layer in an infinite layer-finite group consists of one element of order 2, then the group G is either a quasicyclic or an infinite generalized quaternion group. The groups from the result of V.P. Shunkov are almost recognizable by the bottom layer in the class of infinite layer-finite groups.

An example of unrecognizability by the bottom layer in the class of infinite layer-finite groups is given by the following infinite series of groups: in the groups $C_{p^\infty} \times C_q$, $C_{p^\infty} \times C_{q^2}, C_{p^\infty} \times C_{q^3}, \ldots$ there is an identical bottom layer, consisting of p-1 elements of order p and q-1 elements of order q. In this example, the groups are not recognizable from the bottom layer under these conditions. Here we will consider groups that, without a single element, coincide with their bottom layer. Such groups are obviously clearly recognizable by their bottom layer. The author proved a number of results on the recognizability of groups in some subclasses of the class of layer-finite groups [2–12].

Periodic complete Abelian groups do not necessarily have to be layer finite. The following theorem establishes the recognizability of a group by its bottom layer in this class of groups: The group G is recognizable by its bottom layer among periodic complete Abelian groups [11].

Another result was obtained regarding the group recognition by the bottom layer. The group G is recognizable by its bottom layer among periodic radically complete groups satisfying the normalizer condition [11].

A group is called *radically complete* if for any of its elements a and for each natural number n the equation $x^n=a$ has at least one solution in it [13].

Radically complete groups is not necessary be layer-finite. For example, direct product of infinite number of quasi-cyclic groups for the same prime number is a radically complete, but it is not a layer-finite group.

It is also proven that all simple non-Abelian groups are recognized simultaneously by their bottom layer and spectrum. The theorem was proven in [11]: All finite simple non-Abelian groups are simultaneously recognizable by spectrum and bottom layer in the class of finite simple non-Abelian groups.

Let us consider groups that, without a single element, coincide with their bottom layer. These are periodic groups in which there are no elements of composite orders. Such groups include all elementary Abelian primary groups, some Frobenius groups, Olshansky groups, all non-identity elements of which have the same prime order, and the entire group is generated by any two of its elements of prime order. Since the appearance of groups like Olshansky monsters is quite possible in the future, the list of groups that coincide with their bottom layer in the class of periodic groups cannot be considered exhaustive. Therefore, we will limit our consideration only to finite groups, without a unit element, coinciding with their bottom layer. Among Abelian groups, obviously, only elementary Abelian primary groups are such. By Theorem 1.3 from [14], a solvable non-invariant factor of a Frobenius group is a group of one of the following types:

1) H – cyclic group;

2) $H = \langle a \rangle \lambda \langle b \rangle, (|a|,|b|) = 1$, $\langle a \rangle = H'$, all elements of prime orders from $\langle b \rangle$ lie in the center of H;

3) $H = H_1 \lambda Q$, where H_1 is a group of odd order of one of the types 1, 2 of theorem, Q is a (generalized) group of quaternions with involution t, and t lies in the center of H;

4) $H = Q \lambda H_1$, where H_1 is a group of odd order of one of the types 1, 2 of theorem, Q is a group of eighth order quaternions;

5) H contains an index 2 subgroup of type 4 of Theorem, and a Sylow 2-subgroup of H is a generalized group of quaternions of order sixteen.

Considering the possible structure of a solvable non-invariant factor of the Frobenius group in a group coinciding with its bottom layer without an identity element, we see that cases 3, 4, 5 of the mentioned Theorem 1.3 are impossible, since they contain 2-elements of orders greater than two. In the second case, in cyclic groups, there are two permutation elements of different prime orders, the product of which is an element of the composite order, which leads to a violation of the condition for the group to coincide with its bottom layer. There remains only one possibility for a soluble factor of the Frobenius group in our case: to be a cyclic group. Moreover, due to the absence of elements of composite order in the group G, this cyclic group is a group of prime order. By Theorem 1.4 from [14], the unsolvable non-invariant factor H of the Frobenius group contains as a subgroup of index not exceeding two the subgroup , where H_1 is a group of one of types 1, 2 of the previous Theorem 1.3, the order of which is coprime to thirty. Considering the possible structure of an undecidable non-invariant factor of the Frobenius group in a group without a unit element coinciding with its bottom layer, we see that the undecidable non-invariant factor must contain some element of prime order from the group, and these are elements of the second, third and fifth orders. At the same time, group H_1 does not contain elements of such orders, since its order is coprime to thirty. Due to the absence of elements of composite order in the group G, we obtain a contradiction with the just established presence in the undecidable non-invariant factor of two permutation elements of different prime orders. Thus, a non-invariant factor of the Frobenius group in a group without an identity element coinciding with its bottom layer is a cyclic group of prime order.

The work was performed in the framework of the state assignment of ICM SB RAS, project no. 0287-2021-0002.

Conclusion

The paper presents results on the recognition of groups by the bottom layer in various classes of groups. The work considers groups that, without a single element, coincide with their bottom layer. The properties of such groups are established.

Библиографический список

1. Shunkov V.P. On a class of *p*-groups // Algebra and Logic. 1970. No. 4 (9). P. 484–496.
2. Senashov V.I., Parashchuk I.A. On the influence of the bottom layer of the group on the structure of the group in various classes of groups // Actual problems of aviation and cosmonautics: Sat. Materials VI Intern. scientific-practical. conf., dedicated Cosmonautics Day (April 13–17, 2020, Krasnoyarsk). 2020. Vol. 2. P. 293–295.
3. Senashov V.I., Parashchuk I.A. On recognition of layered finite groups by the bottom layer // Actual problems of aviation and astronautics. 2021. Vol. 2. P. 460–463.
4. Senashov V.I., Parashchuk I.A. On the influence of the bottom layer of the group on the structure of the group in various classes of groups // Actual problems of aviation and cosmonautics. 2022. Vol. 2. P. 348–350.
5. Senashov V.I., Paraschuk I.A. On a bottom layer in a group // Bulletin of the Karaganda University. 2020. No. 4 (100). P. 136–142.
6. Parashchuk I.A., Senashov V.I. Restoring a group by bottom layer // Scientific journal of Pavlodar State University. 2017. No. 2. P. 64–72.
7. Parashchuk I.A., Senashov V.I. Recognition of groups by the bottom layer // Proceedings of the IX All-Russian. conf. with intern. participation of «Inf. technologies in mathematics and mathematical education». Krasnoyarsk, November 10–11, 2022. Krasnoyar. state ped. un-t. P. 37–40.
8. Parashchuk I.A., Senashov V.I. Bottom layer and spectrum in groups // Proceedings of IX Vseross. conf. with intern. participation of «Inf. technologies in mathematics and mathematical education» Krasnoyarsk, November 11–12, 2021. Krasnoyar. state ped. un-t. P. 36–39.
9. Senashov V., Parashchuk I. On Recognizability of Groups by Bottom Layer // Advances in Modeling and Analysis A. No. 1–4 (57), December, 2020. P. 1–5.
10. Parashchuk I.A., Senashov V.I. Restoration of information on the group by the bottom layer // Siberian journal of science and technology. 2018. No. 2 (19). P. 223–226.
11. Senashov V.I., Paraschuk I.A. On recognizing of groups by the bottom layer // Bulletin of the Karaganda University. Mathematics series. 2022. No. 3 (107). P. 124–131.
12. Senashov V.I. On the bottom layer in groups // Siberian Aerospace Journal. 2023. T. 24, No. 2. C. 273–278.
13. Chernikov S.N. Groups with specified properties of a system of subgroups. Moscow: Science, 1980.
14. Popov A.M., Sozutov A.I., Shunkov V.P. Groups with systems of Frobenius subgroups. Krasnoyarsk: IPTS KSTU, 2004. 211 p. (In Russ.)

АПЕРИОДИЧЕСКИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ[1]

APERIODIC SEQUENCES

В.И. Сенашов, А.В. Сенашова **V.I. Senashov, A.V. Senashova**

Последовательности, апериодическое слово, алфавит, локальная конечность, проблема Бернсайда, периодическая группа, конечная группа.

В докладе сделан обзор результатов по распределению элементов в последовательностях. Рассматривается распределение элементов в последовательностях для двухбуквенного и трехбуквенного алфавитов. Описан обзор результатов исследований по распределению элементов в различных последовательностях. Будут представлены новые результаты по распределению элементов в последовательностях.

Sequences, aperiodic word, alphabet, local finiteness, Burnside problem, periodic group, finite group.

The report provides an overview of the results on aperiodic sequences. We consider the distribution of elements in sequences under two-letter and three-letter alphabets. The report provides an overview of the research results on the distribution of elements in different sequences. The report will present new results on the distribution of elements in sequences.

In 1902 the question on locally finiteness of groups with elements of finite order [1]. This question the question subsequently acquired the title of the Burnside problem. Negative answer for it was received in the articles of E.S. Golod. S.V. Aleshin, R.I. Hryhorczuk, V.I. Sushchanskii. W. Burnside [1] specifically noted the part of question on locally finiteness of group with the identity $x^n = 1$.

Firstly a negative answer to Burnside problem was received in 1968 in the works of P.S. Novikov – S.I. Adyan [2–4].

W. Burnside established finiteness of the free Burnside group of the period *n* for *n* equal to two and three. W. Burnside and I.N. Sanov proved finiteness of it for *n* equal to four, M. Hall receive similar result for *n* equal to six.

The positive decision of the Burnside problem for indicator greater than or equal to two and for odd number $n \geq 4381$ was received by P.S. Novikov and S.I. Adian in 1967, and was published for odd number $n \geq 665$ by S.I. Adian in 1975 [5].

Geometrical proof of A.Yu. Olshansky give the positive decision of the Burnside problem for odd big *n* [6] in 1989. He built for every prime number *p* more then 10^{10} infinite group with all proper subgroups of the order *p*.

More detailed history of results on the Burnside problem can be found in the paper by S.I. Adyan [8].

In relation with these results we consider on the distribution of elements in sequences under two-letter and three-letter alphabets.

A. Thue proved [7] the existence of 3-aperiodic words of any length in an arbitrary alphabet with more than one character in 1906. In 1975 S.I. Adian in the book ([2], page 13) brought the proof of S.E. Arshon of 1937 [8] of the result that in the alphabet

[1] This work is supported by the Krasnoyarsk Mathematical Center and financed by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (Agreement No. 075-02-2023-936).

of two letters there is an infinite set of arbitrarily long three-aperiodic words. He constructed infinite sequence under two symbols, for which in an every finite beginning of the sequence there no nonempty subwords of the type E^3.

A.Yu. Olshansky [6] proved the infiniteness of the set of 6-aperiodic words and received a bottom bounding function for the number of words of a given length n: In the 2-letter alphabet there exist arbitrarily long 6-aperiodic words. The number $f(n)$ of such words of length n is greater than $(3/2)^n$.

We will estimate the bottom bounding function for the number of n-aperiodic words under two-letter and three-letter alphabets.

V.I. Senashov in [9] strengthened the result of A.Yu. Olshansky [6] for the number of 6-aperiodic words: In the 2-letter alphabet there are arbitrarily long 6-aperiodic words. Moreover, the number $f(n)$ of such words of length n is greater than $(x)^n$ for any of the interval (1.3219635; 1.9221753) [10].

A.S. Mamontov proved [10] the local finiteness of a group of period twelve without elements of order twelve. This result generalizes the results of I.N. Sanov [11] and M. Hall [12]. D.V. Lytkina, V.D. Mazurov and A.S. Mamontov [13] proved that a group of period twelve in which the order of the product of any two elements of the second order does not exceed four is locally finite. This result (from [13]) generalized the theorem of I.N. Sanov [11]: a group of period twelve without six order elements is locally finite.

In connection with these results, we consider the set of twelve-aperiodic words. The authors made a report «Aperiodic words» in 2015 at the conference «Reshetnev readings» and at the conference [14] and in the paper [15] considers twelve-aperiodic words: In the alphabet $\{a, b\}$ there are arbitrarily long twelve-aperiodic words. Moreover, the number $f(n)$ of such words of length n is greater than $1{,}99901766^n$.

Later we consider the same question under the three-letter alphabet:

In the article [16] was proved, that there are arbitrarily long 6-aperiodic words and the number $f(n)$ of such words of length n is greater than $(5/2)^n$ in the three-letter alphabet.

In this direction received some more results with estimations of amount of aperiodic words [17–20] with estimations of the amount of aperiodic words under two-letter and three-letter alphabets.

The report provides an overview of the results on the distribution of elements in sequences.

The report will present new results on the distribution of elements in sequences.

The work was performed in the framework of the state assignment of ICM SB RAS, project no. 0287-2021-0002.

Библиографический список

1. Burnside W. On an unsettled question in the theory of discontinuous groups // Quart. J. Pure. Appl. Math. 1902. Vol. 33. P. 230–238.
2. Novikov P.S., Adyan S.I. On infinite periodic groups // Izv. AN SSSR, Ser. mat. 1968. No. 1 (32). P. 212–244 (In Russ.).
3. Novikov P.S., Adyan S.I. On infinite periodic groups // II. Izv. AN SSSR, Ser. mat. 1968. No. 2 (32). P. 251–524 (In Russ.).

4. Novikov P.S., Adyan S.I. On infinite periodic groups // III. Izv. AN SSSR, Ser. mat. 1968. No. 3 (32). P. 709–731 (In Russ.).
5. Adyan S.I. Bernside Problem and Identities in Groups. Moscow: Science. 1975. 336 p. (In Russ.).
6. Olshansky A.Yu. Geometry of defining relations in groups. Moscow: Science, 1989. 448 p. (In Russ.).
7. Thue A. Uber unendliche Zeichenreih // Norcke Vid. Selsk. skr., I Mat. Nat. Kl. Christiania. 1906. Bd. 7. P. 1–22.
8. Arshon S.E. Proof of existence of *n*-unit infinite asymmetric sequences // Math. sb. 1937. V. 2 (44), No. 4. P. 769–779 (In Russ.).
9. Senashov V.I. Improved estimates of the number 6-aperiodic words of fixed length // Vestnik SibSAU. 2016. No. 2 (17). P. 168–172.
10. Mamontov A.S. Groups of period 12 without elements of order 12 // Siberian Math. Journal. 2013. No. 1 (54). P. 150–156 (In Russ.).
11. Sanov I.N. Solving the Burnside problem for exponent 4 // Uch. zapp. LSU. 1940. Vol. 55. P. 166–170 (In Russ.).
12. Hall M. Group theory. Moscow: Inostrannaia literature. 1962. 468 p. (In Russ.).
13. Lytkina D.V., Mazurov V.D. and Mamontov A.S. Local finiteness of some groups of period 12 // Siberian Math. Zhurn. 2012. No. 6 (53). P. 1373–1378 (In Russ.).
14. Senashov V.I. Aperiodic words // Reshetnevskiye chteniya: materialy XIX Mezhdunar. nauch.-prakt. konf., posvyashch. 55-letiyu Sib. gos. aerokosmich. un-ta im. akad. M.F. Reshetneva [Reshetnev Readings: materials of XIX Intern. scientific and practical. conf. for 55th anniversary of Sib. State. Aerokosmich. Univ. Acad. M.F. Reshetnev] (10–14 Nov. 2015, Krasnoyarsk): 2 parts / Under total. Ed. Y.Y. Loginov; Sib. State. Aerokosmich. Univ,, Krasnoyarsk, 2015, part 2. P. 132–133 (In Russ.).
15. Senashov V.I. Estimation of the number of 12-aperiodic words of fixed length // Vestnik SibGAU. 2017. No. 1 (18). P. 93–96 (In Russ.).
16. Senashov V.I. 6-aperiodic words over the three-letter alphabet // Siberian Journal of Science and Technology. 2020. No. 3 (21). P. 333–336.
17. Senashov V.I. Estimation of the number of 5-aperiodic words // Bulletin of Tuva State University. Technical and physical and mathematical sciences. 2017. No. 3. P. 132–138 (In Russ.).
18. Senashov V.I. Aperiodic words // Pavlodar State University Bulletin. 2015. No. 4. P. 6–11.
19. Senashova A.V., Senashov V.I. On aperiodic sequences // Actual problems of aviation and astronautics: Materials of the VII Intern. scientific-practical. conf., dedicated to Cosmonautics Day (April 12–16, 2021, Krasnoyarsk). 2021. Vol. 2. P. 464–467.
20. Senashova A.V., Senashov V.I. On the distribution of elements in sequences // Actual problems of aviation and astronautics: Materials of the VIII Intern. scientific-practical. conf., dedicated to Cosmonautics Day (April 12–16, 2022, Krasnoyarsk). 2021. Vol. 2. P. 351–353.

О ДИСКРИМИНАНТНЫХ МНОЖЕСТВАХ СИСТЕМ ПОЛИНОМОВ ЛОРАНА[1]

ON DISCRIMINANTAL LOCI OF LAURENT POLYNOMIAL SYSTEMS

С.Ю. Чувашов **S.Yu. Chuvashov**

Полином Лорана, дискриминантное множество, A-дискриминант, смешанный дискриминант, невырожденный кратный корень.

В работе исследуется дискриминантное множество общего полиномиального отображения, ассоциированного с системой полиномов Лорана, в которой носители полиномов фиксированы, а все коэффициенты переменные. Получено условие наличия невырожденных кратных корней в специальном случае общего полиномиального отображения.

Laurent polynomial, discriminantal variety, A-discriminant, mixed discriminant, non-degenerate multiple root.

The paper deals with the discriminantal variety of a general polynomial mapping associated with the system of Laurent polynomials in which the supports of polynomials are fixed and all coefficients are variable. A non-degeneracy condition of multiple roots of a general polynomial mapping in a special case is obtained.

1. Концепция A-дискриминанта

В монографии [1] Гельфандом, Зелевинским и Капрановым предложена и развита концепция A-дискриминанта.

Пусть A – конечное подмножество целочисленной решетки $\mathbb{Z}^n$, каждому элементу $\lambda \in A$ соответствует моном Лорана $y^\lambda = y_1^{\lambda_1} \cdot \ldots \cdot y_n^{\lambda_n}$. Рассмотрим пространство $\mathbb{C}^A$ полиномов Лорана вида

$$f(y) = \sum_{\lambda \in A} a_\lambda y^\lambda$$

и множество $\nabla^0 \subset \mathbb{C}^A$ полиномов f, для которых существует $y^0 \in (\mathbb{C}\backslash 0)^n$ такое, что

$$f(y^0) = (\partial f/\partial y_i)(y^0) = 0 \,\forall i.$$

Обозначим через ∇_A замыкание множества ∇^0.

Определение 1. Если множество $A \subset \mathbb{Z}^n$ таково, что $\nabla_A \subset \mathbb{C}^A$ является подмногообразием коразмерности 1, то единственный с точностью до знака неприводимый целочисленный полином $\Delta_A(f)$ от коэффициентов a_λ, $\lambda \in A$ полинома $f \in \mathbb{C}^A$, который обращается в ноль на ∇_A, называется *A-дискриминантом*. Если $codim \nabla_A > 1$, полагают $\Delta_A = 1$.

Понятие смешанного дискриминанта системы n полиномов Лорана от n неизвестных было предложено в работе [2]. Рассмотрим систему полиномов Лорана с носителями $A^{(1)}, \ldots, A^{(n)} \subset \mathbb{Z}^n$:

$$f_i(y) := \sum_{\lambda \in A^{(i)}} a_\lambda^{(i)} y^\lambda, \quad i = 1, \ldots, n. \tag{1}$$

[1] Работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ (Соглашение 075-02-2023-936).

Следуя терминологии работы [2], изолированное решение $u \in (\mathbb{C}\backslash 0)^n$системы (1) назовем *невырожденным кратным корнем*, если n градиентов системы $\nabla_y f_i(u)$ линейно зависимы, но любые $n-1$ из них линейно независимы.

Определение 2. *Смешанным дискриминантным множеством* $\nabla_{A^{(1)},\dots,A^{(n)}}$ называют замыкание множества коэффициентов $a_\lambda^{(i)}$, для которых система (1) имеет невырожденный кратный корень. Если дискриминантное множество $\nabla_{A^{(1)},\dots,A^{(n)}}$ является гиперповерхностью, то *смешанным дискриминантом* системы (1) называют единственный с точностью до знака неприводимый полином $\Delta_{A^{(1)},\dots,A^{(n)}}$ с целыми коэффициентами от переменных $a_\lambda^{(i)}$, определяющих его. В противном случае говорят, что система имеет *дефект*, и полагают $\Delta_{A^{(1)},\dots,A^{(n)}} = 1$.

В случае, когда система не имеет дефекта, можно выразить смешанный дискриминант $\Delta_{A^{(1)},\dots,A^{(n)}}$ через A-дискриминант с помощью трюка Кэли. Рассмотрим матрицу Кэли

$$A = \mathrm{Cay}(A^{(1)},\dots,A^{(n)}) = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{1} \\ A^{(1)} & A^{(2)} & \cdots & A^{(n)} \end{pmatrix},$$

имеющую $2n$ строк и $\sum_{i=1}^n \# A^{(i)}$ столбцов, где $\mathbf{0} = (0,\dots,0)$ и $\mathbf{1} = (1,\dots,1)$ – строки соответствующей длины. Введем набор новых переменных $y_1, y_2, \dots, y_n$ и вспомогательный полином:

$$\varphi(x,y) = y_1 f_1(x) + y_2 f_2(x) + \cdots + y_n f_n(x)$$

с носителем в A.

Теорема 1 [2]. *Смешанный дискриминант системы (1) равен* AA*-дискриминанту матрицы Кэли:*

$$\Delta_{A^{(1)},\dots,A^{(n)}} = \Delta_A.$$

Заметим, что $codim\, \nabla_{A^{(1)},\dots,A^{(n)}} \neq 1$ тогда и только тогда, когда $codim \nabla_A \neq 1$. Однако дискриминантные множества в таком случае могут быть различны.

2. Параметризация дискриминантного множества и кратных корней системы

Пусть

$$f := (f_1,\dots,f_n) : (\mathbb{C}\backslash 0)^n \to \mathbb{C}^n, \quad (2)$$

есть общее полиномиальное отображение, ассоциированное с системой (1). Дискриминантное множество отображения (2) исследовано в работе [3], где найдена его параметризация, являющаяся обращением логарифмического отображения Гаусса. Обозначим через ∇^0 множество точек $a = (a_\lambda^{(i)})$ в пространстве коэффициентов, для которых отображение f имеет кратные нули в алгебраическом торе $(\mathbb{C}\backslash 0)^n$, т.е.

$$\nabla^0 := \{a \mid f_1(y^0) = \cdots = f_n(y^0) = (\partial f/\partial y)(y^0) = 0, y^0 \in (\mathbb{C}\backslash 0)^n\},$$

где $\partial f/\partial y$ – якобиан отображения f.

Определение 3. *Дискриминантным множеством* ∇ отображения f называется замыкание множества ∇^0 в пространстве коэффициентов.

Рассмотрим приведенную систему

$$f_i(y) := y^{\omega^{(i)}} + \sum_{\lambda \in \Lambda^{(i)}} x_\lambda^{(i)} y^{\lambda^{(i)}} - 1 = 0,\ i = 1, \dots, n, \tag{3}$$

где $\Lambda^{(i)} \subset \mathbb{Z}^n$, $x_\lambda^{(i)}$ – переменные коэффициенты, $\omega = (\omega_j^{(i)})$ – невырожденная матрица. Множество коэффициентов системы $x = (x_\lambda^{(i)})$ пробегает векторное пространство $\mathbb{C}_x^N$, где $N = \#\Lambda^{(1)} + \dots + \#\Lambda^{(n)}$. Введем $(n \times N)$ – матрицы $\Lambda = (\Lambda^{(1)}| \dots |\Lambda^{(n)})$ и

$$\Phi := \omega^{-1}\Lambda, \widetilde{\Phi} := \Phi - \chi,$$

где $\omega^{-1} = (\omega_{ij}^{-1})$ – матрица, обратная кω,χ – матрица, i-я строка которой представляет характеристическую функцию подмножества $\Lambda^{(i)} \subset \Lambda$.

Предположим, что дискриминантное множество ∇ системы (3) является гиперповерхностью в $\mathbb{C}_x^N$, а дискриминант, определяющий гиперповерхность ∇, зависит от всех групп коэффициентов $x_\lambda^{(i)}$.Тогда дискриминантное множество допускает параметризацию, заданную формулами:

$$x_\lambda^{(i)} = -\frac{s_\lambda^{(i)}}{\langle \widetilde{\varphi}_\iota, s \rangle} \prod_{k=1}^{n} \left(\frac{\langle \widetilde{\varphi}_k, s \rangle}{\langle \varphi_k, s \rangle} \right)^{\varphi_{k\lambda}}, \quad \lambda \in \Lambda, \quad i = 1, \dots, n,$$

где $s = (s_\lambda) \in \mathbb{C}_s^N$,$\varphi_k, \widetilde{\varphi}_k$ – строки матриц Φ и $\widetilde{\Phi}$ соответственно, $\varphi_{k\lambda}$ – элемент строки φ_k.

Значения радикала

$$t_j(x(s)) = \prod_{k=1}^{n} \left(\frac{\langle \varphi_k, s \rangle}{\langle \widetilde{\varphi}_k, s \rangle} \right)^{\omega_{kj}^{-1}}$$

параметризуют кратные корни системы (3) в общих (регулярных) точках дискриминантного множества.

Полученные формулы верны только в случае, когда система имеет единственный кратный корень. В многомерном случае структура стратов дискриминантного множества остается неизвестной, что затрудняет получение формул в общем случае.

3. Условие невырожденности кратных корней

В Определении 2 смешанного дискриминанта требуется существование невырожденного кратного корня. В Определении 3 такого требования нет. Мы исследуем условия на носитель системы, при которых дискриминантные множества в смысле определений 2 и 3 совпадают.

Рассмотрим общую систему из двух уравнений вида

$$\begin{cases} y_1^{\omega_1^{(1)}} y_2^{\omega_2^{(1)}} + x^{(1)} y_1^{\lambda_1^{(1)}} y_2^{\lambda_2^{(1)}} - 1 = 0, \\ y_1^{\omega_1^{(2)}} y_2^{\omega_2^{(2)}} + x^{(2)} y_1^{\lambda_1^{(2)}} y_2^{\lambda_2^{(2)}} - 1 = 0, \end{cases} \tag{4}$$

с неизвестными $y = (y_1, y_2) \in (\mathbb{C} \backslash 0)^2$, переменными коэффициентами $x^{(i)} \in \mathbb{C}$.

Теорема 2. Система (4) имеет невырожденный кратный корень тогда и только тогда, когда показатели мономов удовлетворяют условию

$$\begin{cases}\omega_2^{(1)}\lambda_1^{(1)} - \omega_1^{(1)}\lambda_2^{(1)} \neq 0,\\ \omega_2^{(2)}\lambda_1^{(2)} - \omega_1^{(2)}\lambda_2^{(2)} \neq 0.\end{cases} \tag{5}$$

Доказательство.

Запишем матрицу Якоби системы (4):

$$J = \begin{pmatrix} \omega_1^{(1)} y_1^{\omega_1^{(1)}-1} y_2^{\omega_2^{(1)}} + \lambda_1^{(1)} x^{(1)} y_1^{\lambda_1^{(1)}-1} y_2^{\lambda_2^{(1)}} & \omega_2^{(1)} y_1^{\omega_1^{(1)}} y_2^{\omega_2^{(1)}-1} + \lambda_2^{(1)} x^{(1)} y_1^{\lambda_1^{(1)}} y_2^{\lambda_2^{(1)}-1} \\ \omega_1^{(2)} y_1^{\omega_1^{(2)}-1} y_2^{\omega_2^{(2)}} + \lambda_1^{(2)} x^{(2)} y_1^{\lambda_1^{(2)}-1} y_2^{\lambda_2^{(2)}} & \omega_2^{(2)} y_1^{\omega_1^{(2)}} y_2^{\omega_2^{(2)}-1} + \lambda_2^{(2)} x^{(2)} y_1^{\lambda_1^{(2)}} y_2^{\lambda_2^{(2)}-1} \end{pmatrix}.$$

Преобразуем J, используя соотношения (4). Получим:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{1}{y_1}\left(y_1^{\omega_1^{(1)}} y_2^{\omega_2^{(1)}}(\omega_1^{(1)} - \lambda_1^{(1)}) + \lambda_1^{(1)}\right) & \frac{1}{y_2}\left(y_1^{\omega_1^{(1)}} y_2^{\omega_2^{(1)}}(\omega_2^{(1)} - \lambda_2^{(1)}) + \lambda_2^{(1)}\right) \\ \frac{1}{y_1}\left(y_1^{\omega_1^{(2)}} y_2^{\omega_2^{(2)}}(\omega_1^{(2)} - \lambda_1^{(2)}) + \lambda_1^{(2)}\right) & \frac{1}{y_2}\left(y_1^{\omega_1^{(2)}} y_2^{\omega_2^{(2)}}(\omega_1^{(2)} - \lambda_1^{(2)}) + \lambda_1^{(2)}\right) \end{pmatrix}.$$

По предположению, $\det \omega \neq 0$. Воспользуемся параметризацией кратных корней:

$$y_1 = W_1^{\omega_{11}^{-1}} W_2^{\omega_{21}^{-1}},$$
$$y_2 = W_1^{\omega_{12}^{-1}} W_2^{\omega_{22}^{-1}};$$

где $W_i = \frac{\langle \varphi_i, s\rangle}{\langle \tilde{\varphi}_i, s\rangle}$. Заметим, что $W_i \neq 0$, так как $y_1, y_2 \in \mathbb{C}\backslash 0$. Подставим параметризацию в матрицу Якоби:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{1}{W_1^{\omega_{11}^{-1}} W_2^{\omega_{21}^{-1}}}\left(W_1(\omega_1^{(1)} - \lambda_1^{(1)}) + \lambda_1^{(1)}\right) & \frac{1}{W_1^{\omega_{12}^{-1}} W_2^{\omega_{22}^{-1}}}\left(W_1(\omega_2^{(1)} - \lambda_2^{(1)}) + \lambda_2^{(1)}\right) \\ \frac{1}{W_1^{\omega_{11}^{-1}} W_2^{\omega_{21}^{-1}}}\left(W_2(\omega_1^{(2)} - \lambda_1^{(2)}) + \lambda_1^{(2)}\right) & \frac{1}{W_1^{\omega_{12}^{-1}} W_2^{\omega_{22}^{-1}}}\left(W_2(\omega_1^{(2)} - \lambda_1^{(2)}) + \lambda_1^{(2)}\right) \end{pmatrix}.$$

Согласно определению, кратный корень u системы (4) является невырожденным тогда и только тогда, когда строки матрицы J ненулевые, т.е. выполняется условие:

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l} W_1(\omega_1^{(1)} - \lambda_1^{(1)}) + \lambda_1^{(1)} \neq 0,\\ W_1(\omega_2^{(1)} - \lambda_2^{(1)}) + \lambda_2^{(1)} \neq 0;\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l} W_2(\omega_1^{(2)} - \lambda_1^{(2)}) + \lambda_1^{(2)} \neq 0,\\ W_2(\omega_2^{(2)} - \lambda_2^{(2)}) + \lambda_2^{(2)} \neq 0,\end{array}\right.\end{cases} \tag{6}$$

Подставим в (6) выражение для W_i, получим условие:

$$\begin{cases} s_1[\omega_1^{(2)}(\omega_2^{(1)}\lambda_1^{(1)} - \omega_1^{(1)}\lambda_2^{(1)})] + s_2[\omega_1^{(1)}(\omega_2^{(2)}\lambda_1^{(2)} - \omega_1^{(2)}\lambda_2^{(2)})] \neq 0,\\ s_1[\omega_2^{(2)}(\omega_2^{(1)}\lambda_1^{(1)} - \omega_1^{(1)}\lambda_2^{(1)})] + s_2[\omega_2^{(1)}(\omega_2^{(2)}\lambda_1^{(2)} - \omega_1^{(2)}\lambda_2^{(2)})] \neq 0.\end{cases} \tag{7}$$

Заменим знаки в системе (7) на равенства. В таком случае нас интересует вопрос: при каких условиях полученная система линейных уравнений имеет только тривиальное решение $s_1 = 0, s_2 = 0$. Рассмотрим матрицу коэффициентов системы:

$$M = \begin{pmatrix} \omega_1^{(2)}(\omega_2^{(1)}\lambda_1^{(1)} - \omega_1^{(1)}\lambda_2^{(1)}) & \omega_1^{(1)}(\omega_2^{(2)}\lambda_1^{(2)} - \omega_1^{(2)}\lambda_2^{(2)}) \\ \omega_2^{(2)}(\omega_2^{(1)}\lambda_1^{(1)} - \omega_1^{(1)}\lambda_2^{(1)}) & \omega_2^{(1)}(\omega_2^{(2)}\lambda_1^{(2)} - \omega_1^{(2)}\lambda_2^{(2)}) \end{pmatrix}.$$

Из линейной алгебры известно, что однородная система линейных уравнений имеет нетривиальное решение тогда и только тогда, когда ранг матрицы системы меньше числа неизвестных. Учитывая, что $det\,\omega \neq 0$, заключаем, что $rank\,M = 2$ при условии

$$\begin{cases} \omega_2^{(1)}\lambda_1^{(1)} - \omega_1^{(1)}\lambda_2^{(1)} \neq 0, \\ \omega_2^{(2)}\lambda_1^{(2)} - \omega_1^{(2)}\lambda_2^{(2)} \neq 0. \end{cases}$$

Теорема доказана.

Библиографический список

1. Gelfand I.M., Kapranov M.M., Zelevinsky A.V. Discriminants, resultants and multidimensional determinants. Birkhäuser, 1994.
2. Cattani E., Cueto M.A., Dickenstein A., DiRocco S.,Sturmfels B., Mixed discriminants, Math. Z. 274 (2013), 761–778.
3. Антипова И.А., Цих А.К. Дискриминантное множество системы n полиномов Лорана от n переменных // Изв. РАН. Сер. матем. 2012. Т. 76, № 5. С. 29–56.
4. Антипова И.А., Михалкин Е.Н., Цих. А.К. Рациональные выражения для кратных корней алгебраических уравнений // Матем. сб. 2018. Т. 209, № 10. С. 3–30.

Секция 2

СИСТЕМЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКИ, КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ И ГРАФИКИ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ И ШКОЛЬНИКОВ

К ВОПРОСУ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОГРАММЫ GEOGEBRA В ОБУЧЕНИИ ТРИГОНОМЕТРИИ АЛЬ-ФАРАБИ

ON USE OF GEOGEBRA PROGRAM WHILE TEACHING AL-FARABI TRIGONOMETRY

А.А. Акжолова, Е.Ы. Бидайбеков, Г.Б. Камалова

A.A. Akzholova, E.Y. Bidaibekov, G.B. Kamalova

Тригонометрия аль-Фараби, принцип историзма в обучении, таблица синусов, программная среда GeoGebra, школьное математическое образование, высшее педагогическое образование.
Целью данной работы является обоснование возможности внедрения тригонометрии аль-Фараби в современную систему школьного и высшего педагогического информатико-математического образования и использование при этом среды GeoGebra, способствующей наиболее эффективному его обучению.

Al-Farabi trigonometry, the principle of historicism in teaching, the sine table, GeoGebra software environment, school mathematical education, higher pedagogical education.
The purpose of this work is to substantiate the possibility of introducing al-Farabi trigonometry into the modern system of school and higher pedagogical computer science and mathematics education, and at the same time using the GeoGebra environment that contributes to the most effective teaching of him.

Абу Насыр аль-Фараби – величайший ученый, мыслитель и энциклопедист раннего Средневековья – оставил после себя бесценное научное наследие, оказавшее огромное влияние на дальнейшее развитие мировой науки. Его вклад в такие науки, как философия, логика, метафизика и естествознание, не имеет равных в своей значимости. Не менее значимы и его достижения в области математических наук.

Математические труды ученого до последнего времени малоизучены. Преобладающая их часть впервые обнаружена относительно недавно казахстанским ученым в области истории математики и педагогики исламского Востока Ауданбеком Кубесовым и отражена в многочисленных его работах [1–3].

Повышенный интерес к ним сегодня вызван не только стремлением их популяризации, они обладают огромным дидактическим потенциалом и достойны изучения как в современном школьном, так и в высшем педагогическом образовании при подготовке будущих учителей математики и информатики.

Исторические сведения в обучении математике использовались многими выдающимися учеными-методистами и преподавателями математики: В.Я. Буняковским, Н.Я. Виленкиным, П.С. Гурьевым и другими. И в настоящее время в связи с возрастанием роли истории науки как гуманитарной составляющей математического образования проблема усиления исторического компонента школьного математического образования остается предметом пристального внимания современных ученых-методистов: М.И. Глуховой, Ю.А. Дробышева, О.Н. Журавлевой, Б.Ж. Мамурова, Г.К. Нур [4–5] и др. В их работах неоднократно подчеркивается необходимость рассмотрения генезиса математических идей и методов в школьном курсе математики, предлагаются разнообразные варианты решения отдельных аспектов данной проблемы как на уроках, так и во внеклассной работе с целью повышения уровня математического образования учащихся.

В некоторой степени в применяемых ныне в казахстанских школах учебниках алгебры кратко представлены исторические факты. Надеемся, что в них найдут отражение и сведения о достижениях аль-Фараби по тригонометрии, что будет способствовать более осознанному изучению данного раздела в курсе алгебры, обогатит содержание школьного курса математики и информатики и окажет положительное влияние на возникновение и развитие интереса у учащихся к тригонометрии. Сведения из истории науки могут играть еще и важную положительную воспитательную роль. С их помощью можно показать, что наука возникает и развивается под влиянием практической деятельности человека.

Тригонометрия у аль-Фараби представлена в «Книге приложений к «Альмагесту»» [3]. В ней он совершенствует тригонометрический аппарат Птолемея для облегчения понимания математических выкладок, приведенных в работе древнегреческого ученого, и применения их на практике, обеспечения более точных результатов при вычислениях.

У греческих математиков, как известно, тригонометрия строилась на хордах, стягивающих углы. Аль-Фараби, прежде всего, заменяет хорды синусами и определяет синус как половину хорды удвоенной дуги (рис. 1):

$$\sin\alpha = 1/2 \cdot chd2\alpha \tag{1}$$

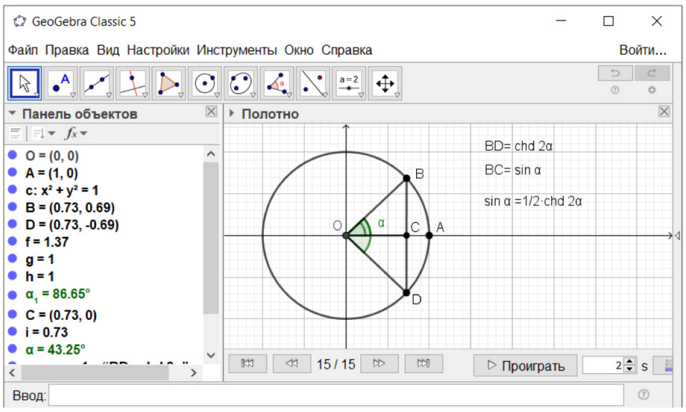


Рис. 1. Определение синуса по аль-Фараби

В дальнейшем, при изложении «Книги приложений к «Альмагесту», он всюду заменяет хорду дуги 2α синусом дуги α. Это одно из первых определений синуса при комментировании Клавдия Птолемея.

Подобная замена сама по себе является не столь важной, но переход от хорды к синусу (полухорде) позволил перевести тригонометрию хорд греков на язык синуса и косинуса и способствовал более широкому внедрению на практике различных тригонометрических функций, связанных со сторонами и углами прямоугольного треугольника в круге. Данное определение позволяет обучающимся взглянуть на знакомый предмет по-новому.

После введения понятия «синус», разъяснения основных тригонометрических линий аль-Фараби по известной хорде дуги α описывает способ нахождения хорды ее дополнения: «Пусть АВС – круг, АС – его диаметр. Зададимся его дугой АВ, проведем линии АВ и ВС (рис. 2). Будем считать хорду АВ известной. Тогда и хорда ВС известна» [1]. И доказывает свое утверждение.

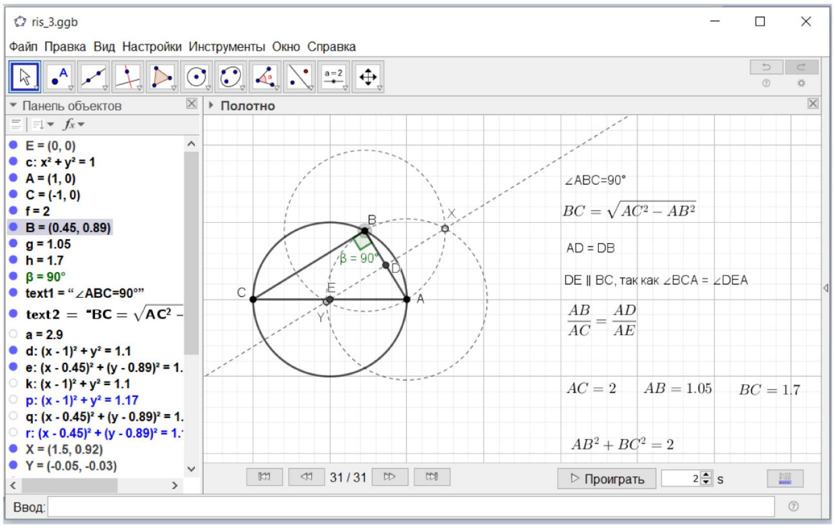


Рис. 2. Определение хорды дополнения дуги

Указанные хорды АВ и ВС образуют стороны вписанного угла, опирающегося на диаметр окружности, поэтому угол АВС – прямой. К этому выводу учащиеся приходят самостоятельно, перемещая точку В по окружности. В полученном прямоугольном треугольнике АВС по известным сторонам АВ и АС по теореме Пифагора легко найти ВС. И, если ввести обозначения $AB = chd\alpha$, а $BC = chd(180^0 - \alpha)$ – хорда ее дополнения; то справедливо равенство

$$chd(180^\circ - \alpha) = \sqrt{(2R)^2 - chd^2\alpha}. \qquad (2)$$

Далее он пишет: «Каждая хорда относится к диаметру круга как синус половины дуги этой хорды к полудиаметру круга. Учащиеся могут в этом убедиться, разделив линию АВ в точке D пополам и проведя линию DE через центр круга – точку Е. Линия DE параллельна ВС в силу равенства углов ВСА и DEA; AD – синус половины дуги АВ и поэтому АВ относится к АС как AD к АЕ». В силу введенных обозначений: $\frac{chd\,\alpha}{2R} = \frac{sin(\alpha/2)}{R}$, что также обосновывает и введенную аль-Фараби формулу синуса (1). Учащиеся приходят к такому выводу самостоятельно.

Следует заметить, что все постановки задач и их решения у аль-Фараби представлены в виде четкой последовательности действий и поясняются чертежами. Это позволяет визуализировать их в программной среде GeoGebra для лучшего понимания сути сформулированных утверждений, так и в интерактивном режиме осуществлять их доказательства.

Особое место в работе ученого занимают вопросы построения таблиц тригонометрических функций, необходимость которых объясняется многообразием их применения в теоретических и практических целях. Важным для этого является определение значения $\sin 1^0$. Ученые средневекового Востока придавали его нахождению большое значение. Аль-Фараби удается одним из первых на Востоке определить его значение.

При вычислении хорды 1^0 он опирается на «Альмагест» Птолемея [6]. Доказывает несколько утверждений по определению величины хорды четверти круга, трети круга, одной десятой и одной пятой круга, а также приводит доказательства формул хорды суммы и разности двух дуг, хорды половины угла и др. Каждая из них изложена аль-Фараби в отдельной главе его «Книги приложений к "Альмагесту"» и необходима для нахождения $\sin 1^0$, являющегося одним из важных этапов в составлении таблиц синусов и других тригонометрических функций. Так, в третьей главе «О нахождении величины хорды четверти круга» он пишет: «Пусть ABC – круг, его центр E, его диаметр AC; проведем EB под прямым углом. Соединим A и B, B и C. Каждая из дуг AB и BC равна четверти круга, поэтому каждая из линий AB, BC будет хордой четверти круга (рис. 3). Я утверждаю, что они известны» [1].

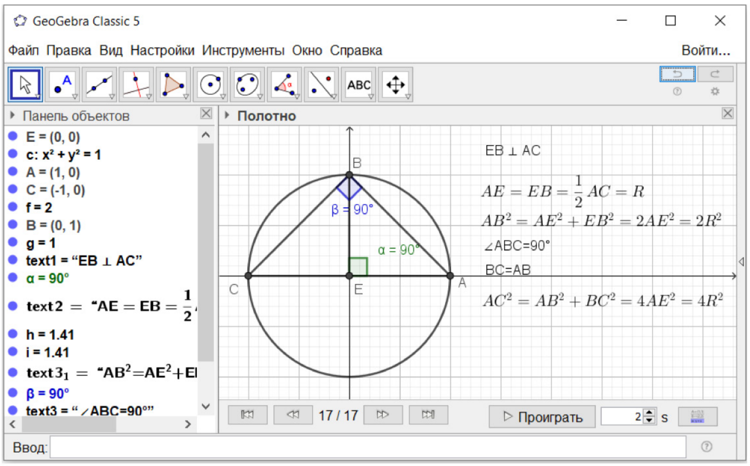


Рис. 3. Нахождение величины хорды четверти круга

Действительно, в прямоугольном треугольнике AEB стороны AE и EB – известны и равны полудиаметру: AE= EB=1/2AC. Согласно теореме Пифагора $AB^2 = 1/2AC^2$. Откуда $AB = chd90^0 = \sqrt{2}AE$. И, если ввести обозначение AE=R, в силу (1) получим $\sin 4\,5^0 = \frac{chd90^0}{2} = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

В прямоугольном треугольнике ABC: $AC^2 = 4AE^2$, так как AB = BC и квадрат каждого из них равен $2AE^2$. Это ясно из того же рисунка 3.

Остальные задачи из этой серии доказываются аналогично.

Далее в работе ученого рассмотрены задачи нахождения хорды суммы и разности двух дуг, хорды половины дуги и др. Приведем одну из них – «О нахождении величины хорды разности двух дуг, хорды которых известны»: «Пусть ABCD – полукруг, диаметр его – AD и его хорды AB и AC известны. Соединим B и C (рис. 4). Я утверждаю», – пишет он, – «что BC известна» [1].

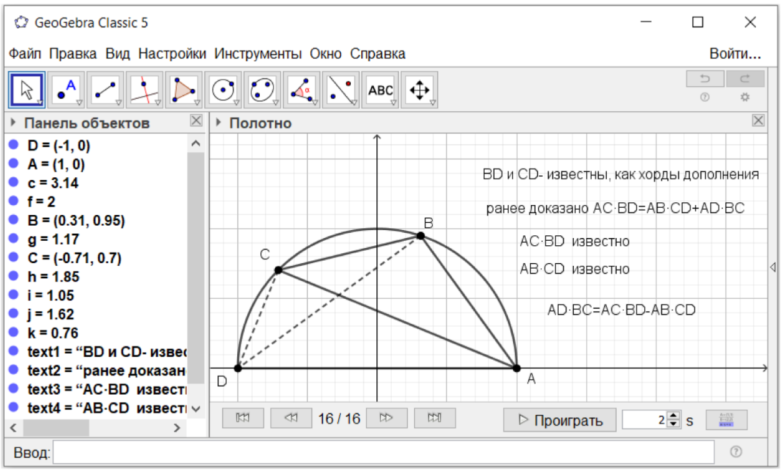


Рис. 4. Иллюстрация теоремы о хорде разности углов

В самом деле, по условию задачи хорды AB и AC известны. Проведем хорды дополнений BD и CD соответственно, они легко определяются, поэтому также известны.

В силу известной теоремы Птолемея о том, что «произведение диагоналей четырехугольника, вписанного в окружность, равно сумме произведений его противоположных сторон», которую аль-Фараби приводит в своей работе, имеем (рис. 4):

$$AC * BD = AB * CD + AD * BC. \qquad (3)$$

В этом ученики могут убедиться самостоятельно, изменяя вершины четырехугольника. При этом его стороны и диагонали также будут изменяться, но произведение диагоналей все время будет оставаться равным сумме произведений противоположных сторон. Хорда BC является единственной неизвестной в (3), и ее легко найти.

Перепишем (3), вводя новые обозначения. Пусть углы, которым соответствуют дуги AC и AB соответственно равны α и β, тогда $AC = chd\alpha; CD = chd(180^0 - \alpha)$ – хорда его дополнения; $AB = chd\beta$; $BD = chd(180^0 - \beta)$ – хорда его дополнения; BC – хорда разности углов DAB и DAC: $BC = chd(\alpha - \beta)$; $AD = chd180^0$. Подставляя эти значения хорд в равенство (3), получим формулу хорды разности дуг:

$$chd(\alpha - \beta) = \frac{1}{chd180^0}[chd\alpha \cdot chd(180^0 - \beta) - chd\beta \cdot chd(180^0 - \alpha)].$$

Она равносильна известной формуле синуса разности двух углов:

$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \sin\beta \cdot \cos\alpha$, которая может быть получена путем замены хорды синусами при помощи соотношения (1).

Интерактивная среда GeoGebra позволяет сделать точный наглядный чертеж ко всем задачам, увидеть его в динамике. Можно настроить «шаги построения», чтобы новые элементы чертежа возникали поэтапно по щелчку «мыши» и учащиеся успевали вникнуть.

В данной программной среде GeoGebra, обладающей богатым набором инструментов, опираясь на определение синуса, введенное аль-Фараби как полухорда удвоенного угла, можно визуализировать и сам процесс построения таблицы синусов (рис. 5).

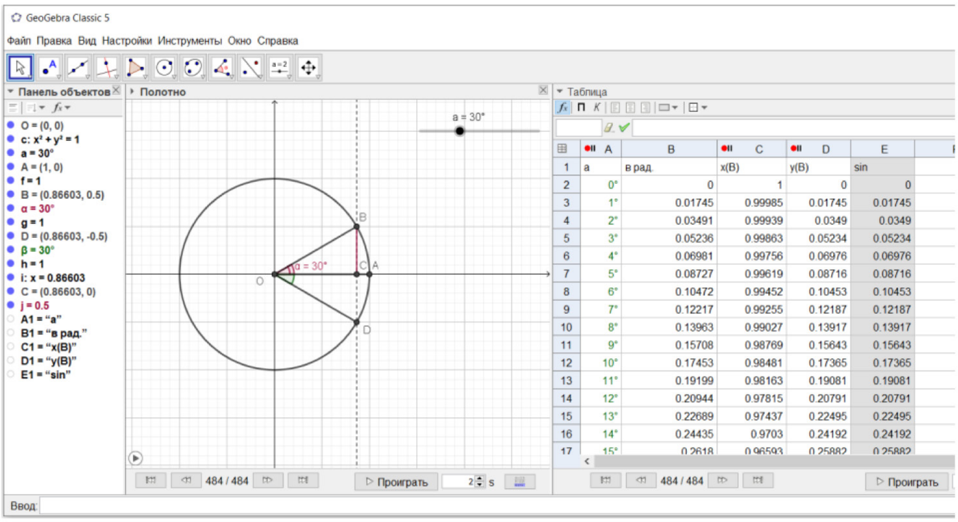


Рис. 5. Построение таблицы синусов в программной среде GeoGebra

Все задачи аль-Фараби по тригонометрии могут быть включены в систему школьного образования и подготовки будущих учителей математики и информатики и изучены как в рамках обязательного курса алгебры, где их можно рассматривать параллельно с программным материалом, так и в виде самостоятельного элективного курса. Обучение им позволит осознать практическую ценность всех доказываемых тригонометрических формул и обогатить систему предметных знаний обучающихся. Использование специализированных программных сред сделает процесс обучения тригонометрии более увлекательным, позволит усилить мотивацию учащихся, и, что очень важно, позволит повысить эффективность и качество их обучения.

Библиографический список

1. Кубесов А.К. Аль-Фараби. Математические трактаты. Алма-Ата: Наука, 1972. 324 с.
2. Кубесов А.К. Математическое наследие Аль-Фараби. Алма-Ата, 1974. 246 с.
3. Комментарии к «Альмагесту» Птолемея (1975) / пер. с араб. А. Кубесова и Дж. аль-Даббаха. Алма-Ата: Наука.
4. Мамуров Б.Ж., Жураева Н.О. О роли элементов истории математики в преподавании математики // Abstracts of X International Scientific and Practical Conference Liverpool, United Kingdom, 2020. С. 701–702.
5. Елтай Ж., Нур Г.К. Принцип историзма в преподавании математики в школе // Успехи современного естествознания. 2013. № 10. С. 26–27. URL: https://natural-sciences.ru/ru/article/view?id=32918
6. Птолемей К. Альмагест: Математическое сочинение в тринадцати книгах: Пер. с древнегреч. И.Н. Веселовского. М.: Наука. Физматлит, 1998. 672 с.

ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОМПЬЮТЕРНОЙ СРЕДЫ GEOGEBRA В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРОМ В 7–9 КЛАССАХ

POSSIBILITIES OF USING THE GEOGEBRA COMPUTER ENVIRONMENT IN THE PROCESS OF TEACHING SOLVING ALGEBRAIC PROBLEMS WITH PARAMETERS IN 7–9 GRADES

П.Л. Аргудаева, Н.С. Аржанникова **P.L. Argudaeva, N.S. Arzhannikova**

Компьютерная математика, программное средство GeoGebra, компьютерная анимация, математическое образование, школьный курс алгебры, задачи с параметром.
Рассматривается подход к решению одной из актуальных дидактических задач использования готовых компьютерных программ в процессе обучения математике в общеобразовательной школе. С позиций данного подхода представлена методика использования компьютерной среды GeoGebra в процессе обучения решению алгебраических задач с параметром в 7–9 классах. Применение компьютерной среды GeoGebra в ходе решения алгебраических задач с параметром позволит продемонстрировать графический способ решения подобных задач школьного курса алгебры.

Computer mathematics, GeoGebra software, computer animation, mathematics education, school algebra course, problems with a parameter.
An approach to solving one of the current didactic problems of using ready-made computer programs in the process of teaching mathematics in secondary schools is considered. From the standpoint of this approach, a methodology for using the GeoGebra computer environment in the process of teaching solving algebraic problems with a parameter in grades 7–9 is presented. The use of the GeoGebra computer environment in solving algebraic problems with a parameter will allow us to demonstrate a graphical method for solving similar problems in a school algebra course.

Использование информационных технологий в обучении школьников математике является одним из приоритетных направлений совершенствования системы математического образования. Согласно требованиям новых образовательных стандартов предметные результаты в области «Математика» включают использование готовых программ компьютерной математики, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения математических задач [4].

Обучение школьников цифрового поколения (поколение Z) невозможно представить без использования компьютерных технологий. Актуальным становится применение в обучении математике различных компьютерных сред, так как их анимационные возможности представляют собой новую часть современной дидактики образования.

Анимационные рисунки (чертежи) делают математические понятия и утверждения наглядными, что способствует их пониманию и более успешному усвоению материала. Их можно использовать на разных этапах обучения: как наглядный дидактический материал при изучении нового материала, как инструмент для проведения обучающего эксперимента и как средство контроля учебных достижений обучающихся.

Одним из представителей таких программ является компьютерная среда GeoGebra. Данная среда предоставляет дополнительные возможности усиления экспериментальной и исследовательской составляющих обучения математике в школе.

В углубленном школьном курсе алгебры 7–9 классов одной из содержательных линий является линия рациональных уравнений с параметрами, а компьютерная среда GeoGebra обладает возможностями работы с такими уравнениями – построение графиков функции, заданных в уравнении параметрически, позволяет быстро решить задачу графически. Применение компьютерной среды GeoGebra в ходе решения задач с параметром наглядно демонстрирует их сущность и специфику, что способствует лучшему пониманию нового материала и ускоряет процесс решения задач.

Цель статьи: на конкретных примерах представить методику использования компьютерной среды GeoGebra в процессе обучения решению алгебраических задач с параметром в 7–9 классах.

Примеры заданий с использованием среды GeoGebra:

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\frac{(x-1+a)(a-x+5)}{\sqrt{6x-x^2-(a-1)^2}} = 0$ имеет единственный корень на промежутке $[2;5]$.

Решение. Уравнение $\frac{(x-1+a)(a-x+5)}{\sqrt{6x-x^2-(a-1)^2}} = 0$ равносильно системе:

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} a = 1 - x; \\ a = x - 5; \end{array}\right. \\ (x-3)^2 + (a-1)^2 < 9. \end{cases}$$

Рассмотрим графический способ решения задачи. Представим алгоритм построения анимационного рисунка в компьютерной среде GeoGebra.

1) В координатной плоскости ось ординат считаем условно осью координат для параметра a. Строим прямые c: $y = 1 - x$, b: $y = x - 5$ и открытый круг ω с центром в точке (3;1) и радиусом 3.

2) Строим прямые e: $x = 2$ и f: $x = 5$.

3) При помощи инструмента «многоугольник» строим прямоугольник со сторонами, лежащими на прямых e и f. Внутреннюю область прямоугольника раскрашиваем штриховкой. Нас интересует часть плоскости круга, которая попала в заштрихованную область (рис. 1).

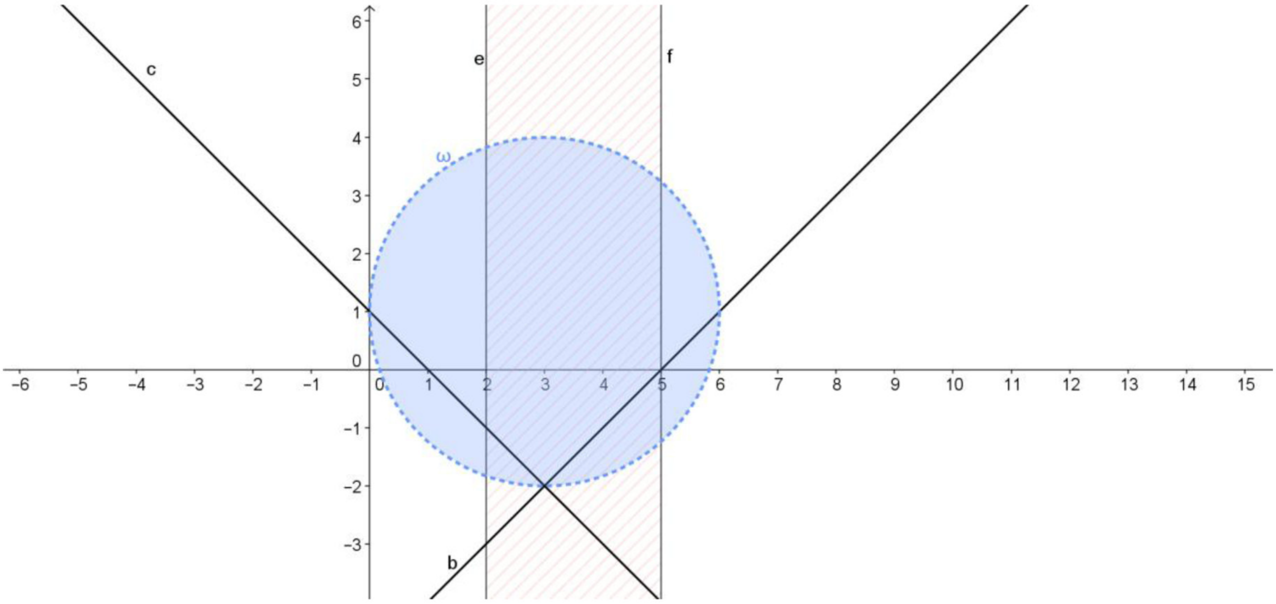


Рис. 1

4) Создаем ползунок для a и строим прямую $y = a$.

5) Точки пересечения прямой $y = a$ с прямыми c и b обозначим соответственно A и B (рис. 2).

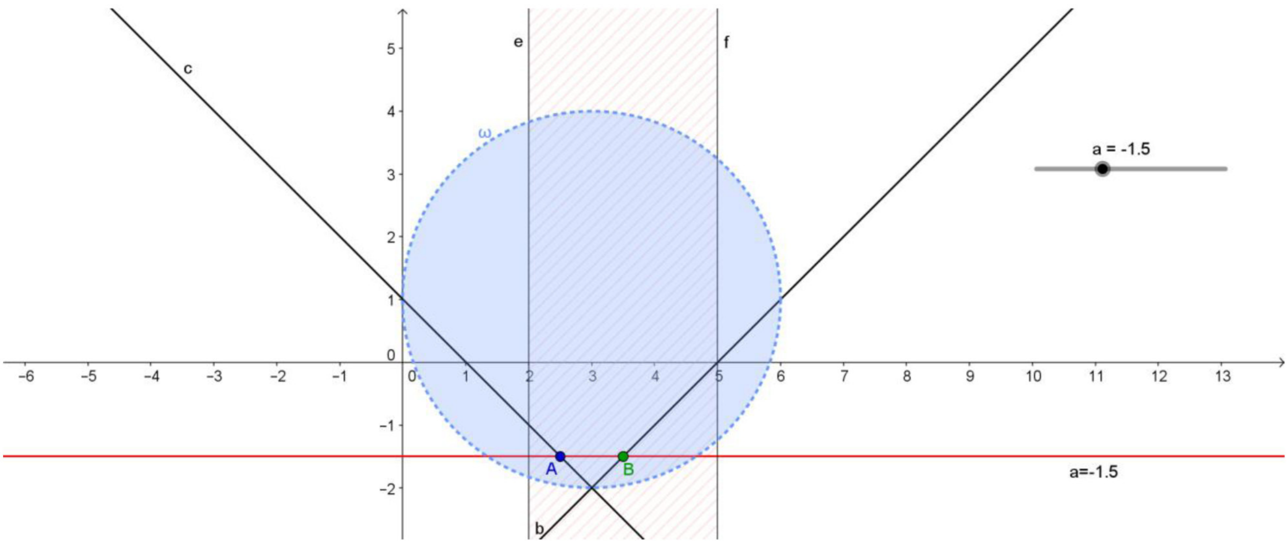


Рис. 2

Для ползунка можно задать анимацию или непосредственным перемещением бегунка изменять расположение прямой $y = a$ относительно интересующей нас части плоскости, при этом следить за расположением точек A и B. Нас интересует случай, когда в заштрихованной части круга останется только одна из точек A или B.

При $a = -2$ точки A и B совпадают и лежат на окружности, ограничивающей круг, следовательно, при $a = -2$ уравнение не имеет корней.

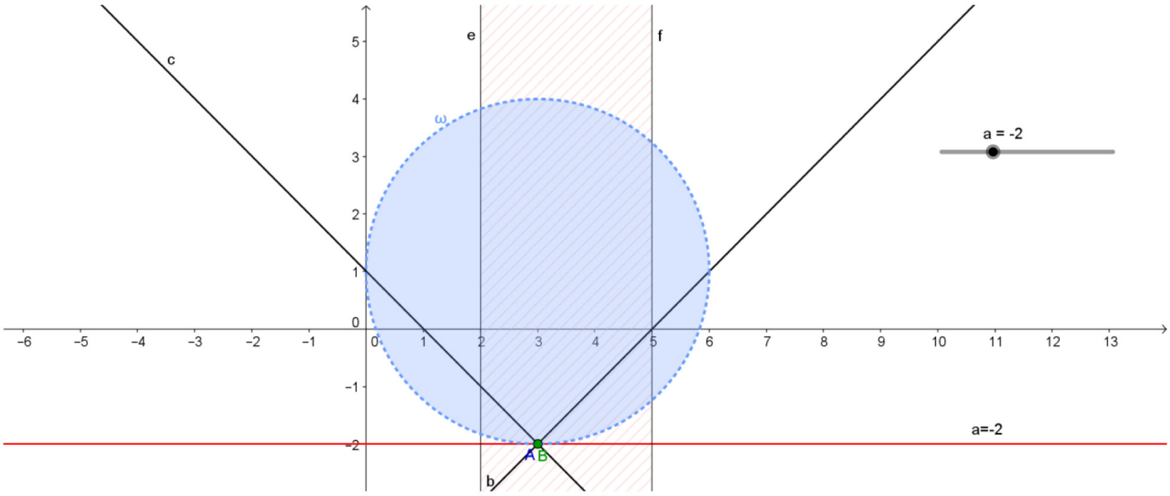


Рис. 3

При $a \in (-2; -1]$ точки A и B лежат в заштрихованной части круга, следовательно, при $a \in (-2; -1]$ уравнение имеет два корня на промежутке $[2; 5]$ (рис. 4).

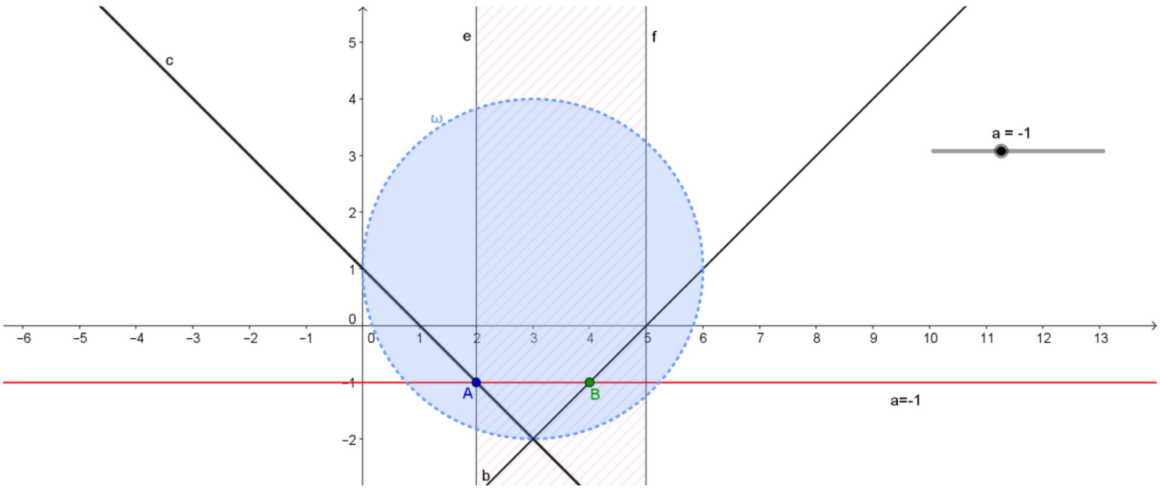


Рис. 4

При $a \in (-1; 0]$ только точка B лежит в заштрихованной части круга, следовательно, при $a \in (-1; 0]$ уравнение имеет один корень на промежутке $[2; 5]$ (рис. 5). Ответ: $a \in (-1; 0]$.

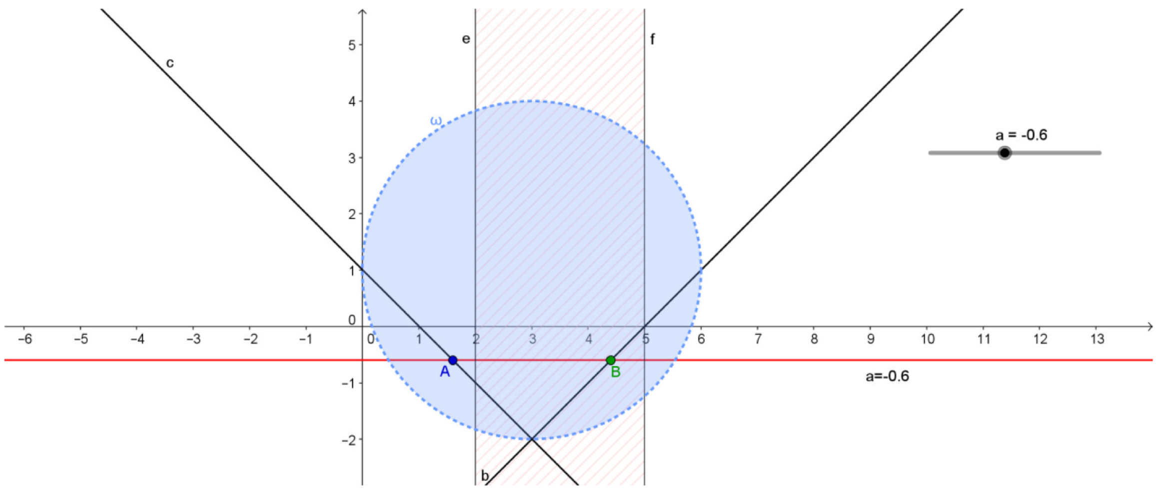


Рис. 5

Представленная в статье методика графического решения задач с параметром может быть рекомендована к использованию на уроках алгебры и в ходе подготовки обучающихся к итоговой государственной аттестации в 9 и 11 классах. Использование компьютерной среды GeoGebra на уроках алгебры позволяет наглядно демонстрировать метод графического решения задач с параметром и развивать исследовательские умения обучающихся.

Библиографический список

1. Алгебра: 7 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.М. Поляков. М.: Вентана-Граф, 2018. 384 с.
2. Алгебра: 8 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.М. Поляков. М.: Вентана-Граф, 2018. 384 с.
3. Алгебра: 9 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.М. Поляков. М.: Вентана-Граф, 2018. 384 с.
4. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. URL: http://standart.edu.ru (дата обращения: 10.09.2023).

ВОЗМОЖНОСТИ ИММЕРСИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

POSSIBILITIES OF IMMERSIVE TECHNOLOGIES IN THE SCHOOL COURSE OF MATHEMATICS

М.С. Артюхина **M.S. Artyukhina**

Иммерсивные технологии, виртуальная реальность, дополненная реальность, школьное математическое образование.
Иммерсивные технологии являются эффективным средством для реализации интерактивной модели обучения математике, поскольку позволяют выстраивать особое взаимодействие обучающегося с виртуальной обучающей средой. В статье проанализирован ряд технологических разработок на основе виртуальной и дополненной реальности для изучения различных разделов математики. Представлены программные продукты для изучения математики на всех ступенях образования: VR Space, AR Math, GeoGebra, ArloonGeometry, CleARmaths, AR Geometry, Surface math AR и др.

Immersive technology, virtual reality, augmented reality, school math education.
Immersive technologies are an effective means to implement an interactive model of teaching mathematics. Since, they allow you to build a special interaction between the student and the virtual training environment. The article analyzed a number of technological developments based on virtual and augmented reality to study various branches of mathematics. Software products for studying mathematics at all stages of education are presented: VR Space, AR Math, GeoGebra, ArloonGeometry, CleARmaths, AR Geometry, Surface math AR, etc.

В настоящее время в методической литературе появляется новое понятие «иммерсивные технологии». Иммерсивность (от англ. погружение) трактуется как целостное сочетание ощущений человека, присутствующего в искусственно созданном трехмерном мире, в котором можно выполнять всевозможные манипуляции: менять точку обзора, приближать и удалять объекты, уменьшать и увеличивать их размеры, вращать в пространстве, изменять освещенность и т.д. Иммерсивность предполагает погружение обучающегося в виртуальную среду с целью получения предметного, социального и коммуникативного опыта. В зарубежной литературе нередко встречается эквивалентное понятие immersive teaching, описывающее комплексное исследование потенциала виртуальных миров, применяемых в образовании [1, с. 35–36].

Выделяют следующие типы иммерсивных технологий: виртуальная реальность (VR), дополненная реальность (AR), смешанная реальность (MR), расширенная реальность (XR).

Иммерсивные технологии обладают высоким образовательным потенциалом. Виртуальная образовательная среда позволяет формировать навыки на основе контекста, контролировать уровень когнитивной нагрузки, а также формировать и развивать сложные психические функции обучающегося. Она служит средой для активного получения эмпирического опыта и инструментом для развития навыков решения проблем и поведенческих характеристик. Обучение с применением иммерсивных технологий повышает мотивацию и вовлеченность обучающихся в процесс познания.

Возможности виртуальной и дополненной реальности в математическом образовании позволяют иллюстрировать абстрактные понятия, которые, как правило, трудно воспринимаются обучающимися, демонстрировать результаты экспериментов без наличия специального оборудования, визуализировать объекты и исследовать их свойства [2].

В настоящее время имеется ряд технологических разработок по применению иммерсивных технологий в курсе стереометрии, на различных ступенях образования. Менее разработанное направление связано с применением виртуальной реальности при обучении стереометрии, поскольку разработка, сопровождение и техническая составляющая достаточно трудоемка и дорогостоящая. Тем не менее имеется экспериментальный курс по стереометрии с использованием виртуальной реальности для дополнительного образования школьников (7–9 классы) VR Space, разработанный Центром НТИ ДВФУ и «Мастерская науки». Разработаны методические рекомендации по организации занятий, где в виртуальной реальности обучающиеся получают представление о базовых стереометрических построениях на реальных практических объектах. В состав курса входит: тренажер, содержащий серии практических задач с возможностью изменять первичные параметры; методическая составляющая в виде подробно описанных текстовых задач; дополнительный набор учебных материалов для ученика (https://edu.vrnti.ru/stereometry). В рамках Программы апробации разработчики стереометрического курса предлагают бесплатную версию приложения и комплект методических рекомендаций.

В настоящее время имеется значительное количество программных продуктов дополненной реальности для изучения математики. Технология дополненной реальности позволяет визуализировать и исследовать разнообразные геометрические объекты и понятия.

Мобильное приложение AR Math является инструментом пропедевтики курса геометрии через знакомство с геометрическими объектами из окружающего мира и решением математических задач в знакомых и понятных контекстах. В основе приложения AR Math лежит поиск и распознавание геометрических объектов в реальном окружении на основе алгоритмов компьютерного зрения.

Приложение GeoGebra AR позволяет проводить наложение определенных геометрических объектов, определенных с помощью параметрических уравнений, на соответствующие реальные объекты. Имеются различные учебные материалы процесса создания AR-моделей в GeoGebra 3D Calculator для дальнейшего применения в учебных целях. Причем сам процесс построения AR-моделей является эффективным средством обучения курсу стереометрии, поскольку основывается не только на использовании готовых инструментов, но и на анализе функции двух переменных и использовании функции поверхности. В GeoGebra AR реализована возможность демонстрации векторной геометрии с параметрическими уравнениями.

Приложение ArloonGeometry позволяет рассматривать фигуры со всех сторон, а также видеть набор формул и теорем для каждой грани фигуры.

Векторная геометрия в дополненной реальности представлена также мобильным приложением CleARmaths, в котором имеется возможность представления математических расчетов геометрических построений.

Для учебно-методических комплектов по геометрии 10–11 классов Л.С. Атанасяна разработано мобильное приложение AR Geometry для визуализации построений, представленных в учебнике.

Для обучения математике на уровне дошкольного и начального образования разработаны игровые технологии на основе виртуальной («Хопер») и дополненной (AR Math; Multiplication AR) реальности. Где в игровой форме формируются начальные геометрические представления и развиваются математические способности. Взаимодействие с виртуальным персонажем при изучении математики в режиме дополненной реальности позволяет получить позитивный опыт за счет обратной связи и поддержки обучающегося с помощью подсказок, представленных в занимательной форме.

Цифровизация математического образования предполагает активное применение современных информационных технологий. Поскольку иммерсивные технологии находятся в стадии активной разработки (модифицируется сопутствующее оборудование, разрабатывается программное обеспечение), данное направление в обучении математике носит фрагментарный характер. Исследования Д.В. Соломатина, И.Г. Чепеленковой, П.В. Захарова, А.Б. Дуйсебаевой и др. показывают, что применение технологии виртуальной и дополненной реальности на разных этапах обучения позволяет повысить эффективность и качество математического образования, особенности в области стереометрии. Но необходима разработка методического сопровождения и повышение информационной грамотности педагогов в области применения иммерсивных технологий при обучении математике.

Библиографический список

1. Азевич А.И. Иммерсивные технологии как средство визуализации учебной информации // Вестник МГПУ. Серия: Информатика и информатизация образования. 2020. № 2 (52). С. 35–43.
2. Щербатых С.В., Артюхина М.С. Применение иммерсивных технологий в математическом образовании // Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2023. Т. 12, № 1 (42). С. 9–13.

ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОМПЬЮТЕРНОЙ СРЕДЫ GEOGEBRA В ПРОЦЕССЕ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 11 КЛАССА К ИТОГОВОЙ ГОСУДАРСТВЕННОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО МАТЕМАТИКЕ

THE POSSIBILITIES OF USING THE GEOGEBRA COMPUTER ENVIRONMENT IN THE PROCESS OF PREPARING 11TH GRADE STUDENTS FOR THE FINAL STATE CERTIFICATION IN MATHEMATICS

Т.В. Архипова, О.А. Беркут, А.Г. Захарова

T.V. Arkhipova, O.A. Berkut, A.G. Zakharova

Компьютерная математика, программное средство GeoGebra, итоговая государственная аттестация выпускников общеобразовательных школ, Единый государственный экзамен (ЕГЭ), организация подготовки к ЕГЭ по математике, задание ЕГЭ с развернутым ответом.

Рассматривается подход к решению одной из актуальных дидактических задач использования готовых компьютерных программ в процессе обучения математике в общеобразовательной школе. С позиций данного подхода представлена методика использования компьютерной среды GeoGebra в процессе подготовки обучающихся 11 класса к итоговой государственной аттестации по математике.

Computer mathematics, GeoGebra software, final state certification of graduates of secondary schools, unified state exam (USE), organization of preparation for the Unified State Exam in mathematics, the task of the Unified State Exam with a detailed answer.

An approach to solving one of the actual didactic tasks of using ready-made computer programs in the process of teaching mathematics in a secondary school is considered. From the standpoint of this approach, the methodology of using the GeoGebra computer environment in the process of preparing 11th grade students for the final state certification in mathematics is presented.

Государственная итоговая аттестация по математике является обязательной для всех российских школьников и проводится по окончании девятилетнего курса основного общего образования в форме Основного государственного экзамена (ОГЭ) и по завершении одиннадцатилетнего обучения – в форме Единого государственного экзамена (ЕГЭ) базового или профильного уровня.

Такая форма итоговой аттестации выпускников в России введена более 20 лет назад. Однако до сих пор имеются трудности в системе подготовки школьников к экзамену. В ежегодных методических отчетах о результатах ЕГЭ по математике особо подчеркивается ряд недостатков математической подготовки обучающихся, среди которых – формализм в преподавании предмета. Вместо формирования осознанных математических знаний происходит механическое «натаскивание» на решение однотипных задач из открытого банка данных ФИПИ.

Самые низкие результаты обучающиеся показывают при решении задач, которые труднее всего поддаются алгоритмизации: задачи по геометрии, текстовые задачи, задачи с параметром и другие. Данный факт подтверждают результаты статистики выполнения заданий ЕГЭ 2023 года [3]. Наиболее трудным для обучающихся заданием по-прежнему остается стереометрическая задача из второй части профильного экзамена по математике [3]. Меньше 1% всех участников ЕГЭ за выполнение данного задания получили максимальные баллы в 2023 году [3]. Это самый низкий показатель среди всех заданий второй части. В ходе решения стереометрических задач обучающиеся испытывают затруднения с построением геометрических объектов в пространстве. У некоторых обучающихся слабо развито пространственное воображение и низкий уровень математической грамотности по геометрии.

Задача с параметром из второй части ЕГЭ является вторым проблемным заданием для большинства старшеклассников. В 2023 году с ним справилось менее 4% всех участников ЕГЭ [3]. Отсутствие у обучающихся соответствующих знаний, умений и опыта решения задач с параметром является одной из возможных причин низкой их решаемости.

Поиск и разработка результативных технологий подготовки школьников к ЕГЭ по математике остается одной из актуальных проблем школьного математического образования.

Использование информационных технологий, специализированных платформ и программ компьютерной математики может облегчить процесс подготовки школьников к ЕГЭ. Одной из таких программ является GeoGebra – компьютерная среда, объединяющая в себе возможности геометрического, алгебраического и численного моделирования [1].

GeoGebra предоставляет возможности для исследования геометрических объектов на плоскости и в пространстве. С помощью инструментов программы GeoGebra обучающиеся могут рассмотреть пространственную геометрическую фигуру со всех сторон, построить секущую плоскость и наглядно увидеть ключевые шаги и элементы в решении стереометрической задачи. Данная программа позволяет строить и преобразовывать графики функции (сдвигать, растягивать и т.д.); задавать параметры функции, изменять их, делать соответствующие наблюдения и выводы.

Цель статьи: на конкретных примерах обосновать целесообразность использования компьютерной среды GeoGebra в процессе подготовки обучающихся 11 класса к итоговой государственной аттестации по математике.

Методика использования компьютерной среды GeoGebra в подготовке обучающихся 11 класса к итоговой государственной аттестации по математике может включать следующие формы работы [1]:

1. Обобщение и систематизация теоретического материала.
2. Поиск возможных решений математических задач.
3. Проверка и исследование полученных ответов.

Рассмотрим примеры решения некоторых задач второй части КИМ профильного ЕГЭ 2023 года с помощью компьютерной среды GeoGebra.

Пример 1 [2]. *Дана прямая призма $ABCA_1B_1C_1$. ABC – равнобедренный треугольник с основанием AB. На AB отмечена точка P такая, что $AP : PB = 3 : 1$. Точка Q делит пополам ребро B_1C_1. Точка M делит пополам ребро BC. Через точку M проведена плоскость α, перпендикулярная PQ.*

а) Докажите, что прямая AB параллельна плоскости α.

б) Найдите отношение, в котором плоскость α делит отрезок PQ, если $AA_1 = 5$, $AB = 12$ и $\cos ABC = \frac{3}{5}$.

С помощью инструментов программы GeoGebra выполним построение с учетом данных задачи (рис. 1). Большинство обучающихся испытывает затруднения при построении плоскости, перпендикулярной заданной прямой. В среде GeoGebra есть инструмент, позволяющий при указании точки и прямой построить перпендикулярную плоскость, что способствует обучающимся наглядно убедиться в факте, требующем доказательства в пункте *а)*.

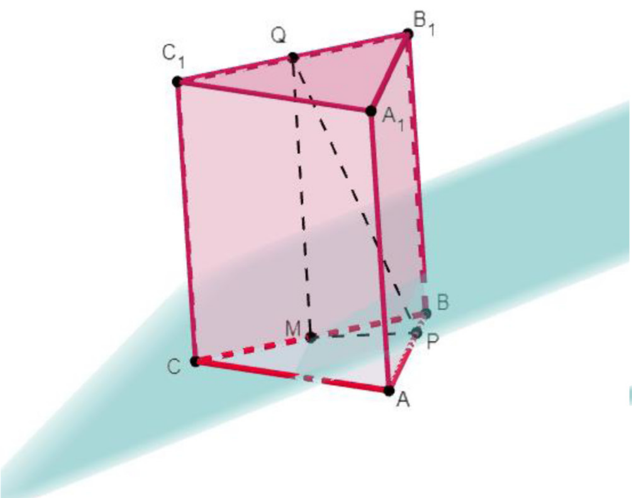


Рис. 1

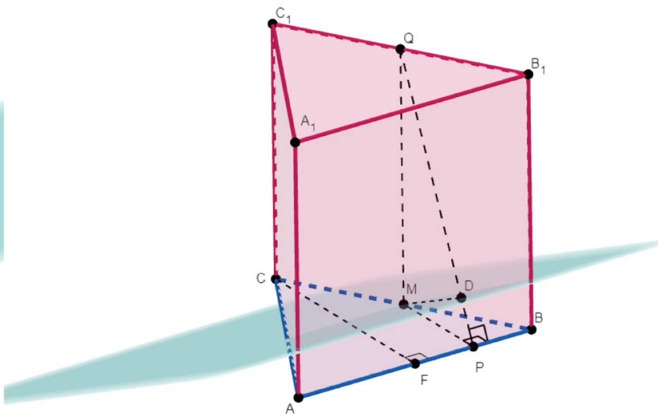


Рис. 2

Решение:

а) Для доказательства первого пункта докажем, что $AB \perp PQ$, и учитывая, что αPQ, получим, что сторона AB параллельна плоскости α.

Дополнительное построение: проведем высоту CF, являющуюся также медианой и высотой по свойству равнобедренного треугольника (рис. 2). Прямая MF будет являться средней линией △ CBA, следовательно, △ ACB подобен △ FMB по трем пропорциональным сторонам. Следовательно, △ FMB равнобедренный, FB – основание. Из соотношения AP:PB=3:1 следует, что точка P – середина отрезка FB, а значит, отрезок MP является медианой и одновременно высотой △ FMB.

Заметим, что $QM \perp BC$, так как призма прямая. Тогда по теореме о трех перпендикулярах $AB \perp PQ$. В свою очередь $PQ \perp \alpha$, откуда следует, что AB ⊥ α. Первый пункт доказан.

В $\triangle ACB$ $\cos ABC = \dfrac{BH}{BC}$, откуда $BC = 10$, следовательно, по теореме Пифагора $CH = 8$. MP – средняя линия треугольника, значит $MP = 4$. Отсюда $QM = BB_1 = AA_1 = 5$.

Обозначим точку пересечения плоскости α и отрезка PQ за D. Тогда отрезок MD перпендикулярен отрезку PQ по определению перпендикулярности прямой и плоскости. $\triangle PQM$ прямоугольный, MB – высота, проведенная к гипотенузе PQ. По свойству высоты, проведенной к гипотенузе, получим PD : DQ = 16:25. Задача решена.

Пример 2 [4]. *Найдите все значения параметра a, при которых система:* $\begin{cases} \log_2(2a - x^2) = \log_2(2a - y) \\ x^2 + y + 4x = 0 \end{cases}$ *имеет единственное решение.*

Исходную систему заменим равносильной системой:

$$\begin{cases} \log_2(2a - x^2) = \log_2(2a - y) \\ x^2 + y + 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - x^2 = 2a - y \\ 2a - y > 0 \\ y = -x^2 - 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ y < 2a \\ y = -x^2 - 4x \end{cases}$$

Первое и третье уравнения представляют собой квадратичные функции, графики которых можно изобразить в компьютерной среде GeoGebra (рис. 3).

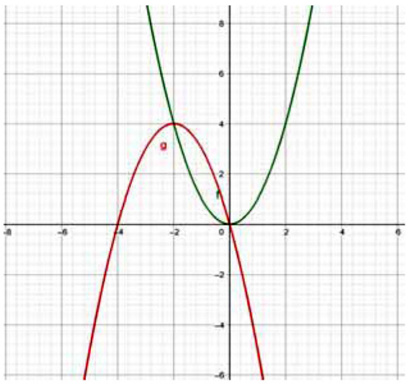


Рис. 3

Неравенство $y<2a$ задает часть плоскости, строго лежащую ниже горизонтальной прямой $y=2a$. Рассмотрим случаи: $a=2$ и $a=0$ (рис. 4).

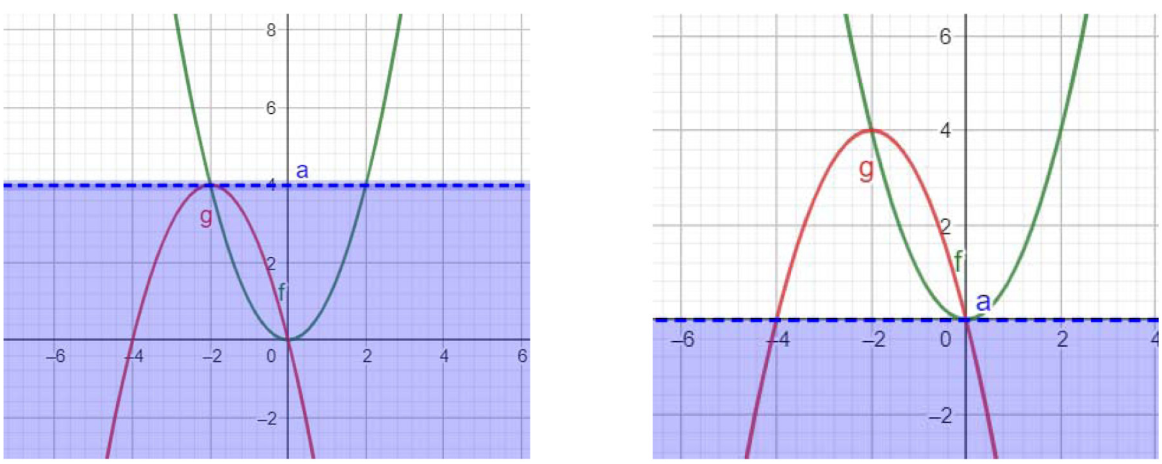


Рис. 4

Заданные параболы имеют две точки пересечения M(0;0), C(-2;4). Следовательно, чтобы система имела единственное решение, необходимо, чтобы значение *a* было таковым, чтобы только одна из точек M(0;0), C(-2;4) лежала ниже прямой *y=2a.* Если мы будет менять значение параметра *a,* то решение задачи в компьютерной среде GeoGebra становится наглядным.

Исходя из визуальных наблюдений, приходим к следующим выводам:

1) при $2a > 4$, то есть при $a > 2$, система имеет два решения, так как обе точки пересечения графиков будут лежать в закрашенной части плоскости.

2) при $0 < 2a \leq 4$, то есть при $0 < a \leq 2$, система будет иметь единственное решение, так как точка M будет лежать выше закрашенной части плоскости, а точка C будет принадлежать данной области.

3) при $2a < 0$, то есть при $a < 0$, система не имеет решений, так как обе точки лежат выше закрашенной области.

Ответ: система имеет единственное решение при $a \in (0; 2]$.

Таким образом, представленные в статье примеры обосновывают целесообразность применения среды GeoGebra в ходе подготовки к профильному ЕГЭ по математике. Использование компьютерной среды GeoGebra позволяет более интерактивно и наглядно изучать математические понятия, развивать исследовательские умения, навыки моделирования и построения чертежей и помогает обучающимся лучше подготовиться к решению задач, которые могут встретиться на экзамене.

Библиографический список

1. Бойко Л.В., Лобанова Е.М. Использование интерактивной среды программы GeoGebra при подготовке учащихся к ЕГЭ по математике // Символ науки. 2021. № 2. С. 69–71.
2. Math 100: сайт. URL https://math100.ru/real-variant-ege-2023-dalnij-vostok/ (дата обращения: 26.10.2023).
3. Ященко И.В., Высоцкий И.Р., Семенов А.В. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2023 года по математике. URL: file:///C:/Users/User/Downloads/Yaschenko_I_V_Metodicheskie_rekomendatsii_2023%20(1).pdf (дата обращения: 28.10.2023).
4. Ященко И.В. сборник задач ЕГЭ 2023. URL: Задачи из сборника И.В. Ященко ЕГЭ – Каталог задач ЕГЭ по Математике – Школково (shkolkovo.online) (дата обращения: 28.10.2023).

ИЗУЧЕНИЕ АНАЛИЗА ДАННЫХ В СРЕДЕ PYTHON КАК ФАКТОР УСИЛЕНИЯ ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ВУЗЕ

THE STUDY OF DATA ANALYSIS IN THE PYTHON ENVIRONMENT AS A FACTOR IN STRENGTHENING THE APPLIED ORIENTATION OF MATHEMATICS TEACHING AT THE UNIVERSITY

М.С. Белов **M.S. Belov**

Анализ данных на Python, математическое образование в вузе, прикладная направленность обучения математике, статистика, линейная алгебра, теория вероятностей, работа с данными.

В статье рассматривается внедрение курса анализа данных на Python в учебную программу вуза, который позволяет наглядно и доступно рассматривать сложные математические концепции и методы, а также развивать у обучающихся широкий спектр компетенций: математические навыки, знание языков программирования, умение работать с большими данными, навыки статистической обработки данных. Благодаря внедрению курса в учебный план обеспечивается повышение прикладной направленности преподавания математики в вузе и подготовка востребованных специалистов на рынке труда в области анализа данных и связанных с ним областях.

Data analysis in Python, mathematical education in higher education, applied mathematics, statistics, linear algebra, probability theory, working with data.

The article discusses the introduction of a Python data analysis course into the university curriculum, which allows students to visually and easily consider complex mathematical concepts and methods, as well as develop a wide range of competencies: mathematical skills, knowledge of programming languages, the ability to work with big data, statistical data processing skills. Thanks to the introduction of the course into the curriculum, an increase in the applied orientation of teaching mathematics at the university and the training of in-demand specialists in the labor market in the field of data analysis and related fields is provided.

В эпоху информационных технологий и цифровизации объем данных, который ежедневно производится, растет с невероятной скоростью. Согласно исследованиям ученых, к 2007 году человечество имело возможность хранения информации объемом 2.9·1020 байт. Большой объем данных порождают научные эксперименты. Так, в апреле 2016 года в открытый доступ поступили 300 Тбайт экспериментальных данных, полученных на большом адронном коллайдере [1].

С каждым годом ценность правильно интерпретированных и анализированных данных становится все более явной, делая анализ данных ключевым инструментом для компаний, исследователей и правительств. Данные могут предоставить нам информацию о потребительских предпочтениях, социальных тенденциях, экономических факторах, а также о множестве других аспектах нашего общества.

В последние годы появились новые инструменты и платформы, предназначенные для обработки и анализа больших объемов данных. Такие технологии, как машинное обучение и искусственный интеллект, позволили нам взглянуть на данные под новым углом, выявляя закономерности и зависимости, которые раньше были невидимы.

Также стоит отметить, что анализ данных в современном мире не ограничивается только бизнесом или наукой. Он влияет на все сферы нашей жизни от медицины до образования, от политики до культуры. Понимание и правильное использование данных может привести к развитию инноваций, улучшению качества жизни и решению сложных общественных проблем.

Фундаментальными основами в анализе данных являются математика и информатика, включившие в себя следующие направления:

– Информатика:

○ Хранение данных. Информатика предоставляет инструменты для хранения больших объемов данных в электронном виде. Это могут быть базы данных, облачные хранилища или другие системы управления данными.

○ Сбор данных. Информатика помогает в разработке методов сбора данных, включая автоматизированные системы сбора данных, IoT-устройства и датчики.

○ Обработка данных. Информатика предоставляет инструменты для обработки данных, включая программирование и разработку специализированных программ для анализа и очистки данных.

– Математика:

○ Статистика. Математика, особенно статистика, играет важную роль в анализе данных. Статистические методы используются для описания данных, выявления закономерностей и проверки гипотез.

○ Математическое моделирование. Математика позволяет создавать математические модели, которые описывают процессы, лежащие в основе данных. Это может включать в себя линейную регрессию, дифференциальные уравнения, системы линейных алгебраических уравнений, компьютерное моделирование и аналитическое моделирование.

○ Линейная алгебра. Методы линейной алгебры используются для работы с многомерными данными, векторами и системами линейных уравнений.

○ Теория вероятностей. Теория вероятностей используется для анализа случайных явлений и оценок рисков, что является важной частью анализа данных.

Благодаря объединению этих двух наук аналитики данных и исследователи могут получать ценные инсайты из данных, создавать предсказательные модели, выявлять закономерности и принимать обоснованные решения на основе данных [2].

В связи с увеличением объема информации и необходимостью обработки большого массива данных во многих странах развивается проблема нехватки квалифицированных кадров в области анализа данных. Для решения этой проблемы государства инвестируют в образование и развитие специалистов в этой области, создаются новые специализированные программы и курсы для учебных учреждений разных уровней, проводятся стажировки, оказывается поддержка проведения научных исследований и осуществляется сотрудничество между университетами и промышленными предприятиями [3].

Анализ данных в вузовских программах становится все более важной частью современного образования. Такие курсы объединяют в себе множество вузовских дисциплин и направлений, например, статистику, машинное обучение, биоинформатику и геномику, социальные науки, инженерные и технические специальности, информационные технологии, экономику и финансы, медицину, здравоохранение и многие другие.

Рассмотрим более подробно, как происходит обучение математике, и какие темы и задания рассматриваются в курсах по анализу данных в вузах.

Математика является фундаментальной составляющей анализа данных, так как многие методы и техники анализа данных основаны на математических принципах и концепциях. В зависимости от задач, уровня сложности анализа и специфики области применения использование математических методов, формул, теории матриц и других математических основ может сильно варьироваться. В большинстве задач анализа данных используются статистические методы (расчеты средних, стандартного отклонения, корреляции, регрессии) и статистические тесты, матрицы и векторы из линейной алгебры (распространено в методах машинного обучения, например, при обучении моделей и вычислении признаков), реже – вероятность и стохастические процессы (применяются в прогнозировании и моделировании случайных явлений). Именно эти три направления составляют основу блока математики в курсах анализа данных.

Ознакомимся с основными разделами и темами курса по анализу данных, разработанному для вуза. Курс общей продолжительностью 34 часа включает 6 разделов:

– Введение в науку о данных (2 часа). Теоретические занятия об основных процессах работы с данными: типы данных, сбор, хранение и поиск данных, подготовка данных, визуализация, a/b-тестирование, прогнозирование временных рядов, кластеризация.

– Повторение Python (6 часов). Повторение основных компонентов языка Python: переменные, типы данных Python, структуры данных: списки, словари, кортежи, циклы и условные операторы, функции, классы.

– Анализ данных Pandas и основы NumPy (6 часов). Знакомство с NumPy и n-мерными массивами, изучение простейших операций в NumPy, знакомство с Pandas, выборки данных, операции с векторами.

– Введение в визуализацию данных в Python (4 часа). Линейные графики и временные ряды, диаграммы рассеяния и корреляции, гистограммы и распределения, визуализации Pandas и сетчатые диаграммы, реляционные графики и несколько переменных.

– Статистика (8 часов). Выборка, переменные в статистике, количественные и качественные переменные, частотные распределения, таблицы распределения частот, сортировка таблиц распределения частот, визуализация распределения частот, средневзвешенное значение и медиана, мода, меры изменчивости, z-оценки.

– Вероятность в Python (8 часов). Оценка вероятностей, эмпирическая вероятность, правила вероятности, пространство для выборки, вероятность событий, определенные и невозможные события, перестановки и комбинации, условная вероятность, формула условной вероятности.

Особенностью данного курса является наглядность, доступность и понятность сложных математических концепций и методов для студентов, так как они видят, как математика используется на практике для анализа и принятия решений на основе данных, что делает математическое образование более прикладным и актуальным для студентов. Вот как это влияет на усиление прикладной направленности обучения математике:

– Реальные задачи: При изучении анализа данных студенты сталкиваются с реальными задачами из бизнеса, науки, экономики и других областей. Это позволяет им видеть практическое применение математических концепций и методов.

– Практическая значимость: Анализ данных позволяет студентам погрузиться в реальные проблемы и сценарии использования математических методов. Это делает математику более конкретной и понятной для студентов, позволяя им видеть, какие практические задачи они могут решать с помощью своих математических навыков.

– Развитие навыков решения задач: Практическое применение математических методов в анализе данных дает возможность студентам разрабатывать стратегии решения реальных задач. Это развивает их аналитические и проблемные навыки, что пригодится им в разных сферах жизни и карьеры.

– Критическое мышление: Работа с данными требует критического подхода к информации, ее интерпретации и валидации. Это укрепляет аналитические навыки студентов и делает их более осознанными потребителями информации.

– Исследовательские возможности: Студенты, изучающие анализ данных, имеют возможность участвовать в исследовательских проектах, которые могут иметь важное общественное или научное значение. Это помогает им научиться применять математические методы к реальным проблемам и вносить свой вклад в развитие науки и технологии [4].

Рассмотрим пример задания из курса, направленный на усиление прикладной направленности обучения математике:

Задание из раздела «Статистика». Простая случайная выборка.

Код к заданию:

```
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
wnba = pd.read_csv('wnba.csv')
```

Name	Team	Pos	Height	Weight	BMI	Birth_Plac	Birthdate	Age	PTS
Aerial	DAL	F	183	71	21.2009913	US	January	23	93
Alana	LA	G/F	185	73	21.3294375	US	May 14,	35	217
Alex	CON	G	170	69	23.8754325	US	October	26	218
Alex	SAN	G/F	185	84	24.5434623	US	December	28	188
Alexis	MIN	G	175	78	25.4693877	US	August 5,	23	50

Рис. 1. Фрагмент таблицы wnba.csv

Требуется визуализировать расхождение между параметром и соответствующей ему статистикой в случае простой случайной выборки.

Используя простую случайную выборку, возьмите 100 выборок по 10 значений в каждой из нашего набора данных WNBA (рисунок 1) и для каждой выборки измерьте среднее количество очков, набранных игроком в сезоне 2016-2017 гг. Для каждой из 100 итераций цикла for выполните следующие действия:

– Выборка 10 значений из столбца PTS.

– Вычислите среднее значение этой выборки, состоящей из 10 значений из столбца PTS, и добавьте результат в список.

– Чтобы сделать ваши результаты воспроизводимыми, измените параметр random_state метода sample() на значения от 0 до 99. Для первой итерации цикла for значение random_state должно быть равно 0, для второй итерации должно быть равно 1, для третьей должно быть равно 2 и так далее.

Отобразите расхождение между представляющим интерес параметром (средним значением столбца PTS) и статистикой, полученной на предыдущем шаге.

– Используя plt.scatter(), отобразите все 100 выборочных значений с помощью точечной диаграммы. Для оси x используйте целые числа от 1 до 100 для обозначения номера выборки. Используйте ось y для средних значений выборки.

– Используя plt.axhline(), нарисуйте горизонтальную линию, которая представляет среднее количество точек для совокупности.

– Используйте plt.show() для изображения графика.

Выводы

Современный мир требует от образовательных учреждений адаптации к новым вызовам и технологическим тенденциям. Внедрение анализа данных в учебные программы вузов обогащает математическое образование, делая его более практичным и актуальным для студентов.

Данный подход создает условия для более глубокого и практического понимания математических концепций и их применения в реальных ситуациях, а также способствует подготовке специалистов, способных решать современные задачи и вносить вклад в развитие общества, что является ключевым элементом успешного образования.

Выполняя задания курса, обучающиеся развивают широкий спектр компетенций, которые охватывают не только технические навыки, но и ключевые качества (математические навыки, программирование, обработка и визуализация данных, работа с большими данными, статистический анализ), необходимые для успешной работы будущих специалистов, востребованных на рынке труда в области анализа данных и связанных с ним областях.

Библиографический список

1. Поручиков М.А. Анализ данных: учеб. пособие. Самара: Изд-во Самарского университета, 2016. 88 с.
1. Что такое наука о данных? URL: https://campus.datacamp.com/courses/data-science-for-everyone/introduction-to-data-science-1?ex=1
2. Квантовый кризис: как спрос на навыки работы с данными разрушает рынок труда. URL: https://www.bhef.com/publications/quant-crunch-how-demand-data-science-skills-disrupting-job-market
3. Исследование влияния проектного обучения на эффект обучения учащихся: метаанализ. URL: https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fpsyg.2023.1202728/full

РАЗРАБОТКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА РАЗРЕЗАНИЕ В СРЕДЕ GEOGEBRA

DEVELOPING AND SOLVING PROBLEMS FOR CUTTING IN GEOGEBRA

Д.В. Бочкарёва **D.V. Bochkareva**

Планиметрия, геометрические задачи, GeoGebra, математические опыты, мотивация к обучению, цифровизация.

В статье представлены примеры задач на разрезание, условия и решения которых выполнены в среде GeoGebra. Задачи на разрезание можно использовать в качестве разминки на уроках или на дополнительных занятиях, заинтересуют они любую возрастную категорию. Но учащиеся могут столкнуться с неудобствами, пытаясь решить эти задачи на бумаге. Ведь с первой попытки верный ответ может не получиться, и придется делать чертеж заново. Решить эту проблему поможет GeoGebra.

Planimetry, geometric problems, GeoGebra, mathematical experiments, motivation for learning, digitalization.

The paper presents examples of problems for cutting, the conditions and solutions of which are fulfilled in GeoGebra. Problems for cutting can be used as a warm-up in the lessons or in additional classes, they will be of interest to any age category. But students can get uncomfortable trying to solve these problems on paper. Indeed, on the first attempt, the correct answer may not work, and you will have to do the drawing again. GeoGebra will help solve this problem.

Использование различных программных средств в образовательной среде считается уже чем-то само собой разумеющимся. Информационные технологии проникли во все сферы жизнедеятельности человека, в том числе и обучение будь то в учреждении или в домашних условиях. Чаще всего программные средства используются для демонстрации и объяснения чего-либо, особенно если речь идет о точных дисциплинах. Учащиеся меньше пользуются программами самостоятельно. При этом опыты и эксперименты на естественных дисциплинах (химия, физика, биология) являются привычным делом, на математике все обстоит иначе. Но с современными технологиями исследовательское обучение возможно и на математике.

Специальные математические программы, их еще называют системами динамической математики (СДМ), постепенно внедряются в процесс обучения как в школах, так и в учреждениях среднего и высшего профессионального образования. Одной из доступных систем является GeoGebra.

При работе в GeoGebra можно:

- выполнять построение чертежа,
- исследовать готовый чертеж,
- анимировать чертеж [2].

Существует немало работ, посвященных использованию СДМ. В целом авторы выделяют много положительных сторон применения динамических сред. Как уже говорилось выше, учащиеся нуждаются в экспериментах над математическими объектами для того, чтобы глубже погружаться в их суть и свойства. Для решения проблемы повышения эффективности обучения геометрии предлагаются подходы к обучению, основанные на опытных и лабораторных работах [4]. Отмечается, что цифровые образовательные технологии и ресурсы способствуют повышению результативности обучения математике [5]. Помимо этого, использование программы положительно влияет на изучение предмета, а также способствует повышению интереса и мотивации учащихся [1].

Таким образом, в ходе математических опытов развиваются умения:

– применять полученные знания на практике;
– действовать самостоятельно;
– контролировать собственные действия [3].

Рассмотрим, например, задачи на разрезание. Они подходят для любого возраста и всегда вызывают интерес. Их можно решать не только на кружках, но и на обычных занятиях, допустим, для «разминки ума», когда изучается планиметрия. Школьники или студенты, конечно, могут решать их просто на бумаге, но это не всегда бывает удобно: можно ошибиться, и придется выполнять рисунок заново (пример решения такой задач представлен на рис. 1).

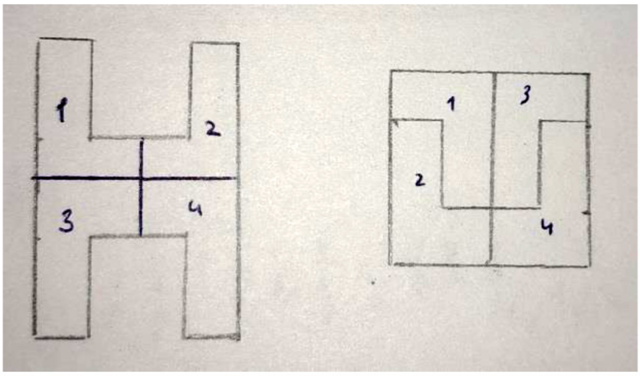


Рис. 1. Пример решения задачи на разрезание

Система динамической математики GeoGebra позволяет выполнить аккуратные и точные чертежи. Сам преподаватель может составлять задачи для учеников, используя программу. Педагогу не нужно предоставлять задания на бумаге или изображать их на доске, достаточно один раз построить чертежи в программе и распространять ученикам удобным способом. Ученики также могут решать задачи, изображая их решения в GeoGebra. Суть этих задач заключается в том, что какую-то фигуру нужно разрезать на части, подходящие под определенные характеристики (одинаковые по площади и/или форме) и (не всегда) склеить эти части в какую-то другую фигуру. Примеры таких задач-головоломок и их решений представлены ниже. *Задачи*

№ 1. Разрезать фигуру на 5 одинаковых по площади частей и склеить их в квадрат.

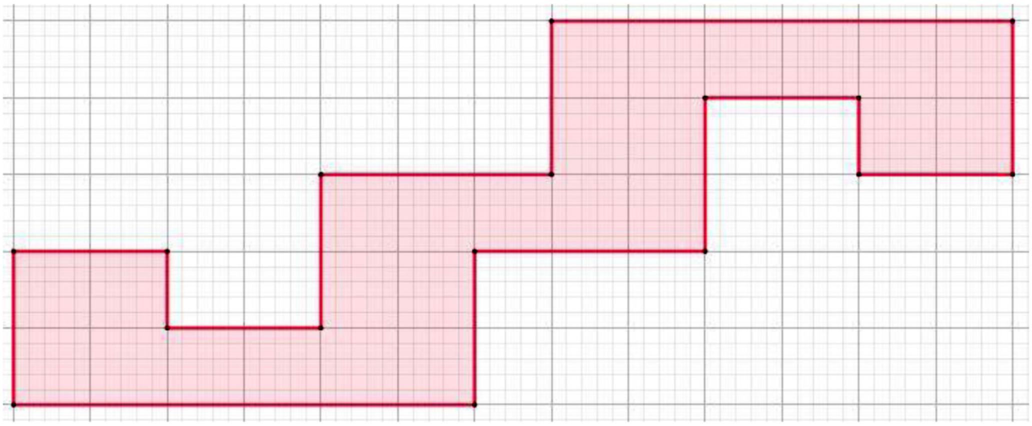


Рис. 2. Фигура к задаче № 1

№ 2. Найдите минимум 9 способов разрезать фигуру на 2 равные части (симметричные способы считаются за один).

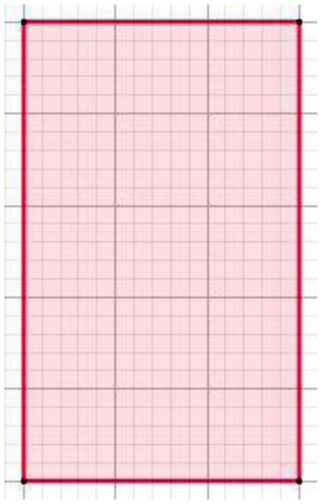


Рис. 3. Фигура к задаче № 2

№ 3. Найдите минимум 8 способов разрезать фигуру так, чтобы в каждой отрезанной области осталась точка (разрезать только по сторонам клеток).

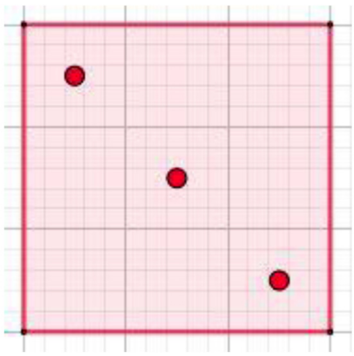


Рис. 4. Фигура к задаче № 3

Ответы

В № 1 слева представлены элементы, на которые разрезаются исходная фигура, а справа – фигура, полученная после склеивания.

№ 1.

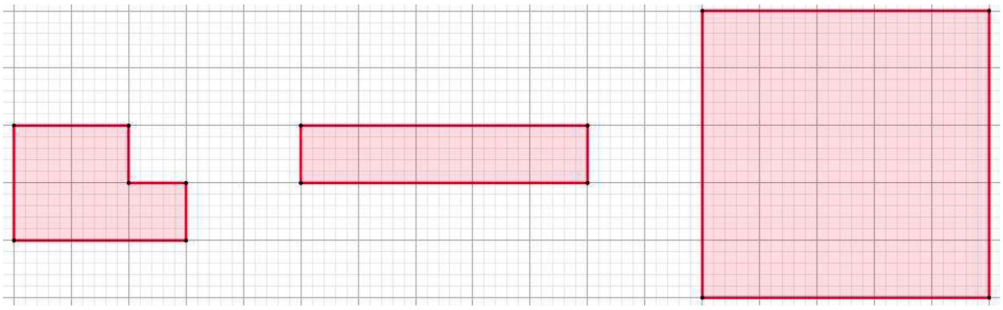


Рис. 5. Фигуры к задаче № 1

№ 2.

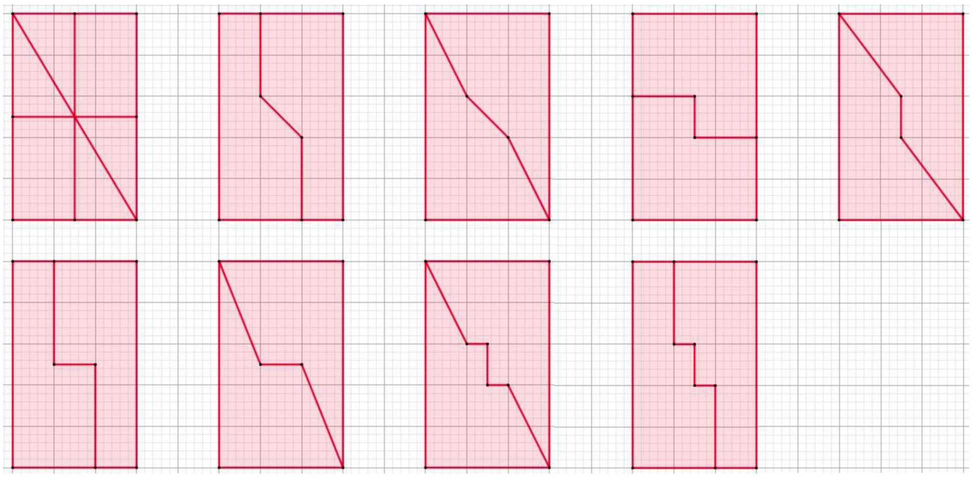


Рис. 6. Фигуры к задаче № 2

№ 3.

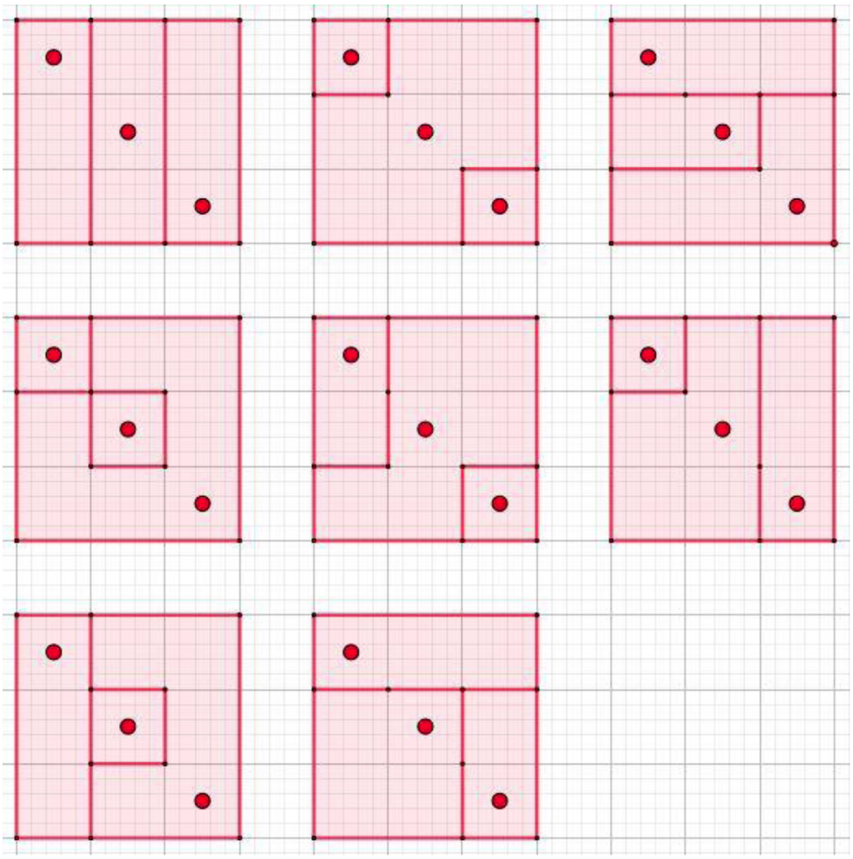


Рис. 7. Фигуры к задаче № 3

Чтобы выполнить чертежи к таким задачам, достаточно воспользоваться всего лишь несколькими инструментами: Точка, Отрезок, Правильный многоугольник (рис. 8). Также с помощью настроек можно изменить цвет и размер объектов, скрыть ненужные объекты и названия. Таким образом можно детально и эстетично проработать графические условия и решения задач.

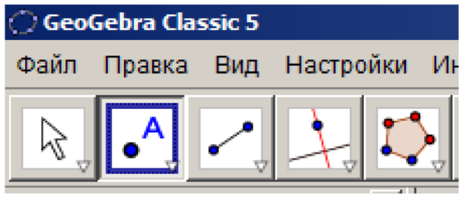


Рис. 8. Панель инструментов

Учащиеся положительно отзываются о применении СДМ в качестве дополнительного инструмента для выполнения заданий и визуализации аксиом, теорем и условий задач. Возможность легко исправить ошибку и красочность чертежей упрощают процесс обучения. Дополнительно обучаться использованию среды GeoGebra не требуется, ведь интерфейс интуитивно понятен. Ученики могут почувствовать себя конструкторами и как бы «потрогать» геометрию.

Можно сделать вывод, что рациональное использование специальных математических программ благоприятно сказывается на уровне обученности и мотивации к обучению предмету. Цифровые технологии обучения легко воспринимаются современными обучающимися, что способствует повышению их интереса к самому процессу обучения. Также визуализация способствует лучшему восприятию и понимаю абстрактных математических понятий.

Библиографический список

1. Кубицкая М.С., Солощенко М.Ю. Использование программы GeoGebra в изучении планиметрии // StudNet. 2022. Т. 5, № 7. С. 7497–7505. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-programmy-geogebra-v-izuchenii-planimetrii/viewer (дата обращения: 12.07.2023).
2. Пименов Р.Р. Компьютерная лаборатория планиметрических преобразований в лицее академического университета // Некоторые актуальные проблемы современной математики и математического образования. 2018. С. 202–207. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_32807924_89639565.pdf (дата обращения: 12.07.2023).
3. Рябинова Е.Н., Жихарева А.А. Преемственность в цифровой среде как инструмент решения задач по геометрии повышенного уровня сложности // Геометрия и геометрическое образование. 2020. С. 221–224. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_44397641_64002969.pdf (дата обращения: 12.07.2023).
4. Смирнов В.А., Смирнова И.М. Как сделать изучение теорем геометрии более эффективным? // Математика в школе. 2017. № 3. С. 34–42. URL: http://www.vasmirnov.ru/Art/theorem.pdf (дата обращения: 12.07.2023).
5. Суходолова Е.В. Цифровые образовательные технологии и ресурсы в обучении геометрии на примере применения динамической среды GeoGebra // Самарский научный вестник. 2022. Т. 11, № 3. С. 323–326. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/tsifrovye-obrazovatelnye-tehnologii-i-resursy-v-obuchenii-geometrii-na-primere-primeneniya-dinamicheskoy-sredy-geogebra/viewer (дата обращения: 12.07.2023).

ОСОБЕННОСТИ ОПИСАНИЯ ПРИМЕНЕНИЯ ИНТЕРАКТИВНЫХ МАТЕРИАЛОВ НА УРОКЕ МАТЕМАТИКИ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ КАРТЕ

FEATURES OF THE DESCRIPTION OF THE USE OF INTERACTIVE MATERIALS IN A MATHEMATICS LESSON IN THE TECHNOLOGICAL MAP

Е.Д. Вохтомина, О.Н. Троицкая **E.D. Vohtomina, O.N. Troitskaya**

Технологическая карта, урок, обучение, математика, интерактивные материалы, модель, проект «Динамическая математика».

В статье представлено описание применения цифровых образовательных материалов на уроках в технологических картах. Основой послужили карты проекта «Динамическая математика». В статье приведены примеры проектирования уроков геометрии с использованием интерактивных моделей, разработанных на основе «1С:Математический конструктор».

Technological map, lesson, teaching, mathematics, interactive materials, model, project «Dynamic mathematics».

The article presents a description of the use of digital educational materials in lessons in technological maps. The basis was the maps of the «Dynamic Mathematics» project. The article contains examples of designing geometry lessons using interactive models developed on the basis of 1C:Mathematical constructor».

Вопросы проектирования и организации обучения, которое обеспечит достижение всеми учащимися поставленных образовательных целей, обсуждаются педагогами на протяжении практически всей истории развития педагогической науки. Так, Ян Амос Коменский говорил: «Цель школ должна состоять в том, чтобы человек соответствовал своему назначению, т.е. чтобы он получил образование во всех тех пунктах, которые совершенствуют человеческую природу». Кроме того, он утверждал: «Искусство обучения не требует ничего иного, кроме искусного распределения времени, предметов и метода» [1]. А.С. Макаренко в середине 30-х годов XX века предложил рассматривать педагогический процесс как особым образом организованное производство, обеспечивающее получение запланированных результатов [2]. В данной трактовке одним из основных документов, описывающих весь ход производственного процесса, является технологическая карта. Именно она определяет «состав операций и средств механизации, требования к качеству, трудоемкость, ресурсы и мероприятия по безопасности» [3]. В. Тихомирова описывает технологическую карту как готовую инструкцию, в которой есть комментарии для каждого этапа процесса [4].

О роли технологической карты в процессе обучения сегодня говорят и ученые-методисты, и учителя. Так, О.А. Кириллова отмечает, что именно технологическая карта позволяет сформировать прочные глубокие знания, умения, устойчивые познавательные потребности и интересы [5]. М. Гладко в [6] подчеркивает, что «запись хода урока в форме технологической карты дает учителю возможность еще на стадии подготовки к нему максимально детализировать его содержание, эффективно отразить основные моменты рабочей программы, соответствующие теме занятия. Позволяет оценить рациональность и потенциальную эффективность выбранного содержания, форм, методов, средств и видов учебной деятельности на каждом этапе урока» [6].

Сегодня не существует единой формы технологической карты урока. Педагоги выбирают вариант, который в полной мере отражает специфику учебного предмета, применяемые средства и методы обучения, формируемые элементы учебной деятельности школьников и т.д. Представители Института стратегических исследований в образовании Российской академии образования И.М. Логвинова и Г.Л. Копотева считают, что для учителей наилучшим решением в процессе планирования урока является создание моноструктурной карты [7]. Именно в ней будет указаны все виды деятельности участников образовательного процесса и заданные результаты обучения.

Разработчики программного обеспечения также предлагают свои решения в области создания технологических карт. Так, например, на [8] представлена программа «ТехКартаФГОС», позволяющая в полуавтоматическом режиме создавать технологические карты уроков в соответствии с требованиями образовательных стандартов. Пользователи получают доступ к имеющимся в программе методическим материалам. После создания карты в приложении они могут экспортировать ее в MS Word для последующего редактирования и печати.

Сегодня на уроках педагоги активно используют цифровые образовательные материалы, включающие школьников в различные виды деятельности. Особенность их применения также необходимо раскрыть в технологической карте. Каким образом это можно сделать, представлено в технологических картах проекта «Динамическая математика».

Рассмотрим в качестве примера описание в технологической карте особенностей применения интерактивной модели «Медианы треугольника» [9]. Модель представлена двумя листами (рис. 1).

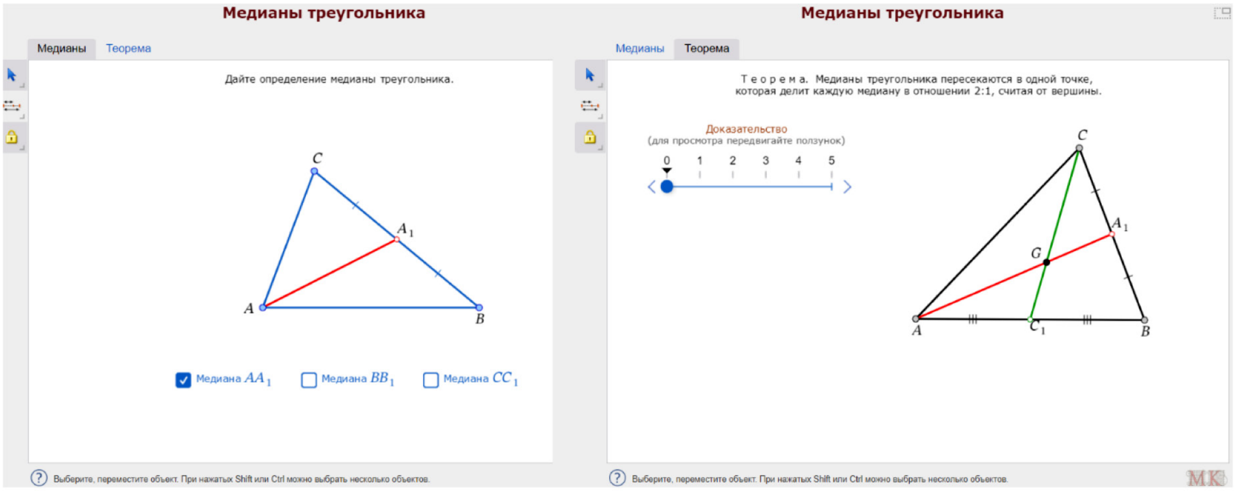


Рис. 1. Модель «Медианы треугольника»

Первый лист содержит три чекбокса, в которые учащиеся могут поставить «флажок». В результате появятся три медианы, и в нижней части листа предложение ответить на вопрос, подводящий к открытию изучаемого свойства. Второй лист содержит не только формулировку теоремы, но и возможность пошагового «открытия» ее доказательства (рис. 2).

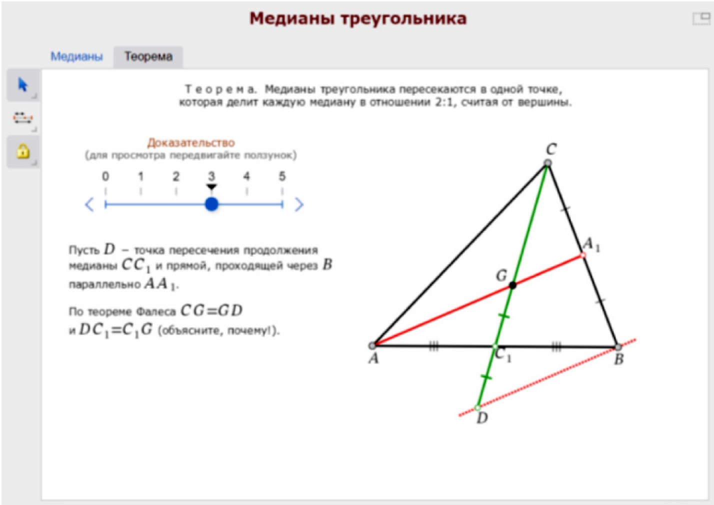


Рис. 2. Доказательство свойства медиан треугольника

Учитель предполагает, что с помощью данной модели на уроке геометрии учащиеся 7 класса под его руководством определят особенности взаимного расположения медиан в треугольнике, сформулируют и проверят гипотезу о делении медиан их точкой пересечения. Автор технологической карты [9] раскрывает особенности проектирования такого урока, описывая не только деятельность учащихся и учителя, но и принципы работы с интерактивной моделью (рис. 3).

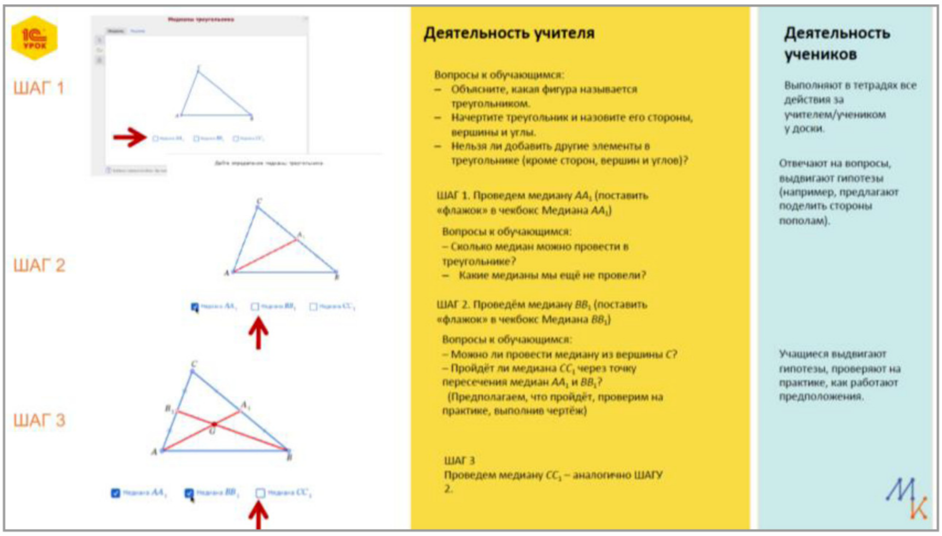


Рис. 3. Фрагмент технологической карты

В технологической карте представлен дополнительный учебный материал, который содержит интерактивные модели к другим задачам рассматриваемого урока, интерактивный опрос, лабораторную работу (рис. 4).

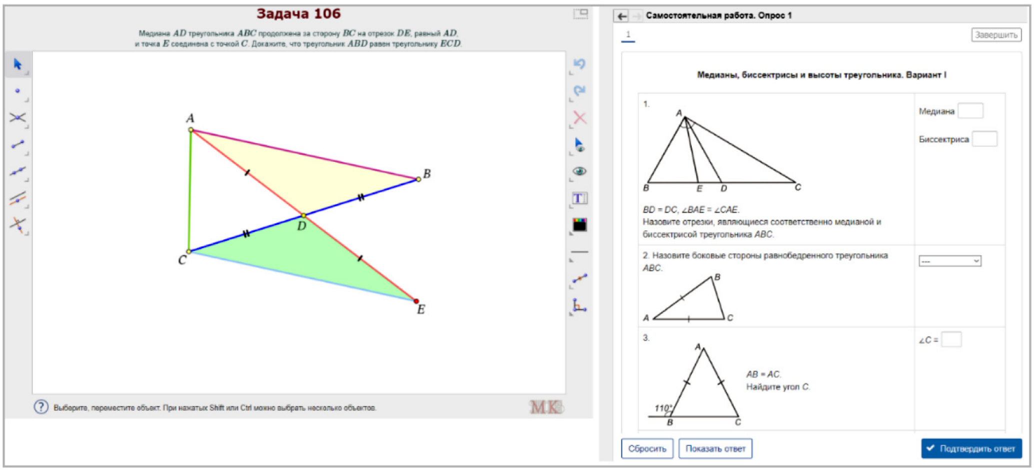


Рис. 4. Дополнительный учебный материал технологической карты

Представленные на портале «1С: Урок» технологические карты проекта «Динамическая математика» позволяют учителю сделать урок математики интересным, насыщенным, вовлечь учащихся в деятельность открытия нового знания путем использования различных интерактивных моделей. Так, например, десятиклассники на уроке по теме «Взаимное расположение прямых в пространстве» научатся определять, являются ли прямые скрещивающимися, пересекающимися или параллельными в пространстве, с помощью модели «Шаблон «Куб» (рис. 5).

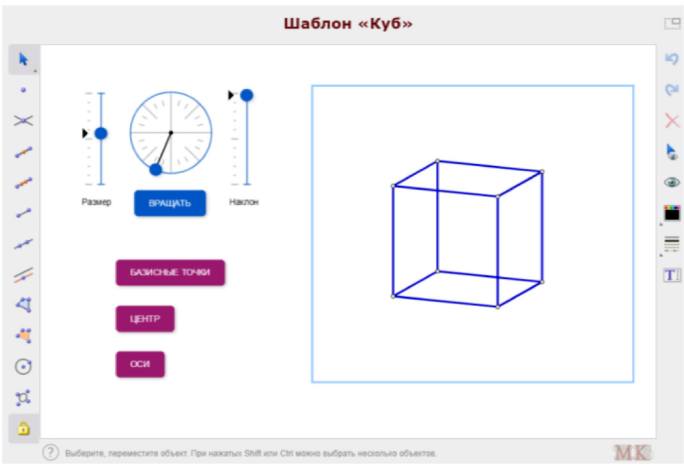


Рис. 5. Шаблон «Куб

Автор технологической карты предлагает с помощью данной модели решить задачу: «На чертеже дан куб. Точки A и D – середины ребер куба. Точки M и N расположены на одном расстоянии от вершин куба. Выяснить взаимное расположение прямых AB, CD и MN» [10]. Учитель, используя метод проблемного изложения, демонстрирует учащимся ход рассуждений при ее решении. Он с помощью инструментов выполняет построения в модели, а учащиеся в это время делают соответствующие рисунки в тетрадях. Учитель обращает внимание школьников на то, что, если на листе бумаги прямые пересекаются, то они не всегда будут пересекаться в пространстве. Для того, чтобы в этом убедиться, он вращает созданный чертеж.

В качестве дополнительного материала автор технологической карты предлагает использовать интерактивную модель «Проволочная головоломка» (рис. 6). Учащимся предложены три вида (проекции) неплоской ломаной линии, не имеющей самопересечений. Нужно найти эту ломаную и нарисовать ее изображение в модели.

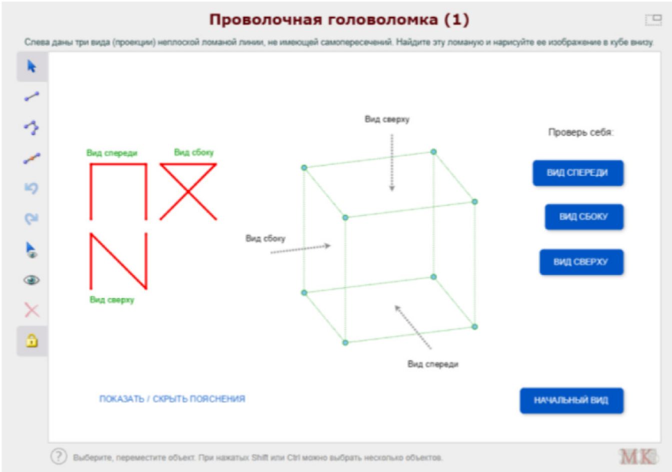


Рис. 6. Интерактивная модель «Проволочная головоломка»

Несомненным достоинством предлагаемых технологических карт проекта «Динамическая математика» является то, что они раскрывают особенности организации деятельности учителя и учащихся на уроках математики с применением цифровых образовательных материалов, разработанных на основе «1С: Математический конструктор». На таких уроках школьники получают возможность увидеть и исследовать математические объекты, выявить присущие им закономерности. Это, в свою очередь, повышает качество образовательного процесса.

Библиографический список

1. Педагогика в афоризмах и изречениях. URL: https://elib.bspu.by/bitstream/doc/1698/1/Афоризмы.pdf
2. Невская С.С. Проблема педагогической технологии в теории и практике А.С. Макаренко // Народное образование. 2018. № 6-7 (1469). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/problema-pedagogicheskoy-tehnologii-v-teorii-i-praktike-a-s-makarenko
3. Методические рекомендации по разработке и оформлению технологической карты. МДС 12-29.2006. URL: https://normativ.kontur.ru/document?moduleId=1&documentId=373068
4. Тихомирова В. Что такое технологическая карта и для чего она нужна. URL: https://www.kom-dir.ru/article/3609-tehnologicheskaya-karta
5. Кириллова О.А. Педагогические проблемы внедрения технологической карты в учебный процесс // Вестник евразийской науки. 2014. № 6 (25). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/pedagogicheskie-problemy-vnedreniya-tehnologicheskoy-karty-v-uchebnyy-protsess

6. Гладко М. Технологическая карта урока по ФГОС: образец ТК и правила оформления. URL: https://pedsovet.su/fgos/6402_technologicheskaya_karta_uroka_obrasez
7. Логвинова И.М., Копотева Г.Л. Конструирование технологической карты урока в соответствии с требованиями ФГОС // Управление начальной школой. 2011. № 12. С. 12–18. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26656384
8. Как сформировать технологическую карту урока. URL: https://tehkartafgos.ru
9. Свойства медианы. URL: https://urok.1c.ru/library/mathematics/dinamicheskaya_matematika_pourochnye_razrabotki/geometriya_7_klass/2_treugolniki/195983.phd
10. Взаимное расположение прямых в пространстве. URL: https://urok.1c.ru/library/mathematics/dinamicheskaya_matematika_pourochnye_razrabotki/geometriya_10_klass/3_pryamye_i_ploskosti_v_prostranstve_parallelnost_pryamykh_i_ploskostey/196021.phd

РИСКИ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ В УСЛОВИЯХ РАЗВИТИЯ СОВРЕМЕННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

RISKS IN THE MATHEMATICAL PREPARATION OF STUDENTS IN THE CONTEXT OF THE DEVELOPMENT OF MODERN EDUCATIONAL TECHNOLOGIES

О.С. Деревянко **O.S. Derevyanko**

Образовательные технологии, смешанное обучение, современные тенденции, гибкость, информационно-технические средства.

В данной статье представлен обзор современных образовательных технологий, их применение в высшей школе, а также на основе технологии смешанного обучения рассмотрены преимущества и риски в математической подготовке студентов в условиях прогресса науки и техники.

Educational technologies, blended learning, current trends, flexibility, information technology tools.

This article presents an overview of modern educational technologies and their application in higher education, as well as on the basis of the technology of blended learning, the advantages and risks in the mathematical training of students in the context of the progress of science and technology are considered.

Быстрое развитие инновационных технологий и внедрение в учебный процесс цифрового контента дало возможность педагогам использовать информационно-технические средства для повышения образовательного результата.

Использование современных педагогических технологий в учебном процессе вуза создает совершенно новые возможности реализации дидактических принципов индивидуализации и дифференциации обучения, положительно влияет на развитие познавательной деятельности студентов, их творческой активности, сознательности, реализует условия перехода от обучения к самообразованию [1].

Технология смешанного обучения представляет собой систему, включающую в себя целостный комплекс методов, приемов и средств, направленный на развитие творческого мышления обучаемых, их способности к самостоятельной работе и самообучению. Она является наиболее логичным преобразованием традиционной модели обучения в эпоху стремительного развития инновационных технологий. Данная методика предполагает использование как традиционных методов обучения (лекций, практических занятий), так и инновационных (электронное обучение, адаптивное обучение).

Приведем основные определения смешанного обучения:

1. Смешанное обучение – это формальные учебные программы, в рамках которых студенты как минимум частично обучаются в электронном, онлайн-

формате, и при этом присутствуют некоторые элементы контроля над сроками, ходом и темпом обучения; частично же обучение происходит очно, вне дома обучающихся. В таком обучении используются разные модальности, чтобы обеспечить в итоге интегрированный учебный опыт (Staker/Horn).

2. Смешанное обучение – это интеграция электронного и традиционного обучения, которой присуща запланированность и педагогическая ценность (Sloan Consortium).

3. Смешанное обучение – это такой метод обучения, который комбинирует различные ресурсы, в частности, элементы очных учебных сессий и электронного обучения (MacMillan Dictionary) [2].

Технология смешанного обучения основывается на нескольких принципах. Во-первых, это принцип индивидуального подхода, который предполагает учет индивидуальных особенностей каждого студента при организации обучения. Во-вторых, это принцип активности, который предполагает активное участие студентов в процессе обучения. В-третьих, это принцип практической направленности, который предполагает использование практических задач и примеров для закрепления теоретических знаний. В-четвертых, это принцип системности, который предполагает поэтапное изучение материала с последовательным повышением его сложности.

Рассмотрим современные образовательные технологии, которые включают в себя ряд новых тенденций и которые можно широко использовать при смешанном обучении:

1. Гибкое обучение – комбинированное обучение, объединяющее традиционные учебные методы и онлайн-ресурсы. Студенты получают возможность сами распределить время и место обучения, а преподаватели могут использовать разнообразные форматы, включая лекции, дискуссии, задачи и онлайн-курсы.

2. Адаптивное обучение – использование технологий и алгоритмов для индивидуализации обучения студентов. Системы могут автоматически определять уровень знаний студентов и предоставлять им персонализированные материалы и задания для обучения наиболее эффективным способом.

3. Расширенная реальность и виртуальная реальность. Использование AR и VR в образовательных целях, позволяющее студентам получать практический опыт, создавать виртуальные симуляции и участвовать в интерактивных сценариях.

4. Искусственный интеллект и аналитика данных. Применение AI и анализа данных для улучшения образовательного процесса. Можно использовать AI для автоматизации задач, распознавания образовательных потребностей, предоставления индивидуальной помощи студентам и прогнозирования успеваемости.

Эти тенденции указывают на переход к более гибким, индивидуализированным и интерактивным формам обучения в высших учебных заведениях. Они направлены на создание более эффективных и вовлекающих образовательных сред, которые соответствуют современным потребностям студентов и требованиям рынка труда.

Несмотря на то, что современные стратегии модернизации высшего образования направлены на создание комфортных условий для обучения и развития студентов, а также на повышение качества образования, подготовка по математическим дисциплинам имеет некоторые риски.

Одним из основных рисков является потеря интереса к изучению математики. С появлением различных технологий и программ, которые выполняют математические расчеты и решают задачи за человека, многие студенты начинают считать, что знание математики уже не является необходимым для успешной карьеры. Это может привести к снижению мотивации и уровня подготовки студентов в этой области.

Еще одним риском является недостаточное понимание основных принципов математики из-за использования готовых программ и приложений. Многие студенты могут не понимать, как работают эти программы и какие математические алгоритмы они используют. Это может привести к поверхностному знанию математики и неспособности применять ее в реальных ситуация. Также одним из рисков является неправильное использование технологий в процессе обучения математике. Некоторые студенты могут полагаться только на электронные средства для выполнения задач, не разбираясь в принципах их работы. Это может привести к ошибкам и неправильным результатам, а также к отсутствию навыков решения задач вручную.

Кроме того, информатизация общества может привести к уменьшению количества практических занятий и упражнений, которые необходимы для закрепления математических навыков. Студенты могут больше времени проводить за компьютером, а не за учебником, что может негативно сказаться на их успеваемости и понимании математических концепций.

Таким образом, информатизация общества представляет как позитивные, так и негативные аспекты в математической подготовке студентов. Для предотвращения рисков необходимо правильно использовать технологии в обучении, поддерживать мотивацию студентов и обеспечивать баланс между электронными и традиционными методами обучения математике.

Библиографический список

1. Митина Н.А., Нуржанова Т.Т. Современные педагогические технологии в образовательном процессе высшей школы // Молодой ученый. 2013. № 1 (48). С. 345–349.
2. Нагаева И.А. Смешанное обучение в современном образовательном процессе: необходимость и возможности // Отечественная и зарубежная педагогика. 2016. № 6. С. 56–67.
3. Смешанное обучение: преимущества и особенности организации. URL: https://gb.ru/blog/smeshannoe-obuchenie/?ysclid=lokq45bqrf10336341

ПРОВЕДЕНИЕ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ ПО КУРСУ «УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ» С ПРИМЕНЕНИЕМ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

CONDUCTING LABORATORY CLASSES ON THE COURSE «EQUATIONS OF MATHEMATICAL PHYSICS» UTILIZING COMPUTATIONAL MATHEMATICS SYSTEMS

И.С. Козловская **I.S. Kozlovskaya**

Системы компьютерной математики, уравнения математической физики, математические пакеты.

В работе рассматривается методика и проблемы организации лабораторных работ по курсу «Уравнения математической физики» на кафедре компьютерных технологий и систем с использованием современных математических пакетов.

Computer mathematics systems, equations of mathematical physics, mathematics packages.

This work explores the methodology and challenges of organizing laboratory work in the «Equations of Mathematical Physics « course within the Department of Computer Technologies and Systems, utilizing modern mathematical software packages.

Применение компьютерной математики существенно расширяет возможности автоматизации всех этапов математического моделирования, так как представляет совокупность теоретических, алгоритмических, аппаратных и программных средств, предназначенных для эффективного решения на компьютерной технике всех видов математических задач, включая символьные преобразования и вычисления с высокой степенью визуализации всех видов вычислений. Возможны два подхода к компьютерной реализации моделей и решению задач компьютерными методами.

Системы компьютерной математики позволяют провести исследование проблемы, анализ данных, моделирование, тестирование, проверку существования решения, оптимизацию, документирование и оформление результатов, они позволяют сосредоточить основное внимание на существе проблемы, оставляя в стороне технику классической математики, детали вычислительных методов и алгоритмических процедур, нюансы языков программирования и команд операционной системы.

При изучении студентами факультета прикладной математики и информатики курса «Уравнения математической физики» основное внимание уделяется разумному и творческому сочетанию классических методов обучения и новых разработок в области информационных технологий.

В качестве базового инструментария выбран пакет Mathematica, являющийся на данный момент, по-видимому, наиболее мощным средством в своем классе программ и сочетающий в себе развитые графические функции, удобные средства программирования, позволяющий создавать и использовать процедуры и функции пользователя, имеющий развитые возможности по созданию и использованию динамических массивов и переменных. Все это позволяет сосредоточиться не на программировании задач, а на ее физической и математической стороне.

Важной задачей представляется разработка студентами дифференциальных моделей, описывающих различные физические, биологические и экономические процессы. Возможность проведения студентами численных экспериментов, визуализация результатов, разработка и реализация тех или иных моделей повышают интерес студентов к учебному курсу, способствуют более глубокому пониманию изучаемого ими материала, позволяет пройти все этапы математического моделирования от построения математической модели до вычислительного эксперимента и анализа результатов.

Рассмотрим на примере первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности применение пакета Wolfram Mathematica:

$$u_t - a^2 u_{xx} = 0,$$
$$u(0,t) = u(l,t) = 0,$$
$$u(x,0) = \sin\frac{5\pi}{l}x.$$

Ее решение, полученное в Wolfram Mathematica 12.1, представляется в следующем виде:

$$\left\{\left\{\mathtt{u} \to \mathtt{Function}\left[\{\mathtt{x},\mathtt{t}\},\, e^{-\frac{25\,\mathtt{a}^2\,\pi^2\,\mathtt{t}}{\mathtt{l}^2}}\,\mathtt{Sin}\left[\frac{5\,\pi\,\mathtt{x}}{\mathtt{l}}\right]\right]\right\}\right\}$$

Таким образом, функция $u(x,t) = e^{-\frac{25a^2\pi^2 t}{l^2}} \sin\frac{5\pi x}{l}$ является решением задачи.

Решение может быть визуализировано как интерактивная температурная карта стержня, на которой цвет той или иной точки зависит от значения функции u(x, t), при этом переменная t играет роль параметра времени (рис. 1). Значение параметра t можно менять, сдвигая ползунок, расположенный выше карты. Также при нажатии на «плюсик» правее ползунка доступны различные инструменты управления параметром: задание значение переменной, увеличение и уменьшение переменной на один шаг, анимация графика, ускорение и замедление анимации и другие (рис. 2). Ниже стержня дана температурная шкала, на которой поставлены в соответствие друг другу значения функции и цвета на карте, например, красному цвету соответствует значение 1, синему – -1.

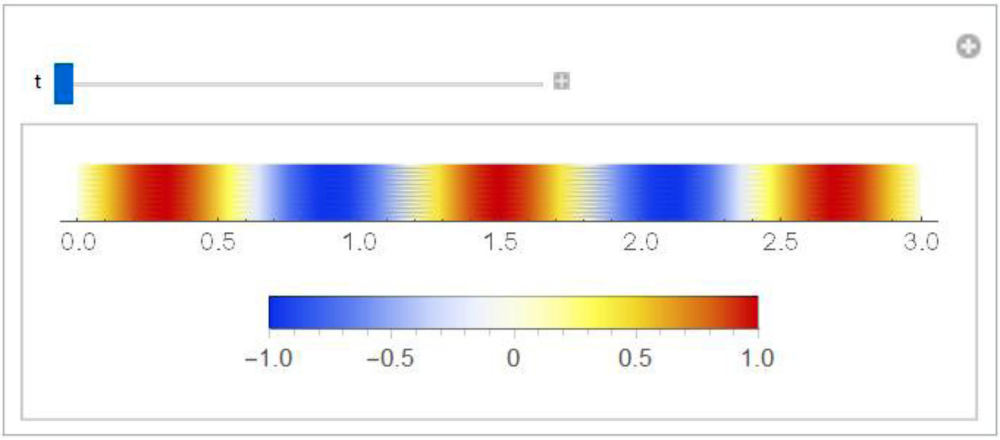


Рис. 1. Интерактивная температурная карта стержня, задаваемая функцией u = u(x,t) при a = 1, в момент времени t = 0. Горизонтальная ось соответствует переменной x – координате поперечного сечения стержня

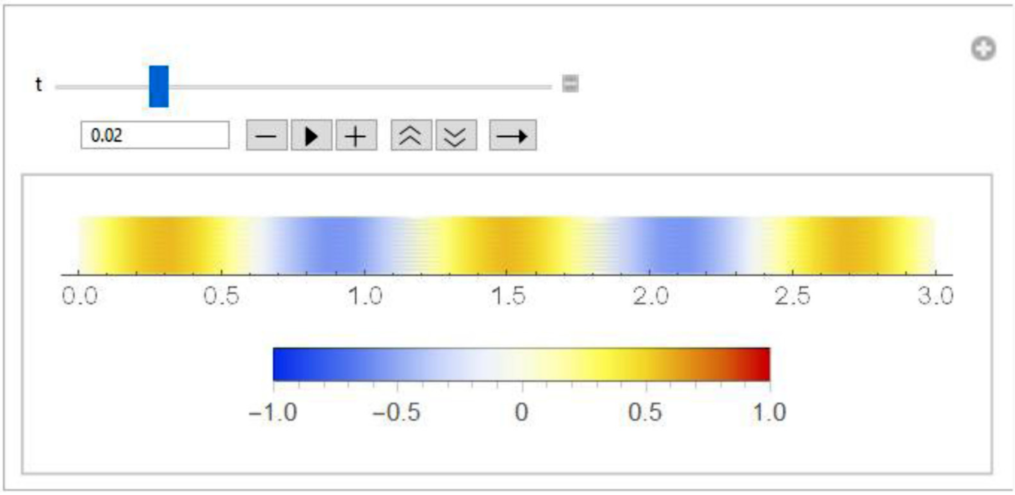


Рис. 2. Интерактивная температурная карта стержня, задаваемая функцией u = u(x,t), в момент времени t = 0.02. В данном случае имеет место равномерный перенос тепла, усреднение температуры вдоль всего стержня

Данный пример показывает, что система «Mathematica» позволяет достаточно легко получать в явном виде решение соответствующих краевых и граничных задач для уравнений математической физики и позволяет за счет средств графики и анимации наглядно видеть процесс, в частности распространения тепла в стержне, описываемый конкретными уравнениями.

При решении же задачи Коши для уравнения колебания струны в Wolfram Mathematica 12.1 получается следующее решение:

$$u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0, x \in \mathbb{R}, t > 0,$$

$$u(x,0) = \begin{cases} \dfrac{\sin x}{x}, x \neq 0, \\ 1, x = 0, \end{cases}$$

$$u_t(x,0) = 0;$$

$$\left\{\left\{u \to \text{Function}\left[\{x, t\},\ \frac{1}{2}\left(\text{Sinc}\left[\sqrt{a^2}\ t - x\right] + \text{Sinc}\left[\sqrt{a^2}\ t + x\right]\right)\right]\right\}\right\}$$

то есть решением задачи является функция $u(x,t) = \frac{1}{2}\left(\operatorname{sinc}(at - x) + \operatorname{sinc}(at + x)\right)$ (если полагать a > 0), где через sinc обозначена функция «синкус»:

$$\operatorname{sinc} x = \begin{cases} \dfrac{\sin x}{x}, x \neq 0, \\ 1, x = 0. \end{cases}$$

Визуализируется такая функция посредством построения интерактивного графика функции u(x, t), где t выступает в роли временного параметра, при изменении которого можно наблюдать процесс колебания струны (рис. 3.)

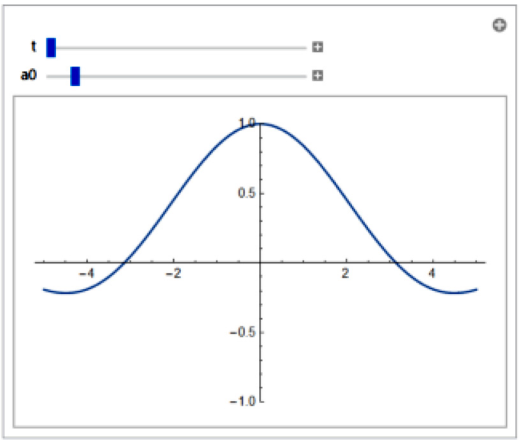


Рис. 3. Снимок интерактивного графика колебания струны, задаваемого функцией u = u(x, t). Ось абсцисс соответствует переменной x, параметр t изменяется при помощи соответственного ползунка выше графика. Также можно менять значение параметра a из условия задачи

В построенном интерактивном графике при нажатии на «плюсики» правее ползунков появляются элементы управления: задать значение переменной, увеличить и уменьшить переменную на один шаг, анимировать график, сделать анимацию быстрее или медленнее и другие. Таким образом, Wolfram Mathematica позволяет визуализировать колебание струны согласно условию задачи.

НАБЛЮДЕНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТ В СРЕДЕ GEOGEBRA КАК ПУТЬ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОМУ ПРОЕКТУ ШКОЛЬНИКА

OBSERVATION AND EXPERIMENT IN THE GEOGEBRA ENVIRONMENT AS A PATH TO A STUDENT'S RESEARCH PROJECT

Т.В. Кочерова, С.В. Баранова **T.V. Kocherova, S.V. Baranova**

GeoGebra, компьютерный эксперимент, исследовательский проект.

В статье представлен опыт использования возможностей среды GeoGebra для выполнения индивидуального проекта десятиклассников. На примере отдельного проекта показаны этапы поиска темы и исследовательского вопроса, получения результата. Для каждого этапа рассмотрены ключевые действия с динамической моделью.

GeoGebra, computer experiment, research project.

The article presents the experience of using the capabilities of the GeoGebra environment for the implementation of an individual project by tenth graders. Using the example of a specific project, the stages of searching for a topic and a research question, and obtaining results are demonstrated. Key actions with the dynamic model are considered for each stage.

Будем понимать исследовательский проект школьника как учебное исследование. Мы не говорим сейчас о научно-исследовательской деятельности и участии в конференциях высокого уровня. Требование новизны и актуальности темы проекта будем понимать как актуальность и новизну для автора проекта [1]. В выборе темы будем следовать принципу, сформулированному А.В. Ястребовым: «… математическая проблема, решаемая школьником, должна иметь своим источником либо материал школьной программы, либо дополнительный материал той же сложности, что и школьная программа» [4]. О критериях выбора задачи и примеры хороших задач уже можно найти в литературе, например [1; 3; 4; 5; 6]. О том, как организовать наблюдения и эксперимент в среде GeoGebra, какие вопросы можно ставить к динамическим моделям, подробно рассмотрено в [2; 3; 5; 6]. Мы покажем, как тема проекта может появиться при решении учебной задачи с помощью среды динамической математики.

Учебную задачу для решения с помощью GeoGebra стоит выбирать так, чтобы по ее условию было достаточно легко построить подвижный чертеж, и по нему нетрудно выдвинуть гипотезу. При этом без подвижного чертежа увидеть решение задачи достаточно сложно.

Рассмотрим задачу «Расстояние между центрами непересекающихся окружностей равно a. Докажите, что точки пересечения общих внешних касательных с общими внутренними касательными лежат на одной окружности и найдите ее радиус» [7] (Задача 52723).

Первый этап – поиск решения задачи, начинается с построения подвижного чертежа. Инструменты GeoGebra позволяют легко построить две окружности и общие касательные к ним – выполняется учениками самостоятельно. Через три точки пересечения касательных проводим окружность. Тогда сразу видно, четвертая точка пересечения касательных лежит на этой окружности, а ее диаметром является отрезок, соединяющий центры двух данных окружностей. Проверяем, что эта связь сохраняется, если менять радиусы и положение окружностей на подвижном чертеже. Дальше можно перейти к аналитическому доказательству, и на этом завершится решение учебной задачи.

Построение подвижного чертежа в GeoGebra позволило обнаружить ключ к решению задачи.

Второй этап. Если доказательство еще не получено аналитически, то будем искать его на подвижном чертеже. Или после полученного доказательства посмотрим, какими еще интересными свойствами обладает наша геометрическая конструкция. Продолжим работать с подвижным чертежом – менять радиусы и положение окружностей. Наблюдаем за тем, что меняется на чертеже, а что остается постоянным. Важно фиксировать любые замеченные в процессе наблюдения связи и закономерности. Это способствует обогащению опыта школьников, позволяет им видеть известные геометрические конструкции за условием конкретной задачи. При этом могут получиться и неожиданные, новые для ребят результаты наблюдений, которые можно развивать дальше. Например, в конструкции рассматриваемой задачи школьниками было замечено равенство восьми отрезков касательных (рис. 1). У ребят появилась гипотеза, которая подтверждается экспериментально на подвижном чертеже GeoGebra.

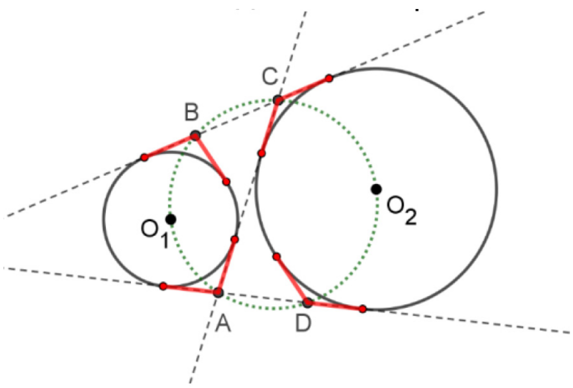


Рис. 1. Равные отрезки касательных

Третий этап – доказательство гипотезы. Требуется свести новый факт к уже известной геометрической конструкции. Для этого можно провести дополнительные построения или скрыть лишние элементы. Важно дать школьнику время на различные пробы и поиск удачного изменения чертежа. Например, в нашей задаче передвинем окружности так, чтобы увидеть точку пересечения общих касательных, и уберем одну внутреннюю касательную. Получим треугольник с вписанной и с вневписанной окружностью (рис. 2).

Это известная конструкция с доказанными свойствами. Гипотеза оказывается следствием того, что периметр треугольника выражается через отрезки касательных. Возможно, школьнику потребуется изучение дополнительно материала, чтобы увидеть и получить это доказательство. На этом этапе изменение подвижного чертежа позволило увидеть знакомую конструкцию и использовать ее свойства для доказательства гипотезы.

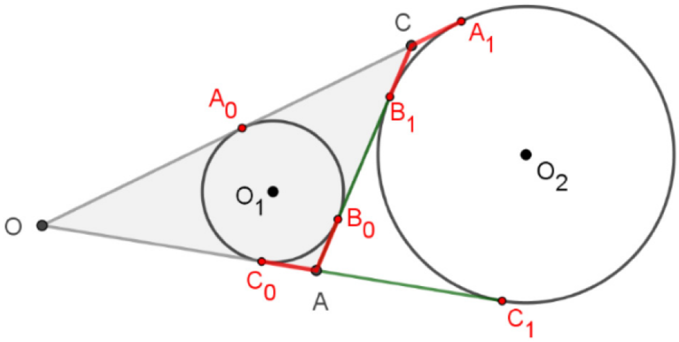


Рис. 2. Вписанная и вневписанная окружности треугольника

Четвертый этап – расширение конструкции и поиск новых гипотез. Например, в нашей задаче продолжим строить вневписанные окружности и касательные к ним во всех направлениях. GeoGebra позволяет сделать это легко и наглядно (рис. 3).

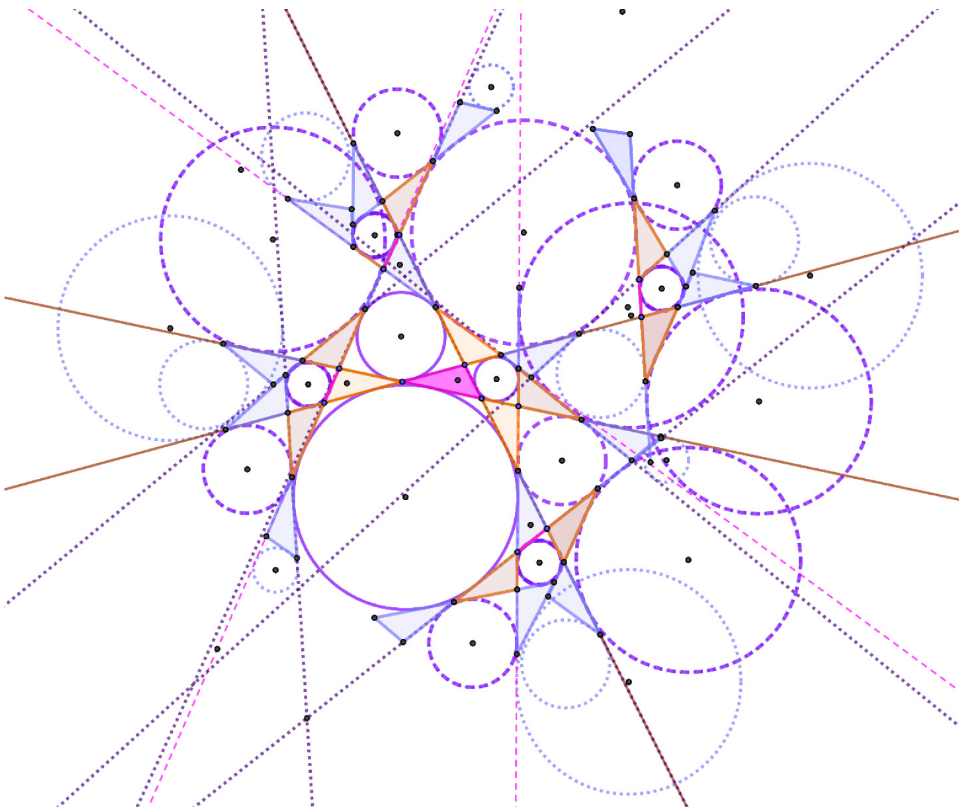


Рис. 3. Расширение геометрической конструкции

Ученица заметила, что, если продолжить проводить общие касательные – получаются равные треугольники. Это уже ее собственное открытие и отправная точка будущего проекта. Но тема еще не сформулирована.

Дополнительные построения на подвижном чертеже позволили расширить конструкцию и выдвинуть новую гипотезу.

Пятый этап – выделение существенных элементов конструкции. Выделим из последнего чертежа конструкцию, содержащую все элементы выдвинутых гипотез. На этом этапе имеет смысл построить новый подвижный чертеж, содержащий только выделенные элементы конструкции. В нашей задаче – это треугольник, вписанная окружность, три вневписанные окружности и их общие касательные. Начинаем описывать конструкцию, обращаем внимание, все ли элементы учтены. В нашем примере ученица описала конструкцию как треугольник и его окружности. Тогда возникает вопрос – а все ли окружности учтены? Рассуждения приводят к дополнительным построениям – окружности, описанной около треугольника и окружности, проведенной через центры вневписанных окружностей (рис. 4).

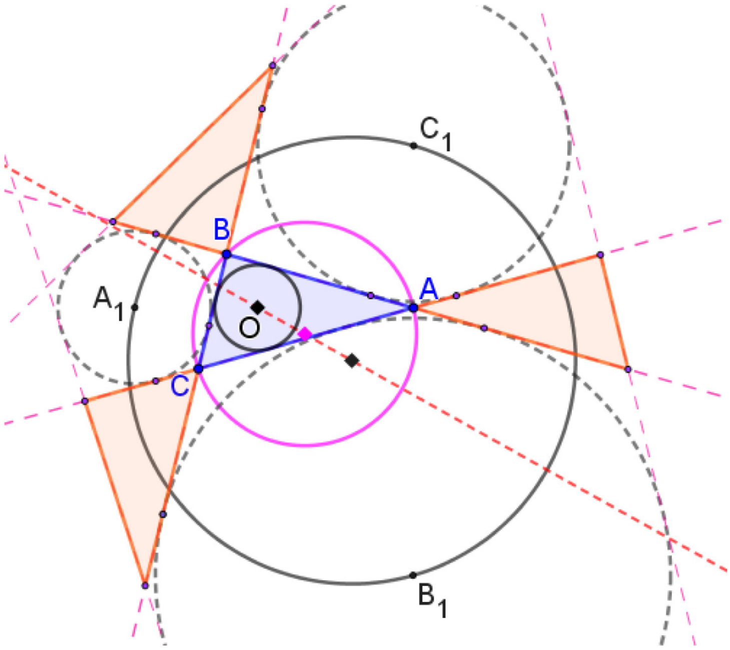


Рис. 4. Треугольник и его окружности

Теперь конструкция выглядит полной и интересной для исследования. Мы получили тему проекта (Треугольник и его окружности) и исследовательский вопрос (какие метрические отношения остаются постоянными в данной конструкции).

Дальнейшая работа над проектом: доказать аналитически выдвинутые и проверенные на подвижном чертеже гипотезы; найти новые свойства конструкции, повторяя описанные этапы; доказать новые утверждения, изучая дополнительный материал.

В нашем примере были установлены и доказаны утверждения: 1) отрезки касательных к двум окружностям, проведенные из точек пересечения их внешних и внутренних касательных, равны; 2) для любого треугольника сохраняется его равенство с треугольниками, образованными общими касательными к вневписанным окружностям. В повторном цикле наблюдений выдвинута еще одна гипотеза – центры вписанной, описанной окружностей и окружности, описанной через центры вневписанных окружностей, лежат на одной прямой. После изучения дополнительных свойств треугольника эта гипотеза была доказана.

Первое утверждение является следствием свойства вневписанной окружности треугольника. Второе утверждение – следствием первого. Для доказательства третьего утверждения достаточно заметить и доказать, что треугольник ABC – ортотреугольник треугольника $A_1B_1C_1$. Тогда описанная окружность треугольника ABC – это окружность Эйлера для треугольника $A_1B_1C_1$ (рис. 4).

Пройденный ученицей путь с использования возможностей среды GeoGebra привел ее к созданию полноценного индивидуального исследовательского проекта.

Библиографический список

1. Сгибнев А.И. Исследовательские задачи для начинающих. 2-е изд., испр. и доп. М.: МЦНМО, 2015. 136 с.
2. Сгибнев А.И. Геометрия на подвижных чертежах. М.: МЦНМО, 2019. 184 с.: ил.
3. Люблинская И.Е., Рыжик В.И. Исследовательские и проектные задания по планиметрии с использованием среды «GeoGebra». СПб.: СМИО Пресс, 2020. 208 с.
4. Ястребов А.В. Исследовательское обучение математике в школе. М.: МЦНМО, 2022. 176 с.
5. Лецко В.А. От задачи к исследованию. СПб.: СМИО Пресс, 2021.
6. Ларин С. В. Компьютерная анимация в среде GeoGebra на уроках математики. Ростов н/Д: Легион, 2015. 192 с.
7. Интернет-проект МЦНМО при участии школы 57 «Задачи». URL: http://www.problems.ru/

ФОРМИРОВАНИЕ ОБЩИХ КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТЕХНИКУМА С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМ ДИНАМИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

FORMATION OF GENERAL COMPETENCIES OF RAILWAY COLLEGE STUDENTS USING DYNAMIC GEOMETRY SYSTEMS

С.А. Краснова **S.A. Krasnova**

Обучающиеся СПО, общие компетенции, железнодорожный транспорт, федеральный государственный образовательный стандарт, динамическая геометрия, программное средство GeoGebra.

В статье рассматриваются задания, направленные на формирование общих компетенций обучающихся железнодорожного техникума по специальности 08.02.10 Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство с использованием системы динамической геометрии GeoGebra. В рамках специальности наглядно демонстрируются практико-ориентированные задания.

Students of SPO, general competencies, railway transport, Federal State Educational Standard, dynamic geometry, GeoGebra software.

The article discusses tasks aimed at the formation of general competencies of railway college students in the specialty 08.02.10 Railway construction, track and track management using the GeoGebra dynamic geometry system. Within the framework of the specialty, practice-oriented tasks are clearly demonstrated.

Сегодня приоритетным направлением в среднем профессиональном образовании (СПО) является компетентностный подход. Федеральный государственный образовательный стандарт СПО специальности 08.02.10 Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство предусматривает формирование общих и профессиональных компетенций [3].

Общие компетенции включают в себя: выбор способа решения задач и применение его к различным контекстам, использование современных средств поиска, анализа, информационных технологий для выполнения профессиональных задач, планирование и реализация профессионального развития, эффективное взаимодействие в коллективе и другое.

Формирование общих компетенций выполняется на протяжении всего периода обучения в образовательной организации СПО. Овладение практически любой профессией, в том числе профессией «Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство» требует обширных знаний в области геометрии.

В рабочей программе по математике целый раздел занимает стереометрия, изучив который, обучающиеся смогут взаимодействовать с геометрическими объектами, решать задачи и экспериментировать с различными параметрами. При решении стереометрических задач нельзя обойтись без наглядности и практического применения.

Реализовать принцип наглядности можно по средствам динамической геометрии.

Динамическая геометрия – это программная среда, которая используется для создания интерактивных моделей и визуализации геометрических объектов. Ее применение делает изучение геометрии более наглядным и интересным, а также помогает студентам лучше понять абстрактные математические концепции [1].

На данный момент существует большое количество программ динамической геометрии: C.a.R, GeoGebra, Kig, KSEG и другие. Все данные приложения имеют свои отличия, но при изучении геометрии в СПО целесообразнее всего использование GeoGebra. Одними из главных плюсов являются: доступность и бесплатное использование. Программу можно свободно скачать на компьютер и любой другой доступный гаджет.

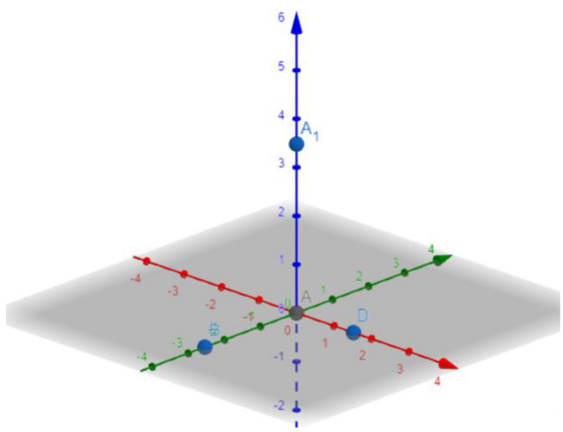
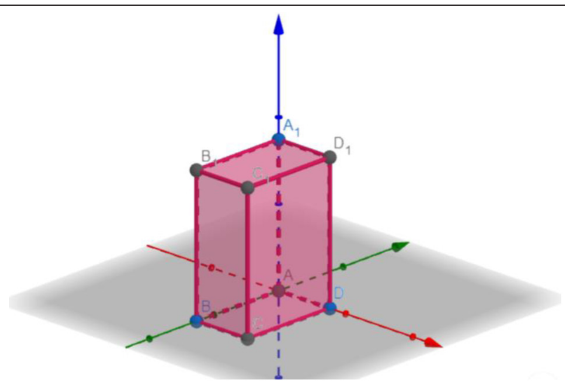
GeoGebra будет полезна при решении задач, проверки решений, исследовании различных подходов к решению задач, изучении свойств геометрических фигур, проверки гипотез, построения моделей [2].

Рассмотрим пример задания на формирование общей компетенции: использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации. Задание 1. Составьте графическую модель параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и его сечение плоскостью ABC_1. Какая фигура является сечением параллелепипеда?

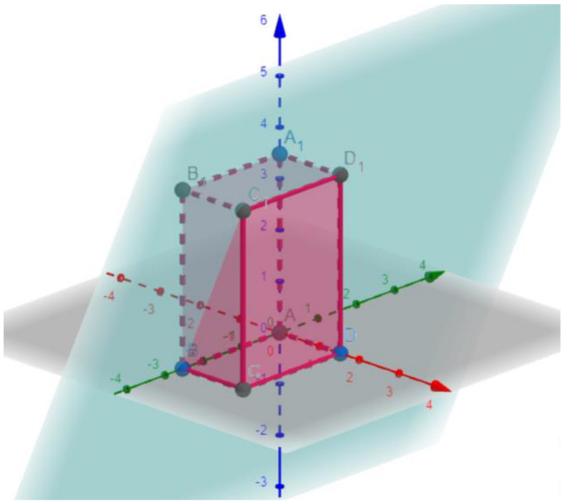
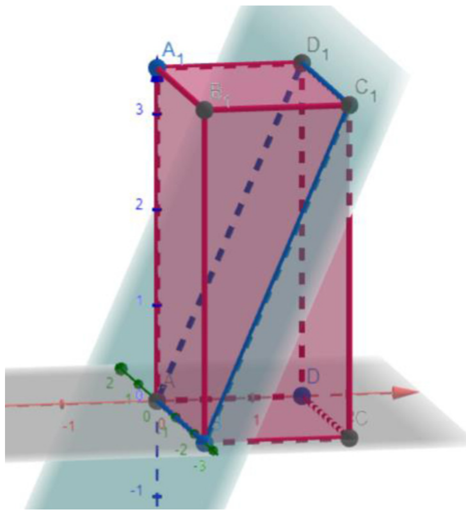
Решение: представлено в таблице.

Таблица

Построение сечения параллелепипеда

Этапы построения	Графическая модель
1	2
Построим точку пересечения двух любых осей, которая будет вершиной нашего параллелепипеда. Построим по одной точке на каждой из осей. Воспользуемся строкой «Ввод» и зададим координаты четвертой вершины основания параллелепипеда	
Строим призму начиная с вершины A, чтобы боковым ребром был отрезок AA_1	

Окончание табл.

1	2
Построим сечение плоскостью ABC_1, используя инструмент «Плоскость через 3 точки»	
Четырехугольник ABC_1D_1 и будет являться искомым сечением параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$	

Также программы динамической геометрии могут быть использованы для решения практико-ориентированных стереометрических задач. Например, студенты могут моделировать различные конфигурации железнодорожных путей, исследовать оптимальные углы поворота для железнодорожных вагонов, а также рассчитывать расстояния и углы между различными точками на пути движения поезда.

Приведем примеры заданий на формирование общей компетенции: выбор способа решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.

Задание 1. Путь – это, как правило, не прямая линия. Основной участок поворота делают в виде дуги окружности. При строительстве железной дороги радиусы закругления задаются заранее. Как определить радиус закругления уже построенной железной дороги (рис. 1)?

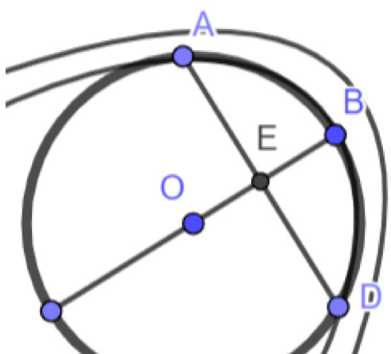


Рис. 1. Поворот железной дороги

Задание 2. Постройте модель железнодорожного тоннеля длиной 300 м и высотой 4 м в программном средстве GeoGebra. Какой объем земли необходимо выбрать для строительства данного тоннеля?

Такие задачи могут быть использованы для практического применения математических знаний в реальной жизни и помогут студентам лучше понять геометрические принципы, лежащие в основе конструкции железнодорожных систем. Кроме того, использование программ динамической геометрии позволит студентам визуализировать и анализировать сложные трехмерные модели, что также способствует развитию их математических навыков.

GeoGebra – это хорошая программа для формирования пространственного мышления. С ее помощью можно повысить интерес к стереометрии, побудить к открытию и изучению нового в сфере информационных технологий.

Общество требует грамотных и квалифицированных специалистов. Поэтому задача преподавателя – сделать все возможное, чтобы обучающие овладели общими и профессиональными компетенциями по средствам своего предмета.

Использование программ динамической геометрии в обучении математике в среднем профессиональном образовании поможет сделать изучение геометрии более интересным и понятным, а также сформировать необходимы компетенции.

Библиографический список

1. Горощеня М.Д., Иванчук Н.В. О некоторых методических особенностях использования динамических и интерактивных моделей при изучении геометрии в средней школе. С. 16.
2. Данилкова Е.Р. Методические аспекты применения динамической среды GEOGEBRA на уроках геометрии старшей школе. 2022. С. 546.
3. Минеев Н.В., Мельникова М.А., Зерняев Д.В. Формирование профессиональных компетенций обучающихся СПО: на примере подготовки специалистов железнодорожного транспорта // Современное педагогическое образование. 2022. № 3. С. 32.

О ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПОНЯТИЯ СХОДИМОСТИ РЯДА ФУРЬЕ К ЗАДАННОЙ ФУНКЦИИ

ON VISUALIZATION OF THE NOTION OF CONVERGENCE OF A FOURIER SERIES TO A GIVEN FUNCTION

Т.Н. Логиновская, М.Н. Сомова **T.N. Loginovskaya, M.N. Somova**

Профессиональная направленность, визуализация математического понятия, среда GeoGebra, ряд Фурье, сходимость ряда.

Рассматривается вопрос преодоления трудностей у студентов при изучении высшей математики. Одним из способов преодоления этих трудностей является визуализация математических понятий. Приводится пример решения задачи профессиональной направленности и визуализация математического понятия сходимости ряда Фурье с использованием среды GeoGebra.

Professional orientation, visualization of a mathematical concept, GeoGebra environment, Fourier series, convergence of a series.

The question of overcoming the difficulties of students in the study of higher mathematics is considered. One way to overcome these difficulties is to visualize mathematical concepts. An example of solving a problem of professional orientation and visualization of the mathematical concept of convergence of the Fourier series using the GeoGebra environment is given.

На современном этапе перед высшим образованием России стоит ответственная задача подготовки высококвалифицированных инженерных кадров, способных формулировать и решать инновационные задачи в своей профессиональной деятельности. Для решения такой задачи необходимо повышать уровень заинтересованности студентов к познанию, к приобретению умений осуществлять познавательно-исследовательскую деятельность, что в настоящее время, конечно же, невозможно без применения компьютерных технологий.

Одной из причин возникающих у студентов трудностей при изучении высшей математики в техническом вузе является абстрактность этой науки. Профессиональная направленность, которую мы реализуем в процессе обучения математике, решение междисциплинарных задач способствуют не только «приближению математики к жизни», но и активизации познавательной деятельности, развитию умения применять математику при решении профессиональных задач.

Особое значение в обучении математическим дисциплинам имеет визуализация математических понятий и объектов [1]. Динамический чертеж делает математические понятия, факты наглядными, развивает пространственное мышление. Так, например, при изучении раздела «Интегрирование функции нескольких переменных» курса математического анализа возникает необходимость создания чертежа пространственного тела. Хорошим цифровым помощником в решении этого вопроса становится динамическая среда GeoGebra. Так как построение пространственного тела для студентов первого курса задача сложная, авторы, используя дистанционный курс «Математический анализ», размещенный в среде дистанционного обучения LMS Moodle на сервере электронно-дистанционного обучения СибГУ им. М.Ф. Решетнева, демонстрируют созданный в среде GeoGebra чертеж для рассмотренного в ресурсе примера вычисления объема тела и дают ссылку, где можно посмотреть пошаговое построение тела. Используя этот чертеж как образец, студенты могут построить пространственное тело для своей задачи с использованием динамической среды GeoGebra.

При изучении темы «Тригонометрические ряды» студентам первого курса инженерно-технических направлений подготовки предлагается следующая задача профессиональной направленности.

Задача. Найти аналитическое выражение несинусоидального периодического тока, определяемого осциллограммой на одном периоде (рис. 1) [2].

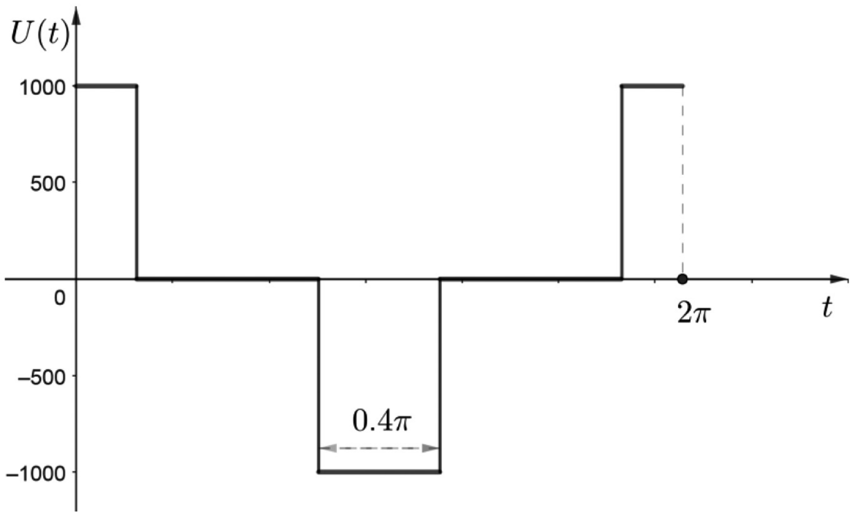


Рис. 1

Анализируя в групповой дискуссии со студентами условие задачи, подводим студентов к выводам: 1) приведенную последовательность импульсов можно рассматривать как график четной кусочно-непрерывной периодической функции с периодом Т = 2π, удовлетворяющей условиям теоремы Дирихле; 2) аналитическим выражением такой функции служит гармонический ряд Фурье.

Таким образом, приходим к математической задаче: функцию, заданную графически на периоде Т = 2π, разложить в ряд Фурье.

Ряд Фурье для рассматриваемой функции имеет вид:

$$\frac{400}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\sin 0.2(2n-1)\pi\cdot\cos(2n-1)t.$$

Согласно достаточным условиям теоремы Дирихле, построенный ряд сходится к рассматриваемой функции, т.е. сумма ряда Фурье равна функции *u(t)* во всех точках непрерывности функции *u(t)*, а именно для всех значений *t,* кроме точек $t=\pm 0.2\pi+\pi k,\ k\in Z$

$$U(t)=\frac{400}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\sin 0.2(2n-1)\pi\cdot\cos(2n-1)t\cdot$$

Для визуализации понятия сходимости ряда Фурье к рассматриваемой функции используем графики частичных сумм, построенные в среде GeoGebra.

В дисциплинах, связанных с электроникой и электротехникой, где рассматривают подобного рода задачи, анализируют не построенный ряд, а его частичные суммы. Сумма первых пяти гармоник уже дает хорошее приближение к сигналу. По мере добавления большего числа гармоник частичные суммы сходятся к данному сигналу (рис. 2).

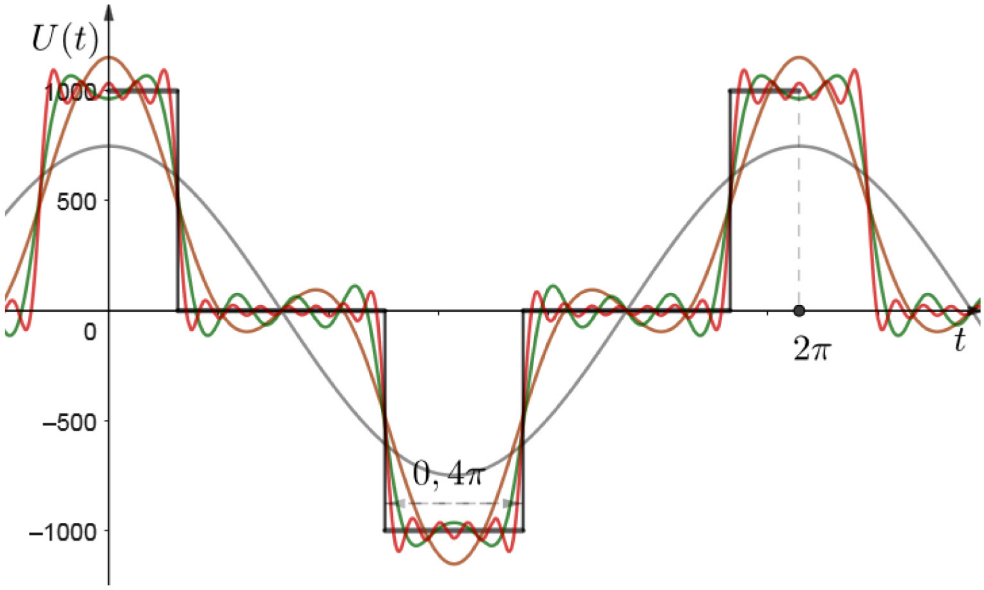


Рис. 2

Студентам предлагается ссылка на чертеж https://www.geogebra.org/classic/jvkxpaux, где они могут рассмотреть приближение различных частичных сумм к рассматриваемой функции и, используя чертеж как образец, построить нужную им функцию и графики частичных сумм ее ряда Фурье.

Библиографический список

1. Туктамышов Н.К., Горская Т.Ю. О роли визуализации в обучении математике (на примере понятия функции) // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. Серия: Педагогика, психология. 2022. № 3. С. 51–58.
2. Елизарьева М.Ю., Баранов Ю.С., Лурье М.С. Теоретические основы электротехники. Линейные цепи несинусоидального тока: учебное пособие / Красноярск: СибГТУ. 2005. С. 5.

АНИМАЦИОННЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НА ПРИМЕНЕНИЕ АППАРАТА ПРОИЗВОДНЫХ В ШКОЛЕ

ANIMATION APPROACH TO PROBLEM SOLVING ON THE USE OF THE DERIVATIVE APPARATUS IN SCHOOL

В.Р. Майер, Н.Р. Колмакова, О.П. Одинцова

V.R. Mayer, N.R. Kolmakova, O.P. Odintsova

Начала математического анализа, производная, задачи прикладной направленности, среда Живая математика, компьютерная анимация.

В статье продемонстрированы анимационные возможности программной среды Живая математика как эффективного средства обучения решению прикладных задач на применение аппарата производных в школе.

The beginning of mathematical analysis, derivative, applied tasks, the Geometer's Sketchpad software, computer animation.

The article demonstrates the animation capabilities of the Living Mathematics software environment as an effective means of teaching the solution of applied problems for the use of the derivative apparatus in school.

Решение задач на применение аппарата производных является важнейшей составляющей курса алгебры и начал математического анализа в школе. К таким задачам в первую очередь относятся задачи прикладной направленности, но предшествовать им должны задания теоретического характера, связанные с применением производных к исследованию функций. Каковы возможности логически строгого изложения относящихся сюда фактов? Опыт многолетнего преподавания начал анализа в школе убедительно доказал всю иллюзорность питаемых на этот счет надежд. Стало совершенно очевидным, что все основные понятия анализа в условиях школьного преподавания должны вводиться в основном на интуитивной основе с привлечением геометрических и механических соображений и что необходимые интуитивные представления надо готовить заблаговременно, в 7–9 классах. Ведь доказательность и основанная на ней строгость изложения не самоцель. Доказательства в школьной математике должны убеждать в верности результата, а не являться в глазах обучающихся каким-то навязанным ритуалом. Доказательства должны вести учеников от интуитивно очевидных для них фактов к фактам, им пока не очевидным.

По мнению авторов пособия [2, с. 114] «распространенное среди учителей убеждение, что "настоящая" математика характеризуется в первую очередь словесной строгостью рассмотрений, может принести много вреда, особенно при изучении в школе элементов математического анализа. Часто высказываемое мнение, что при интуитивном введении материала будет нанесен ущерб логическому развитию обучающихся, вряд ли оправдано, ибо курс математики развивает это мышление не столько в процессе разбора, заучивания и воспроизведения доказательств различных теорем, сколько в процессе *решения разнообразных задач как теоретического, так и прикладного характера*» (выделено нами).

Данная статья посвящена вопросам, связанным с проблемой обучения учащихся применению производной к решению задач прикладной направленности. Цифровизация образования предоставила учителю уникальную возможность обучения математике с использованием компьютерного моделирования. Очевидно, что наличие возможности пополнить визуальную компоненту обучения анимационным сопровождением нередко играет важную роль не только в решении задач прикладной направленности, но и при неформальном определении основных понятий математического анализа. Так, в статье [3] авторами продемонстрирована возможность анимационной поддержки введения понятия предела на интуитивной основе в 8 классе. Аналогично этому в 9 классе, после введения в курсе физики понятия мгновенной скорости, на уроках алгебры это понятие может быть уточнено с использованием понятий приращения и предела: *мгновенная скорость – это предел средней скорости при неограниченном уменьшении (стремлении к нулю) временного интервала, на котором задается эта средняя скорость*.

Учащимся следует показать, как, пользуясь этим определением, находить мгновенную скорость, если движение задано графиком. Пусть изображенный на анимационном чертеже (рис. 1) в среде Живая математика [1] график выражает закон движения мотоциклиста и требуется найти его скорость в момент времени t_0. В соответствии с определением для этого надо найти значение его средней скорости на промежутке от t_0 до $t_0 + \Delta t$. Если Δt не очень мало (левый слайд), то среднюю скорость можно найти, измеряя командой «Расстояние» катеты базисного треугольника ABC (AC = Δt, BC = ΔS) и используя команду «Вычисления…». Если же Δt мало (средний слайд), то базисный ΔABC можно заменить большим и гомотетичным ему ΔADE.

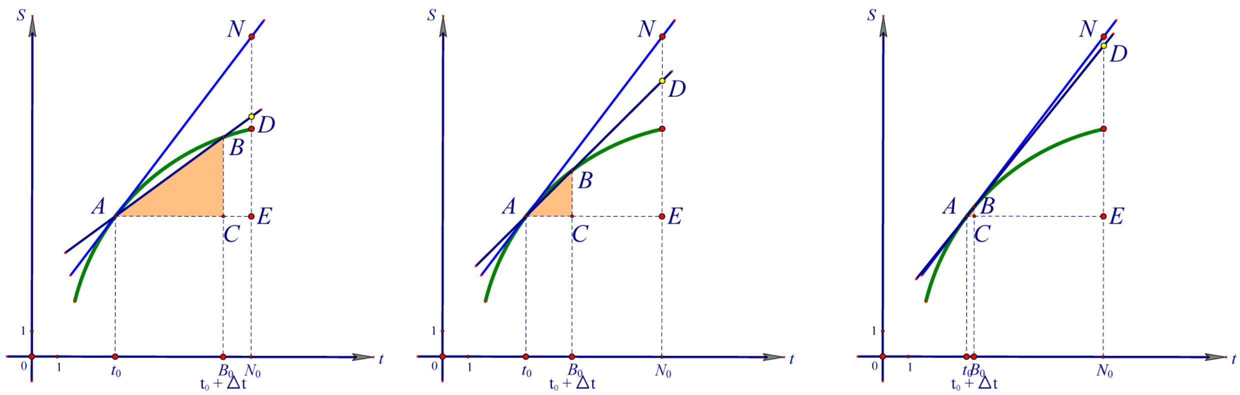


Рис. 1. Стоп-кадры анимационного чертежа нахождения мгновенной скорости

Затем в соответствии с определением мгновенной скорости надо устремить Δt к нулю и определить, как при этом будет меняться значение средней скорости $v_{cp} = \Delta S/\Delta t$. Заметим, что в этом процессе $\triangle ABC$ стягивается в точку (правый слайд), учащиеся, как правило, думают, что и $\Delta S/\Delta t$ должно стремиться к нулю: «ведь и числитель, и знаменатель исчезают, так что же может остаться?» недоумевают они. Преодолеть это заблуждение можно с помощью ΔADE. Ведь каким бы малым ни был ΔABC, отношение его катетов BC/AC будет равно отношению катетов DE/AE треугольника ADE, подобного ΔABC. Однако отношение DE/AE легко поддается измерению. Это позволяет при отыскании мгновенной скорости вместо ΔABC рассматривать ΔADE. Учащиеся на анимационном чертеже могут заметить, что при $\Delta t \to 0$ секущая AB будет поворачиваться вокруг точки A, неограниченно приближаясь к касательной AN. ΔADE будет неограниченно приближаться к ΔANE (рис. 1, правый слайд).

Таким образом, в качестве графического приема нахождения мгновенной скорости можно использовать построение $\triangle ANE$, с катетами, параллельными осям координат, и гипотенузой, представляющей собой отрезок касательной к графику движения в точке A. При таком способе нахождения мгновенной скорости, который мало чем отличается от графического дифференцирования, существенную помощь могут оказать анимационные чертежи с подвижными касательными к кривым. В целом же упражнения на графическое нахождение мгновенной скорости позволяют сформировать представления, опираясь на которые, в старшей школе можно будет вводить понятие производной.

Приступая в 10 классе к изучению темы «Производная», следует, прежде всего, систематизировать и обобщить опыт, приобретенный обучающимися при решении задач на вычисление мгновенной скорости и углового коэффициента касательной. Особое внимание при этом следует обратить на то, что, несмотря на различие в природе отыскиваемых величин, процедура их вычисления одна и та же: произвольно выбранному значению независимой переменной x дают приращение Δx и находят соответствующее ему приращение зависимой переменной Δy. Затем, найдя отношение $\Delta y/\triangle x$ и выполнив возможные упрощения, совершают предельный переход, устремляя к нулю приращение независимой переменной.

Обнаруженное единообразие метода в сочетании с возможностью его применения в различных ситуациях позволяет сделать еще один шаг по пути его обобщения. Для этого следует, отвлекаясь от смыслового содержания рассматриваемых зависимостей, обратиться к произвольной функции $y=f(x)$. Процедуру, аналогичную вычислению мгновенной скорости, можно определить как дифференцирование функции $f(x)$, а результат этой процедуры – как производную $f'(x)$.

Переходя к обсуждению прикладных задач, отметим, что одна из основных трудностей обучения их решению заключается в том, что многие школьники не имеют четкого представления о зависимостях, фигурирующих в условии задачи. Конечно, лучший способ помочь им преодолеть эту трудность – это продемонстрировать в реальных условиях тот процесс, о котором идет речь в условии задачи. Однако чаще всего в рамках обычного урока это не представляется возможным. Более реалистичным является построение компьютерной модели описанного в задаче процесса. Желательно, чтобы такая модель была не просто аналогом традиционного рисунка «от руки», а представляла собой анимационный чертеж, который, кроме эффекта динамичности, адекватно реагировал бы на изменения параметров, заданных условием задачи. Такой анимационный чертеж должен предоставлять возможность проводить необходимые учебные эксперименты исследовательского характера, выявлять искомые закономерности и зависимости, верифицировать найденное решение. Ясно, что готовить анимационные чертежи, поддерживающие решения большинства задач прикладной направленности, необходимо заранее. Желательно, чтобы их разработкой занимались не только учителя, но и заинтересованные школьники.

Для построения анимационного чертежа подходит любая система динамической математики, мы рекомендуем среду Живая математика [1], которая максимально адаптирована для этой цели. Создание анимационной модели исследуемого процесса можно проводить по следующей схеме:

– определить систему участвующих в процессе величин;

– найти целевую функцию, по которой, зная основную величину и вспомогательные величины, можно вычислить исследуемую величину;

– вывести на рабочее поле среды Живая математика параметры с основной и вспомогательными величинами;

– выбрать готовые инструменты среды Живая математика, при необходимости создать собственные инструменты пользователя;

– используя вычислительные, анимационные и конструктивные возможности среды, инструменты пользователя и целевую функцию, создать анимационную модель описанного в условии задачи процесса.

Продемонстрируем эту схему на примере достаточно простой задачи, условие которой взято нами из [2].

З а д а ч а. Камень, брошенный в пруд, вызывает ряд концентрических волн. Радиус внешней волны нарастает со скоростью 2 м/с. С какой скоростью возрастает площадь, захваченная волной, к концу второй секунды.

Отметим сначала величины, которые явно или неявно фигурируют в условии задачи, их единицы измерения:

1) время – t (с) (основной аргумент);

2) радиус внешней волны в момент времени t – r(t) (м);

3) скорость нарастания радиуса внешней волны – v (м/с);

4) площадь воды, ограниченной внешней волной – S(t) (м^2);

5) скорость возрастания площади воды, ограниченной внешней волной, в момент времени t – S_t' (м^2/с).

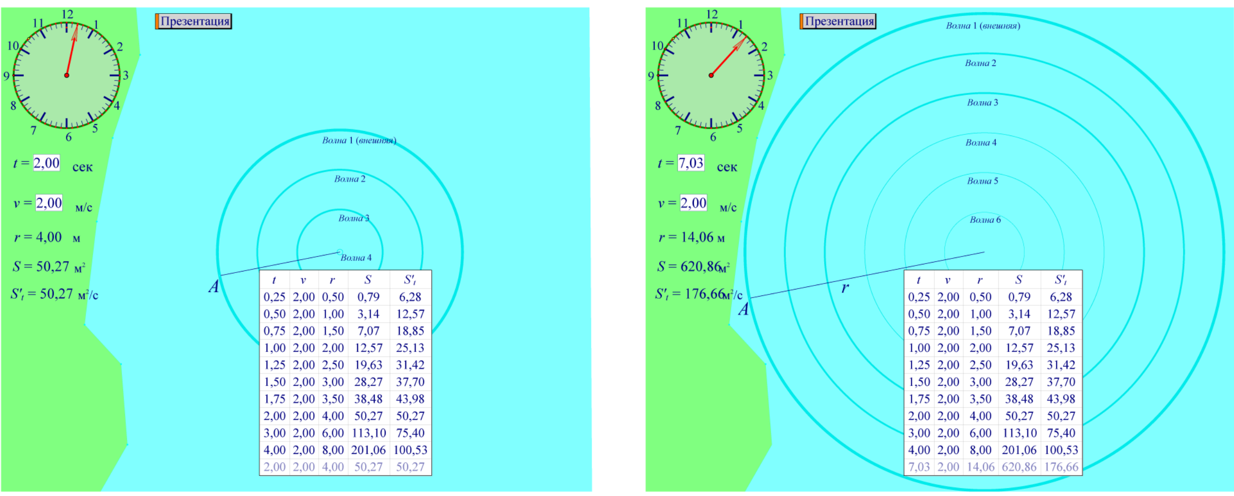


Рис. 2. Стоп-кадры задачи о камне, брошенном в пруд

Исследуемой величиной является S_t'. Время t и скорость v нарастания радиуса внешней волны зададим как параметры, которые обучающиеся могут изменять при проведении экспериментов, выведем их на рабочее поле среды Живая математика. Найдем зависимости между величинами, которые потребуются для построения целевой функции: $S = \pi r^2$; $r = v \cdot t$; $v = 2$. Отсюда целевая функция будет иметь вид $S = \pi v^2 t^2$, она показывает, как со временем t меняется площадь S воды, захваченная волной, к концу t-й секунды. Чтобы найти скорость, с которой возрастает эта площадь к концу t-й секунды, необходимо продифференцировать целевую функцию по переменной t. В результате получим $S_t' = 2\pi v^2 t$. Все эти зависимости используются при построении корректной анимационной модели и, естественно, на рабочее поле Живой математики в явном виде не выводятся. Для каждой из них создается кнопка, скрывающая ее. Обучающиеся имеют доступ только к параметрам t и v.

Для построения анимационной модели ситуации, описанной в условии задачи, учителю остается разработать собственные инструменты пользователя: «секундомер», положение секундной стрелки которого регулируется значением параметра t, «полет камня в пруд» и «концентрические волны». При создании динамического чертежа у учителя и его помощников широкий выбор анимационных и конструктивных возможностей среды Живая математика.

Каким образом можно использовать готовую анимационную модель на уроке? После короткого обсуждения текста задачи обучающиеся знакомятся с анимационной версией процесса, описанного в условии задачи. Затем они в соответствии с результатами наблюдения и системой рекомендаций, представленных в [2, с. 119], составляют аналитическую модель процесса, т.е. устанавливают необходимые зависимости, строят целевую функцию. Чтобы исключить наличие возможных ошибок, вкравшихся в найденные формулы, математическую модель проверяют на размерность, либо исследуют ее поведение в некоторых конкретных ситуациях, когда оно может быть предсказано из наглядных или иных соображений, «подсказанных», например, анимационной моделью. Живая математика предоставляет также возможность провести серию испытаний. Меняя с некоторым шагом значение времени t, обучающиеся могут одним «кликом» мыши внести в таблицу (рис. 2) соответствующие значения зависимостей и целевой функции, проанализировать полученные результаты эксперимента. При необходимости, активизировав кнопки «скрыть/показать», имеют возможность сравнить формулы, которые использовались учителем при построении модели, с теми, которые были найдены ими самостоятельно. Наконец, вычислив производную целевой функции по времени t и, подставив в нее значение t=2, находят искомую величину.

Поводя итог, отметим, что важным, если не ключевым элементом обучения учащихся началам анализа является привитие им навыков применения аппарата производных к решению задач прикладного характера. При этом существенную роль в обучении школьников умению строить аналитическую модель играет анимационный чертеж, моделирующий условие прикладной задачи.

Библиографический список

1. Живая Математика 5.0: Сборник методических материалов / сост.: Аджемян Г.А. и др. М.: ИНТ, 2013.
2. Майер Р.А., Колмакова Н.Р. Задачи прикладной направленности как средство формирования основных понятий и методов математического анализа в школе: учебное пособие. Красноярск: КГПИ, 1989. 136 с.
3. Майер В.Р., Колмакова Н.Р., Салчак А.Э., Макарова Д.А. Компьютерная анимация как средство визуального сопровождения решения задач на формирование интуитивного представления о пределе // Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы XI Всероссийской с международным участием научно-методической конференции. Красноярск, 2022. С. 100–108.

МЕТОДИКА СОЗДАНИЯ ИНТЕРАКТИВНЫХ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ПОДДЕРЖКИ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ОНЛАЙН-КУРСА «ПРОФИЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА ДЛЯ НАЧИНАЮЩИХ»

METHODOLOGY OF CREATING INTERACTIVE MATERIALS TO SUPPORT LEARNING WITHIN THE ONLINE COURSE «PROFILE MATHEMATICS FOR BEGINNERS»

Л.В. Парфентьева, О.Н. Троицкая **L.V. Parfenteva, O.N. Troitskaya**

Интерактивные материалы, методическая схема, обучение, онлайн-курс, профильная математика, тренажер, «Математический конструктор», прямоугольный треугольник.
В статье представлена методическая схема создания интерактивных материалов для поддержки обучения в рамках онлайн-курса, направленного на подготовку к ЕГЭ по математике профильного уровня. Приведен пример интерактивного тренажера «Решение прямоугольного треугольника», разработанного на базе «Математический конструктор» в соответствии с описанной схемой.

Interactive materials, methodological scheme, training, online course, specialized mathematics, simulator, «Mathematical constructor», right triangle.
The article presents a methodological scheme for creating interactive materials to support learning in an online course aimed at preparing for the Unified State Exam in mathematics at a specialized level. An example of the interactive simulator «Solving a right triangle», developed on the basis of the «Mathematical Constructor» in accordance with the described scheme, is given.

Функционирование системы российского образования сегодня происходит на основе стандартов, которые обязывают каждую образовательную организацию включать в рабочие программы дисциплин электронные (цифровые) образовательные ресурсы [1]. Данный подход в полной мере соответствует проектам «Цифровая образовательная среда» и «Современная школа». В соответствии с указанными документами необходимо говорить о создании и внедрении в систему обучения математике новых цифровых образовательных ресурсов. Именно они позволят обеспечить доступность математического образования, соответствующего современным требованиям. Разработка таких материалов может происходить за счет использования возможностей, предоставляемых программной средой «Математический конструктор» [2]. При этом созданные интерактивные материалы могут быть применены учителем и учащимися как в рамках урочной, так и внеурочной деятельности, например, в процессе подготовки к ЕГЭ по математике.

Именно поэтому для поддержки обучения в рамках онлайн-курса «Профильная математика для начинающих», разработанного на базе кафедры экспериментальной математики и информатизации образования САФУ имени М.В. Ломоносова, можно создать серию интерактивных материалов на базе «Математический конструктор».

Данный процесс начинается с *анализа требований*, представленных в федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования [1], нормативно-правовых документах, определяющих структуру и содержание контрольных измерительных материалов Единого государственного экзамена [3], и анализа методических рекомендаций для учителей, подготовленных на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ по математике [4]. Так, в [1] указано, что предметные результаты освоения углубленного курса математики должны включать «умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии, … умение выбирать подходящий метод для решения задачи». Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2024 году Единого государственного экзамена по математике на профильном уровне выделяет в качестве проверяемых предметных результатов освоения основной образовательной программы умения «оперировать понятиями: плоский угол, площадь фигуры, подобные фигуры; … умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы» [3].

Результатом проведенного анализа становится *отбор содержания*, представленного в интерактивных материалах. Так, например, речь идет о решении прямоугольных треугольников, определении величин элементов равнобедренных треугольников и т.д. Далее появляется возможность перейти к созданию *модели интерактивного образовательного ресурса*. В рамках данного этапа требуется, прежде всего, определить результат работы обучающегося с интерактивным образовательным ресурсом, в частности, научиться находить неизвестные элементы прямоугольного или равнобедренного треугольника. Далее выделить серию заданий и соответствующее количество листов модели. Следующим этапом становится процесс *реализации проекта* в «Математический конструктор», затем тестирование и, наконец, внедрение созданного цифрового продукта в образовательный процесс.

На рис. 1 представлена методическая схема создания интерактивных материалов для поддержки онлайн-курса подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня.

Рассмотрим разработанный на базе «Математический конструктор» в соответствии с описанной методической схемой интерактивный тренажер «Решение прямоугольного треугольника». Анализ типичных ошибок учащихся показал, что основные трудности у них возникают в процессе определения элементов прямоугольного треугольника (гипотенузы, катета) при меняющихся условиях: даны значения косинуса острого угла и прилежащего катета, даны значения косинуса острого угла и противолежащего катета, даны значения тангенса острого угла и гипотенузы и т.п. Предлагаемый интерактивный тренажер содержит 4 листа. Решение задач на каждом листе проходит в соответствии с алгоритмом: 1) запись определения тригонометрической функции, 2) введение вспомогательной переменной, 3) применение теоремы Пифагора.

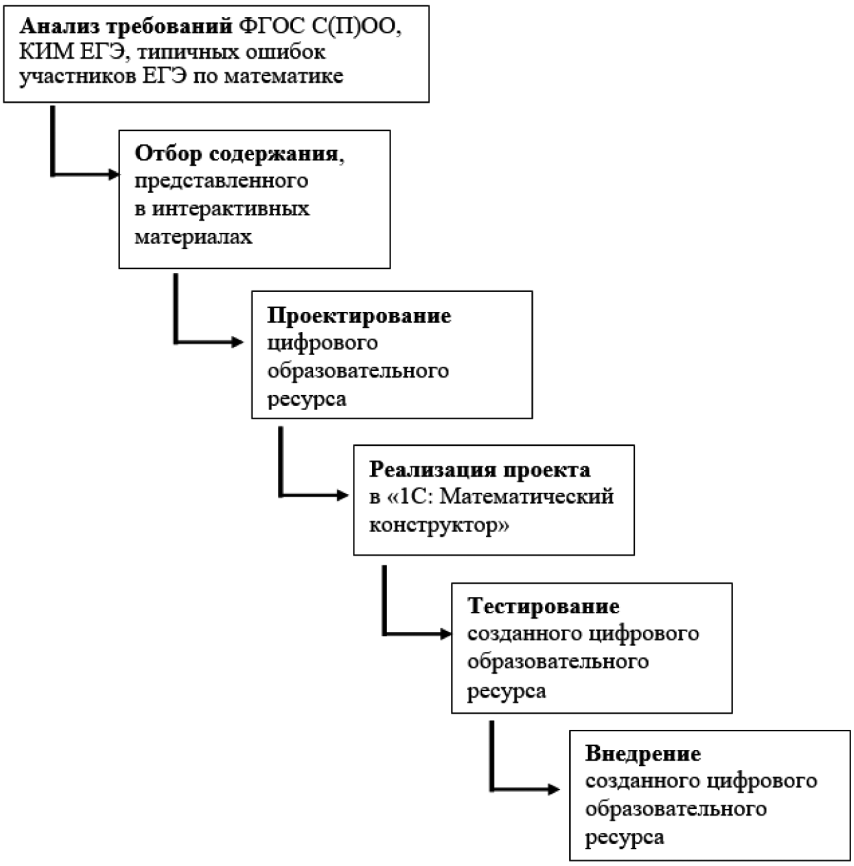


Рис. 1. Методическая схема создания интерактивных материалов

Итак, первый лист тренажера предлагает учащимся решить задачу: «В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC = 4$, $cosA = \frac{1}{3}$. Найдите AB» (рис. 2). Учащийся должен вспомнить определение косинуса острого угла прямоугольного треугольника. В случае возникновения затруднений, он может использовать подсказку, нажав на соответствующую кнопку. Далее учащийся составляет пропорцию, в которой неизвестной величиной является гипотенуза AB. Используя основное свойство пропорции, он получает результат. После ввода ответа в соответствующие поля учащийся может проверить полученный результат, нажав на кнопку «Подтвердить ответ». Если все данные введены верно, то появляется сообщение: «Правильно».

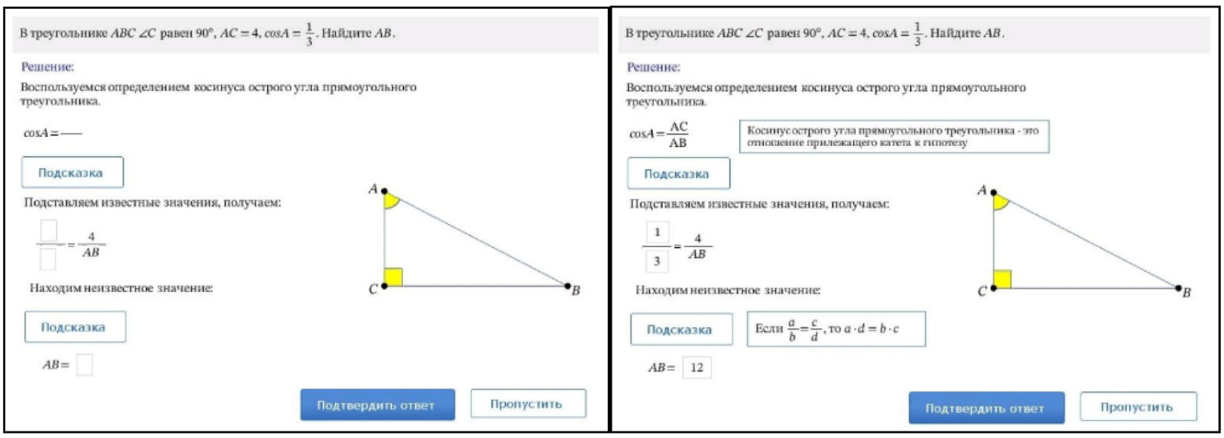


Рис. 2. Первый лист тренажера «Решение прямоугольного треугольника»

Далее учащийся выполняет переход на второй лист, в котором меняется условие: «В треугольнике ABC угол C равен 90°, $BC = 2$, $cosA = \frac{\sqrt{5}}{3}$. Найдите AB» (рис. 3). Особенность решения данной задачи состоит в том, что учащемуся необходимо ввести переменную для обозначения гипотенузы и затем выразить прилежащий катет через нее. Применение теоремы Пифагора позволяет составить уравнение, результатом решения которого является искомое значение гипотенузы.

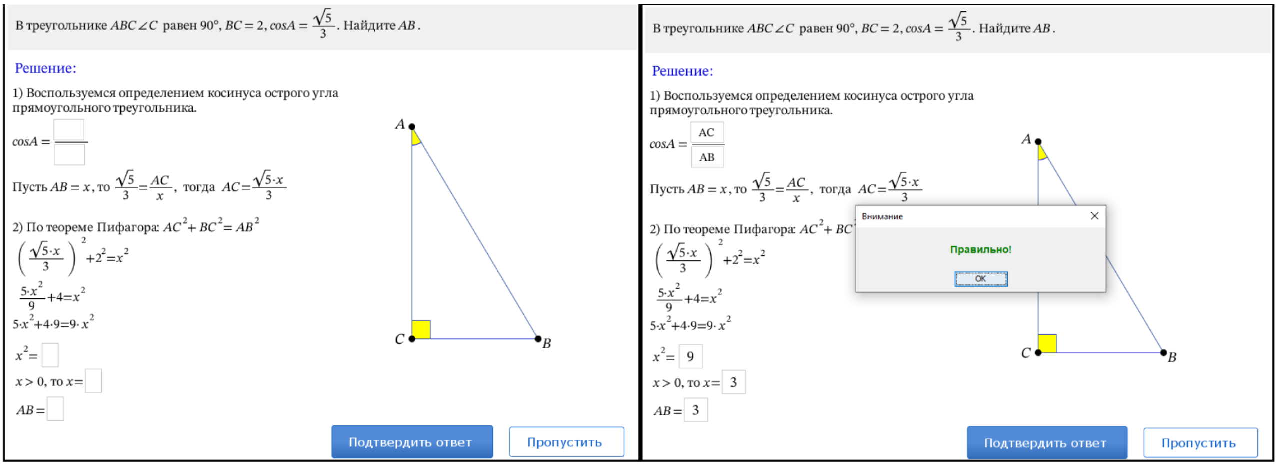


Рис. 3. Второй лист тренажера «Решение прямоугольного треугольника»

На третьем листе тренажера рассматривается задача, в которой меняется тригонометрическая функция, но план решения остается прежним: «В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC = 2$, $sinA = \frac{\sqrt{17}}{17}$. Найдите AB» (рис. 4). В этой задаче снова появляется возможность использовать подсказку.

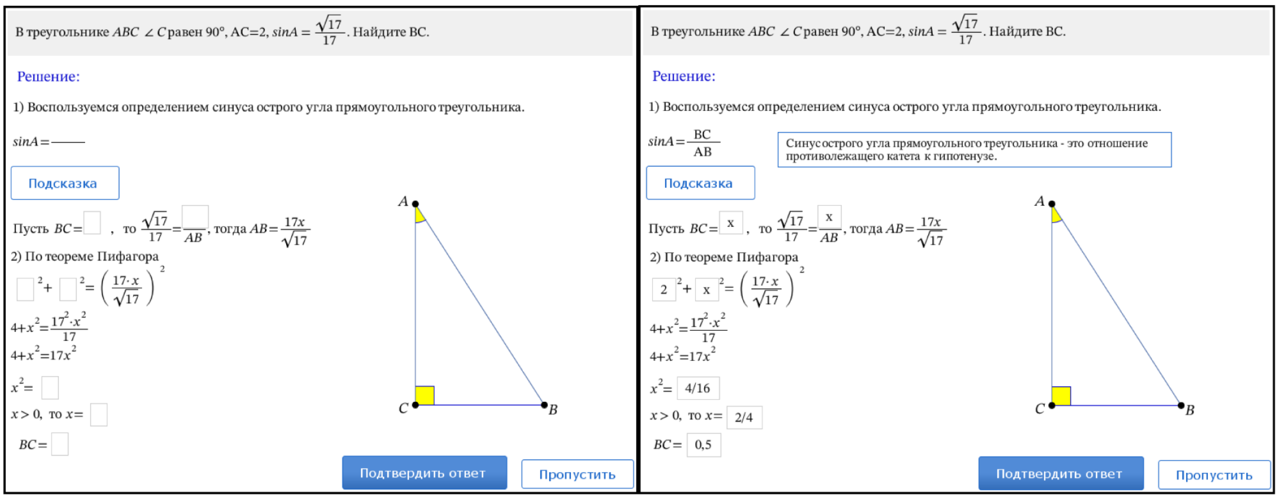


Рис. 4. Третий лист тренажера «Решение прямоугольного треугольника»

С целью закрепления рассмотренного алгоритма решения и формирования соответствующих навыков учащимся предлагается решить четвертую задачу, представленную на последнем листе: «В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 2$, $tgA = \frac{\sqrt{65}}{4}$. Найдите AC». Наличие полезных подсказок позволяет учащемуся выполнить задание верно (рис. 5).

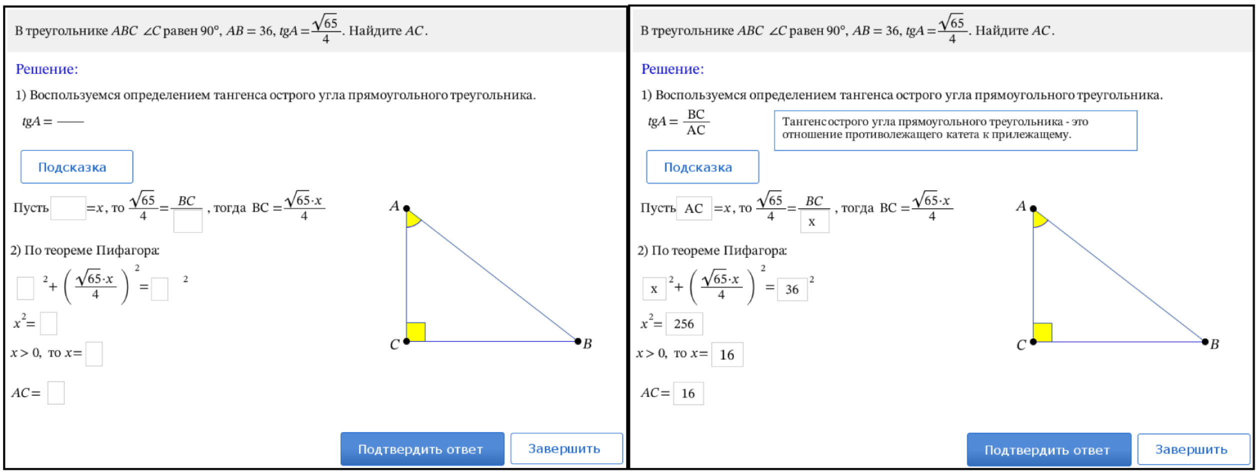


Рис. 5. Четвертый лист тренажера «Решение прямоугольного треугольника»

Использование интерактивных материалов, разработанных на базе «Математический конструктор» в соответствии с описанной схемой, в процессе обучения в рамках онлайн-курса «Профильная математика для начинающих» позволяет не только сформировать у учащихся умения решать задания КИМ ЕГЭ, но и избежать типичных ошибок, совершаемых при их решении. Разработанные материалы становятся, прежде всего, средством учебной деятельности самого школьника.

Библиографический список

1. Приказ Министерства просвещения РФ от 12 августа 2022 г. № 732 «О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413». URL: https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/405172211/.
2. Математический конструктор. URL: https://urok.1c.ru/constructor/mathkit/1c/.
3. Нормативно-правовые документы. URL: https://fipi.ru/ege/normativno-pravovye-dokumenty.
4. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2023 года. URL: https://fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy#!/tab/173737686-2.

ЯЗЫК ПРОГРАММИРОВАНИЯ JULIA – СОВРЕМЕННОЕ СРЕДСТВО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

JULIA PROGRAMMING LANGUAGE – MODERN MEANS OF TEACHING MATHEMATICS

А.В. Рожков[1], И.Л. Ойнас, М.В. Цалюк

A.V. Rozhkov, I.L. Oynas, M.V. Tsalyuk

Язык программирования Julia, алгебра, линейная алгебра, матрицы, многочлены.
В рамках освоения курсов по алгебре, теории чисел и криптографии используется и как учебное средство, и как научный инструмент язык программирования Julia.

Julia programming language, algebra, linear algebra, matrices, polynomials.
As part of mastering courses in algebra, number theory and cryptography, the Julia programming language is used. Used both as an educational tool and as a scientific tool.

В рамках реализации проекта, поддержанного грантом фонда Владимира Потанина ГСГК-0072-21, разработан ряд курсов для магистерской программы «Алгебраические методы защиты информации», с использованием языка программирования Julia.

В настоящее время накопленный опыт переносится на курсы, которые читаются бакалаврам и специалистам.

В данной работе речь идет о самом языке Julia, его особенностях и подготовке информационной системы к использованию в учебном процессе по преподаванию, в первую очередь алгебры и теории чисел.

Язык общения с компьютером – это язык программирования.

Связка математика плюс компьютер активирует все органы чувств человека, и это дает реальный результат в освоении наук и технологий.

---

[1] Проект реализуется победителем Конкурса на предоставление грантов преподавателям магистратуры благотворительной программы «Стипендиальная программа Владимира Потанина» Благотворительного фонда Владимира Потанина.

Julia – высоко производительный язык научного программирования, появившийся в феврале 2012 г. в Массачусетском технологическом институте – университете № 1 в мире в области информационных технологий (https://www.educationindex.ru/articles/university-rankings/)

Обсуждение необходимости создания нового языка началось в августе 2009 года. Стефан Карпински, к тому времени поработавший с математическим пакетом Matlab и языком программирования R, испытывал неудовлетворенность их ограничениями. И после того, как Вирал Шах познакомил его с Джеффом Безансоном, все трое принялись обсуждать концепцию нового языка. Для выбора женского имени в качестве названия языка «особой причины не было», разработчикам просто «понравилось это имя». Первая открытая версия была опубликована в феврале 2012.

Язык Julia имеет более 10 тыс. официально принятых расширяющих пакетов и более 15 тыс. тестируемых – последний год новый пакет добавляется примерно каждый час! Официально принятые пакеты добавляются по 5–6 штук в день.

Основной задачей при создании была разработка универсального языка, способного работать с большим объемом вычислений и при этом гарантировать максимальную производительность. Поскольку большой объем вычислений выполняется именно в облачных средах, то в языке была сразу реализована поддержка облаков и параллельного программирования как замена механизму MPI.

В языке была изначально реализована модель построения больших параллельных приложений, основанная на глобальном распределенном адресном пространстве. Такая модель подразумевает возможность производить операции (в том числе и их передачу между машинами) со ссылкой на объект, расположенный на другой машине, также участвующей в вычислениях. Этот механизм позволяет отслеживать, какие вычисления на каких системах выполняются, а также подключать к производимым вычислениям новые машины.

Для тех, кому нужны быстрые и параллельные вычисления, Julia не заменима. Программы на Julia, даже не распараллеленные, работают на разных задачах в 20–100 раз быстрее профессионального алгебраического пакета GAP (http://www.gap-system.org/).

Julia позволяет довольно просто, даже для непрофессионала-программиста, подключать модули на C/C++, Fortran, Python и др. На уровне базовых возможностей работать с суперкомпьютерами и многопроцессорными системами.

Согласно официальному сайту, основные возможности языка:

– Мультиметод: обеспечивает возможность определять поведение функции в зависимости от типа передаваемых аргументов.

– Динамическая типизация.

– Хорошая производительность, сравнимая со статически типизированными языками как C.

– Встроенная система управления пакетами.

– Макросы и другие возможности метапрограммирования.

– Вызов Python функций при помощи PyCall.
– Вызов C функций напрямую: без дополнительных надстроек и API.
– Богатые возможности для управления другими процессами.
– Разрабатывался для параллельных и распределенных вычислений.
– Сопрограммы: легковесные зеленые потоки (green threads).
– Возможность определять дополнительные типы, не уступающие в скорости и удобстве встроенным.

Имея такое мощное средство, мы можем проводить эксперименты в самых безнадежных разделах математики. Может быть, мы сразу не сделаем открытий, но, вполне возможно, сможем выдвинуть полезные гипотезы и попутно освоим индустриальный язык программирования мирового уровня.

УСТАНОВКА И НАЧАЛО РАБОТЫ

В Windows Julia по умолчанию ставится по адресу C:\Users\user\AppData\Local\Programs\Julia-1.9.3, а расширяющие ее пакеты по адресу C:\Users\user\.julia. При этом, даже если вы не установили ни одного пакета, большинство пакетов уже будет на вашем компьютере – их объем больше 7 Gb. Причина в том, что многие пакеты между собой связаны перекрестными ссылками.

Работа с пакетами. Запускаем Julia в терминале REPL. Нажимаем кнопку **“]”** и попадаем в менеджер пакетов (@v1.9) pkg>

Для добавления, удаления, тестирования пакета, обновления и выяснения статуса пакетов выполняем следующие команды:

```
(@v1.9) pkg> add Nemo
(@v1.9) pkg> rm Nemo
(@v1.9) pkg> test Nemo
(@v1.9) pkg> up
(@v1.9) pkg> st
Status `C:\Users\rosav\.julia\environments\v1.9\Project.toml`
 [eb74ef6d] DarkCurves v0.2.0
 [8d0d7f98] GaloisFields v1.2.1
 [7073ff75] IJulia v1.24.2
 [2edaba10] Nemo v0.36.1
```

Менеджер помощи вызывается клавишей “**?**”

```
help?>
```

Чтобы работать в привычной среде браузера, нужно набрать команды

```
julia> using IJulia
julia> notebook()
```

Результаты выполнения программы Julia в Windows сохраняются в личной папке пользователя C:\Users\user. В Linux, как это принято в U/Linux, результаты хранятся в паке, где размещена программа Julia. Кстати, в ранних версиях Julia это правило выполнялось и для Windows.

РЕДАКТОРЫ И IDE

На странице https://julialang.org/ даны ссылки на 6 наиболее популярных редакторов кода, более продвинутых, чем терминал REPL.

1. Julia for Visual Studio Code,
сайт https://code.visualstudio.com/docs/languages/julia
2. Jupyter Julia, сайт https://github.com/JuliaLang/IJulia.jl
3. Пакет Pluto.jl, сайт https://github.com/fonsp/Pluto.jl
4. Пакет julia-vim, сайт https://github.com/JuliaEditorSupport/julia-vim
5. Пакет julia-emacs, сайт https://github.com/JuliaEditorSupport/julia-emacs
6. Редактор Notepad++, сайт https://github.com/JuliaEditorSupport/julia-NotepadPlusPlus

ИНФОРМАЦИЯ О РАСШИРЯЮЩИХ ПАКЕТАХ

На начало октября 2023 г. на странице https://juliahub.com/ui/Packages выложено 10021 официально принятых пакетов. Каждый день добавляется примерно 5–6 пакетов. На данной странице есть ссылки на документацию и исходные коды пакетов.

Например, возьмем важнейший для «Экспериментальной теории чисел» пакет Nemo. https://juliahub.com/ui/Packages/General/Nemo

Мы увидим, что 12 пакетов связаны с пакетом Nemo, а от него зависит 4 пакета.

Вот исходный код этого пакета https://github.com/Nemocas/Nemo.jl

Язык Julia хорошо задокументирован, это относится не только к ядру языка, но сопровождающим пакетам. По адресу текущей версии Nemo 0.36.1 https://docs.juliahub.com/Nemo/SPUMD/0.36.1/ есть три ссылки на литературу:

– https://nemocas.org (Website)
– https://github.com/Nemocas/Nemo.jl (Source code)
– https://nemocas.github.io/Nemo.jl/stable/ (Online documentation)

Есть еще один ресурс https://juliapackages.com/trending, посвященный пакетам Julia, в котором пакеты рассортированы по областям знания и указаны их взаимозависимости.

Наиболее интересный нам раздел Mathematics Packages содержит более 30 подразделов – наиболее интересные для целей данного курса:

Matrix Theory (51)
Graph Theory (50)
Math (40)
Numerical Linear Algebra (21)
Applied Math (20)
Linear Algebra (19)
Sparse Matrices (18)
Cryptography (15)
Discrete Math (13)
Algebra (11)
Geometry (11)
Polynomials (10)
Algebraic Geometry (6)
Computer Arithmetic (3)

В скобках указано количество пакетов в данной подкатегории.

ИНФОРМАЦИЯ О ЯДРЕ ЯЗЫКА JULIA

Прежде всего указаны сферы применения языка Julia – это самые современные и прорывные направления – параллельные вычисления, искусственный интеллект, научное программирование и т.д.

Ежегодно проводятся международные конференции JuliaCon, на сайте представлены материалы двух последних конференций – видео прочитанных докладов.

Есть также страница с обучающими материалами, ссылками на учебные курсы, книги и т.д. Во многих университетах Julia включена в учебные планы как учебно-научная дисциплина.

ОБЗОР ОФИЦИАЛЬНОЙ ДОКУМЕНТАЦИИ

Имеет документацию в виде единого 1400 страничного документа по адресу https://raw.githubusercontent.com/JuliaLang/docs.julialang.org/assets/julia-1.9.3.pdf. Однако удобнее пользоваться интерактивным мануалом https://docs.julialang.org/en/v1/. Он имеет несколько больших разделов. **Manual –** это в основном о процедуре программирования, форматы данных, запуск, настройка, отладка и сохранение кода. То есть синтаксис – форма записи, техника вычислений.

Base – семантика, смысл, содержание, прикладные возможности языка. Для нас важнейшими являются возможности Julia в области теоретико-числовых вычислений. Числовых – это целые числа, рациональные, с плавающей точкой, комплексные и поля Галуа. А также символьные вычисления в области алгебры и иллюстративные средства – рисунки и графики.

Следует отметить, что Manual в основном относится и к расширяющим пакетам, а вот вычислительные возможности серьезно расширяются средствами пакетов. Например, теми же функциями Эйлера, китайской теоремой об остатках, полями Галуа и многими другими.

В Julia доступны вычисления в области линейной алгебры, нахождение определителей, обратных матриц, корней многочленов и т.д.

Самые востребованные пакеты для курса «Экспериментальная теория чисел» – это базовые математические пакеты:

```
(@v1.7) pkg> st
Status `C:\Users\rosav\.julia\environments\v1.7\Project.toml`
 [c3fe647b] AbstractAlgebra v0.24.1
 [eb74ef6d] DarkCurves v0.2.0
 [8d0d7f98] GaloisFields v1.1.1
 [7073ff75] IJulia v1.23.2
 [7475f97c] Mods v1.3.2
 [2edaba10] Nemo v0.29.2
 [91a5bcdd] Plots v1.25.11
 [f27b6e38] Polynomials v1.2.1
 [27ebfcd6] Primes v0.4.0
 [438e738f] PyCall v1.93.0
 [24249f21] SymPy v1.1.4
 [e134572f] FLINT_jll v200.800.401+1
 [37e2e46d] LinearAlgebra
```

Много информации на русском языке о некоторых пакетах можно найти на ресурсе https://habr.com/ru/hub/julia/

Для начального ознакомления можно порекомендовать заметку:

«Python пора потесниться. О перспективах Julia». URL: https://habr.com/ru/company/piter/blog/500472/

Библиографический список

1. Рожков А.В. Экспериментальная математика в КубГУ – первые результаты // Новые информационные технологии в образовании и науке: материалы XIV междунар. науч.-практ. конф., Екатеринбург, 1–5 марта 2021 г. // ФГАОУ ВО «Рос. гос. проф.-пед. ун-т». Екатеринбург, 2021. С. 163–172. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=45825056
2. Шеррингтон М. Осваиваем язык Julia. М.: ДМК Пресс. 2017. URL: https://e.lanbook.com/book/97344?category=1537&publisher =1028.

ОСОБЕННОСТИ МАТРИЧНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ЯЗЫКЕ JULIA

FEATURES OF MATRIX CALCULATIONS IN THE JULIA LANGUAGE

А.В. Рожков[1], М.В. Цалюк, С.С. Солодкова

A.V. Rozhkov, M.V. Tsalyuk, S.S. Solodkova

Язык программирования Julia, алгебра, линейная алгебра, матрицы, многочлены.

В рамках освоения курсов по алгебре, теории чисел и криптографии используется и как учебное средство, и как научный инструмент язык программирования Julia.

Julia programming language, algebra, linear algebra, matrices, polynomials.

As part of mastering courses in algebra, number theory and cryptography, the Julia programming language is used. Used both as an educational tool and as a scientific tool.

В рамках реализации проекта, поддержанного грантом фонда Владимира Потанина ГСГК-0072-21, разработан ряд курсов для магистерской программы «Алгебраические методы защиты информации», с использованием языка программирования Julia.

В настоящее время накопленный опыт переносится на курсы, которые читаются бакалаврам и специалистам.

МАТРИЦЫ В JULIA

Матрицы вводятся в виде записей в квадратных скобках.

Вектор-строка – числа без запятых

```
julia> A = [2 3 67]
```

Вектор-столбец – числа через запятую

```
julia> B = [12, 3,5]
```

Прямоугольная матрица – запись через точку с запятой

```
julia> C = [ 1 2 3; 2 3 4; 1 1 2 ]
3?3 Array{Int64,2}:
 1 2 3
 2 3 4
 1 1 2
```

Транспонирование матрицы

```
julia> transpose(C)
```

Умножение

```
julia> C*D
julia> D*C
```

[1] Проект реализуется победителем Конкурса на предоставление грантов преподавателям магистратуры благотворительной программы «Стипендиальная программа Владимира Потанина» Благотворительного фонда Владимира Потанина.

Но так просто все устроено только над кольцом целых чисел. Если кольцо коэффициентов другое, то нужно явно описать кольцо матриц и подключить пакет Nemo.

Матрицы над полем действительных чисел R задается так:

```
julia> C = RR[1 2; 3 4]
[1.0000000000000000000 2.0000000000000000000]
[3.0000000000000000000 4.0000000000000000000]
```

Зададим кольца матриц над кольцом Z и полями Q, R, C.

```
julia> S1 = MatrixSpace(ZZ, 3, 3)
Matrix Space of 3 rows and 3 columns over Integer Ring
julia> S2 = MatrixSpace(QQ, 4, 4)
Matrix Space of 3 rows and 3 columns over Rational Field
RR = RealField(64)
julia> S3 = MatrixSpace(RR, 3, 3)
Matrix Space of 3 rows and 3 columns over Real Field
with 64 bits of precision and error bounds
julia> CC = ComplexField(64)
Complex Field with 64 bits of precision and error bounds
julia> S4 = MatrixSpace(CC, 3, 3)
Matrix Space of 4 rows and 5 columns over Complex
Field with 64 bits of precision and error bounds
```

Вот как это влияет на задание матриц

```
julia> S2([2 3 4; 5 7 7; 1 1 1])
[2 3 4]
[5 7 7]
[1 1 1]
julia> S3([2 3 4; 5 7 7; 1 1 1])
[2.0000000000000000000  3.0000000000000000000
4.0000000000000000000]
[5.0000000000000000000  7.0000000000000000000
7.0000000000000000000]
[1.0000000000000000000  1.0000000000000000000
1.0000000000000000000]
julia> S4([2 3 4; 5 7 7; 1 1 1])
[2.0000000000000000000 + i*0 3.0000000000000000000 +
i*0 4.0000000000000000000 + i*0]
[5.0000000000000000000 + i*0 7.0000000000000000000 +
i*0 7.0000000000000000000 + i*0]
[1.0000000000000000000 + i*0 1.0000000000000000000 +
i*0 1.0000000000000000000 + i*0]
```

Различия очевидны. Во-первых, строки заключены в квадратные скобки. Во-вторых, действительные числа пишутся с точками и кучей нулей.

Например, средствами Julia найдем обратную матрицу.

```
julia> A=[1 1 -1; 2 1 0; 1 -1 1]
julia> A^(-1)
3?3 Array{Float64,2}:
 0.5 1.11022e-16 0.5
 -1.0 1.0 -1.0
 -1.5 1.0 -0.5
```

В качестве ответа получилась матрица над полем действительных чисел. Хотя должна быть в поле рациональных. Исправим это.

```
julia> using Nemo
julia> S = MatrixSpace(QQ, 3, 3)
Matrix Space of 3 rows and 3 columns over Rational Field
julia> B=S(A)^(-1)
[ 1//2 0 1//2]
[ -1 1 -1]
[-3//2 1 -1//2]
```

Теперь решение абсолютно точное.

Решим систему линейных уравнений от 4-х неизвестных. A – основная матрица системы, b – столбец свободных членов.

```
julia> using Nemo
julia> using LinearAlgebra
julia> A=[2 -1 -6 3; 7 -4 2 -15; 1 -2 -4 9; 1 -1 2 -6]
julia> b =[-1; -32; 5; -8]
julia> A^(-1)*b
4-element Array{Float64,1}:
 -2.999999999999999
 0.0
 -0.5000000000000001
 0.6666666666666669
```

По смыслу числа в ответе должны быть рациональными.

Поэтому исправим ответ (-3, 0, -1/2, 2/3).

Исправим ситуацию, пусть Julia сама все сделает правильно.

```
julia> S2 = MatrixSpace(QQ, 4, 4)
Matrix Space of 4 rows and 4 columns over Rational Field
julia> B=S2(A)
[julia> B^(-1)
[-3//14 8//21 -1//14 -7//6]
[-1//14 5//21 -5//14 -7//6]
[ -2//7 5//42 1//14 -1//3]
[-5//42 4//63 1//14 -5//18]
julia> S22 = MatrixSpace(QQ, 4, 1)
Matrix Space of 4 rows and 1 columns over Rational Field
julia> c=S22(b)
julia> B^(-1)*c
```

```
[ -3]
[ 0]
[-1//2]
[ 2//3].
```

Почему рациональные числа записаны с двумя чертами?

Потому, что так они задаются в Julia.

```
julia> 2//3
2//3
```

А 2/3 – это операция деления.

```
julia> 2/3
0.6666666666666666
```

Найдем сингулярное разложение матрицы A (Singular Value Decomposition, SVD) – декомпозиция вещественной матрицы с целью ее приведения к каноническому виду.

```
julia> using LinearAlgebra
julia> A = [2 7 3 1; 1 3 5 -2; 1 5 -9 8; 5 18 4 5]
julia> F=svd(A)
SVD{Float64,Float64,Array{Float64,2}}
U factor:
4?4 Array{Float64,2}:
 -0.341305 -0.184921 0.777059 0.495473
 -0.135617 -0.4164 0.365157 -0.821511
 -0.27576 0.879358 0.267504 -0.281294
 -0.888299 -0.138362 -0.437356 0.0223717
singular values:
4-element Array{Float64,1}:
 22.137154710824188
 13.150908003215395
 1.4509957229774242e-15
 9.704205091597432e-16
Vt factor:
4?4 Array{Float64,2}:
 -0.250054 -0.910875 -0.12528 -0.303456
 -0.0455249 -0.048466 -0.844386 0.531593
 -0.775335 -0.00891375 0.366201 0.514464
 -0.578149 0.409731 -0.370425 -0.600541
```

Мы получили три сомножителя:

```
julia> F.U
4?4 Array{Float64,2}:
 -0.341305 -0.184921 0.777059 0.495473
 -0.135617 -0.4164 0.365157 -0.821511
 -0.27576 0.879358 0.267504 -0.281294
 -0.888299 -0.138362 -0.437356 0.0223717
julia> F.S
```

```
4-element Array{Float64,1}:
 22.137154710824188
 13.150908003215395
 1.4509957229774242e-15
 9.704205091597432e-16
julia> F.Vt
4?4 Array{Float64,2}:
 -0.250054 -0.910875 -0.12528 -0.303456
  -0.0455249 -0.048466 -0.844386 0.531593
  -0.775335 -0.00891375 0.366201 0.514464
  -0.578149 0.409731 -0.370425 -0.600541
```

Их произведение дает исходную матрицу, но уже не целочисленную, а матрицу над полем действительных чисел.

```
julia> B=F.U*Diagonal(F.S)*F.Vt
4?4 Array{Float64,2}:
 2.0 7.0 3.0 1.0
 1.0 3.0 5.0 -2.0
 1.0 5.0 -9.0 8.0
 5.0 18.0 4.0 5.0
```

Замечание. Массив F.S – одномерный, но реально – это диагональ диагональной матрицы, и команда `Diagonal(F.S)` воссоздает эту матрицу в первоначальном виде.

Что изменилось?

```
julia> A^(-1)
ERROR: SingularException(4)
```

Но

```
julia> D=B^(-1)
4?4 Array{Float64,2}:
 -9.09528e14 9.91864e14 2.95152e14 1.06408e14
 4.4902e14 -1.21972e15 -4.58594e14 1.56056e14
 -2.80518e14 1.43418e15 5.74575e14 -2.89544e14
 -4.82529e14 2.2518e15 8.96124e14 -4.36573e14
```

Первый сюрприз приближенных вычислений – необратимая матрица чудесным образом стала обратимой!

Матрица стала обратимой, но ее коэффициенты огромные! Это 15–16-значные числа. Но теперь мы можем найти единственное решение.

И тут нас ждет второй сюрприз – ответ зависит от того, в какой последовательности матрицы перемножать!

То есть в приближенных вычислениях нет ассоциативности умножения!

Если решение найти в одно действие, то ответ получится следующий:

```
julia> x = D*b
4-element Array{Float64,1}:
 3.0
-0.5
 0.5
 0.5
```

Теперь решение найдем последовательно.

```
julia> b1 = (F.U)^(-1)*b
4-element Array{Float64,1}:
 -13.048724332024413
 -2.954791584331115
 -3.552713678800501e-15
 -4.440892098500626e-16
julia> b2 = (Diagonal(F.S))^(-1)*b1
4-element Array{Float64,1}:
 -0.5894490282278285
 -0.2246834654769594
 -2.4484659896242693
 -0.45762554032847635
julia> b3= (F.Vt)^(-1)*b2
4-element Array{Float64,1}:
 2.3205798816634453
 0.3821254303146141
 -0.46354833851506044
 -0.9253927599840075
```

В любом случае получилось одно единственное решение, никаких свободных переменных.

Но обратите внимание, как сильно отличаются конечные результаты!

Сразу отметим, что второе – последовательное решение – гораздо ближе к правильному.

Проверим, что это решение содержится среди наших правильных.

Итак,

`x3 = -0.46354833851506044; x4=-0.9253927599840075`

В нашем решении x1 = -26*x3+17*x4+6; x2= 7*x3-5*x4-1

Проверяем:

```
julia> x3 = -0.46354833851506044
-0.46354833851506044
julia> x4=-0.9253927599840075
-0.9253927599840075
julia> x1 = -26*x3+17*x4+6
2.320579881663445
julia> x2= 7*x3-5*x4-1
0.38212543031461443
```

Не абсолютно точно, но совпали:

```
 2.3205798816634453
 0.3821254303146141
```

и

```
 2.320579881663445
 0.38212543031461443
```

Почему получилось одно решение?

Потому, что точных нулей нет и программа ищет самое маленькое решение в каком-то смысле. В нашем случае, возможно, ищет среди решений самый короткой 4-мерный вектор.

Например, средствами Julia найдем обратную матрицу

```
julia> A=[1 1 -1; 2 1 0; 1 -1 1]
3?3 Array{Int64,2}:
 1 1 -1
 2 1 0
 1 -1 1
julia> A^(-1)
3?3 Array{Float64,2}:
 0.5 1.11022e-16 0.5
 -1.0 1.0 -1.0
 -1.5 1.0 -0.5
```

В качестве ответа получилась матрица над полем действительных чисел. Хотя должна быть в поле рациональных. Исправим это.

```
julia> using Nemo
julia> S = MatrixSpace(QQ, 3, 3)
Matrix Space of 3 rows and 3 columns over Rational Field
julia> B=S(A)^(-1)
[ 1//2 0 1//2]
[ -1 1 -1]
[-3//2 1 -1//2]
```

Теперь решение абсолютно точное.

Это одна из особенностей работы с матрицами в Julia, которую мы обнаружили опытным путем.

Библиографический список

1. Рожков А.В. Экспериментальная математика в КубГУ – первые результаты // Новые информационные технологии в образовании и науке: материалы XIV междунар. науч.-практ. конф., Екатеринбург, 1–5 марта 2021 г. // ФГАОУ ВО «Рос. гос. проф.-пед. ун-т». Екатеринбург, 2021. С. 163–172. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=45825056
2. Шеррингтон М. Осваиваем язык Julia. М.: ДМК Пресс. 2017. URL: https://e.lanbook.com/book/97344?category=1537&publisher =1028
3. Рацеев С.М. Элементы высшей алгебры и теории кодирования СПб.: Лань, 2022. URL: https://reader.lanbook.com/book/187575

ПРИМЕНЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СРЕДЫ GEOGEBRA ПРИ ПОДГОТОВКЕ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ В УСЛОВИЯХ ДВУЯЗЫЧИЯ

APPLICATION OF THE GEOGEBRA DYNAMIC ENVIRONMENT IN TEACHING MATHEMATICS TO SCHOOL CHILDREN IN CONDITIONS OF BILINGUALISM

С.К. Саая **S.K. Saaya**

Математика, школьники, математическая подготовка, динамическая среда GeoGebra, двуязычие, математическое образование, анимация.
Рассматривается использование динамической среды GeoGebra при обучении математике школьников в условиях двуязычия. Данная среда позволяет учитывать особенности тувинско-русского билингвизма, что положительно влияет на процесс математической подготовки школьников. Также учитель-предметник может применять разные программные среды, предназначенные для изучения математики.

Mathematics, schoolchildren, mathematical training, GeoGebra dynamic environment, bilingualism, mathematical education, animation.
The use of the GeoGebra dynamic environment in teaching mathematics to school children in conditions of bilingualism is considered. This environment allows us to take into account the peculiarities of Tuvan-Russian bilingualism, which positively affects the process of mathematical preparation of schoolchildren. Also, a subject teacher can use different software environments designed for studying mathematics.

Одним из важных требований к системе образования остается удовлетворение социального заказа общества. ФГОС основного общего образования нацелен на воспитание обучающегося, умеющего учиться, мотивированного на дальнейшее образование и самообразование в течение всей жизни, способного применять полученные знания на практике [1]. Отметим, что успешное освоение обучающимися школьной программы расширяет их образовательный кругозор, способствует формированию личностных качеств: целеустремленность, ответственность, умение учиться и преодолевать трудности, все эти качества помогут им как при поступлении в вуз, так и для дальнейшего трудоустройства.

Математика как учебный предмет является одним из основных, на изучение которой отводится немалое количество часов. Таким образом, она играет огромную роль в формировании и развитии мышления школьников.

Качество полученных математических знаний школьников напрямую зависит от правильно построенного учебного процесса по предмету, который направлен на развитие мотивации к изучению учебного материала, формирование интереса к дисциплине и, как следствие, повышение качества знаний. Рассмотрим подготовку школьников по математике в условиях двуязычия на примере Республики Тыва. Для большинства школ республики проблема повышения качества математических знаний остается актуальной.

Математическая подготовка школьников имеет свои особенности, связанные со спецификой тувинско-русского двуязычия (билингвальности). Недостаточный уровень математической подготовки обучающихся малокомплектных школ республики связан в первую очередь с языковыми трудностями. Ученики 1–5 классов обучаются по учебникам, написанным на русском языке, будучи, не зная русский язык, обучение учителями в основном ведется на тувинском языке, отсюда низкий уровень математической подготовки. Русский язык так же, как и английский, школьники начинают изучать с первого класса, но ведут занятия тувинские учителя, для которых русский язык не является родным, поэтому они недостаточно хорошо им владеют, отсюда и проблемы и у школьников. Особенно это касается сельских малокомплектных школ. В республике 84% школ являются сельскими, из них более половины расположены в отдаленных, труднодоступных районах (кожуунах).

Сложность в обучении математике школьников заключается в том, что они плохо понимают условие задачи в связи с существующей проблемой двуязычия, а также слабое развитие коммуникации, так как общение населения в районах происходит на родном тувинском языке, а школьники получают знания русского языка только в школе на уроках, без практики общения вне нее. В связи с этим у обучающихся бедный словарный запас и, как следствие, слабое понимание математических задач.

Исследований по подготовке школьников в условиях тувинско-русского двуязычия с учетом региональных особенностей при обучении математике мало.

Важным вопросом является разработка методики обучения школьников, направленной на повышение качества математических знаний через преодоление языкового барьера. Как известно, у детей-билингвов имеются свои характерные психологические особенности, которые оказывают влияние на развитие мышления, памяти, воображения, коммуникативных способностей и др. Для более результативного усваивания математической теории и развития творческой способности, а также для самостоятельности мышления у школьников эффективно применять современные информационные технологии, способствующие визуальному представлению учебного материала, что позволяет развить интерес к предмету, убрать языковые проблемы на начальном этапе.

При изучении алгебры и геометрии можно применять разные математические программные средства, онлайн-сервисы. Так, например, динамическая среда GeoGebra является удобным учебным инструментом. Данная среда доступна широкому числу пользователей, удобный интерфейс, возможность компьютерной анимации и др.

Рассмотрим на примере изучения темы линейной функции в школе.

В курсе алгебры 7 класса изучается линейная функция $y = k \cdot x + b$, где k – угловой коэффициент, b – ордината точки пересечения графика функции с осью Oy.

Динамическая среда GeoGebra позволяет школьникам увидеть анимацию или движение графика линейной функции в зависимости от параметров k и b. Наглядное изображение помогает изучить свойства данной функции, сделать выводы относительно характера монотонности: возрастание «поднимается на гору» и убывание «спускается с горы».

Данный материал находит свое продолжение при изучении темы «Геометрический смысл производной» в 11-м классе. Проведенные исследования показывают, что школьники, изучающие линейную функцию в динамической среде GeoGebra, легко вспоминают ее при изучении вышеуказанной темы в 11-м классе, их уровень знаний позволяет решать более сложные задачи.

Это свидетельствует о том, что учебные материалы разных классов структурированы так, что они имеют тесную взаимосвязь, т.е. существует возможность осуществлять преемственность в динамической среде GeoGebra.

Аналогично можно рассмотреть квадратичную функцию.

Рассмотрим алгоритм шагов построения для линейной, квадратичной функций:

1. $y = k \cdot x + b$, ввести ползунки k и b (обычно от -5 до 5). График линейной функции.

1.1. Исследование графика линейной функции в зависимости от параметров k и b. Подробно описать свойства линейной функции с тем или иным характером монотонности (записи на тетрадях).

2. Построение графика квадратичной функции $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, ввести ползунки a, b, c. (рис. 1).

2.1. Исследование графика квадратичной функции в зависимости от параметров a, b, c. Подробно описать свойства квадратичной функции (записи на тетрадях). Можно предложить школьникам на самостоятельное изучение графика функции в третьей (рис. 2), четвертой степени и исследование свойств функции.

Рассмотрим пример на исследование темы: «Геометрический смысл производной». Для функции $y = f(x)$ значение производной в точке А с абсциссой x_0 равен k – угловому коэффициенту касательной, т.е. $f(x) = k$ и $k = tg\alpha$, где α – *угол* между касательной к функции и положительным направлением оси Ox.

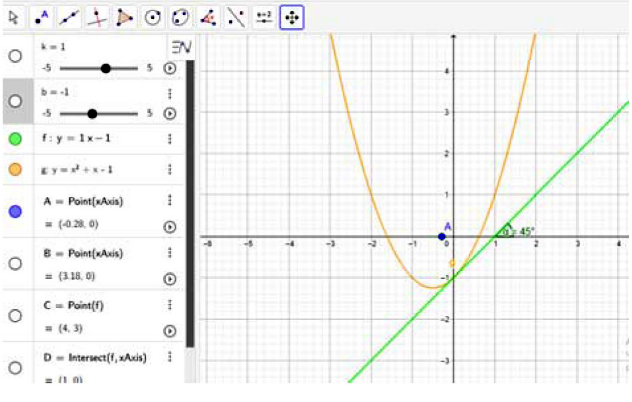


Рис. 1

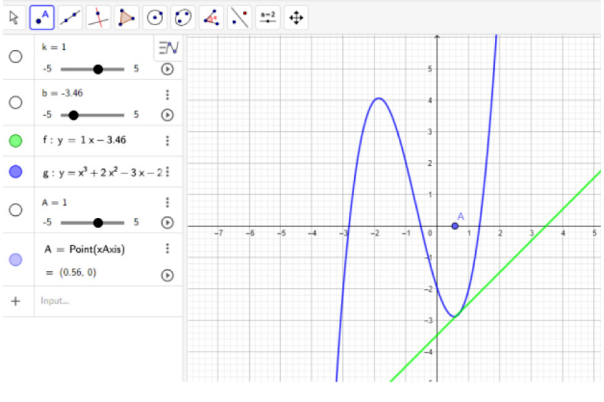


Рис. 2

Практическое задание для самостоятельной работы с применением динамической среды GeoGebra.

1. Найдите значение производной данной функции в точке А с абсциссой:

а) $y = x^2 + x + 5 = 0$, $x_0 = 0$;

б) $y = 2x^3 - 5x^2 + 4x + 1 = 0$, $x_0 = 1$;

в) $y = 2sin3x$, $x_0 = \pi / 3.2$.

2. Используя динамическую среду GeoGebra:

2.1. Постройте графики вышепредложенных функций;

2.2. Постройте касательные, проведенные к графикам функций в предложенных точках с абсциссой x_0;

2.3. Найдите тангенс угла наклона, выясните знак углового коэффициента и дайте подробное разъяснение записью в тетрадях.

Таким образом, динамическая среда GeoGebra, с одной стороны, оказывает помощь учителю-предметнику, освобождая его время для общения с обучающимися, с другой – наглядное изображение рассматриваемых объектов позволяет повысить интерес к изучению математики, научить работать самостоятельно в данной среде, снизить «накал» языковой проблемы, поднимает самооценку школьников в умении использовать в обучении информационные технологии и, как следствие, повышения качества знаний. Также следует отметить, что динамическая среда GeoGebra позволяет осуществлять результативную подготовку абитуриентов для поступления в высшие учебные заведения.

Библиографический список

1. Федеральные государственные образовательные стандарты. URL: https://fgos.ru
2. Ларин С.В. Компьютерная анимация в среде GeoGebra на уроках математики: учебное пособие. Ростов-на-Дону: Легион, 2015. 192 с.
3. Обучение математике с использованием возможностей GeoGebra / М.В. Шабанова, О.Л. Безумова, Е.Н. Ерилова и др. М.: Перо, 2013. 128 с.
4. Официальный сайт программы GeoGebra. URL: http://www.geogebra.org. (дата обращения: 03.11.23).

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ САМОРЕФЛЕКСИИ У УЧАЩИХСЯ СТАРШИХ КЛАССОВ

USING THE COMPUTER MATHEMATICS SYSTEM IN THE PROCESS OF SELF-REFLECTION FORMATION AMONG HIGH SCHOOL STUDENTS

О.Н. Селезнёва **O.N. Selezneva**

Саморефлексия, средство развития саморефлексии, процесс обучения, нестандартные математические задачи, учащиеся старших классов, программное средство GeoGebra, функция.

В статье рассматривается историческое развитие саморефлексии в педагогике и ее роль в современном образовательном процессе. Особое внимание уделяется исследованию возможности формирования саморефлексии у учащихся старших классов при решении нестандартных математических задач с использованием программного средства GeoGebra.

Self-reflection, means of developing self-reflection, the learning process, non-standard mathematical problems, high school students, the software GeoGebra, function.

This article examines the historical development of self-reflection in pedagogy and its role in the modern educational process. Special attention is paid to the study of the possibility of self-reflection formation in high school students when solving non-standard mathematical problems using the GeoGebra software tool.

Перемены в системе образования, связанные с процессом цифровой трансформации, повлияли на взгляды и подходы к обучению в старшей школе. Так, в обновленном варианте ФГОС СОО саморефлексия является одним из важных компонентов развития личности. В документе подчеркивается значение развития умений самоанализа и самооценки у учащихся. Например, в пункте 8.3. «Овладение универсальными регулятивными действиями» отмечается: «владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований; использовать приемы рефлексии для оценки ситуации, выбора верного решения», – что подразумевает развитие у учащихся навыков самоанализа, саморегуляции, осознанного контроля и самооценки своей активности, результативности учебной деятельности [1].

Вопрос о необходимости формирования саморефлексии у учащихся старших классов был поднят в различные периоды исследований и развития образовательных программ.

Изначально саморефлексия в педагогике начала привлекать внимание в конце XIX – начале XX века, когда стали активно осмыслять механизмы воспитательной и образовательной работы. Л.С. Выготский одним из первых обратил внимание на то, что саморефлексия имеет особую важность в образовании, и разработал теорию деятельности, согласно которой деятельность человека состоит не только из действий, но и из мыслительных процессов, осознанных и проанализированных посредством рефлексии. В дальнейшем, в середине XX века, идеи саморефлексии продолжили проникать в педагогическую практику, особенно в контексте самоопределения, самоорганизации и личностно ориентированного подхода в образовании. В настоящее время саморефлексия рассматривается как ключевой фактор формирования критического мышления, самостоятельности и развития личности учащихся.

Историческое развитие термина «саморефлексия» связано с обширными исследованиями в области психологии и философии. Одним из первых проявлений идеи саморефлексии была фраза «Познай самого себя», высеченная на дворе Храма Аполлона в Дельфах более 3000 лет назад, ее также называют «заповедью Дельфийского оракула» [2]. Однако, несмотря на столь раннее возникновение идеи саморефлексии, в настоящее время понятие «саморефлексия» до сих пор отсутствует в справочных словарях и упоминается лишь как синоним рефлексии. В то время как термин «рефлексия» имеет обширное понятие, в толковом словаре русского языка он описывается как размышление о своем внутреннем состоянии, самоанализ [3]. В педагогическом терминологическом словаре под рефлексией понимают форму теоретической деятельности человека, направленную на осмысление собственных действий и их законов [4]. При этом саморефлексия понимается лишь как форма рефлексии, направленная человеком на самого себя. В педагогике саморефлексия описывается как способность учащегося самостоятельно анализировать и оценивать свои знания, умения и навыки, а также рефлексировать о собственном образе мышления и поведения в целях улучшения учебного процесса и саморазвития. В рамках нашего исследования мы будем рассматривать саморефлексию как процесс анализа учащимися собственной деятельности и ее результатов.

Начиная с конца XX века многие педагоги-теоретики стали подчеркивать большое значение саморефлексии в процессе обучения. Так, американский теоретик Крис Арджирис в 1974 году разработал модель обучения, где рефлексии выделяется особое место, она была представлена в книге «Теория на практике» [5]. Данная концепция направлена на анализ и совершенствование организационных процессов обучения и повышение качества образования. Модель, основанная на теории двойной петли, представлена на рис. 1.

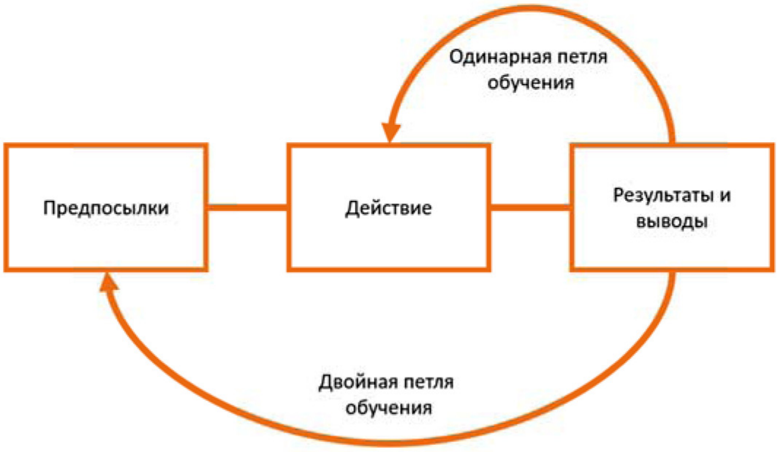


Рис. 1. Двойная петля Арджириса

Предпосылки представляют ценности и убеждения; действие – это подходы и стратегии; результаты и выводы – это итоги цикла. Одинарная петля – цикл, при котором ученик в случае неудачи при завершении первого круга возвращается к разбору решения проблемы, но не пытается проанализировать первый этап. Данный подход недостаточно эффективен, поскольку не дает возможности определить причины возникновения проблемы. Двойная петля – цикл, при котором ученик в случае неудачи возвращается к самому началу, осуществляя рефлексию процесса по принятию решения. Метод двойной петли помогает увидеть суть проблемы и вовремя принять решение по изменению подхода к ее устранению. Двойная петля Арджириса помогает учащимся в принятии более осознанных решений, улучшая тем самым учебный процесс и производительность.

Поскольку значительное количество педагогов признают важность саморефлексии, они активно внедряют в процесс обучения средства, направленные на ее стимулирование и развитие, чтобы обеспечить более глубокое и осознанное усвоение учебного материала.

Так, например, К.А. Вартазарян в научном исследовании «Педагогическая мастерская как фактор развития рефлексии учащихся младшего подросткового возраста» предлагает педагогическую мастерскую в качестве средства развития саморефлексии [6]. Особенностью данной разработки является погружение учащегося в специально организованную среду, активизирующую процессы самоанализа, самопознания, саморазвития и саморефлексии в целом. В результате эксперимента, проведенного на уроке естествознания, К.А. Вартазарян сделала вывод, что рефлексивное наполнение педагогической мастерской нашло свое отражение в поведенческих реакциях учащихся: высокая вопросительная активность, готовность к сотрудничеству, более позитивное восприятие себя. Кроме того, их действия приобрели рефлексивный характер и на других уроках, что поспособствовало повышению их успеваемости.

Методолог начальной школы Губенко Екатерина в статье «Новый ФГОС: зачем от детей требуют развивать навык саморефлексии» приводит примеры форм занятий, которые также способствуют развитию навыка саморефлексии [7]. Например, «Утренний круг», суть которого заключается в регулярном подведении итогов прошедшего дня и составлении планов на сегодняшний. Педагог поддерживает учащихся, поясняет, почему так важно научиться выражать и отстаивать свое мнение и для чего это нужно. «Благодаря этому дети учатся не только оценивать произошедшие события, но и аргументировать свою позицию и приходить к общему решению», – отмечает Екатерина [7]. Таким образом, через «Утренний круг» ученики анализируют свои действий и осуществляют фиксацию успешно выполненных задач, принятых решений, что является важной частью навыка саморефлексии.

С точки зрения математики средством развития саморефлексии у учащихся в старших классах могут выступать нестандартные задачи, поскольку: требуют от учащихся нестандартных подходов и креативных решений, что вызывает необходимость анализировать проблему с разных ракурсов, искать нетрадиционные пути решения; требуют от учащихся анализировать свои ошибки и искать пути их исправления, это развивает навыки саморефлексии, позволяет ученикам оценивать свою работу и прогресс в сравнении с предыдущими попытками; требуют от учащихся адаптации и применения ранее освоенных знаний в новом контексте, что способствует развитию умения абстрагироваться от стандартных ситуаций и применять математические концепции на практике.

В целом нестандартные задачи являются эффективным средством развития саморефлексии и могут помочь учащимся развить креативное мышление, самостоятельность и уверенность в своих математических возможностях. Однако формирование навыка саморефлексии будет осуществляться эффективнее при решении нестандартных задач в совокупности с системой компьютерной математики, например, GeoGebra.

GeoGebra – это профессиональная среда, которая позволяет работать с различными математическими объектами, например, с функциями – строить их графики, находить точки пересечения, точки экстремума, корни уравнений, а также решать задачи с параметром. Следовательно, GeoGebra может оказать поддержку при формировании навыка саморефлексии посредством нестандартных задач, поскольку способна выступать эффективным помощником при осуществлении учащимися самопроверки и самоконтроля.

Рассмотрим примеры механизма развития саморефлексии через решение математических задач углубленного уровня и реализации самопроверки с помощью GeoGebra:

Пример 1 – дана функция $f(x) = sin(x) \cdot e^{-0,2x}$, определенная на отрезке $[0; 2\pi]$. Нарисуйте график функции $f(x)$ на координатной плоскости. Дайте ответы на вопросы: каким образом функция $f(x)$ изменяется на всем интервале от 0 до 2π? Что можно сказать о поведении функции на отрезке $[0; 2\pi]$? Можно ли предположить, что изменение параметров функции изменит форму графика? Сделайте выводы о том, как функция $f(x)$ зависит от ее параметров и какие особенности есть в ее графике.

Задача подразумевает анализ графика функции и требует от учащихся активного саморефлексивного мышления. После выполнения задания в тетради ученикам предоставляется возможность построить график функции $f(x)$ в GeoGebra (рис. 2).

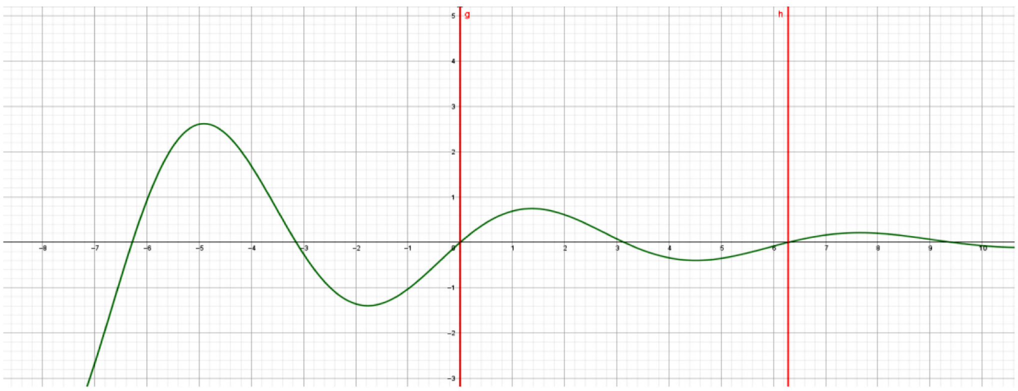


Рис. 2. График функции $f(x) = sin(x) \cdot e^{-0,2x}$

Выполнение задания с помощью GeoGebra позволяет учащимся осуществить оценку верности своего решения и самоконтроль учебных действий, что способствует развитию умения самостоятельно анализировать сложные математические задачи и пути их решения.

Пример 2 – найдите точку минимума функции $y = 3x - \ln(x+3)^3$. Учащиеся находят точку минимума данной функции алгебраическим способом, после чего строят ее график в GeoGebra и проверяют верность своего решения с помощью команды $E = Extremum[f]$ (рис. 3).

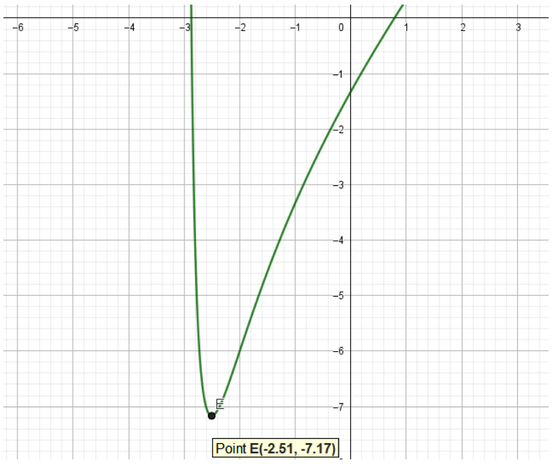


Рис. 3. График функции $y = 3x - \ln(x+3)^3$

Таким образом, формирование саморефлексии становится возможным и особенно эффективным при решении нестандартных задач в совокупности с системами компьютерной математики. Развитие навыка саморефлексии посредством нестандартных задач является важным шагом в образовательном процессе, поскольку способствует развитию критического и творческого мышления, аналитических навыков учащихся старших классов.

Библиографический список

1. ФГОС СОО «Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования» от 17.05.2012 № 413 // Министерство просвещения Российской Федерации. 2022 г. № 732. С изм. и допол. в ред. от 12.08.2022.
2. Собрание сочинений: в 4 т. / Платон; [общ. ред. А.Ф. Лосева и др.; примеч. А.А. Тахо-Годи]. М.: Мысль, 1990–1994. 21 см. (Философское наследие: ФН). Т. 117: Т. 3 / [пер. с древнегреческого С.С. Аверинцева и др.]. 1994. 654 с.
3. Ожегов С.И. Толковый словарь русского языка: Ок. 100 000 слов, терминов и фразеологических выражений / С.И. Ожегов; под ред. проф. Л.И. Скворцова. 28-е изд., перераб. М.: Мир и Образование, 2019. 1376 с. (Новые словари).
4. Педагогический словарь: новейший этап развития терминологии / [Даутова О.Б., Вершинина Н.А., Ермолаева М.Г. и др.; под общей редакцией Ольги Борисовны Даутовой]. Санкт-Петербург: КАРО, сор. 2020. 327 с.
5. Argyris C. Theory in Practice: Increasing Professional Effectiveness. 1st. San Francisco: Jossey-Bass Publishers, 1974. 224 pages.
6. Вартазарян К.А. Педагогическая мастерская как фактор развития рефлексии учащихся младшего подросткового возраста: автореф. дис. … канд. пед. наук 13.00.01. СПб., 2009. 195 с.
7. Новый ФГОС: зачем от детей требуют развивать навык саморефлексии // Летидор: сайт. URL: https://letidor.ru (дата обращения: 17.10.2023).

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СРЕДЫ GEOGEBRA ДЛЯ РЕШЕНИЯ МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫХ ЗАДАЧ

USING THE GEOGEBRA ENVIRONMENT TO SOLVE INTERDISCIPLINARY TASKS

М.Н. Сомова, О.М. Беличенко **M.N. Somova, O.M. Belichenko**

Междисциплинарная задача, математическая модель, среда GeoGebra, динамическая модель, дифференциальное уравнение, анализ решения.
Рассматривается подход к обучению студентов инженерно-технических направлений подготовки с использованием междисциплинарных задач. Приводится пример и анализ междисциплинарной задачи с использованием динамической модели в GeoGebra. Такой подход развивает у студентов умения применять знания в профессиональной деятельности.

Interdisciplinary problem, mathematical model, GeoGebra environment, dynamic model, differential equation, solution analysis.
An approach to teaching students of engineering and technical areas of training using interdisciplinary tasks is considered. An example and analysis of an interdisciplinary problem using a dynamic model in GeoGebra is given. This approach develops students' ability to apply knowledge in their professional activities.

Одной из приоритетных задач развития современного общества является задача повышения качества образования, которое обеспечит решение вопросов социально-экономического развития страны [2]. Поставленная задача определяет основную цель российской системы профессионального образования – подготовка высококвалифицированного специалиста, умеющего грамотно решать профессиональные задачи. Достижению этой цели должно способствовать повышение качества математической подготовки студентов в вузе.

Повышению качества математического образования способствует внедрение в процесс обучения математике междисциплинарных задач.

Под междисциплинарной задачей будем понимать задачу, при решении которой используются знания и умения нескольких дисциплин [1]. Решение междисциплинарной задачи включает три этапа:

1. Построение математической модели.
2. Исследование полученной модели математическими методами.
3. Интерпретации полученного решения на языке исходной задачи [3].

Самым важным и сложным для студентов, на взгляд авторов, является третий этап. Именно на этом этапе авторы предлагают использовать среду GeoGebra. Приведем пример междисциплинарной задачи и рассмотрим этапы ее решения.

При изучении дифференциальных уравнений студентам первого курса инженерно-технических направлений подготовки предлагается междисциплинарная задача о падении в воздухе с учетом сопротивления воздуха [4].

Для решения поставленной задачи из курса физики студентам понадобятся понимание, какие силы действуют на тело при свободном падении, знание понятия равнодействующей силы, второго закона Ньютона и того, что сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости в квадрате. Математической моделью задачи является дифференциальное уравнение первого порядка $v' = g - \frac{a}{m}v^2$ с начальными условиями $v(0) = 0$. Решением полученного уравнения является функция скорости $v(t) = \sqrt{\frac{mg}{a}}\,\frac{e^{2t\sqrt{\frac{ag}{m}}} - 1}{e^{2t\sqrt{\frac{ag}{m}}} + 1}$, зависящая от двух параметров: a – коэффициента пропорциональности, m – массы падающего тела.

Для анализа полученного результата студентам предлагается построить в среде GeoGebra динамическую модель функции скорости с переменными параметрами m и a с учетом того, что переменная t – время неотрицательна (https://www.geogebra.org/calculator/dkjuhvpj).

Задавая анимацию параметра m, можно наблюдать изменение графика скорости с изменением массы падающего тела. По динамической модели видно, что функция имеет горизонтальную асимптоту и можно предположить, что скорость стабилизируется с течением времени. Для проверки выдвинутого предположения нужно найти предел функции при неограниченном увеличении времени падения и прийти к выводу, что тело при падении имеет предельную скорость $v(t)_{предел} = \sqrt{\frac{mg}{a}}$. Построив динамическую функцию $y = \sqrt{\frac{mg}{a}}$, убедимся, что именно она является горизонтальной асимптотой (рис.). Причем важно отметить, что чем больше масса, тем больше времени понадобится на стабилизацию скорости. Задавая анимацию параметра a, наблюдаем изменение скорости с изменением коэффициента сопротивления воздуха и отмечаем, что чем больше сопротивление воздуха, тем быстрее стабилизируется скорость.

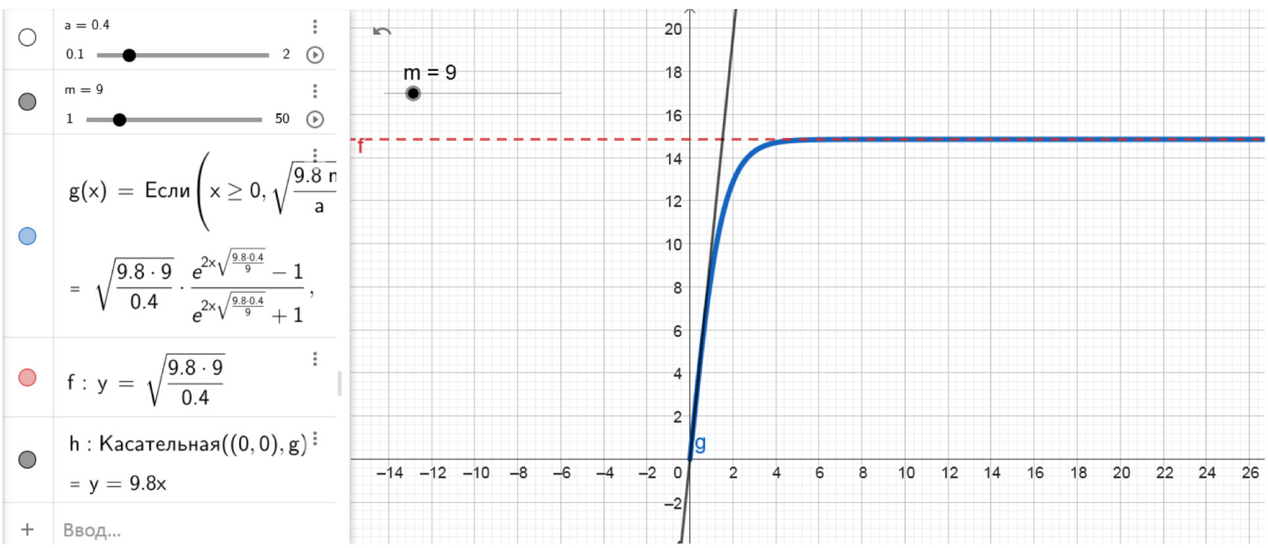


Рис.

Наблюдаем, что при малых t зависимость близка к линейной. Проведем касательную к графику функции в точке $t=0$ и заметим, что на динамической модели касательная остается неподвижной, то есть можно предположить, что в начале падения скорость не зависит от массы и сопротивления воздуха. Линеаризуя функцию в окрестности точки ноль, получим $v(t)\approx gt$, то есть при малых t, когда скорость еще не велика, получаем формулу свободного падения с нулевой начальной скоростью.

Для оценки того, насколько должно быть мало t, чтобы можно было пренебречь сопротивлением воздуха, то есть при каких t относительная погрешность замены функции $v(t)$ функцией gt не превосходит заданной точности ε, функцию скорости преобразуем к виду $v(t)=\sqrt{\frac{mg}{a}}\cdot th\sqrt{\frac{ag}{m}}t$, где $th\sqrt{\frac{ag}{m}}t$ – гиперболический тангенс. Используя разложения гиперболического тангенса в ряд Маклорена, приходим к выводу, что $t<\frac{\sqrt{3\varepsilon}}{g}\cdot v(t)_{предел}$.

Решая междисциплинарные задачи, студент, многократно применяя знания по дисциплине за ее рамками, в новых условиях, развивает умения применять знания в профессиональной деятельности.

Библиографический список

1. Васильева Л.Н. Междисциплинарные задачи как средство развития профессиональной компетентности студентов технических направлений подготовки // Проблемы современного образования. 2019. № 6. С. 220–231.
2. Государственная программа Российской Федерации «Развитие образования» до 2030 года. URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_286474/ (дата обращения: 12.10.23).
3. Сомова М.Н., Беличенко О.М. Математическое моделирование в обучении математике будущих бакалавров-экономистов // Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы VIII Всероссийской научно-методической конференции с международным участием / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2019. Ч. 2. С. 146–150.
4. Шубин М.А. Математический анализ для решения физических задач. М.: Изд-во МЦНМО, 2022.

ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ В СИСТЕМЕ СРЕДСТВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ОНЛАЙН-КУРСА «ПРОФИЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА ДЛЯ НАЧИНАЮЩИХ»

DIGITAL EDUCATIONAL RESOURCES IN THE SYSTEM OF LEARNING TOOLS WITHIN THE ONLINE COURSE «PROFILE MATHEMATICS FOR BEGINNERS»

О.Н. Троицкая **O.N. Troitskaya**

Средства обучения, цифровые образовательные ресурсы, модели, тренажеры, онлайн-курс, профильная математика, «1С: Урок».

В статье представлено описание особенностей применения цифровых образовательных ресурсов в системе средств обучения онлайн-курса «Профильная математика для начинающих». Раскрыты возможности использования моделей и тренажеров, представленных на портале «1С: Урок». Определена их роль в процессе систематизации теоретического материала и формирования навыков решения заданий первой части Единого государственного экзамена по математике профильного уровня.

Teaching tools, digital educational resources, models, simulators, online course, profile mathematics, «1C: Lesson».

The article describes the features of the use of digital educational resources in the system of teaching tools of the online course «Profile mathematics for beginners». The possibilities of using models and simulators presented on the portal «1C: Lesson» are revealed. Their role in the process of systematization of theoretical material and the formation of skills for solving tasks of the first part of the unified state examination in mathematics of the profile level is determined.

Каждый одиннадцатиклассник в тот или иной момент встает перед выбором будущей профессии. Именно она определяет, где школьник будет продолжать обучение, и, как следствие, на каком уровне он будет сдавать математику: базовом или углубленном (профильном).

Представленная на сайте Федерального института педагогических измерений [1] модель экзаменационной работы по математике (профильный уровень) предполагает необходимость выполнения заданий двух частей. Первая состоит из заданий, правильное решение которых доказывает сформированность у учащихся умений применять математику при решении стандартных проблем. При этом первые три задания и задания с 5 по 7 относятся к базовому уровню сложности, остальные (4 и 8–11) – к повышенному уровню. Данный подход определил структуру онлайн-курса «Профильная математика для начинающих», разработанного на базе кафедры экспериментальной математики и информатизации образования САФУ имени М.В. Ломоносова.

Курс содержит 11 разделов, представленных лекциями, практическими занятиями, самостоятельной работой и аттестацией. Таблица 1 иллюстрирует особенности четвертого раздела «Вероятности сложных событий».

Таблица 1

Раздел «Вероятности сложных событий»

<table>
<tr><th>Содержание раздела</th><th>Наполнение компонентов раздела</th></tr>
<tr><td>Лекция 4.1. Теоремы о вероятностях событий</td><td rowspan="3">– Презентация
– Видео к лекции
– Конспект лекции
– Контрольные вопросы для повторения и самопроверки
– Литература
– Глоссарий</td></tr>
<tr><td>Лекция 4.2. Вероятности сложных событий</td></tr>
<tr><td>Лекция 4.3. Новые задания банка ФИПИ</td></tr>
<tr><td>Практическое занятие 4.1. Теоремы о вероятностях событий</td><td rowspan="3">– Методические указания по выполнению практического задания
– Разбор задач, пошаговые примеры
– Контрольные вопросы
– Литература
– Задания с автоматической проверкой</td></tr>
<tr><td>Практическое занятие 4.2. Вероятности сложных событий</td></tr>
<tr><td>Практическое занятие 4.3. Новые задания банка ФИПИ</td></tr>
<tr><td>Самостоятельная работа по теме 4</td><td>Методические рекомендации по организации самостоятельной работы:
– Алгоритм организации самостоятельной работы
– Рекомендации по изучению лекций, выполнению практических заданий и решению типовых задач
– Дополнительный материал для изучения темы
– Задания для самостоятельной работы</td></tr>
<tr><td>Аттестация по теме 4</td><td>Контрольный тест</td></tr>
</table>

Теоретический материал онлайн-курса «Профильная математика для начинающих» представлен с учетом различных способов восприятия учащимися учебной информации: видеолекция, презентация, текстовый документа. Глоссарий позволяет повторить основные понятия по каждой теме, список литературы – получить дополнительные сведения по тем или иным вопросам. Практические занятия в рамках каждой темы направлены на формирование умений применять изученную теорию. Они разработаны так, чтобы исключить дублирование лекционного материала и раскрыть все особенности процесса решения экзаменационных примеров.

Особое значение при реализации онлайн-курса имеет возможность применять в качестве средств обучения цифровые образовательные ресурсы [2], представленные на портале «1С: Урок» (рисунок 1).

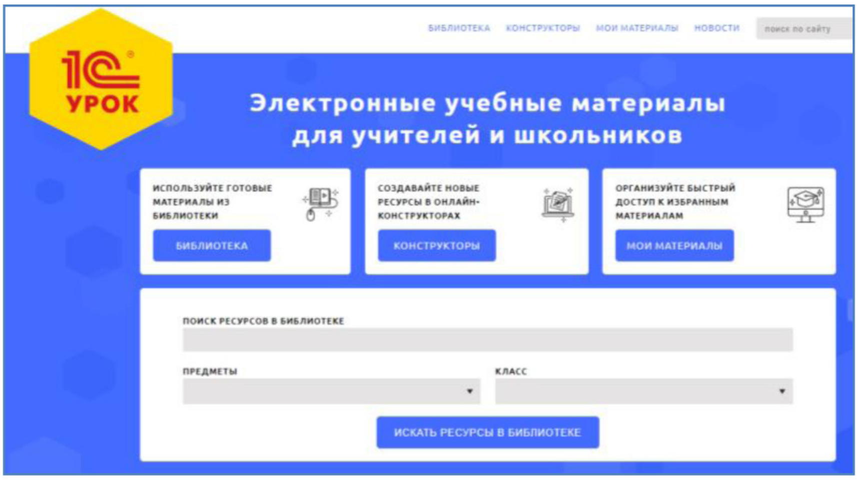


Рис. 1. Портал «1С: Урок»

Данные ресурсы, прежде всего, позволяют систематизировать основные теоретические сведения курса школьной математики, например, фигуры на плоскости, пространственные фигуры и их свойства; теория вероятностей и статистика; различные типы уравнений и методы их решения; графики функций и т.п. Необходимо отметить, что разработчики программной среды предоставляют возможность редактировать модели из «Библиотеки 1С» в «Математическом конструкторе». В таблице 2 представлено соответствие интерактивных моделей и основных типов пространственных фигур, знание свойств которых проверяется на ЕГЭ.

Таблица 2

Соответствие интерактивных моделей и основных типов пространственных фигур материалов ЕГЭ

Пространственная фигура	Модель «Библиотеки 1С»	Ссылка на ресурс
Куб	Стереометрия. Куб	https://urok.1c.ru/constructor/mathkit/1c/5983.phd
Прямоугольный параллелепипед	Стереометрия. Прямоугольный параллелепипед	https://urok.1c.ru/constructor/mathkit/1c/5984.phd
Призма	Стереометрия. Правильная треугольная призма	https://urok.1c.ru/constructor/mathkit/1c/5985.phd
Пирамида	Стереометрия. Правильная треугольная пирамида	https://urok.1c.ru/constructor/mathkit/1c/5986.phd
	Стереометрия. Правильная четырехугольная пирамида	https://urok.1c.ru/constructor/mathkit/1c/5987.phd

Каждая модель содержит инструменты, позволяющие изменить внешний вид тела. Например, проиллюстрировать невидимые элементы, ключевые характеристики, изменить размер и положение на листе, вращать представленное тело (рис. 2).

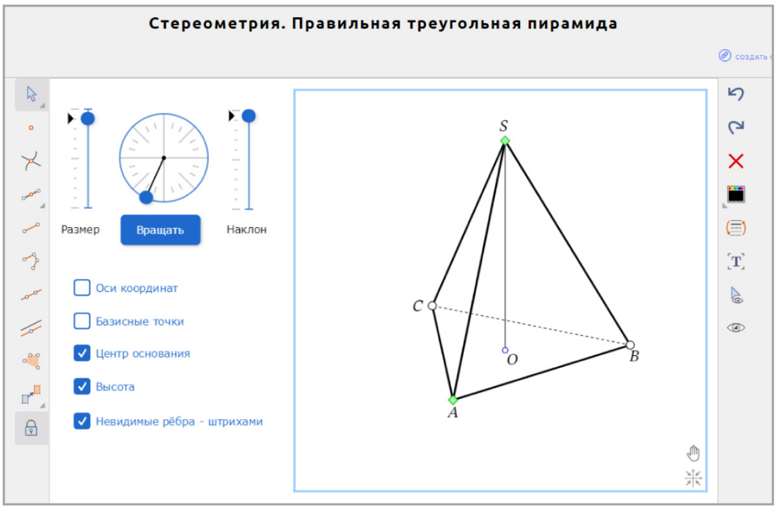


Рис. 2. Модель «Стереометрия. Правильная треугольная призма»

Такая визуализация обеспечивает слушателям курса возможность наглядно представить и систематизировать изученные ими пространственные фигуры, вспомнить соответствующие свойства. К сожалению, на портале отсутствуют модели, описывающие особенности цилиндра, конуса, шара и комбинации тел.

Применение цифровых образовательных ресурсов, предлагаемых разработчиками «1С: Урок», в качестве средств обучения при реализации онлайн-курса «Профильная математика для начинающих» позволяет сформировать навыки решения заданий первой части ЕГЭ по математике профильного уровня. Например, тренажер «Монеты» [3] раскрывает особенности решения вероятностных задач, представленных в открытом банке заданий ЕГЭ [4], следующих видов: «В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз», «В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу» и т.п.

Первый лист тренажера предлагает учащимся решить задачу: «Бросают две монеты. С какой вероятностью выпадет ровно один орел?» (рис. 3).

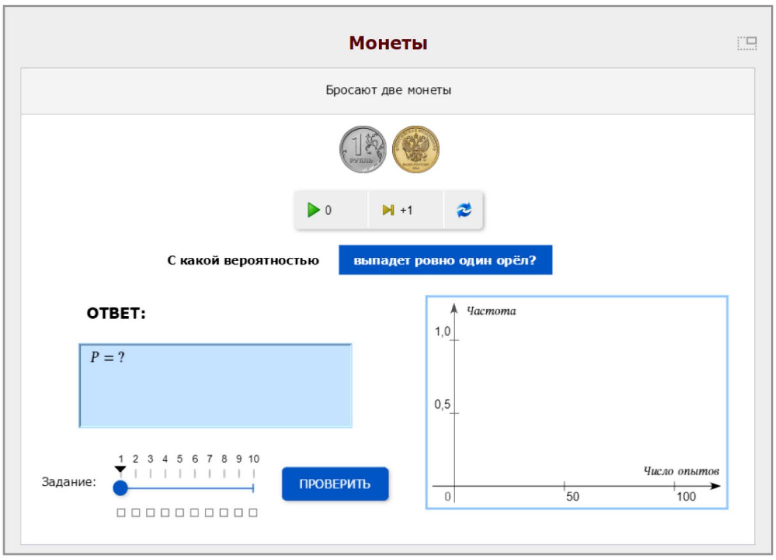


Рис. 3. Первый лист тренажера «Монеты»

После ввода ответа в соответствующее поле учащийся может проверить полученный результат, нажав на кнопку «ПРОВЕРИТЬ». Далее он переходит ко второй задачной ситуации, в которой меняется требование: «С какой вероятностью выпадет хотя бы один орел?». Третий лист содержит задачу с измененными условием и требованием: «Бросают три монеты. С какой вероятностью не выпадет ни одного орла?». Переход на шестом листе к условию с четырьмя монетами позволяет учащимся осознать принципы решения такого класса задач.

Разработчики предусмотрели возможность виртуального проведения опытов и определения статистической вероятности рассматриваемого случайного события (рис. 4).

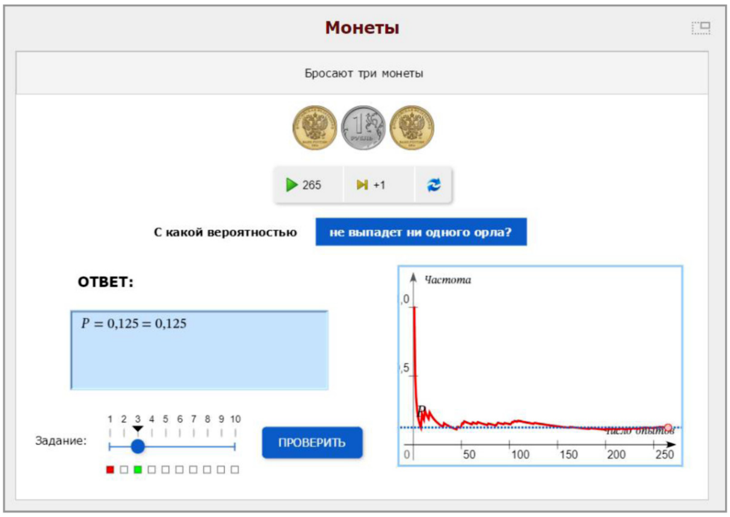


Рис. 4. Определение статистической вероятности случайного события

Такой подход обеспечивает визуализацию факта, с которым учащиеся знакомятся еще в основной школе: вероятность – это число, около которого колеблются частоты появления события при неограниченном увеличении числа опытов.

Применение цифровых образовательных ресурсов в системе средств обучения в рамках онлайн-курса «Профильная математика для начинающих» позволяет достичь поставленную образовательную цель – систематизировать знания, умения и навыки, необходимые слушателям для успешного решения заданий первой части ЕГЭ по математике профильного уровня. Модели и тренажеры, представленные на портале «1С: Урок», становятся средствами учебной деятельности слушателей онлайн-курса «Профильная математика для начинающих».

Библиографический список

1. ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений». М., 2004. URL: https://fipi.ru (дата обращения: 06.08.2023).
2. «1С: Урок». URL: https://urok.1c.ru (дата обращения: 06.08.2023).
3. Тренажеры. URL: https://urok.1c.ru/library/mathematics/virtualnye_laboratorii_po_matematike_7_11_kl/teoriya_veroyatnostey/trenazhyery/ (дата обращения: 07.08.2023).
4. Открытый банк заданий ЕГЭ. Математика. Профильный уровень https://ege.fipi.ru/bank/index.php?proj=AC437B34557F88EA4115D2F374B0A07B (дата обращения: 07.08.2023).

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИЗУЧЕНИЯ СВОЙСТВ ФУНКЦИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ GGB

METHODOLOGICAL ASPECTS OF STUDYING THE PROPERTIES OF FUNCTIONS USING GGB

Г.А. Троякова **G.A. Troyakova**

Функция, графики и свойства функций, динамическая среда GeoGebra, предметные результаты при изучении алгебры.

Представлен на обсуждение вариант решения проблемы обучения школьников по теме «Функции» с ориентацией на формирование предметных результатов через осмысление, понимание, владение и использование их в прикладных вопросах и жизни.

Function, graphs and properties of functions, GeoGebra dynamic environment, subject results in the study of algebra.

A variant of solving the problem of teaching schoolchildren on the topic of «Functions» with a focus on the formation of subject results through comprehension, understanding, possession and use of them in applied issues and life is presented for discussion.

Понятие функции, являясь центральным вопросом школьной математики, имеет разные подходы в ее определении в разных методических материалах, и эти подходы неоднозначны. Чаще всего учащимися понятие функции воспринимается формально, на уровне абстрактной формулы. Мы исходим из определения функции как отображения элементов некоторого множества Х во множество У, при котором каждому элементу первого множества соответствует не более одного элемента второго множества.

Данное исследование нацелено:

– на выявление психологических проблем восприятия понятия функции школьником и использование динамической среды GGB в их преодолении;

– получение предметного результата по новым ФГОС каждым школьником через понимание понятия «функция», использование в практике повседневной жизни, анализ свойств.

Динамическое представление абстрактного понятия функции дает возможность школьнику увидеть ее характеристические свойства в динамике (возрастание – убывание, четность – нечетность, периодичность), усиливает наглядность. Излагаемая тема ограничена учебной программой, ориентированной на 10 класс в УМК А.Г. Мордковича. В новых ФГОС 2022 года определяют четкие требования к предметным результатам по каждой учебной дисциплине. Заявлены требования по формированию предметных результатов: «осознавать»; «понимать»; «владеть»; «использовать»; «приобретение опыта». Процесс усвоения материала должен осуществляться через формирование познавательных, регулятивных и предметных УУД.

В основном рассматриваемый вопрос относится к материалу, изучаемому в 10 классе. К этому моменту учащийся знаком с основными элементарными функциями. Акцент делаем на понимание и формирование навыков доказательства свойств функций. В динамике демонстрируется (рис. 1) ситуация возрастания (убывания) функции и параллельно аналитическое традиционное доказательство по схеме «большему значению аргумента соответствует большее (меньшее) значение функции». Такой подход в обучении дает результат, что демонстрируется учениками в творческих, домашних и самостоятельных работах.

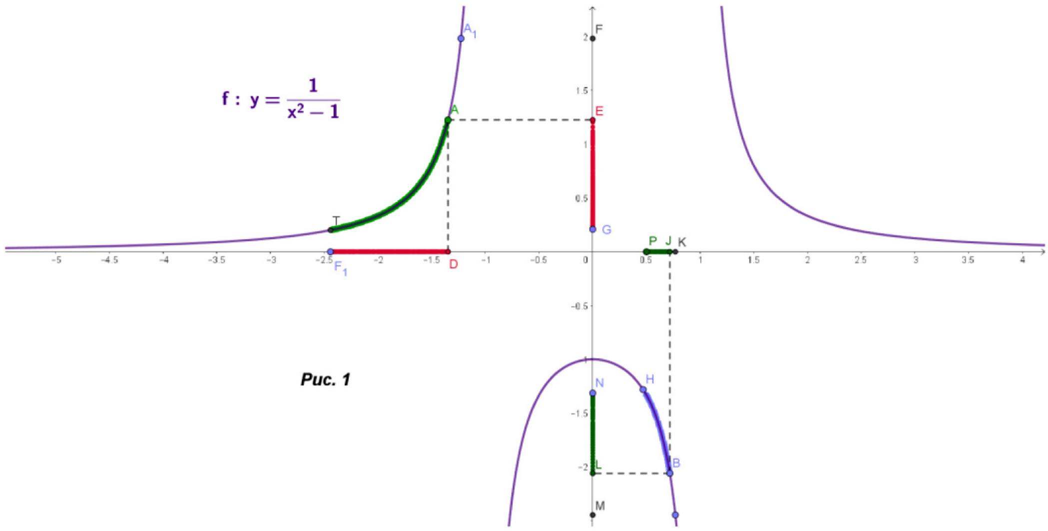


Рис. 1

При решении конкретных задач с анимационным сопровождением, как показала практика, способствует более успешному освоению материала (рис. 2).

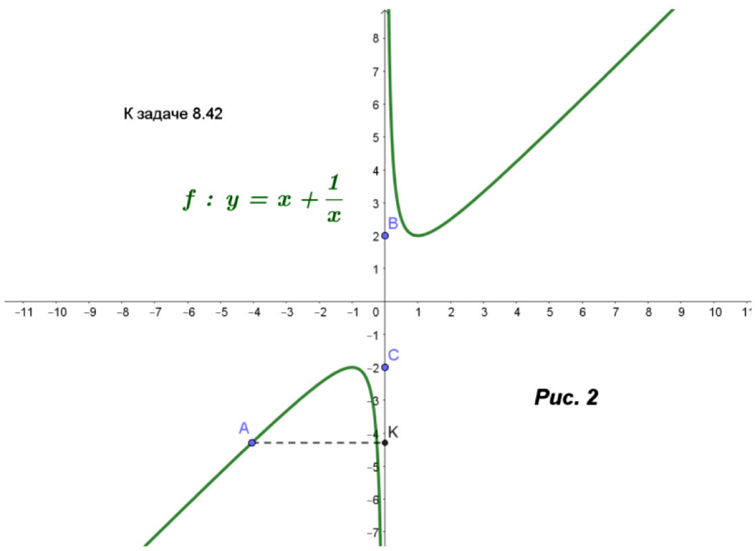


Рис. 2

Считаем важным донести до школьника и тот факт, что рассматривая функции, связанные с параболами, модулями и корнями, можно увидеть объединяющую их идею в преобразованиях графиков: растяжение и параллельный перенос (рис. 3).

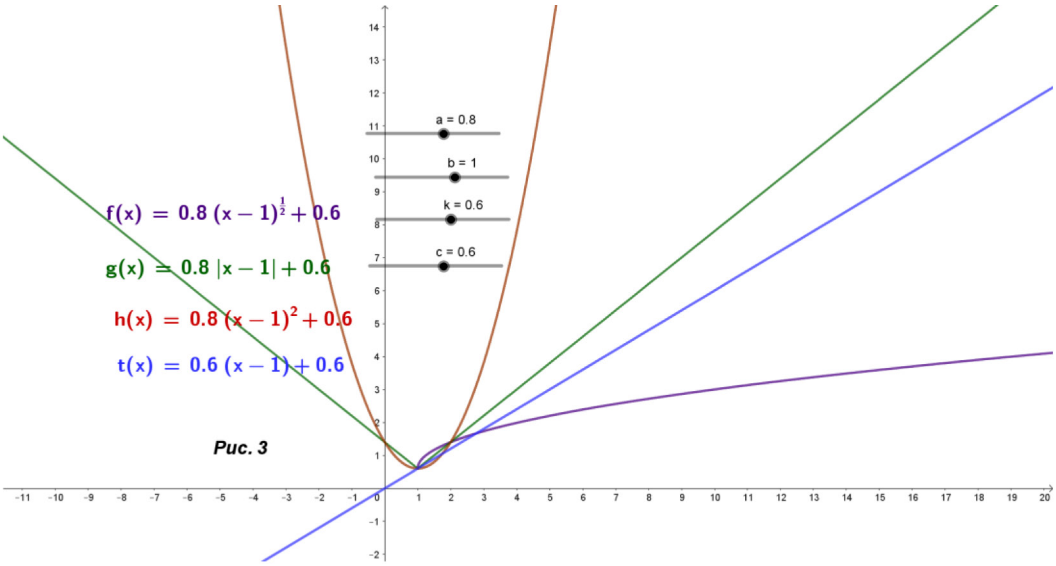


Рис. 3

Незаменимым помощником является программное средство GeoGebra в организации урока при изучении четности, периодичности функций, а также обратных функций.

Можно добиться идеальной дисциплины на уроке и думать, что урок удался (а решение задач продемонстрировали лишь два-три ученика, остальные заимствовали их решение). Но без пробуждения интереса, без внутренней мотивации освоения знаний не произойдет, имеется лишь видимость учебной деятельности. Как мотивировать познавательную деятельность?

Как организовать учебную деятельность так, чтобы в школьнике проявились такие качества личности, как пытливость, активность, творчество, что обеспечивает развитие личности? Привлечение на урок, а часть учеников могут использовать и дома, возможности GGB способствуют решению данной проблемы в большей степени.

Осмысление, понимание и применение теоретических снов школьниками при вышепоказанном подходе в организации урока имеют место. В сравнении с обучением школьников в предшествующие годы (5–6 лет назад) наблюдается более эмоциональное отношение к предмету и проявление интереса.

Библиографический список

1. Троякова Г.А., Монгуш А.С., Танзы М.В. Методика подготовки учащихся к решению задач с параметрами с использованием среды GeoGebra // Мир науки, культуры, образования. 2018. № 5 (72). С. 27–34.
2. Ларин С.В. Компьютерная анимация в среде GeoGebra на уроках математики: учебное пособие. Ростов-на-Дону: Легион, 2015. 192 с.

МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ «БИБЛИОТЕКИ 1С» ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

METHODOLOGY OF USING MODELS OF THE «1C LIBRARY» IN PREPARATION FOR THE OGE IN MATHEMATICS

Д.С. Уродова, О.Н. Троицкая **D.S. Urodova, O.N. Troitskaya**

Основной государственный экзамен, математика, интерактивные учебные средства, модель, учебная деятельность.

В статье обоснована возможность применения моделей «Библиотеки 1С» при подготовке учащихся к ОГЭ по математике. Приведен пример использования интерактивных моделей в процессе обобщения и систематизации знаний учащихся по теме «Графики функций».

Main state exam, mathematics, interactive learning tools, model, educational activities.

The article substantiates the possibility of using «1C Library» models in preparing students for the OGE in mathematics. An example of the use of interactive models in the process of generalization and systematization of students' knowledge on the topic «Graphs of functions» is given.

Изучение математики в школе начинается с 1 класса и продолжается на протяжении всех лет обучения. Но уровень знаний, умений и навыков учащихся на серьезном уровне впервые проверяется лишь в 9 классе в формате Основного государственного экзамена (ОГЭ). Как отмечают учителя, школьники и их родители, процесс подготовки к данному экзамену является одним из самых трудоемких. Главная причина – большой объем и уровень сложности материала, который необходимо систематизировать.

Сегодня у учителей для решения данной проблем есть возможность применения интерактивных образовательных ресурсов, значительное количество которых можно найти на портале «1С:Урок». Библиотека интерактивных материалов [1] включает в себя анимированные лекции и презентации, интерактивные карты и схемы, виртуальные эксперименты и лаборатории, учебные тексты и конспекты, рисунки, схемы, репродукции, фотографии и видеофрагменты, тесты с автоматической проверкой для контроля уровня знаний. Особую роль в процессе подготовки к ОГЭ по математике играют интерактивные модели. Как отмечают Н.Н. Хромова [2], С.В. Пинигина [3], В.А. Булычев [4], А.Н. Бакуров [5], данные модели повышают эффективность образовательного процесса за счет включения учащихся в исследовательскую деятельность.

Анализ библиотеки интерактивных материалов [1] позволил определить возможности их применения при подготовке к ОГЭ по математике. Рассмотрим методические особенности использования моделей «Библиотеки 1С» в процессе обобщения и систематизации знаний учащихся по теме «Графики функций» для решения задания № 11 ОГЭ по математике.

На этапе актуализации и мотивации знаний девятиклассников учитель предлагает решить задание на соответствие (рис. 1).

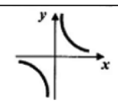
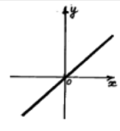
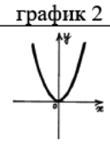
Название функции	**Уравнение**	**Название графика**	**График**
Линейная	$y = ax^2+bx+c$	Парабола	 график 1
Квадратичная	$y = \frac{k}{x}$	Гипербола	 график 2
Обратная пропорциональность	$y = kx+b$	Прямая	 график 3

Рис. 1. Задание на соответствие

Учащиеся в процессе выполнения задания вспоминают основные виды функций и их графики. Далее учитель говорит, что для решения задания № 11 «Графики функций» полезно знать зависимость функции и ее графика от коэффициентов. Он предлагает школьникам провести исследовательскую работу. Учащиеся получают доступ к трем интерактивным математическим моделям: «График линейной функции» [7], «График квадратичной функции» [8] и «График функции обратной пропорциональности» [9]. Двигая ползунки на данных моделях, они будут менять значение коэффициентов функции и определять особенности расположения графиков. Работают школьники в парах. Учитель раздает карточки для заполнения (таблица).

Таблица

Модели и карточки для заполнения учащимися

<table>
<tr><td>Модель</td><td>Карточка для заполнения</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>«График линейной функции» [7]</td><td>Линейная функция
Вид $y = kx+b$, где k и b – любые числа, т. е. коэффициенты
Графиком функции является <u>прямая</u>
Коэффициент k влияет на ______________________
____
Коэффициент b влияет на ______________________
____
Изобразить графики:
<table>
<tr><td></td><td>$b = 0$</td><td>$b > 0$</td><td>$b < 0$</td></tr>
<tr><td>$k = 0$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$k > 0$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$k < 0$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

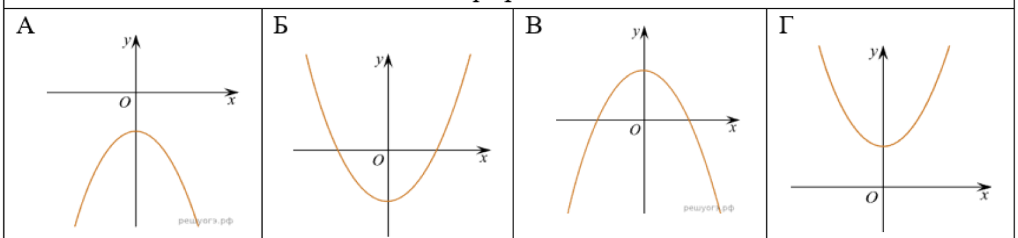
Окончание табл.

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th></tr>
<tr><td>«График квадратичной функции» [8]</td><td>
Квадратичная функция
Вид $y = ax^2+bx+c$, где $a \neq 0$, b, c – любые числа, т. е. коэффициенты
Графиком функции является <u>парабола</u>
Коэффициент a влияет на ______________________________
____
Коэффициент b влияет на ______________________________
____
Коэффициент c влияет на ______________________________
____
Изобразить графики:
<table>
<tr><th colspan="2"></th><th>$b > 0$</th><th>$b = 0$</th><th>$b < 0$</th></tr>
<tr><td rowspan="3">$a \geq 0$</td><td>$c > 0$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$c = 0$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$c < 0$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">$a \leq 0$</td><td>$c > 0$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$c = 0$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$c < 0$</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>«График функции обратной пропорцио-нальности» [9]</td><td>
Функция обратной пропорциональности
Вид $y = \frac{k}{x}$, где k – любое число, т. е. коэффициент
Графиком функции является <u>гипербола</u>
Коэффициент k влияет на ______________________________
____
Изобразить графики:
<table>
<tr><th>$k > 0$</th><th>$k = 0$</th><th>$k < 0$</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

Ученики в парах заполняют карточки, исследуя графики функций на интерактивных математических моделях.

Далее на этапе контроля уровня знаний, умений и навыков учитель предлагает учащимся с применением заполненных карточек выполнить несколько заданий, являющихся прототипами задания № 11 ОГЭ по математике. Например, «На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + c$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов а и с» (рис. 2).

Графики



Функция			
1) $a > 0, c < 0$	2) $a < 0, c > 0$	3) $a > 0, c > 0$	4) $a < 0, c < 0$

Рис. 2. Пример задания КИМ ОГЭ

На таком учебном занятии учащиеся проводят исследование, работая с интерактивными моделями линейной, квадратичной и обратно-пропорциональной функций. На этапе наблюдения школьники замечают, что у данных моделей для навигации представлены ползунки, которые позволяют видоизменять графики функции в зависимости от значений коэффициентов. На этапе анализа наблюдений у школьников происходит формирование умений определять вид графика в зависимости от заданной функции. На этапе анализа и описания результата исследования учащиеся формируют умения определять тип функции по заданной формуле, сопоставлять функции и их графики.

Как показало проведенное в течение 2022–2023 учебного года исследование, использование интерактивных моделей библиотеки «1С: Урок» позволяет учителю организовать эффективную подготовку учащихся к сдаче Основного государственного экзамена по математике. Данные цифровые ресурсы становятся не только средством деятельности учителя, но и средством учебной деятельности самого учащегося.

Библиографический список

1. Библиотека интерактивных материалов. URL: https://urok.1c.ru/library/mathematics/
2. Хромова Н.Н. Изучение свойств геометрических преобразований средствами программы «1С: Математический конструктор» // Тенденции развития науки и образования. 2018. № 37 (6). С. 11–14. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35093459
3. Пинигина С.В. Педагогические эффекты применения среды «1С: Математический конструктор» на уроках математики // Информатика и образование. 2016. № 7 (276). С. 64–66. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26691413
4. Булычев В.А. Использование динамических возможностей среды «1С: Математический конструктор» при изучении основ теории вероятностей математической статистики // Информатика и образование. 2018. № 3 (292). С. 61–65. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=35125843
5. Бакуров А.Н. Реализация дидактических функций динамических компьютерных моделей // Ученые записки Орловского государственного университета. 2013. № 4. С. 319–325. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/realizatsiya-didakticheskih-funktsiy-dinamicheskih-kompyuternyh-modeley/viewer
6. Интерактивная модель «График линейной функции». URL: https://urok.1c.ru/library/mathematics/virtualnye_laboratorii_po_-matematike_7_11_kl/grafiki_funktsiy/dopolnitelnye_modeli/4990.phd
7. Интерактивная модель «График квадратичной функции». URL: https://urok.1c.ru/library/mathematics/virtualnye_laboratorii-_po_matematike-7_11_kl/grafiki_funktsiy/interaktivnye_issledovaniya/4478.phd
8. Интерактивная модель «График функции обратной пропорциональности». URL: https://urok.1c.ru/library/mathematics-/matematika_5_11_kl_kollektsiya_interaktivnykh_modeley/3_funktsii/3_2_elementarnye_funktsii/4935.phd

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНСТРУМЕНТОВ СРЕДЫ «ЖИВАЯ МАТЕМАТИКА» В ОБУЧЕНИИ ПЛАНИМЕТРИИ ДЕТЕЙ-СПОРТСМЕНОВ

USING THE TOOLS OF THE «LIVE MATHEMATICS» ENVIRONMENT IN TEACHING PLANIMETRY TO CHILDREN-ATHLETES

А.А. Уточкин, К.Н. Бажина **A.A. Utochkin, K.N. Bazhina**

Математическая подготовка, компьютерные технологии в образовании, среда «Живая математика», спортсмен.

В статье обсуждаются вопросы применения информационных технологий в образовании и их влияния на математическую подготовку обучающихся. Приводятся примеры использования на уроках в 7–9 классах олимпийского резерва динамической среды «Живая математика». Рассматриваются особенности цифрового сопровождения курса планиметрии в условиях, когда дети совмещают обучение с интенсивными спортивными тренировками по целому ряду зимних видов спорта.

Mathematical training, computer technologies in education, «Live Mathematics» environment, athlete.

The article discusses the use of information technologies in education and their impact on the mathematical training of students. Examples of the use of the dynamic environment «Live Mathematics» in the lessons in grades 7–9 of the Olympic Reserve are given. The features of digital support of the planimetry course are considered in conditions when children combine training with intensive sports training in a number of winter sports.

В современном мире содержание образования должно быть структурированным и логически связанным. Учебники и учебные материалы должны быть актуальными, содержать разнообразные задания и примеры, способствующие развитию математического мышления и логики.

Внедрение компьютерных технологий в образовательный процесс позволяет повысить эффективность и уровень образования, привлечь большее количество обучающихся в образовательный процесс, вызывая заинтересованность у них [3; 4]. Одним из главных преимуществ внедрения компьютерных технологий в образовательный процесс является возможность доступа к образовательным материалам в любое время и из любого места. Этот фактор позволяет детям обучаться самостоятельно и в своем темпе. Также компьютерные технологии существенно дополняют традиционные методы обучения, обогащая учебный процесс новыми форматами и инструментами.

Кроме того, обучая точным наукам учеников, занимающихся спортом, стоит упомянуть про взаимосвязь математической науки со спортом. Так, методами математической статистики устанавливают перспективность спортсменов, условия, наиболее благоприятные для тренировок, их эффективность, обрабатывают показания датчиков, контролирующих нагрузки спортсменов. Знание теоремы косинусов в треугольнике позволяет рассчитать угол, под которым необходимо совершить успешный удар регбисту в створ ворот [2]. Подобные задачи возможно реализовать посредством внедрения в урочную деятельность динамической среды «Живая математика».

В контексте вышеупомянутого использования при обучении учеников-спортсменов 7–9 классов отметим несколько особенностей:

1. Спортивная молодежь больше ориентирована в обучении геометрии не на статические чертежи, а на анимационные и подвижные объекты, что объясняется собственной активностью данной категории обучающихся.

2. Спортивные тренировки связаны с теми или иными экспериментами, поэтому на уроках геометрии важно делать акцент на экспериментальные, исследовательские методы обучения.

3. У спортсменов достаточно жестко расписан режим дня, они зачастую действуют по алгоритму, который рекомендован тренером. В этом смысле «Живая математика» как и любая программная среда ориентирована на алгоритмическую форму взаимодействия с пользователем, тем самым обеспечивая большую доступность обучающимся спортсменам.

4. Среда «Живая математика» позволяет опыт спортсменов с соревнований и тренировок переносить в формулировки геометрических задач и решать их.

При использовании среды «Живая математика» урок становится интерактивным, ученики обязательно дают обратную связь учителю. В качестве примера рассмотрим три задачи по геометрии. Они взяты нами из школьного учебника по геометрии 7–9 классов Л.С. Атанасяна, однако их формулировки скорректированы в связи с особенностями использования при их решении среды «Живая математика». Отметим также, что при выборе задач и их решении учитывались указанные выше особенности.

1. Задача № 38 (стр. 17) для обучающихся 7 классов [1]. На чертежной плоскости в клеточку изображена прямая а (рис. 1).

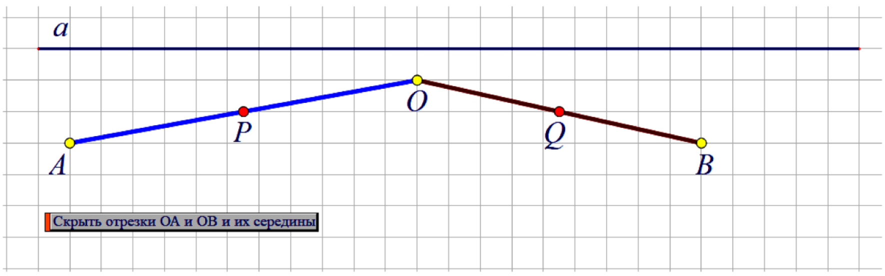


Рис. 1. Задача для 7 класса

В задаче необходимо найти расстояние между серединами отрезков (точками P и Q). При этом точка O либо лежит между A и B, либо не лежит соответственно. В данном случае ученики могут перемещать желтые точки, благодаря чему изображение на плоскости становится более наглядным (рис. 2).

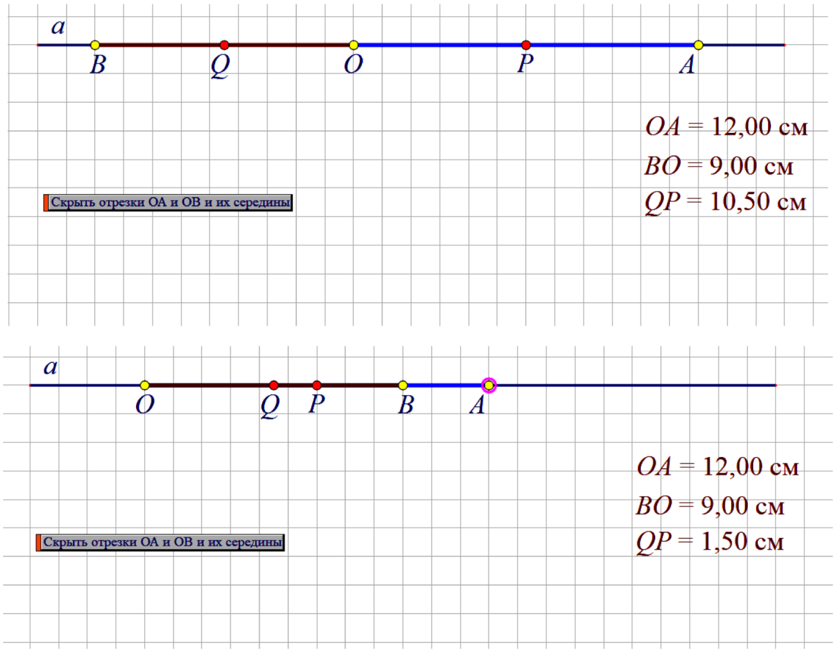


Рис. 2. Возможные решения задачи

Среда «Живая математика» помогает видеть изменение на компьютерной модели мгновенно и на одном изображении, что невозможно при использовании традиционных чертежных принадлежностей. Подобная практика позволяет решать задачи быстрее и совершать самопроверку при помощи программы.

2. Следующий пример относится к теме за 8 класс «Практическое применение признаков подобных треугольников» [1]. На рис. 3 продемонстрирован снимок экрана с заданием, построенным в «Живой математика» с соблюдением всех законов геометрических аксиом, свойств, теорем.

Зная рост человека, расстояние от зеркала до человека и расстояние от зеркала до дерева, необходимо вычислить высоту дерева. В динамической среде, перемещая точки, можно изменять рост человека и высоту дерева.

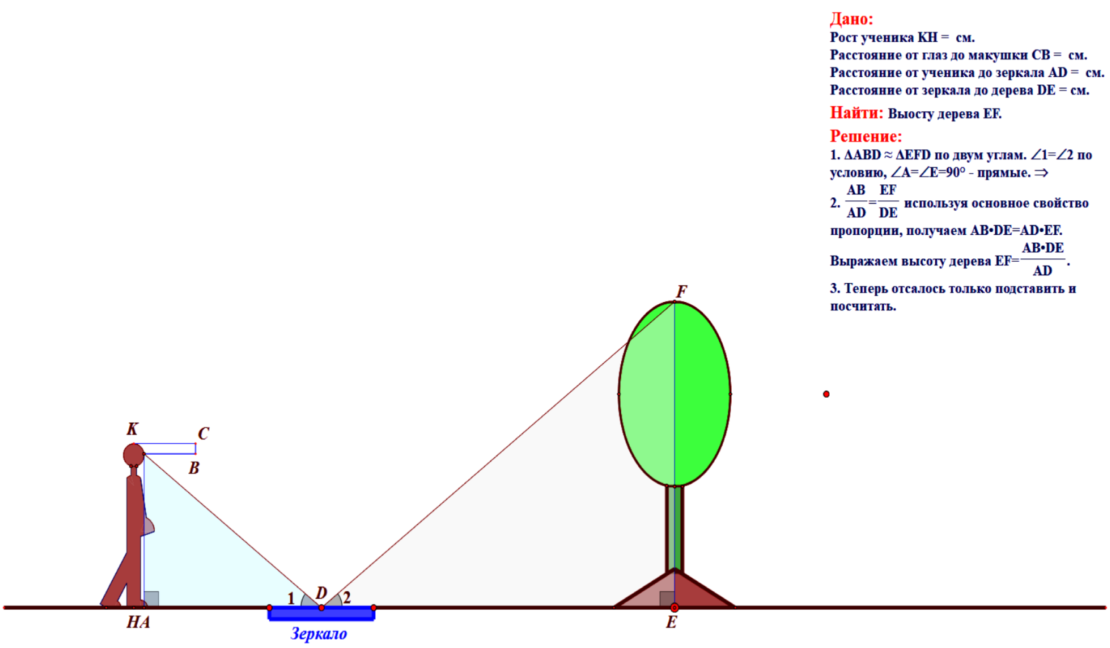


Рис. 3. Задача за 8 класс

Здесь ученики видят, что треугольники подобны по двум углам. Соответственно, они могут составить пропорцию, из которой уже и определить высоту дерева. Решение данной задачи вызывает интерес у учащихся, они переносят задачу из модели в реальную жизнь: измеряют свой рост, кладут зеркало на землю между собой и объектом и вычисляют его высоту. Важно указать, что умение решать подобные задачи позволяет учащимся лучше ориентироваться на местности. В частности, сноубордисты смогут вычислить высоту склона, по которому им предстоит спускаться во время тренировки.

3. Тема из программы за 9 класс «Решение треугольников» [1]. Данная задача составлена на примере игры в регби (рис. 4). Здесь необходимо найти угол попадания мяча в ворота. При этом известны расстояния от мяча до стоек ворот и ширина ворот. Перемещая точку А, учащиеся видят, как изменяются угол и расстояние между мячом и воротами.

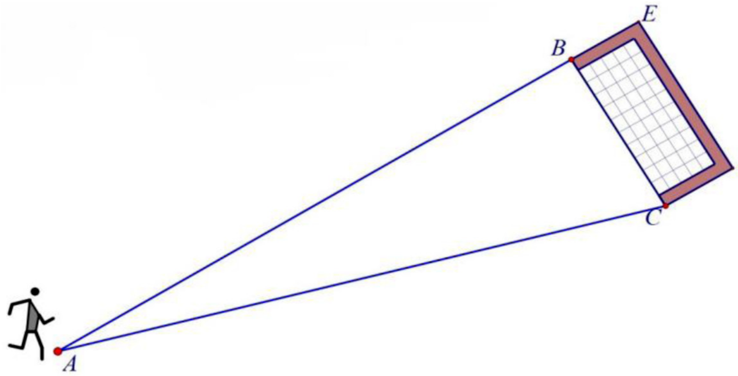


Рис. 4. Задача для 9 класса

Данная задача позволяет «перенести» спортивный опыт учащихся на урок по геометрии. Подобные примеры вызывают интерес у спортсменов и большее желание решать задачи.

В результате исследования, проведенного нами в Дивногорском колледже-интернате олимпийского резерва, при обучении геометрической линии содержания в 7–9 классах из 20 учащихся усвоение темы наблюдалось с показателем выше 65 %.

В процессе обучения геометрии при помощи компьютерной программы «Живая математика» мы получили следующие образовательные результаты:

1. Обучающиеся научились устанавливать связи между разными темами, а также с другими предметными областями.
2. Обучающиеся начали рассуждать логически.
3. Обучающиеся научились смотреть на проблему с нестандартной точки зрения и решать проблемы нетрадиционными способами.
4. Обучающиеся научились владеть математическим аппаратом.
5. У обучающихся расширился кругозор.
6. У обучающихся сформировалось представление о личностях известных математиков.
7. У обучающихся повысилось внимание, усидчивость и ответственность.

Преимущества использования среды «Живая математика» на уроках математики очевидны. Во-первых, она позволяет ученикам лучше понять математические концепции и законы, так как они видят их в действии. Во-вторых, она стимулирует творческое мышление и исследовательскую активность учащихся, так как они могут самостоятельно исследовать различные сценарии и находить новые подходы к решению задач.

Кроме того, среда «Живая математика» дает возможность обнаружить и исправить ошибки в решении задач. Если ученик получает неправильный результат, он может анализировать свои действия и искать причину ошибки, внося изменения в параметры задачи.

Использование среды «Живая математика» на уроках математики способствует более глубокому и качественному усвоению материала, а также развитию ключевых компетенций, таких как критическое мышление, анализ и логическое мышление.

Таким образом, внедрение компьютерных технологий в образовательный процесс позволяет повысить качество преподавания предмета, непосредственно влияя на математическую подготовку обучающихся, а также сделать обучение более интерактивным и доступным. Это современный подход к обучению, который позволяет учащимся взаимодействовать с анимационными моделями в режиме реального времени, получать наглядное представление об искомых свойствах объектов.

Библиографический список

1. Атанасян Л.С., Юдина И.И., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 7–9 классы: учебник ФГОС. М.: Просвещение, 2019.
2. Дмитриев А.И., Дмитриева М.С., Рубцов А.С. Математика и спорт: корреляционный анализ как средство прогнозирования рекордов // Физическое воспитание и детско-юношеский спорт. 2019. № 2. С. 49–53.
3. Сиротина И.К. Оценка эффективности технологии интерактивного обучения математике // МНИЖ. 2022. № 3-3 (117). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-effektivnosti-tehnologii-interaktivnogo-obucheniya-matematike (дата обращения: 19.10.2023).
4. Увижева Ф.Т. Современные технологии в обучение математике // Вопросы науки и образования. 2021. № 14. С. 4–6.

Секция 3

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ

К ВОПРОСУ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДОПОЛНЕННОЙ РЕАЛЬНОСТИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ

ON THE USE OF AUGMENTED REALITY IN MATH LESSONS AT SCHOOL

В.В. Абдулкин **V.V. Abdulkin**

Дополненная реальность, школьный курс математики, геометрия, GeoGebra.
Обсуждаются вопросы внедрения дополненной реальности в школьный курс математики, в первую очередь геометрии. Приводится пример создания моделей дополненной реальности в мобильном приложении 3D Calculator, созданном разработчиками GeoGebra. Приводятся плюсы и минусы работы с данным приложением, влияющие на внедрение моделей дополненной реальности в учебный процесс.

Augmented Reality, school math course, geometry, GeoGebra.
The issues of introducing augmented reality into the school course of mathematics, primarily geometry, are discussed. An example of creating augmented reality models in the 3D Calculator mobile application created by GeoGebra developers is given. The pros and cons of working with this application that affect the implementation of augmented reality models in the educational process are given.

Несмотря на то что впервые инструменты дополненной реальности появились еще в 50-е годы XX века, долгое время она была недоступна для широкой аудитории. Отправной точкой развития массового сегмента технологии дополненной реальности можно считать презентацию компанией Google продукта «умные очки» в 2012 г. За прошедшее время проводилось немало исследований, посвященных применению дополненной реальности как в образовании в целом, так и применительно к обучению математики. Например, в статье турецких ученых Элифа Коркмаза и Хасиба Морали [1] приводится оценка исследований по использованию дополненной реальности в математическом образовании. В своем исследовании они показывают, что дополненная реальность применяется при изучении различных разделов алгебры, анализа, геометрии и даже теории вероятностей. Поскольку до сих пор дополненная реальность не получила широкого распространения, они отмечают тенденцию к росту ее использования. К аналогичным выводам приходят и сингапурские исследователи Джоэл Лаи и Канг Чеонг [2].

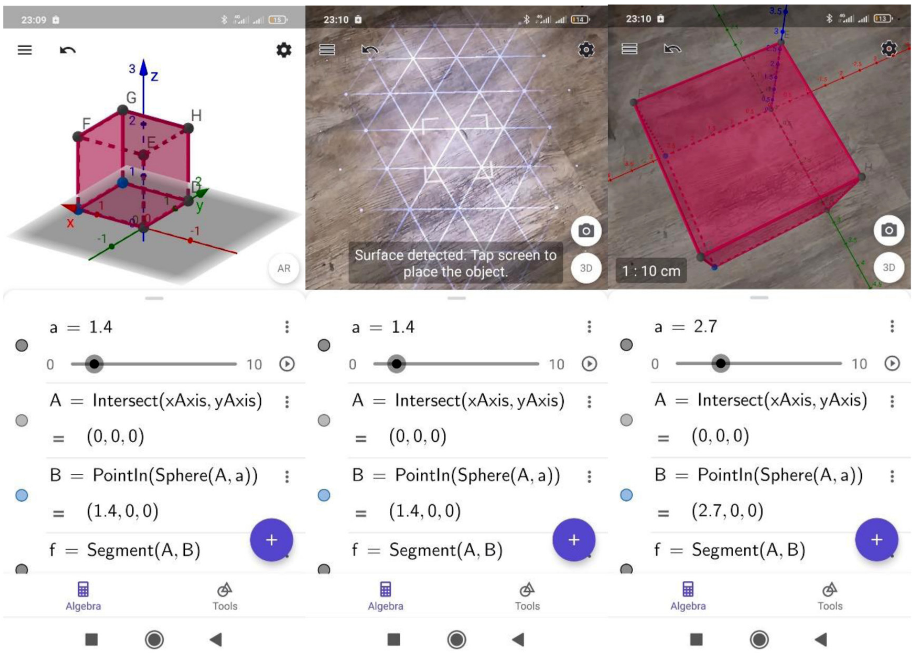
С точки зрения применения дополненной реальности в школьном курсе математики наиболее перспективным направлением является изучение пространственных объектов в курсе геометрии старшей школы. Несмотря на то что современные системы компьютерной алгебры и динамической математики позволяют создавать качественные изображения трехмерных объектов, которые можно рассмотреть с различных сторон, это все-таки остается двумерным изображением трехмерных объектов. Дополненная реальность позволяет заглянуть «внутрь» исследуемых тел.

На сегодняшний день предлагается либо пользоваться уже созданными приложениями для решения конкретных математических целей, либо создавать собственные модели дополненной реальности. Есть два наиболее распространенных пути создания таких моделей:

1. Связка приложений, позволяющих создавать 3D-объекты, и приложений, создающих дополненную реальность. Достаточно большое распространение получили Unity и Vuforia.

2. Мобильное приложение Geogebra 3D Calculator, которое объединяет в себе обе возможности приложений из первого пункта.

Для учителей первый путь означает необходимость освоения двух программ на достаточно уверенном уровне прежде, чем они смогут начать создание собственных моделей дополненной реальности, что само по себе является время- и трудозатратной работой. В этой связи использование системы динамической математики GeoGebra выглядит более простым путем. Во-первых, GeoGebra является бесплатным программным продуктом, который достаточно давно и вполне успешно внедряется в школьный курс математики на разных уровнях. Поэтому для создания моделей дополненной реальности не требуется освоения каких-то новых и отдельных программных продуктов. Кроме того, подготовительную работу по созданию моделей можно проводить за обычным компьютером и загружать готовые модели на сайт, откуда их можно просматривать через мобильное приложение 3D Calculator. Это приложение дает возможность перейти от обычной 3D-модели к дополненной реальности фактически нажатием одной кнопки. Этот процесс состоит из трех этапов (рис. 1). Создание в 3D Calculator или загрузка с сайта GeoGebra пространственной модели. (рис. 1а). После нажатия кнопки «AR» на чертеже «поймать» плоскую поверхность (рис. 1б). После этого нажать на выбранную плоскость, и объект будет размещен и готов к работе с ним (рис. 1в). При необходимости можно нажать кнопку «3D» и вернуться в режим работы с чертежом.



а) б) в)

Рис. 1. Создание объектов дополненной реальности в 3D Calculator

Какие практические моменты использования приложения 3D Calculator необходимо отметить. Из плюсов:

1. Создание 3D-чертежей достаточно просто, удобно и не является каким-то особо новым навыком для учителей, внедряющих системы динамической математики в учебный процесс.

2. Данное приложение позволяет создавать модели, которые подходят для той идеи, которую учитель закладывает в урок и, соответственно, в модель. Нет необходимости подстраивать урок под какую-то стандартную модель из другого приложения по причине ограничений существующей модели.

Из минусов:

1. Создание 3D-чертежей – это все равно дополнительная трата времени. Создание качественного чертежа, который работает так, как необходимо, трудозатратный процесс даже для опытных пользователей.

2. При попытке «поймать» плоскость есть определенные трудности. На белой поверхности (например, лист белой бумаги) это практически невозможно.

3. При постановке на плоскость линейные размеры одного и того же чертежа могут быть разные. Это особенность клеток пойманной плоскости. Следовательно, при подготовке чертежа следует предусмотреть возможность его масштабирования с помощью, например, ползунка.

4. Экран смартфона хоть и годится для работы с моделями дополненной реальности, но все же предпочтительнее использовать устройства с бóльшим размером экрана, например, планшеты.

5. Модели дополненной реальности не зафиксированы на пойманной плоскости. При взаимодействии, например, с рукой исследователя, объекты могут сдвигаться, что приводит к некоторым ограничениям по применению создаваемых чертежей для исследовательских задач.

Подводя итог данному обсуждению, можно сделать вывод о том, что дополненная реальность является перспективным инструментом для использования на уроках геометрии. При желании, можно применять ее на уроках не только геометрии, но и алгебры, например, для моделирования реальных зависимостей. Причинами, по которым дополненная реальность еще не заняла свое место в учебном процессе, можно отметить несовершенство приложений, которые создают модели, а также необходимость тратить дополнительное время на их создание.

Библиографический список

1. E. Korkmaz, H.S. Morali A meta-synthesis of studies on the use of augmented reality in mathematics education // International Electronic Journal of Mathematics Education. 2022. No. 17(4). https://doi.org/10.29333/iejme/12269
2. J.W. Lai, K.H. Cheong, Adoption of Virtual and Augmented Reality for Mathematics Education: A Scoping Review // IEEE Access. 2022. Vol. 10, P. 13693–13703. DOI: 10.1109/ACCESS.2022.3145991

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАФИЧЕСКОГО КАЛЬКУЛЯТОРА DESMOS ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ГОСУДАРСТВЕННОЙ АТТЕСТАЦИИ

USING THE DESMOS GRAPHICAL CALCULATOR DESMOS TO PREPARE FOR STATE CERTIFICATION

А.А. Галимова **A.A. Galimova**

Государственная итоговая аттестация, Основной государственный экзамен, Единый государственный экзамен, задачи с параметрами, графический калькулятор Desmos.

В статье поднимается проблема подготовки учащихся к решению заданий второй части Основного государственного экзамена и Единого государственного экзамена, в частности задач с параметрами. В связи с этим школьникам необходимо самостоятельно разбирать задания и учиться их решать. В этом им может помочь графический калькулятор Desmos, возможности которого позволяют решать задачи с параметрами. Применение графического калькулятора продемонстрировано на примере решения задач итоговой аттестации за курс основной и средней школы.

State final certification, the main state exam, unified state exam, tasks with parameters, Desmos graphical calculator.

The article raises the problem of preparing students to solve the tasks of the second part of the main state exam and the Unified State Exam, in particular tasks with parameters. In this regard, students need to independently sort out tasks and learn how to solve them. Desmos graphical calculator can help them with this, the capabilities of which allow them to solve problems with parameters. The use of a graphical calculator is demonstrated by the example of solving the problems of final certification for the course of primary and secondary school.

Сегодня каждый российский школьник для получения аттестата должен пройти через государственную итоговую аттестацию (ГИА), то есть сдать выпускные экзамены. Ученики 9 классов сдают Основной государственный экзамен (ОГЭ), а учащиеся 11 классов – Единый государственный экзамен (ЕГЭ). Для лиц с ограниченными возможностями предусмотрен особый вид ГИА – государственный выпускной экзамен (ГВЭ). Учащимся для успешной сдачи экзамена необходимы не только системные знания, но и довольно специфические умения: правильно интерпретировать задания, писать ответы в строгом соответствии с критериями оценивания, грамотно заполнять бланки. Поэтому важно не только знать школьную программу, но и структуру самого экзамена. Основной государственный экзамен и Единый государственный экзамен по математике состоят из двух частей, где в первой части проверяются только ответы, а во второй – необходимо письменное решение. Но несмотря на схожесть структуры, степень сложности заданий ЕГЭ значительно выше.

В общеобразовательных школах при подготовке к экзаменам основное внимание уделяется первой части, которая состоит из заданий базового уровня сложности. Вторая часть рассматривается школьниками самостоятельно и на элективных занятиях в школе. Один из типов заданий второй части, включенных и в Основной государственный экзамен, и в Единый государственный экзамен, – задачи с параметрами. Решение таких заданий требует от школьников не только применения формул и выполнения определенного алгоритма, но и творческого подхода.

В подготовке к решению задач с параметрами хорошим помощником может стать графический калькулятор Desmos. Данный онлайн-сервис позволяет строить графики функций, наносить точки, визуализировать алгебраические уравнения, анимировать графики, добавлять ползунки. Именно последняя из перечисленных возможностей и будет помогать в решении задач с параметрами. Рассмотрим примеры решения задач Основного государственного экзамена (тип 22) и Единого государственного экзамена (тип 18) по математике и возможное применение калькулятора Desmos.

Задача 1. Постройте график функции $y = \frac{1-2x}{2x^2-x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку [1].

Решение. Упростим выражение и построим график.

$$y = \frac{1-2x}{2x^2-x} = \frac{1-2x}{x(2x-1)} = -\frac{1}{x}.$$

При этом $2x^2 - x \neq 0$, то есть $x \neq 0$ и $x \neq 0{,}5$. Значит, точка с координатами $(0{,}5; -2)$ будет выколотой. Таким образом, графиком данной функции является гипербола с выколотой точкой $(0{,}5; -2)$, расположенная во второй и четвертой координатных четвертях.

Прямая $y = kx$ будет иметь с графиком ровно одну общую точку только в одном случае, если прямая будет проходить через выколотую точку. Тогда:

$$-2 = k \cdot 0{,}5,$$

$$k = -4.$$

Ответ: при $k = -4$.

Для проверки решения воспользуемся графическим калькулятором. Сначала построим гиперболу, затем отметим выколотую точку, после чего, перемещая ползунок k, будем вращать прямую $y = kx$, пока не найдем подходящее значение k (рис. 1).

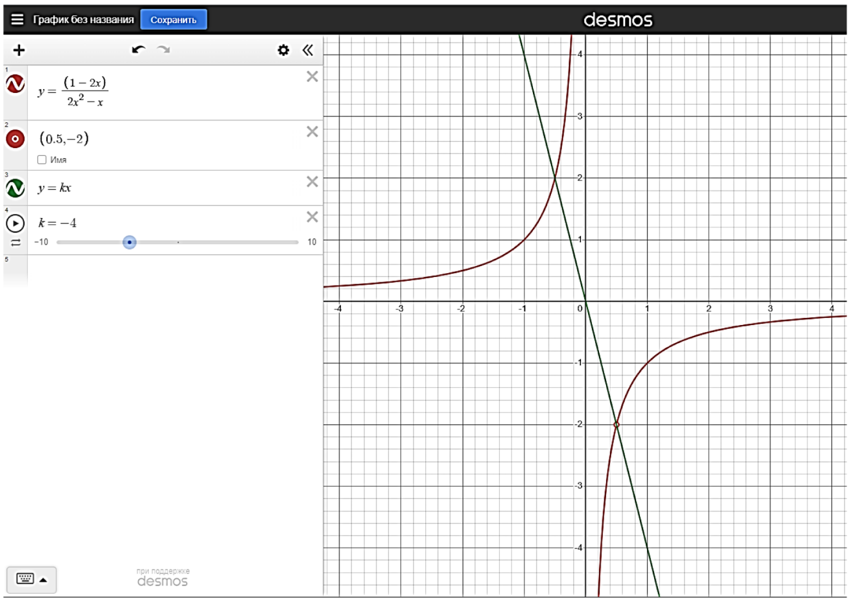


Рис. 1. Решение задачи 1 в Desmos

Задача 2. Найдите значения параметра a, при которых система уравнений

$$\begin{cases} 6x^2 - 5xy + y^2 + x - y - 2 = 0, \\ y = ax - 5 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение [2].

Решение. Подставим y из второго уравнения в первое:

$$6x^2 - 5x(ax - 5) + (ax - 5)^2 + x - ax + 5 - 2 = 0.$$

Получим уравнение относительно x:

$$(a^2 - 5a + 6)x^2 + (26 - 11a)x + 28 = 0.$$

Если коэффициент при старшем члене равен нулю, то уравнение становится линейным, и в зависимости от коэффициентов может иметь единственное решение, не иметь решений или иметь бесконечно много корней.

$$a^2 - 5a + 6 = 0,$$

$$a = 2 \text{ или } a = 3.$$

Проверим полученные значения. При $a = 2$ получившееся уравнение примет вид: $4x + 28 = 0$. При $a = 3$ получаем $-7x + 28 = 0$. Оба линейных уравнения имеют единственное решение.

Если же коэффициент при x^2 отличен от нуля, то система будет иметь единственное решение, в случае, когда полученное квадратное уравнение имеет ровно один корень. Значит решение будет единственным, если дискриминант равен нулю.

$$D = (26 - 11a)^2 - 4 \cdot 28 \cdot (a^2 - 5a + 6) = 9a^2 - 12a + 4 = (3a - 2)^2.$$

$$(3a - 2)^2 = 0,$$

$$a = \frac{2}{3}.$$

Ответ: $\frac{2}{3}$; 2; 3.

Для проверки решения воспользуемся графическим калькулятором. Построим графики исходных уравнений, и, перемещая ползунок, будем менять значение параметра a. На рис. 2 представлено одно из решений задания: при $a = 2$.

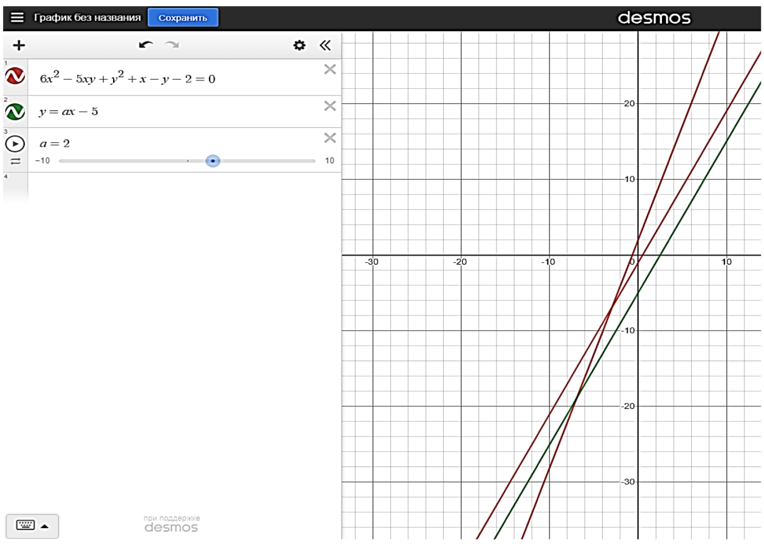


Рис. 2. Одно из решений задачи 2

Таким образом, онлайн-сервис Desmos может быть эффективно использован учащимися в самостоятельной подготовке к решению задач с параметрами из второй части Основного государственного экзамена или Единого государственного экзамена по математике.

Библиографический список

1. Федеральный институт педагогических измерений. Открытый банк заданий ОГЭ: официальный сайт. М. URL: https://oge.fipi.ru/os/xmodules/qprint/index.php?proj=DE0E276E497AB3784C3FC4CC20248DC0
2. Сдам ГИА: Решу ЕГЭ: образовательный портал. М. URL: https://math-ege.sdamgia.ru/?redir=1

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ GEOGEBRA НА ЭКСКУРСИЯХ В МУЗЕЕ ЗАНИМАТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

USING GEOGEBRA ON EXCURSIONS IN THE MUSEUM OF ENTERTAINING MATHEMATICS

А.В. Дроздова **A.V. Drozdova**

Музей занимательной математики, экспозиция, экспериментальная математика, системы динамической математики, GeoGebra.

В статье рассматривается пример использования динамических апплетов математических объектов, разработанных в GeoGebra, для экспериментирования с моделями экспонатов в музее занимательной математики. Апплеты различаются формами взаимодействия с посетителями в зависимости от уровня самостоятельности школьника.

Museum of entertaining Mathematics, exposition, experimental mathematics, systems of dynamic mathematics, GeoGebra.

The article presents an example of using dynamic applets of mathematical objects developed in GeoGebra to experiment with models of exhibits in the museum of entertaining mathematics. Applets differ in the forms of interaction with visitors, depending on the level of independence of the student.

Музей занимательной математики является результатом реализации проекта «Сетевая образовательная площадка «Креативная математика – от прототипа до объекта музейной экспозиции», поддержанного Президентским фондом культурных инициатив [1].

Все экспонаты музея разработаны проектными командами школьников и студентов под руководством педагогов-наставников, руководителей практик и мастеров производственного обучения. Экспозиция оформлена в виде демонстрационной площадки «Музей занимательной математики» на базе Интеллектуального центра – научной библиотеки САФУ, где предполагается организация различных образовательных мероприятий для школьников и студентов в форме экскурсий, фестивалей, кружков, мастер-классов, квестов, лекториев, а также ежегодное проведение открытого конкурса «Экспонат для Музея занимательной математики».

Каждый экспонат Музея занимательной математики включает в себя информационную справку, представляющую историю появления математического объекта или понятия, натурный объект, а также динамический апплет, созданный в GeoGebra, для возможности экспериментирования с моделью экспоната (рис. 1).

Главной целью проведения экскурсии является повышение познавательного интереса школьников к изучению математики, к исследованию окружающего мира, развитие научно-технологического кругозора и самообразования посетителей.

Рис. 1

Исходя из конкретных возможностей определенного класса, учитывая индивидуально-возрастные особенности и уровень математической подготовки, были разработаны экскурсии для учащихся разных классов.

Одним из основных принципов, лежащих в основе разработки экскурсий в Музее занимательной математики – принцип интерактивности, который заключается не только в том, что все экспонаты можно трогать, но и в том, что можно взаимодействовать с его компьютерной моделью и узнавать новые свойства и закономерности.

В статье М.В. Шабановой [2] представлена характеристика вида электронного образовательного ресурса (ЭОР) в соответствии с формой взаимодействия по классификации А.В. Осина, а также описаны доступные средства взаимодействия с системами динамической математики (табл.).

Характеристика вида электронного образовательного ресурса

Виды ЭОР, разработанные на основе DGS	Доступные средства взаимодействия с программой	Уровни интерактивности пользователя (по расширенной классификации А.В. Осина)
1	2	3
Анимированные изображения	Средства запуска/остановки	0 уровень – пассивные формы деятельности (наблюдение контента)
Линейные манипуляторы	Средства линейной навигации по контенту: ползунок, флажок	1 уровень – условно-пассивные формы деятельности (определение продолжительности наблюдения элементов контента, выбор значимых элементов)
Нелинейные манипуляторы	Средства нелинейной навигации по контенту: набор ползунков, флажков, активных клавиш	2 уровень – активные формы деятельности (3D-навигация, нелинейная навигация, множественный выбор, масштабирование, изменение угла, точки зрения)

Окончание табл.

1	2	3
Апплеты	Ограниченный набор инструментов среды, невозможность экспорта и импорта элементов контента	3 уровень – деятельностные формы (имитация свободы действий пользователя в выборе целей, планирования и осуществления деятельности с предопределенным результатом проявления этой свободы за счет ограниченности условий осуществления деятельности)
Динамические чертежи – заготовки	Контент среды, дополненный готовой исследовательской моделью	4.1 уровень – исследовательские формы деятельности, ограниченные свойствами предложенной виртуальной модели
Система динамической геометрии	Контент среды	4.2 уровень – исследовательские формы деятельности, ограниченные свойствами предложенной виртуальной модели

Представим пример использования в Музее занимательной математики различных видов ЭОР, разработанных в GeoGebra, в зависимости от формы взаимодействия посетителей с ними во время или после экскурсии.

Пассивным формам взаимодействия соответствует такой вид ЭОР, как линейный манипулятор, а средства, которые используются в программе ИГС, – это ползунки и флажки. Примером такого ЭОР (рис. 2) можно назвать динамический чертеж, сопровождающий экспонат «Треугольник Рело» (рис. 3).

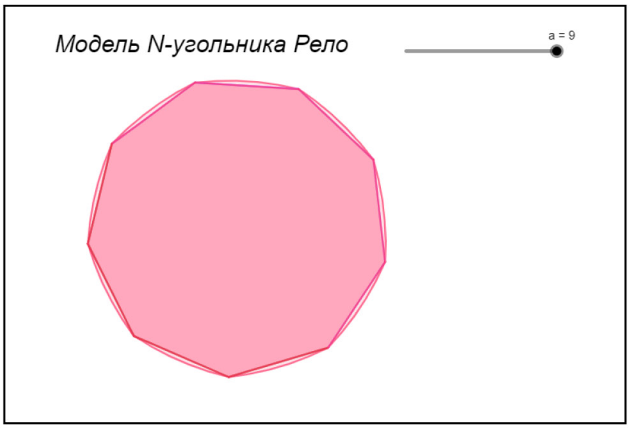


Рис. 2

Рис. 3

Модель позволяет увидеть, что треугольник Рело можно обобщить на N-угольник с нечетным количеством вершин, то есть, согласно А.В. Осину, такой ЭОР имеет пассивную форму, однако посетитель имеет возможность изменения динамики с помощью ползунка, а также другие инструменты GeoGebra для исследования свойств математического объекта, поэтому форма взаимодействия такого апплета переходит в активную, если посетитель в свободное время захочет узнать об этом экспонате больше и провести собственное исследование.

К активным формам взаимодействия относятся ЭОР с нелинейной навигацией (изменение угла, множественный выбор), такой ЭОР называется нелинейным манипулятором. Примером может служить модель геликоида (рис. 4).

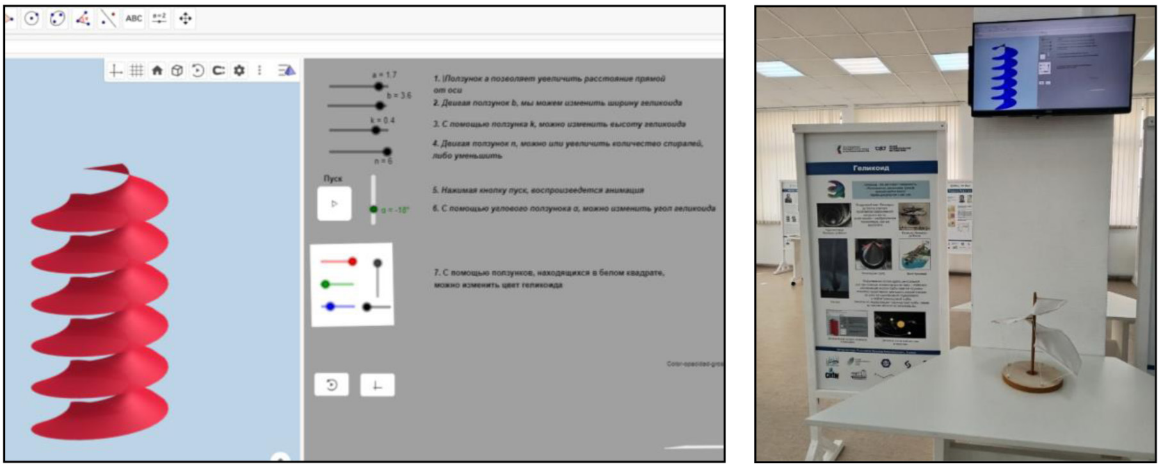


Рис. 4

Деятельностная форма взаимодействия посетителей с экспонатами реализуется за счет динамических апплетов. Некоторые экспонаты, например, «Сангаку» дополнен таким динамическим апплетом (рис. 5). На сенсорном экране предложена целая серия задач, разработанных в GeoGebra, в графическом поле посетители могут производить с помощью измерительных инструментов или строки ввода действия, которые могут помочь решить поставленную задачу. Ответ выходит при нажатии на флажок.

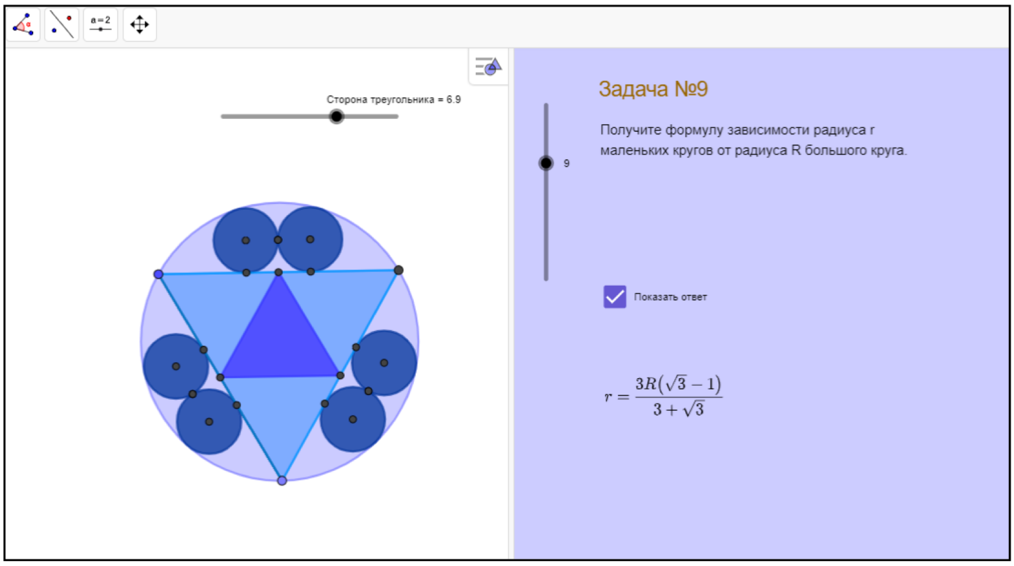


Рис. 5

Также есть и исследовательские формы взаимодействия с экспонатами, например, экспонат «Инверсия», после представления его особенностей и историко-научных фактов у учащихся есть возможность использовать ИГС GeoGebra, чтобы получить собственные открытия в результате работы инструмента «Отражение относительно окружности».

На рис. 6 представлен пример взаимодействия с этим экспонатом учащихся 7 класса, которые заинтересовались необычным преобразованием и смогли исследовать образы отрезка, прямой, окружности, треугольника и других фигур при инверсии относительно окружности.

Рис. 6

В заключение хочется отметить, что Музей занимательной математики является уникальной образовательной площадкой, где учащиеся любого уровня подготовки могут получить для себя не только знания об удивительных фактах о математических объектах, но и исследовать их свойства и продолжить исследования в индивидуальных или командных проектных работах.

Библиографический список

1. «Математический экспонат "От музея до прототипа"». URL: https://vk.com/exponat_v_mzm (дата обращения: 05.11.2023).
2. Шабанова М.В. Системы динамической геометрии в обучении математике: проблемы и пути их решения // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2013. № 9. С. 229–236. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/sistemy-dinamicheskoy-geometrii-v-obuchenii-matematike-problemy-i-puti-ih-resheniya (дата обращения: 05.11.2023).

РАЗРАБОТКА И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ ШКОЛЬНИКОВ К МАТЕМАТИЧЕСКИМ ОЛИМПИАДАМ

DEVELOPMENT AND USE OF ELECTRONIC LEARNING TOOLS TO PREPARE STUDENTS FOR MATHEMATICAL OLYMPIADS

Л.А. Иваненко, И.Н. Ковальчук **L.A. Ivanenko, I.N. Kovalchuk**

Электронные средства обучения, математическое образование, математические олимпиады, подготовка школьников.
Рассматриваются подходы к подготовке школьников к математическим олимпиадам на основе разработанных нами электронных средств обучения, созданных при помощи программы подготовки и просмотра презентаций Microsoft Power Point.

Electronic learning tools, mathematical education, mathematical Olympiads, school preparation.
Approaches to the preparation of schoolchildren for mathematical Olympiads are considered on the basis of electronic learning tools developed by us, created using the Microsoft PowerPoint presentation preparation and viewing program.

Одним из направлений работы учителя с высоко мотивированными одаренными детьми является подготовка их к участию в предметных олимпиадах. В системе общего среднего образования Республики Беларусь ежегодно проводится Республиканская олимпиада по учебным предметам. Она проходит в четыре этапа. Тематика олимпиадных задач разнообразна, требует знаний как школьной, так и внешкольной программы. Подготовка мотивированных учащихся к олимпиаде осуществляется в учреждении образования как на уроках, так и на факультативных занятиях. Для каждого учебного предмета Министерством образования Республики Беларусь разработаны и утверждены учебные программы факультативных занятий по подготовке к Республиканской олимпиаде. Хотя современная школа накопила богатый опыт проведения кружковых и факультативных занятий по подготовке к олимпиадам по математике, но имеются некоторые проблемы.

Решение задач олимпиадного характера требует от учащегося развитого логического мышления, наличие способности креативно мыслить. Олимпиадные задачи не принадлежат ни к одному из известных, стандартных типов. Они отличаются тем, что способ их решения сочетает в себе имеющиеся базисные и нетривиальные знания. Тематика предлагаемых учащимся олимпиадных задач обширна. Анализ содержания различных математических олимпиад прошлых лет и рекомендованной Министерством образования Республики Беларусь учебной программы факультативных занятий «Готовимся к олимпиадам по математике» позволил определить круг тем для изучения с учащимися: «Функциональные уравнения», «Неравенства Коши при решении задач», «Методы доказательства неравенств», «Использование элементов векторной алгебры при решении олимпиадных задач по математике», «Прогрессии в олимпиадных задачах по математике», «Производная и ее приложения к решению задач», «Алгебраические уравнения». Эти темы являются неотъемлемой частью любого курса «олимпиадной» математики. Имеются сборники олимпиадных задач по математике [1; 2; 3; 4]. Однако учителя-практики хотят иметь такое комплексное средство обучения решению олимпиадных задач, которое будет содержать не только обзор большей части известных методов с примерами решения задач, но и сами типовые задачи для отработки таких умений и навыков. Причем важно иметь современное, доступное средство обучения с возможностью самопроверки знаний, чтобы учащиеся могли самостоятельно не только изучить теорию, но и попрактиковаться в решении задач.

Наиболее приемлемой и доступной как для учителей, так и для учащихся является электронная форма представления олимпиадных задач по математике. Студенты-выпускники физико-инженерного факультета УО «Мозырский государственный педагогический университет им. И.П. Шамякина» под руководством методистов-математиков разработали и внедрили в образовательный процесс школ города Мозыря электронные средства обучения (ЭСО), предназначенные для подготовки учащихся к олимпиадам по математике. ЭСО – программно-методическое обеспечение для использования обучающимися в образовательном процессе по конкретному учебному предмету на всех этапах образовательного процесса. Их достоинством являются: мобильность, доступность, современность.

Разработанные студентами ЭСО – это сгенерированный .*pptx файл, состоящий из множества слайдов, созданный при помощи программы подготовки и просмотра презентаций Microsoft PowerPoint. При создании электронного средства обучения нами были использованы такие программы и технологии, как:

– пакет Microsoft Office 2016;
– язык разметки текста – HTML;
– многофункциональный графический редактор Adobe Photoshop;
– Язык программирования – Visual Basic for Applications;
– Элементы управления для навигации Microsoft PowerPoint 2016.

ЭСО по вышеперечисленным темам курса математики разработаны по одному сценарию и просты в использовании. Каждый ЭСО включает следующие разделы: «Общие сведения»; «Историческая справка»; «Теоретическая часть»; «Практическая часть» (задачи для отработки знаний, умений и навыков, задачи для самостоятельного решения), «Вопросы для самоконтроля», «Литература».

Приведем пример ЭСО по теме «Применение неравенства Коши при решении различных задач» (рис. 1).

На основе анализа возможностей электронных средств обучения определены требования к визуальному отображению информации.

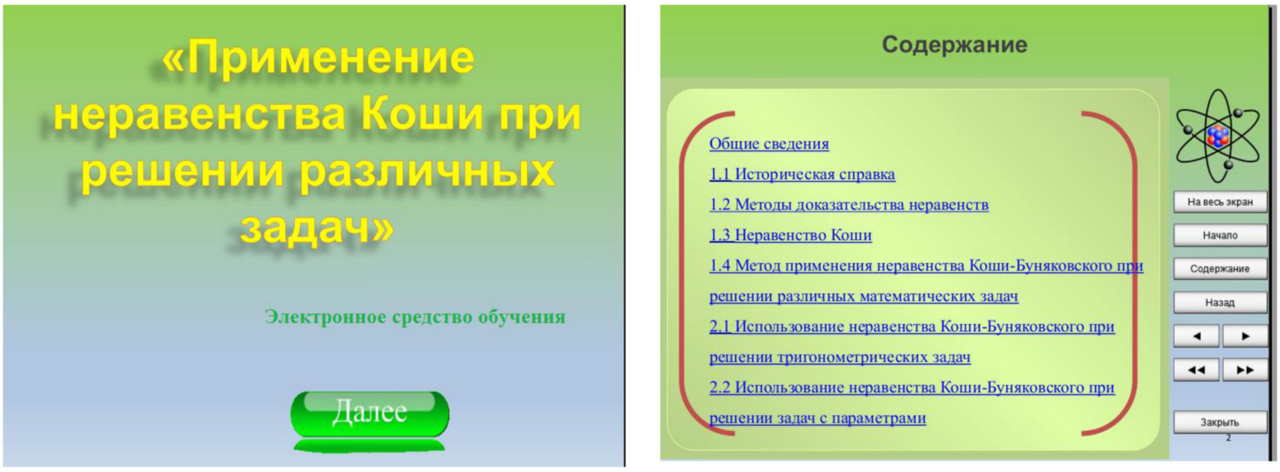


Рис. 1. Пример ЭСО по теме «Применение неравенства Коши при решении различных задач»

Рис. 2. «Панель навигации»

Общение ЭСО с пользователем осуществляется при помощи системы гиперссылок. В правой части экрана после запуска появится список кнопок, являющихся «помощниками» перемещения по учебнику. Для просмотра всех тем подряд пользователю необходимо воспользоваться кнопкой «содержание». Для перехода к очередной теме повторить манипуляцию, также можно воспользоваться кнопками «Вперед» /«Назад», которые помещены справа каждой страницы (рис. 2).

Раздел «Общие сведения» содержит аннотацию, необходимую для успешного использования электронного средства обучения, описываются цели и задачи, дается краткая характеристика о сути ЭСО.

В разделе «Историческая справка» приведены необходимые исторические сведения, например в ЭСО по теме «Применение неравенства Коши при решении различных задач» описана задача Дидоны, ее история и происхождение, а также ее непосредственная связь с неравенством Коши. Раздел «Теоретическая часть» содержит необходимый теоретический материал. В каждой теме рассматривается несколько примеров, которые показывают, как подходить к решению данной задачи, с чего необходимо начинать при наличии того или иного вида условия. Для контроля усвоения знаний и отработки умений и навыков по учебной теме в ЭСО предложены задачи. Для проверки усвоенных знаний в конце темы ЭСО приведены итоговые тесты. Они разработаны таким образом, чтобы учащиеся видели на странице весь список заданий.

После щелчка левой кнопки по ссылке «Ключ к тесту», которая находится в конце страницы, открывается окно с правильными ответами и подробными к ним комментариями.

Разработанные нами электронные средства обучения по учебным темам «Функциональные уравнения», «Неравенства Коши при решении задач», «Методы доказательства неравенств», «Использование элементов векторной алгебры при решении олимпиадных задач по математике», «Прогрессии в олимпиадных задачах по математике», «Производная и ее приложения к решению задач», «Алгебраические уравнения» могут быть использованы как педагогами, так и учащимися. Они были апробированы в школах г. Мозыря. Данные ЭСО используются также для подготовки факультетской команды студентов к международным и республиканским олимпиадам по математике.

Результаты апробации показали, что созданный ЭСО обладает большими дидактическими возможностями и может быть использован для повышения эффективности обучения решению олимпиадных задач. Применение ЭСО усиливает активность каждого учащегося, повышает его заинтересованность в изучении математики. При этом ЭСО не может заменить учителя, не дает учащимся эффективный инструмент для самообучения и самоконтроля. Самостоятельная работа с ЭСО или работа в учебной аудитории позволяет научить ориентироваться в информационном пространстве, находить решение проблем.

Рациональное применение ЭСО при изучении «олимпиадной тематики» улучшает качество знаний, ускоряет процесс получения информации и повышает мотивацию к получению новых навыков и умений.

Библиографический список

1. Бродский Я.С., Слипенко А.К. Функциональные уравнения. Киев: Вища школа. Головное издательство, 2006.
2. Петраков И.С. Содержание и методика подготовки и проведения олимпиад (на примере международных олимпиад. М., 1973.
3. Гринько Е.П. Система работы с интеллектуально одаренными детьми: монография. Брест: Изд-во БрГУ, 2009.
4. Говоров В.М., Дыбов П.Т. Сборник конкурсных задач по математике. М.: Просвещение, 2013.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ РЕКОНСТРУКЦИЯ САНГАКУ С ПОМОЩЬЮ GEOGEBRA

MATHEMATICAL RECONSTRUCTION OF SANGAKU USING GEOGEBRA

А.К. Крюков, М.А. Павлова **A.K. Kryukov, M.A. Pavlova**

Реконструкция, сангаку, динамическая модель, GeoGebra.
В статье представлен пример построения в GeoGebra динамической модели для исследования сангаку с целью реконструкции ее математического содержания.

Reconstruction, sangaku, dynamic model, GeoGebra.
The article presents an example of constructing the dynamic model in GeoGebra for the study of sangaku in order to reconstruct its mathematical content.

Сангаку часто называют японской храмовой геометрией. В буквальном переводе сангаку означает математические таблички (рис. 1), которые вывешивали при входе в храм.

Рис. 1

«Японцы, – математики и простые обыватели, старики-монахи и молодые люди доказывали планиметрические теоремы, красиво оформляли их на деревянных табличках и вешали в святилищах синто и буддийских храмах. Другие люди, проходя мимо, созерцали геометрическую красоту, задумывались и, возможно, доказывали свои обобщения и аналогии» [1, с. 1].

Про искусство сангаку известно то, что оно бурно развивалось в Японии в эпоху Эдо (1603–1867 гг.) [6].

Одна из самых полных коллекций сангаку, доступная в сети Интернет: http://wasan.jp/, содержит фотографии более 800 сангаку в их первоначальном виде и после реставрации, а также реконструкции утраченных сангаку.

Коллекция содержит также сведения о том, где и кем была найдена табличка, датирована ли она, сохранилась ли до наших дней и где находится, имеются ли ее реконструкции и кем они были сделаны.

Изучением сангаку ученые занимаются не только ради того, чтобы их реставрировать или реконструировать, но и для того, чтобы понять особенности японской храмовой геометрии, связь ее с японской культурой и искусством. Историки математики, изучая сангаку, пытаются воссоздать уровень развития математической науки Японии в период Эдо: какие математические факты были известны в тот период, какие методы применялись.

Исследуют сангаку не только ученые [6–9], но и любители математики, создаются целые школы и сетевые проекты для их реконструкции [3].

Под реконструкцией понимается воссоздание материальной и духовной культуры той или иной исторической эпохи и региона с использованием археологических, изобразительных и письменных источников [5]. Главным критерием успешности реконструкции является аутентичность объекта, которая имеет разные уровни (бутафория, историческая стилизация, новодел или копия).

Благодаря возможностям GeoGebra воссоздать чертеж сангаку и исследовать его с применением компьютерных и аналитических методов достигается уровень исторической стилизации.

В книге «Священная математика» [9] приведена сангаку храма Aga, состоящая из 13 задач, которые удалось реконструировать с помощью GeoGebra школьникам, участникам кружка «Экспериментальная математика» [4]. Результаты реконструкции [2] размещены сейчас в музее занимательной математики САФУ в зале «Японский математический дворик» (рис. 2).

Рис. 2

Посетители музея могут увидеть сангаку так, как они были размещены на храме, а также провести серию экспериментов с реконструкциями в GeoGebra и узнать, какие закономерности были скрыты на дощечках.

Работа по математической реконструкции сангаку с помощью GeoGebra участниками кружка продолжается, представим результаты исследования сангаку в виде кругового сектора с углом 120°, в который вписаны круги, как показано на рис. 3.

Рис. 3

Радиус сектора зададим в виде переменной, чтобы была возможность выявления закономерности, скрытой в сангаку. Построить сектор и круг желтого цвета не вызывает трудностей, поэтому начнем описание с построения круга голубого цвета (рис. 4):

– построим окружность с центром в точке O и радиусом OC;
– построим точку пересечения этой окружности с прямой OB (точка H);

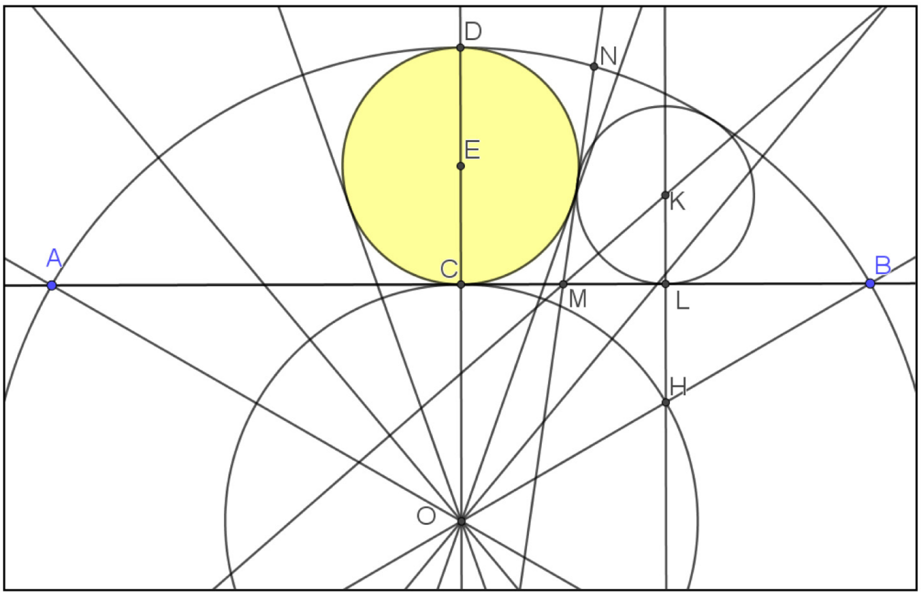


Рис. 4

– построим через точку H прямую, перпендикулярную прямой AB,

– построим точку пересечения перпендикуляра с прямой AB (точку L);

– построим середину отрезка CL (точка M);

– через точку M построим касательную к желтому кругу;

– построим точку пересечения касательной с дугой кругового сектора AB (точка N);

– построим биссектрису угла BMN;

– построим точку пересечения этой биссектрисы с прямой HL (точку К);

– построим окружность с центром в точке К и радиусом KL (искомая окружность).

Полученную окружность отразим относительно прямой OC, выполним окраску и заливку голубым цветом, скроем вспомогательные прямые (рис. 5).

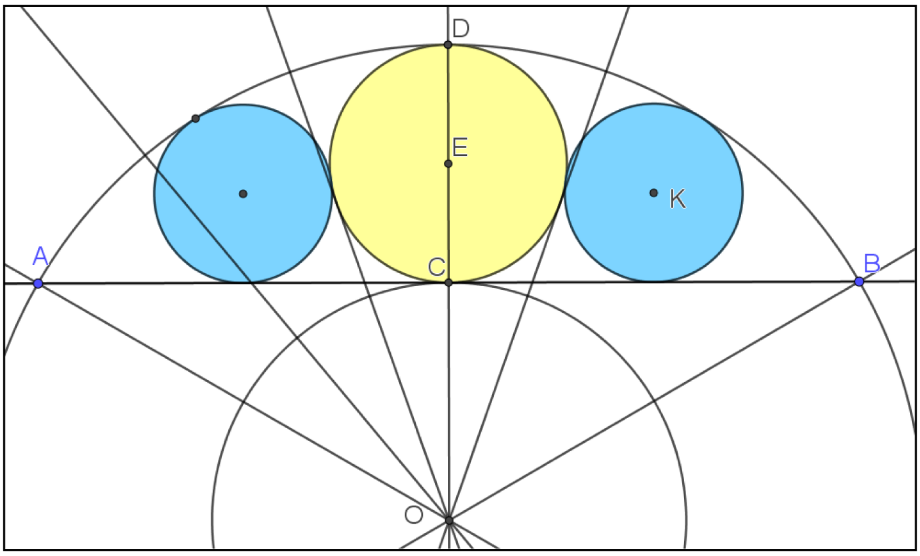


Рис. 5

Для того чтобы вписать круги синего цвета, потребуются следующие дополнительные построения (рис. 6):

– построим прямую, проходящую через центры кругов голубого цвета;

– построим точку пересечения этой прямой с прямой OC (точку Q);

– построим точку, симметричную точке Q относительно точки E - центра желтого круга (точку Q');

– построим через точку Q' касательную к окружности с центром в точке O и радиусом OC;

– построим точку пересечения этой касательной с прямой OB (точку R);

– построим биссектрису угла BRQ';

– построим биссектрису угла CBR;

– построим точку пересечения этих двух биссектрис (точку S);

– построим через точку S перпендикуляр к прямой OB, отметим точку пересечения (точку T);

– построим окружность с центром в точке S и радиусом ST (искомая окружность).

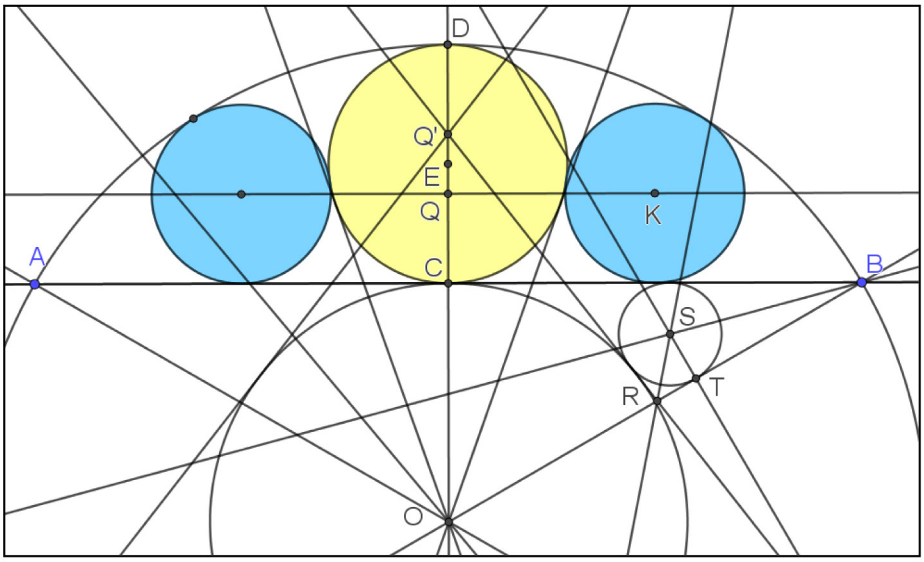


Рис. 6

Полученную окружность отразим относительно прямой OC, выполним окраску и заливку синим цветом, скроем вспомогательные прямые (рис. 7).

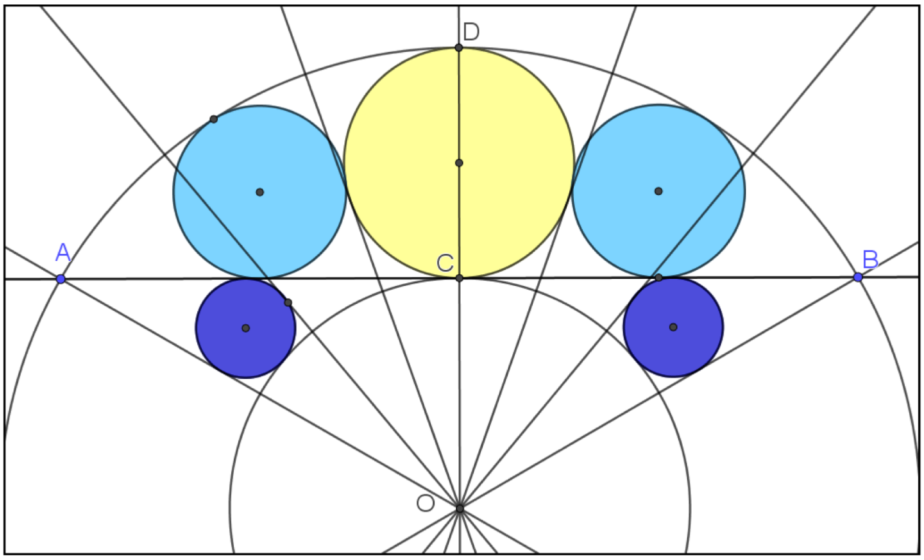


Рис. 7

Для построения кругов красного цвета необходимо в панели объектов отобразить прямую MN, далее провести следующие построения (рис. 8):

– построим через точку U прямую, перпендикулярную к прямой AB;

– построим точки пересечения этого перпендикуляра с голубым кругом (точка V) и с дугой AB (точка W);

– построим через точку V касательную к кругу голубого цвета;

– построим серединный перпендикуляр отрезка NW;

– построим точку пересечения касательной и серединного перпендикуляра (точку Y);

– построим точку пересечения серединного перпендикуляра и дуги AB (точку X);

– построим через точку Y касательную к кругу желтого цвета (точка Z)
– построим окружность по трем точкам V, X и Z (искомая окружность).

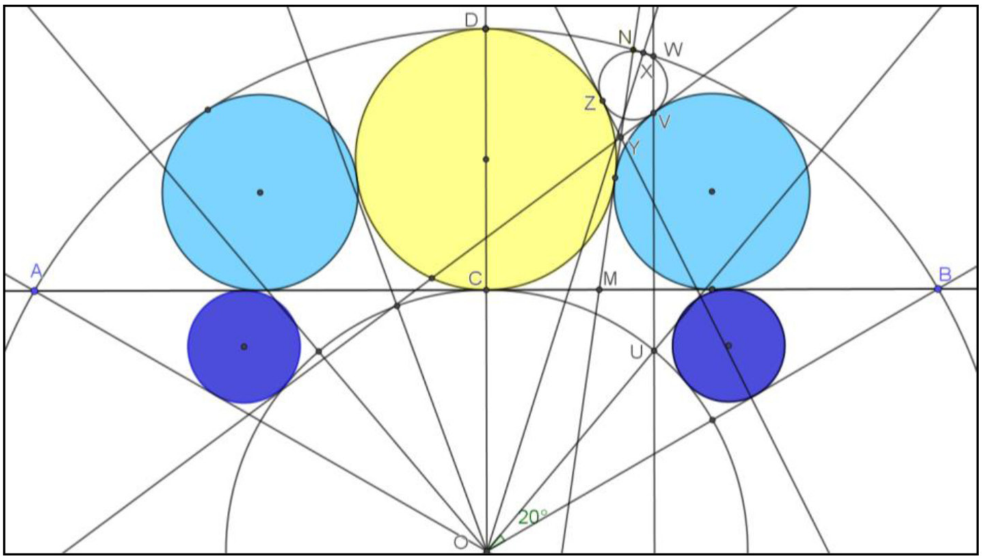


Рис. 8

Полученную окружность отразим относительно прямой OC, выполним окраску и заливку красным цветом, скроем вспомогательные прямые (рис. 9).

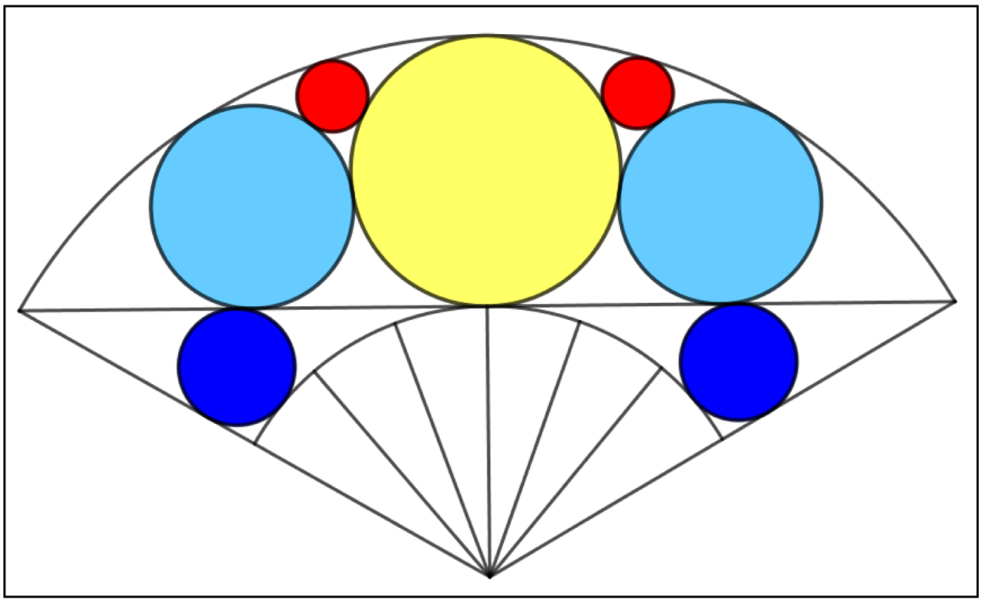


Рис. 9

В результате эксперимента определяем зависимость $\frac{c}{d} = 0{,}61$, где c – радиус красного, d – синего круга.

В статье [8, с. 52] представлено доказательство утверждения относительно этой сангаку:

$c = d\frac{\sqrt{3072}+62}{193}$, где c – радиус красного, d – синего круга.

Итоговая модель представлена на рис. 10.

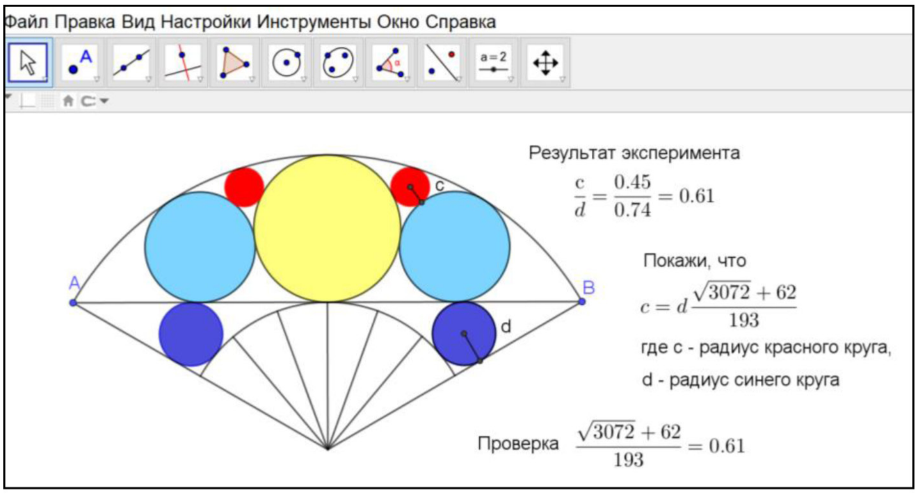


Рис. 10

Динамическая модель реконструированной сангаку размещена в ресурсах аккаунта музея занимательной математики в GeoGebra.org в свободном доступе: https://www.geogebra.org/m/gt8h3gey и может быть полезна любителям японской храмовой геометрии.

Библиографический список

1. Айзенберг А.А. Сангаку. URL: https://old.lmsh.edu.ru/files/conspectSangaku_0.pdf
2. Исследовательская работа «Воссоздание сангаку храма Aga». URL: https://itprojects.narfu.ru/kruzhok-exp-mat/media/stud_presents/Vossozdanie_sangaku_hrama_Aga_AlekseevaKS.pdf
3. Корельская А.В., Безумова О.Л. Организация сетевого исследовательского проекта «Математическая реконструкция Сангаку» // Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы VII Всероссийской научно-методической конференции с международным участием, Красноярск, 14–15 ноября 2018 года. Красноярск: Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, 2018. С. 44–49.
4. Официальный сайт кружка по экспериментальной математике / Проекты кафедры экспериментальной математики и информатизации образования САФУ. URL: https://itprojects.narfu.ru/kruzhok-exp-mat/index.php
5. Тарасов Д.А. Историческая реконструкция, проблемы развития. URL: http://samlib.ru/t/tarasow_d/recon_problem.shtml
6. Щетников А. Японская храмовая геометрия // Математика - Первое сентября, 2006. № 17. С. 18–21. URL: https://classics.nsu.ru/pythagoras/Japan_temple_geometry.pdf
7. Jill Vincent & Claire Vincent. Japanese temple geometry / Australian Senior Mathematics Journal 18 (1). URL: https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ720042.pdf
8. PJANIC K., VUKOVIC M. SANGAKU FAN SHAPE PROBLEMS / Mathematics XXIII (2018). P. 45–55. URL: http://212.87.236.17:8080/Content/5614/5_PJANIC_Mathematics_2018_23.pdf
9. FUKAGAWA H., PEDOE D. Sacred Mathematics. Japanese Temple Geometry. URL: http://shogi.ru/wasan/Fukagawa/index.htm#Fukagawa

ФОРМИРОВАНИЕ ФИНАНСОВО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ И НАЧАЛ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА 10–11 КЛАССОВ

FORMATION OF FINANCIAL AND MATHEMATICAL LITERACY IN THE COURSE OF ALGEBRA AND THE BEGINNING OF MATHEMATICAL ANALYSIS OF GRADES 10–11

В.О. Лукичёва, Т.С. Ширикова **V.O. Lukicheva, T.S. Shirikova**

Финансовая грамотность, алгебра, математический анализ, работа в Microsoft Excel, решение финансовых задач, финансы, экономика.

В статье рассмотрены основные проблемы формирования финансовой грамотности учащихся 10–11 классов, а также пути повышения финансовой грамотности школьников путем внедрения в курс алгебры и начал математического анализа 10–11 классов финансово-математических задач, приведен пример, иллюстрирующий работу с финансово-математической задачей с использованием Microsoft Excel.

Finance, economics, financial literacy, algebra, mathematical analysis, working in Microsoft Excel, solving financial problems.

The article discusses the main problems of the formation of financial literacy of students in grades 10–11, as well as ways to improve by introducing financial and mathematical problems into the algebra course and the principles of mathematical analysis of grades 10–11, an example of solving a financial and mathematical problem using Microsoft Excel is given.

По мнению В.А. Слепова, финансы занимают особое место в системе экономических дисциплин, так как в современной экономике почти любые процессы связаны с движением денежных средств, формированием или расходованием денежных ресурсов, т.е. с финансовыми отношениями [4]. В связи с нестабильным состоянием экономики в стране многие не знают и не умеют распоряжаться своими финансами, основываясь на реальном состоянии экономической ситуации в тот или иной момент. Большинство взрослых сталкиваются с этой проблемой, отсюда возникает вопрос о том, как они будут обучать этому собственных детей? Ведь многих не обучали этому целенаправленно, поэтому они и не могут правильно сформировать отношение детей к финансовым инструментам. Для того, чтобы иметь финансовый портфель, сбережения, необходимо разбираться в финансах и знать, как правильно распределить, потратить, сберечь, а главное – приумножить денежные средства.

Внедрение в образовательный процесс элементов содержания по финансовым вычислениям на старшей ступени общего образования будет способствовать созданию условий для развития финансовой грамотности обучающихся.

Н.В. Вахрушева в своем исследовании указывает на необходимость построения модели проектирования многоуровневого содержания вводного курса финансовых вычислений в профильном обучении старшеклассников по математике. При этом отмечает, что содержание такого курса может быть дифференцировано по последовательно нарастающим уровням сложности учебного материала для предоставления обучающимся выбора уровней его изучения в соответствии со своими потребностями и склонностями [2].

Д.В. Ожерельев в своей работе «Методика решения задач с экономическим содержанием при изучении алгебры в основной школе с применением компьютерных технологий обучения» отмечает, что усиление прикладной направленности школьного курса математики может осуществляться при помощи насыщения его задачами практического характера, на примере которых раскрываются особенности применения математики к изучению действительности, формируются умения и навыки, необходимые в жизни, сближаются школьные методы решения задачи с методами, применяемыми на практике [3].

ФГОС СОО содержит ряд требований к образовательным результатам, которые могут успешно достигаться в рамках изучения вопросов финансовой грамотности на уроках математики и информатики, истории и географии, обществознания, экономики и права, русской и зарубежной литературы.

В соответствии с требованиями ФГОС СОО (приказ Министерства просвещения РФ от 12 августа 2022 г. № 732) овладение универсальными учебными познавательными действиями предусматривает формирование у обучающихся умений:

– «…оценивать соответствие результатов целям, оценивать риски последствий деятельности (базовые исследовательские действия)…»;

– «…владеть навыками распознавания и защиты информации, информационной безопасности личности (работа с информацией)…» (ФГОС СОО п. 8.1) [1].

По учебному предмету «Математика» (включая курсы «Алгебра и начала математического анализа», «Геометрия», «Вероятность и статистика») (базовый уровень) требования к предметным результатам освоения базового курса математики должны отражать:

– «…умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами) (ФГОС СОО п. 9.7) [1].

Поскольку учащиеся 10–11 классов большую часть времени готовятся к ЕГЭ, у них не хватает времени на дополнительные курсы по математике, в частности по финансовой математике, поэтому целесообразно именно внедрить в курс Алгебры и начал математического анализа задачи по финансовой грамотности.

В курсе алгебры и начал математического анализа 10–11 классов формированию финансовой грамотности у старшеклассников можно на материале изучения двух функций: показательной и логарифмической (формулы банковского кредита, депозита, расчеты сроков кредита и процентов).

Так, например, формула суммы первых n членов прогрессий вместе с умением логарифмировать позволяют определять минимальные сроки кредита, удовлетворяющие тем или иным условиям. При изучении темы «Производная функции» в 11 классе старшеклассники могут исследовать скорость изменения цены, себестоимости, инфляции и т.п. Поскольку в 10–11 классах продолжается закрепление изученных ранее финансовых представлений и алгоритмов, то можно рассмотреть различные задачи на простые и сложные проценты (изменение цены товара или услуг, начисление зарплаты или премии, налоги, бюджет семьи, банковские вклады и т. п.). Ориентируясь на задания из открытого банка задач ЕГЭ, например, при изучении вопросов теории вероятностей, предлагается задача на расчет вероятности выигрыша в лотерею; задачи, связанные с покупкой ценных бумаг, задачи на использование функции спроса, на расчет стоимости товара при изменении процентной базы, на начисление налога на доходы, на расчет по кредиту.

В методическом пособии для учителя по финансовой грамотности [3] отмечается, что основная цель обучения финансовой математике на старшей ступени – дать учащимся основы финансовой грамотности в тесной связке с математическими конструкциями. Желательно использовать для финансовых расчетов компьютерные программы, например общераспространенные электронные таблицы Excel.

Рассмотрим на примере изучения темы «Показательная функция, ее свойства и график» (10 класс), как можно внести элементы финансовой математики в обучение.

Цель занятия: ввести определение показательной функции; сформулировать основные свойства показательной функции; научиться строить график функции $y = a^x$; рассмотреть построение графиков функции на примере финансовых операций.

На уроке учащимся предлагается задача: На сколько % возрастет банковский вклад за год, если ежемесячно банк начисляет на него 3%?

Решение: предлагаем учащимся для иллюстрации данной ситуации воспользоваться электронными таблицами Excel. Учащимся сначала предлагаем заполнить таблицу и ответить на поставленный вопрос.

1) Найдем, каким станет вклад через 12 месяцев (рис. 1)

Период, мес	Банковский вклад, руб.	p, %	Формула	Решение	
1		3		1,03	So
2		3		1,06	So
3		3		1,09	So
4		3		1,13	So
5		3		1,16	So
6	So	3	So*(1+p/100)^x	1,19	So
7		3		1,23	So
8		3		1,27	So
9		3		1,30	So
10		3		1,34	So
11		3		1,38	So
12		3		1,43	So

Рис. 1

2) Вычислим, на сколько вырос вклад за год (рис. 2)

Формула	Значения		Решение	
	S12	So		
S12-So	1,43	1	0,43	So

Рис. 2

Отсюда получаем, что прирост по банковскому вкладу составил 43% от суммы начальных вложений.

Обращаем внимание школьников к изучаемой теме и ставим вопрос: как иначе ответить на поставленный вопрос в задаче, опираясь на изученную тему «Показательная функция, ее свойства и график». Школьники могут ответить, что рассматривается показательная функция $y = 1{,}43^x$, нам необходимо найти значение функции при x=12. А потом сравнить значения. Удобнее воспользоваться средствами Excel. Для закрепления свойств показательной функции можно задать учащимся дополнительные вопросы. При желании данную задачу можно расширить до следующей: (ЕГЭ, банк задач 2023 г.) Алексей приобрел ценную бумагу за 7000 р. Цена этой ценной бумаги каждый год (по истечении полного года) возрастает на 2000 р. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счет. Каждый месяц сумма на счете будет увеличиваться на 3 %. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы банковский вклад был для него выгодней, чем ценная бумага?

Библиографический список

1. Приказ Министерства образования и науки РФ от 17 мая 2012 г. № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования» (с изменениями и дополнениями) Редакция с изменениями № 732 от 12.08.2022.
2. Вахрушева Н.В. Проектирование многоуровневого содержания вводного курса финансовых вычислений в профильном обучении старшеклассников математике. URL: https://www.dissercat.com/content/proektirovaniemnogourovnevogo-soderzhaniya-vvodnogo-kursafinansovykh-vychislenii-v-profiln/read (дата обращения: 29.10.2023).
3. Канторович Г.Г. Финансовая грамотность: методические рекомендации для учителя. 10–11 классы общеобразоват. орг. Математический профиль. М.: ВИТА-ПРЕСС, 2014. 16 с. URL: https://fmc.hse.ru/data/2016/05/24/1131593731/3%20%D0%94%D0%BB%D1%8F%20%D1%83%D1%87%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8F.pdf (дата обращения: 29.10.2023).
4. Ожерельев Д.В. Методика решения задач с экономическим содержанием при изучении алгебры в основной школе с применением компьютерных технологий обучения. URL: https://www.dissercat.com/content/metodikaresheniya-zadach-s-ekonomicheskim-soderzhaniem-pri-izuchenii-algebry-v-osnovnoishk/rea (дата обращения: 29.10.2023).
5. Слепов В.А. Финансы: учебник / под ред. проф. В.А. Слепова. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Магистр: ИНФРА-М, 2022. 336 с. (Бакалавриат). URL: https://znanium.com/catalog/product/1834749 (дата обращения: 29.10.2023). Режим доступа: по подписке.

ПРИМЕНЕНИЕ ЦОР ПРИ ПОДГОТОВКЕ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ К МАТЕМАТИЧЕСКИМ ОЛИМПИАДАМ

THE USE OF DIGITAL EDUCATIONAL RESOURCES IN THE PREPARATION OF YOUNGER STUDENTS FOR MATHEMATICAL OLYMPIADS

В.В. Маренникова **V.V. Marennikova**

Математическая олимпиада, цифровые образовательные ресурсы, геометрический материал, абстрактное мышление, логическое мышление, пространственное мышление, методика работы с задачей.

Рассматриваются особенности применения цифровых образовательных ресурсов при подготовке младших школьников к математическим олимпиадам. Приведена методика работы с определенным видом задачи как в классическом преподавании, так и при использовании ЦОР. Применение данного подхода в школьной практике позволит сократить нагрузку на учителей при подготовке детей к олимпиадам, а также может значительно улучшить эффективность обучения и сделать процесс более интересным и доступным для учеников.

Mathematical Olympiad, digital educational resources, geometric material, abstract thinking, logical thinking, spatial thinking methods of working with thetask.

The features of the use of digital educational resources in the preparation of younger schoolchildren for mathematical Olympiads are considered. The methodology of working with a certain type of task is given both in classical teaching and when using the digital educational resources. The application of this approach in school practice will reduce the labor costs of teachers in preparing children for Olympiads, and can also significantly improve the effectiveness of teaching and make the process more interesting and accessible to students.

В соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом начального общего образования (ФГОС НОО) от 31 мая 2021 года с изменениями и дополнениями от 18 июля 2022 г., в целях обеспечения реализации программы начального общего образования в организации для участников образовательных отношений должны создаваться условия, обеспечивающие возможность: использования в образовательной деятельности современных образовательных и информационных технологий; эффективной самостоятельной работы обучающихся при поддержке педагогическихработников.

Цифровые образовательные ресурсы могут помочь в достижении этой цели. ЦОР представляют собой специализированные материалы, приложения, программы или платформы, разработанные с использованием информационных и коммуникационных технологий (ИКТ) для образовательных целей. Эти ресурсы могут включать в себя интерактивные формы учебников, образовательные платформы, электронные учебные курсы, видеолекции и многие другие средства, предназначенные для обучения и обогащения знаний учеников. Их удобно применять как в учебное время, так и во внеурочной деятельности. Но особое место они занимают при подготовке детей к олимпиадам, во многом упрощая труд педагога и увеличивая охваты детей, способных справиться с заданиями повышенной трудности.

Рассмотрим особенности олимпиадных заданий для младших школьников:

– задачи часто структурированы так, чтобы побуждать детей к самостоятельному расследованию и решению;

– могут быть иллюстративными и требовать визуального понимания;

– они могут иметь несколько способов решения и поощрять творческое мышление;

– задачи ориентированы на развитие логического мышления и математической интуиции;

– часто включают элементы головоломок и графические представления материала.

Кроме того, примерно 50% олимпиадных заданий основывается на геометрическом материале и пространственном мышлении, но т. к. дети в младшей школе не изучают должным образом этот раздел математики, возникают существенные затруднения. Преодолеть их можно при помощи предметного взаимодействия с данными объектами. Здесь и приходят на помощь цифровые образовательные ресурсы, т. к. это самый простой способ для организации данного вида работ.

Рассмотрим возможную методику работы по решению олимпиадной задачи: «Собери один квадрат из всех фигур. Фигуры не должны пересекаться. Внутри квадрата не должно быть пустых клеток» (рис. 1).

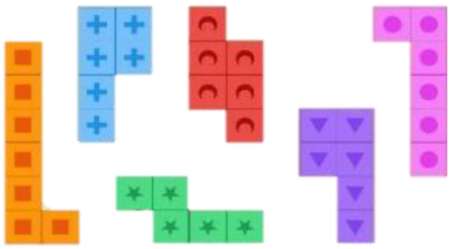


Рис. 1

При работе с данной задачей можно выделить следующие этапы:

1. Первичное обсуждение и уточнение условия задачи: Начните с прочтения задачи учениками. Спросите у них, что им необходимо получить в итоге. Создавая один квадрат, сколько фигур использовать? Какого размера получится квадрат? Какие условия еще отражены в тексте задачи? (Фигуры не должны пересекаться. Внутри квадрата не должно быть пустых клеток.)

2. Визуализация: Используйте графические материалы, такие как доска или магнитные фигуры, чтобы визуализировать задачу. Покажите ученикам, какие фигуры доступны, и как они могут быть расположены.

3. Обсуждение стратегии: Проведите обсуждение стратегии решения задачи. Подчеркните важность размещения фигур так, чтобы они образовывали квадрат и не оставляли пустых клеток. Обсудите, какие фигуры можно использовать для создания сторон квадрата.

4. Практическая работа: Дайте ученикам возможность самостоятельно решать задачу. Предоставьте им набор фигур и лист бумаги, на котором они могут работать. Пусть они экспериментируют с размещением фигур, чтобы создать квадрат.

5. Подсказки и направление: Помогите ученикам, если они столкнутся с трудностями. Предоставьте им подсказки о том, какие фигуры могут быть использованы для сторон квадрата и как правильно их расположить.

6. Проверка и обсуждение: Когда ученики завершат задачу, попросите их представить свои решения классу. Обсудите различные способы создания квадрата и подчеркните, что есть несколько правильных решений.

7. Рефлексия и обобщение: После решения задачи проведите рефлексию. Спросите у учеников, что они извлекли из этой задачи и какие математические концепции они применили.

Рассмотрев этот принцип работы, мы видим, что для того, чтобы научить решать детей этот тип задач, педагогу нужно применить большие трудозатраты: сделать модели фигур для магнитной доски, подготовить такой же набор для всех учеников класса. Кроме того, эффективность такого подхода снижается на этапе самостоятельного моделирования детьми фигуры, т. к. учитель не способен отслеживать все 20 (а чаще всего в классе больше учеников) работ одновременно, поэтому дети начинают накладывать фигуры друг на друга и утверждать, что они решили верно, ведь в памяти у них отложилось только то, что нужно собрать квадрат из всех фигур, и тут снова приходится возвращаться к условию, но уже с каждым индивидуально.

Для упрощения данной работы можно использовать ЦОР. Для сравнения рассмотрим пример решения этой задачи при помощи образовательной платформы «учи.ру» (рис. 2).

Вначале у детей идет обучение: им объясняют, что можно поворачивать фигуру и как это делать.

Следующий этап в обучении – это показ того, как можно собрать искомую фигуру (рис. 3).

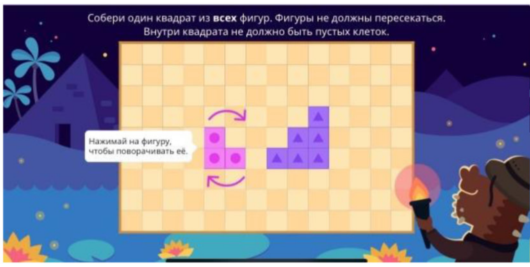


Рис. 2

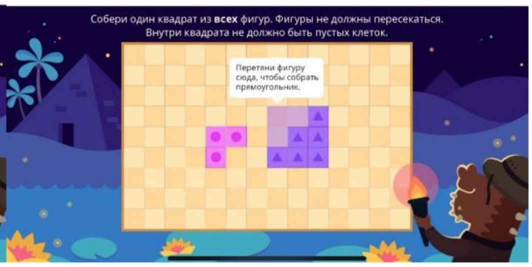


Рис. 3

Далее дети переходят уже к самому заданию (рис. 4). Ученику дается набор фигур, из которых нужно составить квадрат, причем на сайте есть разные уровни сложности данной задачи с различным количеством исходных фигур (рис. 5). Для такой подготовки учителю бы потребовалось в разы больше времени, т. к. нужно вырезать ни один комплект на каждого ученика, а несколько.

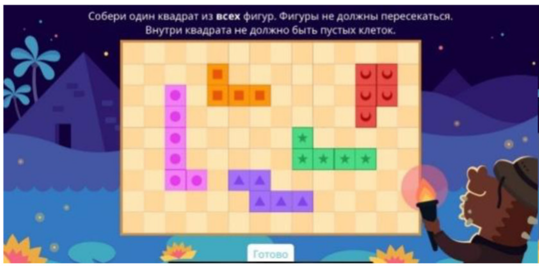


Рис. 4

Рис. 5

Если же дети при решении начинают допускать ошибки, например накладывая одну фигуру на другую, сайт сообщает от этом, подсвечивая область наложения (рис. 6). Кроме того, сайт сообщает о неверном решении и предлагает решить заново (рис. 7). Также в ключах заложены все возможные варианты решения этой задачи (рис. 8, рис. 9).

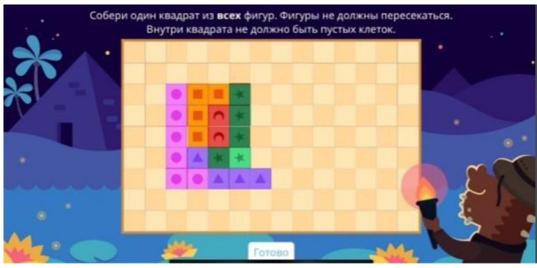


Рис. 6

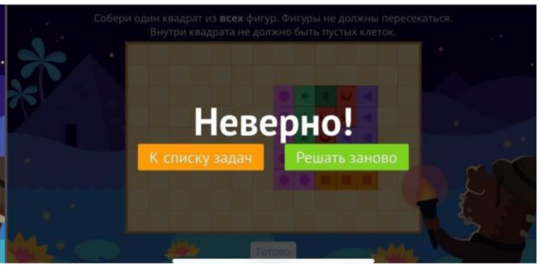


Рис. 7

Рис. 8

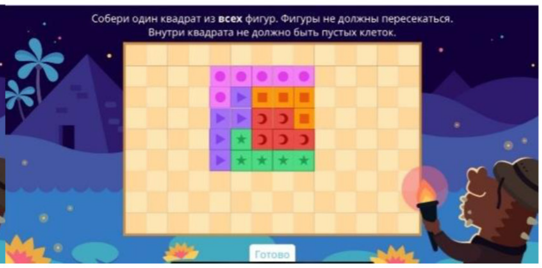


Рис. 9

Из вышесказанного видно, что использование цифровых образовательных ресурсов, таких как образовательная платформа «учи.ру», при подготовке учеников к математическим олимпиадам имеет несколько значительных плюсов.

1. Упрощение подготовки: Использование ЦОР снижает трудозатраты учителя на подготовку и проведение уроков. Вместо создания физических моделей фигур для магнитной доски учитель может предоставить доступ к цифровым материалам.

2. Индивидуализация: ЦОР позволяют учителям индивидуально настраивать задачи и материалы в зависимости от уровня и потребностей каждого ученика. Это особенно важно при работе с разноуровневыми классами.

3. Отслеживание прогресса: ЦОР предоставляют возможность отслеживать прогресс каждого ученика. Учитель и ученик могут видеть, какие задачи были выполнены правильно, а где были допущены ошибки.

4. Повышение мотивации: Использование интерактивных ресурсов и возможность решения задач на компьютере или планшете может сделать процесс обучения более увлекательным для детей.

5. Автоматическая проверка: ЦОР могут автоматически проверять задачи и давать обратную связь, что экономит время учителя и помогает ученикам понимать свои ошибки.

6. Доступность разных уровней сложности: ЦОР могут предоставлять разные уровни сложности для одной и той же задачи, что позволяет учителям подбирать задания в соответствии с уровнем подготовки своих учеников.

Основываясь на приведенных аргументах, использование цифровых образовательных ресурсов в подготовке к математическим олимпиадам может значительно улучшить эффективность обучения и сделать процесс более интересным и доступным для учеников. Рассмотренная методика поможет младшим школьникам развивать пространственное мышление, способности к абстрактному мышлению в решении задач, а также стимулирует их креативность при нахождении решений, так как нет клеше, которое учитель обычно дает на доске, а дети сами стараются найти верный путь решения.

Библиографический список

1. Логинова Н.А., Тихонова Н.Б. Развитие пространственного мышления младших школьников в процессе изучения математики с использованием цифровых образовательных ресурсов // Психология и педагогика XXI века: актуальные вопросы, достижения и инновации: сборник статей III Всероссийской студенческой научно-практической конференции с международным участием. Орехово-Зуево: Государственный гуманитарно-технологический университет (Орехово-Зуево), 2022. С. 822.
2. Образовательный портал на базе интерактивной платформы для обучения детей // учи.ру : [сайт]. URL: https://uchi.ru/teachers/migration (дата обращения: 05.11.2023).
3. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования (утвержден приказом Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 г. № 286 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования»).

К ВОПРОСУ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ЦЕЛЯХ ПОВЫШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ В УСЛОВИЯХ ДВУЯЗЫЧИЯ

ON THE ISSUE OF THE USE OF INFORMATION TECHNOLOGIES IN ORDER TO IMPROVE THE MATHEMATICAL LITERACY OF STUDENTS IN THE CONDITIONS OF BILINGUALISM

А.С. Монгуш, Н.М. Кара-Сал **A.S. Mongush, N.M. Kara-Sal**

Информационные технологии, качество математических знаний, национальная школа, дидактические принципы, наглядность, региональность.
Статья посвящена проблеме повышения математической грамотности обучающихся на уроках математики. Основное внимание уделено реализации принципа наглядности в обучении математике с использованием информационных технологий и их влияние на эффективность учебного процесса в условиях двуязычия.

Information technologies, quality of mathematical knowledge, national school, didactic principles, visibility, regionality.
The article is devoted to the problem of improving the mathematical literacy of students in mathematics lessons. The main attention is paid to the implementation of the principle of clarity in teaching mathematics using information technologies and their impact on the effectiveness of the educational process in the context of bilingualism.

Обновленные федеральные образовательные стандарты делают акцент на развитие функциональной грамотности, одной из составляющей которой является математическая грамотность, т.е. «способность человека … выражать хорошо обоснованные математические суждения, использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и в будущем потребности, присущие творческому, заинтересованному и мыслящему гражданину» [14]. Ответственность в развитии математической грамотности в основном возлагается на плечи учителя математики.

От учителя математики требуется выработка новых приемов эффективной работы. Перед ним встают много вопросов, среди которых главным является, как поддержать интерес к изучаемому материалу у обучающихся. Немаловажным является вопрос организации урока, на котором все обучающиеся активно работают.

В условиях заданий, которые оценивают функциональную грамотность обучающихся, предлагается контекст вне предметной области, т.е. из жизни. В каждом из таких заданий моделируется понятная жизненная ситуация, т.е. необходимо, чтобы ученик решил это задание при помощи предметных (математических) знаний, а также жизненного опыта обучающегося. Задания отличаются контекстом, всегда носят проблемный характер, предполагают множественность решений и излагаются простым, «неакадемическим», понятным языком. Именно поэтому в условиях двуязычия возникает двойная проблема развития математической грамотности: во-первых, понимание учеником условия задачи, во вторых, его умение использовать математические знания в решении задачи [14].

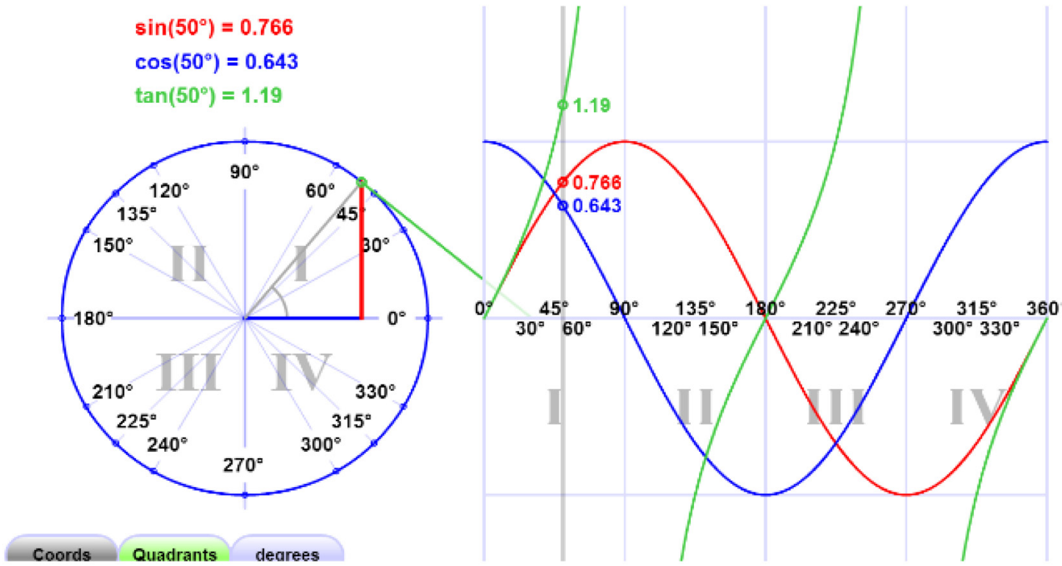
В условиях двуязычия в повышении математической грамотности целесообразно использование математических задач с региональным контекстом [13]. Обучение учащихся на знакомом материале будет способствовать пониманию контекста задания и повышению уровня мотивации и формирует у учащихся познавательные интересы, творчество, самостоятельность, способствовать социализации личности школьника и развивать кругозор [7].

Главным инструментом в решении поставленных вопросов является использование информационных технологий (ИТ) на уроках математики, что способствует повышению математической грамотности обучающихся, придавая уроку увлекательность и яркость, повышает его позитивную эмоциональность и познавательную насыщенность [10].

Главным образом эффективно решается проблема наглядности обучения, расширяется возможности визуализации учебного материала, делая его более понятным и доступным для обучающихся, что актуально особенно в национальных школах в условиях двуязычия [4; 7]. Также необходимо отметить, что появляется возможность усиления индивидуализации процесса обучения, за счет чего адаптируется процесс самостоятельного анализа и корректировки своей деятельности, при этом развивая навыки самоконтроля [1; 2; 4; 5; 6; 11].

Какие компьютерные программы можно использовать на уроках математики? В учебном процессе обучения математике в целях повышения математической грамотности имеет смысл использовать общематематические программные пакеты (Mathcad, Matlab, «Живая математика», GeoGebra и др.). Контекст задания в данных программах можно транслировать в разных форматах (рисунки, диаграммы, схемы, фото и др.).

Согласно исследованиям социокультурных особенностей, проведенных М.В. Назын-оол [8], другой особенностью тувинско-язычных детей являются явно доминирующие признаки правополушарности: образность восприятия, мышления, которые сформировались под влиянием культуры этноса, особенностей тувинского языка. В этой связи, например, использование в методике обучения решению тригонометрических уравнений преобладания образного мышления, т.е. правополушарности учащихся тувинских школ предусматривает наглядную иллюстрацию отбора корней на единичной окружности в программе GeoGebra [9]. Это помогает учащимся представить наглядно и определить корни уравнения в том или ином отрезке. Только после такого преподнесения информации учащиеся тувинских школ усвоят данный прием отбора корней.



Использование хотя бы схематических графических иллюстраций с помощью динамической среды GeoGebra при решении многих задач (планиметрических, стереометрических, тригонометрических задач с параметром) помогает учащимся наглядно представить и позволяет сразу подобрать ключ к решению задачи. При решении задач с параметрами поможет легко наглядно и графически интерпретировать полученные результаты [10; 12].

Итак, наша ближайшая цель – показать, как повысить математическую грамотность учащихся в условиях двуязычия. При этом использование информационных технологий, опираясь на реализацию принципа наглядности, способствует повышению эффективности организации учебного процесса обучения математике.

Библиографический список

1. Бабанский Ю.К. Совершенствовать методы педагогических исследований // Советская педагогика. 1986. № 3. С. 40–46.
2. Балл Г.А. Теория учебных задач. М.: Педагогика, 1990. 184 с.
3. Давыдов В.В. О двух основных путях развития мышления школьников. Кн.: Материалы IV Всесоюзного съезда к общества психологов СССР. Тбилиси: Изд-во Тбилисского ун-та, 1971. С. 686–687.
4. Лебедева О.Е. Использование национального компонента содержания образования в современной практике обучения и воспитания младших подростков: автореф. дис. ... канд. пед. наук. М., 1992. 20 с.
5. Лернер И.Я. Проблемное обучение. М.: Знание, 1974. 64 с.
6. Лернер И.Я. Природа принципов обучения и пути их становления // Принципы обучения в современной педагогической теории и практике. Челябинск: ЧГПИ, 1985. С. 35–40.
7. Монгуш А.С. Использование прикладных задач с национально-региональным содержанием как фактор повышения качества математических знаний учащихся 5–9 классов (на примере Республики Тыва): дис. … канд. пед. наук. Новосибирск, 2002. 190 с.

8. Назын-оол М.В. Исследование профиля латеральной организации мозга у тувинских детей младшего школьного возраста с различным уровнем интеллектуального развития // Научные труды Тывинского государственного университета. Выпуск II. Кызыл: Изд-во ТывГУ, 2005. С. 145–147.
9. Система динамической среды Geogebra. URL: //http ru.wikipedia.org/wiki/GeoGebra
10. Троякова Г.А., Монгуш А.С., Танзы М.В. Методика подготовки учащихся к решению задач с параметрами с использованием среды GeoGebra // Мир науки, культуры, образования. 2018. № 5 (72). С. 27–35. EDN YOBMZF.
11. Фридман Л.М. и др. Как научить решать задачи. М., 1989. 137 с.
12. Шестаков С.А., Юрченко Е.В. Уравнения с параметрами. М.: Слог, 1993. 84 с.
13. Монгуш А.С., Танова О.М. Математические задачи с региональным контекстом как средство мотивации обучения математике (на примере Республики Тыва) // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева 2016. № 2 (36). С. 22–27.
14. Приказ Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 г. № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования». URL: https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/401333920/

РАЗРАБОТКА СКРИНКАСТОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ТУРНИРУ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ

DEVELOPMENT OF SCREENCASTS TO PREPARE FOR THE EXPERIMENTAL MATHEMATICS TOURNAMENT

Ю.В. Никиченко **Y.V. Nikichenko**

Турнир по экспериментальной математике, экспериментальная математика, системы динамической математики, скринкаст, GeoGebra.

В статье представлены описание технологии скринкастинга и пример скринкаста для подготовки к турниру по экспериментальной математике для учащихся 5–6 классов.

Experimental Mathematics Tournament, Experimental Mathematics, systems of dynamic mathematics, screencast, GeoGebra.

The article presents the description of the screencasting technology and an example of the screencast to prepare for the experimental mathematics tournament for students in grades 5–6.

Турнир по экспериментальной математике для учащихся 5–9 классов проводится ежегодно с 2015 года на базе Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова. В 2024 году состоится X, юбилейный турнир. Участников с каждым годом становится все больше, что подтверждает интерес педагогов и школьников к экспериментальной математике и возможностям систем динамической математики в решении исследовательских задач.

Базой проведения турнира может быть любая образовательная организация, для этого необходимо подать заявку на официальном сайте [3].

Анализ результатов работ участников прошлых лет показал, что наибольшие затруднения в решении вызывают авторские задачи № 5, которые требуют привлечения компьютерного эксперимента и специальной подготовки.

Поэтому было принято решение о разработке коллекции скринкастов, демонстрирующих пошаговое решение задачи № 5 турнира прошлых лет для разных классов.

«Скринкаст – это запись видеоизображения экрана компьютера (или другого цифрового устройства) с сопровождающими звуковыми эффектами или текстовыми комментариями» [6, с. 19].

Технология скринкастинга активно используется в учебном процессе: на лекциях, в лабораторном практикуме, в самостоятельной работе, в проектной деятельности [6].

Значимость и целесообразность скринкастинга в обучении, связанном с освоением программных продуктов и устройств, указывают авторы трудов [4; 6; 7].

Для записи скринкаста существует множество программ, например: Camtasia Studio, Movavi Video, Suite Free Screen Video Recorder, ActivePresenter, а также онлайн-сервисов: Screencastify, Apowersoft Free Online Screen Recorder, 123Apps и другие [4; 7].

Анализ возможностей этих программных продуктов и сервисов показал, что самым доступным и простым в использовании является онлайн-сервис 123Apps, так как он не требует регистрации, бесплатный, позволяет сразу после записи скринкаста редактировать видео. Инструменты этого сервиса представлены на рис. 1.

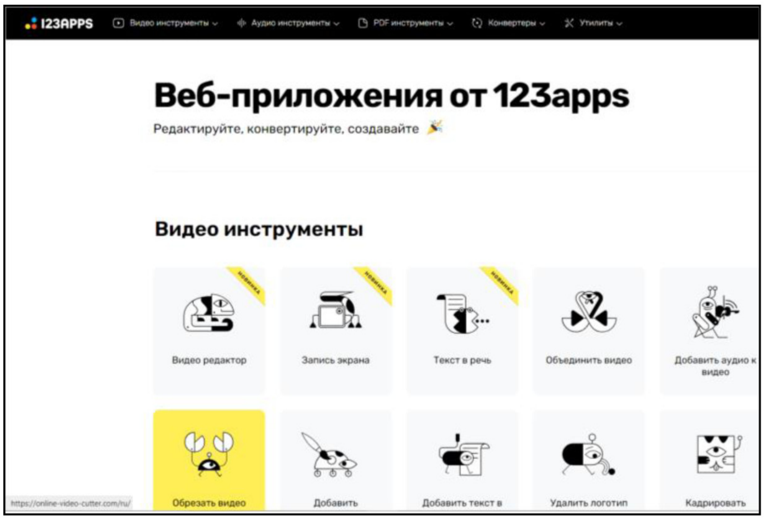


Рис. 1

Анализ статей [1; 7] показал, что общий порядок создания скринкаста может быть следующий:

– выбрать тему (задачу);

– продумать сценарий скринкаста (что будет на экране, что в закадровом тексте);

– подготовить демонстрационный материал;

– определиться с программным обеспечением, с помощью которого будет осуществляться запись;

– настроить техническое оборудование (камеру, микрофон);

– записать, отредактировать и разместить скринкаст.

Также при разработке качественного скринкаста необходимо выполнять следующие методические требования [5]:

– продолжительность скринкаста не более 20 минут;

– закадровый текст должен соответствовать действиям, выполняемым на экране;

– материалы для демонстрации должны соответствовать содержанию;

– разрешение изображений на экране должно позволять рассмотреть материал в деталях.

Представим описание подготовки к созданию скринкаста на примере решения задачи для 5–6 классов турнира по экспериментальной математике 2023 года [3].

В первую очередь необходимо продумать сценарий, прописать в нем закадровый текст в соответствии с тем, какие действия будут выполняться на экране. Для этого предварительно в графическое поле GeoGebra нужно ввести формулировку задачи и провести все построения, чтобы внести в сценарий правильные обозначения всех геометрических фигур (рис. 2).

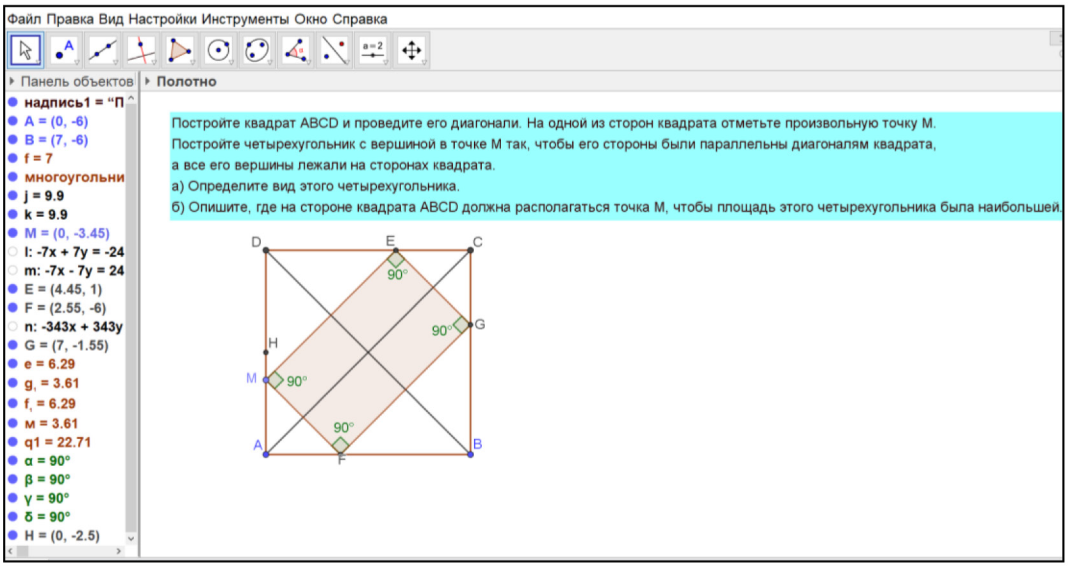


Рис. 2

Чтобы панель инструментов GeoGebra была лучше видна, необходимо увеличить размер шрифта не менее 18 пунктов (рис. 3).

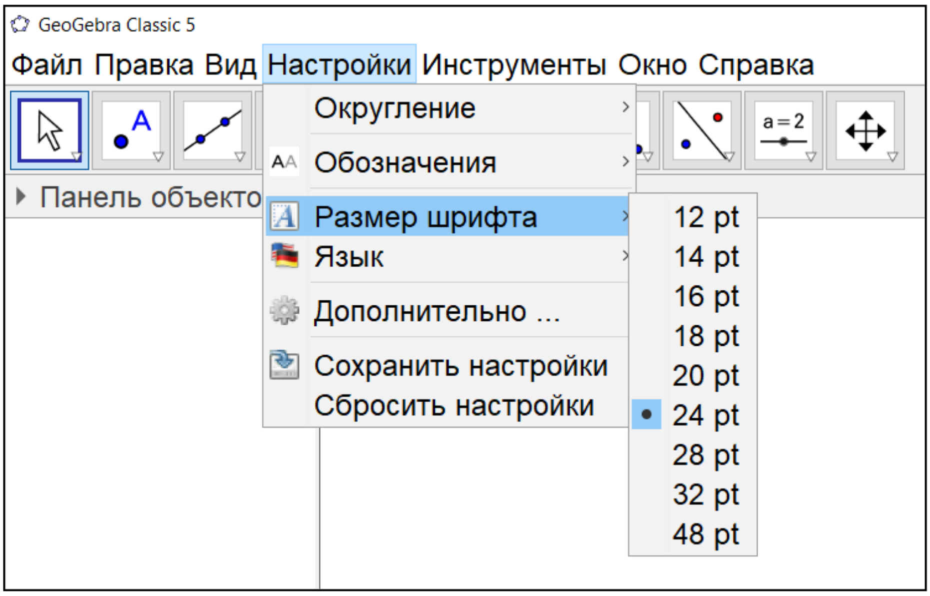


Рис. 3

Далее необходимо настроить техническое оборудование и проверить работу онлайн-сервиса для записи скринкаста.

Приведем пример готового скринкаста, разработанного с помощью онлайн-сервиса 123Apps: https://inlnk.ru/agyklO и для удобства QR-код (рис. 4).

Коллекция скринкастов для подготовки к турниру по экспериментальной математике размещается на российском видеопортале Rutube в свободном доступе и может быть полезна школьникам и учителям математики.

Рис. 4

Библиографический список

1. Арбузов С.С., Воробьева М.А. Использование графических планшетов для записи обучающих скринкастов по математике // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. 2021. № 6. С. 6–10.
2. Кузьмин С.В. Технология скринкастинга в образовании // Приоритетные направления развития образования и науки: сборник материалов III Международной научно-практической конференции, Чебоксары, 11 ноября 2017 года / редкол.: О.Н. Широков. Чебоксары: Общество с ограниченной ответственностью «Центр научного сотрудничества "Интерактив плюс"», 2017. С. 131–133.
3. Официальный сайт турнира по экспериментальной математике / Проекты кафедры экспериментальной математики и информатизации образования САФУ. URL: https://it-projects.narfu.ru/turnir/ (дата обращения: 05.11.2023).
4. Радионова А.В., Кагачева Г.Н. Обзор программ для захвата видео с экрана компьютера // Информатика в школе. 2020. № 8 (161). С. 56–60.
5. Соловьева Л.Ф. Медиадидактика в Интернете: вопросы разработки требований к учебному материалу // Интернет и современное общество: сборник научных статей. Труды XVI Всероссийской объединенной конференции «Интернет и современное общество» (IMS-2013), Санкт-Петербург, 9–11 октября 2013 г. СПб.: НИУ ИТМО, 2013. С. 258–261.
6. Стариченко Б.Е., Арбузов С.С. Применение скринкастинга при обучении IT-дисциплинам // Информатика и образование. 2017. № 2. С. 19–22.
7. Технология создания интерактивного скринкаста как средства обучения математическим дисциплинам / А.В. Фирер, Е.А. Мелешко, В.В. Сидоров, Н.С. Терехин // Перспективы науки. 2020. № 12 (135). С. 170–173.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ГЕОМЕТРИИ В СРЕДЕ DESMOS ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ» В 8 КЛАССЕ

ORGANIZATION OF PRACTICAL WORK ON GEOMETRY IN THE DESMOS ENVIRONMENT WHEN STUDYING THE TOPIC «QUADRILATERALS» IN THE 8TH GRADE

И.В. Смирнова **I.V. Smirnova**

Обучение геометрии, практические работы, изучение четырехугольников, использование интерактивной лаборатории Desmos.

В статье описывается конструирование практических работ по теме «Четырехугольники» при изучении геометрии в 8 классе. Демонстрируется использование виртуальной математической лаборатории на уроках геометрии, описание работы в лаборатории, анализ и сравнение существующих практических работ и методические рекомендации на основе созданной практической работы в виртуальной лаборатории.

Geometry training, practical work, the study of quadrilaterals, the use of the Desmos interactive laboratory.

The article describes the construction of practical works on the topic «Quadrilaterals» when studying geometry in the 8th grade. The use of a virtual mathematical laboratory in geometry lessons, a description of work in the laboratory, analysis and comparison of existing practical work and methodological recommendations based on the created practical work in the virtual laboratory are demonstrated.

Наглядность в обучении математике важна для активизации мыслительных процессов и усвоения информации. Она может осуществляться через использование ярких примеров, картинок, графиков и других визуальных материалов [2]. Компьютерные средства также могут быть полезными в обучении, предоставляя большой объем информации и активизируя интерес учеников [3]. Однако важно сочетать современные и традиционные средства наглядности, выбирая приемы, которые будут подходить учителю, школе и уровню учеников. Кроме того, необходимо быть внимательным к качеству используемых программ и приложений, чтобы они соответствовали методике обучения и содержанию учебных программ.

Тема «Четырехугольники» одна из наиболее удачных тем для урока – практической работы, так как она объемная и без правильного подведения итогов по теме учащиеся могут иметь не прочно сформированные знания. При изучении этой темы продолжается развитие пространственного мышления. Качественное освоения данной темы поможет обучающимся легче в дальнейшем проходить курс стереометрии.

В 25 задании ОГЭ встречаются задачи на применение знаний о четырехугольниках. Можно заметить, что средний процент выполнения по группам составляет только 2,81 %.

В ЕГЭ по математике профильного уровня задания по теме «Четырехугольники» или их применение при решении задач на вычисление или доказательство может встретиться в 16 задании. Средний процент выполнения небольшой – 8,37 %.

Практическая работа включает самостоятельное решение задач обучающимися, используя модели, схемы или чертежи. Практические работы могут быть установочными, иллюстративными, тренировочными, исследовательскими, творческими и обобщающими. Они делают уроки математики интереснее, помогают усваивать знания и развивают самостоятельность учащихся [5]. Практические работы могут быть включены в проблемные темы, где обучающимся предлагаются сложные задачи для самостоятельного решения. При организации учебного процесса с использованием практических работ особое внимание следует уделить принципам наглядности, последовательности и целостности.

Программная среда Desmos [1] позволяет не только работать с графиками функций, но и с геометрическим содержанием. В Desmos представлена платформа Teacher Desmos, которая позволяет использовать готовые, а также составлять задания, назначать классу, следить за выполнением задач обучающихся. То есть Teacher Desmos является платформой, а Desmos встроенной в нее средой.

На сайте Desmos Людмилы Рождественской предлагаются активности или переводы активностей (традиционно активностями на данной платформе называются практические работы от английского «activity»), связанные с ознакомлением или усвоением отдельных видов четырехугольников, однако их мало или одношаговые.

Платформа позволяет строить геометрические фигуры, измерять их характеристики, творчески подходить к решению различных задач, возможно создание заданий для самопроверки, написание направляющих подсказок или комментариев к упражнениям. Кроме возможности создавать интерактивные чертежи при помощи специальных инструментов, есть возможность создавать чертежи-заготовки в качестве заданий для учеников с тем, чтобы они внесло дополнения или выполнили требуемые действия.

Ученик, вошедший в цифровую среду, сталкивается с новыми условиями для выполнения заданий. TeacherDesmos – это не среда для тестов, а возможность исследовать задания, экспериментировать с условиями. У обучающегося всегда есть возможность вернуться к любому этапу выполнения упражнений. Данная платформа мотивирует не бояться ошибаться, поскольку при допущении ошибочного шага система с обратной связью подскажет об этом, а не оценит негативно вариант ответа. К тому же ученик прежде чем дать ответ, может самостоятельно тестировать свое решение на моделях, меняя параметры.

Структура учебных практических работ (активностей) состоит в следующем – постепенные шаги подготовки к самостоятельному творческому заданию. Подобная активность состоит из нескольких шагов – мини-вызов, причем уровень их сложности от слайда к слайду постепенно нарастает. Они даются для того, чтобы ученик сам научился использованию инструментов, которые ему понадобятся для выполнения более сложной и комплексной задачи.

Рассматриваются особенности и возможности практической среды. Desmos предоставляет возможность сразу же после регистрации найти уже существующие работы на данной платформе, которые разработаны другими педагогами. Если же уже есть запланированные типы заданий и идеи для слайдов, то создается новая активность.

Одно из достоинств данной лаборатории заключается в том, что ее можно использовать как на очных уроках (в компьютерных классах), так и на дистанционном обучении, и в обоих случаях будет гарантирован контроль и проверка учителем. Если при очном выполнении заданий в классе учитель может ходить между учащимися и давать советы, комментарии, исправлять ученика, то не всегда это удается делать при дистанционном обучении. Но Desmos позволяет учителю из своего рабочего кабинета видеть окна учеников.

Если встреча происходит в сервисе беспроводного взаимодействия для организации видеоконференций, вебинаров, групповых чатов, учитель может голосом подсказать одному ученику о его неверных действиях или помочь с затруднениями. Но в Desmos учитель может и отправить комментарий ученику, чтобы не отвлекать других учеников (или в случае, если встреча в каналах связи не была запланирована).

При грамотно составленных заданиях у учеников не должно возникать вопросов по их выполнению. Ученик погружается в выполнение заданий и в ходе практических работ может самостоятельно открыть какое-либо утверждение, закономерность. Учитель контролирует ход работы и выполняет роль консультанта.

На всех этапах работы в этой математической лаборатории легко осуществлять наглядность материала: допустим, при построении середин отрезков с помощью инструментов.

Возможна реализация дифференцированного подхода к обучению, заключающегося в режиме обратной связи, поддерживающем индивидуальную работу учащегося и выбор оптимального темпа решения практической задачи. Данная платформа позволяет предлагать учащимся не только практические задачи, но и реализовать творческие идеи учителя и ученика.

При организации учебного процесса с использованием практических работ особое внимание следует уделить принципам наглядности, последовательности и целостности.

В практической работе представлены следующие типы задач: задания на актуализацию знаний, задания на исследование, задания на закрепление умений и навыков по теме, задания на установление соответствия и творческое задание.

Несмотря на то, что в каждом учебнике свой порядок изучения частных видов четырехугольников, на выполнение практической работы это не влияет.

Цели практической работы

1. Закрепить знание о понятии «четырехугольник».
2. Формировать знание о свойствах и признаках четырехугольников.
3. Формировать умение обосновывать решения теоретическими фактами.
4. Формировать взаимосвязь между различными типами четырехугольников.

5. Формировать интерес к предмету, развивать стремление к самостоятельной исследовательской деятельности.

Дидактическая цель практической работы по теме «Четырехугольники»: обобщение и систематизация знаний о видах, признаках и свойствах четырехугольников.

Принципы составления практической работы по теме «Четырехугольники»: от простого к сложному, сначала обучение использованию инструментов платформы, а затем самостоятельное их применение, от теории к практике.

В первых четырех заданиях представлен материал для обобщения теоретического материала: определение, свойства и признаки четырехугольников – соотнести высказывание и его название.

Задания 5–8 направлены на умение обосновывать утверждения при решении задач. Для упрощения заданий и эффективного распределения времени – решения приведены, остается только обосновать тот или иной факт.

Задания 9–16 чередуются с информацией об использовании виртуальных инструментов для построения отрезков, измерения углов, построения углов, параллельных прямых, середины отрезков и применения полученных знаний на практике в процессе решения задач.

Последнее, 17 задание, является творческим на применение инструментов лаборатории.

Методические рекомендации составлены с учетом проведения данной практической работы на практике. Проводить работу необходимо после изучения всех определений, свойств и признаков четырехугольников.

В ходе апробации составлен опрос для учителей математики, было опрошено около 50 учителей. Были заданы вопросы «Используете ли Вы виртуальные лаборатории на уроках? Какие? Если не используете, то почему. На каких темах лучше всего применять лаборатории». Мало кто из учителей использует виртуальные средства наглядности, такие как виртуальные лаборатории, однако многие хотели бы, но не хватает либо времени на уроке, либо недостаточно учебно-методической литературы. Виртуальные лаборатории относительно новое понятие, которое внедряется в образовательный процесс год за годом.

Практическая работа проводилась в 8 классе математической вертикали. С первыми тремя заданиями справились все обучающиеся. С задачами на обоснование фактов не смогли справиться несколько учеников из-за непрочных знаний.

Учащиеся отметили, что им очень понравилось использовать виртуальные инструменты для построения и измерения геометрических фигур, поэтому последнее задание было воспринято позитивно даже учащимися старшего возраста – изображение различных объектов с использованием четырехугольников.

Задания на построение, а после на вычисление нашли положительный отклик, возможно, это связано с тем, что такая работа учащимся была предоставлена впервые.

Недостатком является малое количество заданий, по мнению учащихся, но это исправить можно, поскольку возможен творческий подход и сайт позволяет предложить участникам образовательного процесса самостоятельно придумать задания и задать их однокласснику.

Учителю не стоит проводить данную практическую работу, если он не разобрался, как работает платформа. Также работу надо давать только после изучения всей темы, поскольку большая часть заданий рассчитана на комбинации четырехугольников. Хотя при изучении свойств и признаков можно воспользоваться заданиями на их усвоение, где учащиеся для квадрата могут самостоятельно выделить его характеристики.

Апробация проводилась в классах, изучающих математику углубленно. В классах, изучающих математику на базовом уровне, практическую работу необходимо будет разбить на 2–3 блока:

✓ задания 1–4 (работа с определениями, свойствами и признаками);

✓ задания 5–8 (самостоятельно записывать теоретические обоснования в решениях задачах);

✓ задания 9–17 (работа с инструментами Desmos и решение задач).

Сочетание блоков зависит от уровня подготовки класса, целей на конкретный урок. Можно сочетать задания 1–4 и 5–8 либо чередовать задания 1–4 и 9–17.

Работу стоит предложить после изучения всей темы «Четырехугольники». Рекомендуется составлять таблицы по каждому четырехугольнику с его определением и описанием признаков и свойств по мере изучения, чтобы в дальнейшем при обобщении материала можно было вернуться к данному материалу и систематизировать знания, составив кластер. Теоретическое обобщение можно составлять как на листах формата А4 или ватмане, так и в электронном виде.

Практическую работу лучше проводить либо перед контрольной работой, либо после, поскольку в обоих случаях происходит обобщение и систематизация знаний.

Библиографический список

1. Desmos: [сайт]. URL: https://www.desmos.com/?lang=ru
2. Волович М.Б. Средства наглядности как материальная основа управления процессом усвоения знаний. М.: Советская педагогика, 1979.
3. Горшкова О.В. Активные методы обучения: формы и цели применения. М.: Научно-методический электронный журнал «Концепт», 2017.
4. Мухина В.С. Возрастная психология: феноменология развития, детство, отрочество: учебное пособие для студентов, обучающихся по педагогическим специальностям. М.: Академия, 2004.
5. Полат Е.С. Теория и практика дистанционного обучения: учебное пособие для вузов. М.: Юрайт, 2023.
6. Денищева Л.О. Теория и методика обучения математике в школе. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2015.

РАЗВИТИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ ФИЗИКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СРЕДСТВ И МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

DEVELOPMENT OF COGNITIVE ACTIVITY OF STUDENTS IN TEACHING PHYSICS USING MEANS AND METHODS OF MATHEMATICAL MODELING

А.У. Умбетов, К.К. Урманова **A.U. Umbetov, K.K. Urmanova**

Лабораторные работы, эксперименты, познавательная активность, критическое мышление, методы, математика, моделирование.
В данной статье была исследована роль лабораторных работ и экспериментов в учебном процессе по физике, а также их влияние на развитие познавательной активности обучающихся. Рассматриваются аспекты, влияющие на успешное выполнение лабораторных работ и экспериментов, а также их виды. Статья подчеркивает важность лабораторных работ для применения теоретических знаний на практике, развития критического мышления, навыков наблюдения и анализа, а также эффективное повышение мотивации у учащихся при обучении физике.

Laboratory work, experiments, cognitive activity, critical thinking, methods, mathematics. modeling.
This article examines the role of laboratory work and experiments in the educational process in physics, as well as their impact on the development of cognitive activity of students. The aspects affecting the successful performance of laboratory work and experiments, as well as their types, are considered. The article emphasizes the importance of laboratory work for the application of theoretical knowledge in practice, the development of critical thinking, observation and analysis skills, as well as an effective increase in motivation among students when teaching physics.

В современном образовательном процессе физика занимает особое место, оказывая существенное воздействие на формирование познавательной активности учащихся. Физика как один из фундаментальных научных предметов не только позволяет понять законы природы, но и развивает критическое мышление, логическую грамотность, исследовательские навыки и познавательную активность у обучаемых.

В данной статье был рассмотрен один из наиболее эффективных и универсальных инструментов обучения физике – **лабораторные работы и эксперименты.** Неоспоримо, что именно практические занятия в лабораторных работах играют ключевую роль в процессе формирования и развития познавательной активности учащихся. Они не только позволяют закрепить теоретические знания, но и стимулируют учащихся исследовать, анализировать и сравнивать результаты, что в итоге способствует более глубокому пониманию физических явлений.

Лабораторные работы предоставляют учащимся уникальную возможность применять теоретические знания на практике. Этот опыт не только углубляет понимание физических концепций, но и развивает умения решать проблемы, анализировать данные и делать выводы на основе наблюдений. Когда студенты активно участвуют в проведении экспериментов, они сталкиваются с реальными физическими явлениями, что помогает им лучше осознавать суть науки.

Важной особенностью лабораторных работ является их интерактивный характер. Учащиеся сами настраивают оборудование, выполняют измерения и анализируют результаты. Это позволяет им активно взаимодействовать с учебным материалом, стимулируя процесс самостоятельного поиска решений и формирования собственных выводов. Такой подход к обучению вносит элемент игры и открытия в учебный процесс, что повышает мотивацию и интерес учащихся к изучению физики.

Для максимального развития познавательной активности учащихся при выполнении лабораторных работ следует учитывать несколько важных аспектов, показанных на рис. 1.

Рис. 1. Эффективные методики проведения лабораторных работ

Лабораторные работы и эксперименты остаются важной частью обучения физике, способствуя развитию познавательной активности учащихся. Эти занятия предоставляют возможность применять теоретические знания на практике, развивать навыки анализа данных и формировать критическое мышление. Следование эффективным методикам проведения лабораторных работ и активное взаимодействие с учащимися позволяют максимально использовать потенциал этого учебного инструмента. Развитие познавательной активности через лабораторные работы способствует более глубокому и продуктивному обучению физике и подготавливает студентов к успешной карьере в научной и технической области.

Также, рассмотрев виды лабораторных работ и экспериментов, были выделены основные из них, необходимые для развития познавательной активности при обучении физике, показанные на рис. 2.

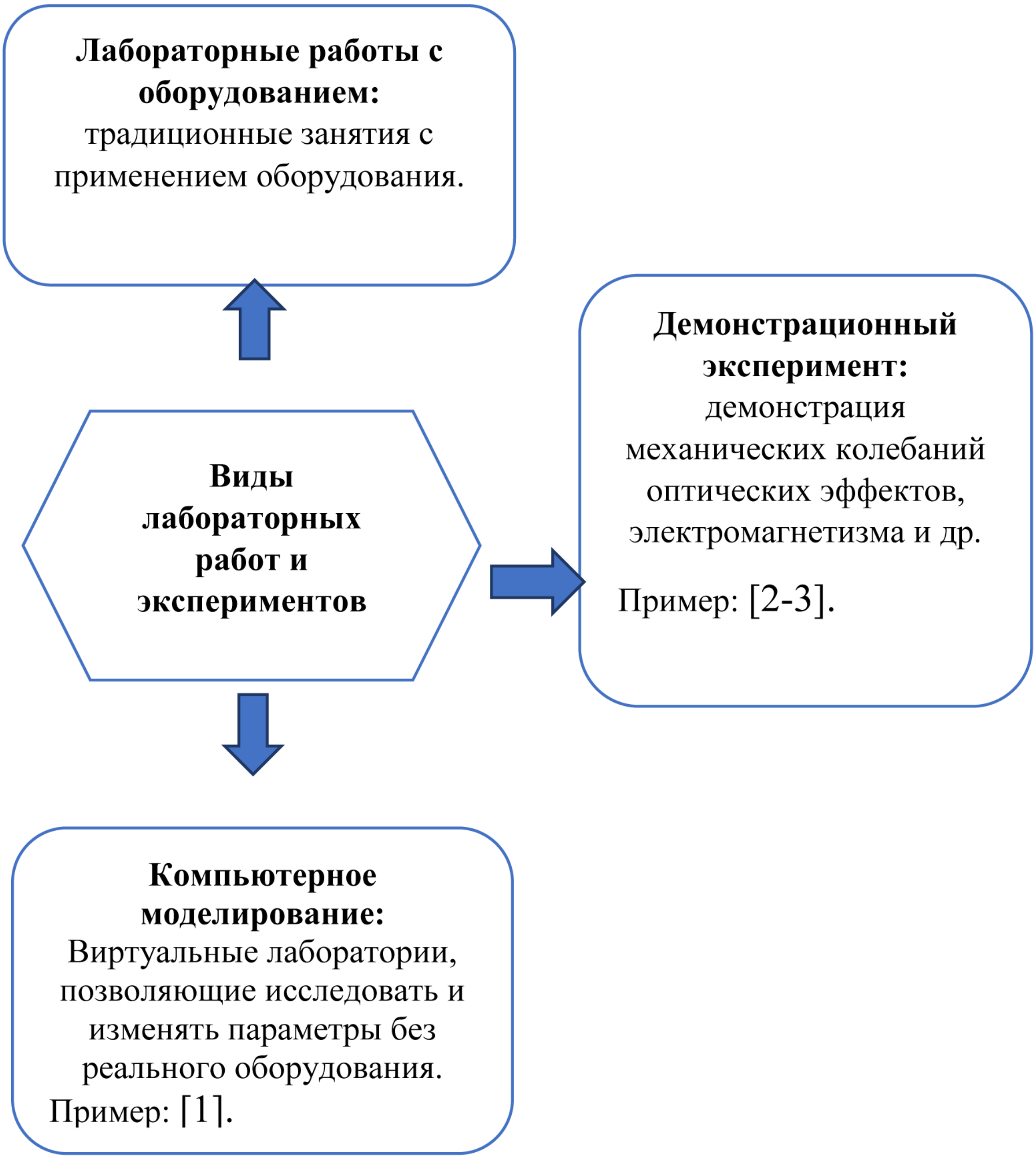


Рис. 2. Основные виды лабораторных работ и экспериментов

Стоит отметить, что обучение физике является важным компонентом современной образовательной системы. Однако для того, чтобы ученики успешно осваивали этот предмет, необходимо применять разнообразные методы и средства, которые способствуют развитию их познавательной активности. Одним из наиболее эффективных подходов является использование средств и методов **математического моделирования**.

Математическое моделирование с использованием MS Excel – это мощный способ визуализации и анализа данных в физике. Ниже приведен пример, как можно использовать MS Excel для моделирования и анализа колебательного движения математического маятника.

Если тело совершает свободные незатухающие колебания, то его координата с течением времени изменяется по закону косинуса или синуса:

$$x = x_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi), \tag{1}$$

где x_{max} – амплитуда, $(\omega_0 t + \varphi)$ о – фаза колебаний, φ – начальная фаза, ω_0 – собственная циклическая (круговая) частота колебаний. Скорость (первая производная координаты по времени) и ускорение (вторая производная координаты по времени) при этом также будут изменяться по гармоническому закону:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = x' = x_{max}\omega_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) = x_{max}\omega_0 \cdot \sin\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right); \tag{2}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = x'' = -x_{max}\omega_0^2 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) = x_{max}\,\omega_0^2 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi + \pi). \tag{3}$$

Для преобразования выражений надо было воспользоваться формулами приведения. Отсюда видно, что скорость опережает смещение по фазе на $\frac{\pi}{2}$, а ускорение – на π, т.е. находится в противофазе со смещением.

Одной из самых простых и распространенных моделей колебательных систем является математический маятник: материальная точка массы m, подвешенная на нерастяжимой нити длиной L и совершающая колебания в вертикальной плоскости. Круговая частота колебаний в этом случае принимается равной

$$\omega_0 = \sqrt{g/L}, \tag{4}$$

где период колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{L/g}$ (5)

Примечательно, что в случае свободных колебаний круговая частота и период колебаний определяются свойствами самой системы и не зависят от начальных условий (начального смещения или, что то же самое, начальной фазы).

Цель настоящей работы заключается в том, чтобы построить графики зависимости *x(t), v(t), a(t)* и проследить за их изменением при изменении параметров системы [4].

Как показано на рис. 3, необходимо занести исходные числовые данные в таблицу, такие как: амплитуда, начальная фаза, длина маятника, период колебаний, круговая частота и временной интервал.

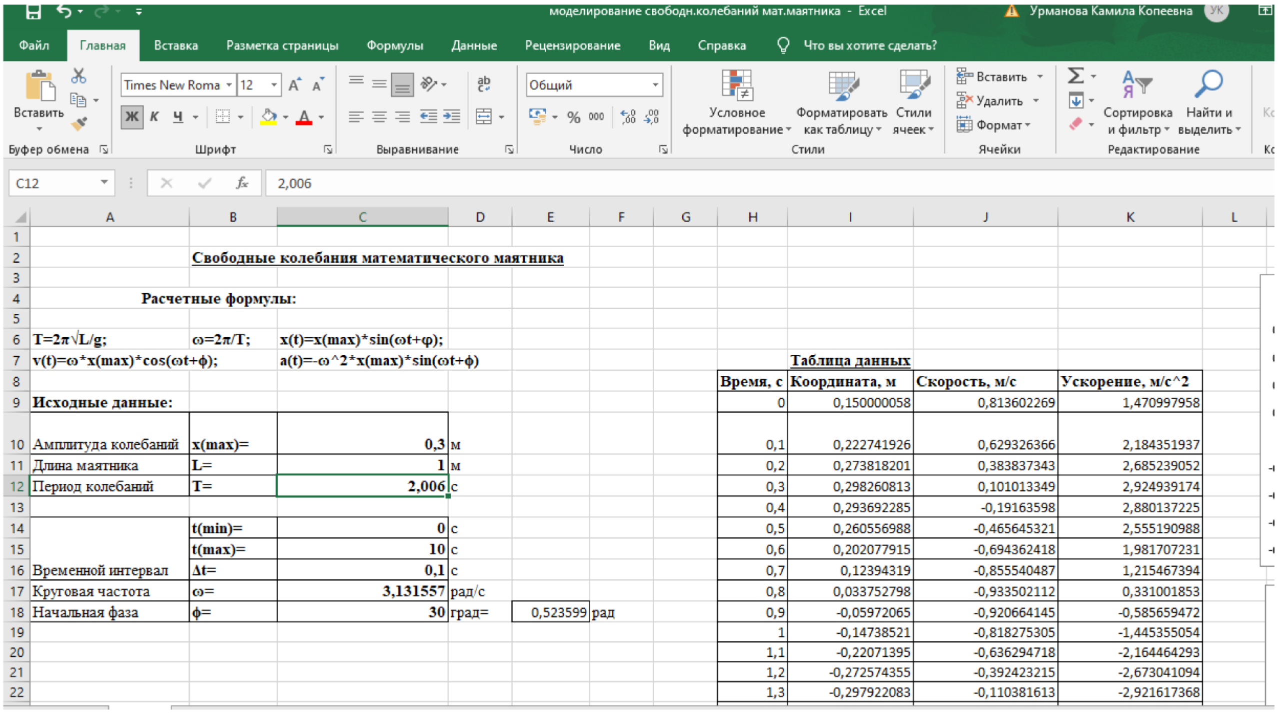


Рис. 3. Заполнение таблицы данных

Благодаря данной программе можно освоить навыки выполнения виртуальных лабораторных работ, что является альтернативным решением проблемы отсутствия оборудования.

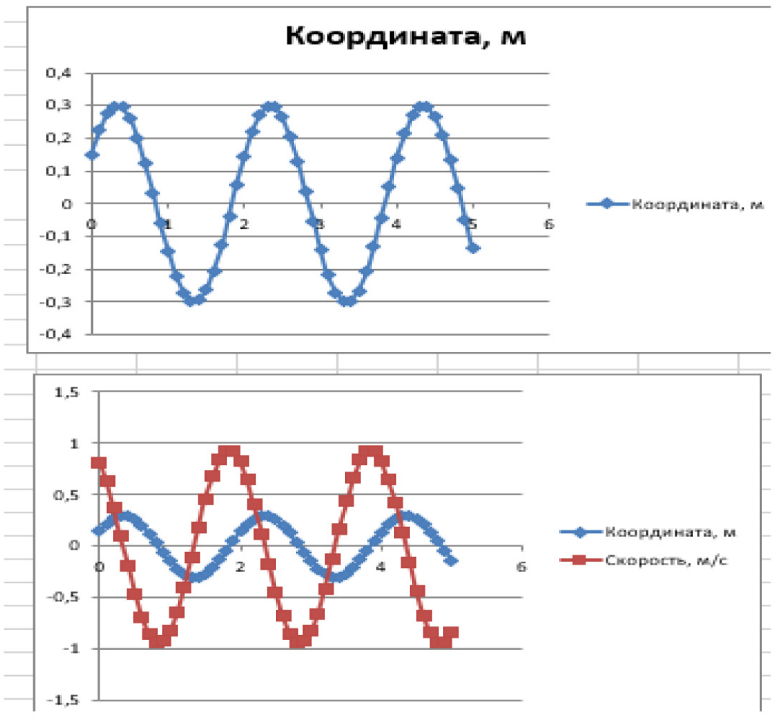


Рис. 4. Пример графиков зависимости смещения, скорости от времени

По результатам расчетов были построены два графика *x(t)*, *v(t)*, показанные на рис. 4. Поскольку во всех случаях по оси *Ox* откладывается одна и та же величина (время), все три зависимости можно представить в одной системе координат. Такой способ построения применяется в тех случаях, когда необходимо провести сравнение нескольких различных (неоднородных) величин или исследовать поведение некоторой величины в зависимости от начальных условий или условий проведения эксперимента. Однако он имеет и недостатки: он применим только тогда, когда сравниваемые величины имеют один и тот же порядок.

Этот простой пример демонстрирует, как можно использовать MS Excel для математического моделирования в физике, а именно для моделирования колебательного движения математического маятника. Вы можете экспериментировать с разными начальными условиями и параметрами, чтобы исследовать различные сценарии движения. Это отличный способ визуализировать и понять физические законы и концепции.

Таким образом, лабораторные работы и эксперименты играют неотъемлемую роль в обучении физике. Они способствуют развитию познавательной активности студентов, обогащают их понимание научных концепций и подготавливают к успешной карьере в сфере физики и науки в целом.

Важно отметить, что разнообразие лабораторных работ позволяет адаптировать обучение к различным стилям и потребностям студентов, что способствует более глубокому и устойчивому пониманию физики. Кроме того, современные технологии, такие как виртуальные лаборатории и компьютерные симуляции, расширяют возможности проведения экспериментов и делают их более доступными и эффективными в образовательном процессе.

Библиографический список

1. URL: https://efizika.ru/html5/10/index.html, свободный (дата обращения: 19.10.2023).
2. URL: https://phet.colorado.edu/sims/html/faradays-law/latest/faradays-law_all.html, свободный (дата обращения: 19.10.2023).
3. Ахметов А.К., Умбетов А.У. Курс физики. Электричество и магнетизм. III том. Астана, 2021. 670 с.
4. Богуславский А.А., Щеглова И.Ю. Моделирование физических процессов: лабораторный практикум. Коломна, 2002. С. 14.

.

Секция 4

СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ И ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ЭПОХУ ЦИФРОВИЗАЦИИ

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ УНИВЕРСАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ В ХОЛИСТИЧНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ

APPLICATION OF MATHEMATICAL MODELING IN THE FORMATION OF UNIVERSAL COMPETENCIES IN STUDENTS IN A HOLISTIC EDUCATIONAL ENVIRONMENT

В.Н. Аниськин **V.N. Aniskin**

Математическое моделирование, универсальные компетенции, цифровизация образования, информационно-образовательный холизм, холистичная образовательная среда, формирование и развитие исследовательских навыков обучающихся, подготовка учителя математики.
С учетом особенностей цифровой трансформации образования анализируется дидактический потенциал математического моделирования в формировании универсальных компетенций у студентов педагогического бакалавриата и магистратуры. Определяется оптимизирующее влияние математического моделирования на эти процессы в условиях холистичной образовательной среды. Рассматриваются возможности метода математического моделирования в повышении качества предметной и методической подготовки будущих учителей математики в условиях смешанного обучения.

Mathematical modeling, universal competencies, digitalization of education, information and educational holism, holistic educational environment, formation and development of students' research skills, mathematics teacher training.
Taking into account the features of the digital transformation of education, the didactic potential of mathematical modeling in the formation of universal competencies among undergraduate and graduate pedagogical students is analyzed. The optimizing influence of mathematical modeling on these processes in a holistic educational environment is determined. The possibilities of the mathematical modeling method in improving the quality of subject and methodological training of future mathematics teachers in the conditions of blended learning are considered.

Современный этап развития российской системы образования, заключающийся в ее цифровой трансформации, обусловливает развитие уже использующихся и создание новых специализированных и универсальных образовательных информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), включая виртуальную и дополненную реальность, искусственно-интеллектуальные, квантовые и нейротехнологии, большие данные, робототехнику, сенсорику и другие SMART-технологии. Структура, условия и особенности новой электронной информационно-образовательной среды (ЭИОС) и нового цифрового образовательного пространства (ЦОП) определяют ученым-педагогам и психологам, конструкторам, инженерам, ИТ-специалистам и производителям компьютерной техники те актуальные направления для оптимизации и адаптации дидактических свойств и функций традиционных аналоговых технических средств обучения (ТСО) к изменяющимся условиям, унификации и комплексирования современных электронно-коммуникативных средств, систем и технологий обучения (ЭКССТО), разработки перспективных конструкторско-технологических, программно-технических, эксплуатационно-пользовательских и др. решений, которые смогут обеспечить эффективность и продуктивность использования потенциала высоких цифровых технологий в системе образования.

Можно предположить при этом, что одним из наиболее эффективных и продуктивных инструментов в холистичной (интегрированной) диаде профессиональной и предметно-методической подготовки будущих учителей математики для реализации дидактического потенциала цифровых образовательных технологий (ЦОТ), вместе с традиционными аналоговыми и компьютерными, становятся компьютерное и математическое моделирование задач, проблем, объектов, процессов и явлений, изучаемых студентами педагогического бакалавриата и магистратуры. В условиях цифровой трансформации для будущих учителей особую актуальность приобретает поиск направлений универсализации и унификации всех компонентов учебного процесса, преобразование уже существующих и разработка более совершенных технологий, проектов и форматов как ЭИОС, так и холистичной (целостной) образовательной среды (ХОС).

Адаптируя ранее предложенный нами вариант понятия ХОС [1] к современному этапу цифровой трансформации образования, мы определяем такую среду, как системно-интегративный комплекс традиционных, современных и перспективных аналоговых и цифровых ТСО; «бумажных», электронных и сетевых учебных, предметных, методических, научных и других информационных ресурсов; программных средств учебного назначения и программно-методических комплексов; современных гаджетов и SMART-устройств, предназначенных для получения, обработки и хранения информации, обеспечения обучающимся онлайн- и офлайн-доступа к информационным источникам; а также естественно-научных, технологических, робототехнических и других учебно-исследовательских квантумов, площадок и лабораторий педагогических кванториумов и технопарков универсальных педагогических компетенций образовательных учреждений. Последние инновационные структуры, как компоненты современного высокотехнологичного учебного пространства (прообраза ЦОП), выполняют в ХОС при переходе к цифровому образованию функцию оптимального и эффективного инструментария для компьютерного и математического проектирования, моделирования и прототипирования обучающимися изучаемого материала, в том числе универсального междисциплинарного, надпредметного и метапредметного содержания.

Мы видим, что ХОС фактически является многофункциональным дидактическим, исследовательским и предметно-методическим комплексом средств, систем и технологий обучения, оптимизирующим процессы формирования и развития у обучающихся универсальных умений, навыков и компетенций для самостоятельного поиска и сбора информации, в том числе приобретения исследовательских навыков, выражающихся в выдвижении гипотезы исследования и проведении ее экспериментальной проверки, отработки логических приемов, умений делать выводы и умозаключения по результатам исследования, а также других важных учебных, учебно-исследовательских и учебно-методических действий и операций.

Очевидно, что на всех уровнях образования формирование и развитие универсальных качеств занимает особо значимое и важное место по причине того, что при этом закладывается и укрепляется фундамент социальных, общекультурных и профессиональных качеств обучающихся, формируются социальная, технологическая и цифровая грамотность личности и на их основе соответствующий тип культуры человека. Это утверждение подтверждается сочетаемостью требований федеральных государственных образовательных стандартов среднего общего [2] и высшего образования [3] к формированию универсальных учебных действий (УУД) и универсальных компетенций (УК), овладение которыми является обязательным условием освоения образовательных программ выпускниками школ, колледжей и вузов.

Возвращаясь к дидактическому и предметно-методическому потенциалу ХОС, нужно отметить то обстоятельство, что в процессах формирования и развития УК и УУД свою системообразующую и оптимизирующую роль играет принцип информационно-образовательного холизма, который в рамках проблемы данного исследования определяется нами, в отличие от дефиниции, предлагавшейся ранее [1], как интеграция и комплексирование тех приемов и способов УУД и категорий УК, различных по своим дидактико-социальным, предметно-специальным и учебно-методическим функциям, но имеющим одну общую конечную цель – реализацию синергетического эффекта и принципа эмерджентности в решении образовательных задач за счет объединения компонентов инфраструктуры образовательного учреждения и его партнеров в единую общую систему. Информационно-образовательный холизм оказывает оптимизирующее влияние на всех этапах формирования УК и УУД, обеспечивая достижение целей школьной и вузовской подготовки за счет слияния отдельных приемов и способов обучения и воспитания в единую систему и упрощения возможностей достижения системного эффекта. Иными словами, интеграция и комбинация обучающих приемов и способов в условиях ХОС дают гораздо больший общий эффект от применения УУД, чем простая сумма индивидуальных действий учащихся.

Определяя преимущества применения математического моделирования в формировании УК в условиях ХОС, стоит отметить, что по результатам опроса учителей-предметников наибольшие затруднения у обучающихся возникают при выполнении регулятивных (43%) и познавательных УУД (57%) [4]. Это косвенно подтверждает предположение о том, что цифровая трансформация образования генерирует необходимость создания новой системы универсальных знаний, умений, навыков и компетенций, способной оптимизировать и адаптировать учебную и исследовательскую деятельность обучающихся к реалиям цифрового общества.

Мы считаем, что математическое моделирование как универсальный регулятивный и познавательный инструментарий должно стать важным звеном не только в повышении качества профессионально-предметной подготовки будущих учителей математики, но и в формировании их социально-технологической компетентности – одной из базовых ценностей цифровой культуры, выражающейся в способности личности к правильной, «быстрой и умелой социальной ориентировке» [5] в цифровом обществе на основе УК и УУД с оперативной рефлексивной реакцией на внешнее воздействие [6].

В качестве подтверждения такого предположения можно привести мнение А.Н. Боголюбова, считающего, что математическое моделирование как «идеальное научное знаковое формальное моделирование, при котором описание объекта осуществляется на языке математики, а исследование модели проводится с использованием тех или иных математических методов» [7] в сравнении с натурным моделированием обладает функцией универсальности «технического и программного обеспечения проводимой работы» [7]. Ученым подчеркивается, что математическое моделирование «может и должно стать интеллектуальным ядром информационных технологий, всего процесса информатизации общества» [7].

Исходя из приведенного мнения и учитывая результаты работ [8–15], авторами которых определяются особенности и условия эффективного и оптимального использования математического моделирования в обучении математике и другим предметам, можно выделить следующие основные дидактические функции математического моделирования, наиболее эффективные для формирования УУД и УК в условиях ХОС:

– когнитивную, как функцию познания изучаемого объекта либо решения задачи посредством математического моделирования для конструирования и проектирования модели, соответствующей реальному образу или условиям задачи с соблюдением принципа доступности обучения);

– управленческую, при помощи которой возможно продуктивное выполнение учащимися и преподавателями таких УУД, как: ориентировочные (построение модели, максимально приближенной по своим параметрам к условию задачи с последующим внесением в нее дополнительных элементов); контролирующие (сравнение самостоятельно созданной математической модели с рекомендуемой или эталонной моделью); коммуникативные (оперирование моделью с позиций вариантов решения задачи);

– интерпретационную, с помощью которой объект или способы решения задачи можно представить различными математическими моделями;

– эстетическую, способствующую реализации принципов наглядности, научности, доступности и позволяющую формировать у обучающихся прилежание, усердие, ответственность, удовлетворение результатом от создания не только полезной, но и «красивой» математической модели;

– направленного внимания для реализации принципа целесообразности обучения и обеспечения координации деятельности и сосредоточенности внимания обучающихся на объекте или задаче для их моделирования;

– эвристическую, с помощью которой построенная математическая модель позволяет понять не только количественные характеристики и качественные стороны изучаемого объекта или алгоритма решения задачи, но и возможности применения модели для рассмотрения проблем в других науках и предметах (надпредметный и метапредметный аспекты математического моделирования на уроках математики) [8–15].

На основе этих функций можно сделать вывод о том, что математическое моделирование является оптимальным и эффективным средством для формирования и развития УК и УУД у обучающихся в условиях ХОС.

Библиографический список

1. Аниськин В.Н., Аниськин С.В., Добудько Т.В., Пугач В.И. Модель информационно-образовательного холизма // Балтийский гуманитарный журнал. 2016. Т. 5, № 4 (17). С. 135–139.
2. Реестр примерных ООП Минпросвещения России. ФГОС СОО. Одобрен решением от 12.08.2022 № 732. URL: https://fgosreestr.ru/educational_standard (дата обращения: 15.10.2023).
3. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования (3++). Портал ФГОС ВО. URL: https://fgosvo.ru/fgosvo/index/24/94 (дата обращения: 08.10.2023).
4. Липская Т.А. Универсальные учебные действия как содержательная единица ФГОС НОО, ООО, СОО // Современный урок в условиях внедрения ФГОС: опыт, проблемы, перспективы. Оренбург: ОГПУ, 2017. С. 131–133.
5. Выготский Л.С. Проблемы развития психики (под ред. А.М. Матюшкина). Т. 3. М.: Педагогика, 1983. 368 с.
6. Богословский В.И., Аниськин В.Н., Добудько Т.В. Цифровая культура педагога сквозь призмы компьютерной грамотности и социально-технологической компетентности // Новые образовательные стратегии в современном информационном пространстве. СПб.: РГПУ имени А.И. Герцена, 2023. С. 259–264.
7. Боголюбов А.Н. Основы математического моделирования: конспект лекций. М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2001. 180 с.
8. Павлова Л.В. Познавательные компетентностные задачи как средство формирования предметно-профессиональной компетентности будущего учителя математики // Известия РГПУ имени А.И. Герцена. 2009. № 113. С. 169–174.
9. Погорельская Л.А. Типовые задачи по формированию универсальных учебных действий на уроках математики // Концепт. Теория и методика развития универсальных учебных действий. 2013. № 9. С. 79–85.
10. Подходова Н.С. Моделирование как универсальное учебное действие при изучении математики // Начальная школа. 2011. № 9. С. 34–41.
11. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики. Книга для учителя. М.: Просвещение, 1990. 96 с.
12. Аниськин В.Н., Добудько Т.В., Пугач В.И., Пугач О.И. Математические методы и методы компьютерного моделирования как необходимые компоненты содержания подготовки магистров педагогического образования // Вектор науки ТГУ. Педагогика, психология. 2015. № 4 (23). С. 24–29.
13. Звонарев С.В. Основы математического моделирования: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2019. 112 с.
14. Романюк Д.А., Суховеенко Е.А. Модель мониторинга универсальных учебных действий в процессе обучения математике // Мир науки, культуры, образования. 2018. № 4 (71). С. 160–164.
15. Аниськин В.Н., Рахматуллина Д.К. Применение математического моделирования для формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся // Естественные и гуманитарные науки в современном мире. Орел: ОГУ им. И.С. Тургенева, 2023. С. 377–381.

ФОРМИРОВАНИЕ ПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ПО МАТЕМАТИКЕ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ СРЕДСТВАМИ ИНТЕРАКТИВНЫХ ПРОЕКТНЫХ ЗАДАЧ

FORMATION OF SUBJECT RESULTS IN MATHEMATICS IN ELEMENTARY SCHOOL BY MEANS OF INTERACTIVE PROJECT TASKS

М.Ю. Баранова, Н.Е. Осипова **M.Y. Baranova, N.E. Osipova**

Математика, начальная школа, проект, проектная задача, интерактивное задание, урок, групповая работа.
В статье раскрывается структура и роль проектных задач в начальной школе как альтернатива проекту на уроках математики. Приводится пример проектной задачи, включающей в себя интерактивные элементы. Авторы статьи поясняют на примерах, как такая система задач будет способствовать формированию предметных результатов различных разделов, изучаемых в 3–4 классах.

Math, elementary school, project, project task, interactive task, lesson, group work.
This article reveals the structure and role of project tasks in elementary school as an alternative to the project in mathematics lessons. An example, of a project task involving interactive elements is given. The authors of the article explain by examples, how such a system of tasks will contribute to the formation of the subject results of various sections studied in grades 3–4.

Среди поставленных задач федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования (далее – ФГОС НОО) ключевыми являются [1, с. 1–2]:

1) освоение обучающимися технологий командной работы на основе их личного вклада в решение общих задач, осознание ими личной ответственности, объективной оценки своих и командных возможностей;

2) овладение обучающимися современными технологическими средствами в ходе обучения и в повседневной жизни;

3) становление и развитие личности в ее индивидуальности.

Решение поставленных задач особенно актуально для начального звена школьного обучения поскольку с позиции отечественных психологов (Л.С. Выготского, П.Я. Гальперина, В.В. Давыдова, Д.Б. Эльконина и др.) учебная деятельность в данный период является ведущей. Большое значение приобретает не только разработка и совершенствование нового учебного содержания, но и исключение из практики так называемых «непродуктивных» приемов, методов, средств и форм педагогического взаимодействия.

Среди известных направлений педагогических технологий выделяют проектную деятельность, которая, в свою очередь, позволяет работать на указанные в ФГОС НОО цели.

В начальной школе рекомендуют включать в образовательный процесс не проекты, а проектные задачи. Раскроем ключевые отличия.

Таблица

Сравнение проекта и проектной задачи

Проект	Проектная задача
Всегда предполагает решение какой-то проблемы, предусматривающей, с одной стороны, использование разнообразных методов, с другой – интегрирование знаний, умений из различных областей науки, техники, технологии, творческих областей	Нет указаний, к какой теме, к какому учебному предмету относится, как выполнять то или иное задание
Итогом решения является создание продукта и его представление в рамках устной или письменной презентации	Итогом решения всегда является реальный продукт (текст, схема или макет прибора, результат анализа ситуации, представленный в виде плана действий, таблиц, диаграмм, графиков), созданный детьми
Не представлены все необходимые средства. Обучающиеся сами определяют способы получения информации	Предлагаются все необходимые средства и материалы в виде набора (или системы) заданий и требуемых для выполнения данных

По мнению А.Б. Воронцова, под проектной задачей понимается задача, «…в которой через систему или набор заданий целенаправленно стимулируется система детских действий, направленных на получение еще никогда не существовавшего в практике ребенка результата («продукта»), и, в ходе решения которой, происходит качественное изменение группы детей. Проектная задача принципиально носит групповой характер» [2, с. 176]. Поэтому одной из отличительных особенностей проектной задачи является необходимость коллективно-распределительной деятельности учащихся.

Условно этапы организации проектной задачи можем представить в виде следующей модели (рис. 1):

Рис. 1. Структура организации проектной задачи

При выполнении проектной задачи обучающиеся выполняют набор заданий, необходимых для создания итогового продукта. При этом содержание самих заданий будет способствовать формированию предметных результатов.

Приведем пример.

Проектная задача «Мой режим дня» включает в себя ряд заданий, среди которых на одном этапе требуется определить время в пути от дома до школы. Обучающимся предлагается маршрут движения, задан масштаб (рис. 2), средняя скорость человека.

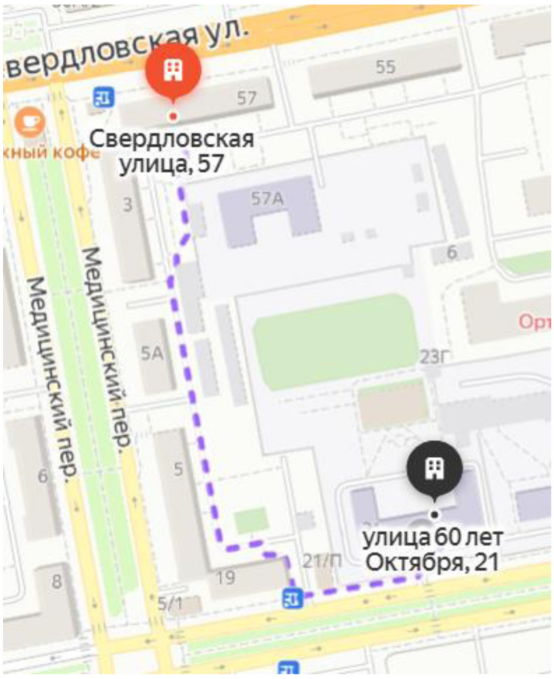


Рис. 2. Изображение для проектной задачи «Мой режим дня»

Обучающиеся выполняют следующие шаги: измеряют с помощью линейки всю длину маршрута, переводят полученные данные в реальные значения с помощью масштаба, вычисляют время в пути. Таким образом, данное задание проектной задачи позволяет работать сразу на 3 предметных результата:

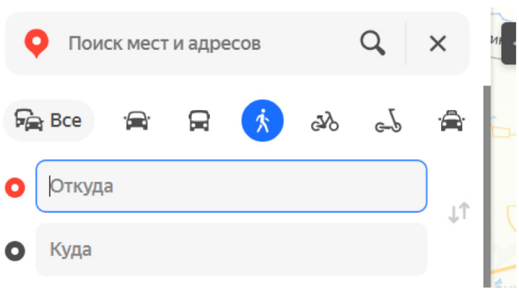
1) измеряют длину ломаной;
2) переводят заданные значения на основе указанного масштаба;
3) вычисляют время (на основе формулы t=S:v).

Это же задание возможно дополнить интерактивными элементами.

Такое изменение, с одной стороны, дополнит и обогатит алгоритм действий, а с другой – усилит прикладной характер задачи. В этом случае получим следующую формулировку рассмотренного задания.

Задание 1. Для того чтобы определить время в пути от дома до школы, воспользуйся картой.

1.1. Для этого перейди по ссылке и выбери адрес дома и школы.



1.2. В правом нижнем углу ты найдешь заданный масштаб, а в верхнем левом углу – протяженность маршрута. Вычисли реальное расстояние от дома до школы.

Подсказка. Ты можешь пройти по ссылке и вспомнить, что такое масштаб.

1.3. Определи время в пути (в минутах), если известно, что средняя скорость человека (в возрасте от 6 до 10 лет) – 1 м/с.

Рассмотрим пример № 2.

Проектная задача «Делегация из Франции». Данная задача включает в себя один этап, в котором требуется сделать расчеты по покупке продуктов для приготовления сыра. Необходимо также определить подходящий магазин. Обучающимся дается информация о сыре (рис. 3) (название, игредиенты, примечания, состав и пр.).

ФРАНЦУЗСКИЙ СЫР

Название	Регион	Тип сыра	Ингредиенты (для изготовления 1 кг сыра)	Особенности изготовления, внешнего вида, вкуса
 Канталь [32] фр. *Cantal* (AOC 1980, 1986)	Канталь, Овернь	твёрдый	Молоко коровье-? л, если 3/8 равны 9 л. жидкий сычужный фермент (телячий) – ½ ч.л., соль морская среднего помола - 2 ч.л. без горки ? гр.	Прессованный неварёный сыр с кисловатым вкусом и толстой золотистой коркой, покрытой плесенью с красными точками; мякоть однородная бледно-жёлтого цвета, созревает от 2 до 6 месяцев.

Рис. 3. Изображение для проектной задачи «Делегация из Франции»

Обучающиеся выполняют следующие шаги: изучают информацию о сыре, рассчитывают объем продуктов для приготовления сыра, анализируют данные о магазинах для определения наиболее выгодной покупки продуктов.

Таким образом, данное задание позволяет работать сразу 2 предметных результата:

1) анализируют информацию в виде таблицы;

2) рассчитывают стоимость (на основе формулы Стоимость = Цена · Количество).

Это задание можно дополнить интерактивными элементами. Интерактивные элементы дополнят алгоритмы действий. С их помощью задание будет интересным и наглядным. В этом случае получим следующую формулировку задания.

Задание 1. Для того чтобы узнать, из каких продуктов готовится сыр, воспользуйся ссылкой и просмотри видео.

1.1. После просмотра видео составь перечень продуктов, необходимых для приготовления сыра.

1.2. После составления перечня продуктов проанализируй информацию и ответь, в каком магазине будет выгодней произвести покупку.

1.3. Рассчитай стоимость покупки, опираясь на известную тебе формулу.

Таким образом, проектная задача дает возможность организации взаимодействия детей при решении поставленной ими самими задачи. Учит способу проектирования через специально разработанные задания. Дает возможность посмотреть, как группа обучающихся осуществляет перенос известных им предметных способов действий в модельную ситуацию.

Библиографический список

1. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования (утвержден приказом Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 г. № 286 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования» (Зарегистрирован 05.07.2021 № 64100)). URL: http://publication.pravo.gov.ru/.
2. Воронцов А.Б. Проектные задачи в начальной школе: пособие для учителя / А.Б. Воронцов, В.М. Заславский, С.В. Егоркина и др.; под ред. А.Б. Воронцова. 3-е изд. М.: Просвещение, 2011. 176 с.

РАЗРАБОТКА ОНЛАЙН-КУРСА ПО МАТЕМАТИКЕ НА ПЛАТФОРМЕ STEPIK

DEVELOPMENT OF ONLINE MATHEMATICS COURSE ON STEPIK PLATFORM

Г.Н. Гиматдинова, М.Б. Шашкина **G.N. Gimatdinova, M.B. Shashkina**

Онлайн-курс, математическая подготовка, платформа Stepik.
Онлайн-курсы – достаточно популярный инструмент для обучения школьников. Одной из удобных цифровых платформ для разработки образовательных онлайн-курсов является Stepik. В статье рассмотрены основные этапы создания онлайн-курсов по математике и его наполнения образовательным контентом.

Online course, math training, Stepik platform.
Online courses are a fairly popular tool for teaching schoolchildren. One of the convenient digital platforms for developing online educational courses is Stepik. This article discusses the main stages of creating online courses in mathematics and filling it with educational content.

В современном мире все большую популярность приобретают образовательные онлайн-курсы, позволяющие пользователям получить доступ к обучающим материалам из любой точки мира и в удобное для них время. На сегодняшний день каждый школьник, у которого есть доступ в Интернет, имеет возможность обучаться на различных онлайн-курсах. Они могут быть как платными, так и бесплатными для обучающихся. Подчеркнем, что большинство образовательных программ предоставляются онлайн-школами. Основная тематика таких курсов связана с подготовкой обучающихся к государственной итоговой аттестации, предметным олимпиадам, реализации проектной деятельности и т.д. Однако узкоспециализированные темы по математике встречаются не так часто. Хотя они могут стать отличным инструментом в руках школьного учителя математики для закрепления тем, устранения пробелов в знаниях обучающихся, а также построения индивидуальной образовательной траектории. Таким образом, возникает вопрос поиска цифровой платформы, позволяющей учителю разрабатывать собственные онлайн-курсы для обучающихся с учетом специфики преподаваемого курса, особенностей обучающихся и их стартовых возможностей для освоения курса. Соглашаясь с аргументами ряда исследователей относительно выбора цифровой платформы для создания онлайн-курсов, мы остановились на платформе Stepik [2; 4].

Stepik – российская платформа для онлайн-образования, на которой можно найти курсы по различным дисциплинам, в том числе по математике. Каждый зарегистрированный пользователь имеет возможность не только проходить обучение, но и создавать свои учебные курсы, причем без ограничения по количеству слушателей [1].

Разработка онлайн-курса по математике на платформе Stepik является процессом интересным, творческим, требующим не только знания математического материала и методики преподавания, но и навыков создания образовательного контента.

Первым шагом при создании онлайн-курса на платформе Stepik является определение целевой аудитории. В зависимости от того, для кого предназначен курс, следует выбрать сложность курса и установить рекомендуемую недельную нагрузку. Важно сделать описание курса с указанием ожидаемых результатов обучения, целей курса, его особенностей, разделов и типов заданий, входящих в курс, а также начальных требований, чтобы курс не оказался слишком сложным или простым.

Описание курса позволит приступить к следующему шагу – разработке содержания, составлению заданий и упражнений. При планировании общей структуры курса следует определиться с количеством уровней и модулей. Важно также продумать последовательность прохождения материала, чтобы вводить новые понятия постепенно, строить знания на уже изученном материале и предоставлять достаточное количество упражнений и задач для закрепления.

После разработки структуры курса необходимо создать контент, который может быть в виде текстовых материалов, видеолекций, презентаций и интерактивных заданий. Важно, чтобы контент был понятен и доступен пользователям с различным уровнем подготовки. Ряд полезных дополнительных цифровых ресурсов, которые можно использовать при создании образовательного контента, описаны в работе [3]. При разработке контента необходимо помнить о важности интерактивности. Stepik позволяет создавать интерактивные задания, где пользователи могут самостоятельно решать математические задачи и получать обратную связь, что помогает закрепить знания и проверить понимание материала.

После завершения разработки контента необходимо провести пилотное тестирование курса на группе пользователей. Это поможет выявить возможные ошибки, проблемы с пониманием материала и недочеты в контенте. По результатам тестирования можно внести необходимые изменения и улучшить курс.

Важным этапом разработки онлайн-курса на платформе Stepik является поддержка и обновление курса. Контент и материалы могут меняться, и важно следить за актуальностью информации, ответами на задания и доступностью курса для пользователей.

Одной из актуальных для разработки тем онлайн-курса считаем «Решение дробно-рациональных уравнений и неравенств» для обучающихся 9–11 классов, в рамках которого планируется охватить модули, посвященные решению линейных, квадратных уравнений и неравенств, уравнений и неравенств высших степеней, метод интервалов, дробно-рациональные уравнения и неравенства и т.д. Данный онлайн-курс будет полезен для закрепления учебного материала по обозначенной теме в 9 классе, для повторения в 10 классе и при подготовке к Единому государственному экзамену в 11 классе.

Разработка онлайн-курса по математике на платформе Stepik – интересный и сложный процесс, требующий знания математического материала, навыков разработки и создания контента, а также понимания потребностей целевой аудитории. Считаем, что цифровые инструменты должны использоваться в образовательном процессе в сочетании с традиционным обучением. На наш взгляд, одним из основных рисков цифровизации является минимизация живого общения педагога и ученика. Поэтому подобные курсы эффективно использовать в формате смешанного обучения. При правильном подходе онлайн-курс может стать полезным инструментом для обучения математике.

Библиографический список

1. Абакумова Н.Н., Калафат Е.А. Перспектива использования платформы Stepik в российской системе образования // Цифровые трансформации в образовании (E-Digital Siberia 2022): материалы VI Международной научно-практической конференции. Новосибирск. 2022. С. 4–9.
2. Бачанцев И.В., Газейкина А.И., Долгов А.В. Выбор образовательной платформы для создания онлайн-курсов по программированию // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. 2020. № 5. С. 204–211.
3. Гиматдинова Г.Н. Цифровые инструменты для математической подготовки обучающихся при реализации смешанного обучения // Современная дидактика и качество образования: новые возможности и ограничения в ситуации смены технологического уклада: материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции. Красноярск. 2022. С. 166–171.
4. Сущев С.С. Обоснование выбора цифровой платформы для создания онлайн-курса по изучению иностранного языка // Вестник МГПУ. Серия «Информатика и информатизация образования». 2022. № 2 (60). С. 114–126.

ФОРМИРОВАНИЕ ФИНАНСОВОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7–8 КЛАССОВ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

FORMATION OF FINANCIAL LITERACY OF STUDENTS IN GRADES 7–8 BY SOLVING TEXT PROBLEMS

А.О. Дмитриева, С.В. Кирнасова **A.O. Dmitrieva, S.V. Kirnasova**

Финансовая грамотность, функциональная грамотность, финансовая математика, текстовые задачи, обучение математике, школьный курс математики.
В данной статье рассматривается актуальность формирования финансовой грамотности в школе. Определяется понятие финансовой грамотности, рассматриваются компоненты данной компетенции. Также предлагаются типы задач, направленные на формирование финансовой грамотности на уроках.

Financial literacy, functional literacy, financial mathematics, text tasks, teaching mathematics, school mathematics course.
This article discusses the relevance of the formation of financial literacy in school. The concept of financial literacy is defined, the components of this competence are considered. The types of tasks aimed at the formation of financial literacy in the classroom are also proposed.

С ростом экономической нестабильности и финансовых рисков все больше людей осознают необходимость умения эффективно управлять своими финансами для решения таких задач, как покупка недвижимости, выбор кредита или ипотеки, инвестирование в акции или фонды. Обладая низким уровнем экономической эрудиции, люди могут столкнуться с множеством проблем: долгами, неправильными инвестициями, неэффективным использованием доходов и т.д.

Кроме того, вопросы по финансовой математике входят в содержание различных экзаменационных работ школьников, таких как ВПР, ОГЭ и ЕГЭ по математике. В соответствии с обновленным федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования [2] вопросы финансовой грамотности официально включены в образовательную программу по математике.

В рамках исследования PISA финансовая грамотность является одним из компонентов функциональной грамотности и определяется как «знание и понимание финансовых понятий, рисков, а также навыки, мотивация и уверенное применение таких знаний для принятия эффективных решений, направленное на улучшение финансового благосостояния человека и общества, обеспечивающее участие в экономической жизни» [1].

Р.С.Э. Юшаева и А.Р. Гайтукаева в своей работе рассматривают понятие финансовой грамотности как «умение жить согласно текущему уровню доходов, вести учет средств и планировать, в том числе, свои пенсионные сбережения, грамотно использовать финансовые инструменты, а также быть в курсе текущих финансовых событий» [4].

В данной компетенции можно выделить три базовых компонента: установки, знания и навыки. Первый компонент, установки, является основой финансовой грамотности. Он направлен на развитие у человека необходимости в получении финансовых услуг различного вида и понимание возможных последствий. То есть способствует формированию культуры финансового поведения человека.

Второй компонент финансовой грамотности, знания, предполагает владение необходимым объемом информации, а также практическими навыками в сфере финансов для принятия разумных и обдуманных решений. Данная составляющая позволяет эффективно управлять своими сбережениями и приумножать свое материальное состояние.

Такой немаловажный компонент финансовой грамотности, как навыки, предполагает учет личного опыта человека относительно финансов [3].

Текстовые задачи являются эффективным инструментом для развития логического мышления и аналитических навыков учащихся. Они также могут быть использованы для обучения финансовой грамотности.

Одним из способов использования текстовых задач для формирования финансовой грамотности является создание ситуаций, которые требуют принятия финансовых решений. Например, задача может представлять ситуацию покупки товара с определенной скидкой или покупки в кредит, рассрочку, а также выбор наиболее выгодного варианта инвестиций: покупка товара сразу или накопление сбережений. Учащимся предлагается анализировать информацию, сравнивать различные варианты, оценивать возможные последствия и принимать обоснованные решения.

Приведем пример экономической задачи, направленной на формирование финансовой грамотности обучающихся 7–8 классов.

Где взять деньги?

– Зацени, что нашел! – Петя показал Ване брошюру магазина электронники, на страницах которой был изображен сотовой телефон последней модели.

– Но он же такой дорогой! Интересно, откуда люди берут деньги на такие дорогие покупки. Наверное, копят всю жизнь!

– Во всех магазинах можно купить телефон в кредит, – сказал Петя.

– А еще можно взять кредит в банке, если срочно понадобились деньги.

– И что, прямо вот так пришел в банк, и тебе дали кредит? – усомнился Ваня в словах друга.

– Мне так не кажется. Давай поищем информацию в Интернете, – ответил Петя и открыл ноутбук.

Вот, нашел отличную статью:

Все банки учитывают множество факторов при принятии решения о выдаче кредита. Клиенту откажут, если он уже множество раз оформлял кредиты в разных банках и не вовремя выплачивал проценты по ним; если в настоящее время у него уже есть несколько кредитов на крупные суммы; если он не имеет постоянного официального места работы; если у него есть задолженности по выплате алиментов, штрафов и услуг ЖКХ. Доход клиента подтверждается соответствующими документами.

1. При каких условиях банк выдаст кредит клиенту? Выберите ВСЕ верные ответы.

а) Клиент имеет стабильный доход;

б) Клиент просрочил выплаты по взятым ранее кредитам;

в) Клиент на протяжении долгого срока официально трудоустроен;

г) На момент обращения клиент выплачивает несколько крупных кредитов в разных банках;

д) Клиент ранее брал кредит и вовремя выплатил по нему проценты.

– Стоит помнить, – сказал Петя, – что твои ежемесячные расходы будут расти, ведь придется вносить платежи за товар, взятый в кредит. В срок вносить выплаты по кредиту – дело нелегкое.

– Поддерживаю, – сказал Ваня. – Придется быть очень внимательным при планировании своих финансов.

2. Какие советы можно дать человеку, который взял кредит? Выберите ВСЕ верные ответы.

а) Внимательно планируйте свои расходы;

б) Не пользуйтесь товаром, который купили в кредит;

в) Возьмите кредит в другом банке, чтобы выплатить проценты по первому кредиту;

г) Не совершайте необдуманных покупок, избегайте спонтанных трат;

д) Откладывайте часть своего дохода, создавайте финансовую подушку безопасности на случай потери основного дохода.

Петя задумался.

– Я сомневаюсь, что стоит брать кредит на покупку нового сотового телефона. Я слышал, что взятие кредита стоит обдумать в случае экстренных обстоятельств, или на совершение покупки, важную для всей семьи.

3. Представленные ниже ситуации распределите на те, когда стоит брать кредит в банке, и те, когда лучше накопить средства. Внесите ответы в таблицу (таблица 1).

а) Нет сбережений для замены сломавшегося холодильника;

б) Недостаточно денег на семейный отдых на море;

в) Отсутствуют средства на покупку новой модели телевизора;

г) Нет денег у молодоженов на приобретение жилья.

Таблица

Взять средства в кредит	Накопить средства

– Разумеется, прежде, чем брать кредит, необходимо подумать, – сказал Ваня.

– Мой дядя недавно взял в кредит игровую приставку. Она стоит 26 680 рублей. Дядя взял ее в кредит под 13% годовых на 1 год.

Интересно, сколько он заплатит в итоге?

5. Рассчитайте, какую сумму дяде Вани необходимо выплатить в итоге за новую приставку. Запишите свой ответ на вопрос в виде числа.

Ваня и Петя нашли в Интернете магазин, который предлагает этот же сотовый телефон новой модели в рассрочку.

– Это ничем не отличается от кредита! – махнул рукой Петя.

– Это не так, – Ваня взял ручку и листок бумаги.

– Допустим, что новый сотовый телефон стоит 22 000 рублей. Ты вносишь 4 400 рублей и забираешь товар. Дальше в течение 8 месяцев тебе необходимо платить по 2 200 рублей каждый месяц.

– Наверно, рассрочка действительно выгоднее, чем кредит, – согласился Петя.

6. Рассчитайте, какую сумму необходимо выплатить Пете за новый телефон, взяв его в рассрочку. Запишите обоснованное решение и ответ на вопрос задачи.

Данное задание направлено на формирование компонентов финансовой грамотности (установки, знания и навыки) и рекомендуется к использованию на уроках 5–6 классов по темам «Проценты», «Нахождение процента от числа». Диалог мальчиков в данном задании направлен на формирование первого компонента: в данном диалоге мальчики понимают необходимость наличия финансов на приобретение товара или услуги. Найденная мальчиками статья в Интернете, а также задания 1–3 способствуют формированию знаний по интересующему вопросу в сфере финансов и принятия обдуманных решений в этом аспекте. Задания 4–5 направлены на формирование третьего компонента финансовой грамотности и способностей пользоваться личным жизненным опытом.

Люди, обладающие навыками финансового планирования, бюджетирования и умением принимать обоснованные финансовые решения, имеют больше возможностей для достижения своих финансовых целей и обеспечения себе и своей семье стабильное будущее. Текстовые экономические задачи способствуют развитию логического мышления, улучшению аналитических данных, умению бюджетировать и планировать. Таким образом, использование текстовых задач может быть эффективным инструментом для формирования финансовой грамотности обучающихся 5–6 классов.

Библиографический список

1. PISA (Международная программа по оценке образовательных достижений учащихся). URL: https://fioco.ru/pisa (дата обращения: 31.10.2023).
2. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования: приказ Минпросвещения РФ от 31.05.2021 № 287. URL: https://docs.cntd.ru/document/607175848. (дата обращения: 31.10.2023).
3. Кокина А.О. Три важных компонента финансовой грамотности и их роль в повышении культуры финансового поведения молодежи // Science Time. 2022. С. 3–5.
4. Юшаева Р.С.Э., Гайтукаева А.Р. Изучение финансовой грамотности в школе и новые вызовы к квалификации педагогов финансовой грамотности // Учитель создает нацию (а-х.А. Кадыров): сборник материалов V международной научно-практической конференции, Грозный, 25 ноября 2020 года. Грозный. 2020. С. 464–466.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА КАК КОМПЕТЕНЦИЯ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В ОБЛАСТИ АНАЛИТИКИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ДАННЫХ

STATISTICAL PROCESSING OF PEDAGOGICAL EXPERIMENT RESULTS AS THE COMPETENCE OF A MATHEMATICS TEACHER IN THE FIELD OF EDUCATIONAL DATA ANALYTICS

Е.Г. Евсеева **E.G. Evseeva**

Компетенции учителя математики, педагогический эксперимент, аналитика образовательных данных, статистическая обработка результатов эксперимента.

Рассматривается проблема формирования у будущих учителей математики компетенций, необходимых для доказательного развития математического образования. Проанализированы возможности по аналитике образовательных данных при проведении педагогического эксперимента. Приведен анализ деятельности по статистической обработке результатов педагогического эксперимента при написании выпускных квалификационных работ будущими учителями математики в рамках магистерской программы «Математическое образование».

Competence of a mathematics teacher, pedagogical experiment, analysis of educational data, statistical processing of experimental results.

The problem of the formation of future teachers of mathematics competencies necessary for the evidence-based development of mathematical education is considered. The possibilities of analyzing educational data during a pedagogical experiment are analyzed. The analysis of statistical processing activities of the results of a pedagogical experiment when writing final qualifying papers by future teachers of mathematics in the framework of the master's program "Mathematical Education" is given.

Современные тенденции в подготовке магистров математического образования состоят в формировании у них компетенций в области аналитики образовательных данных (*Educational Data Analytics*), предполагающих применение методов интеллектуального анализа данных, машинного обучения и статистики к информации, получаемой в процессе обучения [6]. Эти компетенции позволяют проектировать образовательную среду, разрабатывать материалы учебных курсов и управлять образовательными ресурсами. Именно к компетенциям в области анализа данных можно отнести деятельность по проведению и статистической обработке результатов педагогического эксперимента [1], целью которого, как правило, является доказательство эффективности разработанных методик или технологий обучения.

Необходимость экспериментальной верификации инноваций в образовательной сфере признается и на официальном уровне. Так, президиум Российской академии образования (РАО) утвердил «Критерии доказательности диссертационных исследований в сфере наук об образовании», где подчеркивается необходимость применения качественных и количественных методов доказательства эффективности результатов в педагогическом исследовании [2]. Одним из таких критериев доказательности является анализ данных педагогического эксперимента статистическими методами.

В современных научных работах также исследуется доказательность результатов педагогического исследования [4]. Следует отметить, что термин «доказательное образование» появился в англоязычных странах в 90-е годы прошлого века как аналогия с доказательной медициной. В образовании, как и в медицинской сфере, этот подход предполагает использование технологий и методик обучения, эффективность которых научно доказана.

Таким образом, возникает потребность в развитии компетенций магистрантов математического образования в области образовательной аналитики данных с целью обеспечения доказательности эффективности применяемых в профессиональной деятельности учителя математики методик и технологий обучения. Цель работы – рассмотрение возможностей профессиональной подготовки учителя математики по формированию у него компетенций в области аналитики образовательных данных по проведению и статистической обработке результатов педагогического эксперимента.

В Донецком государственном университете подготовка учителей математики в магистратуре ведется по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование (магистерская программа: Математическое образование). Значимыми для развития компетенций в области аналитики образовательных данных являются дисциплины «Педагогические измерения», «Электронные ресурсы и цифровые технологии в образовании», «Избранные разделы высшей математики: математическая статистика», «Научный семинар». При изучении указанных дисциплин студенты приобретают опыт выполнения таких видов деятельности, как мониторинг качества математической подготовки учащихся; обработка результатов тестирования; применение компьютерных средств для измерения и контроля результатов обучения; применение современных методов сбора, анализа и обработки информации; планирование, организация и проведение педагогического эксперимента; применение пакетов прикладных программ для статистической обработки данных.

Комплексная реализация формируемых компетенций происходит в процессе написания выпускной квалификационной работы в магистратуре, требованием к которой является проведение педагогического эксперимента и статистическая обработка его результатов. Студенты осваивают методику проведения педагогического эксперимента, статистические методы оценки эффективности обучения математике на основе анализа образовательных данных, а также возможности управления учебной деятельностью обучающихся с использованием результатов такого анализа [5]. Экспериментальной базой для проведения педагогического эксперимента выступают образовательные организации, которые являются базами для прохождения практики студентами во время обучения в магистратуре.

При проведении педагогического эксперимента по теории и методике обучения математике обычно предусматривается три этапа: констатирующий, поисковый и формирующий. На каждом этапе применяют определенные методы исследования и получают образовательные данные, требующие статистической обработки.

Задачей констатирующего этапа педагогического эксперимента является сбор и анализ необходимой эмпирической информации для разработки экспериментальной методики обучения. При этом применяются такие методы исследования, как интервьюирование и анкетирование учителей (преподавателей) и обучающихся; метод экспертных оценок; методы описательной статистики для анализа имеющейся ситуации в начале эксперимента.

На поисковом этапе педагогического эксперимента важнейшими задачами является определение актуальности темы исследования, определение путей решения проблемы исследования; уточнение теоретической модели разрабатываемой методики. На этом этапе осуществляется наблюдение за процессом обучения (темы, раздела, курса), а также за существующей методикой обучения. При этом проводится мониторинг результатов обучения, используются методы многофакторного статистического анализа для выявления наиболее существенных факторов, влияющих на результаты обучения.

Формирующий этап педагогического эксперимента предполагает решение таких задач: подбор и уточнение критериев экспериментального исследования; апробация, уточнение и внедрение разрабатываемой методики обучения. На этом этапе проводится внедрение и корректировка экспериментальной методики обучения с применением таких методов исследования, как изучение деятельности обучающихся в процессе работы по экспериментальной методике; собеседования и интервьюирование учителей (преподавателей) и обучающихся; методы непараметрической статистики для обработки результатов эксперимента.

Таким образом, статистические методы анализа данных применяются на всех этапах экспериментальной работы. При этом возможно использование программного обеспечения, предназначенного для статистического анализа (Statistica, SPSS, MS Excel и др.).

Как правило, данные, получаемые в результате педагогического эксперимента, характеризуется большим количеством показателей, которые по типу могут быть разбиты на три класса (табл. 1).

Таблица 1

Типы данных педагогического исследования

Тип данных	Значения	Способ анализа
Номинальные	Пол, анкетные данные и т. д.	Разбиение на классы сопряженности и проверка значимых различий по классам.
Ординальные	Имеют порядковую (ординальную) шкалу оценивания	Разбиение на подвыборки, ранговые технологии.
Количественные	Отражают степень выраженности измеряемого показателя	Все стандартные виды анализа: описательная статистика, проверка статистических гипотез, корреляционный анализ

Одной из главных целей исследования является анализ изменений, происходящих в процессе обучения, оценка значимости и направленности этих изменений и выявление основных факторов, влияющих на процесс.

Главной задачей педагогического эксперимента является обоснование того, является ли предлагаемое педагогическое воздействие (например, новое содержание, формы, методы, средства обучения и т.д.) более эффективным, чем традиционное. В связи с этим более предпочтительным является анализ количественных данных методом разбиения на группы, а также их самостоятельный, а затем сравнительный анализ и проверка значимости различий в группах. Такими подгруппами являются обычно экспериментальная группа (ЭГ), в которой обучение осуществляется с применением разработанной автором методики (экспериментальной), и контрольная группа (КГ), где обучение строится без применения экспериментальной методики.

Процедуру анализа можно разбить на следующие этапы (табл. 2).

Таблица 2

Этапы статистического анализа результатов эксперимента

Название этапа	Содержание этапа	Результаты анализа
Описательная статистика	Вычисление средних, дисперсий, асимметрии и эксцесса, центральных моментов, при необходимости моды, медианы, квартилей распределения и разброса и т.д.	Характеристики параметров анализируемой выборки (ЭГ и КГ). Формулирование гипотез для доказательства эффективности экспериментальной методики обучения.
Проверка статистических гипотез	Проверка гипотез относительно видов функции распределения случайных переменных, значимости различий средних и дисперсий в подвыборках, т.е. их однородности, значимости различий	Выводы о возможности принятия гипотез, свидетельствующие о значимости отличий или совпадения характеристик двух групп, однородности выборок для ЭГ и КГ

Следовательно, требуется провести два сравнения и показать, что при первом сравнении (до начала педагогического эксперимента) характеристики экспериментальной и контрольной группы совпадают, а при втором (после окончания эксперимента) – различаются.

Для этого выдвигаются статистические гипотезы, которые, как правило, при доказательстве эффективности педагогических методик являются утверждением о том, что исследуемые выборки (для ЭГ и КГ) взяты из генеральных совокупностей (ГС) с одинаковым законом распределения (гипотеза об однородности выборок), либо о статистической значимости отличий характеристик двух групп. Выводы о возможности принятия гипотез, как правило, делают на основе статистических критериев Крамера–Уэлча, величин, Хи-квадрат Пирсона и Фишера [3].

Эффективность экспериментальной методики обучения математике считают доказанной, если с некоторой вероятностью гипотезы о равенстве статистических характеристик КГ и ЭГ (принадлежности одной генеральной совокупности) в начале эксперимента и статистической значимости отличий этих характеристик (принадлежности генеральным совокупностям, имеющим различные законы распределения признака) в конце эксперимента не противоречат экспериментальным данным.

Таким образом, магистрантами, будущими учителями математики, должны быть освоены такие способы действий:

– выбор наблюдаемых величин, разработка критериев для их оценивания;

– разработка измерителей (контрольно-измерительных материалов);

– формирование контрольных и экспериментальных групп;

– проведение измерений (формирование массивов данных);

– подготовка массивов данных к обработке (шкалирование, ранжирование, составление вариационных рядов данных);

– нахождение показателей положения выборок (максимальный и минимальный элементы выборки, среднее значение, медиана, мода и др.);

– нахождение показателей разброса выборок (выборочная дисперсия, размах варьирования и др.);

– нахождение показателей асимметрии выборок (положение медианы относительно среднего и др.);

– построение графических характеристик выборок (гистограммы частот или относительных частот и др.);

– формулирование статистических гипотез (о наличии совпадений или различий характеристик выборок, или об однородности выборок);

– проверка статистических гипотез с помощью критериев Крамера–Уэлча, Вилкоксона–Манна–Уитни, Хи-квадрат Пирсона и Фишера и др.;

– использование пакетов прикладных программ для обработки результатов педагогического эксперимента (Statistica, SPSS, MS Excel и др.).

Формирование у будущих учителей математики в магистратуре компетенций в области аналитики образовательных данных путем освоения способов действий по статистической обработке результатов педагогического эксперимента будет способствовать доказательному развитию математического образования.

Библиографический список

1. Евсеева Е.Г. Развитие компетенций будущего учителя математики в сфере аналитики образовательных данных // Дидактика математики: проблемы и исследования. 2023. Вып. 3 (59). С. 53–61. DOI: 10.24412/2079-9152-2023-59-53-61.
2. Критерии доказательности диссертационных исследований в сфере наук об образовании: утверждены постановлением Президиума Российской Академии Образования (РАО) № 2/1 от 23.03.2023. URL: http://rao.rusacademedu.ru/wp-content/uploads/2023/06/postanovlenie-2-1-23-marta2023.pdf/ (дата обращения: 01.11.2023).
3. Новиков Д.А. Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи). М.: МЗ-Пресс, 2004. 67 с.
4. Сериков В.В. Доказательность результатов педагогического исследования как методологическая проблема // Инновационные проекты и программы в образовании. 2020. № 6. С. 13–18.
5. Скафа Е.И., Евсеева Е.Г. Магистерская диссертация: проектирование, композиция, правила оформления: методическое пособие для студентов направления подготовки 44.04.01 Педагогическое образование (профиль: математическое образование). Изд. 2-е изм. и доп. Донецк: ДонНУ, 2018. 128 с.
6. Educational Data Analytics for Teachers and School Leaders / S. Mougiakou, D. Vinatsella, D. Sampson, Z. Papamitsiou, M. Giannakos, D. Ifenthaler. Switzerland: Springer Nature, 2023. 249 p. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-15266-5

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ОЛИМПИАДЫ ПО МОЛНИЕНОСНОМУ РЕШЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ «СТРЕКОЗА» В КРАСНОЯРСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ ПЕДАГОГИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ ИМ. В.П. АСТАФЬЕВА

ANALYSIS OF THE RESULTS OF THE OLYMPIAD ON LIGHTNING-FAST SOLUTION OF MATHEMATICAL PROBLEMS «DRAGONFLY» IN KRASNOYARSK STATE PEDAGOGICAL UNIVERSITY NAMED AFTER V.P. ASTAFYEV

Н.А. Журавлёва, Е.И. Ганжа **N.A. Zhuravleva, E.I. Ganzha**

Олимпиада, анализ заданий, олимпиадная задача, молниеносное решение, студенты педагогического университета.

В статье представлен анализ результатов выполнения олимпиады «Стрекоза» 2023 года по молниеносному решению математических задач в дистанционном формате посредством специально разработанного электронного ресурса на платформе Moodle. Проанализированы результаты верно решенных арифметических, алгебраических, геометрических, логических, комбинаторных и вероятностных задач. В условиях ограниченного времени студенты для решения выбирают арифметические и логические задачи.

Olympiad, task analysis, olympiad task, lightning-fast solution, students of the Pedagogical University.

The article presents an analysis of the results of the Dragonfly Olympiad 2023 on lightning-fast solution of mathematical problems in a remote format through a specially developed electronic resource on the Moodle platform. The results of correctly solved arithmetic, algebraic, geometric, logical, combinatorial and probability problems were analysed. In conditions of limited time students choose arithmetic and logical problems to solve.

В России в последнее время тоже происходят изменения в олимпиадах по математике для школьников. A. Marushina, проведя анализ олимпиадного движения за последние 30 лет, отмечает, что в России начали появляться новые форматы математических олимпиад и конкурсов, включающие задания одновременно интересные и в то же время достаточно тесно связанные с обычным школьным курсом математики [4, с. 1601].

Учителя математики должны быть готовы не только проводить олимпиады по математике, но и готовить обучающихся к ним. А.О. Келдибекова считает, что необходимо проводить профессиональную подготовку студентов, будущих учителей математики, к осуществлению олимпиадной деятельности школьников [2, с. 180].

Н.В. Дударева и В.Ю. Бодряков делают вывод об отсутствии и недостаточном методическом сопровождении массовых математических олимпиад и конкурсов различного уровня, проводимых для студентов педагогических вузов, будущих учителей математики [1, с. 126].

А.Н. Колобов выявляет следующие преимущества дистанционных олимпиад: независимость участия от места проживания, свободный график, отсутствие ограничений по количеству соревнующихся, совмещение с учебным процессом [3, с. 19].

Олимпиада «Стрекоза» проводится в институте математики, физики и информатики Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева с 2012 года. С 2020 года олимпиада перешла в дистанционный формат, который реализуется посредством специально разработанного электронного ресурса на платформе Moodle, что позволяет автоматизировать процесс оценки результатов олимпиады. В 2023 году в олимпиаде «Стрекоза» приняли участие 116 студентов института математики, физики и информатики.

Специфика этой олимпиады заключается в молниеносном решении 33 задач школьного курса математики разных уровней сложности за 40 минут, чем и объясняется ее название. Первые 10 задач базового уровня сложности, с 11 по 20 – продвинутый уровень, с 21 по 30 – повышенный и с 31 по 33 – высокий уровень сложности. За каждую верно решенную задачу базового уровня участник получает 1 балл, продвинутого уровня – 2 балла, повышенного уровня – 3 балла и высокого уровня – 5 баллов. Победителями и призерами олимпиады считаются участники, набравшие наибольшее количество баллов.

Спецификация задач олимпиады «Стрекоза» описана в табл.

Тип задач	Основные умения и способы действий	Количество задач
Арифметические задачи	Умение выполнять арифметические вычисления, сочетая устные и письменные приемы и применять их в практической деятельности и повседневной жизни; умение строить и исследовать простейшие математические модели на основе теории чисел и теории множеств	14
Алгебраические задачи	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры; составлять выражения, уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры	8
Геометрические задачи	Умение выполнять действия с геометрическими фигурами; решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин; решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин; использовать при решении стереометрических планиметрические факты и методы	5
Логические задачи	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	4
Комбинаторные и вероятностные задачи	Умение выполнять перебор возможных комбинаций и подсчитывать их; умение находить частоту и вероятность случайного события	2

В олимпиаде больше всего были представлены арифметические задачи, с которыми участники в основном справились на базовом и продвинутом уровнях (рис. 1). Самое большое количество участников (79 студентов) справились с задачей № 4 о нахождении времени, как доли суток. 67 участников верно решили задачу № 1 о времени на движение. 64 студента справились с задачей № 5 о среднем весе и с задачей № 11 на проценты. При решении задач (№ 3 и № 12) на определение доли числа результат следующий: 63 студента верно решили третью задачу и 48 студентов – двенадцатую задачу. Задачи о днях недели в календаре № 10 и № 16 верно решили 58 и 52 человека соответственно. 40 участников правильно решили задачу № 19 на определение этажа по номеру квартиры. С задачами на арифметическую прогрессию справились 20 участников на продвинутом уровне (задача № 14) и только 6 участников на высоком уровне сложности (задача № 33). Задачи на проценты повышенного и высокого уровня (№ 20, № 23, № 32) смогли решить лишь несколько человек.

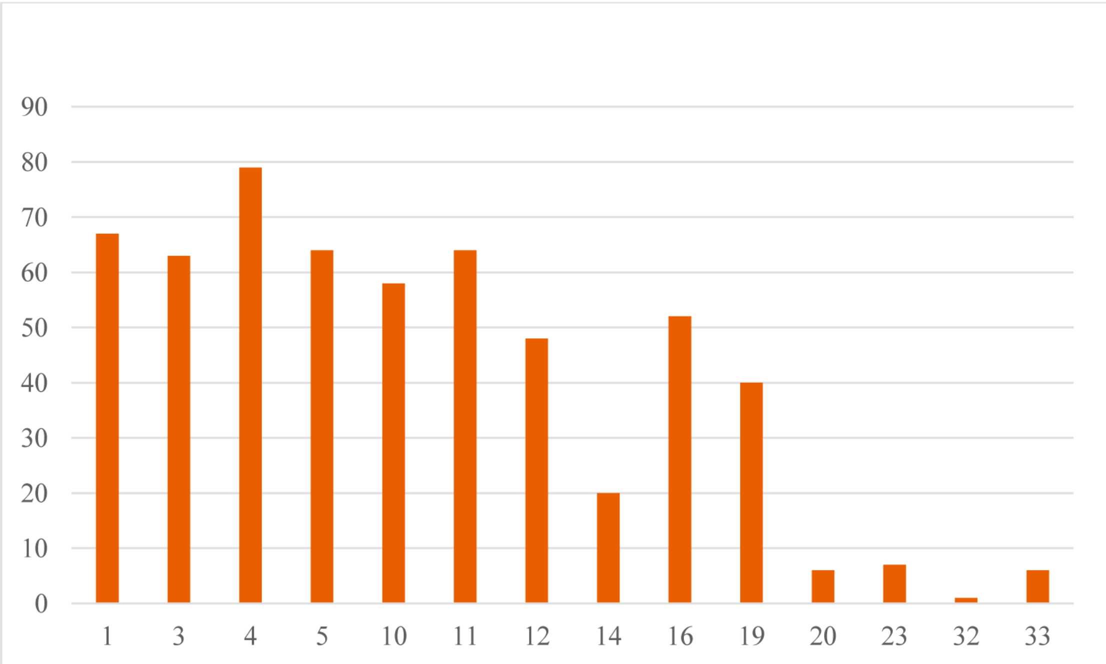


Рис. 1. Результаты выполнения арифметических задач

Алгебраические задачи – 8 задач, представленные на всех уровнях, результаты их выполнения представлены на рис. 2. 66 участников верно решили задачу № 2 на доли числа, математическая модель которой представлена линейным уравнением. 48 студентов справились с задачей № 13 на работу. 32 человека смогли решить задачу № 28, математической моделью которой была система линейных уравнений. С задачей № 17 на удаление и сближение двух объектов справились 9 студентов. В задачах № 21 и № 25 надо было соотнести длины и временные промежутки, и с ними справились по 1 студенту. А с задачей № 22 о сближении объектов на круговой трассе и задачей № 31 о нахождении объема продукта по двум соотношениям между скоростями пополнения объема из трех разных источников не справился никто.

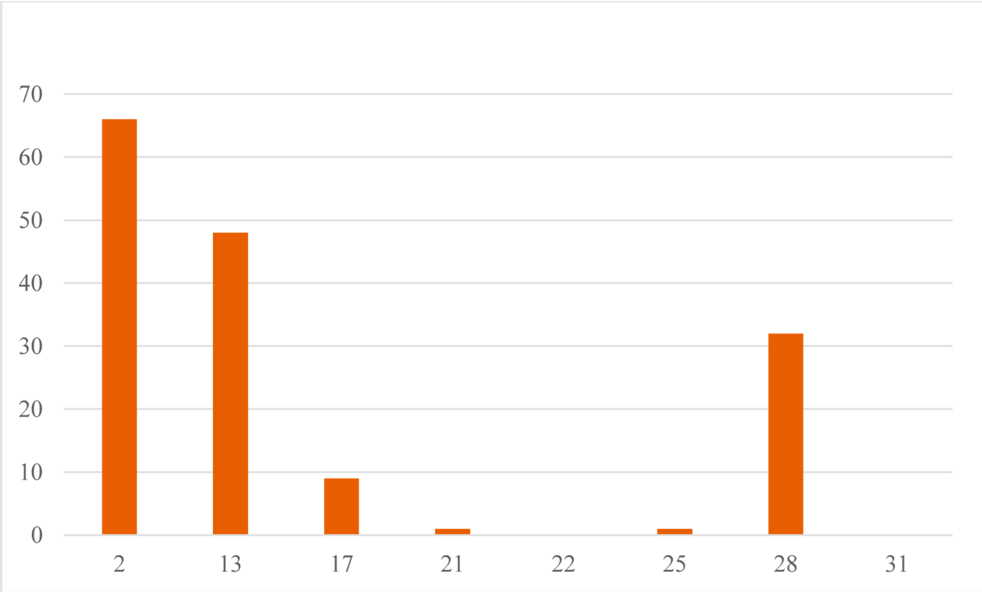


Рис. 2. Результаты выполнения алгебраических задач

На рис. 3 представлены результаты выполнения пяти геометрических задач. 26 студентов верно решили задачу № 15 на вписанные углы. С задачей № 9 о вычислении объема шара справились 19 студентов. 11 человек справились с задачей № 29 о площади подобных четырехугольников. Всего лишь три студента справились с задачей № 8 о четырехугольнике с известными сторонами, и один студент смог решить задачу № 18 по теореме Пифагора.

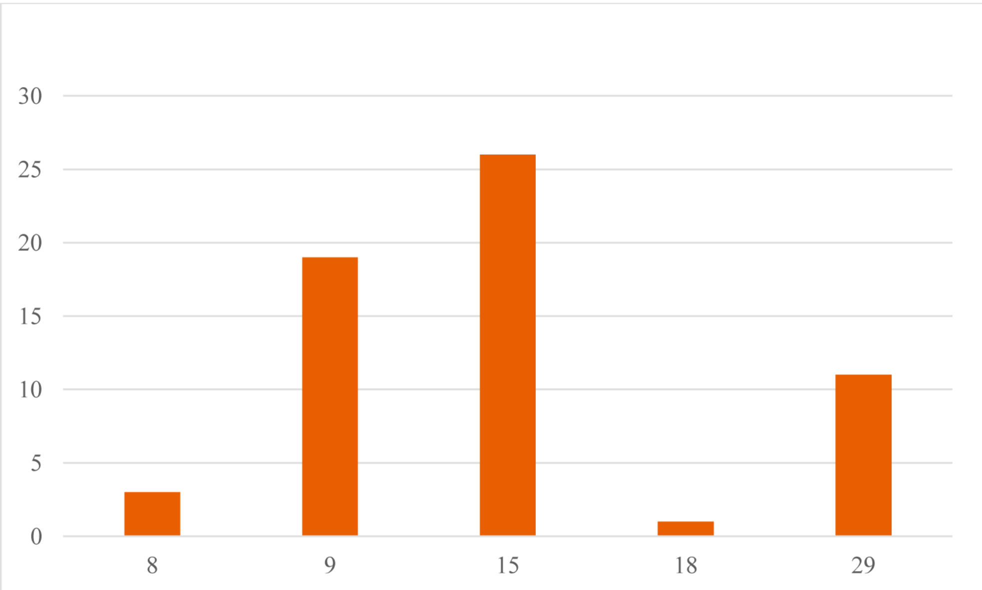


Рис. 3. Результаты выполнения геометрических задач

Результаты выполнения четырех логических задач представлены на рис. 4. С задачей № 7 на несколько отношений с указанием невозможных комбинаций справились 60 студентов. 55 человек смогли решить задачу № 6 на применение логического отрицания высказывания. Задачу № 27 на применение свойства логической операции «из А следует В» верно решили 28 участников. С задачей № 30 на выбор методом логического исключения справился 21 студент.

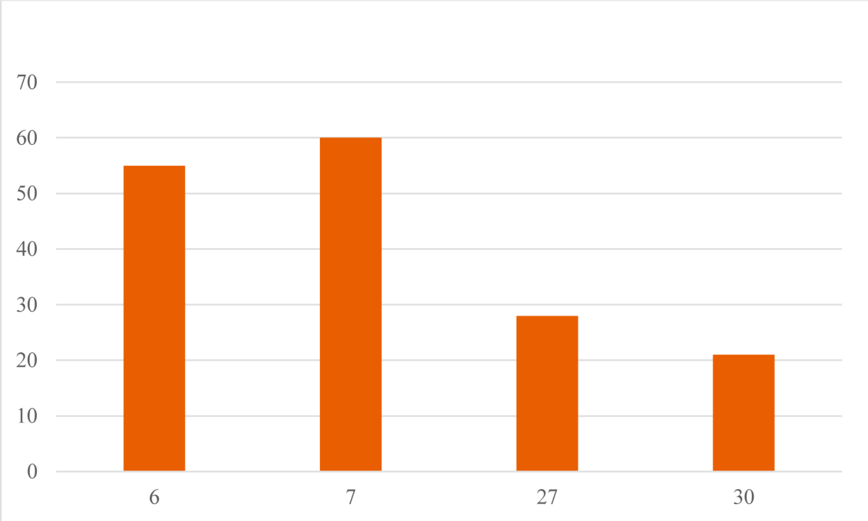


Рис. 4. Результаты выполнения логических задач

С задачей по комбинаторике (№ 24) смогли справиться лишь 5 студентов, а найти вероятность, используя классическое определение вероятности и правило произведения вероятностей зависимых событий (задача № 26), смогли 18 участников олимпиады.

При наличии большого объема заданий и ограниченного времени на их решение у студентов стоит задача набрать как можно больше баллов, решить как можно больше задач. Проведя анализ количества верно выполненных заданий, можно сделать выводы, что студенты выбирают в основном арифметические и логические задачи в большей степени и в меньшей степени – алгебраические и геометрические. При решении задач наиболее решаемы задачи о днях недели в календаре; о среднем весе; на движение; на проценты; на определение доли числа.

Представленный в статье опыт организации олимпиад по математике в институте математики, физики и информатики Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева обосновывает целесообразность включения олимпиад по молниеносному решению задач в образовательную систему школы и вуза. Особенно это актуально для будущих учителей математики, поскольку характер их профессиональной деятельности требует быстрого реагирования, быстрого протекания мыслительных операций.

Библиографический список

1. Дударева Н.В., Бодряков В.Ю. Студенческие математические олимпиады и конкурсы в УрГПУ как неформальный индикатор уровня и инструмент мотивации к углублению предметной подготовки будущих учителей // Педагогическое образование в России. 2021. № 3. С. 119–135.
2. Келдибекова А.О. Математическая компетентность участников олимпиад как показатель качества уровневой математической подготовки // Перспективы науки и образования. 2021. № 3 (51). С. 169–187.
3. Колобов А.Н. Особенности обучения решению олимпиадных задач в школьном курсе математики // Мир науки, культуры, образования. 2022. № 4 (95). С. 18–21.
4. Marushina A. Mathematics competitions: what has changed in recent decades // ZDM Mathematics Education. 2021. No. 53. P. 1591–1603. DOI: https://doi.org/10.1007/s11858-021-01275-w

ОРГАНИЗАЦИЯ МЕЖВУЗОВСКОЙ СТУДЕНЧЕСКОЙ ОНЛАЙН-ОЛИМПИАДЫ ПО МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

ORGANIZATION OF INTER-UNIVERSITY ON-LINE STUDENT OLYMPIADS ON MATHEMATICS TEACHING METHODS

С.П. Зубова, Л.В. Лысогорова **S.P. Zubova, L.V. Lysogorova**

Студенческая методическая олимпиада, методика обучению математике, математическое образование, содержание заданий олимпиады.
В статье рассматривается организация олимпиады по методике обучения математике младших школьников. Приводятся примеры заданий: описываются квазипрофессиональные ситуации, которые, с одной стороны, предполагают использование участниками имеющихся у них теоретических знаний в конкретных условиях, с другой – требуют от них проявления креативности, поскольку ситуации в заданиях большей частью нестандартные.

Student methodological Olympiad, methods of teaching mathematics, mathematical education, content of Olympiad tasks.
The article discusses the organization of an Olympiad on methods of teaching mathematics to junior schoolchildren. Examples of tasks are given: quasi-professional situations are described, which, on the one hand, require participants to use their existing theoretical knowledge in specific conditions, on the other hand, require them to show creativity, since the situations in the tasks are, for the most part, non-standard.

В настоящее время возрастает потребность в грамотных, творческих учителях, умеющих реализовывать деятельностный подход к образованию, организовывать активную учебную деятельность, разрабатывать уроки в соответствии с закономерностями процесса учения и дидактическими принципами. Такое умение требует от учителя интеграции знаний и основанных на них профессиональных умений из разных областей науки: педагогики, психологии, предметных областей, методик обучения.

В то же время существующая система образования в педагогическом вузе направлена в основном на овладение знаниями и умениями, формируемыми на отдельных дисциплинах. Интегрирование таких знаний и умений осуществляется большей частью на практике, либо вообще не осуществляется. Нередки случаи, когда студент, пришедший на практику в школу, не пытается использовать теоретический материал в качестве обоснования своих действий при подготовке и проведении уроков, а просто работает по шаблону, представленному учителем. Получается некоторое противоречие между владением теоретическими знаниями из разных отдельных дисциплин и неумением интегрировать их с практическим опытом для дальнейшего осмысления и использования в профессиональной деятельности.

Методические олимпиады призваны в определенной мере указанное противоречие устранить. Действительно, задания таких олимпиад обычно описывают квазипрофессиональные ситуации, которые, с одной стороны, предполагают использование участниками имеющихся у них теоретических знаний в конкретных условиях, с другой – требуют от них проявления креативности, поскольку ситуации в заданиях большей частью нестандартные. Кроме того, участие команд разных вузов позволяет увидеть и обсудить разные варианты решения одной и той же методической проблемы.

В СГСПУ факультет начальных классов уже несколько лет подряд проводит Межвузовскую студенческую олимпиаду по методикам обучения разным предметам начальной школы. Олимпиада проводится в смешанном формате – очно для студентов вузов и ссузов Самарской области и онлайн для обучающихся вузов других городов, в частности, РГПУ им. Герцена, ПГУ и других вузов. Такой формат дает возможность сравнить уровни подготовки обучающихся, степени креативности мышления, умения действовать в нестандартных профессиональных ситуациях, то есть получить информацию преподавателям и студентам для коррекции своей дальнейшей деятельности.

Олимпиада проводилась с использованием приложения для совместной работы Microsoft Teams. Задания демонстрировались на экране и дублировались в чате собрания. Выполненные задания присылались на электронную почту. Жюри наблюдало за работой команд посредством видеосвязи.

Приведем примеры заданий олимпиады.

Задание 1

Найдите методические упущения и математические ошибки, допущенные учителем во время беседы при изучении темы «Уравнение» (в скобках даны предполагаемые ответы обучающихся; их можно не анализировать). Приведите свой вариант беседы по этой теме.

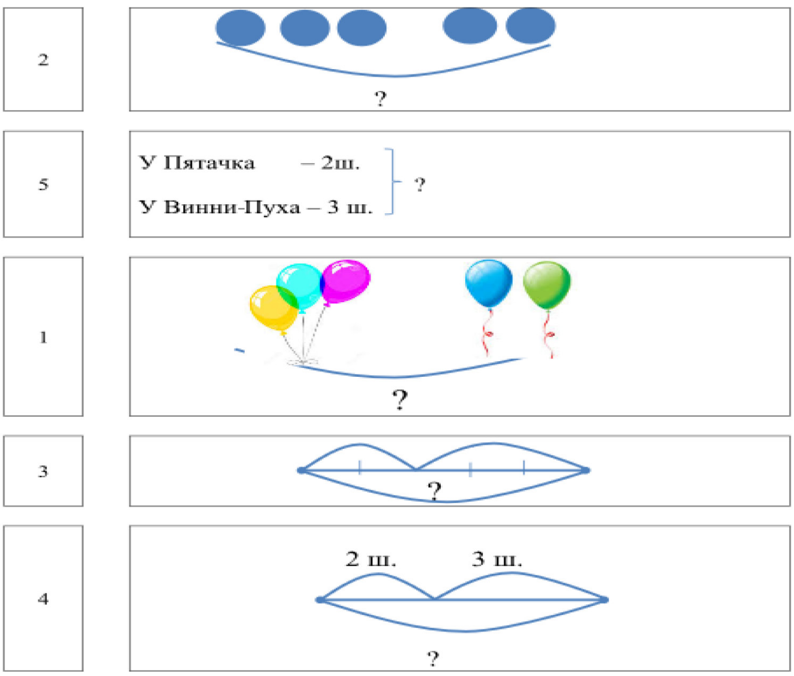
Беседа	Математические ошибки	Методические упущения	Ваш вариант
1	2	3	4
– Ребята, рассмотрите выражения: $5 + x = 40$, $70 : x = 10$, $x - 8 = 12$, $70 - x + 4$, $x : 5 = 4$. – Найдите лишнее выражение (Лишнее выражение $70 - x + 4$). – Уберем это выражение. Все остальные выражения являются уравнениями. В уравнениях есть неизвестное число, которое называется корнем уравнения. Решить уравнение – значит, найти это неизвестное число. – Решите уравнение: $5 + x = 17$. – Какое число нужно подставить вместо x, чтобы равенство было верным? (12). – Как проверить, правильно ли нашли это число? ($5 + 12 = 17$ – верное равенство). – Рассмотрите уравнение $3 + x = 10 - 2$. – Чем оно отличается от предыдущего? (В этом уравнении нет ответа).			

1	2	3	4
– Правильно. Для того, чтобы решить уравнение, сначала нужно найти ответ, а потом уже корень. – Какое уравнение получим, когда найдем ответ? ($3 + x = 8$). – Каким будет корень уравнения? (5). – Почему? (Потому что 3+5=8).			

Это задание направлено на осмысление деятельности учителя с теоретико-математических и методических позиций, понимание необходимости реализации принципа научности при изучении математического содержания. Создается ситуация, где участники олимпиады вынуждены, во-первых, вспомнить определения понятий «уравнение», «выражение» и т.п.; во-вторых, использовать знания об эмпирическом обобщении как средстве «открытия» школьниками новых знаний и риске появления ошибок в процессе обобщения (получение ошибочных слишком узких обобщений), в-третьих, вспомнить, какова сущность частично-поискового метода обучения и составить вопросы, отвечая на которые, школьники самостоятельно выделили бы существенные (и только существенные!) признаки понятия «уравнение» и включили бы их в ориентировочную основу действия по распознаванию этого понятия. Таким образом, выполнение этого задания дает возможность участникам интегрировать имеющиеся у них знания математики, психологии, дидактики, методики обучения.

Следующее задание предполагает знание и умение использовать в обучении теорию поэтапного формирования умственного действия П.Я. Гальперина.

Определите последовательность видов кратких записей к простой задаче, которые составляют обучающиеся на разных этапах формирования умения решать простые задачи на примере следующей задачи: «У Пятачка 2 шарика, а у Винни-Пуха еще 3 шарика. Все шарики они решили подарить ослику Иа на день рождения. Сколько шариков получит ослик?»



Выполняя его, участники вспоминают принцип наглядности в современном его понимании как разумном сочетании абстрактного и конкретного, формирования разных типов мышления от наглядно-действенного к понятийному.

Приведем пример еще одного задания.

Составьте задания (5 заданий) по изучению любого свойства действия, учитывающих закономерность формирования действия, направленные на формирование одного из универсальных учебных действий (справочные материалы прилагаются).

Справочный материал

1. Закономерность формирования действия

«Успех формирования умственного действия зависит от сформированности операций из его состава» (А.И. Раев).

2. Операционные составы познавательных логических универсальных учебных действий

Справочный материал содержит информацию, изучение которой не входит в стандартную программу дисциплины «Методика обучения математике». В то же время она является необходимой для разработки уроков, направленных на результативное формирование познавательных УУД. Мы сознательно использовали это задание на олимпиаде, поскольку одна из ее целей – понимание необходимости применения современных теоретических знаний при подготовке к урокам. Задание носит обучающий характер – студенты-участники олимпиады расширяют свой профессиональный кругозор, выходят за рамки полученной на лекциях информации.

Каждый год содержание заданий обновляется. Так, например, на одной из олимпиад было задание, в котором требовалось использовать мультфильм на уроке так, чтобы ученики осуществили активную поисковую деятельность. Идея такого задания возникла, когда авторы-разработчики заданий столкнулись со случаями необдуманного использования электронных образовательных ресурсов в обучении математике (учитель просто включил компьютер, ученики выполнили задания тренировочного характера, которые были размещены на слайде), обсуждения правильности выполнения и дополнительных вопросов задано не было.

Таким образом, при проведении олимпиады по методике обучения математике оцениваются: владение психолого-педагогическими основами обучения младших школьников, умение конкретизировать общетеоретические положения для рассматриваемой методической ситуации; владение технологией формирования понятий, знание сущности деятельностного подхода, использование активных методов обучения или их сочетания; знание требований к организации урока с позиций деятельностного подхода; владение технологией формирования базовых логических и исследовательских УУД на предметном содержании; умение использовать электронные образовательные ресурсы для достижения образовательных результатов.

Библиографический список

1. Лысогорова Л.В., Зубова С.П. Математические олимпиады как средство реализации требований ФГОС к результатам обучения // Детство как антропологический, культурологический, психолого-педагогический феномен: материалы VIII Международной научной конференции в рамках проекта «А.З.Б.У.К.А. детства». Самара, 2023. С. 100–105.
2. Зубова С.П., Лысогорова Л.В. Математические олимпиады в современных условиях // Самарский научный вестник. 2013. № 3 (4). С. 61–63.
3. Голенкова А.С., Василенко А.С., Лысогорова Л.В. Развитие математических способностей младших школьников посредством олимпиадных задач // АРТЕМОВСКИЕ ЧТЕНИЯ «Продуктивное обучение: опыт и перспективы»: материалы XI Международной научной конференции. 2019. С. 123–127.
4. Борзенкова О.А., Лысогорова Л.В. Повышение качества образовательного процесса бакалавров средствами методико-математических дисциплин // Поволжский педагогический вестник. 2017. Т. 5, № 2 (15). С. 81–86.

КУРС «ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ» В ПОДГОТОВКЕ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ СЕГОДНЯ

COURSE “NUMERICAL SYSTEMS” IN THE TRAINING OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE TODAY

Т.К. Иконникова, Л.В. Котова, Е.С. Крупицын

T.K. Ikonnikova, L.V. Kotova, E.S. Krupitsyn

Числовые системы, методическое обеспечение, электронный курс, задачник-справочник, цифровые задания.

Анализируется практика реализации курса «Числовые системы» для будущих учителей математики и информатики в современных условиях. Рассматриваются особенности лекций и практических занятий, методическое обеспечение курса: классические и разрабатываемые пособия, возможности электронной поддержки курса, цифровые задания.

Numerical systems, methodological support, electronic course, problem book-reference book, digital assignments.

The practice of implementing the course “Numerical Systems” for future teachers of mathematics and computer science in modern conditions is analyzed. The features of lectures and practical classes, methodological support of the course are considered: classic and developed manuals, possibilities of electronic support for the course, digital assignments.

Числовые системы – курс, входящий сегодня в обязательный содержательный блок подготовки будущих учителей математики и информатики. Он аккумулирует в себе ключевые знания по основным предметным областям математики: алгебре (теория групп и полей, упорядоченные множества и алгебры, алгебраические расширения), математическому анализу (последовательности, их ограниченность, сходимость и фундаментальность), геометрии (векторные пространства, базис, линейная независимость векторов), теории функции действительного переменного (мощности множеств, теорема Кантора) и математической логики (построение формальных теорий, полнота, непротиворечивость и категоричность аксиоматических теорий), прилагая их для аксиоматического системного и последовательного построения всех основных видов чисел. Курс изучается на завершающей стадии обучения и ставит целью объединить ранее полученные разрозненные знания о числах в единую фундаментальную основу.

Классическим источником для программы дисциплины является учебное пособие, разработанное в 1975 году заведующим кафедрой теории чисел в то время математического факультета Московского государственного педагогического института им В.И. Ленина, Василием Ильичем Нечаевым. Учебник, сочетающий в себе и строго выстроенную систему изложения, и многочисленные примеры, и вопросы для более глубокого ознакомления с материалом, – является примером методической разработки одинаково полезной как преподавателю, так и пытливому студенту. Различные числовые системы рассматриваются в единой логике изложения, что позволяет студентам после знакомства с системой целых чисел фактически самостоятельно выстраивать систему рациональных. Это, безусловно, способствует более осознанному и вдумчивому восприятию материала.

Сегодня, когда требуется рекомендовать студентам только относительно свежие источники (это вызывает много вопросов у преподавателей математических дисциплин, так как такие качественные источники не могут появляться на регулярной основе, и их переиздание весьма сложная процедура) усилиями ученицы Василия Ильича, профессора Деза Елены Ивановны, учебник переиздан [1] и может быть основным рекомендованным источником для студентов.

Курсы лекций, читаемые по числовым системам в Институте математики и информатики (ИМИ) Московского педагогического университета (МПГУ) и Института цифрового образования (ИЦО) Московского городского педагогического университета (МГПУ), полностью соответствуют логике и содержательному каркасу пособия. К сожалению, лекционные часы на изучение дисциплины неукоснительно убывают, что пагубно сказывается на качестве реализации дисциплины. Уменьшая количество доказательств на лекции, мы лишаем студентов примеров доказательных рассуждений. При этом часто вместо экзамена по дисциплине теперь предусматривается зачет, что позволяет рассчитывать студентам на получение аттестации без полноценного изучения теоретических аспектов. Потом не стоит удивляться, почему современные студенты-педагоги разучились самостоятельно доказывать и решать теоретические задачи. Даже в период пандемии и сейчас, когда лекции по многим математическим дисциплинам можно обеспечить красивыми презентациями, мы читаем этот курс только «в живую», то есть мелом (фломастером) на доске. Потому как каждый шаг и переход требует четкого осмысления и обоснования. Но имея малый запас времени, мы уже не можем, как ранее, рассмотреть достаточное количество примеров на лекции, задать (именно озвучить) вопросы для самостоятельного анализа материала, которыми богат учебник В.И. Нечаева. Объективно понимаем, что предлагать общей массе студентов внимательнее изучить учебник, это правильно, но в современных условиях малоэффективно.

Семинары по числовым системам, пожалуй, самые необычные в практике математических дисциплин для студентов. Ведь фактически все задачи теоретические: необходимо исследовать, сформулировать или доказать теоретическое утверждение. Только несколько небольших блоков задач имеют привычную для студентов фабулу – решить уравнение (при изучении натуральных чисел), упорядочить элементы (при изучении упорядоченных множеств и систем), вычислить (при изучении нормированных полей) – три небольшие самостоятельные. Остальное теоретические задачи. Это очень сложно для студентов даже старших курсов.

Отметим, что уменьшение часов на дисциплину не сужает ее курс, а лишь переводит существенную часть материала на самостоятельное изучение. В связи с этим возникает необходимость организовать методическое сопровождение самостоятельной работы студентов. На кафедре теории чисел ИМИ МПГУ, которой руководил В.И. Нечаев, за долгие годы разработаны материалы для практических занятий. Хотя они и в разрозненном виде, но передаются из поколения в поколение преподавателей. Есть свои наработки и у преподавателей департамента математики и физики МГПУ. Полагаем актуальным сегодня собрать эти наработки в *задачник-справочник* к учебнику В.И. Нечаева. Основные цели, стоящие перед таким изданием:

– (теория) выделить теоретические задачи, предлагаемые в учебнике В.И. Нечаева по темам изучения, сопроводив некоторые из них методическими рекомендациями к решению и указанием источников дополнительной информации;

– (практика) собрать практические задачи по темам с примерами решений обязательных заданий для самостоятельной подготовки студентов к аттестационным работам;

– (компенсация) рассмотреть задачи для последнего параграфа учебника «Система комплексных чисел, кватернионы и теорема Фробениуса», который в современных условиях мы вынуждены освещать исключительно ознакомительно;

– (справочная информация) выделить необходимые справочные блоки с примерами и заданиями по основам алгебры и математического анализа, на которые опирается основная теория курса.

Отметим, что справочная информация становится сегодня очень актуальной опять же по причине уменьшения часов на реализацию курса. Ранее первые практические занятия курса посвящались такому повторению и систематизации, сегодня студентам это приходится делать самостоятельно, и справочник со всей необходимой информацией может для них быть очень полезен.

Отдельно хотелось бы выделить блок, посвященный алгебраическим и трансцендентным числам (раздел курса «Теория чисел» [2]), а также алгебраическим расширениям системы действительных чисел. Сокращение часов по теории чисел также существенно повлияло на отражение указанного блока в соответствующем курсе, и компенсировать это можно в нашем задачнике-справочнике, так как эти разделы перекликаются между собой.

В настоящее время подспорьем в организации самостоятельной работы и получении обратной связи от студентов является электронная поддержка курсов на порталах вуза [3]. Создание электронной версии задачника с интерактивными заданиями позволит не только обеспечивать учебный процесс традиционными заданиями, но и включать в работу новые творческие задания.

Так, например, в курсе Т.К. Иконниковой есть творческое задание на визуализацию курса. Результаты творчества студентов впечатляют, некоторые выложены в YouTube, тем самым рекламируя курсы по математике.

В электронных курсах разработаны различные тесты и опросники, но можно дать такое задание и студентам. Это заставляет студентов глубже изучить теорию для создания интересных вопросов. Творческие эссе по разделам дисциплины стимулируют студентов аккумулировать свои знания и креативность в творческую словесную форму.

Таким образом, говоря о современном состоянии вопроса, можно утверждать, что при реализации курса «Числовые системы» сегодня нам не обойтись без проверенных классических учебников, а изменяющиеся условия преподавания требуют разработки новых методов, форм и средств для обеспечения качественного учебного процесса.

Полагаем, что новые разработки требуют как печатной, так и электронной формы с использованием всех возможностей, предоставляемых цифровой средой. Тогда они смогут обеспечить учебный процесс средствами обучения, отвечающими современным запросам образования.

Библиографический список

1. Нечаев В.И. Числовые системы: учебное пособие. М.: ЛЕНАНД, 2023.
2. Бухштаб А.А. Теория чисел: учебное пособие. СПб: Лань, 2008.
3. Деза Е.И., Котова Л.В., Модель Д.Л. Современные средства математической подготовки студентов педагогических вузов // Проблемы современного образования. 2018. № 2. С. 147–155. URL: http://www.pmedu.ru/images/2018-2/16.pdf.

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ОРГАНИЗАЦИИ ОЛИМПИАДЫ ПО МОЛНИЕНОСНОМУ РЕШЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

PSYCHOLOGICAL AND PEDAGOGICAL CONDITIONS OF THE ORGANISATION OF THE OLYMPIAD ON LIGHTNING-FAST SOLUTION OF MATHEMATICAL PROBLEMS

М.А. Кейв, Н.А. Журавлёва **M.A. Keiv, N.A. Zhuravleva**

Олимпиада, форма организации олимпиад, когнитивный стиль, быстрота мышления, олимпиадная задача, молниеносное решение.

Рассматривается подход к организации олимпиады по молниеносному решению математических задач в дистанционном формате посредством специально разработанного электронного ресурса на платформе Moodle. Описаны психолого-педагогические условия организации олимпиады «Стрекоза» КГПУ им. В.П. Астафьева. На примерах представлены принципы к отбору и проектированию содержания олимпиады. Такая форма проведения олимпиады направлена на развитие быстроты мышления будущих педагогов.

Olympiad, form of Olympiad organisation, cognitive style, quick thinking, Olympiad task, lightning-fast solution.

The paper considers the approach to the organisation of the Olympiad on lightning-fast solution of mathematical problems in a distance format by means of a specially developed electronic resource on the Moodle platform. Psychological and pedagogical conditions of the organisation of the Olympiad «Dragonfly» KSPU n.a. V.P. Astafiev are described. The principles of selection and design of the Olympiad content are presented on the examples. This form of the Olympiad is aimed at the development of quick thinking of future teachers.

Специфика профессиональной деятельности педагога обусловливает сформированность определенного когнитивного стиля, под которым принято понимать присущие человеку «индивидуально-своеобразные способы переработки информации, которые характеризуют специфику склада ума конкретного человека и отличительные особенности его интеллектуального поведения» [7, с. 16].

Характер профессиональной деятельности учителя математики требует быстрого протекания его мыслительной деятельности: быстрее ученика решить задачу; молниеносно принять правильное решение в нестандартной ситуации и т.п. В психологии такое качество личности называют быстротой (скоростью) ума или быстротой мышления [5; 7].

Согласно теории интеллекта Г. Айзенка «скорость переработки информации является условием успешности интеллектуальной деятельности в ситуации решения задач» [7, с. 10]. «Быстрота ума – это способность человека быстро разобраться в сложной ситуации, быстро обдумать и принять правильное решение. Находчивые и сообразительные люди – это люди с быстрым умом. Быстрота мышления зависит от знаний, от степени развития мыслительных навыков, а также от индивидуального темпа мыслительной деятельности, в основе чего лежит обычно большая подвижность нервных процессов в коре головного мозга» [5, с. 123].

По мнению психологов и педагогов, быстроту мышления можно развить при помощи специальных методов и приемов [1; 5]. Одним из таких методов является метод молниеносного решения математических задач. Для развития быстроты мышления и математических способностей студента – будущего учителя математики данный метод целесообразно регулярно применять не только в ходе предметной подготовки на практических занятиях, но и во внеурочной деятельности. Одной из форм внеурочной деятельности является подготовка к участию и непосредственное участие в предметных олимпиадах.

В педагогической практике накоплен большой опыт по организации и проведению олимпиад по математике. Однако опыт организации и проведения олимпиад по молниеносному решению математических задач недостаточно распространен. До сих пор нет методических рекомендаций по организации подобных олимпиад, остаются без ответа вопросы: «Какие формы организации таких олимпиад возможны и предпочтительнее?», «Каким должно быть содержание?», «Какие организационно-педагогические условия и требования необходимо учитывать в ходе их подготовки и проведения?» и др.

Цель статьи: описать психолого-педагогические условия организации олимпиады по молниеносному решению математических задач и представить опыт организации олимпиады «Стрекоза» для студентов института математики, физики и информатики Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева (КГПУ им. В.П. Астафьева).

В работе А.О. Келдибековой определены принципы разработки заданий математических олимпиад для школьников как «последовательное нарастание сложности заданий; тематическое разнообразие и эстетическая красота заданий; обязательная новизна задач для участников олимпиады; соответствие содержания базовым программам по алгебре и геометрии» [3, с. 126]. О.Д. Толстых, С.В. Миндеева следуют следующим принципам при составлении олимпиадных задач: условия задач не требуют большого объема вычислений; они оригинальные (авторские); нет указания на метод решения задач; обязательно присутствует универсальная задача [6, с. 222]. А.Н. Колобов отмечает, что в олимпиаде задачи должны располагаться в порядке возрастания сложности; все задания подбираются из различных разделов математики; в содержании задач нельзя использовать сложные для запоминания и выведения формулы, использование справочных материалов и задач с длительными выкладками [4].

При разработке задач для олимпиад по элементарной и высшей математике для студентов педагогических вузов Н.В. Дударева и В.Ю. Бодряков ориентируются на следующие принципы: профессиональной направленности; разумной сложности; разумной широты охвата; равнопредставленности различных разделов математики; сопоставление с другими математическими олимпиадами и конкурсами и др. [2].

В целях развития математических способностей и быстроты мышления с 2013 года в КГПУ им. В.П. Астафьева ежегодно проходит олимпиада по молниеносному решению задач «Стрекоза» для студентов института математики, физики и информатики. Особенность указанной олимпиады состоит в молниеносном решении 33 задач школьного курса математики разных уровней сложности (базовый, продвинутый, повышенный и высокий) за 40 минут. Победителями и призерами олимпиады считаются участники, набравшие наибольшее количество баллов.

Олимпиада «Стрекоза» может быть организована как в очном формате, так и в дистанционном. Дистанционный формат олимпиады предпочтительнее и может быть реализован посредством специально разработанного электронного ресурса на платформе Moodle. При помощи данного электронного ресурса можно осуществлять подготовку участников к олимпиаде, ее непосредственное проведение и автоматизировать процесс оценки результатов. Для дистанционного участия участники проходят предварительную регистрацию и по электронной почте получают ссылку на веб-страницу олимпиады. Платформа Moodle позволяет ограничить и зафиксировать время выполнения всех олимпиадных заданий. По завершении олимпиады каждый участник получает информацию о количестве набранных баллов и о времени, которое было затрачено на выполнение олимпиадных заданий. По результатам ежегодного участия одних и тех же участников олимпиады можно отследить динамику развития быстроты их мышления.

При проектировании содержания олимпиады по молниеносному решению математических задач рекомендуем соблюдать ряд требований:

– *Принцип сбалансированности*. Определяя сложность и количество заданий олимпиады, необходимо соблюдать баланс. Уровень сложности заданий должен быть различен: базовый, продвинутый, повышенный и высокий. Уровень сложности олимпиадной задачи определяется количеством действий и сочетанием устных и письменных приемов, используемых в ходе ее решения. При этом количество заданий повышенного и высокого уровней сложности не должно превышать количество заданий базового и продвинутого уровней.

– *Принцип краткости.* Ввиду ограниченности времени и молниеносного решения формулировка условий задач должна быть краткой. На прочтение и осознание условия задачи не должно уходить много времени. Поэтому при разработке содержания олимпиады предпочтение необходимо отдавать задачам по готовым чертежам, задачам с готовыми рисунками или схемами, иллюстрирующими сюжет задачи.

– *Принцип доступности*. Теоретический базис решения олимпиадных заданий должен исключать использование сложных для запоминания и выведения формул, справочных материалов, а также выполнение длительных выкладок и вычислений.

– *Принцип динамичности.* Банк олимпиадных заданий должен включать задачи из разных разделов математики: арифметика, алгебра, геометрия, комбинаторика, логика, занимательная математика и др.

В соответствии с указанными выше принципами представим примеры задач олимпиады «Стрекоза» различных типов и разных по уровню сложности.

Задача 1 (базовый уровень, максимальный балл – 1).

Площади квадратов 25, 16, 9. Найдите площадь заштрихованной фигуры (рис.).

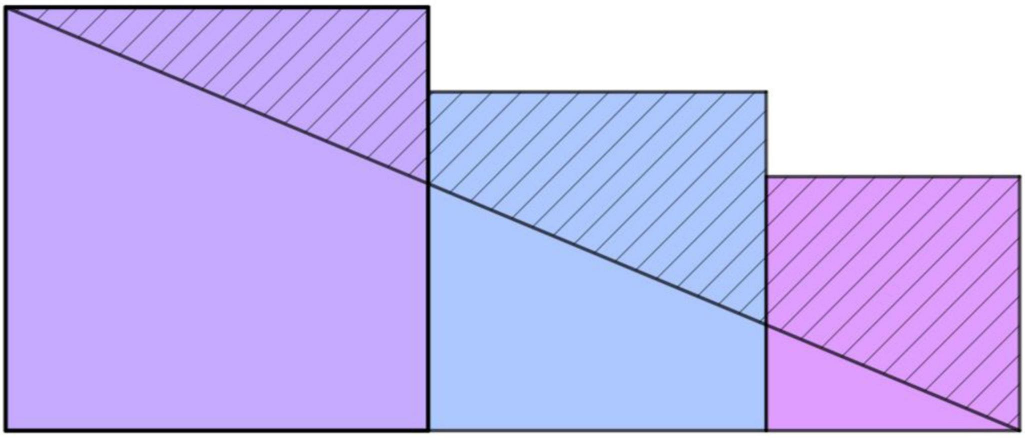


Рис.

Задача 2 (продвинутый уровень, максимальный балл – 2).

На экономическом форуме из 13 фирм шесть подписали между собой по 7 контрактов, а оставшиеся фирмы подписали по 4 контракта. Сколько контрактов было подписано на экономическом форуме?

Задача 3 (повышенный уровень сложности, максимальный балл – 3).

Решите уравнение:

$$\left|x^2-2x-3\right|+\sqrt[6]{x^2-3x}+\left(x^2-9\right)^{10}=0.$$

Задача 4 (высокий уровень сложности, максимальный балл – 5).

Из пяти монет две нестандартные: у одной с двух сторон орел, а у другой – решка. Случайную монету подбросили, и выпал орел. Какова вероятность, что это была стандартная монета?

Таким образом, для развития быстроты мышления и математических способностей обучающегося метод молниеносного решения математических задач целесообразно регулярно применять не только в ходе предметной подготовки на практических занятиях, но и во внеурочной деятельности, привлекая к участию в олимпиадах, подобных олимпиаде «Стрекоза». Особенно это актуально для будущих учителей математики, поскольку характер их профессиональной деятельности требует быстрого реагирования, быстрого протекания мыслительных операций. Сами по себе эти качества не появляются, их необходимо развивать и поддерживать на протяжении всей своей жизни.

Библиографический список

1. Аслонова О.П. Психолого-педагогические особенности скорости мышления в процессе обучения // Молодой ученый. 2014. № 17 (76). С. 445–447.

2. Дударева Н.В., Бодряков В.Ю. Студенческие математические олимпиады и конкурсы в УрГПУ как неформальный индикатор уровня и инструмент мотивации к углублению предметной подготовки будущих учителей // Педагогическое образование в России. 2021. № 3. С. 119–135.
3. Келдибекова А.О. Общие принципы разработки заданий математических олимпиад // Международный научно-исследовательский журнал. 2020. № 11-3 (101). С. 124–128.
4. Колобов А.Н. Особенности обучения решению олимпиадных задач в школьном курсе математики // Мир науки, культуры, образования. 2022. № 4 (95). С. 18–21.
5. Крутецкий В.А. Психология: учебник для учащихся пед. училищ. М.: Просвещение, 1980. 352 с.
6. Толстых О.Д., Миндеева С.В. Обобщение опыта и перспективы развития олимпиадного движения в техническом вузе // Crede Experto: транспорт, общество, образование, язык. 2022. № 1. С. 218–231. URL: http://ce.if-mstuca.ru/wp-content/uploads/2022/01/Mindeeva_Tolstykh_CE_2022-1.pdf (дата обращения: 20.10.2023)
7. Холодная М.А. Когнитивные стили. О природе индивидуального ума. СПб.: Питер, 2004. 384 с.

ВОЗМОЖНОСТИ СЕРВИСА ONLINE TEST PAD В СИСТЕМЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

FEATURES OF THE ONLINE TEST PAD SERVICE IN THE SYSTEM OF ADDITIONAL MATHEMATICAL EDUCATION

А.А. Коваленко **A.A. Kovalenko**

Дополнительное математическое образование, дополнительное обучение математике школьников, дистанционное обучение, сервис Online Test Pad, общеразвивающая программа дополнительного обучения математики, математические соревнования.

Рассматривается опыт использования возможностей сервиса Online Test Pad в системе дополнительного математического образования в Учебно-методическом центре математического просвещения (ЦМП) факультета математики и информационных технологий ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет». Представлены преимущества выбора данной платформы для дополнительного обучения в условиях цифровизации обучения школьников.

Additional mathematical education, additional teaching of mathematics to schoolchildren, distance learning, Online Test Pad service, a general development program for additional mathematics education.

The experience of using the capabilities of the Online Test Pad service in the system of additional mathematical education in the Educational and Methodological Center for Mathematical Education (CMP) of the Faculty of Mathematics and Information Technologies of the Donetsk State University is considered. The advantages of choosing this platform for additional education in the conditions of digitalization of school education are presented.

Образование является мощным и ключевым инструментом влияния на дальнейшее устойчивое развитие будущего поколения. Именно образование формирует новые поколения людей, способных к самореализации, созданию инноваций и технологическим прорывам [1].

Одним из инструментов решения этой задачи является цифровизация образовательного процесса на всех его этапах, в том числе это касается дополнительного образования школьников, в частности математического. Дополнительное образование представляет собой сегодня всемирно признанный компонент непрерывного образования, которое является новым для педагогической мысли в контексте как собственно содержания категории, так и методологии и практики ее организации [5].

Теоретические основы дополнительного образования школьников заложены в педагогических трудах В.П. Вахтерова, Г.М. Ващенко, А.С. Макаренко, Е.М. Мединского, И. Огиенко, Н.И. Пирогова, С.Ф. Русовой и др. Отдельные вопросы современных методологических основ дополнительного образования и воспитания представлены в работах известных отечественных ученых И.Д. Беха, В.В. Борисова, В.В. Вербицкого, А.И. Капской, Б.С. Кобзаря, В.М. Мадзигона и др.

Следует отметить, что трансформация модели дополнительного математического образования (ДМО) в современных условиях предполагает не только внедрение новых технологий, но и применение новых подходов в создании и использовании цифровых ресурсов, которые призваны обеспечить качественное и непрерывное дополнительное образование школьников в разных его формах. Разрозненный опыт цифровизации дополнительного образования школьников не является системным, не позволяет формулировать его закономерности или тенденции. Это определяет актуальность научных исследований относительно трансформации модели дополнительного образования в условиях развития цифровых технологий, что и предопределило выбор темы данной статьи.

Очевидно, что модель дополнительного математического образования в таких условиях нуждается в кардинальных трансформациях. В устаревших школах, студиях, кружках, центрах современные дети не хотят учиться, они теряют интерес к предмету, желание познавать и исследовать, а посещение дополнительных занятий превращается в скучную формальность.

Для того, чтобы ученики могли активно привлекаться к практической научной, творческой и поисковой деятельности, важным является вопрос использования современных программных и аппаратных средств в образовательный процесс и создание информационно-образовательной среды. Формируемая информационно-образовательная среда должна быть общедоступной, надежной, структурированной, безопасной, гибкой и способной к изменениям. В ней должны быть доступны все необходимые данные, организационные и учебно-методические материалы, обеспечены условия для коллективной и индивидуальной работы. Должны обеспечиваться сбор и накопление данных о ходе, результатах и других элементах образовательного процесса.

На факультете математики и информационных технологий (ФМИТ) ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет» накоплен значительный опыт в создании образовательной среды, в основе которой лежали традиции ВЗМШ. Более того, позже была сформирована специальная структура Открытый математический колледж (ОМК), которая является моделью специализированного внешкольного учреждения на базе высшего профессионального учреждения. Одной из задач при проектировании нашей образовательной среды является совершенствование созданной ранее среды дополнительного обучения математики в ОМК за счет усиления ее развивающего потенциала. Наша образовательная среда обеспечивает систематическое дополнительное обучение школьников 6–11-х классов математике и организацию математических соревнований [3].

Для оптимизации системы дополнительного математического образования используются различные онлайн-сервисы. Под онлайн-сервисом понимается программа, не требующая установки на персональный компьютер, а которая хранится и работает в глобальной компьютерной сети Интернет. Рассмотрим подробнее опыт организации представленных выше компонентов образовательной среды.

Дополнительное обучение математике проводится в соответствии с дополнительной общеразвивающей программой «Реальная математика» для подготовки учащихся к участию в математических конкурсах и олимпиадах; развития их математических способностей и интереса к математике. Программа курса предусматривает создание таких учебных ситуаций, которые требуют формирование умений моделировать процессы и явления с помощью математики решать жизненные задачи различных типов, что способствует формированию математической грамотности. Последние несколько лет обучение проходит с применением дистанционных образовательных технологий, что позволяет совершенствовать методику обучения в дополнительном математическом образовании. Создает условия для формирования целостной системы универсальных знаний, умений, навыков, а также опыта самостоятельной деятельности и личной ответственности обучающихся.

В результате изучения достоинств и недостатков различных платформ, каких существует очень много, нами выбран – Online Test Pad, потому что содержит в себе все необходимые инструменты для проектирования среды дополнительного математического образования (тесты, опросы, уроки, комплексные задания, СДО) с полноценным представлением всевозможных форм организации и обеспечением их.

Сервис предоставляет возможность создавать различные типы заданий: с выбором одного или нескольких ответов, вводом числа или текста в ответе, а также ответа в свободной форме; установление последовательности и установление соответствия; заполнение пропусков и т.д. Очень важно для ДМО, что данная платформа позволяет прикреплять в тесты и контрольные работы дополнительные материалы (картинки, аудиозаписи, видеосюжеты). Также сервис предлагает различные настройки параметров теста с удобным последующим статистическим анализом полученных результатов.

Таким образом, создать и провести компьютерное тестирование с помощью сервиса Online Test Pad просто и удобно: интерфейс на русском языке, многообразие поддерживаемых типов вопросов, когда учащиеся проходят по ссылке и открывают тест, они имеют полностью готовую для выполнения работу, не требуется регистрации и запоминания паролей. Что является отличным преимуществом для обучающихся средней школы, так как экономит время на обучение по использованию платформы. Помимо этого, соответствует основным принципам организации системы ДМО – открытость и доступность. С помощью сервиса можно создать не только разнообразные тестовые и текстовые задания, но и кроссворды, сканворды, опросники, логические игры, диалоги и даже целые уроки с корректным представлением математических формул и обозначений, что значительно расширяет возможности в организации ДМО. Так как, к сожалению, мало платформ приспособлены к представлению математической символики.

Но, как и любая интернет-платформа, Online Test Pad не панацея, и наряду с положительными чертами имеет свои стандартные проблемы. Например, как с любым интернет-ресурсом, с Online Test Pad возникнут проблемы при перебоях со связью или добавление рекламы в учебные материалы. Как показывает наш опыт, создание своего урока занимает довольно много времени, требует продумывания видов, структуры, сценария, инструкций, подбора дополнительных материалов (рис. 1).

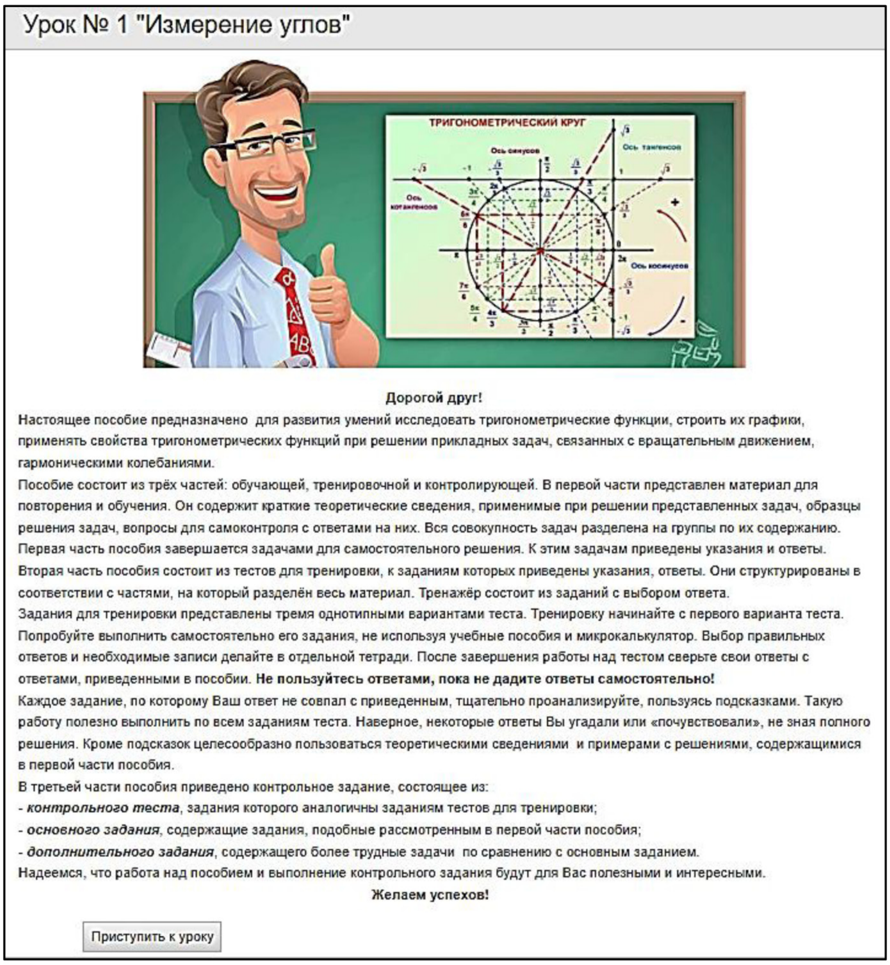
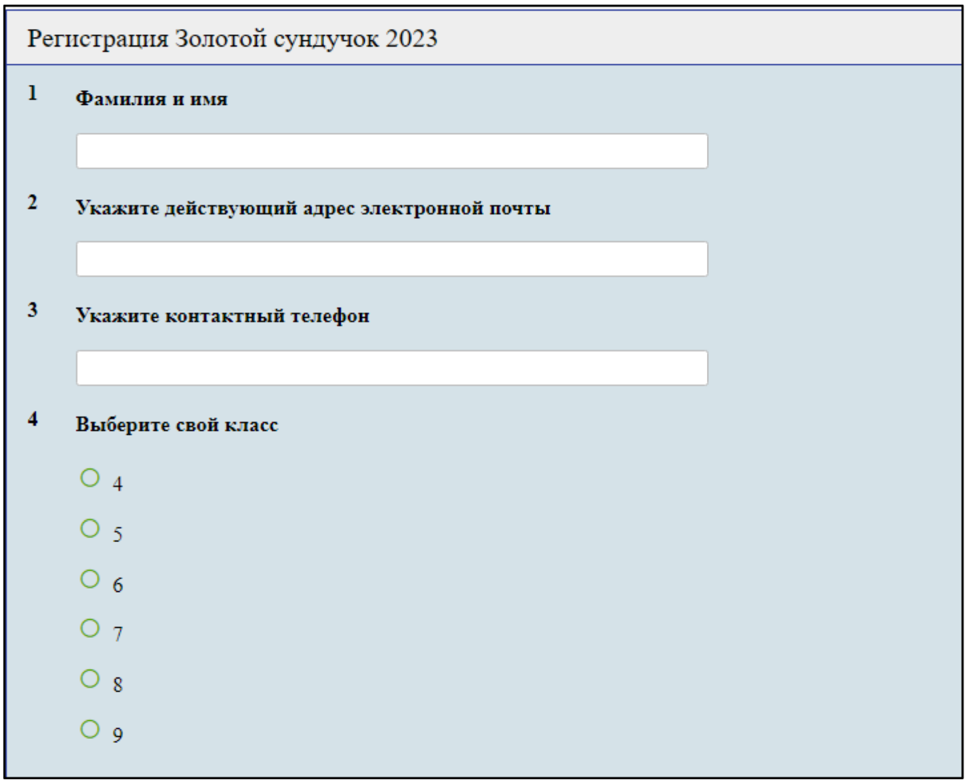


Рис. 1. Стартовая страница урока

Однако возможность создать индивидуальное задание для определенной группы обучающихся, разослать его при помощи одной ссылки, получить подробно зафиксированные результаты несомненно является большим плюсом для нашей образовательной среды.

В качестве синтеза двух направлений – дистанционных форм работы и предметных олимпиад – появились и набирают всю большую популярность различные дистанционные соревнования. Преимущество дистанционных соревнований в том, что каждый учащийся может попробовать свои силы, а также это отличная возможность раскрыть свой потенциал и обрести уверенность. Наша среда не стала исключением, так как ежегодно мы проводим два дистанционных математических конкурса – «Золотой сундучок» и «Золотой ключик» [2]. С помощью функции «Опрос» формируются регистрационные формы для желающих принять участие в конкурсах (рис. 2).



Регистрация Золотой сундучок 2023

1 **Фамилия и имя**

2 **Укажите действующий адрес электронной почты**

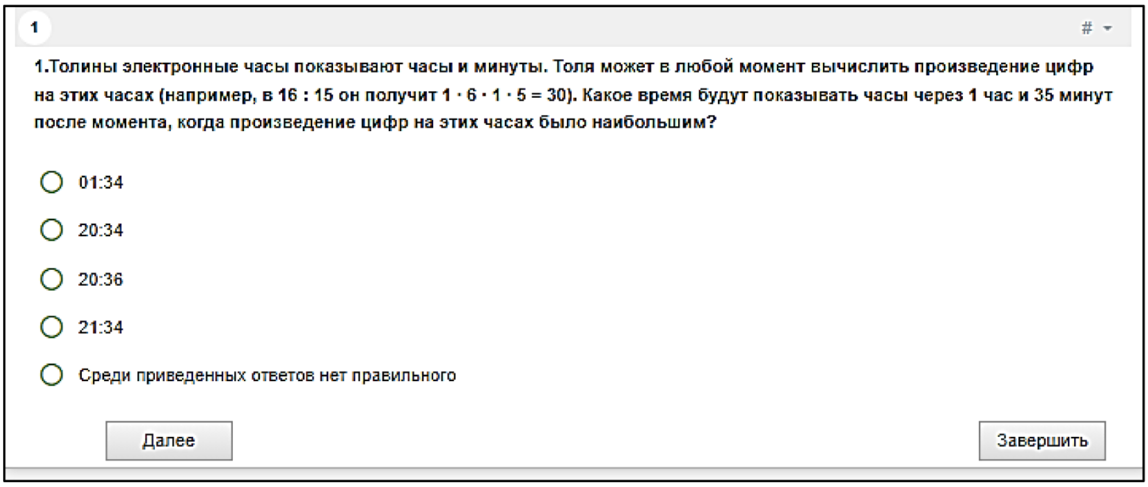
3 **Укажите контактный телефон**

4 **Выберите свой класс**

- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9

Рис. 2. Фрагмент регистрационной формы ЗС 2023

С помощью функции «Тест» представляются задания конкурса различного типа: с вариантами ответов и с предоставлением полного решения путем прикрепления скана решения (рис. 3).



1

1.Толины электронные часы показывают часы и минуты. Толя может в любой момент вычислить произведение цифр на этих часах (например, в 16 : 15 он получит 1 · 6 · 1 · 5 = 30). Какое время будут показывать часы через 1 час и 35 минут после момента, когда произведение цифр на этих часах было наибольшим?

- 01:34
- 20:34
- 20:36
- 21:34
- Среди приведенных ответов нет правильного

Далее Завершить

Рис. 3. Фрагменты типовых заданий конкурса на платформе

На сегодняшний день актуальными являются задачи формирования у обучающихся необходимых цифровых компетенций и навыков, стимулирование их познавательного и исследовательского интереса путем внедрения информационно-образовательных сред в систему дополнительного математического образования, в которых и учителя, и обучающиеся сотрудничают и формируют качественный образовательный контент.

Библиографический список

1. Канянина Т.И. Цифровая образовательная среда как фактор развития научно-образовательной и творческой деятельности в общеобразовательных организациях // Нижегородское образование. 2019. № 4. С. 4–11.
2. Коваленко А.А. Дистанционная математическая олимпиада как компонент дополнительного математического образования // Эвристическое обучение математике: материалы пятой междунар. научно-метод. конф. (ДонНУ, 23–25 декабря 2021 г.). Донецк: ДОННУ, 2021. С. 281–286.
3. Павлов А.Л., Коваленко А.А. Опыт проектирования образовательной среды в системе внешкольного математического образования // Дидактика математики: проблемы и исследования: междунар. сборник научных работ. 2018. Вып. 48. С. 69–75.
4. Симчера М.И. Трансформация модели дополнительного образования в условиях цифровой экономики // Молодой ученый. 2020. № 16 (306). С. 322–325. URL: https://moluch.ru/archive/306/68987/ (дата обращения: 06.11.2023).
5. Синельников И.Ю. Обновление образования в цифровую эпоху: вызовы, возможности, риски // Инновационные проекты и программы в образовании. 2019. № 4 (64). С. 73–80.

ОРГАНИЗАЦИЯ ГИБРИДНОГО ОБУЧЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В СЕЛЬСКИХ МАЛОКОМПЛЕКТНЫХ ШКОЛАХ

ORGANIZATION OF HYBRID LEARNING IN THE PROCESS OF TEACHING MATHEMATICS IN RURAL SMALL SCHOOLS

Е.Ю. Кора **E.Yu. Kora**

Гибридное обучение, дистанционное обучение, образование, сельская школа, смешанное обучение, математическое образование.

В рамках статьи рассматриваются возможности и особенности организации гибридного обучения в сельских школах. Иллюстрируются предпосылки для перехода сельской малокомплектной школы к гибридному обучению. Описывается модель реализации гибридного обучения в сельской школе, основанная на принципе сочетания технологий (онлайн-занятий и очной формы проведения уроков) в рамках учебного предмета математика.

Hybrid learning, distance learning, education, rural school, blended learning, mathematics education.

This article discusses the possibilities and features of organizing hybrid (blended) learning in rural schools. The prerequisites for the transition of a rural small school to hybrid learning are illustrated. A model for implementing hybrid learning in a rural school is described, based on the principle of combining technologies (online classes and face-to-face lessons) within the framework of the academic subject of mathematics.

Информационные технологии активно внедряются в нашу повседневную жизнь, а также и в образовательный процесс. Развитие компьютерной техники способствует созданию качественно новых технологий обучения, которые активно применяются при изучении различных учебных дисциплин [6]. Электронное обучение и дистанционные образовательные технологии позволяют решить проблемы обеспеченности учебного процесса повсеместно доступными качественными цифровыми ресурсами, а также они позволяют создать условия для реализации персонифицированных траекторий обучения, основанных на учете индивидуальных возможностей и способностей обучающихся.

По данным статистики число сельских школ в России составляет более половины от общего числа школ, но при этом в них обучается только четверть от общего числа всех школьников. Разноформатная сельская школа представляет собой и малокомплектные, и крупные районные образовательные комплексы [4]. Одна из проблем таких школ заключается в недостаточном количестве предметных учителей, в частности учителей математики. Как правило, результатом попытки преодолеть эту трудность становятся ситуации, когда один и тот же учитель ведет образовательную деятельность по нескольким учебным предметам. При этом повышается нагрузка на педагога, становится практически нерешаемой задача его временного замещения. Эти особенности сельских школ протекают на фоне усиливающейся потребности системы образования в педагогах, готовых формировать гибкие навыки и личностные качества учеников, формировать у них цифровые компетенции, внедрять новые эффективные методы и формы обучения, осваивать новые информационные технологии [1].

На сегодняшний день существует огромное количество исследований, посвященных поиску улучшения качества предметной подготовки обучающихся [5]. Одним из эффективных способов при этом может стать внедрение и использование гибридной системы обучения, реализуемой с применением электронных образовательных ресурсов.

Гибридное обучение – это формат обучения, при котором часть обучающихся занимается с учителем традиционно в специально оборудованном классе, а в это же время другая часть обучающихся подключается удаленно (онлайн). В этом случае онлайн-обучение мало чем отличается от офлайна. Все обучение проходит синхронно, и обучающиеся за компьютером так же могут задавать вопросы, взаимодействовать с учителем и одноклассниками в реальном времени, выполнять те же задания с теми же дедлайнами и условиями. Именно синхронизацией в реальном времени гибридное обучение отличается от смешанного, которое может включать в себя как синхронные, так и асинхронные активности. По мнению американского педагога-лингвиста П. Шарма, гибридное обучение является компонентом смешанного обучения [3].

Смешанный и гибридный формат можно сочетать, создавая более гибкие модели под конкретные учебные задачи, и тогда комбинируют синхронные и асинхронные активности, онлайн- и офлайн-уроки [7].

Гибридный формат обучения имеет свои преимущества, среди которых:

1) гибкость в обучении;
2) расширенный доступ к обучению;
3) поддержка со стороны педагога;
4) уменьшение количества пропусков занятий;
5) учет потребностей всех обучающихся;
6) наличие обратной связи и вовлеченность обучающихся в образовательную деятельность [4].

Рассматривая гибридный формат обучения для сельской школы, отметим его необходимость. Кадровый «голод» повсеместно охватывает каждый уголок нашей страны. Нехватка учителей математики катастрофически сказывается на уровне подготовленности обучающихся по предмету математика как в основной, так и средней школе [2]. Статистика говорит нам о том, что уровень знаний обучающихся снижается.

Гибридный формат обучения можно рассматривать как выход из сложившейся ситуации для формирования другой, отличной от сегодняшней, тенденции в математическом образовании.

Получили отметку	2022 г.		2023 г.	
	чел.	%	чел.	%
«2»	1167	4,8	1395	5,4
«3»	11752	48,2	12492	48,2
«4»	9250	37,9	9967	38,4
«5»	2226	9,1	2077	8,0

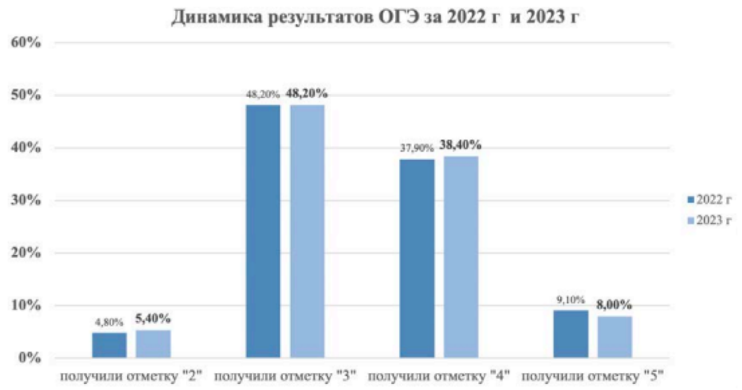


Рис. Анализ результатов ОГЭ по математике за 2022–2023 годы

Гибридное обучение не обходится без ограничений и трудностей [6]. Помимо технической подготовленности как со стороны педагога, так и онлайн-участников образовательного процесса, преподавателю необходимо иметь возможность организовывать различные виды деятельности по освоению учебного материала всеми обучающимися, находящимися в классе или онлайн, мотивировать их, рационально переключаться между очным и онлайн-форматами, а также удовлетворять потребности всех обучающихся [5].

Сочетание традиционных методов обучения с возможностями цифровых ресурсов позволяет учащимся гораздо быстрее усваивать материал. Использование технологий гибридного обучения соответствует требованиям Федерального закона «Об образовании в Российской Федерации» № 273-ФЗ и федерального государственного образовательного стандарта. Но тем не менее открытым остается вопрос, **каким образом организовать гибридное обучение в сельской школе?**

Для обеспечения качественной работы в гибридном формате следует учитывать достаточное количество нюансов, одним из которых является подбор цифровых инструментов, сервисов и платформ для решения поставленных педагогических задач: разработка, хранение и распространение учебных материалов, проведение теоретических и практических занятий как в очном, так и в онлайн-режиме, консультирование, оценивание результатов учебной деятельности [3].

К технологиям первой необходимости относятся:

1) облачное рабочее пространство (*Google Workspace for Education или Amazon WorkSpaces*);

2) система управления обучением (*Google Classroom, LMS Canvas, Moodle*);

3) коммуникационная платформа (*Zoom, Engageli, Webex, Сферум, Campuswire*);

4) интерактивная доска (*Jamboard, Zoom, Promethean ActivPanel, Explain Everything*);

5) цифровые ресурсы для организации оценивания, обратной связи (*Kahoot, Quizizz, GoFormative, Polleverywhere, Mentimeter, Flippity, и т.д.*)

Приведем примеры цифровых ресурсов, которые можно применять на уроке геометрии в 7 классе по теме «Прямоугольный треугольник» в условиях гибридного обучения:

1) для актуализации учебного материала (Liveworksheets): работа с интерактивным рабочим листом – https://clck.ru/33SvFR

2) теоретический опрос по теме урока (ресурс LearningApps.org): вставить пропуски в утверждениях – https://learningapps.org/watch?v=pq723beda23.

3) закрепление учебного материала (Liveworksheets): работа с интерактивным рабочим листом https://clck.ru/33SttR.

4) закрепление учебного материала (Online Test Pad): выполнение тестовой работы – https://onlinetestpad.com/t/svoistvapraymougolnogotreug.

Методические материалы представлены в цифровом формате и могут быть легко адаптированы для их использования в очном формате [2].

Таким образом, можем сделать вывод, что использование гибридного формата обучения для сельских малокомлектных школ будет способствовать созданию максимально комфортных условий работы обучающихся и позволит повысить результативность подготовки обучающихся по предмету математика как на основном, так и на среднем уровнях обучения [1].

Библиографический список

1. Агранович М.Л., Ермачкова Ю.В., Ливенец М.А. Онлайн-обучение в период пандемии COVID-19 и неравенство доступа к образованию // Федерализм. 2020. № 3. С. 188–206.
2. Гибридное обучение: как подружить онлайн с офлайн? // СберУниверситет EduTech. 2021. № 7 (45). URL: https://clck.ru/33SqDC (дата обращения: 04.02.2023).
3. Гиматдинова Г.Н. Цифровые инструменты для математической подготовки обучающихся при реализации смешанного обучения // Современная дидактика и качество образования: новые возможности и ограничения в ситуации смены технологического уклада: материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции, г. Красноярск, 11–12 февраля 2022 г. Красноярск: Красноярский краевой ин-т повышения квалификации и проф. переподгот. работников образования, 2022. С. 166–171. URL: https://neo-didactica.ru/wp-content/uploads/2023/01-2022.pdf.
4. Исаев И.Ф., Закусило А.С. Эффективность гибридного обучения в процессе формирования образовательной мобильности // Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2021. Т. 10, № 3 (36). С. 125–128.
5. Мартынова Ю.В. Методические особенности использования гибридного обучения в условиях пандемии // Вестник Сибирского института бизнеса и информационных технологий. 2022. Т. 11, № 2. С. 21–26. https://doi.org/10.24412/2225-8264-2022-2221-26. С. 50
6. Нагаева И.А., Кузнецов И.А. Гибридное обучение как потенциал современного образовательного процесса // Отечественная и зарубежная педагогика. 2022. Т. 1, № 3 (84). С. 126–139. https://doi.org/10.24412/2224-0772-2022-84-126-139.
7. Рудинский И.Д., Давыдов А.В. Гибридные образовательные технологии: анализ возможностей и перспективы применения // Вестник науки и образования Северо-Запада России. 2021. Т. 7, № 1. С. 1–9.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОНЯТИЯ «ТОЧКА ЭКСТРЕМУМА ФУНКЦИИ» В УЧЕБНЫХ ПОСОБИЯХ 10–11 КЛАССОВ

METHODOLOGICAL PROBLEMS OF THE FORMATION OF THE CONCEPT OF «EXTREMUM POINT OF A FUNCTION» IN TEACHING MANUAL OF X–XI CLASSES

Е.П. Кузнецова, Ю.А. Лаппалайнен **E.P. Kuzniatsova, J.A. Lappalainen**

Точки экстремума, точка максимума функции, методика введения определения, овладение понятием, графические задания.

Выявлены методические проблемы формирования понятия «точка экстремума функции» в школьных пособиях ряда стран постсоветского пространства по математике на примере понятия «точка максимума функции». Анализ различных формулировок определения этого понятия и результаты опроса обучающихся подтверждают неполноту овладения им и необходимость корректировки методики его введения, а также увеличения числа соответствующих графических заданий.

Extremum points, the maximum point of the function, the method of introducing the definition, mastering the concept, graphic tasks.

Methodological problems in the formation of the concept of an extremum point of a function in school manuals of post-Soviet countries in mathematics on the example of the concept of «maximum point of a function» are revealed. The analysis of various formulations of the definition of this concept and the results of the survey of students confirm the incompleteness of mastering it and the need to adjust the methodology of its introduction, as well as increase the number of relevant graphic tasks.

Общеизвестно, что процесс формирования любого математического понятия включает в себя несколько этапов, среди которых основным является овладение содержанием определения этого понятия.

Особенности изложения материала о понятии «точка экстремума функции» рассмотрены нами в 11-ти современных (2000–2022 годов издания) учебных пособиях для школ ряда стран постсоветского пространства (Беларусь, Казахстан, Россия, Украина) на примере понятия «точка максимума функции». Анализ источников показал, что в каждом из этих пособий реализуется один из следующих вариантов изложения.

Вариант 1. Понятие вводится и разъясняется только по изображению графика некоторой непрерывной функции с использованием обозначений конкретных точек экстремума на этом рисунке (реализован в [1]).

Вариант 2. Понятие сначала вводится и разъясняется по изображению графика некоторой непрерывной функции с использованием обозначения конкретной точки и ее двусторонней окрестности на этом рисунке, а затем формулируется общее математическое определение понятия (реализован в [2]).

Вариант 3. Сразу формулируется общее математическое определение понятия с последующим иллюстрированием соответствующих точек экстремума на изображении графика непрерывной функции (реализован в [3; 5; 6]).

Вариант 4. Сразу формулируется общее математическое определение понятия с последующим иллюстрированием в тексте теории и в упражнениях на изображении графиков различных функций, как непрерывных, так и разрывных (реализован в [4; 7; 8; 9; 10]).

Вариант 5. Сразу формулируется общее математическое определение понятия, но без иллюстраций в теоретическом тексте (реализован в [11]).

Таким образом, при введении понятия «точка максимума функции» (аналогично и «точка минимума») в 10 учебных пособиях (из 11 рассмотренных) дается его общее математическое определение и только в пособии [1] определение этого понятия вообще не формулируется – здесь оба новых термина лишь поясняются с использованием изображения некоторой, заданной графически, непрерывной функции (рис. 1).

Рассмотрим функцию $y = f(x)$, заданную графически. Выясним, какой особенностью обладают точки A, B, C, D, M, K, отмеченные на рисунке 136.

Вблизи абсциссы x_1 точки A во всех точках значения функции (ординаты точек) больше, чем в точке A. Таким же свойством обладают точки B, C и D.

Точки x_1, x_3, x_5, x_7 — **точки минимума** данной функции (обозначается $x_{\min}$).

Вблизи абсциссы x_2 точки M во всех точках значения функции (ординаты точек) меньше, чем в точке M. Таким же свойством обладают точки K и E. Точки x_2, x_4, x_6 — **точки максимума** данной функции (обозначается $x_{\max}$).

Рис. 136

Рис. 1. Фрагмент текста из пособия [1, с. 244] о введении терминов «точка минимума функции» и «точка максимума функции»

Таблица

Особенности формулировок определений понятия «точка максимума функции» в школьных учебных пособиях ряда стран постсоветского пространства

Учебное пособие, страна	Обозначения функции и ее точки максимума в определении	Требования к функции в тексте определения	Обозначение и/или описание окрестности точки максимума в определении	Вид неравенства в определении
[2], Беларусь	f, x_0	нет	U, окрестность точки x_0	$f(x_0) \geq f(x)$
[3], Беларусь	$f(x)$, x_0	нет	δ-окрестность точки x_0, $x \neq x_0$	$f(x) < f(x_0)$
[4], Казахстан	$y = f(x)$, a	нет	Окрестность точки $x = a$, $x \neq a$	$f(x) < f(a)$
[5], Россия	$y = f(x)$, x_0	нет	Окрестность этой точки, кроме самой точки x_0	$f(x) < f(x_0)$
[6], Россия	$f(x)$, x_0	нет	Окрестность точки x_0, $x \neq x_0$	$f(x) < f(x_0)$
[7], Россия	f, x_0	нет	Некоторая окрестность x_0	$f(x) \leq f(x_0)$
[8], Беларусь	$f(x)$, x_0	нет	Некоторая окрестность x_0	$f(x) \leq f(x_0)$
[9], Украина	f, x_0	нет	Окрестность точки x_0	$f(x_0) \geq f(x)$
[10], Россия	$f(x)$, x_0	нет	δ-окрестность $(x_0 - \delta\,;\, x_0 + \delta)$ точки x_0, $x \neq x_0$	$f(x) < f(x_0)$
[11], Украина	$y = f(x)$, x_0	нет	Интервал $(x_0 - \delta\,;\, x_0 + \delta)$, $\delta > 0$, $x \neq {}_{x}0$	$f(x) < f(x_0)$

В таблице отражены результаты анализа текстов определения понятия «точка максимума функции» из 10-ти школьных учебных пособий (в пособии [1] определения нет). Здесь зафиксированы следующие особенности формулировок определений: используемые в них обозначения и/или слова для функции, точки максимума и ее окрестности; наличие требований к функции, если они есть (например, непрерывная, четная и т.п.); вид неравенства для точки максимума.

Итак, в определениях всех 10-ти учебных пособий функция традиционно обозначена буквой «f». В 9-ти пособиях точка максимума функции обозначена символом «x_0», и только в пособии [4] – буквой «a». Подчеркнем, что ни в одной формулировке определения данного понятия никаких требований к функции нет, то есть точка максимума определяется **для любых функций**, как непрерывных, так и разрывных.

Из текстов разных учебных пособий при введении понятия «точка максимума функции» не всегда ясно, что для ее окрестности **обязательны следующие особенности**: *непрерывность, двусторонность*, *симметрия* относительно этой точки, а также *ограничение* для нее (например, $x \neq x_0$). Эти особенности отображены в определениях трех пособий [3; 10; 11], а для других 7-ми пособий потребовалось дополнительно уточнять: указаны ли в них отмеченные характеристики окрестности точки экстремума и как именно? Так, например, в пособиях [4; 5; 9; 10; 11] заранее вводится определение понятия «окрестность точки» с указанием всех ее особенностей, а в пособиях [2; 3] это сделано косвенно через соответствующие иллюстрации. Однако в пособии [8] информация о свойствах окрестности точки вообще отсутствует – ее нет ни в текстах теории, ни в иллюстрациях. Заметим, что несформированность у учащихся четких представлений о том, как выглядит окрестность точки экстремума функции, может привести их, например, к ошибочному утверждению: «Функция, заданная на множестве целых чисел Z уравнением $y = -(3 - x)^2$, имеет максимум в точке $x = 3$».

Запись **строгого неравенства** для сравнения значений функции в окрестности точки максимума со значением функции в ней самой использована в определениях 6 учебных пособий из 10, то есть в 60%. В остальных пособиях в тексте определений записан знак **нестрогого неравенства**. Заметим, что использование для описания точки максимума нестрогого неравенства расширяет объем этого понятия, поскольку под такое определение подпадает большее число объектов. Ведь тогда, например, к точкам максимума постоянной функции можно отнести все точки множества R – ее области определения.

Только в двух учебных пособиях [2; 9] запись неравенства $f(x_0) \geq f(x)$ в последнем столбце таблицы начинается с выражения $f(x_0)$ – значения функции в точке максимума. По нашему мнению, подобная запись (по сравнению с записью вида $f(x) \leq f(x_0)$) с филологической точки зрения несколько лучше согласуется со звучанием слова **максимум** в термине вводимого понятия. Так, например, строгое неравенство можно прочитать: «*значение функции в точке максимума больше любого ее значения из окрестности этой точки*».

Остановимся на проблемах качества усвоения введенного понятия. В статье [13] 2020 года сообщались результаты опроса 17-ти студентов-добровольцев III–IV курсов физико-математического факультета БГПУ по графическому заданию о точках максимума функции. По рис. 2 нужно было ответить на вопросы: «Есть ли у функции *f* точки максимума? Сколько их? Если они есть, то укажите эти точки» [13, с. 49]. В таком же опросе, проведенном нами по заданиям к рис. 2 в 2023 году с использованием онлайн-инструмента «Google Форма» (его QR-код дан на рис. 3), участвовали 32 студента-добровольца III–IV курсов. Ответы следовало записать через запятую или точку с запятой в поле для кратких ответов в течение не более 10 минут.

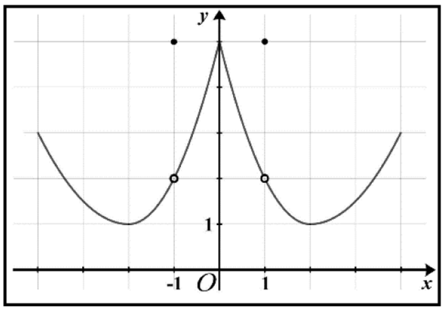


Рис. 2. Изображение графика функции из статьи [13]

Рис. 3. Изображение QR-кода опроса

Правильный полный ответ («Да. Три. Точки: –1; 0; 1») в 2020 году дали лишь 2 студента из 17-ти, то есть 11,8 %, а в 2023 году – 5 из 32-х студентов, то есть 15,6 %. Причем только 11 студентов из 32-х, то есть 34,4 %, заметили и указали точку $x = 0$ как точку максимума (в этой точке функция непрерывна, но ее график имеет излом). Задание было воспринято всеми студентами как несложное, и потому реакция на обнаружение своего неверного ответа у многих была достаточно эмоциональной.

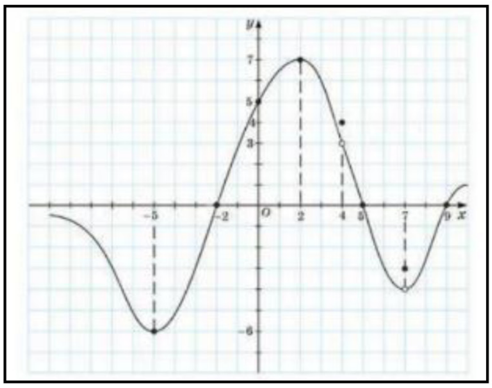
Результаты проведенных опросов подтверждают наличие серьезных проблем в овладении понятием «точка максимума функции» среди студентов, уже изучивших курс математического анализа. Оказалось, что многими это понятие усвоено в неполном объеме для непрерывных функций (точку максимума не узнавали в точке излома) и практически большинством оно не усвоено для разрывных функций.

Естественно было предположить наличие аналогичных проблем усвоения данного понятия у школьников.

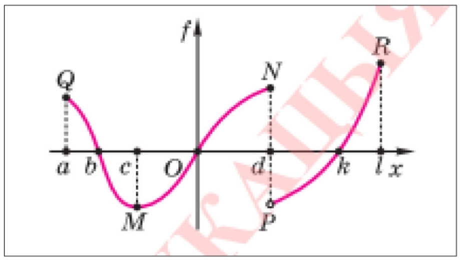
Нами по заданиям к рис. 2 были опрошены 19 добровольцев из числа учащихся XI класса одной из минских школ. Из 19-ти отвечавших только 4 человека (21,1%) смогли назвать одну точку максимума $x = 0$. Дать полный правильный ответ никто из них не смог.

Среди возможных причин такого результата мы видим и недостатки дидактического обеспечения при рассмотрении понятия «точка максимума функции» в учебных пособиях. Учителю, если он хочет обеспечивать овладение данным понятием, необходимо уделять особое внимание подбору графических иллюстраций и заданий на отработку нюансов его определения.

Анализ системы упражнений в выбранных 11-ти учебных пособиях показал незначительное количество на их страницах изображений графиков разрывных функций (типа рис. 4, а, б) и еще меньшее число графических заданий, в которых по такому типу изображений предлагается указать точки экстремума функции.



а)



б)

Рис. 4. Изображение графиков разрывных функций: а) из пособия [4]; б) из пособия [8]

В 5-ти из 11-ти рассмотренных нами учебных пособий (45,5%) для иллюстрации понятия «точка экстремума функции» были даны изображения графиков как непрерывных, так и разрывных функций, но только 2 пособия (18,2%) содержали хотя бы одно графическое задание на усвоение этого понятия. Например, в задании 7.19 из пособия [4, с. 68] предложено найти точки максимума (минимума) и экстремумы функции по изображению ее графика (рис. 4, а).

Таким образом, к методическим проблемам формирования понятия «точка экстремума функции» можно отнести: введение понятия без формулировки его определения; введение определения понятия без достаточной работы с учащимися по усвоению каждой из его особенностей (вид окрестности точки экстремума, применимость понятия к любой функции, смысл определяющего неравенства); недостаток иллюстраций и упражнений на отработку введенного определения. Частичным решением указанных проблем будет разработка графических заданий на усвоение определения понятия «точка экстремума функции», а также разработка дидактических и диагностических материалов по теме в цифровой образовательной среде.

Библиографический список

1. Арефьева И.Г. Алгебра. 10 класс: учеб. пособие. Минск: Нар. асвета, 2019.
2. Кузнецова Е.П. Алгебра. 10 класс: учеб. пособие. Минск: Нар. асвета, 2013.
3. Ананченко К.О. Алгебра и начала анализа.10 класс: учебник. Минск: Нар. асвета, 2000.
4. Абылкасымова А.Е. Алгебра и начала анализа. Часть I. 10 класс: учебник. Алматы: Мектеп, 2019.
5. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник. М.: Мнемозина, 2022.

6. Алимов Ш.А. Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы: учеб. пособие. М.: Просвещение, 2016.
7. Колмогоров А.Н. Алгебра и начала математического анализа. 10–11 класс: учебник. М.: Просвящение, 2018.
8. Латотин Л.А. Математика. 10 класс: учеб. пособие. Минск: Адукацыя і выхаванне, 2013.
9. Мерзляк А.Г. Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень. 10 класс: учеб. пособие. М.: Вентана-Граф, 2019.
10. Нелин Е.П. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник. М.: Илекса, 2012.
11. Шкіль М.Ш. Алгебра і початки аналізу: 10 клас: підруч. Київ: Зодіак-ЕКО, 2003.
12. Кузнецова Е.П. Методические проблемы изучения функций, их свойств и графиков в общеобразовательной школе. Минск: Журнал «Матэматыка: праблемы выкладання». 2020. № 6. С. 35–42.
13. Наливко Н.В. Особенности графических заданий при изучении функций в общеобразовательной школе. Минск: Журнал «Матэматыка: праблемы выкладання». 2020. № 6. С. 43–51.

ЗАРУБЕЖНЫЕ И ОТЕЧЕСТВЕННЫЕ ТРАКТОВКИ ПОНЯТИЯ «ФИНАНСОВАЯ ГРАМОТНОСТЬ»

INTERNATIONAK AND NATIONAL INTERPRETATIONS OF THE TERM «FINANCIAL LITERACY»

Ю.Д. Куликова **Yu.D. Kulikova**

Финансовая грамотность, функциональная грамотность, финансовое образование, трактовки понятия.

В стратегии повышения финансовой грамотности в Российской Федерации школьники и студенты выделены в отдельную целевую группу. В связи с этим необходимо разобраться с понятием «финансовая грамотность». В данной статье предлагается анализ зарубежных и отечественных работ, рассмотрены различные трактовки понятия «финансовая грамотность».

Financial literacy, functional literacy, financial education, interpretations of the concept.

The strategy for improving financial literacy in the Russian Federation identifies schoolchildren and students as a separate target group. In this regard, it is necessary to understand the term "financial literacy". This article analyzes foreign and national works, considers different interpretations of the term "financial literacy".

О заинтересованности государства в мониторинге финансовой грамотности свидетельствует распоряжение об утверждении стратегии повышения финансовой грамотности в Российской Федерации на 2017 – 2023 гг., участие России в международных исследованиях по изучению уровня финансовой грамотности (исследования ОЭСР, PISA, Всемирного банка, «Standard & Poor's», «Методика трех вопросов» А. Лусарди и О. Митчел), а также изменения в ФГОС НОО и ФГОС ООО от 31.05.2021.

Остановимся на составляющих функциональной грамотности согласно исследованию PISA (рис. 1) [1].

Рис. 1. Составляющие функциональной грамотности PISA

Как видно из рис. 1, исследователи относят финансовую грамотность к категории базовых навыков, необходимых для решения повседневных задач.

Также, согласно договоренности экспертов Всемирного экономического форума [2] в докладе «Новый взгляд на образование», была представлена модель, которая включает в себя три типа образовательного результата: знания предметных областей с акцентом на функциональные грамотности, включая финансовую грамотность, компетенции 4К и качества характера (рис. 2).

В данном исследовании речь пойдет о финансовой грамотности как составляющей функциональной грамотности.

Основные современные разработки в области финансового образования были инициированы Организацией экономического сотрудничества и развития ОЭСР (Organization for Economic Cooperation and Development).

В публикациях, появившихся в результате этих разработок, были сформулированы основные принципы финансового образования, собраны примеры эффективных практик, даны рекомендации по созданию системы финансового образования и оценке ее эффективности.

Рис. 2. Навыки XXI века

Основные рекомендации касались введения непрерывной системы финансового образования начиная с дошкольного образования; выстраивания непрерывного процесса внедрения элементов финансового образования в школьные программы, направленные на формирование позитивных стратегий ответственного финансового поведения [3].

Все стороны жизни человека на сегодняшний день связаны с финансовыми отношениями. Выпускники образовательных организаций должны быть готовы к взрослой самостоятельной жизни в условиях рыночной экономики. Им необходимо уметь сопоставлять свои потребности и возможности, грамотно использовать и развивать человеческий капитал, оценивать свои материальные и трудовые ресурсы, принимать ответственность за рациональные решения и возможные последствия для себя, своего окружения и общества в целом. Несомненно, модели поведения ребенок перенимает в первую очередь от своих родителей. Семья играет главенствующую роль в социализации человека. Однако не каждая из них способна обеспечить условия для формирования его финансово грамотного поведения. По этой причине важность финансового компонента функциональной грамотности сложно переоценить. Сформированная финансовая грамотность служит социальным уравнителем для молодежи в условиях реальной жизни.

В исследовании PISA принято следующее рабочее определение финансовой грамотности: «Финансовая грамотность представляет собой знание и понимание финансовых понятий и финансовых рисков, а также навыки, мотивацию и уверенность, необходимые для принятия эффективных решений в разнообразных финансовых ситуациях, способствующих улучшению финансового благополучия личности и общества, а также возможности участия в экономической жизни» [4; 5].

Теоретические трактовки финансовой грамотности представлены в работах зарубежных ученых: анализ публикаций в базе Scopus фиксирует с 2003 года постоянный рост числа публикаций по данной тематике, при этом гораздо чаще других встречаются работы авторов из США, а работ российских авторов мало. В табл. 1 представлен обзор определений исследуемого феномена, сформулированных зарубежными учеными и расположенных в хронологическом порядке.

Таблица 1

Трактовки понятия «финансовая грамотность»: зарубежный опыт

Источник	Перевод исходного определения
D. Moore (2003)	Финансово грамотными считаются люди, если они компетентны и могут продемонстрировать на практике применение полученных знаний. Финансовая грамотность не может быть измерена напрямую, потому необходимо использовать индикаторы. Грамотность достигается посредством практического опыта и активной интеграции знаний. По мере того, как люди становятся более грамотными, они становятся все более искушенными в финансовых вопросах [6]
W. I. Anthes (2004)	Личная финансовая грамотность – это умение читать, анализировать, управлять и обеспечивать взаимодействие личными финансовыми условиями, которые влияют на материальное благополучие [7]
A. Lusardi (2008)	Знание основных финансовых понятий, таких как работы со сложными процентами, разница между номинальными и реальными значениями, а также основы диверсификации рисков [8]
A. Atkinson, F.A. Messy (2012)	Совокупность финансовой осведомленности, знаний, навыков, установок и моделей поведения, необходимых для принятия обоснованных финансовых решений и, в конечном счете, способность достичь индивидуального финансового благополучия [9]

В российской библиографической базе данных научного цитирования (РИНЦ) первые публикации, посвященные финансовой грамотности, датируются 2007 годом и связаны с выходом концепции Национальной программы повышения уровня финансовой грамотности населения Российской Федерации. Причем зачастую «финансовая грамотность» отождествляется с такими терминами, как «финансовая культура», «финансовая компетентность», «финансовое знание» и другими. Разные подходы к определению финансовой грамотности (далее – ФГ), предложенные российскими учеными, представлены в табл. 2.

Таблица 2

Отечественные подходы к трактовке понятия «финансовая грамотность»

Подход	Автор	Определение
ФГ как знание	О.Е. Кузина	ФГ – это знания и навыки в области финансов, которые должны применяться в повседневной жизни и приносить положительные финансовые результаты [10]
	К.В. Манахова	Под ФГ понимается совокупность знаний о финансовых рынках, особенностях их функционирования и регулирования, профессиональных участниках и предлагаемых ими финансовых инструментах, услугах и продуктах, умение их использовать с полным осознанием последствий своих действий и готовностью принять на себя ответственность за принимаемые решения [11]
	Л.А. Егорова, Е.А. Юхновская	ФГ – одно из ключевых понятий экономики и определяется как совокупность всех знаний, умений и навыков о финансовом рынке, которые позволят человеку, будучи активным субъектом рыночной экономики, правильно оценивать сложившуюся ситуацию на финансовом рынке и принимать разумные решения [12]
ФГ как набор действий (компетенций)	М.И. Подболотова, Н.В. Демина	ФГ как компетентность представляет собой интегральную характеристику личности, определяющую уровень финансовых взаимоотношений учащегося с социумом, и является составной частью его социальной компетентности [13]
Комплексный подход	В. Кардашов Национальное агентство финансовых исследований ((НАФИ)	ФГ – это понимание ключевых финансовых понятий, знания о финансовых институтах и предлагаемых ими продуктах, умение их использовать и принимать разумные решения для реализации жизненных целей и обеспечения собственного благополучия, а также понимание последствий своих действий [14]
	Стратегия повышения финансовой грамотности	ФГ – это сочетание осведомленности, знаний, умений и поведенческих моделей, необходимых для принятия успешных финансовых решений и в конечном итоге для достижения финансового благосостояния [15]

Систематизация определений изучаемого понятия привела к следующим выводам:

1) финансовая грамотность представляет собой многокомпонентный многоплановый феномен, требующий для раскрытия его сущности комплексной методологии;

2) междисциплинарность существующей практики изучения финансовой грамотности определяет необходимость уточнения ее педагогического наполнения;

3) при изучении финансовой грамотности в качестве субъекта может быть выбрана личность, социальные группы, население.

Особый потенциал в формировании финансовой грамотности есть у математических дисциплин, благодаря которым можно показать взаимосвязь математических компетенций и заданий финансового содержания.

Библиографический список

1. PISA 2018 Assessment and Analytical Framework. Paris: OECD Publishing, 2019. 308 p.
2. Новый взгляд на образование: раскрывая потенциал образовательных технологий. Всемирный экономический форум. Женева, 2015. 39 с.
3. Ковалева Г.С. Финансовая грамотность как составляющая функциональной грамотности: международный контекст // Отечественная и зарубежная педагогика. 2017. № 2 (37).
4. OECD (2013), PISA 2012 Assessment and Analytical Frameworks: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy, PISA, OECD Publishing. http//dx.doi. org/10.1787/9789264190511-en
5. Основные результаты исследования PISA-2012. URL: http://www.centeroko.ru/pisa12/pisa12_pub.htm
6. Moore D. Survey of Financial Literacy in Washington State: Knowledge, Behavior, Attitudes, and Experiences: Technical Report. 2003. P. 29.
7. Anthes W.L. Frozen in the headlights: The dynamics of women and money // Journal of Financial Planning. 2004. №13 (9). P.130-142.
8. Lusardi A. Financial Literacy: An Essential Tool for Informed Consumer Choice? Working Paper, Dartmouth College, Hanover. New York, 2008. P. 2.
9. Atkinson A. and Messy F. Measuring Financial Literacy: Results of the OECD/International Network on Financial Education (INFE) Pilot Study. OECD Working Papers on Finance, Insurance and Private Pensions, 2012. No. 15, OECD Publishing. http://www.oecd-ilibrary.org/finance-and-investment/measuring-financial-literacy_5k9csfs90fr4-en.
10. Кузина О.Е. Финансовая грамотность россиян (динамика и перспективы) // Деньги и кредит. 2012. № 1. С. 68–72.
11. Манахова И.В. Финансовая грамотность населения – фактор роста национального благосостояния // Вестник Саратовского государственного социально-экономического университета. 2011. № 5.
12. Егорова Л.А., Юхновская Е.А. Повышение финансовой грамотности населения современной России // Научно-методический электронный журнал «Концепт». 2016.
13. Подболотова М.И., Демина Н.В. Финансовая грамотность как компетентность выпускника общеобразовательной школы: структура и содержание. Академический вестник. 2014. № 1 (14). С. 10–16.
14. Национальное агентство финансовых исследований. URL: http://nacfin.ru
15. Стратегия повышения финансовой грамотности в Российской Федерации на 2017–2023 годы. Утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 25 сентября 2017 г., № 2039-р.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ВИДЕОРОЛИКИ КАК СРЕДСТВО ПОДГОТОВКИ К ОСНОВНОМУ ГОСУДАРСТВЕННОМУ ЭКЗАМЕНУ ПО МАТЕМАТИКЕ

MATHEMATICAL VIDEOS AS A MEANS OF PREPARING FOR THE MAIN STATE EXAM IN MATHEMATICS

Е.Ю. Латышева, В.В. Абдулкин **E.Y. Latysheva, V.V. Abdulkin**

Видеоролик, современное математическое образование, дистанционные технологии.
Рассматривается подход к подготовке обучающихся 9 классов к Основному государственному экзамену по математике с помощью обучающих видеороликов. В рамках подхода рассматривается положительное влияние такого способа обучения на результаты итоговой аттестации.

Video clip, modern mathematical education, distance technologies.
An approach to preparing students of grades 9 for the main state exam with the help of training videos is considered. Within the framework of the approach, the positive impact of this method of learning on the results of the final certification is considered.

Система контроля знаний в формате Основного государственного экзамена (ОГЭ) для выпускников 9 класса является основной на протяжении долгого времени. Итоговые оценки за экзамены помогают определиться с дальнейшим профилем обучения. Проблема подготовки учащихся к испытаниям итоговой аттестации остается актуальной и сейчас. Анализируя данные по итогам ОГЭ в 2021–2023 годах, прослеживается отрицательная динамика на протяжении трех лет. Доля учеников, не справившихся с заданиями ОГЭ по математике в 2021 году, – 21,5 %, в 2022 году – 27,2 %, в 2023 году – 34,58 %. Данные статистики говорят о необходимости изменения подхода в подготовке к итоговой аттестации.

Сейчас во многих регионах России имеются вакансии учителей. Одна из основных и многочисленных вакансий – учитель математики, особенно на территориях сельской местности. Для закрытия вакансий приходится увеличивать рабочую нагрузку педагогов, использовать технологии дистанционного обучения. В связи с этим подготовка к итоговой аттестации либо не проводится, либо проводится, но в малом объеме. Обучающимся приходится самостоятельно готовиться.

Современное образование выделяет основные методы подготовки к ОГЭ в школе:

– проведение консультаций для обучающихся;

– включение экзаменационных заданий в изучении текущего материала, в домашнее задание, в содержание текущего контроля;

– проведение пробных экзаменов.

В настоящее время активно используется тенденция подготовки к итоговой аттестации посредством онлайн-школ, специализирующихся в данном направлении. Данный способ подготовки нашел свое применение благодаря активному использованию вебинаров как способа подготовки. Для учащихся, которые не смогли подключиться, подготавливают видеоролики на основе вебинара. Поэтому считаю целесообразным внедрить использование математических видеороликов как средства подготовки к ОГЭ.

Использование математических видеороликов позволит решить ряд следующих задач:

– создание комфортной среды обучения;
– повышение активности учащихся;
– создание условий для самостоятельной подготовки учащихся;
– снижение уровня нагрузки педагога при подготовке учащихся;
– интенсификация обучения.

Есть несколько способов использования видеоматериала. Одним из способов является использование математических видеороликов на уроке, другим способом – как средство самоподготовки. Также видеоролик может быть использован как средство подготовки к ОГЭ в условиях смешанного обучения.

Основные результаты использования обучающихся видеороликов в школе для обучающихся – это мотивация к обучению и самообучению, существенное расширение возможностей самостоятельной работы; для педагогов – сокращение времени, затраченного на подготовку к консультации (уроку), возможность проведения занятия при отсутствии преподавателя.

Предложенная форма организации образовательного процесса, по моему мнению, приводит к тому, что учащиеся имеют возможность самостоятельно изучить (повторить) материал, а также проявить навыки владения компьютерными технологиями.

Подводя итоги, можно сформулировать ожидаемый результат обучения с использованием видеороликов в процессе подготовки к ОГЭ – это увеличение среднего балла учащихся по результатам итоговой аттестации.

Библиографический список

1. Лукина В.С., Павлова М.А. Обучающий видеоролик «Возможности использования программы GeoGebra при решении задач теории вероятностей и математической статистики» // Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы VIII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, посвященной 80-летию профессора Ларина Сергея Васильевича, Красноярск, 13–14 ноября 2019 года / ответственный редактор В.Р. Майер; Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева. Часть 1. Красноярск, 2019. С. 213–216.
2. Применение мультимедиаконтента при решении практико-ориентированных задач по математике в 5–6-х классах для развития предметно-познавательного интереса / В.А. Суровцева, А.А. Бердникова, Д.А. Зорина и др. // Педагогическое проектирование: идеи и решения: сборник статей. Выпуск 3. Киров: Межрегиональный центр инновационных технологий в образовании, 2020. С. 127–132.
3. Бурба А.В., Цехан О.Б. О технологии организации учебных занятий с использованием инструментов удаленного доступа и видеозаписи // Университет – территория опережающего развития: сборник научных статей Международной научно-практической конференции, посвященный 80-летию ГрГУ им. Янки Купалы, Гродно, 19–20 февраля 2020 года / редколлегия: Ю.Я. Романовский (гл. ред.) и др. Гродно: Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, 2020. С. 266–268.

ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОЕ ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ ВУЗА В УСЛОВИЯХ ИНФОРМАТИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ

DIFFERENTIATED MATHEMATICS TRAINING FOR UNIVERSITY STUDENTS IN CONDITIONS OF INFORMATIZATION OF EDUCATION

Н.А. Лозовая **N.A. Lozovaya**

Математическая подготовка, электронное обучение, веб-поддержка, дифференциация, студент, консультация, самостоятельная работа.
В работе актуализирована роль дифференциации и определены особенности ее реализации в математической подготовке студентов. Рассмотрены приемы результативного внедрения дифференцированного подхода в условиях электронного обучения математике студентов путем организации веб-поддержки для разноуровневых групп обучающихся.

Mathematical preparation, e-learning, web support, differentiation, student, consultation, independent work.
The work updates the role of differentiation and identifies the features of its implementation in the mathematical training of students. Techniques for the effective implementation of a differentiated approach in the conditions of e-learning mathematics for students by organizing web support for multi-level groups of students are considered.

Изучение математики студентами вуза играет важную роль. С одной стороны, математический аппарат применяется для решения задач будущей профессиональной деятельности, специфика которой определяет содержательное наполнение и объем курса математики для различных направлений подготовки. С другой стороны, изучение математики развивает мышление студента, его интеллектуальные способности, стимулирует развитие готовности к самообучению. В то же время выпускники должны достичь целей обучения, но в одну учебную группу могут быть зачислены студенты с различным уровнем начальной математической подготовки, образовательными способностями и интересами, а преподавателю необходимо учитывать этот факт в процессе обучения.

Цель статьи – описание приемов дифференцированного обучения математике студентов вуза в условиях дополнения традиционного обучения электронным.

Во-первых, в современных реалиях обучение ориентировано на результат посредством индивидуальных образовательных траекторий, в том числе на основе дифференцированного подхода в образовании, развития дистанционного образования и образовательных платформ [6, с. 426]. В педагогической теории выделяют внешнюю дифференциацию как объединение обучающихся в учебные группы, отличные одна от другой и формируемые на основе некоторого признака: по способностям, по интересам, по проектируемой профессии [5, с. 268]. В зависимости от учебной ситуации в процессе математической подготовки в вузе возникает потребность в реализации дифференциации по какому-либо из признаков. Об этом свидетельствуют принципы, положенные в основу дифференцированного обучения математике и обоснованные в работе современных исследователей, в том числе принципы: предметной приоритетности, системности, приоритета самостоятельной работы студентов, совместной деятельности, обратной связи [2, с. 231]. Перечисленные принципы определяют технологию реализации дифференцированного обучения в вузе.

Во-вторых, реализации дифференцированного подхода способствует распространение электронного обучения и внедрение в учебный процесс электронных образовательных ресурсов, что позволяет организовать обучение математике с веб-поддержкой, при котором часть времени для изучения дисциплины «отводится на самостоятельную работу студентов в электронной среде, проведение онлайн-консультаций, текущего и промежуточного контроля» [1, с. 8]. При организации обучения с веб-поддержкой необходимо обратить особое внимание на предлагаемый образовательный контент и его подачу: использование визуализации и анимационных средств при разработке контента и его представлении помогают студентам проследить логику изложения, облегчают восприятие информации и ее рефлексивное понимание [3].

В-третьих, обучение с веб-поддержкой позволяет организовать самостоятельную работу студентов по изучению и контролю усвоения учебного материала в электронной среде. Самостоятельная работа может быть организована преподавателем или студентом, без участия преподавателя, результаты такой работы являются источником для накопления личностных достижений по итогам деятельности студента. Решению возникающих в процессе самостоятельной работы вопросов помогают адаптированные к современному ритму жизни онлайн-консультации преподавателя.

Актуализированные выше пункты реализованы при обучении математике студентов направления подготовки 15.03.02 Технологические машины и оборудование. Остановимся подробнее на приемах использования веб-поддержки при дифференцированном обучении математике.

Для освоения студентами тем курса, вынесенных на самостоятельное изучение, для закрепления изученного материала преподавателю необходимо подготовить учебный материал. В современных условиях для организации самостоятельной работы студентов использован электронный образовательный ресурс по математике [4], наполненный с учетом разной степени математической подготовки студентов и их возможным темпом работы. При подготовке тренировочных тестов, индивидуальных заданий и контрольно-измерительных материалов, являющихся составной частью электронного образовательного ресурса, также учтены разные уровни заинтересованности и подготовленности студентов. Разработаны материалы трех уровней сложности: базового (для набора студентами пороговых баллов для получения зачета или экзамена), стандартного (для студентов, ориентированных на хорошие и высокие результаты в обучении) и продвинутого (для студентов с высоким уровнем математической подготовки, готовых к выполнению исследовательских работ).

При консультировании студентов для рационального использования времени студентов и преподавателя, для усиления пользы консультаций, наряду с индивидуальными консультациями, проводятся групповые онлайн-консультации по различной тематике: консультации с целью устранения пробелов в знаниях или для углубления знаний (дифференциация по уровням подготовки); консультации по решению прикладных задач (дифференциация по интересам с учетом специфики прикладных задач). Основаниями для включения студента в ту или иную группу являются: текущая успеваемость и диагностическое тестирование; анкетирование и опрос студентов, желание студента работать над решением определенной задачи в соответствии с ее возможной направленностью и ориентацией на будущую профессиональную деятельность. Преподаватель рекомендует студенту записаться в определенную группу, но окончательное решение остается за обучающимся. Группы не являются постоянными, при необходимости студенты могут переходить из одной группы в другую или присутствовать на консультациях в составе нескольких групп.

На основе анализа успеваемости студентов и их отзывов о процессе обучения, учитывая личные наблюдения, можно сделать вывод о том, что реализация дифференцированного подхода при изучении математике в электронной среде позволяет организовать разноуровневое обучение, ориентируясь на личность обучающегося, повысить качество усвоения учебного материала и мотивацию студентов к изучению дисциплины. Обучение с веб-поддержкой позволяет организовать управляемую самостоятельную работу студентов. В целом рассмотренные приемы могут быть реализованы для различных направлений подготовки с учетом специфики будущей профессиональной деятельности.

Библиографический список

1. Belединская С.Б., Дорофеева М.Ю. Смешанное обучение: секреты эффективности // Высшее образование сегодня. 2014. № 8. С. 8–13.
2. Дробышева И.В., Дробышев Ю.А., Дробышева С.Ю., Лабчук Н.С. О принципах дифференцированного обучения студентов математике // Труды регионального конкурса научных проектов в области гуманитарных наук. Выпуск 15. Калуга: Калужский государственный институт развития образования. 2015. С. 226–231.
3. Карманова А.В., Третьякова Н.В. Создание электронного контента по математике с использованием визуализации для дистанционного и смешанного обучения в вузе // Современные проблемы науки и образования. 2021. № 1. URL: https://science-education.ru/ru/article/view?id=30510 (дата обращения: 07.10.2023).
4. Лозовая Н.А. Особенности организации самостоятельной работы студентов технических направлений подготовки в условиях электронного обучения математике // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. 2022. № 2 (60). С. 50–58. DOI: 10.25146/1995-0861-2022-60-2-331
5. Полат Е.С., Бухаркина М.Ю. Современные педагогические и информационные технологии в системе образования: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. 3-е изд., стер. М.: Академия, 2010. 368 с.
6. Томюк О.Н., Дьячкова М.А., Кириллова Н.Б., Дудчик А.Ю. Цифровизация образовательной среды как фактор личностного и профессионального самоопределения обучающихся // Перспективы науки и образования. 2019. № 6 (42). С. 422–434. DOI: 10.32744/pse.2019.6.35

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

FORMATION OF MATHEMATICAL LITERACY OF STUDENTS IN THE PROCESS OF LEARNING MATHEMATICS

А.А. Макаренко **A.A. Makarenko**

Математическая грамотность, функциональная грамотность, практико-ориентированные задачи, компоненты математической грамотности, федеральные государственные образовательные стандарты.

Статья посвящена актуальной проблеме современной системы образования – воспитание функционально грамотного человека. Человека, способного использовать постоянно приобретаемые знания, умения и навыки для решения жизненных задач в различных сферах деятельности человека и общения. Рассматриваются понятия «функциональной грамотности» и «математической грамотности», основные этапы формирования математической грамотности обучающихся при обучении математике. Раскрываются компоненты математической грамотности. Представлены практико-ориентированные задачи, направленные на формирование математической грамотности обучающихся.

Mathematical literacy, functional literacy, practical-oriented tasks, components of mathematical literacy, federal state educational standards.

This article is devoted to the current problem of the modern education system – the education of a functionally literate person. A person who is able to use constantly acquired knowledge, skills and abilities to solve life problems in various areas of human activity and communication. The concepts of “functional literacy” and “mathematical literacy” and the main stages of developing students’ mathematical literacy when teaching mathematics are considered. The components of mathematical literacy are revealed. Practice-oriented tasks aimed at developing students’ mathematical literacy are presented.

С началом третьего десятилетия XXI века российская система образования переживает изменения. Требования федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС) выходят на передний план, а именно – воспитание личности, способной к самостоятельному обучению на протяжении всей жизни, умеющей анализировать и систематизировать знания, обладающей навыками самоорганизации и самоконтроля, коммуникации с другими людьми, работы с информацией и т.д. Всем этим, согласно нормативным документам, должен обладать выпускник общеобразовательной организации. Современному обществу нужна всесторонне развитая личность, которая способна принимать нестандартные решения, делать выводы, применять имеющиеся знания в повседневной жизни, иметь лидерские качества. Также необходимо отметить, что по окончании школы обучающийся должен уметь учиться самостоятельно, без всякой помощи учителя [2].

Согласно новым ФГОС изменения, касающиеся требований к общеобразовательным результатам (предметным, личностным и метапредметным), также затрагивают и сам процесс обучения отдельных предметов, в данном случае математики. Изучение учебного предмета «Математика» необходимо организовывать так, чтобы обучающимся было интересно. Необходимо демонстрировать обучающимся применение теоретических знаний по предмету на практике, таким образом иллюстрировать связь изучаемого в школе предмета с реальной жизнью.

Последнее является наиболее актуальным, поскольку каждый второй учитель математики в своей педагогической практике постоянно встречается с вопросами обучающихся: «Для чего это нужно?», «Где в реальной жизни это может пригодиться?», «Разве, кроме урока математики, это еще где-нибудь используется?» и т.п.

Также, работая в школе, учителя математики могут сталкиваться со следующими проблемами:

– обучающиеся плохо владеют навыками работы с текстом или другими источниками информации;

– разный темп работы обучающихся (одни работают очень быстро, другие ничего не успевают);

– слабая мотивация обучающихся или полное ее отсутствие;

– имеющиеся пробелы в знаниях обучающихся по пройденному материалу;

– обучающиеся не могут составить математическую модель по условию задачи.

– Исходя из вышеперечисленных вопросов, перед учителем математики возникает список задач:

– демонстрировать, как можно применять математические знания в реальной жизни;

– использовать дифференцированный подход при составлении заданий;

– опираться на жизненный опыт обучающихся;

– представлять условие задачи для обучающихся в различных интерпретациях (текст, диаграмма, график).

Для решения этих задач в состав государственных гарантий качества основного общего образования вошла функциональная грамотность. Новый ФГОС определяет «функциональную грамотность» как способность решать учебные задачи и жизненные проблемные ситуации на основе сформированных предметных, метапредметных и универсальных способов деятельности [8].

Другими словами, обучающиеся должны понимать, каким образом можно использовать знания, полученные в школе для решения жизненных проблем. При этом не идет речи об обязательном введении отдельных уроков. Предполагается, что в образовательный процесс органично встраиваются формирование и оценка различных видов функциональной грамотности.

Математическая грамотность вместе с читательской грамотностью, естественно-научной грамотностью и др. является одним из видов функциональной грамотности.

Математическая грамотность – это способность проводить математические рассуждения и формировать, применять, интерпретировать приобретенные математические знания для решения задач в различных сферах деятельности [3]. Такую формулировку дает А.А. Леонтьев, также используется во ФГОС. Если рассмотреть формулировку исследования PISA, то «математическая грамотность – способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира» [9]. Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений.

Конструирование заданий для формирования математической грамотности ориентируется на четырех фундаментальных идеях содержательных областей математики.

– Изменение и зависимости – задания, которые относятся к алгебраическому материалу на раскрытие зависимостей переменных.

– Пространство и форма – задания, ориентированные на геометрию.

– Количество – задания, связанные с числами и математическими операциями с ними, относятся чаще всего к курсу арифметики.

– Неопределенность и данные – охватывает вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности [7].

При подборе содержания заданий учителю также необходимо учитывать основные темы школьного курса математики, изучая которые, особое внимание уделяется вопросам, имеющим практическую значимость.

Одним из наиболее важных умений в математике, которое пригодится в жизни, является решение математических, а реальной жизни – практических задач. Ведь именно при решении задач обучающийся может глубже понять математические понятия, отработать алгоритмы математических действий, применять уже имеющиеся знания, оценить полученные результаты и интерпретировать их на реальные жизненные ситуации.

Решение текстовых задач встречается на каждой ступени школьного курса математики, но не всегда содержание тех или иных задач может ответить на вопрос учеников: «Где это может пригодиться?». Поэтому необходимо вводить в педагогическую практику решение задач, которые отличаются уже по своей формулировке условия, имеют различные представления информации, указывают на область применения, а именно практико-ориентированные задачи.

Приведем несколько примеров практико-ориентированных задач, которые могут быть использованы на уроках математики в 5–7 классах с целью формирования у обучающихся математической грамотности.

Задача № 1

Для каждого обучающегося класса купили учебники по математике и русскому языку. Учебник о математике стоил 450 руб. а учебник по русскому языку – 550 руб. За всю покупку заплатили 28 000 руб. Сколько стоили все учебники по математике? Сколько стоили все учебники по русскому языку? [5]

Задача № 2

Составьте формулу для нахождения площади покраски стен складского помещения, длина которого равна *a* м, ширина – *b* м, а высота – *c* м. Используя формулу, заполните таблицу:

Площадь покраски стен складского помещения

Длина, м	Ширина, м	Высота, м	Площадь покраски, м^2
6	5	3	
10	15	5	

Сколько для этого в каждом случае понадобится банок краски, если одной банки хватает на покраску 12 м^2? [6].

Задача № 3

На диаграмме показана месячная норма осадков для города Красноярска (рис.). По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – количество осадков в мм.

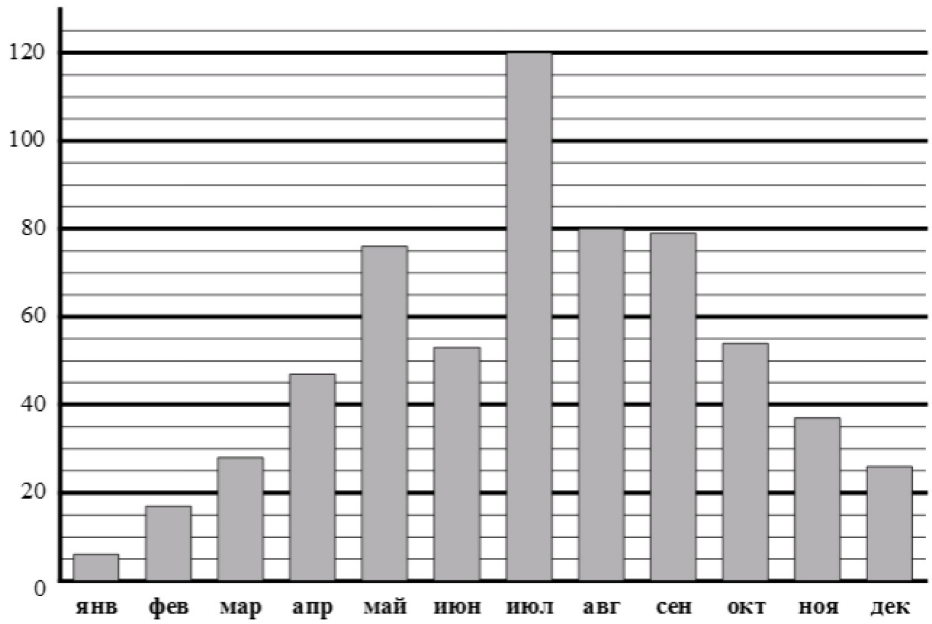


Рис. Месячная норма осадков в г. Красноярске

а) Определите месяц с наименьшей нормой осадков. В ответ запишите номер этого месяца.

б) Сколько месяцев в году в г. Красноярске месячная норма осадков не превышала 40 мм?

в) Определите, в каком месяце месячная норма осадков была не меньше 80 мм и не больше 100 мм. Выпишите в ответ номер месяца, если он существует.

Формирование функциональной грамотности в общеобразовательном учреждении – трудоемкий процесс, требующий от педагога немало сил и времени. Однако каждый учитель может решить поставленную перед ним задачу, используя не только свой педагогический опыт, но и исследования других ученых и педагогов. Он может находить и пробовать новые приемы и методы обучения, внедрять в учебный процесс информационно-коммуникативные технологии, конструировать задания, имеющие прикладной характер.

Библиографический список

1. Аблеева А.А. Формирование математической грамотности у учащихся общеобразовательной школы // International scientific review. 2022. № LXXXIV. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-matematicheskoy-gramotnosti-u-uchaschihsya-obscheobrazovatelnoy-shkoly (дата обращения: 24.10.2023).
2. Бородулина Н.А., Вятчинова К.Г. Формирование математической грамотности у обучающихся на уроках математики // Научно-методический электронный журнал «Калининградский вестник образования». 2023. № 1 (17). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-matematicheskoy-gramotnosti-u-obuchayuschihsya-na-urokah-matematiki (дата обращения: 24.10.2023).
3. Додосова Т.И., Егошина Э.А. Формирование математической грамотности как составляющей функциональной грамотности в контексте обновления школьного математического образования // Математическое образование в школе и вузе: опыт, проблемы, перспективы (MATHEDU' 2022): материалы XI Международной научно-практической конференции в рамках III Международного форума по математическому образованию (IFME'2022), Казань, 28 марта – 02 апреля 2022 года / отв. редактор Л.Р. Шакирова. Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2022. С. 102–106. EDN UHNNEK.
4. Концепция направления «математическая грамотность» исследования PISA-2021 // Федеральный институт оценки качества образования. URL: https://fioco.ru/Contents/Item/Display/2201978
5. Кравчук Н.Н. Развитие математической грамотности на уроках математики. URL: https://infourok.ru/razvitie-matematicheskoj-gramotnosti-na-urokah-matematiki-6036997.html
6. Математика. Алгебра: 7-й класс: базовый уровень: учебник / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. 15-е изд., перераб. М.: Просвещение, 2023. 255 с.
7. Методические рекомендации по формированию и оценке функциональной грамотности обучающихся: сборник методических рекомендаций / авт.-сост. О.Н. Бершанская, Т.Ю. Еремина, Г.А. Кобелева, Н.В. Носова, С.А. Окунева, А.В. Ряттель. Киров: КОГОАУ ДПО «ИРО Кировской области», 2022. 135 с.
8. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования: приказ Минпросвещения России от 31.05.2021 № 287.
9. Семенова И.Н., Негомодзянова И.Р., Слепухин А.В. Подбор и конструирование заданий для формирования функциональной математической грамотности у школьников при работе с математическим материалом // Эвристическое обучение математике: V Международная научно-методическая конференция, Донецк, 23–25 декабря 2021 года. Донецк: Донецкий национальный университет, 2021. С. 329–334.

УРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ ДЕЙСТВИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ

LEVEL MODEL OF RESEARCH ACTIVITIES IN MATHEMATICS

А.В. Мороз **A.V. Moroz**

Исследовательские умения, исследовательские действия, уровни исследовательских действий, виды исследовательских действий, исследовательская деятельность.
В статье описывается актуальность познавательных учебных действий, в частности исследовательских действий. Вводится понятие «исследовательские действия», рассматриваются их виды, представлена уровневая модель исследовательских действий.

Research skills, research actions, levels of research actions, types of research actions, research activities.
The article describes the relevance of cognitive learning activities, in particular research activities. The concept of "research actions" is introduced, the types of research actions are considered, a level model of research actions is presented.

Формирование познавательных универсальных учебных действий занимает важное место в образовательном процессе на уровне общего образования, среди которых в современных условиях развития науки и технологии занимают исследовательские действия.

Под исследовательскими действиями будем понимать действия, направленные на обследование окружающих предметов в целях получения информации, необходимой для решения стоящих перед субъектом задач [1].

Исследовательские действия оказывают положительное влияние не только на процесс и результаты исследовательской деятельности [3], но и на протекание таких важных для общего развития обучающегося психических процессов, как мышление, восприятие, воображение, внимание.

В настоящее время существуют методы, приемы и технологии, оказывающие положительное влияние на формирование и развитие исследовательской деятельности в целом и исследовательских действий в частности. Однако не все преподаватели в полной мере используют эти методы и приемы в своей практике. В системе образования нет конкретных методических рекомендаций и классификаций исследовательских действий для правильной организации учебного процесса. Это связано с недавним введением данного термина в новом федеральном стандарте [2].

Анализ нормативно-методической документации и психолого-педагогической литературы по проблеме формирования познавательных универсальных учебных действий, в частности исследовательских действий обучающихся, позволяет выявить противоречие между необходимостью формирования исследовательских действий обучающихся и отсутствием конкретных методических рекомендаций по созданию благоприятных образовательных условий, способствующих их формированию в практике общего математического образования.

Для разрешения этого противоречия необходимо, прежде всего, разработать модель исследовательских действий.

Стоит отметить, что все исследовательские действия можно разделить на четыре вида:

1. Организационные действия – это действия, направленные на планирование и организацию исследования или эксперимента. Организационные действия на уроках математики включают в себя отбор средства достижения цели и планирование желаемого результата, а также пути решения поставленных задач. К организационным действиям следует отнести: формулирование вопросов, фиксирующих разрыв между реальным и желательным; формирование гипотезы об истинности собственных суждений и суждениях других; аргументирование своей позиции и мнения.

2. Поисковые действия – это действия, связанные с поиском информации, выявлением проблемы и постановкой задач для решения проблемы. Поисковые действия в рамках предмета математики характеризуются нахождением дополнительной информации для работы с несколькими вариантами решения математической проблемы, поиском и применением учебной литературы по математике. К поисковым действиям следует отнести: использование вопросов как исследовательский инструмент познания; самостоятельность установления искомого и данного.

3. Мыслительные действия – это действия, связанные с анализом, синтезом и аналогией представленных проблем. Мыслительные действия проявляются в процессе работы обучающихся с логическими задачами, выполнением умозаключений без опоры на наглядный пример, классифицированием объектов по некоторым признакам, сопоставлением объекта и его свойства. К мыслительным действиям следует отнести: прогнозирование дальнейших развитий процессов, событий и их последствий в аналогичных или сходных ситуациях; проведение по самостоятельно составленному плану опыт, несложный эксперимент; оценивание на применимость и достоверность информации, полученной в ходе исследования (эксперимента).

4. Оценочные действия – это действия, направленные на обобщение и оценку проведенной работы. Оценочные действия в рамках предмета математика содержат в себе разнообразные формы контроля и оценки знаний, например, тестирование, контрольные работы, математический диктант, самостоятельные работы, самооценивание, взаимоконтроль и т.д. К оценочным действиям следует отнести: самостоятельное формулирование обобщения и выводов по результатам проведенного наблюдения, опыта, исследования; владение инструментами оценки достоверности полученных выводов и обобщений.

Опишем три уровня сформированности исследовательских действий:

1. Низкий уровень исследовательских действий характеризуются отсутствием у обучающихся организацией самостоятельной работы. Выполнение различных форм работы происходит с помощью преподавателя и приведенного им наглядного примера.

2. Средний уровень исследовательских действий подразумевает наличие способностей у обучающегося организовывать и выполнять форму работы в известной ситуации, в иной ситуации необходима помощь преподавателя.

3. Высокий уровень исследовательских действий характеризуется наличием способностей самостоятельно организовывать, планировать результаты, выполнять и проводить оценочные действия в учебно-исследовательском процессе.

Характеристика каждого вида исследовательских действий в соответствии с выделенными уровнями представлена ниже (табл.):

Характеристика уровней сформированности исследовательских действий

Виды действий	Уровни сформированности исследовательских действий		
	низкий	средний	высокий
1	2	3	4
Поисковые действия	Использование математической литературы и научных источников информации недостаточно развит; анализирование полученной информации, выявление проблемы и поиск путей решения с помощью определенных методов возможен только с помощью преподавателя	Использование знаний при работе с информацией проявляется на достаточном уровне; наиболее развита способность работать с математическими текстами, предложенными на групповой основе; может частично определить проблему и найти решение с помощью преподавателя	Самостоятельно работает с различными научными и математическими источниками информации; самостоятельно проводит поиск, извлечение и анализирование информации, представленной в разноуровневых задачах, а также определяет проблемы и находит пути их решения
Мыслительные действия	Неспособность анализирования полученных данных по предложенному алгоритму, сопоставление объекта и его свойства; не владеет навыком анализа аналогичных исследований и использования их в своем исследовании	Частично может анализировать данные, классифицировать объекты по их свойствам и признакам с помощью преподавателя; навык анализа подобных заданий в групповой форме присутствует	Самостоятельно способен анализировать данные и анализировать схожие исследования; имеет навык выполнять самостоятельные выводы о фактах, полученных в ходе исследований, классифицировать объекты по их свойствам
Организационные действия	Работа в группах и парах отсутствует; отсутствует навык распределения ролей и выполнения своей роли в группе в рамках предмета математики; не владеет организацией самостоятельной работы	Работает в группах и парах с помощью поставленных задач учителем; способен распределять роли и удерживать их функции с помощью преподавателя; владеет навыком самостоятельной работы с помощью подробно составленного алгоритма	Самостоятельно работает в группах и парах; владеет навыком распределения ролей и удерживания их функции

Окончание табл.

1	2	3	4
Оценочные действия	Испытывает значительные затруднения при оформлении результатов и подведении итогов работы; не владеет навыком оценивания проведенной работы; не удерживает тайминг, выделенный на самостоятельную работу (тестирование, математический диктант, самостоятельная работа и т.д.)	Частично владеет навыком оформления результатов с помощью математической терминологии и подведения итогов проведенной работы; способен оценивать свою работу с помощью учителя и выдвинутых критериев	Самостоятельно оформляет результаты и подводит итоги проведенной работы; самостоятельно способен оценивать работу и выдвигать свои критерии оценки

Выделенные уровни исследовательских действий и описание их содержания позволяют описать структуру исследовательских действий учащихся и задают определенную основу для проектирования и организации реального процесса обучения математике, ориентированного на формирование и развитие исследовательских действий.

Библиографический список

1. Савенков А.И. Педагогика. Исследовательский подход. 2 изд. М.: Юрайт, 2019. 232 с.
2. ФГОС среднего общего образования 2022 г. URL: https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/401333920/#1000 (дата обращения: 07.09.2023).
3. Хоменко Е.В. Исследовательское обучение: к вопросу конститутивных признаков понятий «исследовательская деятельность», «исследовательские умения» // Гуманитарная парадигма. 2021. № 4. С. 79–87.

МОТИВАЦИОННАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ В ФОРМИРОВАНИИ АЛГОРИТМИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ

MOTIVATIONAL COMPONENT IN THE FORMATION OF ALGORITHMIC COMPETENCE

М.В. Носков, В.В. Попова **M.V. Noskov, V.V. Popova**

Мотивация, внешняя мотивация, внутренняя мотивация, пути повышения мотивации, алгоритмическая компетентность, IT-специалисты, межпредметные связи.
В статье рассматривается роль мотивационной составляющей в формировании алгоритмической компетентности у студентов, будущих IT-специалистов, в процессе обучения математике. Проведен анализ внешней и внутренней мотивации, на основании которого намечены пути повышения внутренней мотивации.

Motivation, external motivation, internal motivation, ways to increase motivation, algorithmic competence, IT specialists, interdisciplinary connections.
The article examines the role of the motivational component in the formation of algorithmic competence among students, future IT specialists, in the process of teaching mathematics. The analysis of external and internal motivations is carried out, on the basis of which ways to increase internal motivation are outlined.

В современном обучении, в том числе профессиональном, особенно остро проявилась проблема формирования мотивации у обучаемых. Молодые люди, только что закончившие школу, столкнулись с разнообразием предложений в сфере освоения различных профессий. Не все школьники оказались готовы сделать осознанный выбор, что приводит к выводу о необходимости качественной профессиональной ориентации в старших классах общеобразовательной школы.

Мотивационная составляющая в обучении состоит из двух основных компонент: внутренняя и внешняя мотивации. На развитие внешней мотивации влияют запросы общества и государства, отношение в семье и ближайшем окружении к профессии, престижность профессии. Внутренняя мотивация определяется отношением самого обучаемого к будущей профессии, мотивами, на которых базируется выбор и так далее [1].

В настоящее время значительно вырос престиж профессий IT-направления. Востребованность в обществе, высокая оплата труда, возможность карьерного роста, выбор форм работы и свобода передвижения способствуют развитию внешней мотивации и привлекают все больше молодежи в эту сферу деятельности. Однако становление квалифицированного IT-специалиста возможно только при гармоничном соотношении внешней и внутренней мотивации. Внутренняя мотивация определяется целеполаганием в сфере профессии, осуществлением определенных действий соответственно намеченной цели, анализом полученных результатов [2].

Развитие внутренней мотивации – одно из основных условий формирования квалифицированного специалиста. Внутренняя мотивация к профессии IT-направления закладывается в процессе школьного обучения. В этот период у школьника формируется способность к действиям, актуальным для будущей профессии: действия по алгоритму, составление алгоритма решения задач, проверка результата и др. Благодаря межпредметным связям математики и информатики эти способности востребованы и при обучении математики. Обучение будущих IT-специалистов в вузе или колледже при определенной организации обучения способствует дальнейшему развитию этих способностей.

Анализ профессиональной деятельности IT-специалистов позволил:

– выявить ее основные направления: использование возможностей персонального компьютера, составление, комбинирование и реализация алгоритмов, создание программных продуктов;

– определить объекты и методы профессиональной подготовки, пересекающиеся с математической подготовкой;

– наметить пути повышения качества обучения и усиления его профессиональной направленности.

Алгоритмизация как подготовительный этап создания программного продукта и аспект математической деятельности попадает в межпредметную область. Определим способы повышения внутренней мотивации к профессиональной деятельности в процессе решения алгоритмизируемых математических задач: демонстрация проникновения ИКТ в различные сферы деятельности человека, становление осознанности действий, развитие способности к профессиональным действиям, развитие готовности к преодолению трудностей при решении задач и способности проанализировать правильность решения [3], [4].

В процессе решения математических задач студент развивает способность действовать по алгоритму, решать и применять готовые решения подзадач, осуществлять проверку результата. Многие математические задачи допускают действия по схеме:

Анализ данных	Поиск или составление алгоритма	Применение алгоритма	Проверка алгоритма

Эти этапы решения математической задачи являются аналогом составления и реализации алгоритма, что способствует не только формированию навыков алгоритмирования у студентов, но и развитию мотивационной составляющей алгоритмической компетентности в процессе обучения математике. Включение элементов профессиональных задач IT-направления на каждом этапе решения математической задачи позволяет усилить практический и профессиональный аспект обучения математике будущих IT-специалистов.

Развитие обучаемого в заданном направлении способствует дальнейшему формированию внутренней мотивации и становлению квалифицированного специалиста.

Библиографический список

1. Бондаревская Е.В. Ценностные основания личностно ориентированного воспитания // Педагогика. 1995. № 4. С. 11–17.
2. Матвеева Т.А. Методическая система использования информационных коммуникационных технологий в становлении профессиональной компетентности студентов технического вуза // Вестник ОГУ. 2007. № 2 С. 19–25.
3. Носков М.В., Попова В.В. Реализация межпредметных связей математики и информатики в современном учебном процессе // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. 2015. № 1. С. 65–69.
4. Удовенко Л.Н. Уровни сформированности алгоритмических компетенций школьников // Ярославский педагогический вестник. 2013. № 1. Т. II. С. 103–107.

СЕТЕВОЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОЕКТ «ЦИФРОВЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ» КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ПРЕДМЕТНЫХ И МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ[1]

NETWORK RESEARCH PROJECT “DIGITAL TOOLS” AS A MEANS OF FORMING SUBJECT AND META-SUBJECT RESULTS

Р.П. Овчинникова, М.В. Белорукова **R.P. Ovchinnikova, M.V. Belorukova**

Предметные результаты, метапредметные результаты, исследовательский проект, GeoGebra, цифровой инструмент, подобие, пантограф.
В статье рассматриваются вопросы, связанные с использованием онлайн-сервисов при организации исследовательской и проектной деятельности учащихся. Описаны этапы разработки группой учащихся сетевого исследовательского проекта по созданию виртуального пантографа.

Subject results, meta-subject results, research project, GeoGebra, digital tool, similarity, pantograph.
The article discusses issues related to the use of online services in the organization of research and project activities of students. The stages of development by a group of students of a network research project to create a virtual pantograph are described.

Сетевой проект «Цифровые инструменты» – это один из проектов Сетевой проектной школы для учащихся 7–10 классов (https://drive.google.com/file/d/1C3MarQ5hoot6bg9wUI19cyzMF_0W3_ap/view), организованной Ассоциацией педагогов, работающих с одаренными детьми (https://aprod-rf.ru/), в рамках реализации проекта Российского фонда фундаментальных исследований «Сетевое наставничество в организации исследовательской деятельности одаренных обучающихся».

В соответствии с требованиями новых ФГОС программа основного общего образования должна обеспечивать формирование исследовательских, коммуникативных и регулятивных учебных действий; формирование и развитие компетенций обучающихся в работе с информацией [2, с. 7–9]. Среди требований, предъявляемых к условиям реализации программ образования, выделено использование современных образовательных технологий, направленных на развитие различных форм наставничества [1, п. 35.2].

С целью поддержки проектной и исследовательской деятельности школьников в школах организовывается проектно-исследовательская деятельность учащихся на всех уровнях общего образования. В начальных классах обучающиеся начинают учиться писать проекты под руководством учителя и при помощи родителей,

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 20-013-00730).

на уровне основного общего образования учащиеся пишут проекты под руководством учителей-предметников. По желанию учащиеся представляют свои проекты и исследовательские работы на различных конкурсах исследовательских и проектных работ, например Международный конкурс по математике и информатике «Математика и проектирование» (https://aprod-rf.ru/mip), координатором которого является Ассоциация педагогов, работающих с одаренными детьми.

Представим один из исследовательских проектов «Цифровые инструменты» по теме «Подобие. Пантограф», выполненный группой учащихся 9 класса.

Перед группой учащихся были поставлены следующие задачи:

1) освоить технологию создания собственных инструментов,
2) создать собственный инструмент «подобный многоугольник»;
3) проанализировать источники информации по теме «Пантограф»;
4) изучить историю изобретения и развития пантографа;
5) проанализировать имеющиеся модели пантографа;
6) создать в GeoGebra виртуальную модель пантографа;
7) подготовить выступление на Международном конкурсе по математике и информатике «Математика и проектирование».

Опишем выполнение учащимися поставленных задач.

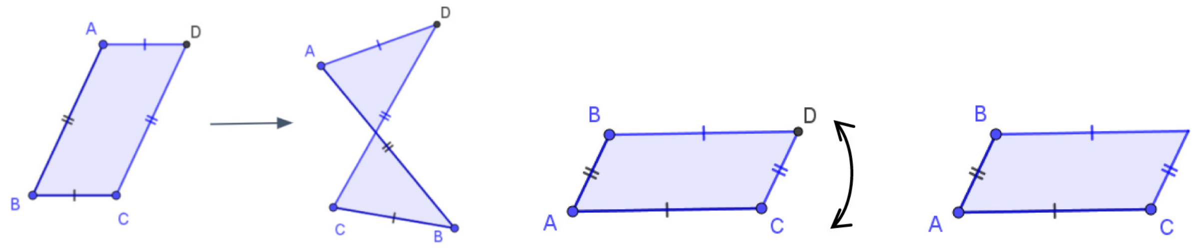
С технологией создания собственных инструментов учащиеся познакомились при создании инструмента «*Угол*», алгоритм создания которого демонстрирует слайд на рис. 1.

Рис. 1. Алгоритм создания собственного инструмента на примере объекта «угол»

На этапе освоения технологии создания инструмента учащимися допускались следующие виды ошибок:

– *теоретические ошибки*, заключающиеся в использовании неверного алгоритма построения объекта, в результате которого получается объект, не обладающий нужными свойствами (рис. 2А).

– *технические ошибки*: нарушение последовательности указания входных объектов, выбор не всех выходных объектов. В данном случае получается объект с другими параметрами, недостающими элементами (рис. 2Б, 2В).



А Б В

Рис. 2. Ошибки создания собственного инструмента на примере параллелограмма

При работе над ошибками учащимися самостоятельно были сформулированы правила создания собственных инструментов:

1. Входными объектами должны быть объекты, которые автоматически вводит программа «GeoGebra» после ввода выходных объектов. Созданный инструмент при использовании будет «опираться» на «Входные объекты».

2. Выходными объектами должны быть объекты, которые являются составляющими всего инструмента в целом. Эти объекты появятся на полотне после использования инструмента.

3. При построении нового инструмента нельзя использовать готовые инструменты, частично или полностью выполняющие функцию нового инструмента.

4. При наложении на какой-либо инструмент дополнительных обозначений/знаков необходимо добавить их в «Выходные объекты» инструмента.

5. При создании инструмента нужно учитывать последовательность указания входных объектов.

6. При создании сложных инструментов, требующих определенную инструкцию к использованию, можно ввести описание.

На этом же этапе учащимся предлагалось сформулировать идеи использования собственных инструментов в изучении геометрии. Идеи учащихся были следующими: для изучения теоретического материала темы (определений, свойств, признаков), при решении задач и проверки решений, для построения математических моделей реальных объектов. Для проекта они выбрали тему «Подобие».

На втором этапе учащиеся разработали инструменты на построение треугольника, подобного данному. При решении данной задачи они использовали три различных признака подобия треугольников. У них возник вопрос: а можно ли создать инструмент *Подобный многоугольник*, в частности *Подобный четырехугольник*? Проведя анализ учебной литературы, ребята нашли следующее определение подобных многоугольников: «Два многоугольника называются подобными, если углы одного равны попарно углам другого и сходственные стороны их пропорциональны» [3, с. 256]. На основе данного определения был создан инструмент «Подобный четырехугольник». Дальше учащиеся задались вопросом: как еще можно получить подобный многоугольник? Проведя диагонали многоугольника и разбив его на треугольники, ребята сообразили, что построить подобный многоугольник данному можно, используя несколько раз собственный инструмент *Подобный треугольник* (рис. 3).

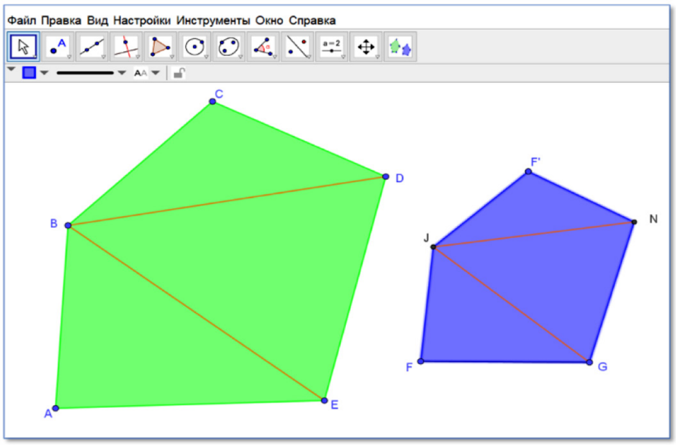


Рис. 3. Построение подобных многоугольников

На третьем этапе учащиеся из источников, рекомендованных модератором проекта, узнали о пантографе – чертежном приборе, служащим для перерисовки планов и чертежей в том же или измененном масштабе. В статье [5] дано следующее определение пантографа: «Пантограф представляет собой простое шарнирно-рычажное устройство, в основе которого лежит параллелограммный механизм». Также узнали, что пантографом называют токоприемник электровоза или моторного вагона, состоящий из системы легких рам, шарнирно соединенных между собой; «лифт для шкафа»; манипулятор для погрузки и выгрузки товаров; выдвижное устройство для настенного зеркала; стойки для настольных ламп, студийных микрофонов и пр. [4]. Перечисленные механизмы как таковыми пантографами не являются, но их так называют из-за того, что в их основе лежит параллелограммный механизм.

Решение следующих задач учащиеся решили разделить между членами команды: одни изучили историю изобретения и развития пантографа [5] и построили ленту времени в онлай-сервисе TIMEGRAPHICS, другие – создали макет постера «ПАНТОГРАФ», содержащий информацию: что такое пантограф, для чего он нужен, виды пантографов, изобретатели пантографа, лента времени, виртуальная модель пантографа.

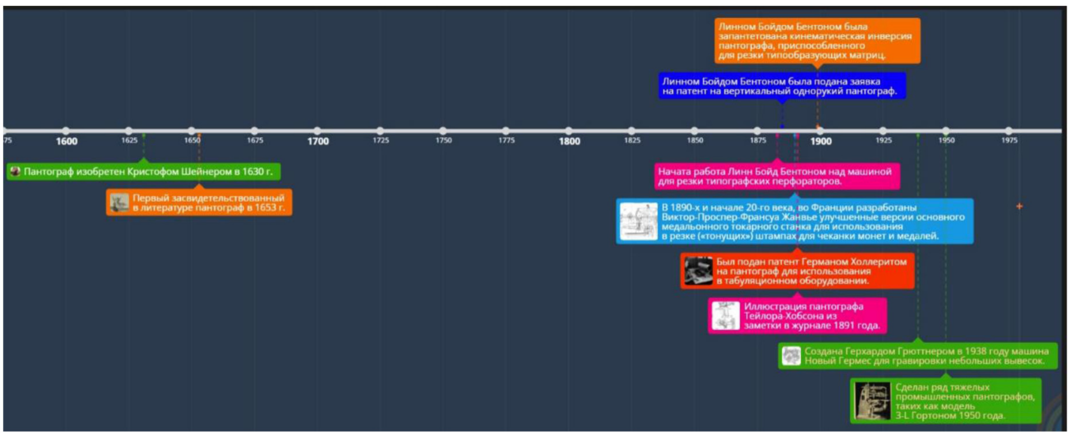


Рис. 4. Лента времени «История изобретения и развития пантографа»

Третьи проанализировали имеющиеся на сайте geogebra.org модели пантографа.

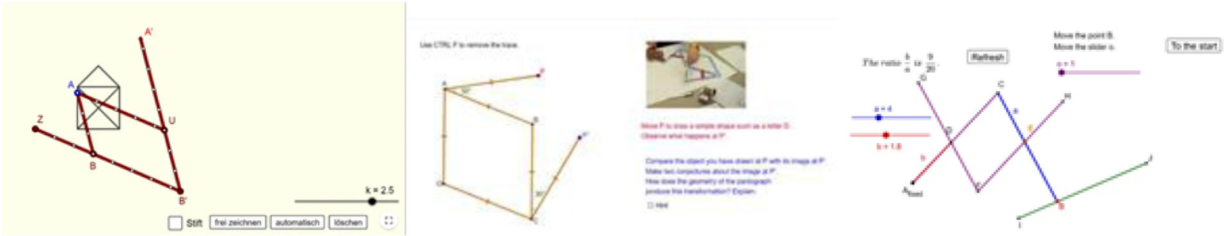


Рис. 5. Виртуальные модели пантографов на сайте geogebra.org

Анализ рассмотренных моделей позволил сделать следующие выводы:

1) большинство пантографов позволяет строить фигуры с настраиваемым коэффициентом подобия;

2) для настройки коэффициента подобия используются движки;

3) при изменении параметров движков пантограф может исчезнуть.

Был поставлен вопрос: как построить виртуальную модель пантографа, не допускающую внезапного ее исчезновения пи изменении параметров движков.

Последним этапом работы являлась разработка нескольких виртуальных моделей пантографа в GeoGebra. Группа распределила виды пантографов между участниками проекта, и каждый из учащихся попробовал себя в роли разработчика модели пантографа. В ходе данной работы модели проходили экспертизу, члены команды делали работу над ошибками.

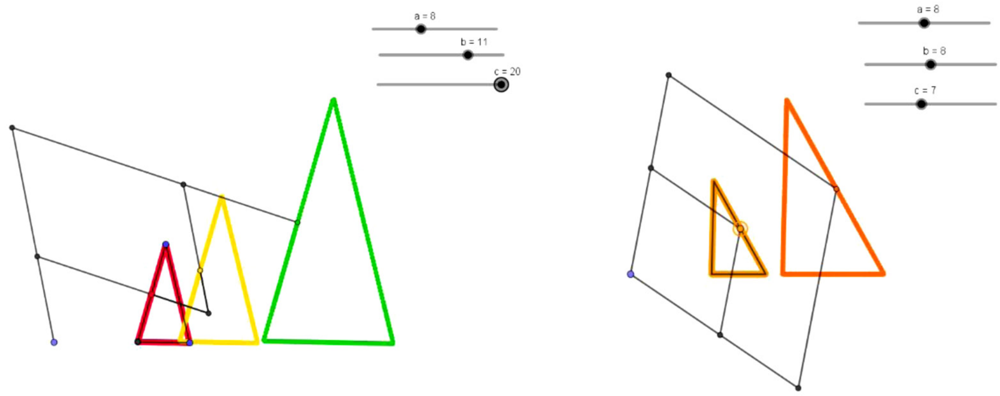


Рис. 6. Изображения виртуальных моделей пантографов, созданных самостоятельно

Результатом работы над исследовательским проектом у учащихся стало не только углубление предметных знаний и умений по теме «Подобие», но и формирование:

– *исследовательских умений* при формулировании проблемных вопросов, проведении анализа источников информации и формулировании выводов,

– *умений работать с информацией*: выбирать форму представления информации;

– *коммуникативных учебных действий*: высказывать идеи по поиску решения проблем, использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; распределять виды работ, обсуждать результаты работы, участвовать в групповых формах работы и выполнять свою часть работы;

– *регулятивных учебных действий*: аргументировать и корректировать варианты решений с учетом новой информации, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей.

Библиографический список

1. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (утвержден приказом Министерства просвещения РФ от 31.05.2021 № 287) // Реестр примерных основных общеобразовательных программ. URL: https://edsoo.ru/normativnye-dokumenty/ (дата обращения: 10.10.2022).
2. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Математика. 5–9 классы (базовый уровень). М., 2023. URL: https://edsoo.ru/rabochie-programmy/ (дата обращения: 01.10.2023).
3. Извольский Н. Геометрия на плоскости (планиметрия). Ленинград: гос. изд-во, 1924. 297 с.
4. Параллелограмм // Математические этюды – офиц. сайт. URL: https://etudes.ru/etudes/parallelogram/ (дата обращения: 04.11.2022).
5. Лапшин Р.В. Как изготавливалась полигональная кладка из крупных каменных блоков со сложными криволинейными поверхностями сопряжения в мегалитических комплексах Перу? // Блог Ростислава Лапшина. URL: https://rostislav-lapshin.blogspot.com/2021/04/blog-post.html (дата обращения: 01.12.2022).

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЦИФРОВОГО КОНТЕНТА ДЛЯ РАЗВИТИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ УМЕНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5–9 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ

DESIGNING DIGITAL CONTENT FOR THE DEVELOPMENT OF META–SUBJECT SKILLS OF 5TH – 9TH GRADE STUDENTS IN THE PROCESS OF MATHEMATICAL PREPARATION

Е.В. Позднякова **E.V. Pozdnyakova**

Универсальные учебные действия, метапредметные умения, математическая подготовка в 5–9 классах, деятельностно-цифровая образовательная среда, цифровой контент.
Актуализируется проблема формирования метапредметных умений как совокупности универсальных учебных действий обучающихся 5–9 классов в процессе математической подготовки. Приводятся определение и основные характеристики деятельностно-цифровой образовательной среды, нацеленной на реализацию указанного процесса. Представлено описание цифрового контента как составного элемента ресурсного компонента проектируемой среды.

Universal learning activities, meta–subject skills, mathematical preparation in grades 5-9, activity-digital educational environment, digital content.
The problem of the formation of meta–subject skills as a set of universal educational actions of students of grades 5–9 in the process of mathematical preparation is actualized. The definition and main characteristics of the activity-digital educational environment aimed at the implementation of this process are given. The description of digital content as an integral element of the resource component of the designed environment is presented.

Современное школьное образование направлено на то, чтобы дать обучающимся эффективный инструментарий для системного познания мира и критического анализа объективной реальности, решения комплексных проблемных задач как в реальной жизни, так и в будущей профессиональной деятельности. Данное положение отражено в федеральных государственных образовательных стандартах общего образования, ориентирующих образовательную систему на формирование метапредметных результатов (универсальных учебных действий) и функциональной грамотности школьников.

В нормативных документах [7] определены универсальные учебные действия (УУД) с учетом специфики математики, конкретизировано понятие функциональной математической грамотности как совокупности умений применять математику к решению проблемных задач реальной действительности. В процессе математической подготовки школьников осуществляется развитие *ключевых* универсальных учебных действий – «специфических учебных действий, выделенных из требований к метапредметным результатам обучения на основе анализа математической деятельности и обеспечивающих достижение предметных результатов по математике» [3]. Для оптимизации состава ключевых УУД и эффективности диагностики их развития мы объединяем указанные действия в совокупность ключевых метапредметных умений.

Метапредметные умения будем понимать как освоенные способы выполнения ключевых универсальных учебных действий, обусловленные системой мотивов и личностных смыслов, детерминирующие познавательную активность личности в процессе математической деятельности на основе усвоенных знаний и субъективного опыта. Проведя структурно-семантический анализ универсальных учебных действий, мы определяем следующие ключевые метапредметные умения (табл.):

Ключевые метапредметные умения

Ключевые метапредметные умения
ПОЗНАВАТЕЛЬНЫЕ
– проводить доказательные рассуждения и формулировать выводы; – выдвигать и обосновывать гипотезы, проводить экспериментирование по установлению особенностей математических объектов; – выполнять действия по работе с информацией (осуществлять поиск в различных источниках, включая цифровые образовательные ресурсы, критически анализировать, сравнивать, обрабатывать и структурировать информацию); – строить и исследовать математические модели
КОММУНИКАТИВНЫЕ
– использовать вопросно-ответные процедуры как инструмент познания в математике; – владеть устной и письменной монологической речью на всех этапах математической деятельности; – организовывать и осуществлять сотрудничество для решения учебной математической задачи
РЕГУЛЯТИВНЫЕ
– составлять план, алгоритм решения задачи и прогнозировать процесс ее решения; – анализировать результат решения учебной математической задачи

Процесс формирования метапредметных умений актуализирует моделирование соответствующей образовательной среды, которая позволит создать условия для самообучения и саморазвития ученика. Учитывая, что формирование предметных и метапредметных умений школьников осуществляется в образовательной среде через различные виды учебно-познавательной деятельности, в том числе с использованием цифровых образовательных ресурсов, определим понятие *предметной деятельностно-цифровой образовательной среды*. *Деятельностно-цифровая образовательная среда (ДЦОС)* математической подготовки понимается нами как образовательная среда, структурными элементами которой являются ресурсный, технологический и коммуникативный компоненты, направленные на развитие предметных и метапредметных умений, функциональной математической грамотности и креативности обучающихся посредством систематического использования цифровых образовательных ресурсов, обеспечения деятельностного аспекта обучения на основе современных педагогических и цифровых технологий.

Коммуникативный компонент определяет особенности взаимодействия субъектов образовательного процесса, а именно формы, пространство взаимодействия и инструменты управления взаимодействием со стороны учителя.

Ресурсный компонент включает комплекс заданий, направленных на формирование и диагностику предметных и метапредметных образовательных результатов; совокупность учебных курсов внеурочной деятельности по математике; совокупность предметных цифровых образовательных ресурсов, обеспечивающих поддержку процесса формирования ключевых УУД и креативности обучающихся.

Технологический компонент в соответствии со структурой методической системы объединяет методы, средства и формы организации обучения.

Гибридный характер проектируемой среды подразумевает, что каждый ее компонент определяется в онлайн- и офлайн-форматах.

Проектируемая среда должна обладать следующими *характеристиками:* нацеленность на развитие ключевых метапредметных умений, математической грамотности; стимулирование активного социального и информационного взаимодействия субъектов образовательного процесса, ориентированного на выполнение разнообразных видов учебной математической деятельности; ориентированность на ученика, адаптивность среды к его индивидуально-психологическим особенностям; наличие условий для развития креативности субъектов образовательного процесса.

Акцентируем внимание на *ресурсном* компоненте ДЦОС. Содержательное наполнение компонента выстраивается на основе *принципа* применения альтернативного дидактического обеспечения. Под дидактическим обеспечением будем понимать комплекс взаимосвязанных по дидактическим целям разнообразных видов учебной информации на различных носителях, разработанный с учетом требований когнитивной психологии, педагогического дизайна, валеологии и других наук [9, с. 60]. Принцип альтернативного дидактического обеспечения предполагает создание условий для персонализированного обучения, продуктивной самостоятельной учебно-познавательной деятельности, активного информационного взаимодействия между участниками образовательного процесса с помощью цифрового контента математического содержания. Такой контент включает в себя учебные математические тексты, тематические веб-квесты, интерактивные приложения, программы динамической математики и другие ресурсы, которые помогают в организации процесса развития метапредметных умений, математической грамотности и креативности обучающихся. Цифровой контент может быть размещен онлайн, доступен через веб-сайты, электронные платформы для обучения или предоставляться в виде программного обеспечения для использования на компьютерах или мобильных устройствах.

Нами были спроектированы следующие элементы цифрового контента:

✓ Тематические веб-квесты по алгебре и геометрии для 7–9 классов [4].

Особенностями веб-квестов являются: интеграция личностного и игрового контекста; приоритет креативного развития; максимальная визуализация; тематическая направленность задания квеста; проблемность части заданий; применение цифровых инструментов для выполнения задания; выстраивание сюжета квеста на основе произведений детской кино- и гейм-индустрии (мультфильмов, художественных фильмов, сериалов, компьютерных игр).

✓ Интерактивные обучающие игры «Путешествие по стране Геометрия» (7–9 классы) [5], «Математика – царица всех наук» (5–6 классы) [6], «Путешествие по городам России» (алгебра, 7–9 классы) [2]. Цифровые ресурсы были созданы с помощью программного пакета Microsoft Power Point, дополнены возможностями онлайн-сервисов (GeoGebra, LearningApps и др.) и образовательной платформы «Российская электронная школа». ЦОР выстраиваются на основе системы предметных и метапредметных заданий, позволяющих организовать когнитивную, регулятивную и коммуникативную деятельность учащихся; при этом возможна организация самостоятельной или исследовательской работы с переходами на другие цифровые ресурсы и онлайн-сервисы.

✓ Цифровой ресурс метапредметных заданий с региональным компонентом «Кузбасс в дробях» (5–6 класс) [8]. ЦОР был сконструирован с помощью приложения Google Sites и предполагает использование онлайн-сервисов LearningApps, CoreApp, Google Forms, Joyteka. Математическое наполнение разработанного ресурса соответствует содержанию раздела «Дробные числа и действия над ними». Работа с таким ресурсом может быть организована как на уроке, так и во внеурочной деятельности, при этом формы работы могут выбираться учителем в соответствии с целями и задачами обучения.

✓ Цифровой ресурс «Математика в городе N» для онлайн-поддержки учебного курса внеурочной деятельности по формированию математической грамотности учащихся 9 классов [1]. ЦОР создан в приложении Google Sites и усилен возможностями онлайн-сервисов (УДОБА, CORE, GeoGebra, Learningapps, GoogleForms). Содержательное наполнение ЦОР представлено метапредметными заданиями с региональным компонентом, распределенными по категориям в соответствии с концепцией PISA: «Пространство и форма», «Изменения и зависимости», «Количество», «Неопределенность и данные».

Апробация спроектированных ЦОР позволила выявить следующие преимущества их использования в учебном процессе:

– повышение мотивации и познавательного интереса (дизайн ЦОР удовлетворяет особенностям цифрового поколения);

– оптимизация временного ресурса (экономия времени на проверку и анализ результатов выполненных заданий);

– обеспечение интерактивного режима, сотрудничества в процессе групповой работы;

– реализация возможности работы в индивидуальном темпе и построения индивидуальной образовательной траектории;

– наглядность и визуализация математической информации;

– процессуальное обогащение поисковой и исследовательской деятельности за счет использования цифровых инструментов;

– усиление вариативности методики формирования математической грамотности и метапредметных умений с помощью интеграции образовательных технологий (технология смешанного обучения, технология геймификации, технология учебного исследования, групповая работа и т.д.).

Библиографический список

1. Позднякова Е.В., Дробахина А.Н., Малышенко Г.А. Развитие математической грамотности школьников средствами учебного курса внеурочной деятельности в цифровой образовательной среде // Научно-методический электронный журнал «Концепт». 2023. № 10 (октябрь). URL: http://e-koncept.ru/2023/231104.htm
2. Позднякова Е.В., Шаптала Н.В. Интерактивная виртуальная квест-экскурсия как средство формирования универсальных учебных действий школьников при обучении алгебре // Методика преподавания математических и естественно-научных дисциплин: современные проблемы и тенденции развития: материалы IX Всероссийской научно-практической конференции. Омск, 2022. С. 220–226.
3. Позднякова Е.В. Математическая деятельность как основа моделирования ключевых универсальных учебных действий учащихся основной школы // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2022. № 2 (26). С. 42–56. DOI: 10.24888/2500-1957-2022-2-42-56.
4. Позднякова Е.В., Малышенко Г.А., Семиколенных Е.А. Опыт внедрения тематических веб-квестов в процессе математической подготовки учащихся основной школы // Педагогическая информатика. 2022. № 2. С. 56–65.
5. Позднякова Е.В., Малышенко Г.А., Семиколенных Е.А. Проектирование цифровых ресурсов на основе геймификации (на примере геометрии) // Инновационные подходы к обучению математике в школе и вузе: материалы III Всероссийской научно-практической конференции / под редакцией М.В. Дербуш, С.Н. Скарбич. Омск, 2023. С. 96–104.
6. Позднякова Е.В., Семиколенных Е.А. Развитие метапредметных умений учащихся 5–6 классов при обучении математике на основе геймификации в условиях цифровой образовательной среды // Сибирский учитель. 2023. № 1 (146). С. 38–48.
7. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 370 «Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования» (Зарегистрирован 12.07.2023).
8. Цифровой образовательный ресурс «Кузбасс в дробях». URL: https://sites.google.com/view/zadachikuzbass/ (дата обращения:14.10.2023).
9. Шабанов А.Г. Формирование информационной культуры обучающих и обучающихся как условие эффективности дистанционного обучения // Инновации в образовании. 2008. № 7. С. 56–65.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ

TECHNOLOGICAL APPROACHES TO TEACHING MATHEMATICAL DISCIPLINES IN THE CONTEXT OF DIGITAL TRANSFORMATION OF EDUCATION

А.Е. Поличка **A.E. Polichka**

Цифровая трансформация образования, технологические подходы обучения, математические дисциплины.

Предлагаются варианты педагогических подходов к организации обучения математическим дисциплинам, использующих выделенные педагогической практикой положения кибернетики, психологии и системно-деятельностной парадигмы в образовании. Подходы основываются на методических инструментах выделенных и внедренных в образовательные программы дальневосточных образовательных организаций.

Digital transformation of education, technological approaches of teaching, mathematical disciplines.

Variants of pedagogical approaches to the organization of teaching mathematical disciplines are proposed, using the provisions of cybernetics, psychology and the system-activity paradigm in education highlighted by pedagogical practice. The approaches are based on the methodological tools allocated and implemented in the educational programs of Far Eastern educational organizations.

Введение. Неизбежность информатизации общества обусловлена резким ростом производительных сил и возрастанием роли и значения объемов и своевременности различных данных для управления процессами в созидательной деятельности человека. Систематическое повышение требований цифровой экономики к адаптационным ресурсам человека требует формирования современных актуальных необходимых для их будущей профессиональной деятельности цифровых компетенций и разработки информационно-коммуникационных предметных сред соответствующих математических дисциплин.

Условием реализации системно-деятельностной парадигмы в качестве технологического средства разработки информационно-методического обеспечения преподавания математических дисциплин для формирования цифровых компетенций нами выбрано применение методической системы обучения математической учебной дисциплины [8]. Цель исследования –описание варианта такой составляющей методической системы обучения математических дисциплин, как технологические подходы, основанные на выделенных методических инструментах.

Материалы и методы. Исследование опирается на педагогический опыт автора и его учеников, теоретико-методологический анализ научных источников педагогики, психологии и кибернетики, инноватики и информатики [1–10]. На основе системно-деятельностного подхода и педагогического опыта из совокупности информационных компетенций в нашем исследовании выделены технологические варианты педагогического инструментария для формирования культуры информационной деятельности [8].

Результаты и обсуждение. Рассмотрим такую грань представления смысла методической системы обучения математической дисциплине, как ее описание в виде педагогического инструментария как системы педагогических инструментов. Анализ исследований, практики педагогических работников, их апробаций на различных конференциях и публикаций, на которых все чаще используется подобная терминология. Используя результаты анализа работы [8], рассмотрим такой инструментарий в виде совокупности форм, методов, подходов, приемов и средств педагогического взаимодействия субъектов и объектов обучения и воспитания для применения традиционных и инновационных технологий обучения и систем интегрированной оценки достижений обучающихся. Элементы педагогического инструментария, необходимые и востребованные педагогу в реализации его профессиональной деятельности и эффективно им применяющиеся, будем рассматривать как педагогические инструменты.

В нашем исследовании педагогическими инструментами разработки авторских методических систем обучения математическим дисциплинам рассмотрены технологические подходы обработки данных с методологических позиций цифровых технологий. Согласно метапредметному взгляду выделены варианты сочетания технологических основ кибернетики, информатики, теории систем и психологии. Они направлены на формирование при освоении математических дисциплин специальных качеств обучаемых, содержащих эффективно развитые необходимые адаптационные способности в сочетании с овладением основ специальных информационных видов деятельности.

Использована педагогическая практика систематического применения средств цифровых технологий [6] в направлении формирования необходимых для освоения образовательных программ компетенций средствами математических дисциплин. Обобщен педагогический опыт преподавания математических учетных дисциплин с использованием необходимых средств цифровых технологий для различных уровней образования и образовательных программ в дальневосточных вузах, в частности, для ряда направлений образования в Дальневосточном государственном университете путей сообщения и Тихоокеанском государственном университете: «Высшая математика»; «Теория функций комплексного переменного»; «Теория вероятностей»; «Дополнительные главы функции действительной переменной»; «Дифференциальные уравнения в частных производных»; «Краевые задачи для уравнений банаховых пространствах второго порядка». На основании этого выделены варианты технологических подходов обучения математическим дисциплинам, позволивших формировать у студентов умения использовать ряд методологических подходов деятельности в цифровой среде будущей профессиональной деятельности.

Технологический подход анализа и адекватного восприятия различных данных по исследуемой проблеме инструментально реализуется разработкой студентом описания таких сторон смысла учебной дисциплины, как: представление ее содержания в виде разделов с формулировкой названий этих разделов; выделением ключевых понятий и слов с вариантом их описания; выполнением выделенных основных видов математической деятельности по работе с математическими текстами и решением типовых задач. Подход реализуется специально разработанным форматом цифрового сопровождения в системе электронного обучения университета на платформе MOODLE [6].

Технологический подход разбиения материала на разделы, состоящие из модулей, минимальных по объему, но замкнутых и интегрированных по содержанию, количество которых определяется указанным правилом. Подход реализуется разработкой студентом средствами морфологического анализа основных смысловых понятий и представления в специально разработанном формате файлах в сетевых сообществах.

Технологический подход овладения навыками дискретизации изучаемых данных по выделенным необходимым признакам реализуется выбором специальных заданий по разработке концептуальных информационных моделей. Подход реализуется разработкой студентом проектных заданий по решению прикладных задач и представлением презентационных цифровых материалов.

Так, при освоении учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения в частных производных» методическим приемом реализации этих подходов нами рассматривалось использование смешанного обучения. Реализация задачного материала осуществлялась согласно последовательности: правила; средства; способы; приемы; указания; подходы; методы; методики, а также варианты описаний, анализа, объяснений, пояснений и предсказаний, синтеза и оптимизации этих элементов и их примеров практического использования при решении математических задач. Инструментами технологического подхода выбраны специальные тетради. Тетрадь по теоретическому материалу предназначалась для представления студентом смысла в виде разделов, сформированных в представлении студентом, содержала оглавление и конспекты лекций. Каждый план лекции включает тему, цели, обзор учебных элементов, глоссарий, тематику семинарских занятий и самостоятельных заданий. Тетрадь выделения ключевых смыслов содержала планы занятий и конспекты по изучаемым вопросам. Каждый план включает тему, цель занятия, основных понятий по теме, список рекомендуемой литературы; вопросы для опроса студентов; методические рекомендации по теме занятия. Тетрадь результатов основных видов деятельности содержала индивидуальные задания с описанием студентом постановки математической задачи, условиями математической задачи, определением варианта применяемого для решения данной задачи раздела математики и математической схемы, приведения текста решения со ссылками на используемые методы и формулы с указанием конкретных для данной математической задачи значений входящих в них обозначений понятий и величин, описанием ответа, варианта интерпретации полученного ответа в терминах будущей профессиональной деятельности.

Технологический подход обратной связи между участниками процесса обучения для получения эффективного результата реализуется с помощью средств цифровых технологий, включая мобильный и домашний вид Интернета.

Выводы. Нами представлен вариант педагогических подходов к организации обучения математическим дисциплинам, использующих выделенные педагогической практикой положения кибернетики, психологии и системно-деятельностной парадигмы в образовании. Подходы основываются на методических инструментах, выделенных и внедренных в образовательные программы дальневосточных образовательных организаций.

Данный подход реализуется для образовательных программ педагогического образования на базе Педагогического института Тихоокеанского государственного университета. В дальнейшем планируется рассмотрение применимости подходов при подготовке дополнительной квалификации по ИТ-профилю посредством обучения в соответствии с перечнем областей цифровых компетенций на «цифровой кафедре» образовательной организации высшего образования.

Библиографический список

1. Кислякова М.А., Поличка А.Е. Педагогический потенциал математических дисциплин в подготовке студентов гуманитарных профилей. Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2019.
2. Кузнецов В.А., Поличка А.Е. Элементы математического анализа: учебное пособие. Хабаровск: Изд-во ДВИУ – филиал РАНХиГС, 2016.
3. Кузнецов В.А., Поличка А.Е. Математика: методический аппарат решения задач для бакалавриата направлений подготовки «Менеджмент»: учебное пособие. Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2019.
4. Методы вычислительной математики: учебное пособие / сост. А.Е. Поличка. Хабаровск.: Изд-во ДВГУПС, 2022.
5. Поличка А.Е. Теория функций комплексной переменной: метод. пособие по изучению дисциплины. Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2017.
6. Поличка А.Е. Реализация влияния средств ИКТ на методы обучения математике в высшем образовании // Тематический выпуск «Математическое образование в школе и вузе»: в 2 частях. Ч. 2. Электронные библиотеки (RussianDigitalLibrariesJournal). 2019. Т. 22, № 6. С. 686–693.
7. Поличка А.Е. Современные проблемы информационного и математического образования: методический аппарат решения задач по уравнениям с частными производными: учебное пособие. Хабаровск: Издательство ТОГУ, 2021.
8. Поличка А.Е. Технологические принципы деятельностного подхода при подготовке педагогических кадров в условиях цифровой трансформации образования // Современные наукоемкие технологии, 2023. № 7. С. 189–195.
9. Поличка А.Е., Кислякова М.А. Современная проблематика развития и применения средств ИКТ в образовательном пространстве вуза. Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2019.
10. Поличка А.Е., Малыхина О.А., Карпова И.В., Табачук Н.П. Современные проблемы информационного и математического образования: научно-методические основы совершенствования профессиональной компетентности учителя математики. Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2020.

КРИТЕРИИ И УРОВНИ СФОРМИРОВАННОСТИ СТОХАСТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ ШКОЛЬНИКОВ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

CRITERIA AND LEVELS OF FORMATION OF STOCHASTIC CULTURE OF SCHOOLCHILDREN IN CONDITIONS OF DIGITAL TRANSFORMATION OF GENERAL EDUCATION

А.Ю. Полякова **A.Yu. Polyakova**

Стохастическая культура, цифровая трансформация, критерии, уровни, общее образование, обучающиеся, формирование.
В статье описывается возможность эффективного диагностирования уровня сформированности стохастической культуры обучающихся. Вводятся необходимые критерии, показатели сформированности стохастической культуры школьников. Обозначаются основные уровни овладения стохастической культурой. Указывается, что использование предложенных критериев вместе с возможностями цифровой среды покажет наиболее значимый результат при формировании стохастической культуры учеников.

Stochastic culture, digital transformation, criteria, levels, general education, students, formation.
The article describes the possibility of effective diagnosis of the level of formation of the stochastic culture of students. The necessary criteria, indicators of the formation of the stochastic culture of schoolchildren are introduced. The main levels of mastery of stochastic culture are indicated. It is indicated that the use of the proposed criteria along with the capabilities of the digital environment will show the most significant result in the formation of the stochastic culture of students.

Сформированность стохастической культуры школьников во многом определяет уровень их математической культуры. В связи с данным утверждением актуальным стало формирование стохастической культуры обучающихся в сложившихся современных условиях – условиях цифровой трансформации общего образования.

Оценка сформированности стохастической культуры, как и любого процесса в педагогике, предполагает разработку критериев успешности данного процесса. Как считает В.И. Загвязинский, критерий – это «обобщенный показатель развития системы, успешности деятельности, основа для классификации» [2]. Показатели – это определенные измерители критерия, делающие его доступным для измерения и наблюдения. Мы разработали критерии для установления уровней сформированности стохастической культуры у обучающихся с опорой на структурно-функциональную модель стохастической культуры школьников. Для каждого критерия ввели соответствующие показатели. Все это позволило нам обозначить четыре основных уровня овладения элементами стохастической культуры: критический, допустимый, продвинутый, оптимальный.

В таблице мы отразили критерии, показатели и уровни сформированности стохастической культуры обучающихся в рамках нашего научного исследования. К основным критериям мы отнесли: мотивационно-ценностный, когнитивно-компетентностный, действенно-практический, рефлексивно-оценочный и преемственный.

Критерии, показатели и уровни сформированности стохастической культуры обучающихся

Критерии	Показатели	Уровни			
		Критический	Допустимый	Продвинутый	Оптимальный
1	2	3	4	5	6
Мотивационно-ценностный	*Ценностные ориентации:* проявление интереса к стохастике;	Отсутствие интереса к стохастике;	Неустойчивый интерес к стохастике;	Устойчивый интерес к стохастике;	Устойчивый интерес к стохастике, не ограничивающийся изучением школьного курса математики;
	стремление к получению и накоплению знаний в данной сфере математики;	отсутствие стремлений к получению и накоплению знаний;	маловыраженное стремление к получению и накоплению знаний;	хорошо выраженное стремление к получению и накоплению знаний;	проявление постоянного стремления к получению и накоплению знаний;
	осознание ценности стохастики для науки и общества в целом	непонимание ценности стохастики для науки и общества в целом	осознание ценности стохастики для науки и общества в целом	осознание и принятие ценности стохастики для науки и общества в целом	актуализация ценности стохастики школьниками не только в школьном курсе математики, но и в жизни;
Когнитивно-компетентностный	*Математические понятия и другие элементы содержания* – дидактические единицы на основе общеобразовательного стандарта	Отсутствие или фрагментарность знания изученных математических понятий;	Знание и фрагментарность оперирова-ния изученными дидактическими единицами;	Знание и умелое оперирование изученными дидактическими единицами в рамках школьного курса;	Знание и умение применять на практике все изученные дидактические единицы, выходя за пределы школьного курса

Окончание табл.

1	2	3	4	5	6
Действенно-практический	*Приемы мышления:* анализ, синтез, сериация, сравнение, классификация, обобщение;	Отсутствие или владение лишь отдельными приемами мышления; проявление зачатков стохастического мышления;	Умелое владение приемами мышления; хорошо развитое стохастическое мышление;	Умелое владение приемами мышления; мышление школьников имеет сформированный стиль – стохастический;	Умелое владение приемами мышления; совершенство владения стохастическим стилем мышления;
	общее число предложенных заданий	невыполнение или выполнение лишь наиболее 1–2 простых заданий	выполнение половины предложенных заданий	выполнение более половины предложенных заданий	выполнение всех предложенных заданий
Рефлексивно-оценочный	*Самооценка;*	Слабо выраженная самооценка;	Хорошо выраженная самооценка, проявляющаяся непостоянно;	Хорошо выраженная самооценка, проявляющаяся на постоянной основе;	Высокая самооценка;
	самоконтроль;	неспособность осуществлять самоконтроль;	осуществление самоконтроля лишь на некоторых этапах занятия;	осуществление самоконтроля на всех этапах занятия;	осуществле-ние самоконтроля на всех этапах занятия и самокоррекция деятельности;
	активность при выполнении заданий	отсутствие активности при выполнении заданий	незначительное проявление активности при выполнении заданий	хорошо выраженное проявление активности при выполнении заданий	постоянная активность при выполнении заданий
Преемственный	*Готовность к обучению стохастике;*	Отсутствует;	Проявляется, но слабо;	Проявляется хорошо;	Проявляется хорошо и постоянно;
	продуктивность деятельности с позиции следующей ступени образования;	слабо выражена или отсутствует;	слабо выражена;	хорошо выражена;	выражена на должном уровне и постоянной основе;
	пробелы в знаниях;	очевидны; выявляются во многих темах;	наблюдаются лишь в некоторых темах;	выявляются, но редко;	почти не выявляются или не выявляются совсем;
	осуществление школьником рефлексии;	слабо проявляется или не проявляется совсем;	хорошо проявляется лишь на некоторых этапах занятия;	хорошо проявляется на всех этапах занятия;	проявляется на всех этапах занятия на постоянной основе;
	стремление к самосовершенствованию	проявляются зачатки стремления	слабо выражено	выражено хорошо	выражено хорошо и на постоянной основе

Для мотивационно-ценностного критерия основными показателями выступают следующие ценностные ориентации: проявление интереса к стохастике, стремление к получению и накоплению знаний в сфере вероятностно-статистической линии и осознание ценности стохастики для науки и общества в целом.

Для когнитивно-компетентностного критерия основными показателями выступают математические понятия, а также иные элементы содержания – дидактические единицы, введенные в курс стохастики на основе общеобразовательного стандарта.

Для действенно-практического критерия мы обозначили следующие важные критерии: приемы мышления (анализ, синтез, сериация, сравнение, классификация, обобщение), а также общее число предложенных школьникам заданий.

Для рефлексивно-оценочного критерия показателями выступили: самооценка, самоконтроль и активность при выполнении заданий.

Методами диагностики для перечисленных выше критериев стали специально разработанные тесты, контрольные работы, наблюдения, проведение бесед, методики «Недописанные тезисы», «Рассказ». Расчет уровней сформированности данных критериев мы производили по формулам, предложенным Л.В. Ворониной и Л.В. Моисеевой [1, с. 43].

Для преемственного критерия были определены следующие показатели: готовность к обучению стохастике, продуктивность деятельности с позиции следующей ступени образования, пробелы в знаниях, осуществление школьником рефлексии и стремление к самосовершенствованию. Методами диагностики для преемственного критерия стали специально разработанные шкалы-анкеты. Расчет уровней сформированности данного критерия мы производили согласно методике, разработанной в социологической лаборатории исследований под руководством В.А. Ядова [3].

Представленные критерии позволяют осуществлять диагностику процесса обучения элементам стохастической линии на основании реализации основных этапов формирования стохастической культуры школьников. Формируя стохастическую культуру обучающихся, учитель способствует формированию математической культуры личности в целом. Опираясь на указанные в статье критерии и используя в работе значительный дидактический потенциал цифровой среды, педагогу будет легче поднять учащихся на более высокие уровни овладения элементами стохастической культуры.

Библиографический список

1. Воронина Л.В., Моисеева Л.В. Математическая культура личности // Педагогическое образование в России. 2012. № 3. С. 43.
2. Загвязинский В.И. Методология и методика дидактического исследования. М.: Педагогика, 2005. 160 с.
3. Ядов В.А. Социологическое исследование: методология, программа, методы. М.: Наука, 1987.

ВЕБ-КВЕСТ «В МИРЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ»

WEB QUEST «IN THE WORLD OF COMPLEX NUMBERS»

И.В. Путинцева **I.V. Putintseva**

Обучение математике, математическая компетентность, интернет-ресурсы, информационный контент, обобщение и систематизация.

В статье раскрывается сущность тематического образовательного Web-квеста, обосновывается целесообразность его применения на занятиях математики, описываются принципы его организации, уточняются роли педагога и обучающихся, приводятся рекомендации по оцениванию результатов квеста.

Teaching mathematics, mathematical competence, Internet resources, information content, generalization and systematization.

The article reveals the essence of the thematic educational Web-quest, substantiates the expediency of its application in mathematics classes, describes the principles of its organization, clarifies the roles of the teacher and students, provides recommendations for evaluating the results of the quest.

В настоящее время очевидно стремительное развитие информационных технологий, современных технических средств связи и мобильных устройств, повсеместное внедрение сети Интернет во все сферы общественной жизни. Образование не является исключением. В соответствии со «Стратегией развития информационного общества в Российской Федерации на 2017–2030 гг.» [1] и приоритетным проектом «Современная цифровая образовательная среда в Российской Федерации» [2] становится возможным организация сетевых форм взаимодействия участников образовательного процесса, расширение возможностей групповой работы, не ограниченной временными и пространственными рамками.

Тенденцией последних лет является применение интернет-ресурсов в обучении, в частности, Web-квестов образовательного назначения. В педагогическом сообществе существуют различные подходы к трактовке понятия Web-квеста (Е.И. Багузина, Г.А. Воробьев, С.В. Катержина и др.). Придерживаясь мнения С.В. Напалкова, под тематическим образовательным Web-квестом будем понимать «Web-квест, который имеет информационный контент, определяющийся содержанием учебной темы, целями и задачами ее изучения, и предполагает выполнение учащимися учебно-познавательных заданий по поиску и отбору информации, способствующей систематизации и обобщению изученного материала, его обогащению и представлению в виде целостной системы» [3, с. 126].

Исходя из дидактических целей Web-квестов, целесообразно проводить их на заключительных этапах изучения учебной темы, а также выбирать игровую форму выполнения заданий при ролевом самоопределении обучающихся [4].

Так, например, перед проведением рубежного контроля знаний по теме «Комплексные числа» одним из возможных вариантов проведения итогового занятия является Web-квест «В мире комплексных чисел».

Заблаговременно перед обучающимися ставится проблемное задание: подготовить обобщающую презентацию по теме «Комплексные числа», следуя инструкции:

1. Разбиться на 5 групп (не более 5-ти человек).
2. Выбрать один из предложенных вариантов маршрута квеста (табл.).
3. Изучить интернет-ресурсы согласно предложенному преподавателем перечню; найти самостоятельно и изучить другие источники информации в соответствии с тематикой задания.
4. Выполнить задания, предназначенные для группы.
5. Результаты выполнения каждого задания в электронном виде разместить в общей Google-презентации.
6. Определить докладчика от группы и представить результаты на итоговом занятии.

Маршруты Web-квеста

	Тема	Цель	Задание	Ссылки
1	2	3	4	5
Группа № 1	История появления комплексных чисел	Изучить историю появления КЧ, место КЧ в иерархии числовых множеств	Создать: – хронологию развития теории комплексных чисел; – галерею ученых, внесших значительный вклад в развитие теории комплексных чисел; – схему иерархии числовых множеств	Видео № 1 https://yandex.ru/video/preview/5120362135229684942 Видео № 2 https://yandex.ru/video/preview/3020338841236857056 Методическое пособие КЧ *https://drive.google.com/file/d/1-BoWrFIZNrfklOHxvkh37DC3cpWycFzs/view?usp=sharing*
Группа № 2	Алгебраическая форма	Изучить алгебраическую форму комплексных чисел и действия над КЧ в алгебраической форме	Создать: – опорный конспект темы «Алгебраическая форма КЧ»; – памятку «Типичные ошибки в действиях над КЧ в алгебраической форме»	Видео № 1 https://youtu.be/UzttGTUtAjE Видео № 2 https://yandex.ru/video/preview/9559280345678902511 Методическое пособие КЧ *https://drive.google.com/file/d/1-BoWrFIZNrfklOHxvkh37DC3cpWycFzs/view?usp=sharing*
Группа № 3	Тригонометрическая форма	Изучить тригонометрическую форму комплексных чисел и действия над КЧ в тригонометрической форме	Создать: – опорный конспект темы «Тригонометрическая форма КЧ»; – карточку-алгоритм перевода КЧ из алгебраической формы в тригонометрическую и наоборот; – памятку «Типичные ошибки в действиях над КЧ в тригонометрической форме»	Видео № 1 https://yandex.ru/video/preview/5575803016917507630 Методическое пособие КЧ *https://drive.google.com/file/d/1-BoWrFIZNrfklOHxvkh37DC3cpWycFzs/view?usp=sharing*

Окончание табл.

1	2	3	4	5
Группа № 4	Показательная форма	Изучить показательную форму комплексных чисел и действия над КЧ в показательной форме	Создать: – опорный конспект темы «Показательная форма КЧ»; – карточку-алгоритм перевода КЧ из показательной формы в две другие и наоборот; – памятку «Типичные ошибки в действиях над КЧ в показательной форме»	Видео № 1 https://yandex.ru/video/preview/14187532991161924257 Методическое пособие КЧ *https://drive.google.com/file/d/1-BoWrFIZNrfklOHxvkh37DC3cpWycFzs/view?usp=sharing*
Группа № 5	Применение комплексных чисел	Изучить приложения теории комплексных чисел	Создать: – таблицу приложений теории комплексных чисел; – подборку прикладных задач электротехники, решаемых методом комплексных чисел	Видео № 1 https://yandex.ru/video/preview/5120362135229684942 Видео № 2 https://yandex.ru/video/preview/10514895570373445553 Видео № 3 https://yandex.ru/video/preview/981314568550995296 О роли комплексных чисел в науке https://habr.com/ru/post/650567/

Для выполнения заданий участниками Web-квеста организуется сетевое взаимодействие, в то время как преподаватель выполняет роль тьютора, консультирует участников при возникновении затруднений.

После представления результатов группами на итоговом занятии-конференции (онлайн или офлайн) преподаватель оценивает деятельность обучающихся по заранее объявленным критериям: выполнение заданий в соответствии с инструкцией и представление результатов в удобном для обучающихся виде, оригинальность оформления результатов задания, соблюдение сроков выполнения задания, результативность работы обучающихся в группе.

Учитывая реальный опыт проведения Web-квеста «В мире комплексных чисел» со студентами 2 курса на занятиях математики в Красноярском техникуме железнодорожного транспорта, можно отметить, что помимо качественного освоения материала, о чем свидетельствуют высокие результаты контроля знаний по теме «Комплексные числа» (качество 76–80 %), в процессе выполнения Web-квеста у студентов развиваются элементы общих компетенций: обучающиеся учатся применять интернет-ресурсы в учебных целях, работать в команде, распределять роли и нести ответственность за результат выполнения заданий, презентовать результаты совместной работы.

Библиографический список

1. Стратегия развития информационного общества в Российской Федерации на 2017–2030 гг. (утв. Указом Президента РФ от 09.05.2017 № 203) // СПС «КонсультантПлюс». URL: https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_216363/ (дата обращения: 16.10.2023).

2. Постановление Правительства РФ от 16 ноября 2020 г. № 1836 «О государственной информационной системе «Современная цифровая образовательная среда». URL: https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/74822854/ (дата обращения: 17.10.2023).
3. Напалков С.В. О практическом использовании тематических образовательных Web-квестов в школьном обучении математике // Вестник ВятГУ. 2014. № 8. С. 125–129
4. Зайкин М.И., Напалков С.В. Об общей структуре и содержательной специфике тематического образовательного Web-квеста по математике // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 5. URL: https://science-education.ru/ru/article/view?id=10511 (дата обращения: 15.10.2023).

ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА ПО МАТЕМАТИКЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЕДИНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОСТРАНСТВА ШКОЛЫ

FEATURES OF THE ORGANIZATION OF THE EDUCATIONAL PROCESS IN MATHEMATICS USING THE UNIFIED EDUCATIONAL SPACE OF THE SCHOOL

О.А. Табинова **O.A. Tabinova**

Единое образовательное пространство, образовательная среда, методическое сопровождение, информационно-коммуникационные технологии.

Один из ключевых аспектов развития образования в Российской Федерации – это создание единого образовательного пространства школы. Министерство просвещения страны придает большое значение восстановлению системного единства и улучшению качества образования. В статье рассматриваются особенности организации процесса обучения математике на основе реализации единого образовательного пространства.

Unified educational space, educational environment, methodological support, information and communication technologies.

One of the key aspects of the development of education in the Russian Federation is the creation of a unified educational space of the school. The Ministry of Education of the country attaches great importance to restoring systemic unity and improving the quality of education. The article discusses the features of the organization of the process of teaching mathematics based on the implementation of a single educational space.

В настоящее время одним из актуальных направлений развития образования является формирование единого образовательного пространства в школах. Такой формат организации учебного процесса позволяет создать благоприятные условия для эффективного обучения, в том числе и в предметной области «Математика».

Нормативно-правовые основы формирования единого образовательного пространства в школе определены законодательными актами, которые регулируют образовательную деятельность. Одним из ключевых документов является Федеральный закон «Об образовании», который устанавливает основные принципы и положения образовательной системы как «единство обучения и воспитания, образовательного пространства на территории Российской Федерации» [1]. Для формирования единого образовательного пространства обновлены федеральные государственные образовательные стандарты (далее – ФГОС), утверждены федеральные основные общеобразовательные программы, рабочие программы по учебным предметам, программы по внеурочной деятельности, комплекты методических документов для образовательной организации (пособия, интерактивные кейсы, тематические классификаторы и т.д.).

В рамках обновленных ФГОС были определены четкие ориентиры в части предметных результатов. Это позволяет участникам образовательных отношений иметь ясное представление о том, какие знания и навыки должны получить учащиеся в процессе обучения. А также определены ожидаемые результаты духовного, патриотического и личностного развития детей, направленные на формирование ценностных ориентаций, развитие социальных навыков и гражданской идентичности. Обновление ФГОС позволяет вернуться к традиционной парадигме преподавания учебных предметов с опорой на общекультурные и общеобразовательные традиции получения общего образования. Это означает, что в процессе обучения вновь акцентируется внимание на фундаментальной составляющей каждого учебного предмета, на его значимости и связи с другими областями. Такой подход способствует более глубокому пониманию материала и развитию интегративного мышления учащихся.

Все это определяет нормы и требования к организации и проведению учебного процесса, включая структуру и содержание образования, формы и методы обучения, а также оценку и контроль знаний учащихся.

Единое образовательное пространство (далее – ЕОП) – это концепция, которая предполагает создание единого и гармоничного учебного окружения, способствующего развитию образования и повышению качества образовательного процесса. Основная его идея заключается в том, чтобы обеспечить единый подход к образованию, позволяющий каждому человеку получить качественное образование вне зависимости от его места проживания или социального статуса, а также создание комфортной и мотивирующей образовательной среды, способствующей успешному развитию и самореализации каждого обучающегося.

Структура ЕОП включает в себя различные элементы:

– учебные заведения, включая школы, колледжи и университеты;
– учебные программы, учебники и методические материалы;
– учебные планы и расписание занятий;
– квалифицированные учителя и преподаватели;
– инфраструктура и технические средства для обучения,в том числе компьютеры, Интернет и электронные учебные платформы;
– система оценки знаний и успеваемости учащихся;
– социальная поддержка обучающихся.

В современной школе активно развивается концепция единого образовательного пространства, которая предполагает интеграцию разных предметов и создание условий для коммуникации и сотрудничества между учениками. Применительно к урокам математики существуют различные способы организации учебного процесса:

1. Работа в группах

Ученики делятся на небольшие группы и совместно решают задачи, обсуждают математические концепции и обмениваются своими подходами к решению. Это способствует развитию коммуникативных навыков и взаимодействия между учениками.

2. Проектная деятельность

Ученики могут проводить исследования на определенную тему, разрабатывать проекты, в которых математические концепции применяются на практике. Это позволяет стимулировать творческое мышление и развивать практические навыки в применении математики.

3. Игровая деятельность

Игры могут стать отличным способом активизации учебного процесса. Различные математические игры помогают закрепить теоретические знания, развивают логическое мышление и усиливают интерес к предмету.

4. Использование информационно-коммуникационных технологий

Современные технологии открывают широкие возможности для обучения математике. Электронные учебники, интерактивные задания и онлайн-платформы позволяют дифференцировать обучение, а также делать процесс более интересным и доступным для учеников.

5. Работа с задачами из реальной жизни

Вместо абстрактных задач из учебников, ученики могут сталкиваться с реальными ситуациями, где им нужно применять математические знания. Это повышает мотивацию и демонстрирует практическую значимость изучаемого материала.

Таким образом, организация учебного процесса по математике с применением единого образовательного пространства в школе позволяет активизировать процесс обучения, развить коммуникационные и творческие навыки учеников, а также сделать математику более интересной и практически значимой для них. Особое внимание уделяется нормативной базе, регулирующей информационно-коммуникационные технологии в образовании, которые сегодня являются неотъемлемой частью единого образовательного пространства.

С целью качественного методического сопровождения педагогического сообщества по вопросам введения обновленных ФГОС и ФООП обеспечена систематическая публикация методических материалов на портале «Единое содержание общего образования» (https://edsoo.ru/). Министерство просвещения Российской Федерации подчеркивает, «что портал «Единое содержание общего образования» является единым «окном» доступа к разработанным материалам. На данном портале можно ознакомиться не только с содержанием ключевых документов, но и задать интересующий вопрос, ознакомиться с графиком проведения методических семинаров и другое» [2].

В данном направлении ЕОП рассматривается как интеграция различных образовательных ресурсов и создания единой платформы для взаимодействия учеников, учителей и родителей. Структура и характеристика ЕОП в контексте обучения математике с использованием современных информационно-коммуникационных технологий имеет свои особенности.

Первым элементом является онлайн-платформа или портал, на котором объединены все необходимые материалы, задания и инструменты для изучения математики. Это может быть специализированная система дистанционного обучения или интерактивный сайт с разделами по различным темам математического курса. Важными характеристиками такой платформы являются ее удобство использования, доступность для всех пользователей и возможность индивидуальной настройки под нужды каждого ученика.

Второй элемент – база знаний по математике. Она содержит интерактивные учебники, видеолекции, задачи и решения, примеры и пояснения. База знаний должна быть структурирована по темам и уровням сложности, чтобы ученик мог выбирать нужный материал в соответствии с своими потребностями. Возможность поиска информации по ключевым словам или тегам также является важной характеристикой базы знаний.

Третий элемент – коммуникационные инструменты для общения учеников с преподавателями и друг с другом. Это может быть система онлайн-консультаций, форумы для обсуждения задач и проектов, чаты для коммуникации в режиме реального времени. Важно, чтобы ученики имели возможность задавать вопросы преподавателям и получать разъяснения или помощь при выполнении заданий.

Четвертый элемент – система контроля успеваемости. Она позволяет отслеживать прогресс каждого ученика, анализировать его результаты и давать рекомендации для дальнейшего обучения. Система контроля может включать автоматическую проверку заданий, генерацию тестовых задач, статистический анализ результатов и отчетность для учителей и родителей.

Характеристикой ЕОП является его гибкость и адаптивность. Он должен быть способен подстраиваться под потребности разных учеников, предлагать дополнительные материалы для продвинутых студентов или индивидуальные задания для отстающих. Также важно, чтобы ЕОП был доступен на различных устройствах – компьютерах, планшетах или смартфонах – чтобы ученики могли изучать математику в любое время и из любого места [3].

Одно из преимуществ использования единого образовательного пространства в организации учебного процесса – это возможность объединения учебных материалов, заданий и ресурсов в одном месте. Ученики могут получить доступ к необходимым материалам с любого устройства с доступом в Интернет. Это существенно упрощает процесс самостоятельной работы и повышает интерес к изучению математики.

Внедрение единого образовательного пространства позволяет учителям более эффективно планировать уроки и ресурсы, а также следить за прогрессом каждого ученика. Учитель может анализировать статистику посещаемости, успеваемости и возможные проблемы ученика и своевременно вмешиваться.

Формирование единого образовательного пространства включает в себя ряд принципов, которые ориентированы на эффективную организацию учебного процесса. Важным аспектом является интеграция различных видов образовательных программ и методов работы с учащимися. Также важно обеспечить равные возможности для всех учеников. Это означает, что каждый школьник должен иметь доступ к качественному образованию и ресурсам независимо от своего социального статуса. Только при таких условиях можно говорить об успешной реализации единого образовательного пространства.

Учебный процесс по математике должен быть организован таким образом, чтобы каждый ученик имел возможность развить свои интеллектуальные навыки и познавательные способности. Для этого необходимо использовать современные методы обучения, активные формы работы и индивидуальный подход к каждому ученику. Основной целью является не только передача знаний, но и развитие творческого мышления, логического и аналитического мышления учащихся. Реализация идеи единого образовательного пространства, использование этого подхода в учебном процессе по математике предоставляет множество преимуществ как для учащихся, так и для учителей. Это способствует повышению качества образования и эффективному изучению математики в современной школе.

Библиографический список

1. Российская Федерация. Законы. Об образовании в Российской Федерации: Федеральный закон № 273-ФЗ: текст с изменениями и дополнениями на 01 сентября 2023 года: принят Государственной думой 21 декабря 2012 года: одобрен Советом Федерации 26 декабря 2012 года. URL: https://normativ.kontur.ru/document?moduleId=1&documentId=455158 (дата обращения: 19.10.2023).
2. Письмо Минпросвещения России от 22.05.2023 № 03-870 «О направлении информации». URL: https://normativ.kontur.ru/limited/documents/34360188788 (дата обращения: 19.10.2023).
3. Ширинкина Е.В. Особенности формирования единого цифрового образовательного пространства // Северный регион: наука, образование, культура. 2019. № 3–4 (43–44). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-formirovaniya-edinogo-tsifrovogo-obrazovatelnogo-prostranstva (дата обращения: 19.10.2023).

ФОРМИРОВАНИЕ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ СТУДЕНТОВ – БУДУЩИХ БИОТЕХНОЛОГОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В УСЛОВИЯХ ЦИФРОВИЗАЦИИ

FORMATION OF CRITICAL THINKING OF STUDENTS – FUTURE BIOTECHNOLOGISTS WHEN TEACHING MATHEMATICS IN CONDITIONS OF DIGITIZATION

С.И. Торопова **S.I. Toropova**

Критическое мышление, контекстные математические задачи, студенты – будущие биотехнологи.

В условиях распространения ошибочной и вводящей в заблуждение информации востребованными оказываются навыки критического мышления. Их формированию могут способствовать описанные в статье контекстные математические задачи, направленные на критический анализ и оценку новостных сообщений. В процессе решения подобных задач студенты работают не в симулированной среде, а над реальными проблемами, имеющими индивидуальное и социальное значение. Таким образом демонстрируется роль математики и математического образования в критическом понимании мира в эпоху цифровой информации.

Critical thinking, contextual mathematical problems, students – future biotechnologists.

In the context of the spread of erroneous and misleading information, critical thinking skills are in demand. Contextual mathematical problems described in the article, aimed at critical analysis and evaluation of news reports, can contribute to their formation. In the process of solving such problems, students do not work in a simulated environment, but on real problems of individual and social significance. Thus, the role of mathematics and mathematical education in the critical understanding of the world in the era of digital information is demonstrated.

В условиях цифровой трансформации общества меняются способы получения и передачи данных, увеличивается количество и скорость распространения ошибочных, вводящих в заблуждение сообщений. Пандемия COVID-19 отчетливо показала, что доступ к надежной и основанной на фактах информации обусловливает качество принятия жизненно важных решений. Следовательно, определенное внимание в процессе обучения должно быть направлено на развитие у молодых людей навыков критического осмысления получаемой информации. Это особенно актуально для студентов биотехнологического профиля, чья будущая профессиональная деятельность непосредственно связана с благополучным существованием человечества [1].

Значение математической подготовки для формирования критического мышления обучающихся общепризнано. Анализ ряда исследований [2–4] в области современного математического образования показал, что совершенствование навыков критического мышления происходит более эффективно, если вовлечь студентов в активную деятельность по решению математических задач в реальном контексте, например, эпидемии COVID-19. С этой целью студентам Вятского государственного университета – будущим биотехнологам предлагаются задания, содержащие интернет-ссылки на новостные сообщения из Японии, США и ряда других стран. Обучающимся рекомендуется поставить под сомнение математические аргументы, модели и представления в опубликованных постах.

Задача 1. В новостном сообщении о тенденции сокращения зарегистрированных случаев заражения COVID-19 в Сеуле в качестве визуального подтверждения приведен график, представленный на рис. 1 [2]. Согласны ли Вы с такой интерпретацией данных?

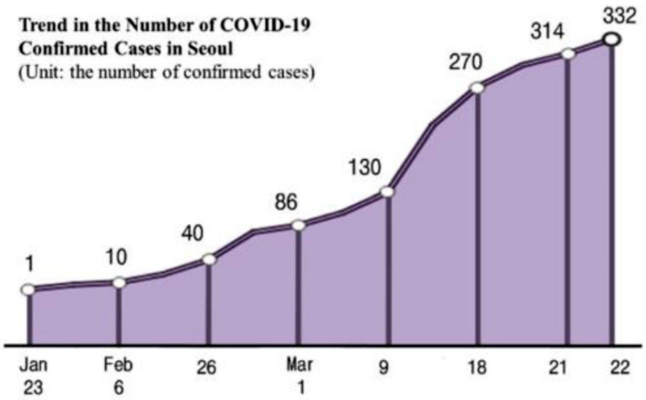


Рис. 1. Подтвержденные случаи заражения COVID-19 в Сеуле (в новостном сообщении)

Анализ рис. 1 показывает, что даты по оси абсцисс (за исключением последнего интервала) расположены на равном расстоянии, однако временные интервалы между датами не являются постоянными. Создается ошибочное впечатление, что рост числа подтвержденных случаев инфицирования замедляется. Однако это не соответствует действительности, о чем свидетельствует кривая инфицирования в исправленном масштабе (рис. 2).

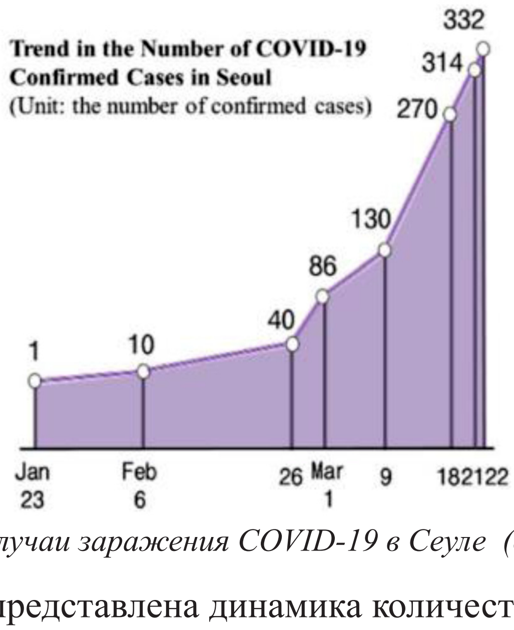


Рис. 2. Подтвержденные случаи заражения COVID-19 в Сеуле (в исправленном масштабе)

Задача 2. На рис. 3 представлена динамика количества случаев заболеваемости COVID-19 с течением времени в округах штата Канзас, в которых были обязательны маски (оранжевая кривая), и в тех, где этого не было (синяя кривая) [3]. Опубликованный в августе 2020 г. в сети Интернет данный рисунок сопровождался заявлением о резком снижении числа случаев заболеваемости в округах с введенными в них требованиями обязательного использования масок. Согласны ли Вы с этим заявлением?

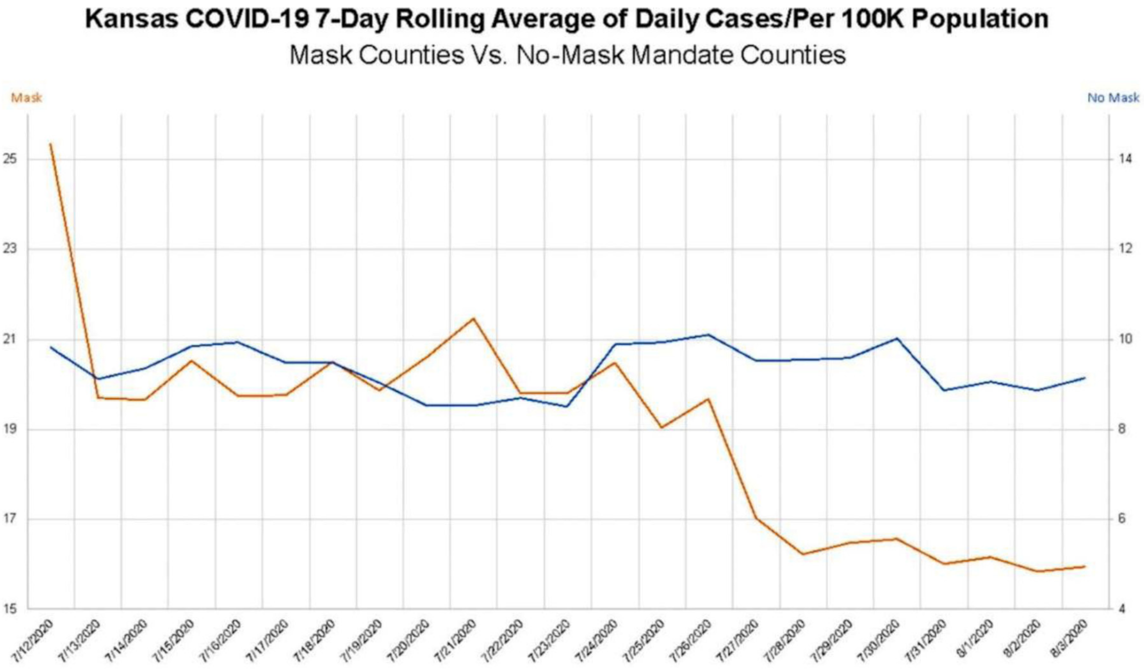


Рис. 3. Количество случаев COVID-19 в округах Канзаса

Легко заметить, что на приведенном графике присутствуют две вертикальные оси.

Задача 3. Размещенный на одном веб-сайте в мае 2020 г. пост о том, что число случаев COVID-19 в пяти крупнейших округах штата Джорджия постоянно уменьшается по сравнению с предыдущим месяцем, иллюстрировался графиком, изображенным на рис. 4 [3]. Согласны ли Вы с данным мнением?

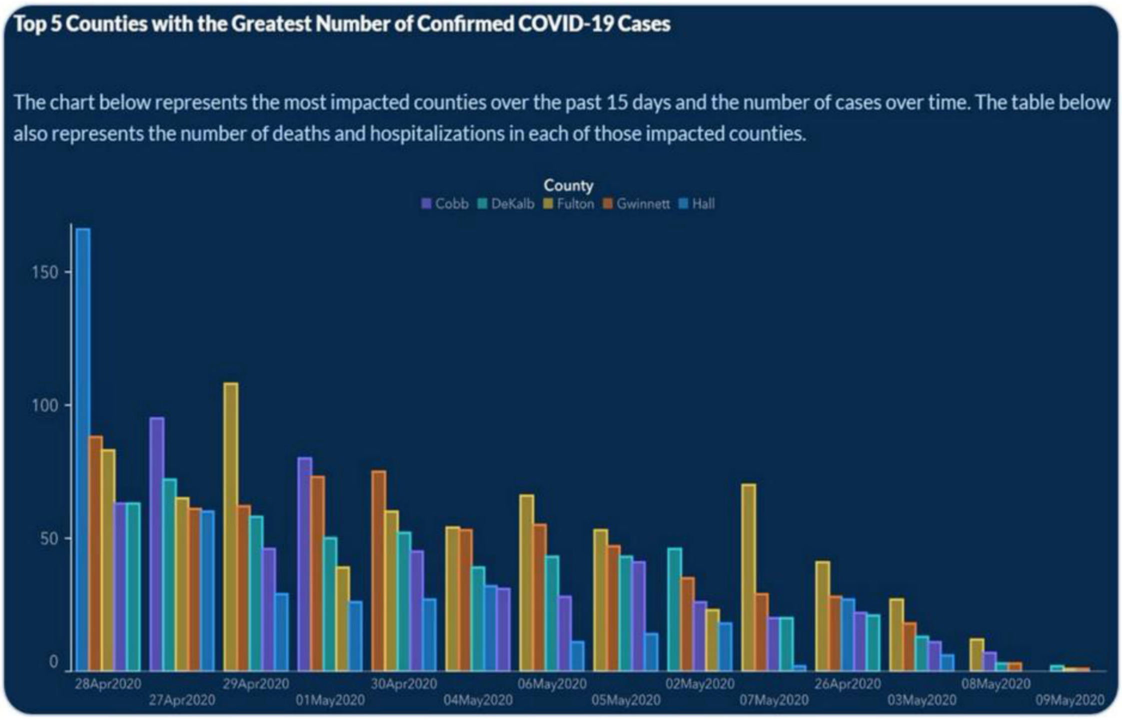


Рис. 4. Количество случаев COVID-19 в округах Джорджии

При внимательном рассмотрении обнаруживается, что даты на горизонтальной оси не соответствуют временному порядку, например, 1 мая предшествует 30 апреля, а 26 апреля появляется между 7 и 3 мая.

Задача 4. На двух интернет-ресурсах размещены графики числа зараженных COVID-19 [4]. Первый график (рис. 5) сопровождается сообщением о снижении количества случаев заражения.

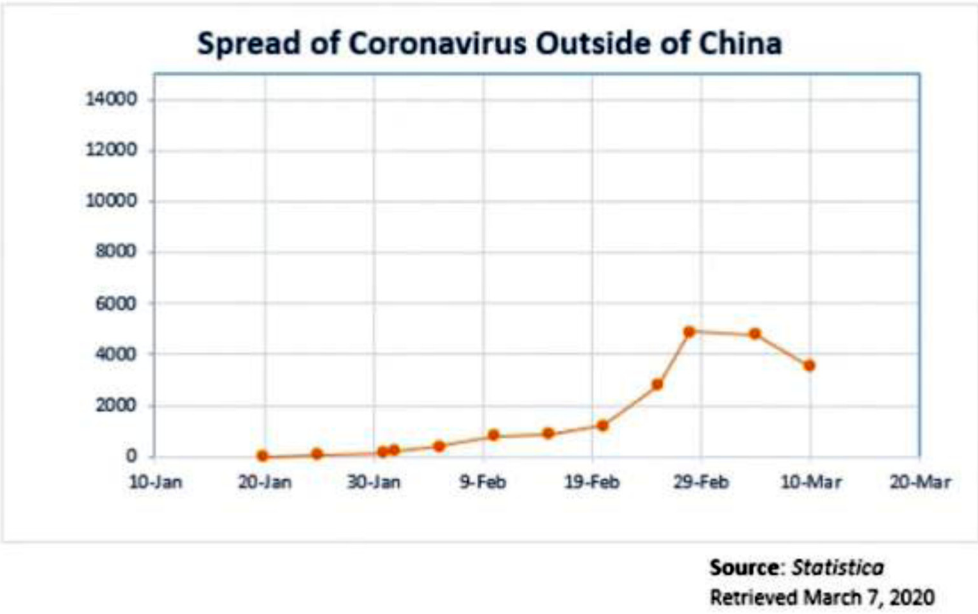


Рис. 5. Количество случаев заражения COVID-19, представленное на первом интернет-ресурсе

Вторая визуализация (рис. 6) иллюстрирует мнение о том, что заболевание по-прежнему представляет высокий риск. Какое из двух мнений вы считаете верным и почему?

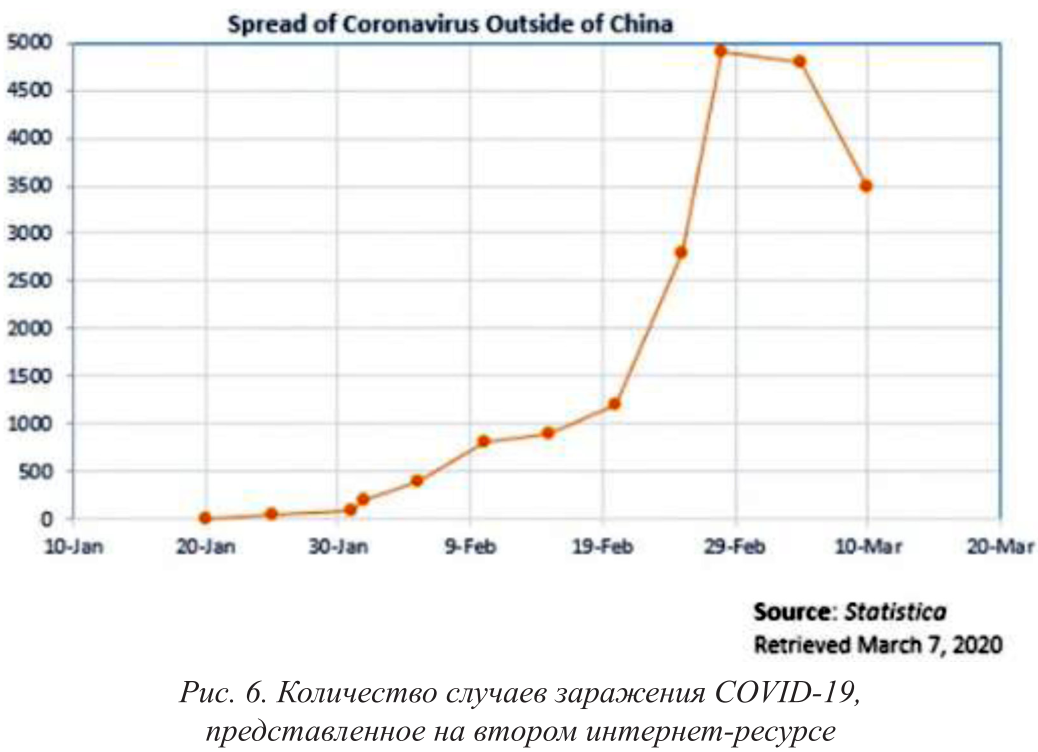


Рис. 6. Количество случаев заражения COVID-19, представленное на втором интернет-ресурсе

На обоих рисунках представлен один и тот же набор данных, но в разном масштабе.

Итак, замена части типовых математических задач, выполняющих дидактические функции обучения математике, контекстными задачами, подобными заданиям 1–4, обеспечивает органичное построение образовательного процесса с учетом формирования навыков критического мышления при сохранении того математического содержания, которое занимает центральное место в курсе. Их важной особенностью является то, что студенты работают не в симулированной среде, а над реальными проблемами, которые отражены в новостных сообщениях, имеющих индивидуальное и социальное значение. Таким образом, демонстрируется роль математики и математического образования в критическом понимании мира в эпоху цифровой информации.

Библиографический список

1. Торопова С.И. Развитие критического мышления студентов – будущих биотехнологов средствами математики // Образование и наука. 2023. Т. 25, № 5. С. 49–76. DOI: 10.17853/1994-5639-2023-5-49-76
2. Kwon O.N., Han C., Lee C., Lee K., Kim K., Jo G., Yoon G. Graphs in the COVID-19 news: a mathematics audit of newspapers in Korea // Educational Studies in Mathematics. 2021. Vol. 108. Iss. 1–2. P. 183–200. DOI: 10.1007/s10649-021-10029-0
3. Engledowl C., Weiland T. Data (Mis)representation and COVID-19: Leveraging Misleading Data Visualizations For Developing Statistical Literacy Across Grades 6–16 // Journal of Statistics and Data Science Education. 2021. Vol. 29. Iss. 2. P. 160–164. DOI: 10.1080/26939169.2021.1915215
4. Stephan. M., Register J., Reinke L., Robinson C., Pugalenthi P., Pugalee D. People use math as a weapon: critical mathematics consciousness in the time of COVID-19 // Educational Studies in Mathematics. 2021. Vol. 108, is. 3. P. 513–532. DOI: 10.1007/s10649-021-10062-z

МОТИВАЦИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ КАК КЛЮЧЕВОЙ АСПЕКТ ПОВЫШЕНИЯ УРОВНЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

MOTIVATION OF STUDENTS AS A KEY ASPECT OF IMPROVING THE LEVEL OF MATHEMATICAL EDUCATION

И.В. Хотенко **I.V. Khotenko**

Мотивация, успешность, трансляция реальных событий, Красноярский метрополитен, финансирование, математические навыки.
Рассматривается важность мотивации при обучении школьников математике, которая осуществляется через внедрение задач, транслирующих реальные события. Такой подход позволяет не только отработать математические навыки по темам данной дисциплины, но и заинтересовать ученика, а также способствовать пополнению его знаний в социокультурной сфере.

Motivation, success, broadcast of real events, Krasnoyarsk metro, financing, mathematical skills.
The importance of motivation in teaching students mathematics, which is carried out through the introduction of tasks that broadcast real events, is considered. This approach allows not only to work out mathematical skills on the topics of this discipline, but also to interest the student, as well as contribute to the replenishment of his knowledge in the socio-cultural sphere.

Общие цели образования в соответствующий исторический момент в каждой стране зависят от социальной и политической ситуации, а также предполагаемых путей развития страны [3]. Образование – процесс динамический, об этом свидетельствуют и регулярно обновляющиеся федеральные государственные образовательные стандарты, последний из которых был введен с 1 сентября 2022 года.

Единственное, что остается постоянным и гарантирует успешность обучения – это мотивация школьника на изучение и самосовершенствование в той или иной учебной дисциплине. Еще В.А. Сухомлинский заострял внимание на том, что «все наши замыслы, все поиски и построения превращаются в прах, если у ученика нет желания учиться» [2].

Поэтому на уроках математики «целесообразно предлагать задачи, содержащие контекст повседневной жизни, так как они помогают на понятном обучающимся языке объяснить даже самый сложный материал» [1].

Школьникам математические задачи легче интерпретировать, если они наполнены интересными фактами или транслируют реальные события. Включение таких заданий во многом упрощает восприятие материала как минимум на базовом уровне, ведь учащиеся проявляют заинтересованность, когда сталкиваются с задачами, которые связаны с окружающими их процессами. Кроме этого, подобные задачи повышают общий уровень эрудированности обучающегося.

Рассмотрим подробнее, о чем же идет речь на примере темы строительства красноярского метро, ведь она не только затрагивает историю города, но и остается значимой и актуальной на сегодняшний день.

Новая история самого масштабного транспортного проекта Красноярска началась в 2018 году, когда В.В. Путин подписал ряд поручений по итогам своего визита в Красноярск, одно из них касалось финансирования строительства метро [4].

Рассмотрим задачи, которые были предложены для решения ученикам 5–6 классов, связывающие математику с этим историческим событием.

Задача 1. По утвержденному проекту строительства красноярского метрополитена на первую линию метро приходится 9,8 км (6 станций), а на вторую линию – 2,9 км (3 станции). Вычислите, на сколько километров вторая линия метро короче первой? Какова протяженность всех девяти станций? (Задача составлена на основе данных, представленных в [5]).

Задача 2. Первоначальная стоимость проекта строительства Красноярского метрополитена оценивалась в 112 млрд руб., но по поручению вице-премьера РФ рабочая группа нашла вариант снижения стоимости до 89 млрд рублей. Выясните, на сколько процентов удалось снизить финансирование при строительстве метро? Ответ округлите до целого значения. (Задача составлена на основе данных, представленных в [5]).

Помимо отработки математических навыков, рассмотренные задачи позволили учащимся быть в курсе событий, происходящих в настоящее время, пополнять знания в области социокультурной сферы. Школьниками было отмечено, что задачи подобного рода решать интереснее, так как ребята сталкиваются с поднятой темой и во внешкольной жизни. Одни – слышали о строительстве метро по телевизору, другие – видели информацию в Интернете, третьи – сталкивались с разговорами родителей о перекрытии тех или иных участков дорог в связи с проведением строительных работ.

Библиографический список

1. Ларина Г.С. Использование контекста повседневной жизни в обучении математике в основной школе: международная перспектива. М., 2018. С. 163.
2. Сухомлинский В.А. О воспитании. М., 1982. С. 270.
3. Шарыгин И.Ф. Стандарт по математике. 500 геометрических задач. М., 2005. С. 3.
4. Правительство Российской Федерации: официальный сайт. М. URL: http://government.ru (дата обращения: 07.09.2023).
5. ТАСС Российское информационное агентство: официальный сайт. М. URL: https://tass.ru (дата обращения: 07.09.2023).

ТИПОВЫЕ ПРОГНОСТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ КАК ОРИЕНТИРОВОЧНАЯ ОСНОВА ФОРМИРОВАНИЯ ПРОГНОСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В КОЛЛЕДЖЕ

TYPICAL PREDICTIVE TASKS AS AN INDICATIVE BASIS FOR THE FORMATION OF PREDICTIVE ACTIVITY WHEN TEACHING MATHEMATICS IN COLLEGE

А.Р. Хужаева **A.R. Khuzhaeva**

Прогностическая деятельность специалиста среднего звена, прогностическая компетентность специалиста среднего звена, типовая прогностическая задача, информационные ресурсы, обобщенный метод решения задач, принцип профессиональной направленности, инструментальный компонент, типология задач.

В статье исследуется проблема изучения типовых прогностических задач как фундамент формирования прогностической деятельности при обучении математике студентов среднего профессионального образования. К рассмотрению предлагаются три основных типа задач. Приводятся примеры и методические рекомендации по их решению.

Prognostic activity of a mid-level specialist, prognostic competence of a mid-level specialist, typical prognostic task, information resources, generalized problem solving method, principle of professional orientation, instrumental component, typology of tasks.

The article examines the problem of studying standard predictive tasks as the foundation for the formation of predictive activity when teaching mathematics to students of secondary vocational education. Three main types of problems are offered for consideration. Examples and methodological recommendations for solving them are given.

Образование сегодня как никогда играет огромную роль в жизни общества и государства в целом. В современный период происходят коренные изменения в социально-экономической, политической и других сферах. Политика правительства государства направлена на увеличение темпов роста развития страны, и для решения поставленной задачи необходимо формирование новых творчески мыслящих специалистов высокого уровня, отвечающих современным требованиям. Одной из тенденций современности является четкое представление официальной позиции государства в сфере среднего профессионального образования и ее реформирования.

Условия и перспективы развития обучения в колледже на ближайшие годы определяют следующие документы: «Концепция Федеральной целевой программы развития образования на 2016–2020 годы», «Национальная доктрина образования в Российской Федерации», «Стратегия развития воспитания в Российской Федерации на период до 2025 года», «Государственная программа Российской Федерации «Развитие образования» на 2019–2025 годы». Эти документы явно небесспорны, однако в них утверждается, что одним из главных условий развития системы среднего профессионального образования является вовлеченность студентов и преподавателей в фундаментальные и прикладные исследования.

Фундаментальные научные исследования должны стать важнейшим ресурсом и инструментом освоения студентами компетентностей поиска, анализа, освоения и обновления информации. В значительной степени сказанное касается математической подготовки будущих специалистов среднего звена в колледже.

В соответствии с концепцией многоуровневой системы подготовки специалистов, именно дисциплинам естественно-научного и профессионального циклов отводится ведущая роль в обеспечении фундаментального образования будущих специалистов среднего звена как основы последующей профессионализации. В связи с этим курс математики в колледже должен соответствовать требованию фундаментальности образования и дидактическому принципу профессиональной направленности обучения, что способствует повышению уровня математической образованности студентов в их профессиональной подготовке.

Реализация дидактического принципа профессиональной направленности обучения математике характеризуется тем, что математическая подготовка студентов в колледже не заканчивается с окончанием преподавания курса математики, она продолжается в процессе изучения профессиональных дисциплин, выполнения курсовых работ, исследовательских проектов, выпускной квалифицированной работы.

В рамках компетентностного подхода целью математической подготовки специалистов среднего звена в колледже большинства направлений является формирование прогностической деятельности, под которой мы будем понимать: вид его профессиональной деятельности по реализации обобщенных методов решения профессиональных задач прогнозирования, требующих использования математических знаний.

Для колледжа основным направлением реализации профессиональной направленности обучения математики будет являться разработка и решение типовых прогностических задач.

Типовая прогностическая задача (ТПЗ) специалиста среднего звена – цель, которую он регулярно ставит в процессе своей профессиональной деятельности по прогнозированию ее результатов.

Типы прогностических задач специалиста среднего звена, конечный продукт и примеры ТПЗ представлены в табл. 1.

Таблица 1

Описание типовых прогностических задач

ТПЗ	Конечный продукт ТПЗ	Примеры ТПЗ специалиста среднего звена
1	2	3
Нахождение будущих значений параметров профессиональной деятельности	Будущие значения параметров профессиональной деятельности	Предприятие выпускает два вида продукции (А и Б). Изделие А: годовая программа выпуска 30 000 шт., трудоемкость изготовления единицы – 4 ч; изделие Б: 50 000 шт., трудоемкость изготовления единицы – 2 ч. Количество рабочих дней в году 246, длительность смены 8 ч, коэффициент выполнения норм – 1,2. В планируемом периоде предполагается увеличить количество рабочих дней на 40 и снизить трудоемкость изготовления единицы продукции А до 3 ч. Определите численность рабочих по трудоемкости годовой программы выпуска продукции до и после изменений.

Окончание табл. 1

<table>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Оценка будущих значений параметров профессиональной деятельности</td><td>Оценка показателей, характеризующих профессиональную деятельность</td><td>В базе данных магазина, торгующего подержанными автомобилями, содержится информация об их потребительских свойствах и ценах. Для анализа зависимости цены автомобиля Y от его возраста X_1 и мощности двигателя X_2 из базы данных выбраны сведения о 16 автомобилях:
<table>
<tr><td>Номер автомобиля №</td><td>Цена (тыс. у.е.) y_i</td><td>Возраст (лет) x_{i1}</td><td>Мощность двигателя (л.с.) x_{i2}</td></tr>
<tr><td>1</td><td>9,0</td><td>5,0</td><td>119</td></tr>
<tr><td>2</td><td>8,6</td><td>4,0</td><td>89</td></tr>
<tr><td>3</td><td>7,4</td><td>6,0</td><td>114</td></tr>
<tr><td>4</td><td>4,4</td><td>7,0</td><td>54</td></tr>
<tr><td>5</td><td>5,6</td><td>7,0</td><td>82</td></tr>
<tr><td>6</td><td>4,2</td><td>8,0</td><td>78</td></tr>
<tr><td>7</td><td>10,3</td><td>3,0</td><td>104</td></tr>
<tr><td>8</td><td>9,3</td><td>5,0</td><td>145</td></tr>
<tr><td>9</td><td>5,5</td><td>7,0</td><td>83</td></tr>
<tr><td>10</td><td>8,4</td><td>4,0</td><td>84</td></tr>
<tr><td>11</td><td>9,7</td><td>4,0</td><td>139</td></tr>
<tr><td>12</td><td>11,0</td><td>3,0</td><td>147</td></tr>
<tr><td>13</td><td>10,4</td><td>3,0</td><td>132</td></tr>
<tr><td>14</td><td>9,4</td><td>4,0</td><td>123</td></tr>
<tr><td>15</td><td>9,3</td><td>4,0</td><td>112</td></tr>
<tr><td>16</td><td>10,8</td><td>3,0</td><td>125</td></tr>
</table>
Рассчитать точечный и интервальный прогноз среднего значения цены поступивших автомобилей возраста 3 года и мощностью двигателя 165 л.с. с доверительной вероятностью 0,95.</td></tr>
<tr><td>Вычисление вероятности случайного профессионально значимого события</td><td>Вероятность профессионально значимого события</td><td>Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,9. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартное</td></tr>
</table>

Для каждого типа прогностических задач специалиста среднего звена был выделен обобщенный метод решения (действия обобщенных методов составляют инструментальный компонент прогностической деятельности). Поэтому формирование инструментального компонента прогностической деятельности при изучении математических дисциплин осуществляется через формирование обобщенных методов решения ТПЗ [1].

Пример решения ТПЗ второго типа в соответствии с действиями обобщенного метода приведен в табл. 2.

Таблица 2

Пример решения типовых прогностических задач второго типа

Действия обобщенного метода решения ТПЗ	Результат выполнения действий
1	2
Изложить цель деятельности	Рассчитать точечный и интервальный прогноз среднего значения цены поступивших автомобилей
Определить производственный процесс и его прогнозируемый параметр	Анализ зависимости цены автомобиля Y от его возраста X_1 и мощности двигателя X_2
Построить математическую модель производственного процесса	Под точечным прогнозом среднего значения цены новой партии автомобилей понимается значение $\overline{y}(x^p) = \alpha_0 + \alpha_1 x_1^p + \alpha_2 x_2^p$, где $x^p = (1, x_1^p, x_2^p)$ – вектор независимых переменных, для которого определяется прогноз. $x_1^p = 3$ года – это возраст автомобиля. $x_2^p = 165$ л.с. – это мощность двигателя. Определяем вектор независимых переменных $x^p = (1; 3; 165)$.
Проверить, выражены ли значения всех известных величин построенной модели в соответствующих системах единиц измерения	тыс. у.е.
Опираясь на математическую модель производственного процесса, составить план решения задачи по нахождению прогнозируемого параметра	Находим точечный прогноз: $\overline{y}(x\ p) = 9{,}9640 - 0{,}9814x_1^p + 0{,}0227x_2^p = 9{,}9640 - 0{,}9814{*}3 + 0{,}0227{*}165 = 10{,}7653$ тыс. у.е. Под интервальным прогнозом среднего значения цены автомобилей понимается доверительный интервал цены, который находится по формуле: $\hat{y}_{\text{В,Н}} = \hat{y}(x^p) \pm t1{-}\alpha/2,\ n-3 * S\hat{y}$, где $\hat{y}_{\text{В}}$ – верхняя граница доверительного интервала, $\hat{y}_{\text{Н}}$ – нижняя граница доверительного интервала; $x_p = (1, x_1^p, x_2^p)$ – вектор независимых переменных, для которого определяется интервал $S\hat{y} = S\sqrt{x^{\text{p}}(\text{X}^{\text{T}}\text{X})^{-1}(\text{x}^{\text{p}})^{\text{T}}}$, $\text{S}=\sqrt{S^2}$, $S^2 = \frac{\sum(y_i-\hat{y}_i)^2}{n-3}$.
Реализовать план решения задачи	Находим интервальный прогноз: $x^p(X^TX)^{-1}(x^p)^T = (1; 3; 165)$ $\begin{pmatrix} 4{,}608354 & -0{,}38096 & -0{,}02509 \\ -0{,}38096 & 0{,}041461 & 0{,}001678 \\ -0{,}02509 & 0{,}001678 & 0{,}000157 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 165 \end{pmatrix} =$ $(-0{,}6744; 0{,}0203; 0{,}0058)\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 165 \end{pmatrix} = 0{,}5085.$ $S^2 = \frac{\sum(y_i-\hat{y}_i)^2}{n-3} = \frac{7.6767}{16-3} = 0.5905$

Окончание табл. 2

1	2
	$S=\sqrt{S^2}=\sqrt{0.5905} = 0.7684$ $S\hat{y} = S\sqrt{x^{\mathrm{p}}(\mathrm{X}^{\mathrm{T}}\mathrm{X})^{-1}(\mathrm{x}^{\mathrm{p}})^{\mathrm{T}}} = 0.7684 * \sqrt{0.5085} = 0.5480$ Доверительная вероятность = 0,95. Тогда уровень значимости = 0,05. $t_{1-\alpha/2}, n-3 = t_{1-0,05/2}, 16-3 = t_{0,975}, 13 = 2,1604.$ $\hat{y}_{\text{В}} = \hat{y}(x^{p}) \pm t_{1-\alpha/2}, n-3 * S\hat{y} = 10,7653 +$ $(2,1604 * 0,5480) = 11,9492$ тыс. у.е. $\hat{y}_{\text{Н}} = \hat{y}(x^{p}) \pm t_{1-\alpha/2}, n-3 * S\hat{y} = 10,7653 -$ $(2,1604*0,5480) = 9,5814$ тыс. у.е.
Проверить достоверность полученного значения параметра	*Полученный результат адекватен условию задачи*

Математика в колледже является основой изучения профессиональных дисциплин. Однако нередко приходится сталкиваться с тем, что студенты, владея достаточным запасом математических знаний, не могут использовать их в решении профессиональных задач. Это обусловлено тем, что формирование математического аппарата в процессе обучения математике у студентов технических и экономических профилей в недостаточной степени профессионально ориентировано. В связи с этим особую значимость приобретает формирование прогностической деятельности в процессе обучения математике, которую необходимо осуществлять с помощью новых дидактических средств обучения – электронных образовательных ресурсов (ЭОР) – структура и контент которых профессионально ориентированы [2].

На сегодняшний день, наряду с материальными, трудовыми и финансовыми ресурсами, важное место заняли информационные ресурсы, которые играют все более возрастающую роль. В век информатизации требуется сформировать у будущих специалистов способность к постоянному самообразованию ввиду быстро развивающихся технологий во всех областях общественной жизни.

Среди универсальных следует отметить Mathematica, Maple, MatLab и MathCAD; обратим внимание также на электронные таблицы Microsoft Excel. Необходимо понимать, что выбор оптимальной системы компьютерной математики определяется конкретными целями ее использования, классами решаемых задач, научным направлением, исследованием и др.

Библиографический список

1. Байгушева И.А., Хужаева А.Р. Прогностическая деятельность как показатель математической компетентности специалиста среднего звена // Современные проблемы науки и образования. 2023. № 4. URL: https://science-education.ru/ru/article/view?id=32908 (дата обращения: 13.10.2023).
2. Семенова Н.Г., Томина И.П. Комплексное использование электронных образовательных ресурсов в процессе формирования профессионально направленных межпредметных связей // Вестник ОГУ. 2017. № 7 (207). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/kompleksnoe-ispolzovanie-elektronnyh-obrazovatelnyh-resursov-v-protsesse-formirovaniya-professionalno-napravlennyh-mezhpredmetnyh (дата обращения: 10.10.2023).

ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ

PROBLEMS AND PROSPECTS OF DISTANCE LEARNING IN MATHEMATICS AT SCHOOL IN MODERN CONDITIONS

П.А. Черных **P.A. Chernykh**

Дистанционное обучение, информационно-образовательная среда, информационно-коммуникационные технологии.

В статье рассматриваются проблемы, связанные с внедрением дистанционного обучения математике в образовательный процесс, а также перспективы развития данной формы обучения. Помимо этого, в статье поднимается вопрос о том, как правильно обеспечить качественное обучение математике в дистанционном режиме, отмечаются основные трудности, с которыми сталкиваются ученики и преподаватели при удаленном обучении.

Distance learning, information and educational environment, information and communication technologies.

The article discusses the problems associated with the introduction of distance learning in mathematics in the educational process, as well as the prospects for the development of this form of education. In addition, the article raises the question of how to properly provide high-quality teaching of mathematics in remote mode, the main difficulties faced by students and teachers in remote learning are noted.

Последние годы дистанционный формат обучения стал неотъемлемым компонентом образовательного пространства. Е.С. Полат определяет дистанционное обучение как форму обучения, при которой взаимодействие учителя и учащихся осуществляется на расстоянии и отражает все присущие учебному процессу компоненты, такие как цели, содержание, методы, организационные формы, средства обучения, реализуемые специфичными средствами интернет-технологий или другими средствами, предусматривающими интерактивность [3].

Процесс образования, который реализуется через дистанционные технологии, должен быть ориентирован на:

1. Повышение количества самостоятельных занятий для тех обучающихся, которые не могут ежедневно посещать традиционные уроки.
2. Обучение школьников с ОВЗ.
3. Улучшение дидактической и методической поддержки этого процесса со стороны школы и постоянный контроль и учет знаний.
4. Организацию индивидуального подхода в обучении наиболее мотивированных школьников [1].

В современном мире в условиях стремительного развития информационных технологий и активного использования сети Интернет дистанционное обучение становится все более популярным и востребованным. Это происходит по ряду причин. Одна из них заключается в том, что дистанционная форма обучения позволяет осваивать школьную программу независимо от места проживания. Чтобы получить образование, достаточно лишь иметь доступ в Интернет. Особенно это полезно для обучающихся, живущих в удаленных районах и не имеющих возможности посещать учебные заведения по определенным обстоятельствам.

Другим преимуществом дистанционного обучения является гибкость в расписании занятий. Школьникам не обязательно приходить на занятия в определенные часы, они получают возможность выбирать удобное для них время для обучения. Это помогает ученикам совмещать учебный процесс с другими своими обязанностями. Также дистанционное обучение позволяет каждому школьнику осваивать материал в удобном ему темпе. Это становится особенно важным, так как некоторые обучающиеся лучше усваивают материал, изучая его самостоятельно, в то время как другим необходимо больше учительской помощи и времени. Дистанционное обучение дает возможность индивидуализации образовательного процесса, помогая каждому ученику достигнуть своего потенциала.

Но наряду с вышесказанным, дистанционная форма обучения накладывает определенные вызовы и проблемы на обучение математике в школе.

Одной из основных проблем дистанционного обучения математике является отсутствие прямого взаимодействия учителя и учеников. При традиционной форме обучения педагог может оперативно отвечать на вопросы учеников, объяснять трудные моменты и давать дополнительные задания для лучшего усвоения материала. При дистанционном формате обучения такая возможность ограничена. Для получения обратной связи ученикам необходимо отправлять задания преподавателю, что может занять определенное время. Поэтому без мгновенной обратной связи школьникам может быть сложно заметить и исправить свои ошибки, вследствие чего усвоение математических концепций учащимися затрудняется. Отсутствие прямого взаимодействия ученика с преподавателем и одноклассниками является также большой психологической проблемой. В школе у учеников есть возможность общаться и сотрудничать с товарищами по классу, что вызывает поддержку и мотивацию для улучшения результатов. Однако в дистанционной образовательной среде взаимодействие и разговоры с одноклассниками сведены к минимуму или вовсе отсутствуют. Это часто приводит к ощущению одиночества, вызывающему снижение мотивации к изучению предмета. Проблема обратной связи отражается не только на школьниках, но и на преподавателе. Опыт показывает, что одной из самых трудных проблем при дистанционном обучении является контроль за выполнением заданий. Ученики отправляют большое количество сообщений с готовой работой в различное время, иногда с большим опозданием, а порой и вовсе игнорируют требования учителя. К тому же фотографии с выполненной работой не всегда разборчивы из-за низкого качества, а школьники при онлайн-общении не всегда следят за грамотным написанием сообщений. Для решения этой проблемы можно предложить учащимся выполнять некоторые задания на различных учебных платформах (Якласс, Учи.ру и др.) и четко ограничить время сдачи домашнего задания.

Также важной проблемой при дистанционном обучении является его качественная техническая организация. Для проведения видеозанятий существует множество программ, таких как Zoom, Skypeи др. Однако при работе с ними есть и существенные недостатки, так как необходима высокая скорость соединения и качественная техника. В противном случае можно столкнуться с такими проблемами, как пикселизация изображения, задержка звука и т.п.

Еще одной проблемой при дистанционном обучении является правильная организация рабочего места. Как правило, при учебе из дома школьники зачастую попадают под влияние многих отвлекающих факторов, таких как посторонние предметы, шум, еда и т.п. «Если при традиционной форме обучения можно справиться с этим применением невербальных приемов, то при дистанционном обучении это становится более проблематичным, а порой и вовсе невозможным» [2]. Помимо этого, некоторые школьники относятся к дистанционному обучению как к своего рода каникулам. Поэтому как одну из психолого-педагогических проблем при дистанционном обучении можно «отметить отсутствие мотивации, самодисциплины и самоорганизации у учащихся» [2]. Отсутствие контроля со стороны учителя и физическая удаленность от процесса обучения способствуют снижению мотивации и устойчивости учеников в усвоении математики. Школьник может легко отвлечься на другие занятия, потерять интерес к предмету и позволить себе откладывать задания на потом. Поэтому ученикам при дистанционном обучении особенно важно развивать самоорганизацию и самодисциплину. Для этого можно порекомендовать им составить расписание занятий, установить четкие сроки для выполнения домашней работы и использовать различные способы управления временем.

Также исследования показывают, что дистанционное обучение является стрессовой ситуацией для многих школьников, так как они испытывают тревогу из-за качества связи, неопределенных сроков обучения. К тому же школьники гораздо быстрее устают, чем при традиционной форме обучения, так как скорость обмена информацией становится выше. Помимо этого, дистанционная форма обучения мало способствует развитию письменной и устной математической речи. Математический текст нельзя только слушать или только читать, так как зачастую в результате этого смысл искажается. Например, школьники могут неправильно ставить ударение в написанных математических терминах или совершать ошибки при записи текста «на слух». Кроме того, учителю приходится тратить гораздо больше времени на запись формул и математических символов в текстовом редакторе, чем на обычной доске. Из-за этого понижается темп повествования и теряется его нить. Для того чтобы школьники могли получить практические навыки (например, измерение углов и т.п.), учителю необходимо показать выполняемое действие, что бывает затруднительно при дистанционной форме обучения. К тому же, при дистанционном обучении подвергаются изменению многие мыслительные процессы (памяти, восприятия и др.). Например, зрительная память не всегда работает при чтении с электронного носителя, так как текст не привязан к конкретному месту и постоянно меняет его при прокручивании. Так как при дистанционной форме обучения чаще приходится печатать текст на клавиатуре, чем писать от руки, то он гораздо быстрее забывается, особенно в случае, когда он не набирается вручную, а просто копируется.

Еще одной проблемой дистанционного обучения математике является отсутствие доступа к необходимым материалам и ресурсам. Если при традиционном обучении школы обычно снабжены специальными учебными пособиями, справочниками и методическими материалами, способствующими достижению эффективного усвоения учебного материала, то при дистанционной форме образовательного процесса такие материалы могут быть недоступны или доставлять сложность и неудобство в использовании.

Учитывая вышесказанное, отметим, что у дистанционного обучения есть свои недостатки, однако современные образовательные технологии активно развиваются, сокращая их и улучшая его преимущества. С правильным подходом и использованием новейших технологий дистанционное обучение может стать интересным и эффективным инструментом обучения. Важно постоянно совершенствовать и развивать дистанционное образование, чтобы обеспечить доступное, а главное, качественное обучение математике для всех учащихся.

Библиографический список

1. Калинина Т.О., Добрикова С.О. Проблемы дистанционного обучения математике // Информатика: проблемы, методы, технологии: материалы XXI Международной научно-методической конференции, Воронеж, 11–12 февраля 2021 года. Воронеж: Общество с ограниченной ответственностью «Вэлборн», 2021. С. 2054–2056.
2. Панишева О.В. Проблемы обучения математике в дистанционном и смешанном режиме // Инновационные подходы к обучению математике в школе и вузе: материалы Всероссийской научно-практической конференции, Омск, 01–03 марта 2021 года. Омск: Изд-во ОмГПУ, 2021. С. 188–194.
3. Полат Е.С., Бухаркина М.Ю., Моисеева М.В. Теория и практика дистанционного обучения: учеб. пособие для студентов высших педагогических учебных заведений / под ред. Е.С. Полат. М.: Академия, 2004.

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ДИЗАЙН ПРИ СОЗДАНИИ ОНЛАЙН-КУРСОВ ПО ПОДГОТОВКЕ К ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО МАТЕМАТИКЕ

PEDAGOGICAL DESIGN IN THE CREATION OF ONLINE COURSES FOR PREPARATION FOR THE FINAL CERTIFICATION IN MATHEMATICS

Т.С. Ширикова, М.С. Шириков **T.S. Shirikova, M.S. Shirikov**

Педагогический дизайн, онлайн-курс, математика, проектирование учебного материала, эффективное обучение, цифровизация образования, итоговая аттестация.
Рассматривается новый подход для создания обучающих курсов, ориентированный на потребности обучаемых и используемый для достижения высокого качества обучения. Проведен анализ исследований по разработке онлайн-курсов. Представлены основные идеи создания онлайн-курса по подготовке к ЕГЭ по математике с использованием технологии педагогического дизайна.

Instructional design, online course, mathematics, design of educational material, effective learning, digitalization of education, final certification.
A new approach to creating training courses is considered, focused on the needs of students and used to achieve high quality training. An analysis of research on the development of online courses was carried out. The main ideas for creating an online course for preparing for the Unified State Exam in mathematics using instructional design technology are presented.

Мы живем в век цифровой экономики. Цифровая трансформация все глубже проникает во все сферы жизни общества. С 2017 года в нашей стране реализуется государственная программа «Цифровая экономика Российской Федерации» [1].

Данная программа ставит цель – обеспечить общество достаточными условиями для получения качественных знаний в Российской Федерации; в выходе на новый уровень цифровой грамотности и степени информированности общества; в повышении уровня жизни граждан за счет доступности товаров и услуг, которые создаются с использованием современных цифровых технологий.

Программа выдвигает некоторые условия к системе образования. Распоряжением Правительства РФ от 2 декабря 2021 г. № 3427-р «Об утверждении стратегического направления в области цифровой трансформации образования, относящейся к сфере деятельности Министерства просвещения РФ», предусмотрено обеспечение эффективной информационной поддержки участников образовательных отношений в рамках организации процесса получения образования и управления образовательной деятельностью.

В рамках глобального государственного проекта реализуется проект «Цифровая школа» [2; 3]. Цель проекта – помощь во внедрении современных технологий в образовательный процесс. Реализация данного проекта предполагает период с 2018 по 2025 год.

Проект позволит обеспечить усовершенствование содержания образования и поможет учащимся с легкостью ориентироваться в безопасном цифровом пространстве; реформировать традиционную роль учителя за счет кураторства обучающихся, чтобы индивидуализировать обучение в соответствии с их запросами и приоритетами.

С каждым годом современные технологии становятся все более приоритетными при развитии мирового образования, так как они помогают модернизировать и улучшить образовательную среду. В статье М.С. Маслова проведено исследование, в ходе которого выявлена увлеченность электронно-образовательными технологиями и ресурсами при применении их в процессе обучения, что формирует мотивацию у учащихся к обучению. Автор отмечает, что учебный процесс должен быть реализован посредством различных инноваций на основе информационной образовательной среды [4].

Образование в современном цифровом мире стало доступно не только в стенах образовательных организаций, но и за ее пределами. Теперь обучение может быть бесплатным и без личного контакта с преподавателем. В реальном времени социум старается максимально внедрить дистанционные технологии в образовательный процесс, что приводит к развитию электронного обучения. В связи с этим в образовательных услугах появляются онлайн-курсы, где разработчики все чаще обращают внимание на повышение их эффективности [5].

Онлайн-курс является одним из видов электронного обучения, в нем используются педагогические принципы, которые реализуются на основе технических средств современных информационных технологий и методические приемы, которые обладают уникальным набором классифицированных электронных средств обучения и контроля.

В настоящее время существует достаточно много противоречий по поводу организации обучения с использованием онлайн-курсов и их эффективности.

Так, например, в диссертации А.А. Першина говорится о процессе обучения при помощи онлайн-курсов с использованием различных практических упражнений и интерактивных методов их обработки, которые должны быть актуальны и интересны учащимся, чтобы повысить их мотивацию к обучению. При создании онлайн-курса автор использует подход на основе игровых механик, который повышает результативность курса [6].

Н.В. Аргунова в своей статье указывает на преимущества онлайн-курса, среди которых: вывод тем школьной программы, которые нуждаются в грамотном и детальном исследовании; освоение материала обучающимися в удобном темпе; привлечение к онлайн-курсу не только учителей, но других специалистов вне зависимости от их местоположения [7].

Н.А. Храмова посвящает статью технологии создания онлайн-курса, в основе которого лежит модель, состоящая из пяти элементов: анализ, проектирование, разработка, реализация и оценка. Автор указывает на необходимость учителям систематически повышать уровень цифровых компетенций и развивать индивидуальную образовательную линию при помощи онлайн-курсов для эффективного обучения учащихся [8].

Однако некоторые исследователи в области методики преподавания говорят о неэффективности таких онлайн-курсов, недостаточной разработанностью онлайн-курсов и отсутствием адекватной методики их использования.

В статье Н.В. Аргуновой существенным недостатком онлайн-курсов является отсутствие непосредственного общения с обучающимися, что может сказаться на их результативности [7].

А.Я. Ягнич отмечает, что возможны проблемы с аутентификацией слушателей онлайн-курса, то есть невозможностью контроля за самостоятельностью выполнения заданий учащимся. Также автор статьи указывает, что многократное выполнение тестирования обучающимися может неадекватно отражать его знания [9].

При конструировании и создании результативного онлайн-курса особое внимание уделяется дизайну самого курса. Система «человек – вещи, помогающие человеку мыслить» выступает предметом проектирования и исследования системы отношений между человеком и средством деятельности. Именно так рассматривается понятие дизайна в работах исследователей Нормана и Теркла [10; 11]. Термин «педагогический дизайн» (с англ. instructional design) происходит от термина «образовательные технологии» (с англ. instructional technology). Под педагогическим дизайном подразумевается предоставление указаний учащимся с помощью всевозможных приспособлений, устройств и средств. Существует множество подходов к определению педагогического дизайна, его рассматривают как процесс [12], как область науки [13], как дисциплину [14], как технологии [15].

Модель построения онлайн-курса, упомянутая в научной статье Н.А Храмовой, относится к технологии педагогического дизайна как процессу проектирования учебного материала. Таким образом, можно определить педагогический дизайн как педагогическую технологию (систему процедур), обеспечивающую педагогическую эффективность учебных материалов, в том числе разработанных с использованием новых информационных технологий [15].

Проанализировав вышесказанное, можно сделать вывод о том, что, несмотря на высокий уровень очного образования, учителю необходимо использовать онлайн-обучение в учебном процессе и тем самым повышать его эффективность. Мы считаем, что при организации процесса обучения с использованием онлайн-поддержки изучение материала происходит значительно быстрее, интереснее, эффективнее, чем посредством традиционного обучения. Такие технологии позволяют углублять и расширять содержание дисциплины, своевременно дополнять и обновлять ее, применяя эффективные методы обучения, а также расширять доступ к учебному процессу.

Актуальность вышесказанного проявляется в противоречии между востребованностью в современной системе обучения математике достаточного количества онлайн курсов, содержащих педагогически эффективные учебные материалы, и недостаточной разработанностью таких онлайн-курсов, адекватной методики их использования.

Исходя из выделенных противоречий, определена проблема исследования, которая заключается в разработке онлайн-курса при обучении математике в школе с использованием педагогически эффективных технологий, обеспечивающих его качественную и эффективную реализацию.

Рассмотрим в качестве примера онлайн-курс по подготовке учащихся 11-х классов к ЕГЭ по математике. Мы считаем, если процесс подготовки к ЕГЭ по математике дополнить онлайн-курсом, который создан с применением технологии педагогического дизайна, то это позволит учащимся эффективно подготовиться к итоговой аттестации по математике.

В основу создания такого курса была положена идея, что в нем будет не просто представлена информация в электронном виде, а выстроена система управления процессом обучения, которая приведет обучаемого от незнания к знанию, от неумения к умениям и навыкам. Разработка результативных, эффективных учебных материалов с точки зрения педагогического дизайна должна строиться на основе принципов обучения, воспитания, с учетом возрастных особенностей обучающихся, с учетом особенностей памяти, мышления и восприятия информации.

При создании курса применены следующие приемы и средства: графика, анимация как элементы привлечения внимания формирования мотивации и желания обучаться дальше, как элементы визуализации информации, демонстрации фактов, способствуя пониманию материала. С целью улучшения читаемости материал размещается блоками текста, используются иллюстрации для лучшего усвоения материала. Хороший дизайн курса призван сделать изложенную информацию ясной, привлекательной, удобной для восприятия.

Библиографический список

1. Российская Федерация. Распоряжения. Об утверждении программы «Цифровая экономика Российской Федерации»: распоряжение: от 28.07.2017 № 1632-р. URL: http://government.ru/docs/all/112831/?page=2, доступ Правительство России (дата обращения: 06.10.2023).
2. Цифровая школа. Паспорт. Национальный проект «Образование», протокол от 24.12.2018 № 16. URL: http://static.government.ru/media/files/UuG1ErcOWtjfOFCsqdLsLxC8oPFDkmBB.pdf, доступ Правительство России (дата обращения: 14.10.2023).
3. Цифровая школа. URL: https://xn--80aaexmgrdn3bu4a4g.xn--p1ai/blog/o-prioritetnom-proekte-cifrovay-shkola-1, доступ Цифровая школа (дата обращения: 14.10.2023).

4. Маслов М.С. Современные информационные технологии в образовательной сфере // Поиск: науч. электрон. библ. 2012. № 11. С. 81–85. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/sovremennye-informatsionnye-tehnologii-v-obrazovatelnoy-sfere/viewer, доступ из НЭБ «Cyberleninka.ru» (дата обращения: 13.10.2023).
5. Лисицына Л.С. К вопросу повышения результативности массового онлайн-курса // Поиск: науч. электрон. библ. 2014. № 5 (93). С. 20–25. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/k-voprosu-povysheniya-rezultativnosti-massovogo-onlayn-kursa, доступ из НЭБ «Cyberleninka.ru» (дата обращения: 13.10.2023).
6. Першин А.А. Методы создания интерактивных онлайн-курсов на основе игровых механик: дис. … канд. технич. наук 05.13.06. СПб., 2014. 129 с. URL: https://www.dissercat.com/content/metody-sozdaniya-interaktivnykh-onlain-kursov-na-osnove-igrovykh-mekhanik/read, доступ из НЭБ «disserCat» (дата обращения: 13.02.2023).
7. Аргунова Н.В. Из опыта разработки онлайн-курса по математике для обучающихся старших классов // Поиск: науч. электрон. журн. 2012. № 11. С. 81–85. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=49875128, доступ из НЭБ «Elibrary.ru» (дата обращения: 13.02.2023).
8. Храмова Н.А. Технология создания онлайн-курсов по математике в условиях цифровизации образования // Поиск: науч. электрон. журн. 2021. № 12 (147). С. 142–146. URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=48177975, доступ из НЭБ «Elibrary.ru» (дата обращения: 13.02.2023).
9. Ягнич А.Я. Возможности онлайн-курсов: сильные и слабые стороны // Поиск: науч. электрон. журн. 2020. № 10-5 (62). С. 25–27. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42738681, доступ из НЭБ «Elibrary.ru» (дата обращения: 13.02.2023).
10. Норман Д.А. Дизайн привычных вещей. М.: Вильямс, 2006. 384 с.
11. Теркл С. Вызывающие воспоминания объекты: вещи, с помощью которых мы думаем. MIT Press, 2007. 397 с.
12. Абызова Е.В. Педагогический дизайн: понятие, предмет, основные категории // Вестник ВятГУ. 2010. № 3.
13. Кречетников К.Г. Педагогический дизайн и его значение для развития информационных образовательных технологий // Информационные технологии в образовании: сборник статей конгресс-конференции. М., 2010.
14. Уваров А.Ю. Педагогический дизайн // Информатика. 2003. № 30.
15. Основы педагогического дизайна: учеб. пособие / С.А. Курносова. Челябинск, 2014. 168 с.

ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ ПОДДЕРЖКИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПО ПРИМЕНЕНИЮ МАТЕМАТИКИ ПРИ РЕШЕНИИ ЖИЗНЕННЫХ ЗАДАЧ КАК УЧЕБНЫЙ ОБЪЕКТ

ONLINE RESOURCES TO SUPPORT ACTIVITIES ON THE APPLICATION OF MATHEMATICS IN SOLVING LIFE PROBLEMS AS AN EDUCATIONAL OBJECT

И.В. Шутрова, М.А. Жгилёв,
М.В. Шабанова

I.V. Shutrova, M.A. Zhilev
M.V. Shabanova

Функциональная грамотность, математическая грамотность, интернет-ресурсы, основное общее образование, математическое образование.

Одной из приоритетных задач основного общего математического образования сегодня признано формирование математической (функциональной) грамотности обучающихся. В статье доказывается, что одним из направлений решения этой задачи должно стать обучение школьников грамотному использованию интернет-ресурсов поддержки деятельности по применению математики при решении жизненных задач. Представлены результаты анализа общедоступных интернет-ресурсов этого вида; выделены наиболее популярные типы таких ресурсов: конвертеры, монокалькуляторы, планировщики, сайты заказа товаров и услуг, базы статистических данных; приведены примеры интерактивных заданий на обучение их математически грамотному использованию.

Functional literacy, mathematical literacy, Internet resources, middle secondary school, mathematical education.

One of the priority tasks of basic general mathematical education today is recognized as the formation of mathematical (functional) literacy of students. The article proves that one of the ways to solve this problem should be to teach schoolchildren the competent use of Internet resources to support the use of mathematics in solving life problems. The article presents the results of the analysis of publicly available Internet resources of this type; the most popular types of such resources are highlighted: converters, monocalculators, constructors, websites for ordering goods and services, databases of statistical data; examples of interactive tasks for teaching their mathematically competent use are given.

В 2021 году был утвержден ФГОС ООО [1], в содержание которого включено новое требование к реализации программы основного общего образования, согласно которому необходимо «обеспечить возможность формирования функциональной грамотности обучающихся (способности решать учебные задачи и жизненные проблемные ситуации на основе сформированных предметных, метапредметных и универсальных способов деятельности)» [1, с. 28]. Данное требование получило конкретизацию в федеральных рабочих программах по математике базового [3] и углубленного [4] уровней. В них одним из приоритетных направлений основного общего математического образования названо формирование функциональной (математической) грамотности, под которой понимается «умение распознавать проявления математических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты» [3, с. 5].

Для поддержки решения жизненных задач средствами математики сегодня создано большое количество интернет-ресурсов. Они не только снимают вычислительные трудности, но и не требуют создания вычислительных моделей, предоставляют или генерируют данные для принятия решений. Пользователю достаточно правильно задать поисковый запрос, чтобы получить средства для расчета и моделирования. Приведем некоторые примеры запросов и откликов программы (табл. 1).

Таблица 1

Примеры интернет-ресурсов для поддержки решения жизненных задач средствами математики

Поисковый запрос	Интернет-ресурс
Онлайн-расчет дозы удобрений	Агрокалькулятор доз удобрений (xn--e1alid.xn--p1ai)
Расчет количества рулонов обоев	Калькулятор расчета обоев (https://oboi-elysium.ru/calculator/)
Расчет накоплений онлайн	Калькулятор накоплений онлайн (https://equity.today/kalkulyator-nakoplenij)
Расчет первоначального взноса	Ипотечный калькулятор (https://calcus.ru/kalkulyator-ipoteki)
Конструктор квартиры онлайн	RemPlaner-онлайн-планировщик квартиры (https://remplanner.ru/)
Конструктор участка онлайн	Онлайн планировщик участка (https://garden-planner.ru/)
Калькулятор перевода веса ложки, стаканы	Кулинарный калькулятор (https://lifehacker.ru/special/converter/)
Перевод веса из одних единиц в другие	Перевод единиц измерения (https://allcalc.ru/converter)
Интерактивные карты Архангельской области	Интерактивная карта дорог Архангельской области (https://www.ador.ru/roads.shtml)

Представленный способ был использован для сбора данных о размещенных в интернете-ресурсах поддержки решения жизненных задач средствами математики. Он позволил создать коллекцию, включающую более чем 480 ресурсов. В коллекции каждый ресурс был нами атрибутирован по трем признакам:

– по области приложения математики в соответствии с описанием минимального поля функциональной грамотности, которое дает Л.М. Перминова [2]: «Человек – «Я сам», «Человек – социальное окружения», «Человек в искусственной среде», «Человек в природной среде», «Человек и техническое устройство», «Человек в информационном поле»;

– по типу программы в соответствии с видами математических действий, для осуществления которых привлекается ресурс: 1) база данных – сбор и хранение данных и предоставление их пользователю в удобной форме; 2) проектирование; 3) монокалькулятор – проведение расчетов (данный перечень открытый, для возможности его пополнения по мере пополнения коллекции ресурсов);

– по области математики в соответствии с международными и национальными рамками математической грамотности: количество (арифметика), неопределенность и данные (вероятность и статистика), изменения и зависимости (алгебра), пространство и форма (геометрия).

В качестве примера приведен фрагмент полученной коллекции онлайн-ресурсов поддержки деятельности по применению математики (табл. 2).

Таблица 2

Фрагмент коллекции интернет-ресурсов поддержки деятельности по применению математики

Ресурс (название и ссылка)	Описание ресурса (атрибуты)		
	Область приложения	Тип программы	Область математики
1	2	3	4
1. «Онлайн-дневник тренировок»: https://www.gympad.ru/	Человек – «Я сам» (физкультура и спорт)	База данных (сбор данных, наглядное представление)	Неопределенность и данные (7 класс «Столбиковые диаграммы»
2. Калькулятор индекса массы тела: https://poweredhouse.ru/kalkulyator-indeksa-massy-tela-onlajn/	Человек – «Я сам» (здоровье)	Монокалькулятор (вычисление по встроенной формуле)	Изменения и зависимости (7 класс, «Формулы»)
3. Кулинарный калькулятор https://lifehacker.ru/special/converter/	«Человек – информационное поле» (рецепты)	Конвертер (перевод из одних единиц измерения в другие)	Изменения и зависимости (5 класс, «Единицы массы и объема»)
4. Планировка и дизайн садового участка: https://garden-planner.ru/	«Человек – природная среда» (садовый участок)	Планировщик (создание моделей)	Пространство и форма (6 класс, «Масштаб»)
5. Курс драгоценных металлов и валют: https://mfd.ru/centrobank/preciousmetals/	«Человек – информационное поле» (биржевая информация)	База данных	Изменения и зависимости (7 класс, «Функции»)
6. Разница времени между часовыми поясами: https://planetcalc.ru/8144/	«Человек – природная среда» (планетарный масштаб)	Конвертер	Количество (4 класс, «Время от 0 до 24 часов»)

Окончание табл. 2

1	2	3	4
7. Калькулятор расхода топлива: https://calc-best.ru/avtolyubitelyu/kalkulyator-raskhoda-	«Человек – техническое устройство» (автомобиль)	Монокалькулятор	Количество (6 класс, «Среднее арифметическое»)
8. Бросить монетку: https://calc-best.ru/generatory/brosit-monetku	«Человек – Я сам» (принятие решения на основе случайного выбора)	Генератор	Количество (1 класс, «Числа от 1 до 10»)
9. Демографические пирамиды мира: https://www.populationpyramid.net/	«Человек – информационное поле» (информация о переписи населения)	База данных	Неопределенность и данные (7 класс, «Возрастно-половые диаграммы»)
10. Генетический калькулятор: https://gencalc.org/ru	«Человек – социальное окружение» (наследование признаков)	Монокалькулятор	Неопределенность и данные (10 класс, «Условная вероятность»)

Данная коллекция размещена в таблице Excel, что облегчает анализ собранных в ней данных в исследовательских и образовательных целях. Атрибут «область применения» позволил нам расширить представления о типовых жизненных ситуациях применения математики. Атрибут «Тип программы» позволил нам получить сведения о том, какие типы математических действий пользователи делегируют программному обеспечению. Атрибут «Область математики» ориентирует в использовании найденных ресурсов при обучении математике.

Несмотря на то, что основное назначение таких ресурсов – компенсировать недостаток знаний и умений для решения подобных задач «вручную» или с использованием универсальных ресурсов (многофункциональных калькуляторов, электронных таблиц, пакетов математических программ), их эффективное использование все же требует проявления математической грамотности для правильной формулировки поискового запроса, оценки корректности работы ресурса, правильного ввода входных данных, адекватной интерпретации полученных результатов, а также для принятия оптимальных решений с опорой на эти результаты.

Вышесказанное доказывает, что обучение грамотному использованию интернет-ресурсов для поддержки решения жизненных задач средствами математики должно быть включено в программу обучения математике на ступени основного общего образования. Для этих целей задачный материал должен быть дополнен интерактивными контекстными заданиями на использование интернет-ресурсов или их симуляторов. Приведем в качестве примера одно из таких заданий.

Семья Ивановых решила сделать косметический ремонт в детской комнате. Пришло время освежить интерьер и улучшить его внешний вид. Планируя покупки для предстоящего ремонта, мама вместе с дочерями Аней и Таней выбирали обои для комнаты. Было решено три стены оклеить однотонными обоями под покраску (рис. 1), а одну из стен оклеить обоями с рисунком (рис. 2).

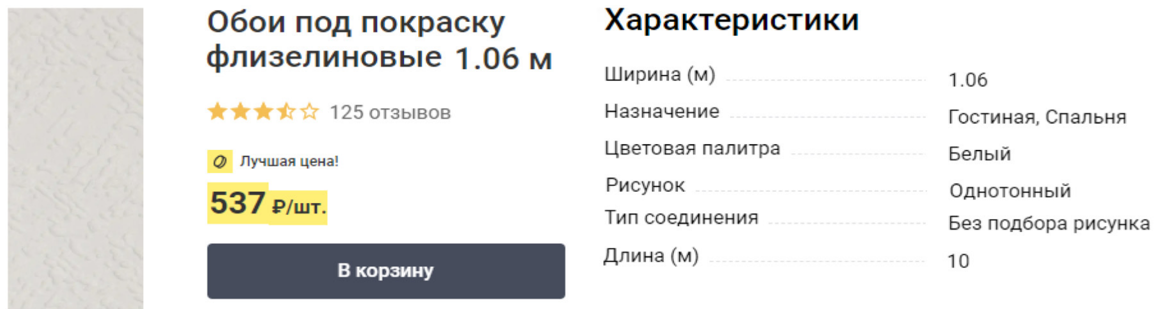


Рис. 1. Характеристики обоев под покраску

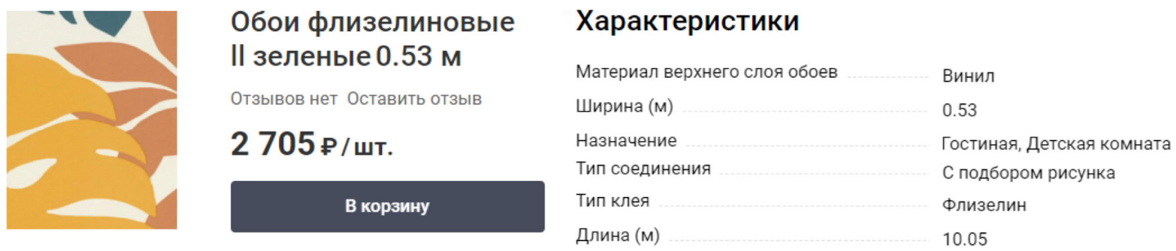


Рис. 2. Характеристики обоев с рисунком

План комнаты представлен на рис. 3.

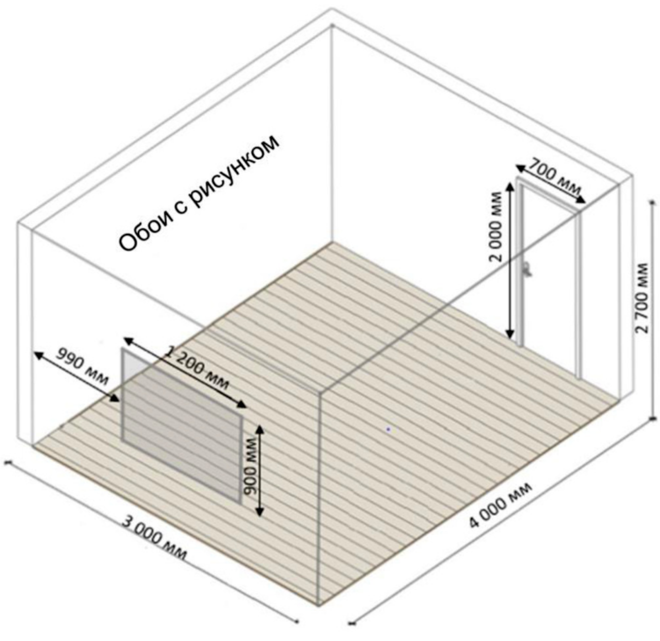


Рис. 3. План детской комнаты

Мама попросила девочек рассчитать, сколько рулонов обоев под покраску и сколько рулонов обоев с рисунком нужно купить, чтобы оклеить комнату. Она уточнила, что для правильного расчета количества рулонов обоев с рисунком нужно учитывать расстояние повтора рисунка обоев (раппорт) и смещение, так как поклейка таких обоев иногда требует совмещения рисунка при оклейке.

Для проведения вычислений девочки решили воспользоваться калькуляторами. В Интернете Аня нашла калькулятор https://stroykalkulyator.ru/app/kalkulyatory/oboi-raschet/, а Таня калькулятор https://calcopedia.com/ru/wallpaper/.

Задание 1 (направлено на обучение выбору калькулятора по критериям соответствия полей ввода, имеющимся у пользователя данным):

1А. Пройдите по ссылкам, познакомьтесь с интерфейсами калькуляторов, чтобы заполнить таблицу их сравнительного анализа. Заполните пустые ячейки таблицы согласно образцу:

Параметры анализа	*Калькулятор Ани*	*Калькулятор Тани*
Позволяет проводить расчет по размерам одной комнаты и стены	*Позволяет*	
Позволяет вводить/ выбирать данные о размере комнаты	*Позволяет вводить*	
Позволяет вводить/ выбирать данные о размере рулона обоев		*Позволяет выбирать*
Позволяет вводить/выбирать данные о количестве и размерах окон и дверей		
Позволяет вводить/выбирать данные о величине раппорта		

2Б. Используйте результаты сравнительного анализа интерфейсов калькуляторов, чтобы дать Ане и Тане обоснованный совет о том, какой калькулятор лучше использовать. Свой совет и аргументы занесите в таблицу:

Совет:	*Аргументы:*

Задание 2 (направлено на обучение планированию использования ресурсов на проведения расчетов)

Сравнивая интерфейсы калькуляторов, Аня и Таня заметили, что только у калькулятора Ани есть возможность рассчитывать количество рулонов обоев, которые нужны для оклейки не только комнаты в целом, но и отдельных ее стен. Предложите два разных способа использования калькулятора Ани, чтобы рассчитать количество рулонов обоев под покраску.

*Способ 1.*________________

Способ 2. ________________

Сделайте вывод о том, какой из этих способов требует заполнения меньшего количества окон для ввода данных и укажите, на сколько.

Вывод: ____

Задание 3 (направлено на обучение распознаванию недостаточности данных и использованию интерактивных ресурсов для их восполнения).

Девочки решили использовать калькулятор Ани для того, чтобы рассчитать количество рулонов цветных обоев, но не нашли в описании характеристик обоев данных, которые можно занести в окна «Повтор рисунка (раппорт)» и «Запас на выравнивание, подрезка». В Интернете они нашли картинки, объясняющие, что такое раппорт и смещение (рис. 4).

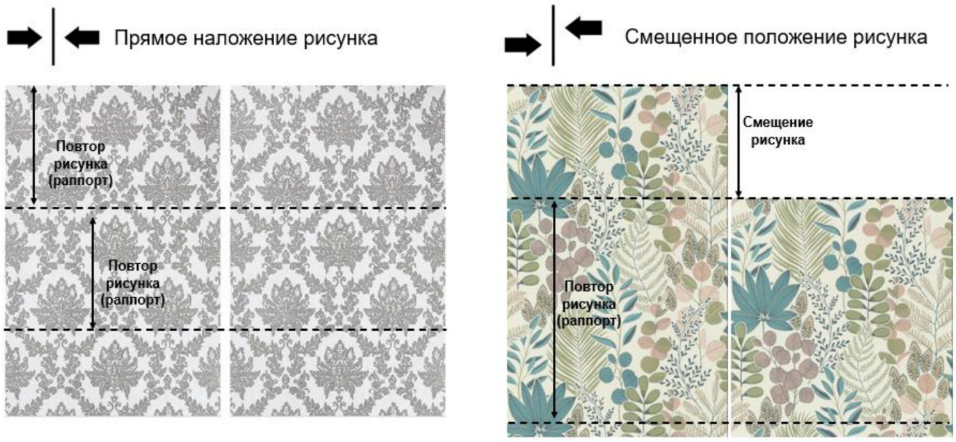


Рис. 4. Раппорт и смещение положения рисунка на обоях

Они решили, что смогут сами рассчитать их, используя свои знания о масштабе. Для этого девочки сохранили изображение выбранных обоев на своем компьютере и загрузили его в программу GeoGebra. Воспользуйтесь ресурсом GeoGebra (https://www.geogebra.org/m/bzurucun), чтобы восстановить данные о раппорте и смещении рисунка на обоях.

В ответе укажите высоту раппорта и размер смещения в сантиметрах. Раппорт: ______ см. Смещение рисунка: ________ см

Задание 4 (направлено на применение калькулятора для расчета в соответствии с отобранными данными).

Воспользуйтесь калькулятором Ани, чтобы рассчитать количество рулонов обоев с рисунком, которое необходимо купить для того, чтобы оклеить стену комнаты, отмеченную на рисунке 3 с учетом раппорта и смещения рисунка. Ответ: _______ шт.

Задание 5 (направлено на формирование умений критически оценивать достоверность и применимость результатов расчетов, выполненных при помощи интернет-ресурсов, что акцентирует внимание на значимости навыков устных и письменных вычислений).

Рассчитав количество рулонов обоев с рисунком, девочки принялись считать количество рулонов обоев под покраску для оставшихся трех стен. Для интереса они решили использовать для расчетов новые калькуляторы.

Аня использовала калькулятор

https://www.sas.com.ru/wp/ru/raschet-oboev/,

Таня воспользовалась калькулятором

https://kalk.pro/finish/wallpaper/#DCN=1&DHG=2&DWD=0%2C7&OCN=1&OHG=0%2C9&OWD=1%2C2&RAP=0&RES=0&RW=106&TYP=by-walls-sizes&WCN=2&WLN=3.

При помощи указанных калькуляторов выполните расчет количества рулонов обоев под покраску (для расчета укажите: размеры трех оставшихся стен, размеры окна и двери, ширину и длину рулона обоев).

5А. В ответе укажите, сколько рулонов обоев получилось после выполнения расчета при помощи обоих калькуляторов.

Результаты Ани: _____ шт. Результаты Тани: _____ шт.

5Б. Калькуляторы выдали разные результаты. Помогите девочкам разобраться, какой из калькуляторов дал более точный результат. В доказательство приведите ход и результаты расчетов без использования калькуляторов.

5В. Объясните, с чем связана ошибка работы некорректного калькулятора. В доказательство укажите расчеты, которые приводят к такому же результату.

Приведенный пример показывает, что обучение использованию интернет-ресурсов поддержки деятельности по применению математике реализуется через комплексные контекстные задачи. Они включают несколько заданий на формирование целого спектра умений, обеспечивающих готовность обучающихся к эффективному использованию ресурсов: умение осуществлять поиск нужного ресурса, выбирать ресурс, соответствующий поставленной задаче, использовать ресурс и критически оценивать результаты его работы.

Библиографический список

1. Приказ Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 г. № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования». URL: http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107050027?index=30 (дата обращения: 12.10.2023).
2. Перминова Л.М. Функциональная грамотность учащихся. Современный урок. М.: Департамент образования города Москвы. Московский институт открытого образования, 2009.
3. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Математика (углубленный уровень). URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/14_Математика-7-9-классы_угл.pdf (дата обращения: 12.10.2023).
4. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Математика (базовый уровень). URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/13_Математика_5-9-классы_база.pdf (дата обращения: 12.10.2023).

ФОРМИРОВАНИЕ САМОРЕФЛЕКСИИ У БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ С ПРИМЕНЕНИЕМ SMATH STUDIO

FORMATION OF SELF-REFLECTION IN FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS USING SMATH STUDIO

А.М. Яворская **A.M. Yavorskaya**

Рефлексия, саморефлексия, этапы формирования саморефлексии, пакеты прикладных математических программ.

В статье представлены этапы формирования саморефлексии у будущих учителей математики на примере изучения дисциплины «Математический анализ» посредством SMath Studio. Раскрыты возможности использования SMath Studio.

Reflection, self-reflection, stages of self-reflection formation, packages of applied mathematical programs reflection.

The article presents the stages of self-reflection formation in future mathematics teachers by the example of studying the discipline «Mathematical analysis» through SMath Studio. The possibilities of using MathStudio are revealed.

Саморефлексия является ключевым аспектом профессионального развития в любой сфере деятельности, включая образование. Учитель математики должен постоянно анализировать свою работу и принимать решения на основе этого анализа. Опытные учителя, которые осознают свои сильные и слабые стороны, могут лучше адаптироваться к изменениям в требованиях к образовательной системе, а также активно развиваться и повышать свою профессиональную компетентность.

ФГОС (федеральный государственный образовательный стандарт) [1] и Профстандарт (Профессиональный стандарт) [2] педагога являются нормативными документами, которые регламентируют основные требования и стандарты в области образования и профессиональной деятельности педагога.

ФГОС определяет общие цели и задачи образования, содержание и структуру образовательных программ, принципы организации образовательного процесса, а также основные требования к качеству образования. Для результатов освоения программ бакалавриата универсальной компетенции будущий учитель математики должен быть «способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач» [1]. Также будущий педагог должен быть «способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении» [1].

Профстандарт педагога, в свою очередь, определяет требования к профессиональной компетентности, его профессиональным знаниям и навыкам, способностям и личностным качествам. Будущий учитель математики должен уметь «анализировать реальное состояние дел в учебной группе и способствовать развитию у обучающихся познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей» [2].

Анализ документов подтверждает, что для того, чтобы оценивать действия школьников, их решения, которые будут влиять на эффективность всего учебного процесса, будущий учитель должен уметь контролировать и оценивать в первую очередь себя, иначе говоря, формировать саморефлексию.

Одним из основных школьных предметов является математика, поэтому так важно научить будущих учителей математики рефлексивной деятельности, которая подразумевает процесс контроля и анализа выполняемых действий, их корректировки в соответствии с изменением условий и оценки эффективности этих действий.

Наилучшими выходом является организация процесса обучения будущих учителей по дисциплинам математического модуля. Важно отметить, что формирование саморефлексии необходимо осуществлять в начале обучения.

Анализ учебных планов ведущих вузов страны показал, что больше всего зачетных единиц отводится на изучение математического анализа (табл.).

Анализ математических модулей вузов

ВУЗ	Математические дисциплины	Количество з.е.
Воронежский государственный педагогический университет [3]	Алгебра	3
	Теория чисел	3
	Геометрия	10
	Математический анализ	**10**
	Числовые системы	2
	Теория вероятностей и математическая статистика	3
	Математическая логика	2
Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова [4]	Введение в математику	6
	Алгебра и теория чисел	6
	Геометрия	6
	Математический анализ	**9**
	Теория вероятностей и математическая.статистика	3
Педагогический институт Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых [5]	Алгебра и теория чисел	3
	Геометрия	3
	Математический анализ	**8**
	Математическая логика	3

На данный момент процесс цифровой трансформации образования привел к внедрению различных средств обучения, технологий, программ, в том числе и пакетов прикладных математических программ.

Они включают в себя широкий спектр математических функций, таких как: решение уравнений, построение графиков, численное интегрирование, решение оптимизационных задач и многое другое. Для формирования саморефлексии в процессе изучения математического анализа можно использовать российскую разработку SMath Studio. Важным аспектом формирования саморефлексии является самостоятельная работа студентов с SMath Studio.

Рассмотрим особенности формирования саморефлексии в процессе изучения понятия «Предел функции в точке». Психологи и методисты выделяют 4 этапа формирования саморефлексии: определение цели, анализ работы, оценка достижений, идентификация улучшений.

Преподаватель предлагает студентам следующее задание: используя SMath Studio, постройте график функции и оцените особенности поведения функции $y = (x-1)^3$ +2 при $x \to 1$». Студенты под руководством преподавателя строят график функции в SMathStudio.

На этапе определения цели обучающиеся с помощью SMathStudio строят график указанной функции (рис.).

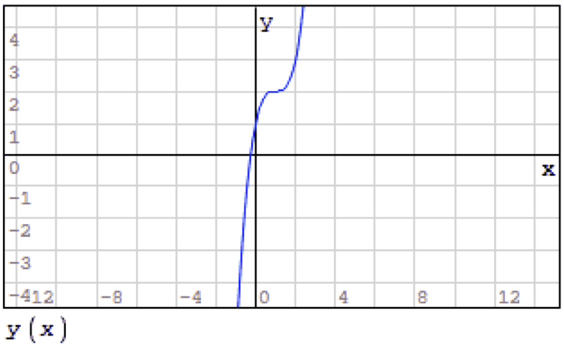


Рис. График функции $y = (x-1)^3 + 2$

На этапе анализа работы студенты отметят тот факт, что значения функции стремятся к числу 2 при стремлении значений аргумента к 1. Тем самым становится очевидным факт того, что предел данной функции – это число, обладающее определенным свойством. Следующим шагом станет предложение преподавателя определить особенности поведения функции при стремлении аргумента к числу 2,1; 2,01; 1,9; 1,99. Каждый раз студенты будут выдвигать предположения о новом значении функции. Таким образом, они окажутся готовыми к введению нового для них математического понятия «предел функции».

На этапе оценки достижения преподаватель на основе полученной визуализации понятия предела функции в точке введет не только его геометрический смысл, но также термин и символ: «$A = \lim_{x \to x_0} f(x)$, если для любой e-окрестности точки A найдется такая d-окрестность точки x_0, что для всех $x \neq x_0$ из этой d-окрестности соответствующие значения функции $f(x)$ лежат в e-окрестности точки A» [6, с. 133].

Этап идентификации улучшений будет сопровождаться заданием на исследование и построение графиков функций, например, $y = \frac{1}{x+2} + 1$ (без применения аппарата производной функции). SMath Studio позволит студентам подтвердить или опровергнуть полученные выводы.

В заключение отметим, что формирование саморефлексии у будущих учителей математики с применением SMath Studio – это сложный и многогранный процесс, требующий как индивидуальной работы студента, так и активного участия преподавателя. С помощью этого инструмента студенты смогут развить не только навыки математического моделирования, но и навыки формирования саморефлексии, умение анализировать свои решения, находить ошибки и применять альтернативные подходы к решению задач математического анализа и не только.

Библиографический список

1. Приказ Министерства образования и науки РФ от 22.02.2018 г. № 125 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» // Портал Министерство юстиции Российской Федерации. URL: https://minjust.consultant.ru/files/38749 (дата обращения: 17.10.2023).
2. Приказ Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 октября 2013 г. № 544н «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)» / Приказ Министерство труда и социальной защиты РФ // Система ГАРАНТ: [сайт]. URL: https://base.garant.ru/70535556/ (дата обращения: 18.10.2023).
3. Учебные планы // Воронежский государственный педагогический университет. URL: http://www.vspu.ac.ru/sveden/education_plans (дата обращения: 18.10.2023).
4. Образовательные программы – Бакалавриат // Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова: [сайт]. URL: https://narfu.ru/studies/speciality/ (дата обращения: 18.10.2023).
5. Учебные планы специальностей по реализуемым образовательным программам // Педагогический институт Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых. URL: https://pi.vlsu.ru/index.php?id=160 (дата обращения: 18.10.2023).
6. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. 9-е изд. М.: Айрис-пресс, 2009. 608 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

АБДУЛКИН Вячеслав Валерьевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и методики обучения математике, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, доцент Центра метематического образования КК ИПК; e-mail: abdulkin@kspu.ru

АКЖОЛОВА Акмарал Алимахуновна – докторант, Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алмата, Казахстан; e-mail: akjolova.akmaral@mail.ru

АНИСЬКИН Владимир Николаевич – декан факультета математики, физики и информатики, Самарский государственный социально-педагогический университет; кандидат педагогических наук, доцент; Самара; e-mail: vnaniskin@gmail.com

АРГУДАЕВА Полина Львовна – магистрант, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; e-mail: istominap1999@mail.ru

АРЖАННИКОВА Надежда Сергеевна – магистрант, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; e-mail: arzhannikova-99@mail.ru

АРХИПОВА Татьяна Викторовна – магистрант, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; e-mail: tanya-arkhipova-2015@mail.ru

БАЖИНА Ксения Николаевна – магистрант, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; учитель математики и информатики, КГАПОУ «ДКИОР», Дивногорск; e-mail: bazhina.k.n@mail.ru

БАРАНОВА Марина Юрьевна – преподаватель, Красноярский педагогический колледж № 1 им. М. Горького», Красноярск; e-mail: marinochkabaranova@mail.ru

БАРАНОВА Светлана Валерьевна – учитель математики, ФМШ СФУ, Красноярск; e-mail: SVBaranova@sfu-kras.ru

БАРСУКОВА Виктория Юрьевна – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующая кафедрой функционального анализа и алгебры, ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», Краснодар; e-mail: barsukova.v.y@gmail.com

БЕЛИЧЕНКО Оксана Михайловна – старший преподаватель кафедры высшей математики, Сибирский государственный университет науки и технологий им. акад. М.Ф. Решетнёва; e-mail: oksanabelichenko4@mail.ru

БЕЛОВ Максим Сергеевич – аспирант, Вологодский государственный университет; e-mail: below.m2014@yandex.ru

БЕЛОРУКОВА Марина Васильевна – старший преподаватель кафедры экспериментальной математики и информатизации образования, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова, Архангельск; учитель математики средней школы № 8 г. Архангельска; e-mail: m.belorukova@narfu.ru

БЕРКУТ Ольга Алексеевна – магистрант, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; e-mail: berkut_olga99@mail.ru

БИДАЙБЕКО Есен Ыкласович – доктор педагогических наук, профессор, Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алмата, Казахстан; e-mail: esen_bidaibekov@mail.ru

БОЧКАРЁВА Даниэла Владимировна – преподаватель, ГАПОУ НСО «Новосибирский колледж легкой промышленности», Новосибирск; e-mail: danaloro13@gmail.com

БУЗУРНЫЙ Максим Игоревич – магистрант, ИМиФИ СФУ; e-mail: a.chigur@inbox.ru

ВОХТОМИНА Ева Дмитриевна – студент, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова; e-mail: eva.vohtomina@yandex.ru

ГАЛИМОВА Алсу Альмировна – студент факультета математики, физики и информатики, ФГБОУ ВО СГСПУ; e-mail: galimova.alsu@sgspu.ru

ГАНЖА Елена Ивановна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и методики обучения математике, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; e-mail: eiganzha@mail.ru

ГИМАТДИНОВА Галия Нурулловна – учитель математики средней школы № 150 имени Героя Советского Союза В.С. Молокова, Красноярск; e-mail: frenchwomen_2014@mail.ru

ДЕРЕВЯНКО Олеся Сергеевна – аспирант, ДВГУПС, Хабаровск; e-mail: olesay311283@mail.ru

ДМИТРИЕВА Анна Олеговна – учитель математики, Красноярский кадетский корпус им. А.И. Лебедя; студент магистратуры, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; e-mail: annadmi24.05@gmail.com

ДРОЗДОВА Анна Владиславовна – магистрант, Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова, Высшая школа информационных технологий и автоматизированных систем; e-mail: drozdovaanya2000@mail.ru

ЕВСЕЕВА Елена Геннадиевна – доктор педагогических наук, профессор кафедры высшей математики и методики преподавания математики, Донецкий государственный университет, Донецк; e-mail: e.evseevs.dongu@mail.ru

ЖГИЛЁВ Максим Александрович – магистрант, Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова, Архангельск; e-mail: zhgilev.m.a@edu.narfu.ru

ЖУРАВЛЁВА Наталья Александровна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и методики обучения математике, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; e-mail: zhuravlevanataly@mail.ru

ЗАХАРОВА Анна Геннадьевна – магистрант, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; e-mail: zahar123456zah@gmail.com

ЗУБОВА Светлана Павловна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры начального образования, Самарский государственный социально-педагогический университет; e-mail: zubova@pgsga.ru

ИКОННИКОВА Татьяна Константиновна – доцент кафедры элементарной математики и теории чисел Московского педагогического государственного университета, кандидат физико-математических наук, Москва; e-mail: ikonnikova.tk@mail.ru

КАМАЛОВА Гульдина Большевиковна – доктор педагогических наук, и.о. профессора, Казахский национальный педагогический университет им. Абая, Алмата, Казахстан; e-mail: g_kamalova@mail.ru

КАРА-САЛ Надежда Маасовна – доцент кафедры математики и МПМ, Тувинский государственный университет; e-mail: karasalnm@mail.ru

КЕЙВ Мария Анатольевна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и методики обучения математике, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; e-mail: mkejv@yandex.ru

КИРНАСОВА Светлана Валерьевна – учитель математики средней школы № 150 им. Героя Советского Союза В.С. Молокова, Красноярск; студент магистратуры, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; Красноярск; e-mail: kirnasovasvetlana@gmail.com

КОВАЛЕНКО Анарина Александровна – аспирант, Донецкий государственный университет, Донецк; e-mail: anarina.kovalenko@mail.ru

КОЗЛОВСКАЯ Инесса Станиславовна – кандидат физико-математических наук, доцент, Белгосуниверситет; e-mail: kozlovskaja@bsu.by

КОЛМАКОВА Наталья Робертовна – кандидат педагогических наук, доцент; e-mail: kolmakovanr@yandex.ru

КОРА Екатерина Юрьевна – магистрант, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; учитель математики, Новоалтатская средняя общеобразовательная школа, с. Новоалтатка Красноярского края; e-mail: katybk23@mail.ru

КОТОВА Лидия Владимировна – кандидат педагогических наук, доцент департамента математики и физики, Московский городской педагогический университет, Москва; e-mail: kolv@inbox.ru

КОЧЕРОВА Татьяна Валерьевна – учитель математики, ФМШ СФУ, Красноярск;
e-mail: TKocherova@sfu-kras.ru

КРАСНОВА Светлана Анатольевна – магистрант, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; преподаватель математики и информатики, КрИЖТ ИрГУПС;
e-mail: svetlana.kkrasnova@mail.ru

КРУПИЦЫН Евгений Станиславович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры элементарной математики и теории чисел, Московский педагогический государственный университет, Москва;
e-mail: krupitsin@gmail.com

КРЮКОВ Александр Константинович – учащийся 8 «Д» класса, МБОУ СШ № 28, Архангельск;
e-mail: sasha.kryukov.09@inbox.ru

КУЗНЕЦОВА Елена Павловна – доцент кафедры математики и методики преподавания математики, Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка, Минск, Республика Беларусь;
e-mail: elenapav@tut.by

КУЛИКОВА Юлия Дмитриевна – аспирант, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; учитель математики, средняя школа № 104 п. Подгорный, ЗАТО г. Железногорск, Красноярский край; e-mail: malyvochka0@mail.ru

ЛАППАЛАЙНЕН Юлия Андреевна – магистрант, Белорусский государственный педагогический университет им. М. Танка, Минск, Республика Беларусь; e-mail: alexa.neko31@gmail.com

ЛАТЫШЕВА Елизавета Юрьевна – магистрант, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; учитель информатики, Стретенская средняя школа им. П.М. Бахарева Красноярского края; e-mail: latysheva1999@yandex.ru

ЛОГИНОВСКАЯ Тамара Николаевна – доцент кафедры высшей математики, Сибирский государственный университет науки и технологий им. акад. М.Ф. Решетнёва; e-mail: loginovskaya46@mail.ru

ЛОЗОВАЯ Наталья Анатольевна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики, Сибирский государственный университет науки и технологий им. акад. М.Ф. Решетнёва, Красноярск;
e-mail: Lozovayanat@mail.ru

ЛЫСОГОРОВА Людмила Васильевна – заведующая кафедрой начального образования, Самарский государственный социально-педагогический университет, кандидат педагогических наук, доцент;
e-mail: lasogorova@gmail.com

ЛУКИЧЁВА Виктория Олеговна – магистрант, Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова; e-mail: lukicheva99@inbox.ru

МАЙЕР Валерий Робертович – доктор педагогических наук, профессор кафедры математики и методики обучения математике, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева;
e-mail: mavr49@mail.ru

МАКАРЕНКО Алёна Александровна – магистрант, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; преподаватель математики, Красноярский хореографический колледж, Красноярск; e-mail: makarenko05-99@mail.ru

МАРЕННИКОВА Виктория Владимировна – студент 4 курса, ФГБОУ ВО ПГУ;
e-mail: viktoriamarennikova@mail.ru

МОНГУШ Айлана Севеновна – кандидат педагогических наук, доцент, Тувинский государственный университет; e-mail: ailseven@mail.ru

МОРОЗ Александра Викторовна – магистр, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; учитель математики, гимназия № 1 «Универс», Красноярск;
e-mail: imfi18veberav@gmail.com

НИКИЧЕНКО Юлия Владиславовна – студент 1 курса магистратуры, Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова, Высшая школа информационных технологий и автоматизированных систем; e-mail: nikichenko_yulia@mail.ru

НОСКОВ Михаил Валерианович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной математики и анализа данных, Сибирский федеральный университет, Красноярск;
e-mail: mvnoskov@yandex.ru

ОВЧИННИКОВА Раиса Петровна – старший преподаватель кафедры экспериментальной математики и информатизации образования, Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова, Архангельск; e-mail: r.ovchinnikova@narfu.ru

ОДИНЦОВА Оксана Петровна – кандидат педагогических наук, доцент; профессор Дрексел-университета, США; e-mail: opo23@drexel.edu

ОЙНАС Инна Лембидовна – кандидат физико-математических наук, доцент, Кубанский государственный университет; e-mail: ioinas@mail.ru

ОСИПОВА Наталья Евгеньевна – студент 3 курса, Красноярский педагогический колледж № 1 им. М. Горького, Красноярск; e-mail: osi.02@mail.ru

ПАВЛОВА Мария Александровна – доцент кафедры ЭМиИО, Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова; e-mail: m.pavlova@narfu.ru

ПАРФЕНТЬЕВА Любовь Васильевна – студент, САФУ имени М.В. Ломоносова; e-mail: parfenteva-2001@mail.ru

ПОЗДНЯКОВА Елена Валерьевна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики, физики и математического моделирования, Кузбасский гуманитарно-педагогический институт Кемеровского государственного университета, Новокузнецк; доцент; e-mail: suppes@li.ru

ПОЛИЧКА Анатолий Егорович – доктор педагогических наук, профессор кафедры математики и информационных технологий, Педагогический институт Тихоокеанского государственного университета, Хабаровск; e-mail: aepol@mail.ru

ПОЛЯКОВА Анна Юрьевна – соискатель, специалист по учебно-методической работе, Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина; Елец; e-mail: poliakova.ani@yadex.ru

ПОПОВА Виктория Валерьевна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики, Сибирский федеральный университет, Красноярск; e-mail: vickvalru@mail.ru

ПУТИНЦЕВА Ирина Викторовна – преподаватель математики и информатики, Красноярский техникум железнодорожного транспорта, Красноярск; e-mail: putinceva_iv@krsk.irgups.ru

РОЖКОВ Александр Викторович – доктор физико-математических наук, профессор, Кубанский государственный университет; e-mail: great.ros.marine2@gmail.com

СААЯ Сылдыс Казараковна – старший преподаватель кафедры математики и методики преподавания математики, ТувГУ, Кызыл; e-mail: saaya@list.ru

СЕЛЕЗНЁВА Ольга Николаевна – магистрант, Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова; e-mail: zlos4asteva2015@mail.ru

СЕНАШОВ Артём Владимирович – преподаватель-исследователь, ассистент, ИИТК СибГУ им. акад. М.Ф. Решетнёва; e-mail: asenashov@mail.ru

СЕНАШОВ Владимир Иванович – доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник, Институт вычислительного моделирования СО РАН; e-mail: sen1112home@mail.ru

СЕНАШОВА Алёна Владимировна – студент, СФУ; e-mail: alena15senashova @gmail.com

СМИРНОВА Ирина Вадимовна – магистрант, МГПУ; учитель математики, ГБОУ города Москвы «Школа № 1568 имени Пабло Неруды»; e-mail: smirnovaiv@mgpu.ru

СОЛОДКОВА Светлана Сергеевна – преподаватель, Кубанский государственный университет;
e-mail: solsvetser@mail.ru

СОМОВА Марина Николаевна – старший преподаватель кафедры высшей математики, Сибирский государственный университет науки и технологий им. акад. М.Ф. Решетнёва; e-mail: somova.marina@mail.ru

СТРАТИЕНКО Юлия Николаевна – студентка факультета математики и компьютерных наук, ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет», Краснодар; e-mail: s0153271@edu.kubsu.ru

ТАБИНОВА Ольга Александровна – кандидат педагогических наук; заместитель директора по учебно-воспитательной работе, Дивногорский колледж-интернат олимпийского резерва, Дивногорск, Красноярский край; e-mail: tabinovaolga@mail.ru

ТОЛКАЧЁВА Елена Георгиевна – преподаватель, Кубанский государственный университет; e-mail: bulty-baktaji@yandex.ru

ТОРОПОВА Светлана Ивановна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры фундаментальной математики, Вятский государственный университет, Киров; e-mail: svetori82@mail.ru

ТРОИЦКАЯ Ольга Николаевна – кандидат педагогических наук, доцент, Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова; e-mail: o.troitskaya@narfu.ru

ТРОЯКОВА Галина Александровна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и МПМ, ТувГУ, Кызыл; e-mail: tga.52@mail.ru

Умбетов Абильхан Умбетович – кандидат физико-математических наук, доцент, Международный университет Астана, Астана, Казахстан; e-mail: umbetov.a@mail.ru

УРМАНОВА Камила Копеевна – магистрант 2 курса, Международный университет Астана, Астана, Казахстан; e-mail: urmanova.kamila@bk.ru

УРОДОВА Дарья Сергеевна – студент, Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова; e-mail: urodova.d@edu.narfu.ru

УТОЧКИН Александр Александрович – магистрант, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; учитель математики и информатики, КГАПОУ «ДКИОР», Дивногорск; e-mail: sanja_u-90@mail.ru

ХОТЕНКО Ирина Валерьевна – учитель математики, средняя школа № 150 имени Героя Советского Союза В.С. Молокова, Красноярск; e-mail: Angirinas@mail.ru

ХУЖАЕВА Аделя Ринатовна – преподаватель первой квалификационной категории, Астраханский государственный технический университет, Астрахань; e-mail: adelya_25.10@mail.ru

ЦАЛЮК Марина Вадимовна – кандидат физико-математических наук, доцент, Кубанский государственный университет; e-mail: mts1978@mail.ru

ЧЕРНЫХ Павел Александрович – магистрант, Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец; e-mail: pavel.chernykh24@mail.ru

ЧУВАШОВ Семен Юрьевич – студент, ИМиФИ СФУ; e-mail: simontahkraa@gmail.com

ШАБАНОВА Мария Валерьевна – доктор педагогических наук, профессор кафедры экспериментальной математики и информатизации образования, Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова, Архангельск; e-mail: shabanova.maria-pomorsu@yandex.ru

ШАШКИНА Мария Борисовна – кандидат педагогических наук, доцент, и.о. зав. кафедрой математики и методики обучения математике, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева; Красноярск; e-mail: m_shashkina@bk.ru

ШИРИКОВ Матвей Сергеевич – магистрант высшей школы информационных технологий и автоматизированных систем, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова, Архангельск; e-mail: shirikov.m@edu.narfu.ru

ШИРИКОВА Татьяна Сергеевна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры экспериментальной математики и информатизации образования, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова, Архангельск; e-mail: t.shirikova@narfu.ru

ШУТРОВА Ирина Владиславовна – аспирант, ассистент кафедры экспериментальной математики и информатизации образования, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова, Архангельск; e-mail: schutrova.ir@yandex.ru

ЯВОРСКАЯ Анна Михайловна – аспирант, Высшая школа информационных технологий и автоматизированных систем, Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова, ассистент; e-mail: a.yavorskaya@narfu.ru

Осенняя научная сессия КГПУ им. В.П. Астафьева
«Система педагогического образования –
ресурс развития общества»

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
В ЭПОХУ ЦИФРОВИЗАЦИИ

Материалы XII Всероссийской с международным участием
научно-методической конференции

Красноярск, 9–10 ноября 2023 г.

Электронное издание

Редактор *А.П. Малахова*
Корректор *М.А. Исакова*
Верстка *Н.С. Хасаншина*

660049, Красноярск, ул. А. Лебедевой, 89.
Отдел научных исследований и грантовой деятельности КГПУ им. В.П. Астафьева,
т. 8(391) 217-17-82

Подготовлено к изданию 22.11.23.
Формат 60х84 1/8.
Усл. печ. л. 44,6