МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования

«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Сирук Анна Анатольевна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИИ» В 9 КЛАССЕ

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

И.о. заведующего кафедрой
канд. пед. наук, доцент М.Б. Шашкина

____
(дата, подпись)

Научный руководитель
канд. пед. наук, доцент каф. МиМОМ О.В. Тумашева

____

Дата защиты

____

Обучающийся
Сирук А.А.

____

Оценка ____
Подписью

Красноярск 2023

Содержание

Введение

Актуальность исследования. Федеральный государственный образовательный стандарт определяет необходимость приведения современного образования в соответствие с запросами времени и общества, учитывая их изменчивость и непостоянство, смену тенденций и влияние глобализации на все происходящие процессы. Качество математической подготовки современных выпускников общеобразовательных учреждений является индикатором готовности общества к ускорению научно-технического прогресса, который, в свою очередь, выступает одной из предпосылок социально-экономического развития Российской Федерации.

В настоящее время на передний план математической подготовки выходит функциональная грамотность, то есть, умение человека решать стандартные задачи в различных сферах жизни посредством использования прикладных знаний. Любой предмет учебной программы обладает определенным потенциалом для формирования и развития функциональной грамотности, в том числе, это касается и математики. Одним из основных компонентов функциональной грамотности является математическая грамотность, которая представляет собой способность обучающегося вести математические рассуждения, интерпретировать и использовать математические знания для решения разноплановых проблем, связанных с многосторонней реальной жизнью. Через познание математики – науки, олицетворяющей собою философию разума и творчества, обучающиеся находят собственное признание, свое любимое дело.

Основные положения формирования математической грамотности обучающихся разработаны в теоретических и эмпирических исследованиях, результаты которых дают возможность утверждать, что знания, полученные школьниками в процессе изучения математики, могут быть использованы в иных сферах. Различные аспекты данных утверждений отражены в научных трудах таких зарубежных исследователей, как Р. Энгл, Р. Диксон, М. Нисс, Дж. Сигноль, А. Эрбас и других авторов. Среди отечественных авторов необходимо отметить работы Г. Ковалевой, А. Леонтьева, Ю. Тюменевой, Л.О. Рословой, утверждавших, что математическая грамотность – это неотъемлемая часть и значимый элемент функциональной грамотности, в целом [14]. По мнению немецких исследователей В. Блюма и Р. Ферри, математическая грамотность – залог высокой компетентности человека в жизни [38]. Однако, несмотря на всю значимость данных работ, следует отметить, что остается большой объем вопросов по формированию математической грамотности обучающихся, а также наличие пробелов в организации современного образовательного процесса в формировании математической грамотности, что обуславливает необходимость дальнейшего изучения исследуемой проблемы. Проведенный анализ результатов научных исследований по проблеме формирования математической грамотности обучающихся, а также анализ реальной школьной практики в образовательных организациях позволил выявить ряд противоречий:

– между требованиями ФГОС к результатам освоения основной образовательной программы и недостаточной ориентированностью в настоящее время процесса обучения математике в основной школе на формирование математической грамотности;

– между достаточной изученностью в педагогической литературе особенностей формирования математической грамотности и недостаточным их учетом в процессе обучения математике в условиях реальной образовательной практики;

– между достаточной изученностью методов формирования математической грамотности и отсутствием организационно-методического обеспечения процесса ее формирования у обучающихся в процессе обучения математике.

Потребность в разрешении вышеназванных противоречий обусловливает актуальность нашего исследования и определяет *проблему*, которая заключается в поиске результативных методических решений по формированию математической грамотности в процессе изучения темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии».

В соответствии с данной проблемой сформулирована тема исследования: «Формирование математической грамотности обучающихся в процессе изучения темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в 9 классе».

Объект исследования: процесс обучения математике в общеобразовательной школе в условиях реализации требований ФГОС.

Предмет исследования: процесс формирования математической грамотности обучающихся в процессе изучения темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии».

Цель исследования: теоретически обосновать и разработать методику формирования математической грамотности обучающихся 9 класса в процессе изучения темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии».

Гипотеза: формирование математической грамотности обучающихся в процессе изучения темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» возможно, если содержание и организация обучения будут способствовать созданию на уроке ситуаций приближенных к реальной жизни.

Достижению поставленной цели способствует решение перечня взаимосвязанных задач:

1. На основе теоретического анализа методической литературы охарактеризовать понятие «математическая грамотность» и охарактеризовать ее компоненты.

2. Определить место темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в школьном курсе математики и её потенциал в формировании математической грамотности обучающихся.

3. Выделить организационно-методические условия формирования математической грамотности.

4. Охарактеризовать содержание обучения, способствующее формированию и развитию математической грамотности.

5. Описать особенности организации изучения темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии», ориентированной на формирование математический грамотности.

6. Организовать экспериментальную работу, представить её результаты.

Опытно-экспериментальная база: МБОУ «Средняя школа № 17 имени Героя Советского Союза В.И. Давыдова», г. Норильск, 9 «А» класс, количество обучающихся 15 человек.

Структура работы: выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, шести параграфов, заключения, библиографического списка. В работе приведены таблицы, диаграммы, рисунки, приложения.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 9 КЛАССА В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИИ»

1.1. Математическая грамотность и ее компоненты

Понятия «грамотность», «элементарная грамотность», «математическая грамотность» и «функциональная грамотность» употребляются в равной степени как в быту, так и в научно-методической литературе. Термин «грамотность» существует на протяжении длительного времени, интерпретация его постепенно трансформировалась в процессе развития социально-экономических отношений, что касается терминов «математическая грамотность» и «функциональная грамотность», то они возникли не так давно, поэтому не имеют единого толкования [43].

Понятие «грамотность» имеет несколько значений (рисунок 1).

- базовый уровень образованности. который предполагает наличие у человека навыков чтения, письма и счета

- один из результатов образования – интегральная характеристика начального уровня образованности

- звено образовательной цепочки: грамотность – образованность – профессиональная компетентность – культура – менталитет (Б.С. Гершунский)

- базовый уровень культурной деятельности – то есть наличие знаний о методах познания (деятельностный элемент)

- ориентир личности (эмоционально-ценностная компонента), то есть, один из структурных элементов функциональной грамотности

- качество подготовки обучающегося, определяющего его готовность к продолжению образования

- профессиональная характеристика, которая имеет положительный акцент и определяет высокий уровень компетентности специалиста в каком-либо направлении

- результат обучения в начальной школе

Рисунок 1. Интерпретация термина «грамотность» [17]

Необходимо подчеркнуть, что грамотность выступает исходным стимулом для развития образовательной цепочки. В отношении математики данная образовательная цепочка может быть представлена следующим образом: «математическая грамотность – математическая образованность – математическая компетентность – математическая культура – менталитет». Таким образом, математическая грамотность (далее – МГ) выступает отправной точкой в процессе развития менталитета человека [28]. Однако же, предложенная иерархия не может рассматриваться как парадигма: то есть, сначала должна формироваться МГ, и только после этого развиваться математическая образованность, – это разделение весьма условно, и в реальном учебном процессе все элементы выступают в органичном единстве.

А.П. Басенко, В.Г. Галицина, Е.И. Казакова, О.Е. Лебедев рассматривают элементарную грамотность как основу общей грамотности [1].

«Функция» происходит от латинского «гипсйо», что в переводе означает осуществление, деятельность, выполнение. То есть, формирование функциональной грамотности (далее – ФГ) у школьников – это побуждение их к различным видам деятельности в контексте изучаемых дисциплин.

Существует восемь основных компонентов функциональной грамотности (рисунок 2).

Рисунок 2. Компоненты функциональной грамотности [43]

Функциональная грамотность – это относительно новое понятие для дидактики и методики обучения. Выделяют два направления изучения сущности данного термина:

– прагматический;

– культурологический.

Прагматики утверждают, что функциональная грамотность – это социальный заказ современного общества, поэтому и рассматривать ее необходимо исключительно с точки зрения профессиональной деятельности и значимости в профессиональном плане. По мнению ученых, придерживающихся прагматических взглядов, ФГ выпускников учебных заведений оценивается в контексте их профессиональной компетентности и достижений в рамках выбранной профессии, которые им удалось достичь в процессе обучения. Профессиональная компетентность для прагматиков – это наивысший образовательный результат и достижение [42].

По мнению их оппонентов, приверженцев культурологического подхода, сверхзадача образования состоит в духовном развитии личности, а основным его достижением можно считать менталитет истинно грамотного человека, который является основой его мировосприятия, мировоззрения и поведения [6]. В культурологическом контексте выявление содержания ФГ заключается в установлении и использовании потенциала отдельных учебных дисциплин в процессе формирования разных видов грамотности: лингвистической, экологической, химической, математической и т. д.

В данном аспекте ФГ актуализируется в профессиональной сфере, а ключевыми компонентами ее являются ответственность, творчество, настойчивость, любознательность, эстетическое восприятие действительности и высокая нравственность [16].

Отправной точкой процесса формирования грамотности можно считать момент поступления ребенка в школу, однако, необходимо подчеркнуть, что становление грамотности – процесс непрерывный, продолжается он в течение всей жизни и зависит не только от знаний, которые получает человек, но и от его способности выявлять пробелы в собственных знаниях и устранять их.

Функциональная грамотность в процессе изучения математики – это интегральная характеристика качества подготовки ученика, помимо усвоенных знаний и умений, отражающая личностный смысл, эмоционально-ценностное отношение обучающегося к учебному предмету (математике) и математической деятельности, а также их применению в процессе решения реальных задач.

МГ обучающихся представляет собою важный структурный элемент ФГ. В свою очередь, функциональная грамотность – это ключевое понятие в теории компетентностного подхода к обучению. Содержание данного термина на протяжении длительного времени является предметом научных дискуссий.

Под «математической грамотностью» Г.С. Ковалева понимает способность человека выявлять роль математики в мире, где он живет, высказывать обоснованные математические суждения и использовать математические познания для удовлетворения своих потребностей, присущих созидательному, заинтересованному и разумно мыслящему гражданину [42].

Автор определяет шесть ключевых характеристик МГ, выражающиеся в способностях (рисунок 3).

- распознавать проблемы, которые могут быть решены средствами математики
- формулировать эти проблемы на языке математики
- решать эти проблемы, используя математические факты и методы
- анализировать использованные методы решения
- интерпретировать полученные результаты с учетом поставленной проблемы
- формулировать и записывать результаты решения

Рисунок 3. Характеристики математической грамотности, выраженные через способности (по Г.С. Ковалевой) [14]

Анализируя представленный рисунок, можно говорить о том, что МГ, по мнению кандидата педагогических наук, это не что иное, как способность человека распознавать проблемы и решать их посредством математических методов.

Можно выделить четыре компонента МГ (рисунок 4), используя которые возможно построить процесс обучения.

Когнитивный: предметные математические знания, необходимые для решения задач в разнообразных практических контекстах.

Деятельностный: умения и навыки, необходимые для решения проблем средствами математики; овладение опытом интерпретации полученных результатов с учетом поставленной проблемы.

Прогностический: эмоционально-ценностное отношение к математике и математической деятельности, понимание возможности применения математики в различных областях деятельности.

Рефлексивный: анализ, контроль и оценка полученного решения, использованных методов, внесение корректировки и методы решения аналогичных задач с учетом возникших затруднений.

Рисунок 4. Компоненты математической грамотности [14]

Исходя из того положения, что математическая грамотность – это часть функциональной грамотности, она обладает деятельностным характером, сущность которого можно выразить следующим образом:

1. Любая деятельность имеет собственную структуру и содержание. Для МГ они закреплены в Государственном образовательном стандарте. Это означает, что обучающийся должен владеть определенным уровнем знаний (правила, формулы, теоремы, алгоритмы решения), который соответствует ступени его обучения.

2. Деятельность предполагает владение навыками, методами, способами ее реализации: то есть, школьник должен не только знать, но и уметь применять полученные знания на практике. Данные навыки определяют степень сформированности у обучающихся действий, которые, по мнению Г. И. Саранцева, определяют деятельностную природу знаний [28]. По окончанию образовательной программы выпускник, по мнению М.В. Кларина, может считаться математически образованным, если он обладает определенными

критериями (рисунок 5).

- понимает сущность предмета математики
- знаком со спецификой математического метода познания окружающей деятельности
- понимает, что математика – это один из методов познания действительности
- знает и уверенно оперирует математическими понятиями и прикладными аспектами математики
- владеет математическими символикой и языком
- имеет понятие о математическом моделировании и опыт его применения в процессе изучения реальных явлений и процессов
- осознает, каким образом математика влияет на социальное развитие, а социальное развитие на математическую науку
- получил опыт творческой математической деятельности и применяет его в различных видах деятельности
- владеет эвристическими и логическими методами познания, применяет их в математической и иных видах деятельности
- знаком со специальными (частными) математическими методами, применяет их в процессе решения математических и прикладных задач
- овладел культурой мышления, общения и труда
- имеет достаточные познания об основных периодах развития математической науки как общечеловеческой культуры
- имеет представление об основных периодах развития математической науки как части общечеловеческой культуры

Рисунок 5. Критерии математически образованного человека
(по М.В. Кларину) [13]

3. По мнению ученых, деятельность не может сводиться только лишь к информационной и логической грамотности. Деятельностный подход определяет необходимость, основываясь на интуиции обучающегося, самостоятельно генерировать новые идеи и математические заключения, овладевать эвристическими методами и приемами на доступном им уровне [26].

4. На основании приобретенных математических знаний школьники должны вырабатывать опыт по решению реальных (или близких к реальным) проблем. Прежде всего, это связано с овладением методикой математического моделирования, о чем уже упоминалось ранее. Процесс овладения данными

знаниями подробно описан в трудах таких авторов, как Т.И. Иванова, Г.С. Ковалева, А.Г. Мордковича и других ученых.

Достижение перечисленных целей позволит выпускнику сформировать деятельностный характер математических познаний, о чем говорилось ранее: то есть, знать определения, уметь ими оперировать, обогащать эвристический опыт применения математики в реальной жизни.

МГ определяет способность человека применять в реальной жизни математические знания в процессе решения различного рода проблем и ситуаций.

Ежедневно человеку приходится сталкиваться с математикой в различных ситуациях: совершая покупки, ведя экономические расчеты, оплачивая счета, делая ремонт и даже готовя ужин. Существует еще множество различных областей и сфер, где не обойтись без точной науки, поэтому вопрос развития МГ можно назвать одним из остроактуальных, вне зависимости от возраста человека и его жизненного статуса. Обучающиеся, которые обладают МГ, способны [44]:

– идентифицировать возникающие проблемы и решать их средствами математики;

– формулировать проблемы на языке математики;

– анализировать использованные методы решения проблем и выбирать решение из нескольких возможных вариантов;

– интерпретировать полученные результаты в соответствии с поставленной проблемой;

– формулировать и записывать варианты решения.

Анализируя модель МГ (рисунок 6), можно раскрыть содержание МГ, которая дает возможность интегрировать математические знания в реальный мир, используя их для решения разного рода проблем.

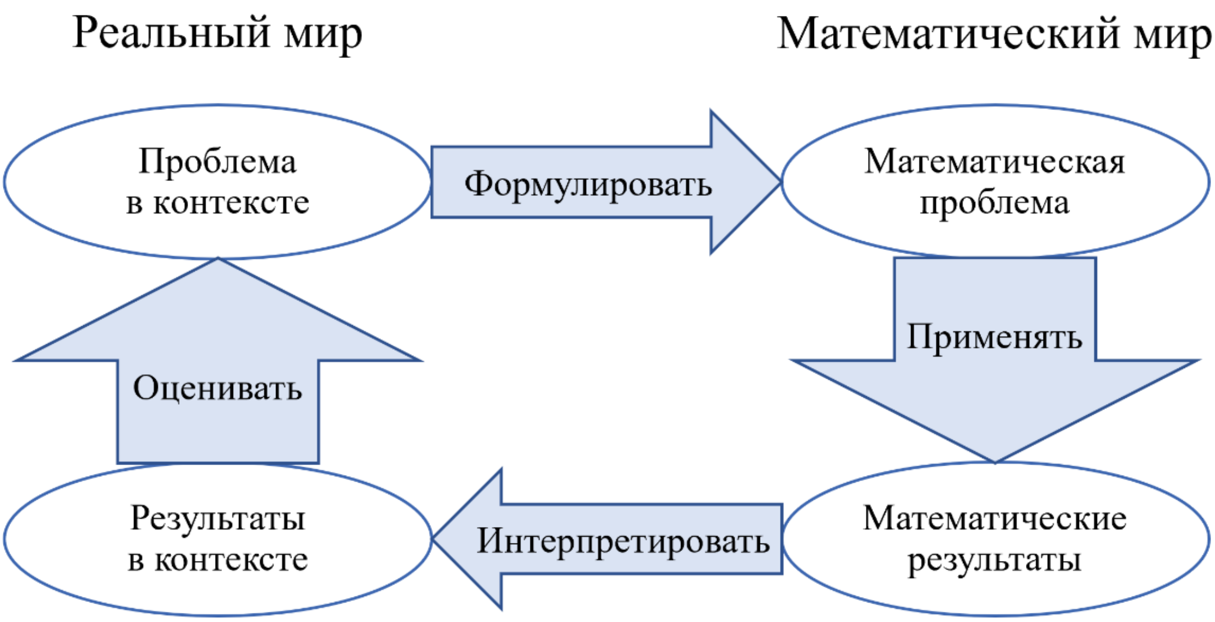


Рисунок 6. Модель математической грамотности [28]

Таким образом, математическая грамотность – это способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений.

1.2. Тема «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в школьном курсе математики

Тема «Арифметическая и геометрическая прогрессии» – это одна из тем курса алгебры: на изучение ее отводится 13 часов (6 – на арифметическую, 7 – на геометрическую) [12]. На первом занятии преподаватель знакомит обучающихся с понятиями «последовательность» и «*n*-й член последовательности», после чего школьники знакомятся с понятиями арифметической и геометрической прогрессии.

Тема «Арифметическая и геометрическая прогрессии» изучается более изолированно, то есть, она наименее связана с другими разделами алгебры, чем другие изучаемые темы. Количество учебных часов, которые отводятся на изучение прогрессий, не позволяет досконально рассмотреть эту достаточно интересную и богатую тему.

Как правило, вычисление прогрессий для учащихся 9-го класса не составляет трудностей, однако, при необходимости сравнения двух числовых рядов между собою и понимание их свойств (тем более объяснение) вызывают у них множество проблем, при том, что на их решение отводится минимальный объем учебного времени.

Мнения ученых относительно темы «Прогрессии», которая изучается в процессе знакомства с алгеброй в 9 классе общеобразовательной школы, разделились. По мнению одних, данная тема обладает богатым потенциалом в плане формирования различных математических навыков и компетенций у учащихся, с точки зрения других (в частности, А.Г. Мордковича), тема эта «тупиковая, не имеющая связей с остальным учебным материалом» [19]. По мнению ученого, последовательности – это тема математического анализа и логично было бы изучать ее в контексте данной дисциплины.

При этом, необходимо не согласиться с данным мнением: тема «Прогрессии» определена ФГОС для изучения в рамках основной школы, поэтому необходимо обязательно ее проходить в соответствии с действующими стандартами. Базовым минимумом в процессе изучения темы являются компетенции (рисунок 7).

- правильно употреблять буквенную символику
- составлять несложные буквенные выражения и формулы
- осуществлять в формулах числовые подстановки и выполнять соответствующие вычисления

Рисунок 7. Базовый минимум знаний и умений при изучении темы «Прогрессии» в 9 классе [11]

Изучаться тема «Арифметическая и геометрическая прогрессии» может двумя способами:

1. Традиционным – то есть, раздельно арифметическая и геометрическая, по окончании изучения темы проводится обобщающее занятие для закрепления полученных знаний и навыков.

2. Параллельно – разнотипные прогрессии изучаются одновременно, что дает возможность тренировать умения школьников понимать их свойства, различать и сравнивать последовательности между собою.

Изначально, на первых уроках по изучению темы, педагогу необходимо тщательно и детально разъяснить учащимся смысл терминов, формируя понятийный аппарат, а также выработать умение использовать индексные обозначения. Для обучающихся, которые обладают более высоким уровнем знаний, можно ввести строгое определение последовательности как функции натурального аргумента, понятие области определения и области значений такой функции, графическое изображение последовательности. Кроме этого, необходимо познакомить обучающихся с различными способами задания последовательности [22].

Изучив тему «Арифметическая и геометрическая прогрессии», 9-тиклассники должны освоить определенные знания и умения (рисунок 8).

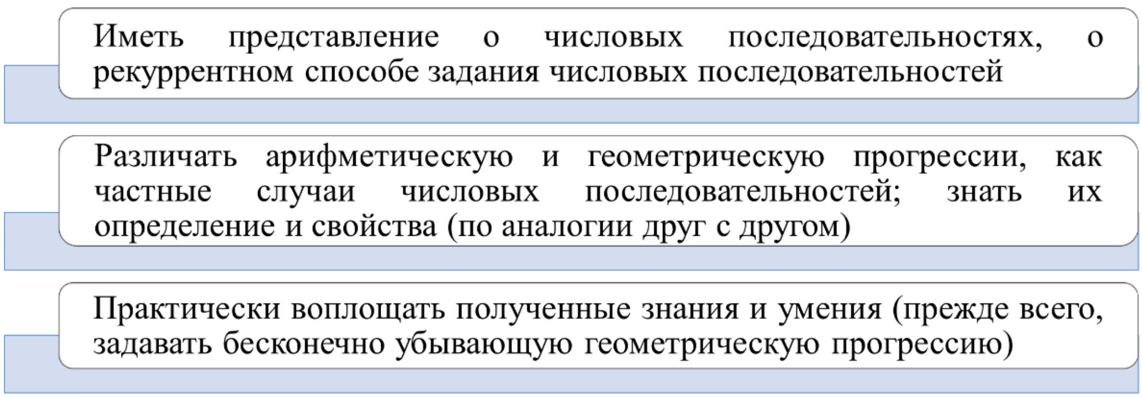


Рисунок 8. Знания и умения, которыми обучающийся должен овладеть при изучении темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии»

В процессе изучения темы прогрессий могут использоваться разнообразные типы задач (рисунок 9).

Тема «Арифметическая и геометрическая прогрессии» имеет значительный потенциал в формировании МГ обучающихся.

- задачи на нахождение числовой последовательности и ее членов
- задачи на вычисление разности (нахождение знаменателя) последовательности
- задачи на вычисление *n*-го члена последовательности через рекуррентную формулу
- задачи на нахождение *n*-го члена последовательности через формулу *n*-го члена
- задачи на нахождение суммы бесконечно убывающей последовательности
- задачи на поиск номера члена заданной последовательности
- логические задачи
- задачи повышенной сложности

Рисунок 9. Типы задач, используемые при изучении тему «Арифметическая и геометрическая прогрессии» [26]

В реальной жизни мы часто встречаемся с различного вида последовательностями. Многие из них используются в самых различных науках. Например, числа Фибоначчи используются в хронологии и периодизации древнейшей истории, в архитектуре, искусстве, музыке, биологии, астрономии, при прогнозировании цен, определяют форму греческих ваз и спиральных галактик, строение подсолнуха и домика улитки. В «Справочнике по целочисленным последовательностям» Н. Слоуна собрано и упорядочено 2300 целочисленных последовательности, а значит и область их применения очень широка. Какую бы профессию в будущем не выбрал обучающийся, он с большой вероятностью встретится с прогрессией, поэтому изучение данной темы необходимо для овладения большинства профессий. А задания на прогрессии является помощником в изучении таких наук как физика, биология, химия, экономика и т. д. Тем самом, в теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» присутствует значительное количество заданий с ситуациями, встречающимися в различных сферах жизнедеятельности человека: в образовательной, в физической (медицина, спорт), в материальной (финансы, получение кредита в банке), в духовной (музыка), в экономической (производство и распределение материальных благ) и т. д. (рисунок 10).

Сфера жизнедеятельности человека	Примеры заданий
Образовательная	Физика. При свободном падении тело прошло в первую секунду 5м, а в каждую следующую на 10м больше. Найдите глубину шахты, если свободно падающее тело достигло его дна через 5 с. после начала падения.
Образовательная	Литература. Вспомним строки из «Евгения Онегина». ...Не мог он ямба от хорея, Как мы не бились отличить... Вычислите прогрессию. Ямб - это стихотворный размер с ударением на четных слогах 2; 4; 6; 8... Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию с первым членом 2 и разностью прогрессии 2. Хорей - это стихотворный размер с ударением на нечетных слогах стиха. Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию 1; 3; 5; 7...
Экономическая	О финансовых пирамидах. Разберёмся в механизмах этих организаций. Организатор начинает вовлекать в свою организацию и говорит, что, если внести указанную плату по указанным адресам по 1 рублю, а затем заплатить ещё по 5 таким же адресам, вычеркнув первый адрес и дописав свой последним, то через некоторое время вы получите уйму денег. Хотя желающих разбогатеть по щучьему веленью немало, но в выигрыше оказываются только учредители такой игры.
Экономическая	Открытие вклада в банке. Два приятеля положили в банк по 10000 рублей каждый, причем первый положил деньги на вклад с ежеквартальным начислением 10 %, а второй- с ежегодным начислением 45%. Через год приятели получили деньги вместе с причитающимися им процентами. Кто получил большую прибыль?
Физическая	Медицина. Больной принимает лекарство по следующей схеме: в первый день он принимает 5 капель, а в каждый следующий день — на 5 капель больше, чем в предыдущий. Приняв 40 капель, он 3 дня пьет по 40 капель лекарства, а потом ежедневно уменьшает прием на 5 капель, доведя его до 5 капель. Сколько пузырьков лекарства нужно купить больному, если в каждом содержится 20 мл лекарства (что составляет 250 капель)?
Физическая	Спорт. Альпинисты в первый день восхождения поднялись на высоту 1400 м, а затем каждый следующий день они проходи ли на 100 м меньше, чем в предыдущий. За сколько дней они покорили высоту в 5000м

Рисунок 10. Примеры заданий по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии», встречающихся в различных сферах жизнедеятельности человека

Таким образом, тема «Арифметическая и геометрическая прогрессии» – это тема, которая обязательна для изучения в 9 классе, в рамках учебного предмета алгебра. Несмотря на значительный потенциал данной темы в контексте формирования посредством ее изучения МГ учащихся (умение использовать заданную информацию, развивать и пополнять знания, решать олимпиадные задания по теме и задачи повышенной сложности, и т. п.), на ее изучение отводится минимальный объем учебного времени.

1.3. Организационно-методические условия формирования математической грамотности

Под организационно-методическими условиями поднимется обеспечение ряда условия для реализации профессиональной деятельности и деятельности детей, направленных на достижение поставленных целей.

Для эффективного развития МГ необходимы определенные условия (рисунок 11).

- обучение должно носить деятельностный характер

- учебная программа должна быть взвешенной и учитывать индивидуальные интересы учащихся и их потребность в развитии

- учащиеся должны стать активными участниками процесса изучения нового материала

- учебный процесс необходимо ориентировать на развитие самостоятельности и ответственности ученика за результаты своей деятельности

- в урочной деятельности использовать продуктивные формы групповой работы

- активно поддерживать исследовательскую деятельность учеников в области сложных глобальных проблем

Рисунок 11. Условия развитие математической грамотности

Наиболее значимым, пожалуй, можно назвать один из первых функциональных навыков грамотности в математике – читать и понимать сложные тексты, из которых не всегда легко установить, что необходимо сделать для того, чтобы решить задачу. К сожалению, данной проблеме уделяется недостаточное внимание при изучении математических тем, особенно, в старших классах.

Анализируя статистические данные о результатах ВПР, ОГЭ, ЕГЭ [24], следует отметить, что очень часто школьники допускают ошибки, которые вызваны неправильной интерпретацией условий задачи: неверно понимая задание, обучающиеся находят неправильный ответ. К примеру, в случае, когда необходимо найти и записать меньший корень квадратного уравнения, школьники, неправильно истолковавшие задание, находят и записывают значение большего корня. Показателем того, что условие прочитано неверно, является слишком сложное решение задачи или результат, который с первого взгляда выглядит неверным. Переход современного образования на ФГОС нового поколения, требует кардинального пересмотра содержания математического образования. Сегодня перед педагогом стоит задача не просто транслировать учащимся знания, умения и навыки, а формировать математическую компетентность, выраженную в способности применять математический аппарат для решения практических задач.

Для повышения эффективности в вопросе формирования МГ обучающимся *необходимо предлагать для решения учебные задачи, которые близки к реальным, проблемным ситуациям, с которыми зачастую можно столкнуться в обычной жизни*. Прежде всего, речь идет о задачах на прикидку и оценку, поскольку умение делать прикидку порою не менее важно, чем умение получить достоверный ответ. Оно дает возможность находить ошибки, принимать обоснованные решения (покупать/не покупать; вкладывать во что-то или нет и т.д.), определяя, насколько достоверны данные.

Практико-ориентированные (контекстные) задачи – еще одно эффективное средство в решении вопроса о формировании и развитии математической грамотности у обучающихся. Это вид задач, которые раскрывают роль математики в смежных дисциплинах, а также в таких областях, как сфера обслуживания, экономика современного производства, быт и многое другое [44]. Поэтому *обогащение содержания обучения контекстными задачами – ещё одно условие формирования математической грамотности.*

В процессе обучения, решая контекстные задачи, школьники получают определенный социальный опыт. В такого рода задачах важным является понимание нематематической ситуации, которая отражена в условиях: решая их, обучающиеся опираются не только на полученные знания, но и на жизненный опыт. При отсутствии достаточного жизненного опыта (или его ограниченности) решение задачи вызывает у школьника затруднения: таким образом, обнаруживаются пробелы знаний и компетентности в иных важных сферах, которые только косвенно связаны с математикой.

Практико-ориентированные задачи дают возможность отрабатывать читательскую грамотность, умение использовать алгоритмы решения, а также обеспечивает интеграцию знаний. Если выпускники общеобразовательного учреждения не планируют связывать свою жизнь с математикой в дальнейшем, им, волей-неволей придется принимать решения, которые связаны с анализом сложившейся ситуации, на основании полученных данных. Данные могут носить абсолютно разный характер – информация на рекламном щите, текст договора, письмо или инструкция к электроприбору.

Формирование математической грамотности – это сложный многоаспектный процесс, который требует длительного времени. Для того, чтобы достичь высоких результатов, педагог должен обладать умением *грамотно сочетать различные современные образовательные технологии*, о которых далее и пойдет речь.

На сегодняшний день выделяют несколько образовательных технологий, способствующих формированию МГ:

1. Технология критического мышления, цель которой состоит в развитии мыслительных навыков школьника, которые пригодятся ему в дальнейшей, взрослой жизни. К таким навыкам можно отнести следующие умения:

– принимать взвешенные и обоснованные решения;
– работать с различного рода информацией, адаптируя ее для собственных целей;
– анализировать различные стороны и аспекты явлений [28].

При использовании технологии критического мышления происходит смена ролей: ученик меняется местом с учителем, который, в свою очередь, исполняет роль консультанта, помощника. Элементы технологии, которые чаще всего с особым энтузиазмом принимают обучающиеся:

– составление кластеров по различным темам;
– задания на возвращение к «известной информации»;
– приемы «корзина идей» и «мозаика, инструкции, памятки».

Перечисленные приемы дают возможность отрабатывать приобретенные в процессе обучения навыки.

Технология критического мышления предполагает использование на уроках трех этапов:

Этап 1 «Вызов»: школьник ставит перед собою вопрос «Что я знаю?» в отношении конкретной темы;

Этап 2 «Осмысление»: отвечает на вопрос «Что хочу узнать?», и предполагает получение ответов на ранее поставленные вопросы.

Этап 3 «Рефлексия»: вопрос, который можно поставить на данном этапе «Что я узнал?», школьник обобщает для себя полученные знания, осмысливает их и трансформирует для лучшего усвоения и использования в дальнейшем.

Формирование МГ происходит через критическое мышление, данная технология способствует развитию навыков работы с информацией, логическому мышлению, аргументированному решению проблем, самообучению и коллективному решению задач (в группах). Для этого в урок включаются следующие задания:

– задания с деформированным текстом;
– задания, в которых имеются лишние данные;
– задания с противоречивыми данными;
– задания, в которых данных недостаточно для решения;
– много вариативные задания (имеют несколько вариантов решения).

2. Технология проблемного обучения.

Успешность данной методики обеспечивается синергией усилий преподавателя и обучающегося. Ключевой дидактический прием – создание проблемной ситуации, представленной в форме познавательной задачи. При этом, необходимо учитывать, что проблемные ситуации должны быть понятны школьникам и трудны настолько, чтобы имелась возможность их разрешить.

Представим схему проблемного обучения (рисунок 12).

В процессе творческо-исследовательского сотрудничества педагога и обучающихся последние открывают для себя новые знания и постигают теоретические особенности математики. К наиболее эффективным проблемным методам обучения относятся диалогические: побуждающий и подводящий диалоги [29].

Рисунок 12. Схема проблемного обучения [40]

Данная технология формируют МГ в процессе поиска решения проблемы. Обучающиеся открывают для себе новые умения и навыки, необходимые для решения проблем, овладевают опытом интерпретации полученных результатов с учетом поставленной проблемы. Формируется деятельностный компонент МГ, обучающиеся выбирают, интерпретируют и отбирают необходимую информацию для решения предложенной жизненной ситуации (жизненные и профессиональные проблемы), преобразовывают информацию о реальных событиях и явлениях, представляют её в таблицах, смехах, графиках, диаграммах.

3. Проектная технология – совместная учебно-познавательная, творческая или игровая деятельность педагога и школьников, которая имеет общую цель, согласованные методы и формы деятельности, которые направлены на достижение общего результата – создание проекта. Ее применение способствует приобретению школьниками навыков самостоятельного ориентирования в информационном пространстве и конструирования знаний, проявления компетентности в вопросах, связанных с подготовкой и реализацией проекта, критического мышления.

Цель проектной деятельности – создание творческого продукта, направленного на решение ряда задач (рисунок 13).

Роль учителя в проблемном обучении – наставник, куратор, советник, только не исполнитель. Цель анализируемой технологии – овладение базовыми умениями и навыками в процессе творческой самостоятельной работы, развитие социального сознания [32].

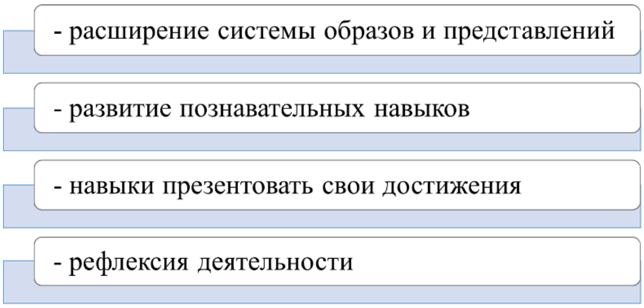


Рисунок 13. Задачи проектной деятельности

При разработке урока с учетом проектной технологии обучающиеся формируют все компоненты МГ: когнитивный, деятельностный, прогностический, рефлексивный. Обучающиеся понимают условия заданий, определяют ограничения при описании ситуации и при нахождении её решения, применяют полученные знания в практической ситуации. Зачастую проектная деятельность проходит в групповой форме, так ученики делятся своим жизненным опытом и обговаривают ход действий решения задания с проблемой окружающей жизни. В ходе проведения проектной работы повышается уровень культуры математического мышления и математической деятельности, осуществляются саморегуляция, коррекция и рефлексия деятельности.

4. Игровая технология – это синтез рационального и эмоционального в процессе обучения. В игровой деятельности происходит получение и обмен информацией, формируются навыки общения и взаимодействия. Играя, школьник (несмотря на то, что речь может идти о старшеклассниках) легче запоминает учебный материал, учится взаимодействовать со сверстниками, действовать в рамках заданных правил, находить несколько вариантов решений и творчески проявлять свою активность. Игровая деятельность в процессе изучения математики позволяет разнообразить содержание занятий, сделать информацию более доступной и интересной, поднять настроение и создать позитивную

атмосферу взаимодействия на уроке.

Использовать технологию можно на разных этапах урока:

– в начале занятия игра способствует активизации обучающихся, стимулирует их творческую активность;

– в середине урока помогает переключать внимание учащихся, дает возможность расслабиться и восстановить эмоциональный фон: особенно полезно использовать игры в процессе изучения сложных тем, которые требуют максимальной концентрации внимания;

– в завершении урока игровые приемы дают возможность проверить, надежно ли усвоены новые знания, а также закрепить изученный материал.

Цель игровой технологии – превратить сложный и напряженный труд в интересное и занимательное занятие. При этом, могут использоваться различные технологии:

– компьютерные – вызывают повышенный интерес у обучающихся, создают мотивацию для познания нового;

– информационные – превращают школьников в путешественников, исследователей и первооткрывателей, позволяя им открывать новые истины и стремиться к достижимым горизонтам знаний;

– мультимедийные – обеспечивают наглядность материала.

Работа с компьютером позволяет получить доступ к актуальной информации, вести диалог с «источником знаний», оценивать знания школьников в новых формах (тесты, квесты, лабиринты и онлайн- викторины). Успешность в процессе обучения с использованием компьютерных технологий, обеспечивается возможность вариативности обучения и максимального охвата конкретной темы [26].

Игровая технология – это эффективный способ обучения математике, поскольку, игра – это часть жизни человека на любом этапе его развития. Использование на уроках игровых заданий формирует и развивает МГ обучающихся, позволяет более уверенно ориентироваться в простейших закономерностях окружающей их действительности и активнее использовать математические знания в повседневной жизни.

5. Информационно-коммуникационная технология – это педагогическая технология, использующая специальные программные и технические средства для доступа к различным информационным источникам (электронным, печатным, инструментальным, людским) и инструментам совместной деятельности, направленные на получение конкретного результата. Эта технология наиболее актуальная в решении вопроса формирования МГ. Это обусловлено тем, что ее использование предполагает работу с различными источниками информации (интернет, средства мультимедиа, библиотека). Преимуществом является принцип наглядности, который реализуется в процессе обучения, поскольку именно наглядность дает наибольший эффект запоминания сложного математического материала. Информационно-коммуникационная технология предполагает использование богатого потенциала мультимедийной презентации, однако, увлекаться ей не следует: презентация должна только акцентировать внимание обучающихся на значимых моментах, а не дублировать абсолютно всю информацию [40].

6. Личностно-ориентированная технология, сущность которой заключается в создании педагогом на занятиях такой обстановки, когда ученики не просто постигают новые знания, но и раскрывают личностные компетенции. Обеспечить такую обстановку можно посредством создания эмоционального положительного настроя обучающихся на работу [26]. Существуют факторы, определяющие специфику личностно-ориентированной технологии (рисунок 14).

- Педагог тщательно продумывает содержание занятия, включая в него задания, которые дадут возможность ученикам раскрыть свой потенциал, задавая вопросы, высказывая оригинальные идеи и гипотезы
- На уроке должен быть организован обмен мнениями, оценками, что стимулирует учащихся к творческой активности наравне со своими одноклассниками
- Необходимо стремиться создать для каждого обучающегося индивидуальную ситуацию успеха
- Педагог должен стимулировать учеников к поиску альтернативной информации в процессе подготовки к занятиям (к примеру, уроки могут быть продолжением друг друга, постепенно развивая определенную математическую тему и раскрывая её с различных точек зрения и ракурсов)
- Одним из вариантов использования личностно-ориентированной технологии являются вариативные домашние задания, что позволит каждому обучающемуся максимально проявить свои творческие способности, раскрыть сильные стороны, обеспечивая формирование и укрепление позитивного отношения к учебе в целом, и изучению математики, в частности

Рисунок 14. Факторы, определяющие специфику личностно-ориентированной технологии

Педагог, зная индивидуальные особенности обучающихся, их интересы, подбирает задания разного уровня сложности приближенные к их реальной жизни, это способствует формированию МГ обучающихся.

Таким образом, необходимо отметить, что современная школа – это не просто передача знаний, умений и навыков, но и творческий, организованный и продуманный процесс, в котором используются различные методики и технологии, позволяющие максимально развивать индивидуальность, креативность, раскрывать потенциал учащихся и формировать МГ, которая обеспечивает решение сложных повседневных задач с максимальной эффективностью.

Вывод по 1 главе

Резюмируя первую главу выпускной квалификационной работы, необходимо сделать следующие выводы.

Математическая грамотность – это значимая составляющая функциональной грамотности обучающегося.

Функциональная грамотность в процессе обучения математике – это интегративная характеристика, которая не только обозначает тот объем знаний, навыков и умений, которые школьник приобрел в процессе обучения, но и его личностное эмоционально-ценностное отношение к науке, а также умение применять полученные математические знания для решения реальных проблем.

Формирование математической грамотности – это непрерывный процесс, который предлагает организацию педагогической деятельности, направленной на ее формирование на каждом уроке и при любой изучаемой теме.

Раздел алгебры «Арифметическая и геометрическая прогрессии» – это тема, обязательная для изучения в 9 классе общеобразовательной школы. Для того, чтобы способствовать закреплению темы и сформировать у обучающихся потребность в самостоятельной познавательной деятельности в рамках изучения числовых последовательностей и их свойств, педагоги должны использовать различные методики, приемы и технологии, активизируя интерес учащихся к теме прогрессий и внося в материал учебной программы разнообразие в рамках изучаемой темы.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 9 КЛАССА В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИИ»

2.1. Содержание обучения, способствующее формированию математической грамотности обучающихся

Содержание обучения – это учебная информация, которая адаптирована педагогом в соответствии с учебными целями, позволяющая передать учащимся необходимые знания, умения, навыки и практический опыт [18].

Анализ существующего содержания учебно-методических пособий по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» показал, что задания предлагаемые обучающимся 9 классов в ходе изучения данной темы направлены на формирование МГ обучающихся, они ориентированы на применение полученных знаний в реальных жизненных ситуациях.

При разработке заданий, необходимо учитывать их особенности и требования к ним (рисунок 15).

Рисунок 15. Требования к задачам, направленных на формирование математической грамотности

Задачи могут содержать лишние данные, большой объём информации, что приводит обучающегося к необходимости вдумчивого прочтения текста, выделения необходимых данных для понимания математической сути заданной проблемы.

«Математическая грамотность» включает в себя математические компетентности, которые можно формировать через специально разработанную систему задач (рисунок 16).

Рисунок 16. Система задач, через которую формируются математические компетентности математической грамотности

Возможно несколько форматов ответов на задачи (рисунок 17).

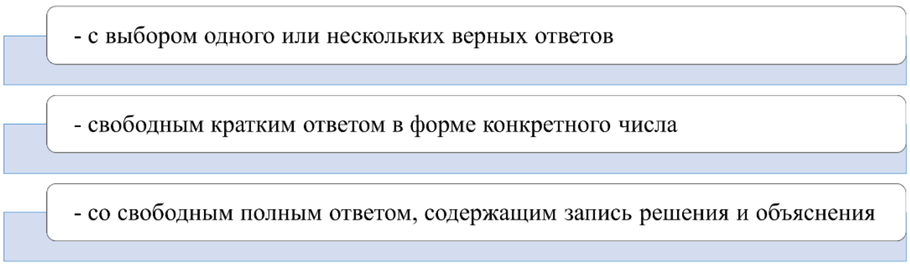


Рисунок 17. Форматы ответа на задачи

Существуют контексты (особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании) задач, ориентированных на формирование МГ:

1. Индивидуальные. Задачи про деятельность человека, его семьи, группы сверстников. Виды деятельности: приготовление пищи, покупки, игры, здоровье, личный транспорт, спорт, путешествия, расписание дня и личные финансы.

2. Профессиональные. Задачи про сферу труда. Понятия: измерение, расчет и заказ материалов для строительства, начисление зарплаты, бухучет, контроль качества, дизайн и архитектура. Задания должны быть доступны для учеников

15-ти лет.

3. Социальные. Задачи про сообщество: местное, национальное, глобальное. Понятия: система голосования, общественный транспорт, правительство, госполитика, демография, реклама, национальная статистика и экономика.

4. Научные. Задачи про то, как применять математику в мире природы, про науку и технику. Контексты: погода или климат, экология, медицина, космическая наука, генетика, измерения и сам мир математики.

Приведем примеры заданий по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии», для каждой группы задач (рисунок 18).

Группа задач	Примеры задач
Задачи, в которых требуется воспроизвести факты и методы, выполнить вычисления	1. В амфитеатре 10 рядов. В первом ряду 25 мест, а в каждом следующем на 3 места больше, чем в предыдущем. Сколько мест в восьмом ряду амфитеатра? 2. Популяция кабанов в заповеднике увеличивается каждый год на 10 %. Сколько полных лет должно пройти, чтобы число кабанов увеличилось не менее чем в 2 раза? 3. В поселке 16 000 жителей. Приезжий в 8.00 рассказывает новость трем соседям; каждый из них рассказывает новость уже трем своим соседям и т. д. Во сколько эта новость станет известна половине посёлка?
Задачи, в которых требуется установить связи и интегрировать материал из разных областей математики	1. У Яны есть попрыгунчик (каучуковый шарик). Она со всей силы бросила его об асфальт. После первого отскока попрыгунчик подлетел на высоту 240 см, а после каждого следующего отскока от асфальта подлетал на высоту в два раза меньше предыдущей. После какого по счёту отскока высота, на которую подлетит попрыгунчик, станет меньше 5 см? 2. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 7 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 640 мг. Найдите массу изотопа через 42 минуты. Ответ дайте в миллиграммах. 3. Диаметры пяти шкивов, насаженных на общий вал, образуют арифметическую прогрессию. Сумма диаметров первого и третьего шкивов составляет 26,8 см, а второго и четвёртого — 31,6 см. Сколько сантиметров составляет диаметр наибольшего шкива?
Задачи, в которых требуется выделить в жизненных ситуациях проблему, решаемую средствами математики, построить модель решения	1. Иванов взял кредит в банке на некоторую сумму рублей под 6 % годовых. Через 5 лет он вернул банку 800 тыс. рублей. Какую сумму денег Иванов взял в кредит? 2. Трое рабочих могут выполнить некоторую работу, при этом А может выполнить её один раз в три недели, В - три раза за 8 недель, С - 5 раз за 12 недель. За какое время они смогут выполнить эту работу все вместе? (в неделе 6 рабочих дней по 12 часов) 3. Лера решила заказать себе такси. Подача машины и первые 2 минуты поездки в совокупности стоят 99 рублей, а стоимость каждой следующей минуты поездки фиксирована. Стоимость поездки с 3 по 22 минуту (включительно) составила 120 рублей, а с 3 по 32 минуту - 180 рублей. Найдите итоговую стоимость поездки, если поездка длилась 52 минуты.

Рисунок 18. Примеры заданий по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии»

Рекомендации по использованию заданий, направленных на формирование МГ:

1. Задания лучше выполнять в парах или группах (это зависит от объёмности задания), тогда у учащихся будет возможность обсудить сюжет, используя «коллективный» опыт, уточнить своё понимание ситуации, возможно, задать вопросы учителю. Это поможет выйти на выявление математической сути задания и адекватно сформулировать на языке математики, найти необходимые способы решения.

2. Обсуждение полезно и на этапе решения задачи, и на этапе интерпретации полученных результатов, чтобы понять, все ли необходимые условия учтены, можно ли решить иначе, проще, рациональнее, соответствует ли математическое решение контексту ситуации и т. п. Обсуждая с классом результаты выполнения задания, учитель должен акцентировать внимание на трёх моментах: как ситуация была преобразована в математическую задачу; какие знания, факты были использованы, какие методы и способы решения были предложены и обсудить их достоинства; как можно оценить полученное решение с точки зрения исходной ситуации.

3. Использовать следующую структуру заданий: даётся описание ситуации (введение в проблему), к которой предлагаются два связанных с ней вопроса.

4. Введение в проблему представляет собой небольшой вводный текст, мотивирующего характера, который не содержит лишней информации, не связанной с заданием или не принципиальной для ответа на поставленные далее вопросы. Введение не должно содержать информацию, которая носит отвлекающий характер. Важно: уровень овладения читательской грамотностью не должен отражаться на проверке МГ.

5. Информация, сообщаемая в задании, даётся в различных формах: числовой, текстовой, графической (график, диаграмма, схема, изображение и др.), она может быть структурирована и представлена в виде таблицы. Наличие визуализации обязательно. Оказать помощь учащимся в части мысленной визуализации и погружения в сюжет должны фото и рисунки. Графические

средства визуализации математического содержания проблемы окажут учащимся помощь на этапе её моделирования, послужат опорой для проведения рассуждений.

6. Если введение содержит слова, которые могут быть не известны учащимся, то в нём можно дать краткое пояснение, определение и/или иллюстрацию к ним.

7. Вопрос позволяет раскрыть приведённую ситуацию с определённой стороны. Каждый самостоятельный содержательный шаг фиксируются; все основные элементы выделяются для оценивания. Для выполнения большинства заданий не требуется делать громоздкие вычисления, что позволяет значительно уменьшить влияние вычислительных ошибок на демонстрацию учащимся понимания изученных понятий, применение способов действий для решения поставленных задач. В большинстве заданий не содержится прямых указаний на способ, правило или алгоритм выполнения (решения), что позволяет проверить, насколько осознанно учащиеся применяют полученные знания. Для ответа на вопрос задания достаточно информации, представленной в описании ситуации; если для ответа на последующие вопросы требуется дополнительная информация, то она сообщается в формулировке вопроса или отдельно. Например, если для выполнения задания требуется использовать формулы, то они приводятся в качестве справочного материала.

8. Учитывается, что задания предлагаются учащимся на компьютере, и ответы они вносят, используя его клавиатуру. При разработке заданий используются возможности компьютера, позволяющие проводить построение заданных математических объектов, переносить на плоскости заданные объекты, выполнять вычисления с заданными числами и др.

9. Используются задания разного типа по форме ответа:

− с выбором одного или нескольких верных ответов из предложенных альтернатив;

− со свободным кратким ответом в форме конкретного числа, одного-двух слов.

Задания по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» можно использовать по усмотрению учителя (рисунок 19).

- как игровой момент на уроке
- как проблемный элемент в начале урока
- как задание – «толчок» к созданию гипотезы для исследовательского проекта
- как задание для смены деятельности на уроке
- как модель реальной жизненной ситуации, иллюстрирующей необходимость изучения какого-либо понятия на уроке
- как задание, устанавливающее межпредметные связи в процессе обучения
- некоторые задания заставят сформулировать свою точку зрения и найти аргументы для её защиты
- можно собрать задания одного типа и провести урок в соответствии с какой-то образовательной технологией

Рисунок 19. Использование на уроках заданий по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии»

При решении задач по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» учителю необходимо учесть, что в состав метода решения задач входят следующие действия:

– анализ условий задачи;
– действия конкретизации сравнения имеющихся теоретических знаний, полученных в результате выполненного анализа условий конкретной задачи;
– действия, свойственные только методу решения задач на прогрессии.

Существенно важной при решении набора математических задач является установка учителя. Если при решении задач из набора обобщался тип задачи (по содержанию математических знаний; по действиям, необходимым для решения задач данного типа; по приемам решения задачи), то обучающийся накапливает учебные факты. Вследствие активного усвоения общих ориентиров типа математических задач и последовательности специфических, общих учебно-познавательных действий школьник учится решать не только каждую конкретную математическую задачу, но и относит ее к конкретному типу. Следовательно, при решении математических задач учебная задача является такой задачей, цель решения которой получить теоретическое обобщение математических задач определенного типа. При этом она определяется взаимосвязью специфических, общих учебно-познавательных действий.

Таким образом, задачи наилучшим образом позволят обучать умению «распознавать проявления математических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей».

2.2. Организация изучения темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии», ориентированная на формирование математической грамотности обучающихся

Центральный компонент математической грамотности – связь между математическими рассуждениями и решением поставленной проблемы. Для решения проблемы математически грамотный обучающийся сначала должен увидеть математическую природу проблемы, представленной в контексте реального мира, и сформулировать ее на языке математики. Затем применить математические понятия, факты, процедуры размышления, а после интерпретировать, использовать и оценить математические результаты.

Представим разработанные урок, фрагменты уроков, методические разработки, построенные с использованием образовательных технологий, ориентированных на формирование МГ обучающихся, с включением в них заданий по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии».

Первой разработкой стал фрагмент урока по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» с применением технологии критического мышления (Приложение А).

Для формирования МГ на уроке с использованием данной теологии учителю помогает такой её элемент, как кластер. Он помогает обучающимся вспомнить материал, который относится к теме урока, систематизировать знания. Задается ключевое слово, событие, обучающиеся называют факты, термины, даты, относящиеся к этому слову, событию, затем формируется кластер объединяя ответы по какому-либо принципу.

Рекомендации по использованию технологии критического мышления при проведении уроков:

– использование научных задач;

– ответить на представленные задачи возможно с подробным объяснением и записями решения;

– лучше использовать групповую форму деятельности;

– информацию для решения задач представлять в текстовой, графической форме.

Обучающиеся в ходе проведения групповой работы актуализуют ранее изученный материал, происходит осмысление усвоенных математических знаний, они определяют ограничения при описании ситуации и при нахождении решения, интерпретируют полученное решение в рамках предложенной ситуации, интерпретируют и преобразовывают информацию о реальных явлениях, представленную в таблицах, графиках. Обучающиеся работают с математической информацией, понятиями, утверждениями, умозаключениями, применяют такой способ представления результата, как образно-графический.

Таким образом, при включении данного фрагмента с применением технологии критического мышления в урок у обучающихся формируются когнитивный и деятельностный компоненты МГ.

Следующей разработкой стал урок по теме «Прогрессии и банковские расчеты» с применением технологии проблемного обучения (Приложение Б). На уроке преимущественно была представлена групповая форма деятельности (две группы), каждая группа решала ситуацию из реальной жизни (открытие вклада в банке) несколькими способами, в ходе чего были выстроены две математические модели решения ситуаций (арифметическая и геометрическая прогрессия).

Чтобы ответить на вопрос проблемной ситуации обучающиеся актуализируют ранее изученный материал, происходит осмысление усвоенных математических знаний. При решении задач обучающиеся находят применение математических знаний для решения профессиональных проблем, интерпретируют полученные результаты с учетом поставленной проблемы, овладевают математическим языком и с его помощью описывают ситуации окружающего мира, строят и применяют математические модели при решении задач. Ученики понимают влияние математических понятий и способов решения на социальное развитие общества, видят возможности применения математики в различных предметных и профессиональных областях. Также обучающиеся формируют умение оценивать результаты вычислений при решении практических задач, выполнять сравнение числовых данных в реальных ситуациях, осуществлять саморегуляцию, коррекцию и рефлексию деятельности.

Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод, что проведение урока с применением технологии проблемного обучения формирует когнитивный, деятельностный, прогностический и рефлексивный компоненты МГ, а значит у обучающихся возможно повышения уровня сформированности МГ.

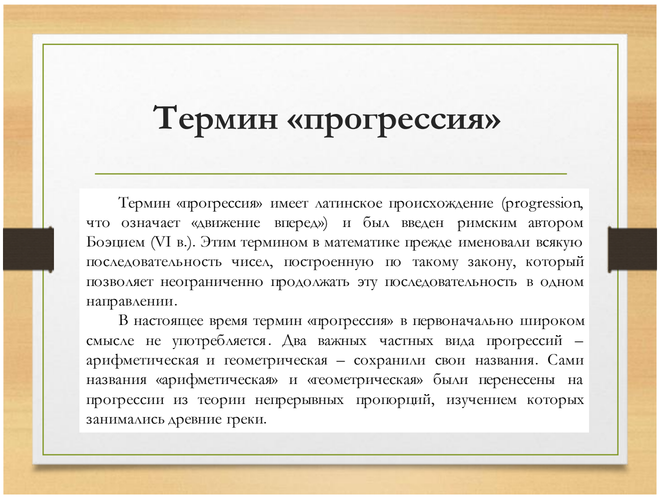
Ещё одной разработкой стал урок с использованием проектной технологии (Приложение В). Учащиеся были поделены на три группы. Каждая группа разрабатывала собственный продукт проектной деятельности (презентация) на тему «Арифметическая и геометрическая прогрессии в жизни человека». Для мотивации и организации работы на уроке учителем была подготовлена презентация (рисунок 20).

В ходе проведения урока, на этапах поиска информации, разрабатывания продукта проекта обучающиеся учились выбирать, интерпретировать и отбирать примеры, показывающие связь теоретических фактов и понятий с другими предметами и решением жизненных ситуаций и проблем, понимать значимости математических знаний для решения повседневных и профессиональных проблем, понимание необходимости специальной математической подготовки для успешного осуществления профессиональной деятельности, а также понимать возможности применения математики в различных предметных и профессиональных областях, для решения жизненных проблем, и тем самым формировались когнитивный, деятельностный и прогностический компоненты МГ, а значит данная технология подходи для формирования МГ обучающихся.

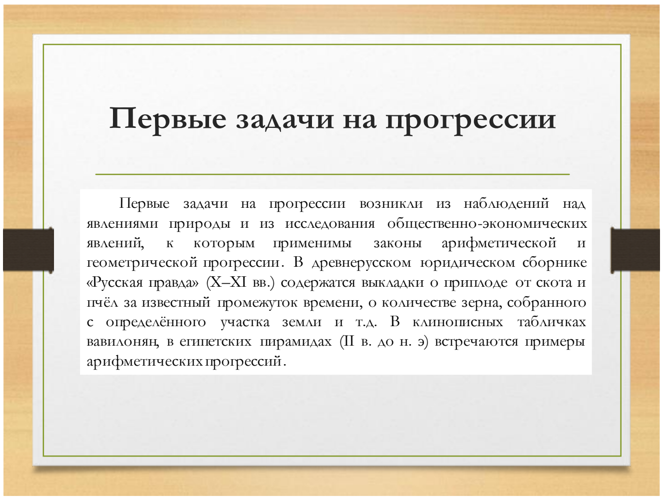
Слайд 1

Слайд 2

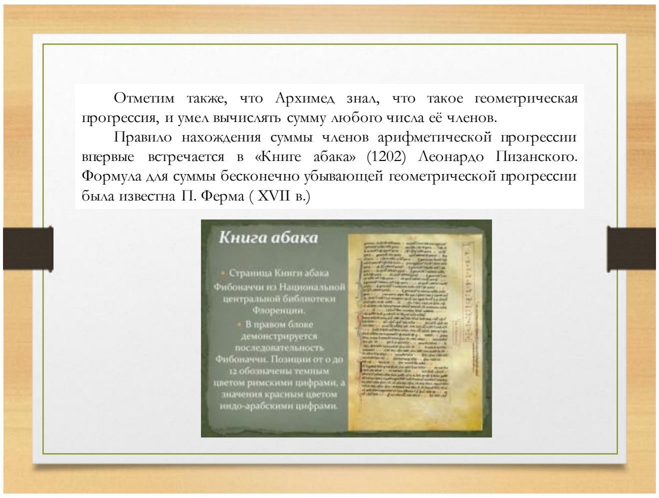
Слайд 3



Слайд 4



Слайд 5

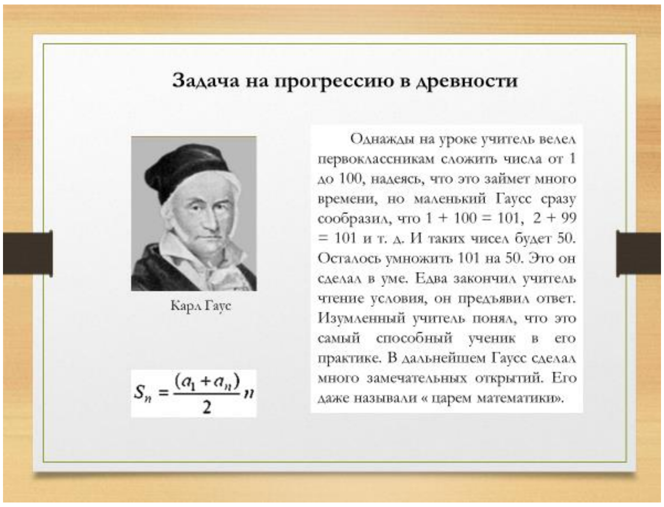


Слайд 6

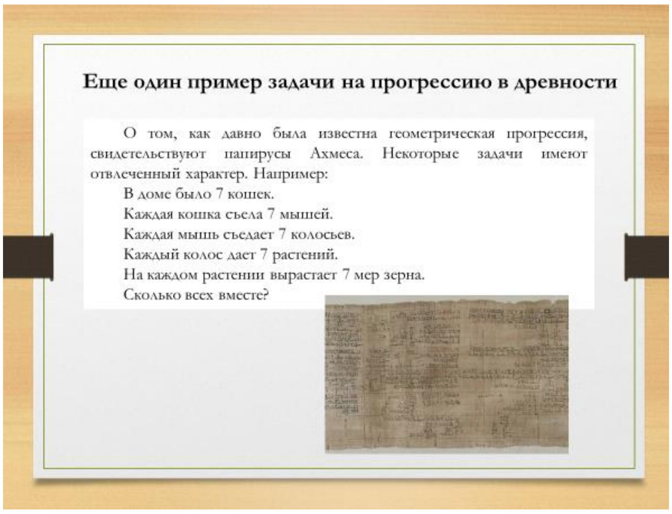
Слайд 7

Слайд 8

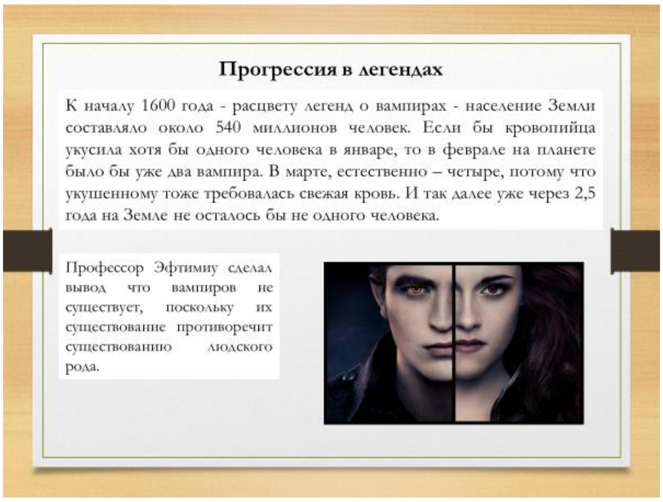
Слайд 9



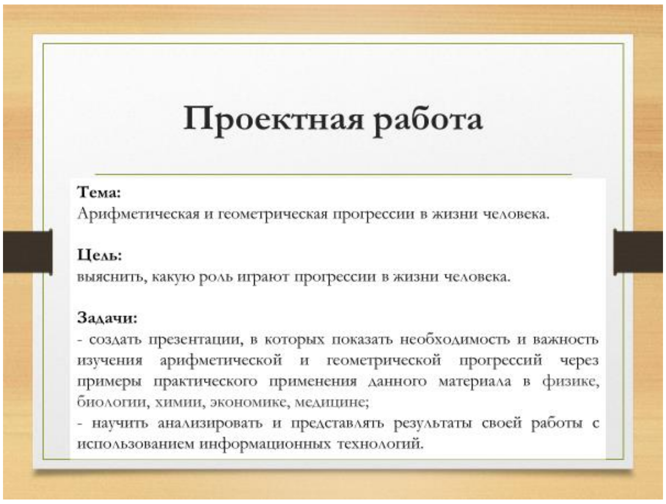
Слайд 10



Слайд 11



Слайд 12



Слайд 13

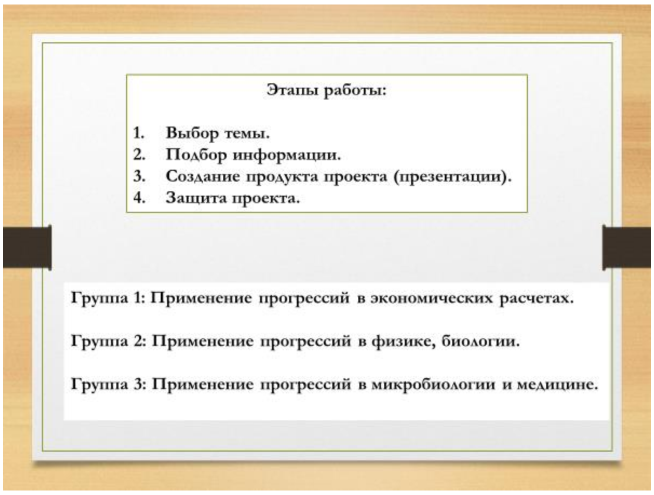


Рисунок 20. Презентация учителя к уроку

Также для формирования МГ обучающихся на уроках, рассматривалось применение игровой технологии. Был разработан урок – деловая игра (Приложение Г). В ходе которой обучающиеся решали контекстные задачи, в которых были представлены особенности и элементы окружающей обстановки. Формировались когнитивный и деятельностный компоненты МГ. Ученики на математическом языка общались с друг другом, усваивали математические способы и алгоритмы решения математических задач, научились обосновывать выводы или опровергать их.

Данные технологии помогают обучающемуся развить семь ключевых взаимосвязанных факторов МГ (рисунок 21).

- объем фактических знаний
- развитые воображение, фантазия, интуиция
- опыт самостоятельных решений
- навыки владения основными мыслительными операциями (анализ, сравнение, обобщение, синтез, сопоставление, аналогия и т. д.)
- знание основных классов нестандартных задач
- постоянное совершенствование логических навыков (выдвижение гипотез, построение доказательной структуры, примеры и контрпримеры, выводы и умозаключения)
- умение изучать, понимать и оценивать решения, предлагаемые другими

Рисунок 21. Семь ключевых факторов математической грамотности

Таким образом, при организации обучения применение данных технологий при изучении темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» с использованием заданий на решение проблемных жизненных ситуаций математического характера способствуют формированию МГ обучающихся, и тем самым в целом повышают качество обучения и готовность детей к жизни.

2.3. Организация и результаты экспериментальной работы

Экспериментальная часть исследование проводилось на базе муниципального бюджетного образовательного учреждения «Средняя школа № 17 имени Героя Советского Союза В.И. Давыдова», г. Норильск, 9 «А» класс.

В экспериментально-опытной работе приняло участие 15 человек – учащиеся 9 класса, возраст которых составляет 15-16 лет. Средняя оценка успеваемости – 3,8.

Цель данного эксперимента заключается в проверке гипотезы о том, что при изучении темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» у обучающихся возможно повысить уровень сформированности МГ.

Задачи экспериментальной работы:

1. Выбор базы для эксперимента.
2. Подбор диагностик для проведения исследования.
3. Исследование первоначального уровня сформированности МГ обучающихся и уровня сформированности после решения заданий и проведения уроков по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии».
4. Разработка и проведение уроков по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» на основе технологий, направленных на формирование МГ.
5. Оценка эффективности проведенной работы.

В рамках экспериментальной работы был организован и проведен педагогический эксперимент, который включал в себя три этапа:

1. Констатирующий, на котором была проведена первоначальная

диагностика уровня сформированности МГ учащихся 9 класса [30].

2. Формирующий этап, в процессе которого 9-тиклассники решали специально подобранные задачи по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» на уроках с применением технологий критического мышления, проблемного обучения, проектной и игровой технологий, направленных на развитие МГ.

3. Контрольный этап, на котором была проведена повторная диагностика [30], и выявлена результативность проведенного исследования.

На констатирующем этапе была проведена первичная диагностика, направленная на установление уровня МГ обучающихся.

В основе определения уровней МГ и разработки диагностических материалов исследования МГ использовались материалы отечественных и российских ученых Г.С. Ковалевой, О.Л. Жук, Л.О. Рословой, Т.В. Расташанской и других.

Была использована диагностика сформированности МГ обучающихся, которая включала 8 разноуровневых заданий (приложение Д), на решение которых отводилось 45 минут. Задания связаны с различными жизненными ситуациями, в некоторых из них нужно из предложенных вариантов выбрать один или несколько ответов, которые ученики посчитают верными. В других заданиях необходимо дать развернутый ответ на вопрос – записать и объяснить свой ответ в специально отведенном месте.

Принятое определение МГ повлекло за собой разработку особого инструментария исследования: учащимся предлагаются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики.

Задания диагностической работы распределены по двум блокам. Первый блок «Покупка билетов в кинотеатре» включает 3 задания (рисунок 22), второй блок «Опора для цветка» – 5 заданий (рисунок 23) (Приложение Е).

В работу входят задания, которые оцениваются одним баллом (2 задания), двумя баллами (6 заданий). Максимальный балл составляет 14 баллов.

Характеристика заданий	Задание 1	Задание 2	Задание 3
Содержательная область оценки	Количество	Неопределенность и данные	Неопределенность и данные
Компетентностная область оценки	Применять	Применять	Рассуждать
Контекст	Общественный	Личный	Личный
Уровень сложности	Средний	Низкий	Высокий
Формат ответа	Комплексное задание с выбором ответа и кратким ответом	Задание с кратким ответом	Комплексное задание с кратким и развернутым ответом
Объект оценки	Читать данные, представленные в таблице, тексте; сравнивать величины, выполнять вычисления с натуральными числами	Вычислять вероятность события, используя классическое определение вероятности случайного события	Вычислять вероятность случайного события с использованием основных формул
Максимальный балл	2	1	2

Рисунок 22. Характеристика заданий блока «Покупка билетов в кинотеатре»

Характеристика заданий	Задание 4	Задание 5	Задание 6	Задание 7	Задание 8
Содержательная область оценки	Пространство и форма	Пространство и форма	Изменение и зависимости	Изменение и зависимости	Количество
Компетентностная область оценки	Применять	Рассуждать	Формулировать	Формулировать	Рассуждать
Контекст	Личный	Личный	Личный	Личный	Личный
Уровень сложности	Низкий	Низкий	Высокий	Средний	Средний
Формат ответа	Задание с комплексным множественным выбором	Задание с выбором одного верного ответа	Комплексное задание с краткими ответами и развернутым ответом	Задание с выбором нескольких верных ответов	Задание с развернутым ответом
Объект оценки	Распознавать знакомые геометрические фигуры в реальной конструкции, описывать элементы реальной конструкции на языке геометрии	Применять свойство жесткости треугольника, распознавать треугольники в различных конструкциях	А) использовать подобие треугольников, теорему Пифагора или тригонометрию для вычисления длин отрезков; Б) распознавать арифметическую прогрессию, находить число ее членов	Применять формулу суммы первых n членов арифметической прогрессии	Применять свойства чисел, делимость нацело
Максимальный балл	2	1	2	2	2

Рисунок 23. Характеристика заданий блока «Опора для цветка»

При оценивании выполнения заданий диагностической работы в 2 балла оцениваются задания с полным верным ответом, в 1 балл – с частично верным ответом, в 0 баллов – с неверным ответом. Задания с выбором одного верного ответа и кратким ответом оцениваются в 1 или 0 баллов (Приложение Ж).

По окончанию диагностической работы, полученные обучающимися баллы за выполнение всех заданий суммируются и определяется уровень МГ (рисунок 24).

Основа организации оценки МГ включает три структурных компонента:

− контекст, в котором представлена проблема;

− содержание математического образования, которое используется в заданиях;

− мыслительная деятельность (компетентностная область), необходимая для того, чтобы связать контекст, в котором представлена проблема, с математическим содержанием, необходимым для её решения.

Уровень сформированности математической грамотности	Количество баллов
недостаточный	0 – 2 балла
низкий	3 – 5 баллов
средний	6 – 8 баллов
Повышенный	9 – 11 баллов
высокий	12 – 14 баллов

Рисунок 24. Шкала оценивания (уровень сформированности математической грамотности)

После выполнения работ обучающимися, производилась обработка полученных ответов по каждому заданию в зависимости от его выполнения и посчитывался общий балл (Приложение З). На основании суммарного подсчета баллов выявляется уровень сформированности МГ обучающихся 9 класса (таблица 1).

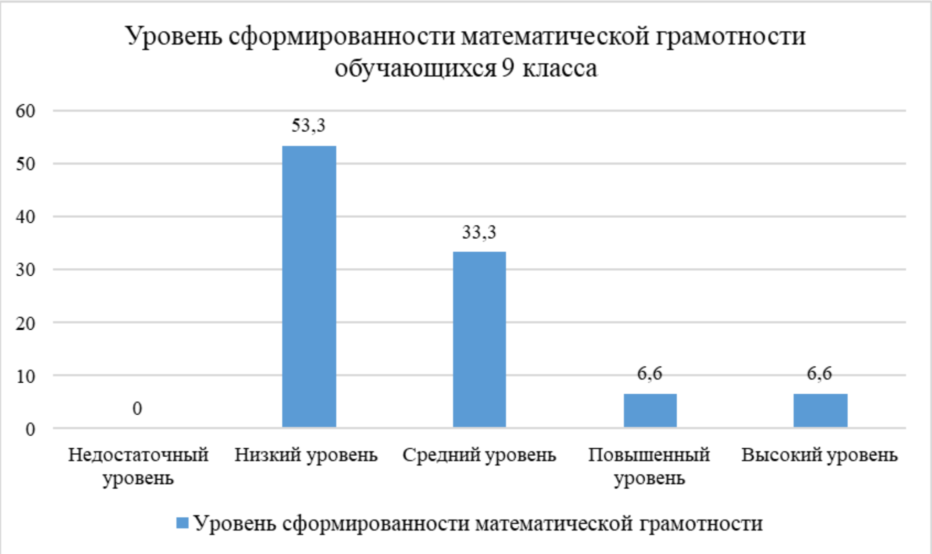
Таблица 1

Распределение обучающихся по уровню сформированности математической грамотности

	Недостаточный уровень	Низкий уровень	Средний уровень	Повышенный уровень	Высокий уровень
Количество обучающихся	0	8	5	1	1
% обучающихся	0 %	53,3 %	33,3 %	6,6 %	6,6 %

Для наглядности полученные результаты представлены в виде диаграммы.

Диаграмма 1



Проведенное первоначальное диагностическое исследование позволяет определить достаточно низкий уровень сформированности МГ обучающихся.

Полученные результаты определили необходимость проведения дальнейшей работы, направленной на формирование МГ посредством использования потенциала темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии».

Следующим шагом педагогического эксперимента стал формирующий этап, в процессе которого закладываются основные знания и развиваются навыки, способствующие формированию МГ обучающихся 9 класса. Для этого с учениками проводились ранее разработанные уроки с использованием технологии проблемного обучения, проектной и игровой технологий (Приложения Б, В, Г), внимание на которых уделялось решению разнообразных задач и тестовых заданий, также в уроки включался разработанный фрагмент с использованием технологии критического мышления (Приложение А). Помимо этого, был разработан специальный комплекс заданий на базе темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» (Приложение Д), задачи из данного комплекса применялись в ходе проведения уроков.

На большинстве проведенных уроках учащимся предлагалось разрешить смоделированные преподавателем ситуации из реальной жизни, используя для этого математические знания, данный подход способствовал развитию МГ.

После завершении формирующего этапа педагогического эксперимента наступил контрольный этап, на котором было проведено повторное диагностическое исследование, целью которого было установление уровня сформированности МГ обучающихся 9 класса, после проведения занятий на повышение уровня МГ обучающихся. При этом, необходимо было установить, оказала ли какое-либо влияние на итоговые результаты проделанная работа.

Для выявления динамики показателей сформированности МГ, а также для получения объективных результатов, проводилась повторная диагностическая работа (Приложение И).

Задания диагностической работы распределены по двум блокам. Первый блок «Транспортный трансфер» включает 3 задания (рисунок 25), второй блок «Живая изгородь из туи» – 5 заданий (рисунок 26).

Методика оценивания была соответствующей первой диагностике, отличия были в содержаниях критерия оценивания (Приложение К).

После выполнения работ обучающимися, производилась обработка полученных ответов по каждому заданию в зависимости от его выполнения и посчитывался общий балл (Приложение Л). На основании суммарного подсчета баллов выявляется уровень сформированности МГ обучающихся 9 класса (таблица 2, диаграмма 2).

Характеристика заданий	Задание 1	Задание 2	Задание 3
Содержательная область оценки	Неопределенность и данные	Изменение и зависимости	Изменение и зависимости
Компетентностная область оценки	Применять	Формулировать	Формулировать
Контекст	Общественный	Общественный	Общественный
Уровень сложности	Низкий	Высокий	Высокий
Формат ответа	Задание с выбором одного верного ответа	Задание с развернутым ответом	Задание с развернутым ответом
Объект оценки	Извлекать информацию из текста и таблицы, выполнять действия с натуральными числами, с величинами времени	Использовать формулу зависимости между величинами: скорость, время, расстояние; составлять буквенные выражения по заданным условиям; сравнивать значения алгебраических выражений, преобразовывать выражения	Использовать зависимость между величинами: скорость, время, расстояние, для составления неравенства; решать линейное неравенство или уравнение с одной переменной; округлять по смыслу величин и отношений
Максимальный балл	1	2	2

Рисунок 25. Характеристика заданий блока «Транспортный трансфер»

Характеристика заданий	Задание 4	Задание 5	Задание 6	Задание 7	Задание 8
Содержательная область оценки	Неопределенность и данные	Количество	Количество	Изменение и зависимости	Неопределенность и данные
Компетентностная область оценки	Интерпретировать	Применять	Формули-ровать	Формулиро-вать	Формулировать
Контекст	Профессиональный	Профессио-нальный	Профессио-нальный	Профессио-нальный	Профессиональный
Уровень сложности	Низкий	Низкий	Средний	Средний	Средний
Формат ответа	Задание с комплексным множественным выбором	Задание с нескольким и краткими ответами	Задание с нескольким и краткими ответами	Комплексное задание с кратким и развернутым ответом	Задание с комплексным выбором ответа
Объект оценки	Считывать информацию, представленную в таблице	Считывать информа-цию, представ-ленную в таблице	Использо-вать округление чисел, выполнять приближен-ные вычисления	Применять теорему Пифагора	Читать и интерпретировать информацию из таблицы, сравнивать величины
Максимальный балл	2	2	2	2	1

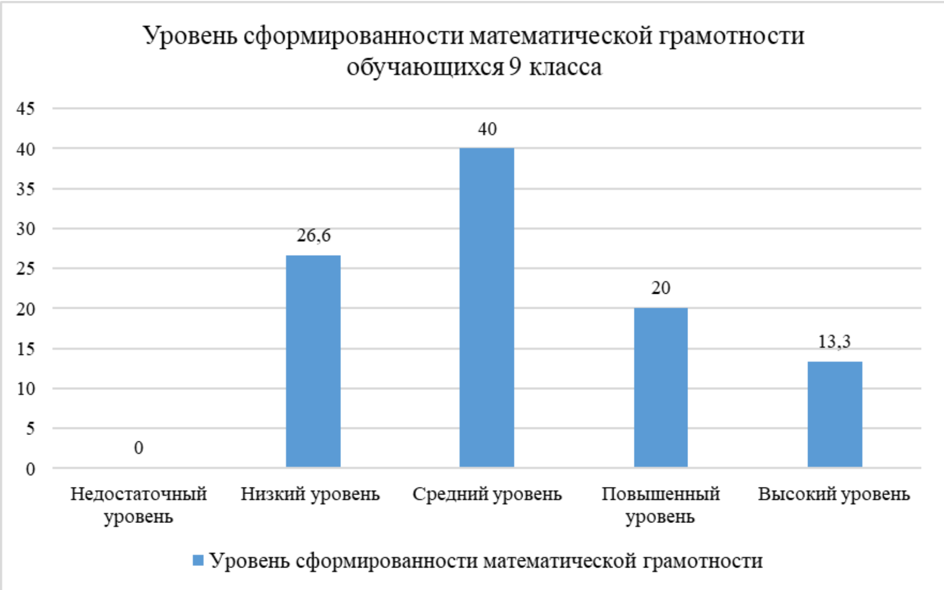
Рисунок 26. Характеристика заданий блока «Живая изгородь из туи»

Таблица 2

Распределение обучающихся по уровню сформированности математической грамотности

	Недостаточный уровень	Низкий уровень	Средний уровень	Повышенный уровень	Высокий уровень
Количество обучающихся	0	4	6	3	2
% обучающихся	0 %	26,6 %	40 %	20 %	13,3 %

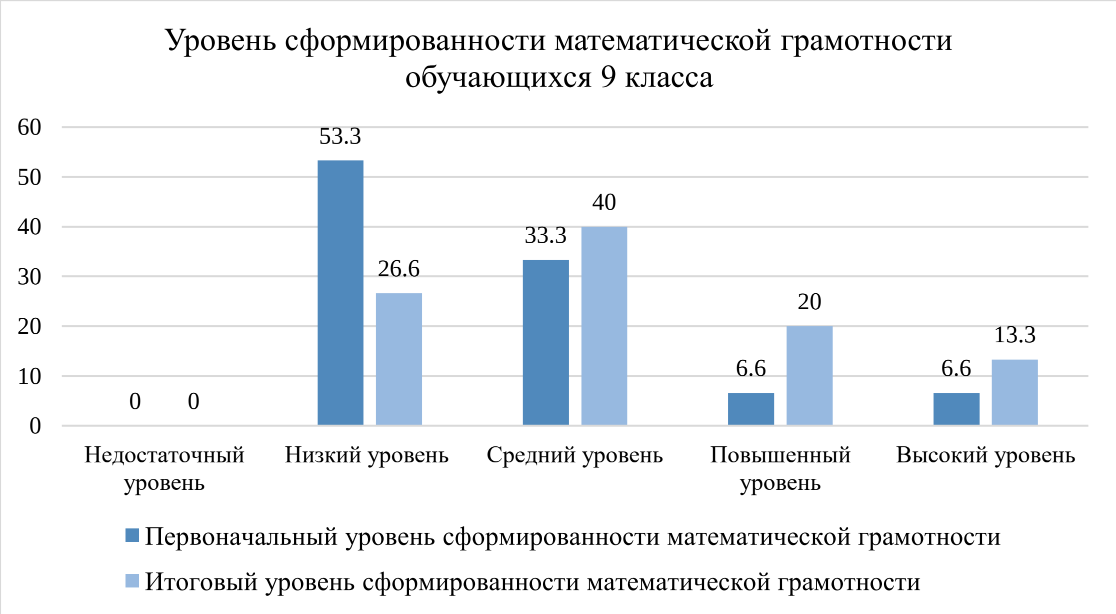
Диаграмма 2



Анализируя представленные результаты, необходимо отметить значительный прогресс обучающихся в уровне сформированности МГ, число обучающийся с низким уровнем – уменьшилось в два раза. Отметим, что ни один из учащихся на первоначальном и контрольном этапах не обладал недостаточным уровнем сформированности МГ.

Для более наглядного отображения динамики роста показателей сформированности можно сравнить полученные результаты на первоначальном и итоговом этапе педагогического эксперимента (Диаграмма 3).

Диаграмма 3



Итак, тема «Арифметическая и геометрическая прогрессии» обладает значительным потенциалом в вопросе формирования и повышения уровня МГ обучающихся 9 класса, при условии систематичности проведения занятий, а также при использовании задач и заданий с жизненными ситуациями, приучению обучающегося к самостоятельной работе, при соблюдении необходимых условий, способствующих повышению значимой части функциональной грамотности – математической, определяющей способность человека решать сложные жизненные задачи, применяя полученные математические навыки.

Вывод по 2 главе

С целью выявления потенциала темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в процессе формирования МГ учащихся 9 класса (15 обучающихся), был организован и проведен педагогический эксперимент, который включал в себя три этапа: констатирующий, формирующий и контрольный.

На первоначальном этапе была проведена диагностика обучающихся на предмет уровня сформированности МГ. Для этого использовались тестовые задания различного уровня сложности.

На формирующем этапе проводились уроки с применением различных образовательных технологий, в уроки были включены задачи по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии».

На контрольном этапе была проведена повторная диагностика, результаты которой показали рост уровня сформированности МГ у обучающихся 9 класса.

Было определено, что анализируемая тема обладает высоким потенциалом в вопросе формирования МГ и должна использоваться вне образовательной программы, или же, необходимо рассмотреть вопрос о внесении изменений в учебную программу по математике, что позволит увеличить число часов, которые отводятся на изучение темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии».

Заключение

Подводя итоги проведенного исследования, необходимо сделать выводы в соответствии с определенными ранее задачами.

Математическая грамотность – это значимая составляющая функциональной грамотности обучающегося. Формирование математической грамотности – процесс непрерывный, деятельность педагога, направленная на ее развитие, должна присутствовать на каждом уроке, при изучении каждой темы.

Функциональная грамотность в процессе обучения математике является интегративной характеристикой, которая не только обозначает тот объем знаний, навыков и умений, которые школьник приобрел в процессе обучения, но и его личностное эмоционально-ценностное отношение к науке, а также умение применять полученные математические знания для решения реальных проблем.

Формирование математической грамотности – сложный, многосторонний, длительный процесс. Достичь нужных результатов можно лишь умело, грамотно сочетая различные современные образовательные технологии.

Раздел «Арифметическая и геометрическая прогрессии» – это тема, обязательная для изучения в 9 классе общеобразовательной школы, в рамках учебного предмета алгебра.

Для того, чтобы способствовать закреплению темы и сформировать у обучающихся потребность в самостоятельной познавательной деятельности в рамках изучения числовых последовательностей и их свойств, педагоги должны использовать различные методики, приемы и технологии, активизируя интерес учащихся к теме прогрессий и внося в материал учебной программы разнообразие в рамках изучаемой темы.

С целью выявления потенциала темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в процессе формирования МГ учащихся 9 класса, был организован и проведен педагогический эксперимент, который включал в себя три этапа: констатирующий, формирующий и контрольный.

На первоначальном этапе была проведена диагностика уровня сформированности МГ. Для этого использовались тестовые задания различного уровня сложности. На формирующем этапе проводились уроки с включением в их содержание контекстных заданий, заданий близким к реальной жизни и с применением современных образовательных технологий.

На контрольном этапе была проведена повторная диагностика, результаты которой показали рост уровня сформированности МГ обещающихся 9 класса. Проведение данных уроков формирует когнитивный, деятельностный, прогностический и рефлексивный компоненты МГ, а значит у обучающихся возможно повышения уровня сформированности математической грамотности.

Резюмируя вышесказанное, необходимо отметить высокий потенциал темы «Арифметическая и геометрическая прогрессии» в вопросе формирования математической грамотности. Необходимо рассмотреть вопрос о внесении изменений в учебную программу по математике, что позволит увеличить число часов, которые отводятся на изучение данной темы.

Решение задач повышенной сложности (в том числе, по анализируемой в работе теме) способствует тому, что учащиеся переносят в реальную жизнь смелость и уверенность в собственных силах, стремление разрешать любые, даже трудные задачи, умение не сдаваться перед преградами и получать удовольствие от собственной компетентности и способности применять полученные знания в различных жизненных ситуациях.

Библиографический список

1. Басенко А. П., Епанчинцев М. Ю., Кузнецова А. С. Обучение решению задач повышенной сложности как способ формирования функциональной математической грамотности учащихся // Педагогическое образование в России. 2020. № 6. с. 87-93.

2. Бине А. Измерение умственных способностей / А. Бине. – СПб.: Союз, 2019. – 432 с.

3. Валеев И. И. Функциональная математическая грамотность как основа формирования и развития математической компетенции // Бизнес. Образование. Право. 2020. № 4. С. 353–360. DOI: 10.25683/VOLBI.2020.53.417.

4. Демонстрационный вариант диагностической работы для учащихся 9 классов. Математическая грамотность. Характеристики заданий и система оценивания. 2019. // ФГБНУ «ИСРО РАО» URL: http://skiv.instrao.ru/ (дата обращения: 10.02.2023).

5. Денищева Л. О., Краснянская К. А. Оценка учебных достижений учащихся 9 класса по математике в рамках международного сравнительного исследования TIMSS 2019 // Педагогические измерения. 2020. № 2. С. 46 – 55.

6. Долинер Л. И. Информационные и телекоммуникационные технологии в обучении: психолого-педагогические и методические аспекты: монография Текст / Рос. гос. проф.-пед. ун-т. Екатеринбург, 2021. – 344 с.

7. Дорофеев Г. В., Суворова С. Б., Бунимович Е. А., Кузнецова Л. В., Минаева С. С. Математика. Алгебра. Функции. Анализ данных.9 кл.: Учебник для общеобразовательных учебных заведений; под ред. Г.В. Дорофеева. - М.:Дрофа, 2019. – 328 с.

8. Иванова Т. А. Структура математической грамотности школьников в контексте формирования их функциональной грамотности / Т. А. Иванова, О.В. Симонова // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – 2019. № 1-1. С. 125 – 129.

9. Интерактивные средства обучения: [учебное пособие для студентов высших учебных заведений / З. У. Колокольникова, Т. В. Захарова, Т. В. Казакова и

др.]. Красноярск, Лесосибирск: СФУ, 2018. – 91 с.

10. Калинкина Е. Н. Сборник заданий по развитию функциональной математической грамотности обучающихся 5-9 классов / Е. Н. Калинкина. Новокуйбышевск, 2019. – 290 с.

11. Канель-Белов А. Я., Ковальджи А. К. Как решают нестандартные задачи / Под ред. В.О. Бугаенко. 4-е изд., стереотип. М.: МЦНМО, 2018. – 96 с.

12. Капкаева Л. С. Теория и методика обучения математике: частная методика / Л.С. Капкаева. – Москва: Юрайт, 2020. – 263 с.

13. Кларин М. В. и др. Формирование УУД в основной школе: от действия к мысли: пособие для учителя / М. В. Кларин. – М.: Просвещение, 2019. – 300 с.

14. Ковалева Г. С. Математическая грамотность как элемент функциональной грамотности школьника / Г.С. Ковалева. М.: Наука, 2020.– 340 с.

15. Колягин Ю. М. Методика преподавания математики в средней школе. Частные методики. Учебное пособие для студентов физ.-мат. Фак. пед. ин-тов. М., «Просвещение», 2019. – 480 с.

16. Кузнецова Д. А. Особенности развития мышления в подростковом возрасте / Д. А. Кузнецова, О. А. Братцева. — Текст: непосредственный // Молодой ученый. 2020. № 22 (208). С. 285-288. URL: https://moluch.ru/archive/208/50908/ (дата обращения: 11.02.2023).

17. Леонтьев А. А. Педагогика здравого смысла. Избранные работы по философии образования и педагогической психологии / А. А. Леонтьев; сост., предисл., комм. Д. А. Леонтьева. М.: Смысл, 2019. – 528 с.

18. Малышева Е. В. Математическое образование: современные методики и инновации, опыт практического применения. [Электронный ресурс]/ Е. В. Малышева, Н. М. Григорьева, Ю. В. Гильманшина, О. А. Бузина // Центр мониторинга и сопровождения образования. 2020. № 65. - С. 42.

19. Мордкович А. Г. Алгебра. Углубленное изучение. 9 класс: учебник / А. Г. Мордкович. Москва: Мнемозина, 2019. – 296 с.

20. Никольский С. М. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Москва: Просвещение, 2018. –

300 с. – 335с.

21. Открытый банк заданий для формирования функциональной грамотности. Математическая грамотность. 6 класс. Ч. 1, 2020 г. // Сетевой комплекс информационного взаимодействия субъектов Российской Федерации в проекте «ИСРО РАО» URL: http://skiv.instrao.ru/ (дата обращения: 11.02.2023).

22. Пичурин Л. Ф. За страницами учебника алгебры: Кн. Для учащихся 7-9 кл. средн. Шк. – М.: Просвещение, 2019. – 224 с.

23. Подвели первые итоги исследований качества образования в регионах РФ в 2019-2020 годах по модели PISA | Вести образования (vogazeta.ru) URL: https://obrnadzor.gov.ru/tag/oesr/ (дата обращения: 11.02.2023).

24. Результаты ВПР, ОГЭ, ЕГЭ. Центр оценки качества образования. URL: Красноярский ЦОКО (coko24.ru)

25. Рослова Л. О. Проблема формирования способности «применять математику» в контексте уровней математической грамотности / Е. С. Квитко, Л. О. Денищева, И. И. Карамова // Отечественная и зарубежная педагогика. № 2. 2020 г. С. 74 – 97.

26. Рослова Л. О. Концептуальные основы формирования и оценки математической грамотности / Л. О. Рослова, К. А. Краснянская, О. А. Рыдзе, Е. С. Квитко // Отечественная и зарубежная педагогика. № 4. 2021. С. 58 – 76. URL: http://ozp.instrao.ru/images/a_4.1.61.2019_rus-min.pdf.

27. Самсонова Т. И., Середа Т. Ю. Исторический аспект развития функциональной грамотности // Наука в условиях пандемии: трансформации, коммуникации, стратегии: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 11 февраля 2021 г. : Белгород : ООО Агентство перспективных научных исследований (АПНИ), 2021. С. 87-90.

28. Саранцев Г. И. Развитие математической грамотности: теория и практика / Г.И. Саранцев, Е.В. Калантеева. М.: АИС. 2020. – 290 с.

29. Сергеева Т. Ф. Математика на каждый день. 6-9 классы: пособие для общеобразовательных организаций / Т. Ф. Сергеева. М.: Просвещение, 2020. – 112 с.

30. Сетевой комплекс информационного взаимодействия субъектов Российской Федерации в проекте «Мониторинг формирования функциональной грамотности учащихся», [Математическая грамотность (instrao.ru)](instrao.ru).

31. Современные тенденции развития математического образования в средней школе: сборник статей учителей математики, методистов города Новосибирска /отв. ред. М. Ю. Тумайкина. – Новосибирск: ГЦРО,2021, - 142 с.

32. Стариченко Б. Е. Теория и практика оптимизации школьного образовательного процесса средствами информационных технологий: дис. … д-ра пед. наук. Екатеринбург, 2019. – 353 с.

33. Сканави М. И. Сборник задач по математике. Под ред. М. И. Сканави. М.: Издательский Дом ОНИКС: Альянс-В, 2019. – 300 с.

34. Тихомиров В.М... О математике и ее преподавании в школе. Всероссийский съезд учителей математики: Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 28-30 октября 2010 г.: Тезисы докладов М.: «МАКС Пресс», 2011.

35. Учим математике-9. Материалы открытой школы-семинара учителей математики / Под ред. П.В. Чулкова и А. Д. Блинкова М.: МЦНМО, 2020. 128 с.

36. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (одобрен решением от 7 декабря 2022 г. № 568) – fgosreestr.ru

37. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (одобрен решением от 12 августа 2022 г. № 732) – fgosreestr.ru

38. Ферри Р., Блюм В. Математическая компетентность – залог общей профессиональной компетентности / В. Блюм. Гамбург: Фоно, 2019. – 301 с.

39. Филатова М. Н. Внеурочная деятельность учащихся как средство достижения личностных и метапредметных результатов в условиях реализации ФГОС / М. Н. Филатова. Текст: непосредственный // Молодой ученый. 2020. № 16 (96). С. 430-434.

40. Формирование функциональной грамотности школьников в контексте преподавания учебных предметов: учебно-методическое пособие / И. С. Бегашева, Н. И. Васильева, Е. Г. Коликова и др. Челябинск: ЧИППКРО, 2021. – 100 с.

41. Фридман Л. М., Турецкий Е. Н. Как научиться решать задачи: Кн. для

учащихся ст. классов сред. шк. – М.: Просвещение, 2019. – 191 с.

42. Фролова П. И. К вопросу об историческом развитии понятия «Функциональная грамотность» в педагогической теории и практике // Наука о человеке: гуманитарные исследования. 2021. № 1 (23).

43. Функциональная грамотность старшего школьника: книга для учителя / Н. Ф. Виноградова, Е. Э. Кочурова, М. И. Кузнецова [и др.]. – М.: Российский учебник; Вентана-Граф, 2021. – 288 с. – (Успешный педагог XXI века).

44. Характеристики и система оценивания. Математическая грамотность. 9 класс. Часть 1. – 2020 г. // ФГБНУ «ИСРО РАО» URL: http://skiv.instrao.ru/ (дата обращения: 11.02.2023).

45. Хорошилова Е.В. Элементарная математика. Часть 2. М.: Издательство московского университета, 2020 – 469 с.

46. Чулков П. В. Арифметические задачи. 5-е изд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2015. – 64 с.

47. Шарыгин И.Ф. Математический винегрет. (Москва: Издание агентства «Орион», 1991) Скан. обработка, формат Djv:Lykas, 2010 Содержание: От автора. Вопросы и задачи. Ответы и решения.

48. Щепин Е.В.; «В поисках утраченного анализа», Математика и реальность (Третья всероссийская научная конференция Философский факультет МГУ «Философия математики; актуальные проблемы» 27-28 сентября 2013 года), МГУЮ Москва, 2014.

49. Эдвард Шейнерман/ Путеводитель для влюбленных в математику; Пер. с англ. – М.: Альпина нон-фикшн, 2022. – 292 с.

50. Элленберг, Джордан. Как не ошибаться. Сила математического мышления / Джордан Элленберг; пер. с англ. Н Яцюк; (науч. ред М. Гельфанд). 2-е изд. М.: Манн, Иванов и Фербер, 2018. – 576 с.

Приложение А

Фрагмент урока по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» с использованием технологии критического мышления

Общая информация	
Программа (УМК)	Алгебра 9 класс. Учебник - Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. и др.
Предмет	Алгебра
Класс	9
Раздел программы	Арифметическая и геометрическая прогрессии
Необходимое обеспечение занятия	
Мебель и учебное оборудование. Необходимое оборудование и программное обеспечение для участника занятия	– Доска, мел, учебник – Чертежные инструменты – Карточки для групповой работы – На листе А3 шаблон кластера
Ресурсы и материалы	Ручки, тетради, учебники, листы А3, клей, ножницы, карандаши.
Методические ориентиры	
Тема	Арифметическая и геометрическая прогрессии
Тип	Применение знаний на практике
Цель занятия	Создать условия для практического применения знаний арифметической и геометрической прогрессии на практике.
Задачи	
Образовательные	Формировать теоретическое и практическое представление об арифметической и геометрической прогрессии. Способствовать дальнейшему освоению теоретических знаний по теме «Арифметическая прогрессия» и «Геометрическая прогрессия». Формировать навык решения практических задач.
Воспитательные	Развивать математический и общий кругозоры, логическое мышление, критическое мышление, сознательное восприятие учебного материала, воспитать интерес к предмету, культуру поведения, волевые качества.
Развивающие	Развивать умение анализировать, сравнивать, обобщать, делать выводы, развивать логическое, абстрактное, системное мышление, математическую речь и познавательный интерес.
Основное содержание темы	

Что изучается на занятии?	Понятие формул арифметической и геометрической прогрессии для решения практических задач; развитие способности адаптироваться к различным условиям деятельности; развитие умений успешного общения; развитие критического мышления; развитие толерантности к чужому мнению.
Основные термины и понятия	Арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия.
Межпредметные связи	Окружающий мир

Планируемые результаты обучения

Предметные	Личностные	Метапредметные (УУД)
– используют определения арифметической и геометрической прогрессии; – применяют формулу n-го члена арифметической и геометрической прогрессии; – применяют формулу для решения задач.	– сформировано толерантное сознание и поведение личности, готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нём взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения; – обучающиеся готовы и способны к саморазвитию и личностному самоопределению; – сформирована мотивация к обучению и целенаправленной познавательной деятельности; – сформировано умение ясно, точно и грамотно излагать свои мысли в устной и письменной форме, способность к эмоциональному восприятию задач, решений;	Регулятивные: – составление и реализация плана деятельности при освоении учебной информации; – саморегуляция (в организационном моменте); – самодиагностика и коррекция собственных учебных действий. Познавательные: – структурирование информации и знаний; – уметь строить логические цепочки размышлений; – уметь строить речевое высказывание в устной и письменной форме; – определять познавательную цель; – выражать смысл ситуации различными средствами (рисунки, символы, схемы, знаки); – анализ объектов для выделения их свойств и признаков; – установление причинно-следственных связей. Коммуникативные: – постановка вопросов – инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации; – уметь описывать содержание совершаемых действий с целью ориентировки предметно-практической или иной деятельности; – использование речевых средств для дискуссии и аргументации своей позиции; – уметь участвовать в диалоге.

Этап	Время	Форма	Решаемые задачи, методы/ методические приемы	УУД	Оборудование, ПО и ресурсы	Деятельность	
						педагога	обучающихся
Оперирование знаниями, умениями и навыками при решении практических задач	20 мин	Групповая	Учить оперировать знаниями, развивать критическое мышление. Умение анализировать.	Коммуникативные, познавательные	Карточки с задачами для каждой группы. На доске: шаблон кластера-задачи.	Работа в группах. Предлагается составить 4 кластера на тему «Алгебраическая и геометрическая прогрессии», для того чтобы у обучающихся был наглядный пример основных формул и определений. Слова учителя: На нашей планете встречаются растения и животные, занесённые в красную книгу. Активисты общества охраны природы регулярно проводят наблюдения за изменением их численности. Эти данные нуждаются в математической обработке. Наша задача – изучить эти данные, проанализировать их и сделать на основе анализа выводы о необходимости усиления мер по охране данных видов рыб и птиц. Обратите внимание на карточки (Приложение № 1), каждой группе представлены задачи: вам необходимо оформить решение задач в рабочих тетрадях и на	Работают в группах. Слушают учителя. Изучают карточки с задачами. Решают задачи. Составление кластера (вырезают, записывают,

						карточках, построить графики и заполнить таблицу (графики строят и в кластере) на которых заготовлена координатная сетка (таблицы, заполняются тоже в кластере), каждой группе необходимо составить «Кластер-Задачу» (Приложение № 2). Кластеры обучающихся могут существенно отличатся от предложенного шаблона. Примечания к задачам (то, что возможно будет записано в кластере в поле «Особенности»): - задача группы 1: последовательность чисел, полученных в таблице, так же является геометрической прогрессией со знаменателем 2; - задача группы 2: последовательность чисел, полученных в таблице, так же является геометрической прогрессией со знаменателем 5.	изображают графически нужные данные в кластере). Подготовка отчета о проделанной работе.
Составление отчета о выполнении работы	10 мин	Групповая	Дать количественную оценку работы учащихся.	Регулятивные		Представление результатов работы. Выступить с отчётом о проделанной работе. Выводы.	Представляют результаты работы. На основе анализа проделанной работе, представляют сделанные выводы о необходимости усиления мер по охране данных видов рыб и

						Дополнительные вопросы учителя: 1. По результатам группы 1 и 2 «Сравните результаты и скажите, почему численность серого гуся растёт быстрее, чем численность орлана белохвоста?» 2. По результатам группы 3 и 4 «Сравните результаты и скажите, почему в первом случае мы получили положительный прирост, а во втором – отрицательный? Что нужно сделать, чтобы выправить ситуацию?»	птиц. Отвечают на дополнительные вопросы: 1. Хищные птицы могут выкормить меньшее количество птенцов (около 2), т. к. они находятся на вершине экологической пирамиды, чаще всего выживает только один из птенцов. 2. Больше выпускать мальков из искусственных бассейнов; ограничить отлов рыб данного вида; бороться с браконьерством.

Приложение № 1

Карточки с текстом задач для групповой работы

Группа 1

Известно, что пара орланов-белохвостов за один сезон приносят 2 птенцов. Условно считая, что все потомки и сами родители выживают и на следующий год образуют пары, а соотношение полов в потомстве всегда 1:1, рассчитайте рост численности птиц по поколениям. Решение задачи оформите в тетради. Результаты занесите в таблицу.

Поколения Названия птиц	0	1	2	3	4
Орлан белохвост					

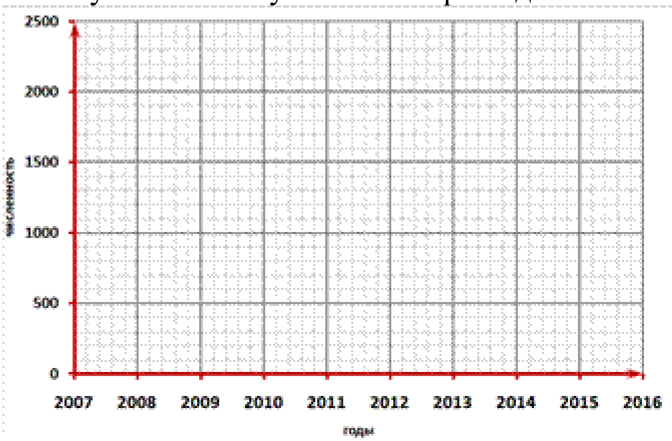
Группа 2

Известно, что пара серых гусей за один сезон приносят 8 птенцов. Условно считая, что все потомки и сами родители выживают и на следующий год образуют пары, а соотношение полов в потомстве всегда 1:1, рассчитайте рост численности птиц по поколениям. Решение задачи оформите в тетради. Результаты занесите в таблицу.

Поколения Названия птиц	0	1	2	3	4
Гусь серый					

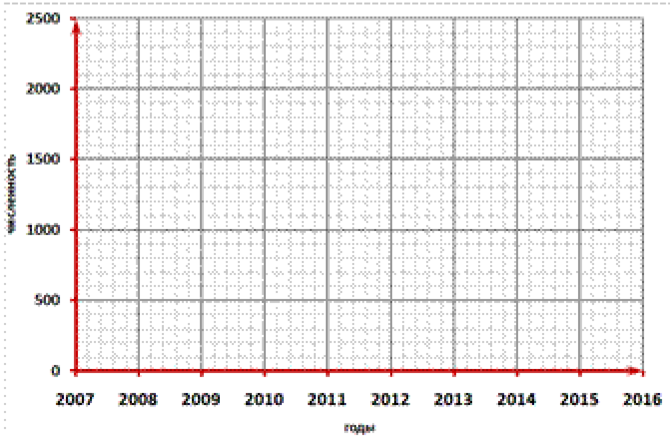
Группа 3

Ихтиологи начали искусственное разведение сибирского осетра на рыбной ферме в 2011 году с 10 особей. К началу 2014 года количество рыб увеличилось до 2160 особей. Применяя знания формул геометрической прогрессии, рассчитайте, какой будет численность рыб в 2015 году? Решение запишите в тетрадях. На координатной плоскости постройте график «Изменение численности осетра сибирского в условиях искусственного разведения».



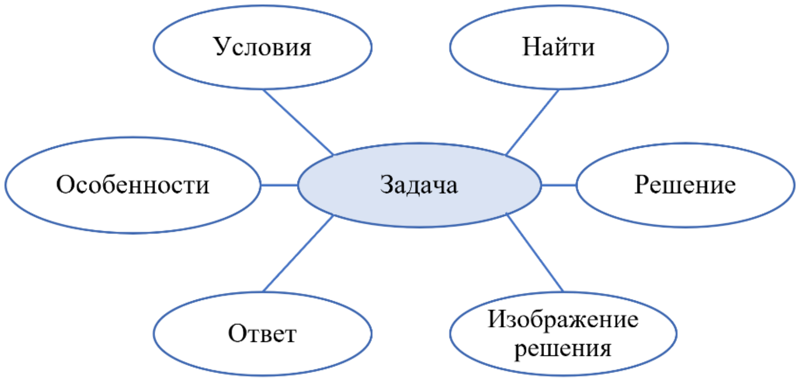
Группа 4

Учёт количества особей сибирского осетра в реке Обь ведется ежегодно. В 2011 году популяция состояла из 2000 особей, в 2013 году – из 500. Как изменится численность данного вида рыбы в реке Обь к 2015 году? Решение запишите в тетрадях. На координатной плоскости постройте график «Изменение численности осетра сибирского в природных условиях».



Приложение № 2

Шаблон кластера-задачи


Условия
Найти
Особенности
Задача
Решение
Ответ
Изображение решения

Приложение Б

Технологическая карта урока по теме «Прогрессии и банковские расчеты», составленная с использованием технологии проблемного обучения

Общая информация	
Программа (УМК)	Алгебра 9 класс. Учебник - Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г. и др.
Предмет	Алгебра
Класс	9
Раздел программы	Арифметическая и геометрическая прогрессии
Необходимое обеспечение занятия	
Мебель и учебное оборудование. Необходимое оборудование и программное обеспечение для участника занятия	– Доска, мел, чертежные инструменты – Карточки с заданиями для групповой работы – Плакат с определениями арифметической и геометрической прогрессий – Листы А4 с темой, целью и задачами урока – Карточки для групповой работы для записи математических моделей – Карточка с заданиями для домашней работы
Ресурсы и материалы	Ручки, тетради, учебники.
Методические ориентиры	
Тема	Прогрессии и банковские расчеты
Тип	Комбинированный урок
Цель занятия	Создать условия для закрепления знаний по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии», а также для применения этих знаний при решении задач в реальной жизни.
Задачи	
Образовательные	Формировать теоретическое и практическое представление о применении арифметической и геометрической прогрессий в реальной жизни. Изучить способы решения задач с жизненными ситуациями.
Воспитательные	Развивать математический и общий кругозоры, логическое мышление, критическое мышление, сознательное восприятие учебного материала, воспитать интерес к предмету, культуру поведения, волевые качества.
Развивающие	Развивать умение анализировать, сравнивать, обобщать, делать выводы, развивать логическое, абстрактное, системное мышление, математическую речь и познавательный интерес.

<table>
<tr><td colspan="3">Основное содержание темы</td></tr>
<tr><td>Что изучается на занятии?</td><td colspan="2">Применение формул арифметической и геометрической прогрессии при решении задач жизненного характера; развитие способности приспосабливаться к различным условиям деятельности; развитие толерантности к чужому мнению; развитие умений успешного общения.</td></tr>
<tr><td>Основные термины и понятия</td><td colspan="2">Арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, формулы n-го члена арифметической и геометрической прогрессии, формулы суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессии, формулы простых и сложных процентов.</td></tr>
<tr><td>Межпредметные связи</td><td colspan="2">Обществознание, экономика, финансы.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты обучения</td></tr>
<tr><td>Предметные</td><td>Личностные</td><td>Метапредметные (УУД)</td></tr>
<tr><td>– используют определения арифметической и геометрической прогрессии;
– применяют формулы n-го члена арифметической и геометрической прогрессии;
– применяют формулы суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессии;
– применяют формулы для решения жизненных задач.</td><td>– сформировано толерантное сознание и поведение личности, готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нём взаимопонимание, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;
– обучающиеся готовы и способны к саморазвитию и личностному самоопределению;
– сформирована мотивация к обучению и целенаправленной познавательной деятельности;
– сформировано умение ясно, точно и грамотно излагать свои мысли в устной и письменной форме, способность к эмоциональному восприятию задач, решений.</td><td>Регулятивные:
– составление и реализация плана деятельности при освоении учебной информации;
– саморегуляция (в организационном моменте);
– самодиагностика и коррекция собственных учебных действий.

Познавательные:
– структурирование информации и знаний;
– уметь строить логические цепочки размышлений;
– уметь строить речевое высказывание в устной и письменной форме;
– определять познавательную цель,
– выражать смысл ситуации различными средствами (рисунки, символы, схемы, знаки).
– анализ объектов для выделения их свойств и признаков;
– установление причинно-следственных связей.

Коммуникативные:
– постановка вопросов – инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации;
– уметь описывать содержание совершаемых действий с целью ориентировки предметно-практической или иной деятельности;
– использование речевых средств для дискуссии и аргументации своей позиции;
– уметь участвовать в диалоге.</td></tr>
</table>

Этап	Время	Форма	Решаемые задачи, методы/ методические приемы	УУД	Оборудование, ПО и ресурсы	Деятельность педагога	Деятельность обучающихся
1. Организационный этап	1 мин	Ф	Создание благоприятного настроя на работу.	Коммуникативные.	Доска (записано число, классная работа).	Приветствует класс, проверяет готовность обучающихся к уроку, настраивает ребят на урок. Класс разделен на два группы по 5-7 человек.	Приветствуют учителя.
2. Актуализация знаний. Мотивация учебной деятельности учащихся	4 мин	Ф/И	Актуализация опорных знаний и способов действий.	Коммуникативные, познавательные.	Доска (записаны вопросы).	1. Сформулируйте определение арифметической и геометрической прогрессий. 2. Запишите формулу n-го члена арифметической и геометрической прогрессии. 3. Запишите формулу суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессии. 4. Что называется процентом? 5. Как найти p % от числа a ($\frac{p}{100} \cdot a$). 6. Верно ли, что для увеличения числа на p % его нужно умножить на $(1+\frac{p}{100})$?	На вопросы 1, 4, 6 отвечают устно. Записывают ответы на вопросы 2-3 и 5 на доске.
3. Создание проблемной ситуации. Постановка цели и задач	2 мин	Ф/Г	Учить оперировать знаниями, находить проблему.	Познавательные, коммуникативные, регулятивные.	Доска.	Рассказ учителя (Приложение № 1). Далее предлагается ситуация (стратегии записаны на оборотной части доски).	Слушают рассказ.

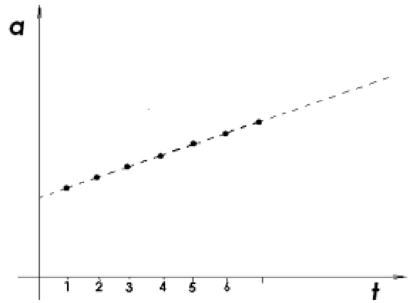
урока						Представьте себе, что мы с вами пришли в банк, где нам предлагают открыть вклад в сумме а рублей под р % годовых на t лет. Есть две стратегии поведения: 1) в конце каждого года хранения вклада снимать проценты по вкладу, т. е. полученную прибыль в размере $\frac{p}{100} \cdot a$ руб.; 2) прийти в банк один раз – в конце срока хранения вклада. Какой доход вы получите в том и другом случае? - Внимательно проанализируйте стратегии. Что необходимо сделать, чтобы узнать, какой будет доход? Какой будет план работы?	Ведется обсуждение в группах.
4. Выдвижение гипотезы	3 мин	Ф/И	Создание условий для формулировки темы, цели и задач урока, создания плана.	Регулятивные, познавательные, коммуникативные.	Доска, листы А4 с темой, целью и задачами урока.	- Итак, какие предположения можно сделать после анализа стратегий? - И соответственно, какая тема и задачи сегодняшнего	Выдвигают гипотезу; если составить решение (математическую модель) жизненной ситуации, то возможно получить

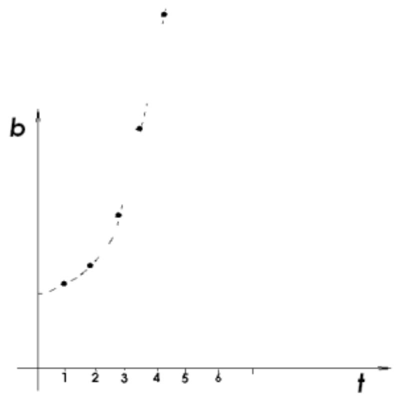
					На доске план урока.	занятия? Слушает предложения обучающихся, задает наводящие вопросы, тем самым помогает лаконично формулировать и цель, и задачи. Фиксирует цель и задачи на доске (листы А4). - Итак, чтобы доказать выдвинутую гипотезу, что нужно сделать? План работы: 1. Создать мат. модели для ситуаций. 2. Определить для каких прогрессий является данная мат. модель. 3. Решать задания на каждую мат. модель. 4. Применить мат. модели в новых ситуациях. 5. Сделать вывод.	прогрессию. Формулируют тему урока «Прогрессии и банковские расчеты». Ставят цель и задачи на урок. Цель: изучение применения прогрессий в реальной жизни. Задачи: - повторить имеющиеся знания о прогрессиях; - уметь применять их при решении заданий в нестандартных ситуациях. - Составить план работы.
5. Поиск решения проблемы	8 мин	Ф/Г	Показать применение прогрессий. Тренировать способность к самоконтролю.	Познавательные, коммуникативные.	Доска. Карточки для записи решения математической модели.	- Первая группа создает мат. модель для первой ситуации, вторая группа – для второй. Приложение № 2. - Что можно сказать о получившихся мат. моделях?	У каждой группы карточки для записи. У первой группы – для первой ситуации, у второй группы – для второй ситуации. Один ученик из

					На доске записи формул простых и сложных процентов.	- Теперь, на основании выделенных прогрессий, рассчитайте, какой доход возможно получить на t лет. Итак, у нас получились формулы расчета дохода, формулы простых и сложных процентов. Вывод. Повторить определение прогрессий.	каждой группы записывает решение на доске. Мат. модель первой ситуации является арифметической прогрессией, мат. модель второй ситуации – геометрической прогрессией. Расчеты дохода записываются в карточку. Приложение № 2. Говорят определение.
6.Физкультминутка	2 мин	Ф	Смена деятельности.	Познавательные.		Повторить 2-3 раза, меняя последовательность. Точка – наклоны головы влево-вправо; развёрнутый угол - руки в стороны; прямой угол - руки под углом 90; острый угол - руки в стороны вверх, образуя острый угол; тупой угол - руки в стороны, образуя тупой угол. И 2-3 упражнения на глаза.	Выполняют упражнения.

7. Проверка найденного решения	10 мин	Ф/Г	Учить оперировать знаниями, развивать гибкость использования знаний.	Регулятивные, познавательные.	Доска. Записи решения.	Решим задания на каждую мат. модель. Задача 1. Вкладчик открыл в банке счет и положил на него 180000 руб. сроком на 4 года под простые проценты по ставке 15 % в год. Какой будет сумма, которую вкладчик получит при закрытии вклада? На сколько рублей вырастет вклад за 4 года? Задача 2. Вкладчик открыл в банке счет и положил на него 180000 руб. сроком на 4 года под сложные проценты по ставке 15 % в год. Какой будет сумма, которую вкладчик получит при закрытии вклада? На сколько рублей вырастет вклад за 4 года? Повторяем формулы прогрессий. Дополнительный вопрос: – Если через тот же срок при том же первоначальном вкладе вкладчик хочет получить не 288000 рублей, а 3000000 рублей то, что можно	Решают задачи, записывают решение в тетради, затем записывают на доске. Решения задачи 1. a = 180000 руб.; $t = 4$; p = 1 1) $a_5 = a\,(1+\frac{4p}{100}) = 180000\cdot(1+\frac{4\cdot 1}{10}$ $= 180000\cdot 1{,}6 = 288000$ руб. 2) 288000-180000 = 108000 руб. Ответ: 288000 рублей, 108000 ру Решение задачи 2. b_1 = 180000 руб.; $t = 4$; p = 1 1) $b_5 = b_1\cdot(1+\frac{p}{100})^4 =$ $= 180000\cdot(1+\frac{15}{100})^4 =$ $=180000\cdot 1{,}15^4=180000\cdot 1{,}749\approx 314$ 2) 314821 – 180000=134821 ру Ответ: 314821 рубль, 134821 р Повторяют формулы. Отвечают на вопрос: - Можно определить количество р процентов, т. е. поискать другой

						определить по формуле простых процентов?	банк с нужными р% годовых.
8. Самостоятельная работа	6 мин	И/Ф	Тренировать способность к самоконтролю и самооценке. Дать качественную оценку работы класса и отдельных учащихся.	Регулятивные, познавательные.	Доска (обратная сторона).	Самостоятельная работа. Задача 3. Предположим, что в 1774 году 1 рубль был отдан под 10% годовых. В какую сумму он превратился к 1974 году (через 200 лет)? - Перед тем как приступить к решению ответьте на вопрос: формула каких процентов (простых или сложных) здесь может быть применена? - Какие затруднения возникли при решении задания, где и в чем ошиблись, почему это произошло, каких знаний не хватает для устранения затруднения.	Выполняют самостоятельную работу, записываю решение в тетрадь. Решение: 1 $(1+0,1)^{200}$ = = $1,1^{200} = ((1,1)^8)^{25} \approx$ $\approx (2,14)^{25} > 2^{25} =$ $2^{10} \cdot$ $\cdot\ 2^{10} \cdot 2^5 = 1024 \cdot$ $1024 \cdot \cdot\ 32 >$ 32000000 Ответ: более 32000000 рублей. - Сложных процентов. Выполняют самопроверку по эталону. Отмечают правильность выполнения заданий. Анализируют и корректируют результат самостоятельной работы.

						- Какай вывод можно сделать?	- Вложив 1 доллар можно распоряжаться миллионами.
9. Включение в систему знаний и повторения	6 мин	Г	Учить оперировать знаниями, развивать гибкость использования знаний. Тренировать способность к самоконтролю и взаимоконтролю	Познавательные.	Доска.	Задача 4. Создать графическую модель простых процентов и сложных процентов.	Решают задачу 4.
						 Арифметическую прогрессию можно рассматривать как линейную функцию y=dx+m, $x \in N$., заданную на множестве N натуральных чисел с угловым коэффициентом $d = \frac{p}{100} \cdot a$. Функция возрастающая.	

						Геометрическую прогрессию можно рассматривать как показательную функцию, заданную на множестве N натуральных чисел $y = b\cdot q^x$, $q = 1 + \frac{p}{100}$; $q>1$, $x\in N$. Функция – возрастающая, <u>в отличие от предыдущего случая график идет круто вверх.)</u>	
10. Промежуточный этап, на котором формируется домашнее задание	1 мин	И	Обеспечение понимания содержания и способов выполнения домашнего задания. Обсуждение порядка выполнения заданий.	Регулятивные, познавательные.	Карточки с задачами.	Задача 1. Какую сумму положили в банк под простые проценты по ставке 12 % годовых, если через 5 лет вклад достиг величины 94500 руб.? Задача 2. Сколько лет лежал в банке вклад 70000 руб., если по ставке 19,2 % годовых простых процентов он достиг величины 150640 руб.? Задача 3. В начале нашей эры на одну	Получают домашнее задание.

						копейку ежегодно начисляли по 5 % годовых. В какую сумму превратится эта копейка через 2000 лет, т. е. к нашему времени?	
11. Рефлексия учебной деятельности	2 мин	Ф/И	Дать количественную оценку работы учащихся. Подведение итогов урока, выяснение уровня достижения целей каждым учащимся.	Регулятивные.	Доска.	Урок подходит к концу. Повторим. Какая была тема урока? Какую цель ставили? Достигли цели урока? Что нового вы узнали? С какими трудностями столкнулись по время урока, в каких заданиях? Сделаем вывод. Арифметическую и геометрическую прогрессию возможно использовать при решении задач в реальной жизни.	Отвечают на вопросы. Подводят итоги урока, вспоминают тему, задачи урока, делают выводы, подводят итог урока, высказывают, какие были затруднения.

Приложение № 1

Рассказ учителя

Сведения из истории создания банков.

Считается, что наряду с изобретением колеса создание банков явилось одним из важнейших изобретений человечества.

Слово «банк» происходит от латинского «банко» – скамья, лавка менялы. Первые банкиры – ростовщики и менялы – появились уже в древнем мире. Тогда было широко распространено ростовщичество, т. е. одалживание денег под проценты. Разность между той суммой, которую возвращали ростовщику, и той, которую первоначально взяли у него, называлась лихвой. Так, в древнем Вавилоне лихва составляла 20 % и более! Таким образом, ремесленник, взявший у ростовщика 1000 денежных единиц сроком на один год, возвращал ему по прошествии года не менее 1200 этих же денежных единиц.

Первые настоящие банки были основаны в Венеции в 1171 г. и в Генуе в 1320 г. В XIV – XV вв. банки широко распространились в Западной Европе. В Росси первые банки появились в 1774 г. Эти учреждения давали деньги в долг королям, князьям, купцам, ремесленникам, финансировали дальние путешествия, завоевательные походы, возведение крупных сооружений и т. д. Конечно, банки давали деньги не бескорыстно. Как и ростовщики древности они брали плату за пользование предоставленными деньгами. Эта плата выражалась обычно в виде процентов к величине выданных в долг денег.

Современные банки аккумулируют

– деньги,
– ценные бумаги,
– предоставляют кредит,
– осуществляют взаимные расчеты,
– выпускают деньги и ценные бумаги,
– осуществляют операции с золотом, иностранной валютой и т. д.

Приложение № 2

Карточки записи решения (то, что получится у обучающихся после решения)

<table>
<tr><th>Группа 1 (первая ситуация)</th><th>Группа 2 (вторая ситуация)</th></tr>
<tr><td>$a_1 = a$, - первоначальный вклад;
$a_2 = a + \frac{p}{100} \cdot a$;
$a_3 = a + \frac{2p}{100} \cdot a$;
$a_4 = a + \frac{3p}{100} \cdot a$;
. . .
$a_{t+1} = a + \frac{tp}{100} \cdot a$</td><td>Вы решили прийти в банк только в конце срока хранения вклада.
$b_1 = b$ – первоначальный вклад;
$b_2 = b_1 + \frac{p}{100} \cdot b_1 = b_1 \cdot (1 + \frac{p}{100})$;
$b_3 = b_1 \cdot (1 + \frac{p}{100})\,(1 + \frac{p}{100}) = b_1 \cdot (1 + \frac{p}{100})^2$;
$b_4 = b_1 \cdot (1 + \frac{p}{100})^3$;
. . .
$b_t = b_1 \cdot (1 + \frac{p}{100})^t$</td></tr>
<tr><td>Вывод: математическая модель этой ситуации является арифметической прогрессией.</td><td>Вывод: математическая модель этой ситуации является геометрической прогрессией.</td></tr>
</table>

$a_1 = a$ - первоначальный вклад; $d = \frac{p}{100} \cdot a$; $a_{t+1} = a + \frac{tp}{100} \cdot a = a \cdot (1 + \frac{tp}{100})$ руб. можно получить за t лет формула простых процентов.	$b_1 = b$ – первоначальный вклад; $q = 1 + \frac{p}{100}$; $b_t = b_1 \cdot (1 + \frac{p}{100})^t$ рублей можно получить за t лет формула сложных процентов.

Приложение В

Технологическая карта урока по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» с использованием проектной технологии

Общая информация	
Предмет	Алгебра
Класс	9
Раздел программы	Арифметическая и геометрическая прогрессии
Необходимое обеспечение занятия	
Мебель и учебное оборудование. Необходимое оборудование и программное обеспечение для участника занятия	– Проектор – Компьютер – Презентация – Учебник
Ресурсы и материалы	Ручки, тетради, учебники, компьютеры (ноутбуки).
Методические ориентиры	
Тема	Арифметическая и геометрическая прогрессии в жизни человека
Тип	Проектная деятельность
Цель занятия	Создать условия для закрепления знаний по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии», а также для применения этих знаний при решении задач в реальной жизни.
Задачи	
Образовательные	Формировать теоретическое и практическое представление о применении арифметической и геометрической прогрессий в реальной жизни. Изучить способы решения задач с жизненными ситуациями.
Воспитательные	Развивать математический и общий кругозоры, логическое мышление, критическое мышление, сознательное восприятие учебного материала, воспитать интерес к предмету, культуру поведения, волевые качества.
Развивающие	Развивать умение анализировать, сравнивать, обобщать, делать выводы, развивать логическое, абстрактное, системное мышление, математическую речь и познавательный интерес.
Основное содержание темы	
Что изучается на занятии?	Применение формул арифметической и геометрической прогрессии при решении задач жизненного характера; развитие способности приспосабливаться к различным условиям деятельности; развитие толерантности к чужому мнению; развитие умений успешного общения.

Основные термины и понятия	Арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, формулы n-го члена арифметической и геометрической прогрессии, формулы суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессии.
Межпредметные связи	Информатика, обществознание, экономика, музыка, биология, химия, физика, поэзия.

Планируемые результаты обучения

Предметные	Личностные	Метапредметные (УУД)
– используют определения и формулы арифметической и геометрической прогрессии; – применяют формулы для решения жизненных задач.	– сформировано толерантное сознание и поведение личности, готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нём взаимопонимание, находить общие цели и сотрудничать для их достижения; – обучающиеся готовы и способны к саморазвитию и личностному самоопределению; – сформирована мотивация к обучению и целенаправленной познавательной деятельности; – сформировано умение ясно, точно и грамотно излагать свои мысли в устной и письменной форме, способность к эмоциональному восприятию задач, решений.	Регулятивные: – составление и реализация плана деятельности при освоении учебной информации; – саморегуляция; – самодиагностика и коррекция собственных учебных действий. Познавательные: – структурирование информации и знаний; – уметь строить логические цепочки размышлений; – уметь строить речевое высказывание в устной и письменной форме; – определять познавательную цель, – выражать смысл ситуации различными средствами (рисунки, символы, схемы, знаки). – анализ объектов для выделения их свойств и признаков; – установление причинно-следственных связей. Коммуникативные: – постановка вопросов – инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации; – уметь описывать содержание совершаемых действий с целью ориентировки предметно-практической или иной деятельности; – уметь работать в группе; – уметь участвовать в диалоге.

Этап	Время	Форма	Решаемые задачи, методы/ методические приемы	УУД	Оборудование, ПО и ресурсы	Деятельность педагога	Деятельность обучающихся
1. Организационный этап	3 мин	Ф	Создание благоприятного настроя на работу.	Коммуникативные.	Доска (записано число, классная работа).	Приветствует класс, проверяет готовность обучающихся к уроку, настраивает ребят на урок. Класс разделен на 3 группы по 5 человек. - Как вы думаете, зачем мы изучаем математику? - Зачем приходится заучивать много формул, различных определений?	Приветствуют учителя, отвечают на вопросы, делятся на группы.
2. Этап формулирование темы, цели, задач	10 мин	Ф/И	Актуализация опорных знаний и способов действий. Создание условий для формулировки темы, цели и задач урока, создания плана.	Коммуникативные, познавательные.	Доска (формулы). Презентация учителя.	1. Сформулируйте определение арифметической и геометрической прогрессий. 2. Запишите формулу n-го члена арифметической и геометрической прогрессии. 3. Запишите формулу суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессии. Презентация учителя: 1. Исторические факты о прогрессиях. 2. Информация о проекте: тема проекта, цель проекта, задачи проекта, план работы по созданию продукта проекта (таблица 20 ВКР).	Отвечают на вопросы, записывают формулы на доске. 1. $a_{n+1} = a_n + d$, $b_{n+1} = b_n q$ 2. $a_n = a_1 + d(n-1)$ $b_n = b_1 q^{n-1}$ 3. $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n$ $S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} n$

						Каждой группе нужно создать презентации, в которых отразить, где в жизни встречается прогрессия.	$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$ $S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}$
3. Подготови тельный этап (работа с информа цией)	10 мин	Г	Учить находить нужную информацию.	Познавательные, коммуникативные, регулятивные.	Компьютер, учебники.	Оказывает помощь в поиске информации, отвечает на возникшие вопросы учеников. (физкультминутка, зарядка для глаз)	Каждая группа подбирает необходимую информацию для презентации. Ведется обсуждение.
4. Этап проектной деятельно сти (создание продукта проекта)	30 мин	Г	Уметь работать в группе.	Регулятивные, познавательные, коммуникативные.	Компьютер, учебники, презентации	Отвечает на возникшие вопросы учеников. Группа 1 – Презентация 1 (Приложение 1). Группа 2 – Презентация 2 (Приложение 2). Группа 3 – Презентация 3 (Приложение 3).	Ведется групповая работа по созданию продукта проекта. Подготавливается защищать свой проект.
5. Презентация продукта проектной деятельно-сти	15 мин	Г	Уметь презентовать информацию, продукт.	Познавательные, коммуникативные.	Компьютер, презентации	По ходу выступления учитель предлагает другим группам решить примеры задач из презентаций.	Презентуют получившиеся презентации, ведется рассказ.
6. Рефлексия, самоанализ	3 мин	Ф/И	Дать количественную оценку работы учащихся. Подведение итогов урока.	Регулятивные.		Урок подходит к концу. Повторим. Какая была тема урока? Какую цель ставили? Достигли цели урока? Что нового вы узнали? Сделаем вывод. Арифметическая и	Отвечают на вопросы. Подводят итоги урока, вспоминают тему, задачи урока, делают выводы.

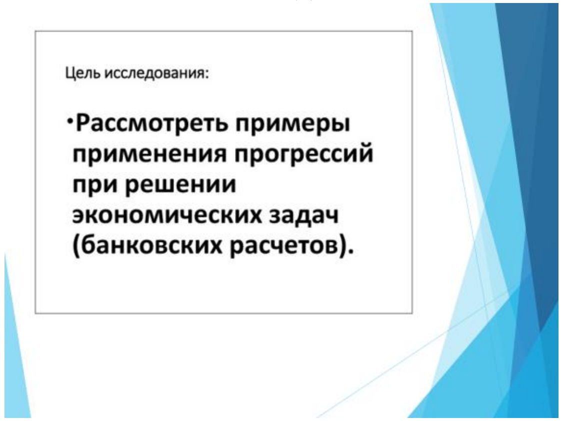
						геометрическая прогрессии в жизни человека играет важную роль, с прогрессиями человек встречается во многих сферах жизни.	

Приложение № 1

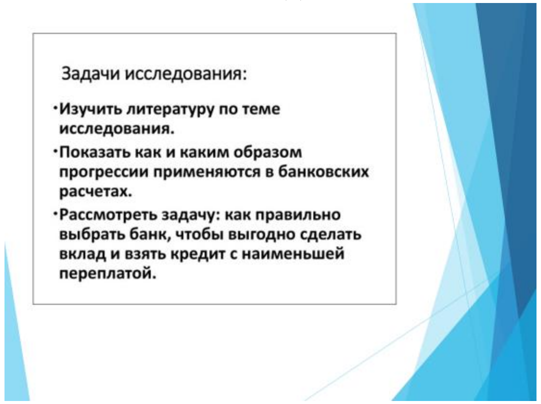
Презентация первой группы

Слайд 1

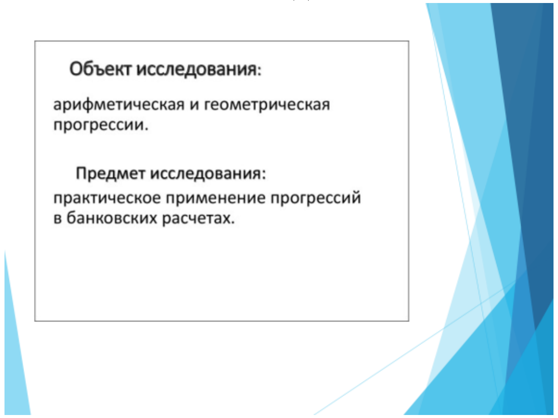
Слайд 2



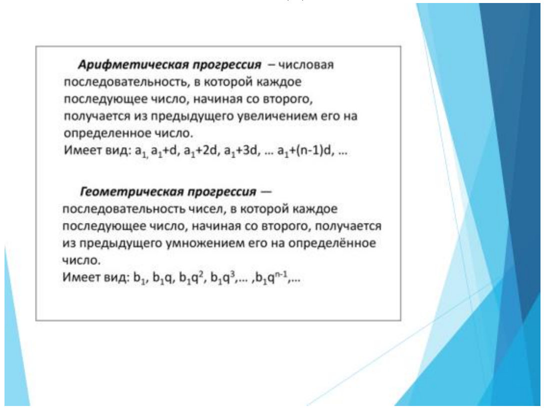
Слайд 3



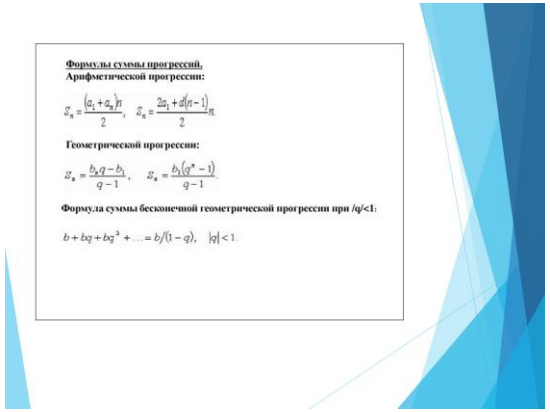
Слайд 4



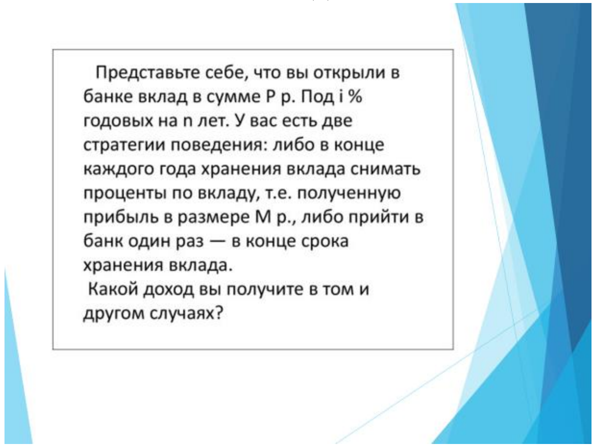
Слайд 5



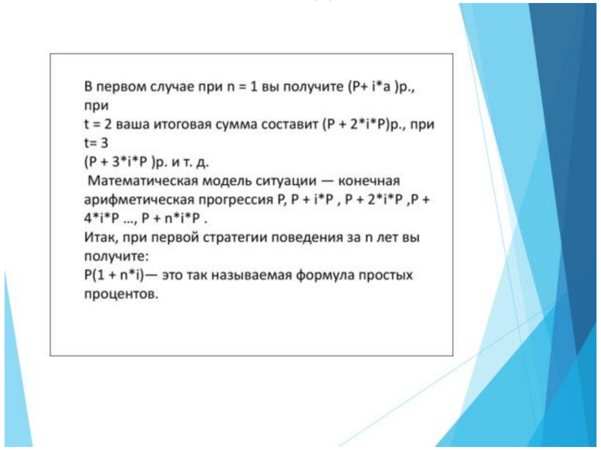
Слайд 6



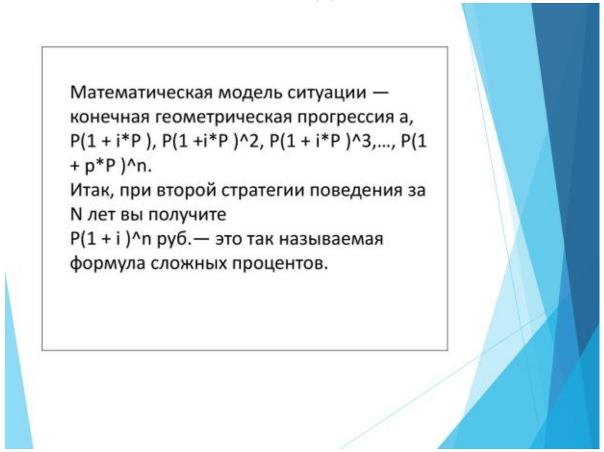
Слайд 7



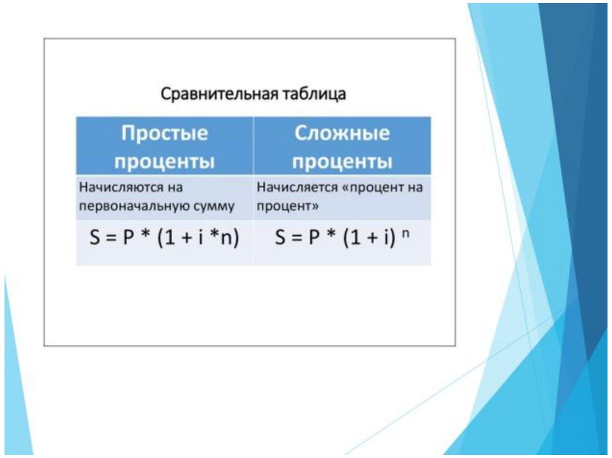
Слайд 8



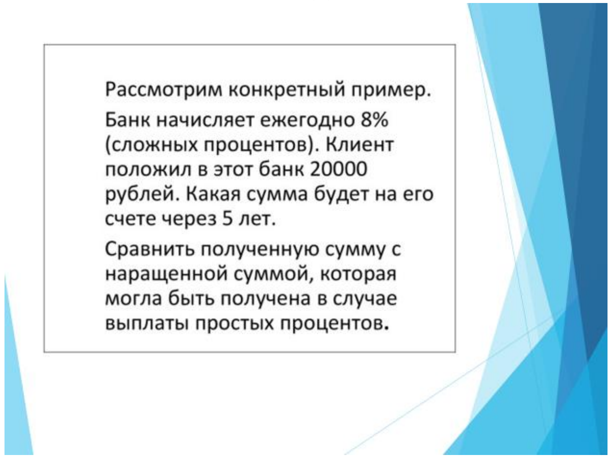
Слайд 9



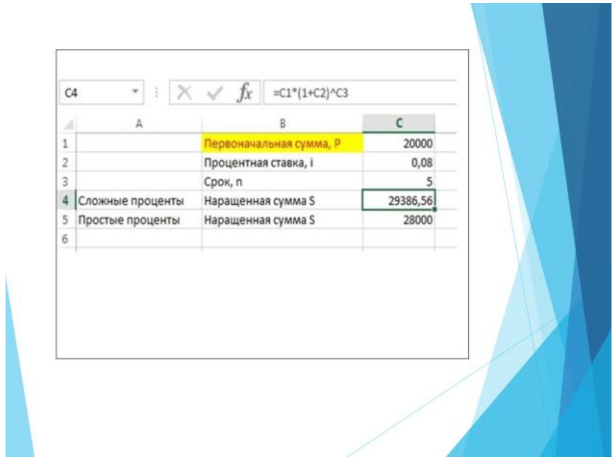
Слайд 10



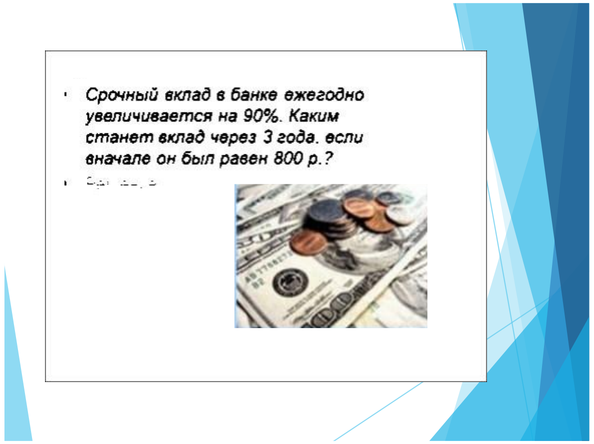
Слайд 11



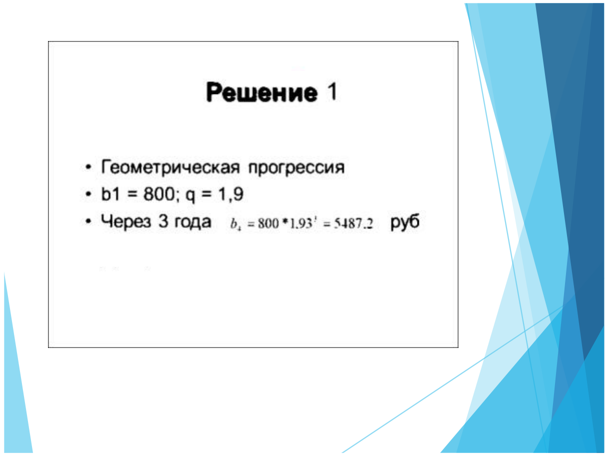
Слайд 12



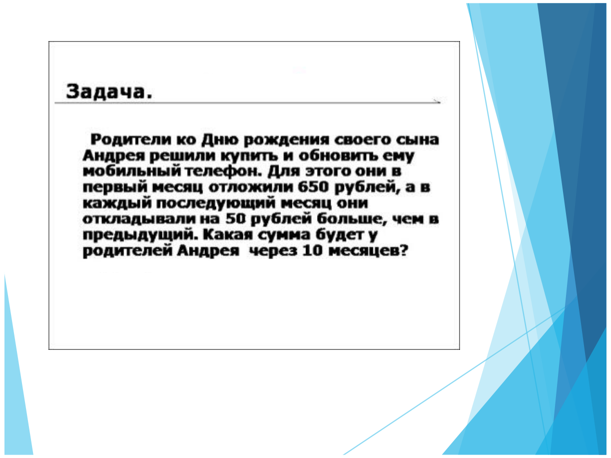
Слайд 13



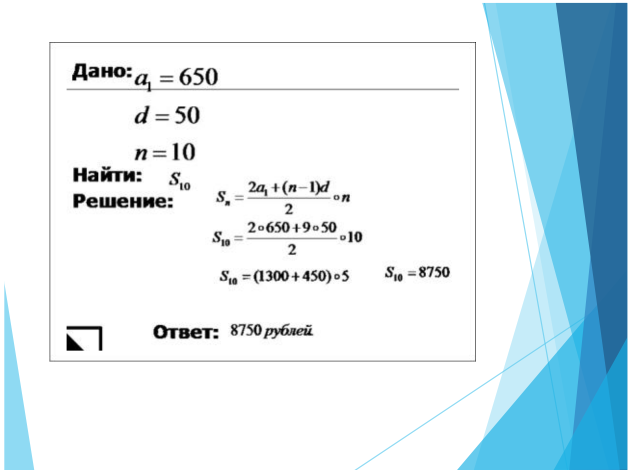
Слайд 14



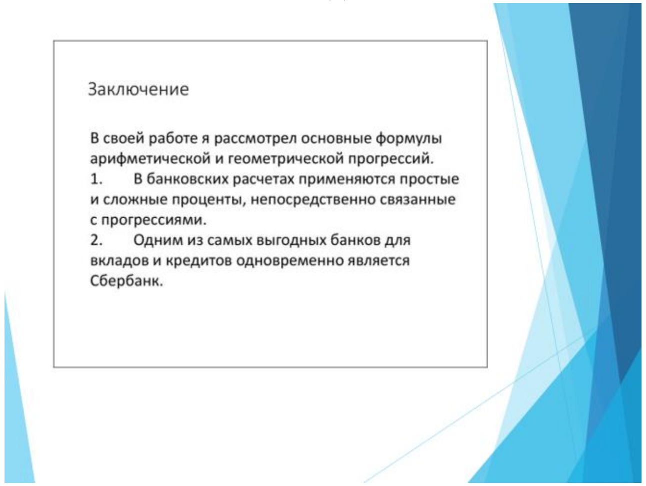
Слайд 15



Слайд 16



Слайд 17

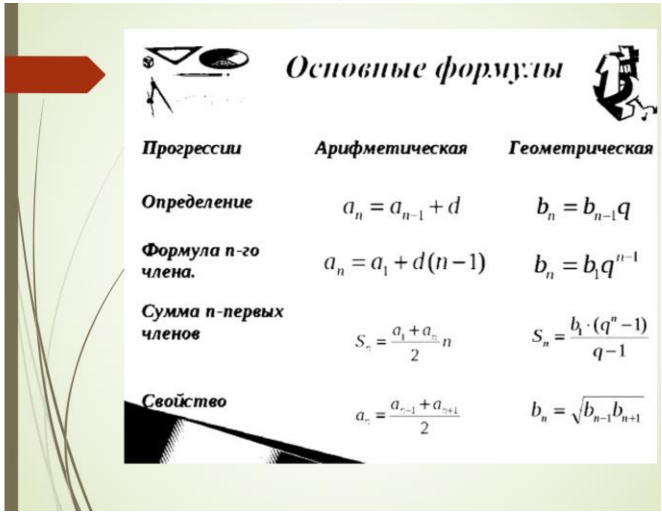


Приложение № 2

Презентация второй группы

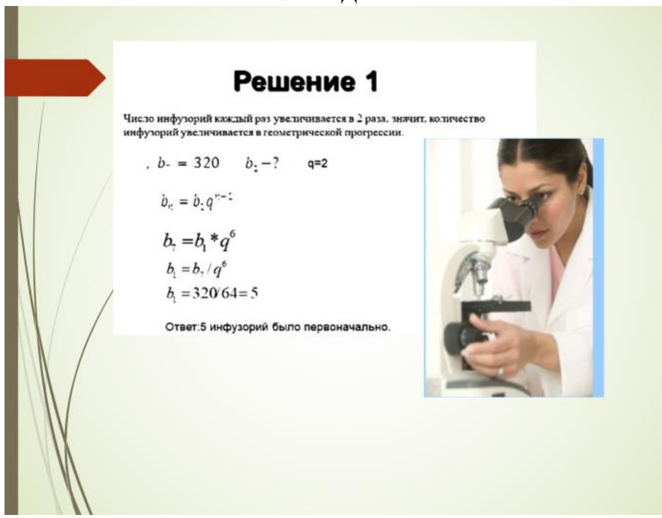
Слайд 1

Слайд 2

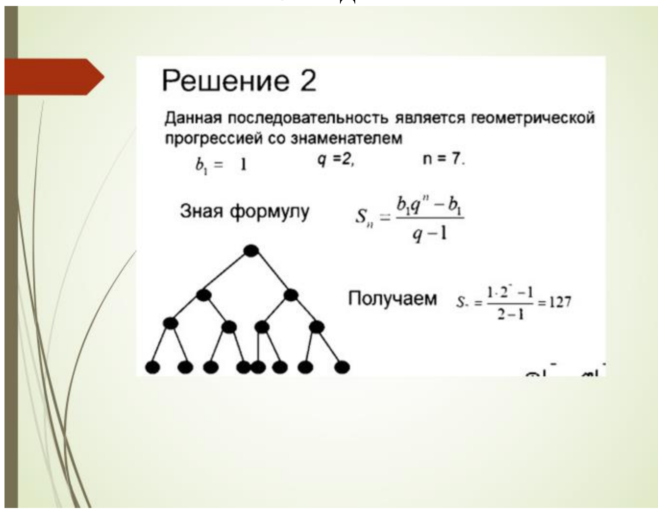


Слайд 3

Слайд 4

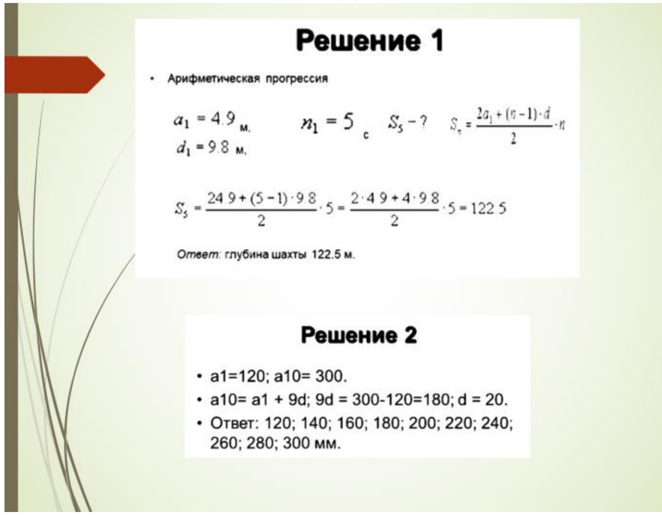


Слайд 5

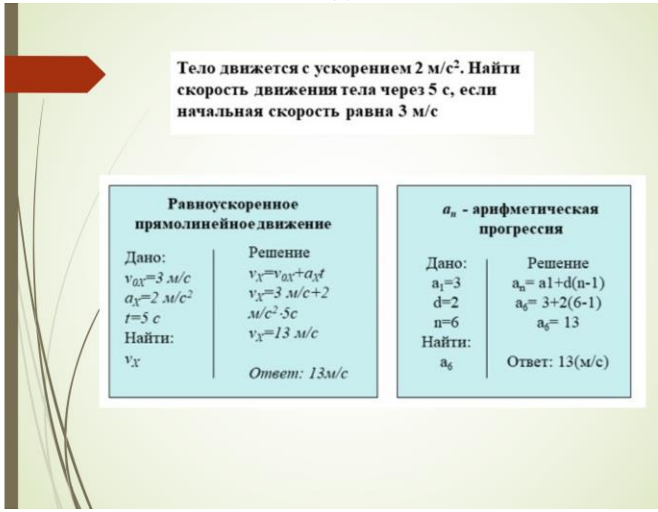


Слайд 6

Слайд 7



Слайд 8

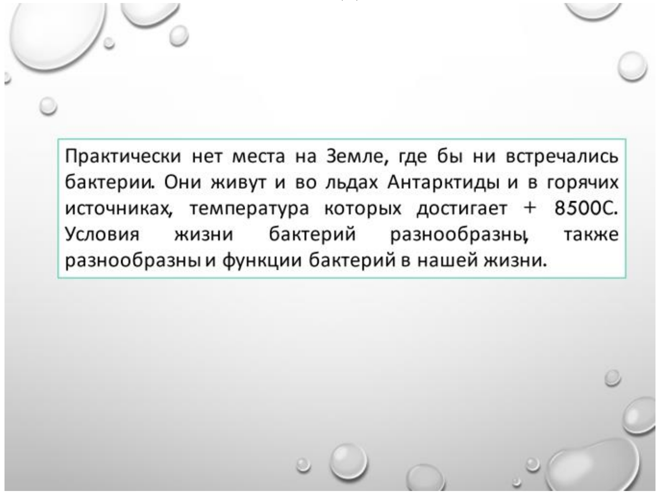


Приложение № 3

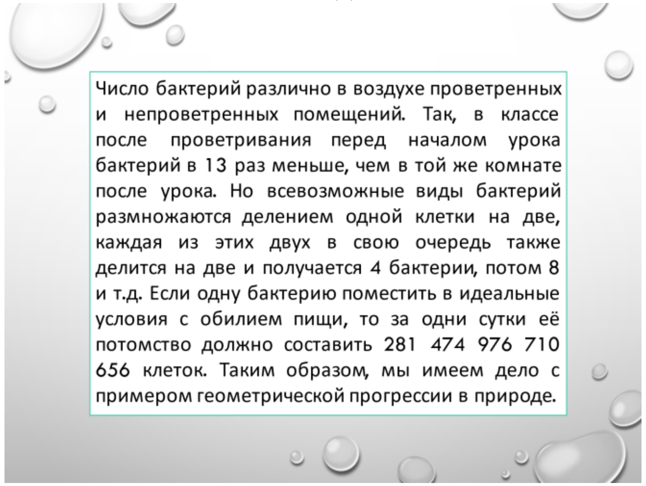
Презентация третей группы

Слайд 1

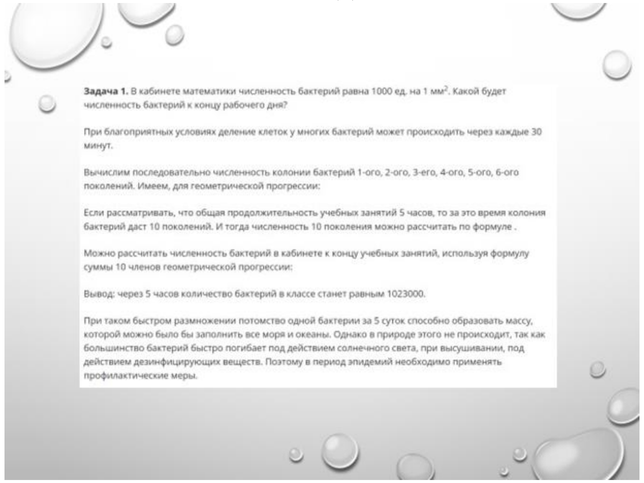
Слайд 2



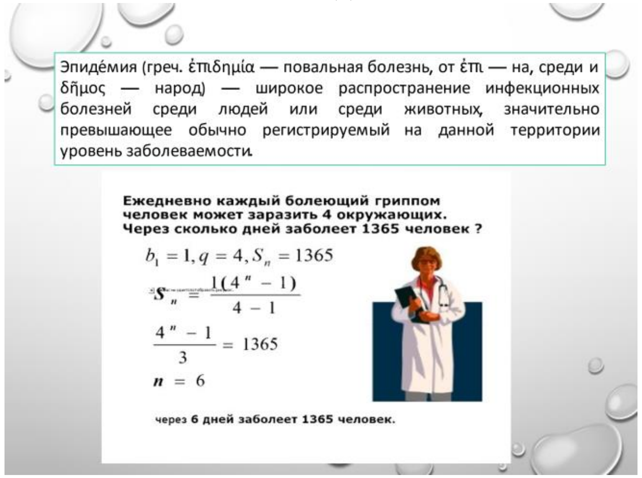
Слайд 3



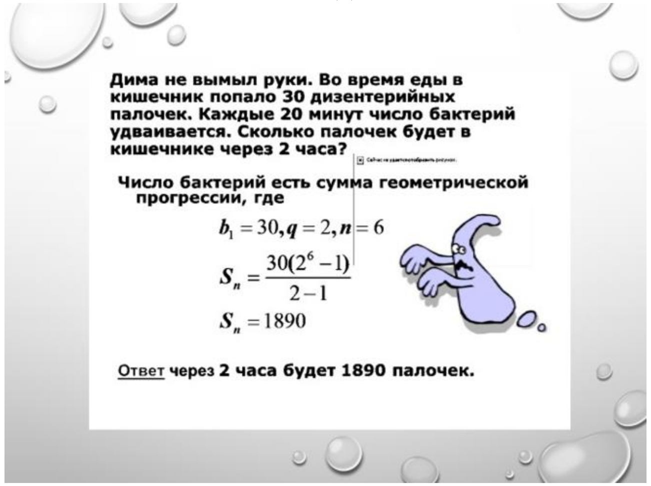
Слайд 4



Слайд 5



Слайд 6



Приложение Г

Фрагмент урока по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии» с использованием игровой технологии

Общая информация	
Предмет	Алгебра
Класс	9
Раздел программы	Арифметическая и геометрическая прогрессии
Необходимое обеспечение занятия	
Мебель и учебное оборудование. Необходимое оборудование и программное обеспечение для участника занятия	– Доска – Учебник – Раздаточный материал (сценарий, условия задач)
Ресурсы и материалы	Ручки, тетради, учебники.
Методические ориентиры	
Тема	Арифметическая и геометрическая прогрессии
Тип	Закрепление и систематизация знаний (деловая игра)
Цель занятия	Создать условия для закрепления знаний по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии», а также для применения этих знаний при решении задач в реальной жизни.
Задачи	
Образовательные	Формировать теоретическое и практическое представление о применении арифметической и геометрической прогрессий в реальной жизни. Изучить способы решения задач с жизненными ситуациями.
Воспитательные	Развивать математический и общий кругозоры, логическое мышление, критическое мышление, сознательное восприятие учебного материала, воспитать интерес к предмету, культуру поведения, волевые качества.
Развивающие	Развивать умение анализировать, сравнивать, обобщать, делать выводы, развивать логическое, абстрактное, системное мышление, математическую речь и познавательный интерес.
Основное содержание темы	
Что изучается на занятии?	Применение формул арифметической и геометрической прогрессии при решении задач жизненного характера; развитие способности приспосабливаться к различным условиям деятельности; развитие толерантности к чужому мнению; развитие умений успешного общения.
Основные термины и понятия	Арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, формулы n-го члена арифметической и геометрической прогрессии, формулы суммы n первых членов арифметической и геометрической

	прогрессии.
Межпредметные связи	Обществознание, экономика.

Планируемые результаты обучения

Предметные	**Личностные**	**Метапредметные (УУД)**
– используют определения и формулы арифметической и геометрической прогрессии; – применяют формулы для решения жизненных задач.	– сформировано толерантное сознание и поведение личности, готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нём взаимопонимание, находить общие цели и сотрудничать для их достижения; – обучающиеся готовы и способны к саморазвитию и личностному самоопределению; – сформирована мотивация к обучению и целенаправленной познавательной деятельности; – сформировано умение ясно, точно и грамотно излагать свои мысли в устной и письменной форме, способность к эмоциональному восприятию задач, решений.	Регулятивные: – составление и реализация плана деятельности при освоении учебной информации; – саморегуляция; – самодиагностика и коррекция собственных учебных действий. Познавательные: – структурирование информации и знаний; – уметь строить логические цепочки размышлений; – уметь строить речевое высказывание в устной и письменной форме; – определять познавательную цель, – выражать смысл ситуации различными средствами (рисунки, символы, схемы, знаки). – анализ объектов для выделения их свойств и признаков; – установление причинно-следственных связей. Коммуникативные: – постановка вопросов – инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации; – уметь описывать содержание совершаемых действий с целью ориентировки предметно-практической или иной деятельности; – уметь работать в группе; – уметь участвовать в диалоге.

Этап	Время	Форма	Решаемые задачи, методы/ методические приемы	УУД	Оборудование, ПО и ресурсы	Деятельность	
						педагога	обучающихся
1. Организационный этап	3 мин	Ф	Создание благоприятного настроя на работу.	Коммуникативные.	Доска (записано число, классная работа).	Приветствует класс, проверяет готовность обучающихся к уроку, настраивает ребят на урок. Класс делится на группы: – администрация предприятия (директор); – экономист-теоретик; – экономисты; – математики; – расчетная группа. - Мы проводим заключительный урок по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии». В ходе подготовки к игре вы познакомились с экономическими процессами и терминами, с математическим обоснованием этих процессов, изучением интересных задач.	Приветствуют учителя, делятся на группы.
2. Подготовка к проведению игры	10 мин	Ф/И	Актуализация опорных знаний и способов действий.	Коммуникативные, познавательные.	Доска (формулы).	1. Сформулируйте определение арифметической и геометрической прогрессий. $a_{n+1} = a_n + d$ и $b_{n+1} = b_n q$. 2. Запишите формулу n-го члена арифметической и геометрической прогрессии. $a_n = a_1 + d(n-1)$,	Отвечают на вопросы, записывают формулы на доске.

						$b_n = b_1 q^{n-1}$. 3. Запишите формулу суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессии. $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n$ $S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} n$ $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$ $S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}$	
3. Проведение игры	30 мин	Г	Уметь работать в группе.	Регулятивные, познавательные, коммуникативные.	Доска.	**Начинаем совещание** **Директор.** Мы должны проанализировать работу предприятия, наметить дальнейший план работы. Прежде всего нас интересует эффективность работы. Мы будем изучать ее по нескольким направлениям: прибыль, налоги, индексация заработной платы, расходы на рекламу», себестоимость продукции. Слово экономисту-теоретику. **Экономист-теоретик.** Под экономической эффективностью понимается «способ организации производства», при котором затраты на производство определенного количества продукции минимальны. **Задача 1.** **Экономист.** У нас образовалась прибыль в размере 5000 у. е. Есть три банка, в которые можно вложить деньги: 1-й банк – простые проценты из расчета	

						3% в месяц; 2-й банк – под простые проценты из расчета 40 % в год; 3-й банк – под сложные проценты из расчета 30 % в год. Мы хотим положить деньги на три года. В каком банке это наиболее выгодно? **Экономист-теоретик.** Вы знаете, что банк за возможность использовать деньги, платит проценты, т. е. денежные средства. **Директор.** Просим специалиста – математика разобраться с понятием простых и сложных процентов. **Первый математик.** Простые проценты – это прообраз арифметической прогрессии. Постоянно за определенный промежуток времени (месяц, год) начисляется одна и та же сумма, определенная количеством процентов. В рассматриваемой задаче 1-й – банк каждый месяц начисляет 3 % = 0,03 от суммы 5000 у. е. то есть $a_1 = 5000$, $d = 0{,}03 \times 5000 = {}$ $=150$, $d = 150$, $n = 37$. a_{37} – ? 2-й банк каждый год начисляет 40% = 0,40 от суммы 5000 у.е. то есть $a_1 = 5000$, $d = 0{,}4 \times 5000 = {}$ $= 2000$, $n = 4$, a_n – ? Под a_1 подразумевается сумма на начало года, поэтому a_n – это сумма на конец третьего года. Сложные проценты начисляются иначе: 3-й банк дает 30 % в год. Это значит, что каждый год сумма увеличивается в 1,3 раза (100 % + 30 %). Здесь мы имеем дело с геометрической прогрессией $b_1 = 5000$, $q = 1{,}3$, b_4 – ? **Директор.** Прошу расчетную группу произвести расчеты, а экономиста дать заключение (Приложение № 1). **Экономист.** Выгоднее вложить деньги во 2-й

						банк. Но в дальнейшем ситуация может измениться. Произведите расчеты, если мы хотим положить деньги на 5 лет. **Экономист.** На 5 лет лучше положить в 3-й банк. **Директор.** На предприятии выпускается продукция нескольких видов. Мы продаем ее и в городе, и по всей России. Прошу экономистов предоставить информацию. **Экономист-теоретик.** Под оборотом товаров понимается транспортировка, хранение и реализация товара. **Задача 2:** **Экономист.** Оборот продукции в городе увеличивается на 20 % от первоначального ежегодно, а по всей России – в 1,2 раза. Начальный оборот год назад составлял 10000 у.е. Где будет более выгодно продавать нашу продукцию через год? **Второй математик.** Оборот продукции в городе подчиняется законам арифметической прогрессии: a_1 = 10000, d = 0,2 х 10000 = 2000, a_3 – ? Необходимо найти a_3. Оборот по России подчиняется геометрической прогрессии: b_1 = 10000, q = 1,2. Найти b_3. Расчетная группа производит расчеты (Приложение № 1). **Экономист.** Выгоднее продавать продукцию по России, но необходимо будет провести дополнительные исследования, так как затраты на транспортировку и хранение товаров могут оказаться большими, мы не получим ожидаемой прибыли. **Директор.** Оставим этот вопрос для дальнейших

						исследований, а пока проанализируем себестоимость нашей продукции на сегодняшний день. Слово экономисту-теоретику. **Экономист-теоретик.** Под себестоимостью понимают «затраты предприятия на производство и реализацию товара в денежном выражении». **Задача 3.** **Экономист.** Себестоимость первых партий товара составила 100 у.е. Из-за увеличения стоимости электроэнергии себестоимость каждой следующей партии в первом подразделении увеличивалась в 1,2 раза, а во втором– на 25 % от себестоимости первых партий. В каком подразделении выгоднее выпустить три партии данной продукции? **Третий математик.** В первом подразделении «работает» геометрическая прогрессия: $b_1 = 100$, $q = 1,2$. Найти b_4 – ? Во втором – арифметическая : $a_1 = 100$, $d = 25$. Найти a_4. Расчетная группа производит расчеты (Приложение № 1). **Экономист.** Выгоднее выпустить эту продукцию в первом подразделении. **Директор.** Рассмотрим теперь вопрос, связанный с работой сотрудников на предприятии. Нас интересует численный состав работников и их заработная плата. **Экономист-теоретик.** Заработной платой называют «денежные средства, получаемые работником за свой труд». **Задача 4.** **Экономист.** Численность сотрудников на

						предприятии 50 человек, а рабочих – 100 человек. В течение трех лет мы планируем ежегодно увеличивать на 20 % от начального количества численность сотрудников и в 1, 1 раза – число рабочих. Сможем ли мы на предприятии содержать такой штат, если зарплату можно выплатить лишь двумстам работающим? **Четвертый математик.** Численность сотрудников подчиняется арифметической прогрессии: $a_1 = 50$, $d = 10$, $a_3 = ?$ Численность рабочих – геометрической прогрессии: $b_1 = 100$, $q = 1{,}1$, b_3 – ? Необходимо проверить неравенство: $a_3 + b_3 = 200$. Расчетная группа производит расчеты (Приложение № 1). **Экономист.** Да, сможем. Но через три года нам придется еще раз продумать решение этой проблемы. **Директор.** На предприятии установлена индексация заработной платы в зависимости от инфляции. Просим теоретика пояснить эти понятия. **Экономист-теоретик.** Инфляция – рост цен на товары, вызванный обесцениванием денег. Индексация – регулярное изменение заработной платы в зависимости от роста стоимости жизни. **Задача 5.** **Экономист.** В течение года ожидается инфляция около 10 % в месяц от уровня января. В январе работник получил 80 у.е. Превысит ли его годовая зарплата 1400 у.е.? Пятый математик. Так как на нашем предприятии индексация и инфляция тесно связаны друг с

						другом, то $a_1 = 80$, $d = 8$. Необходимо найти S12. Расчетная группа производит расчеты (Приложение № 1). **Экономист.** Да, превысит. Администрации необходимо предпринять шаги для решения этой проблемы. **Директор.** Мы учтем пожелания экономистов. Вы знаете, что наше предприятие выпустило акции, которые стали пользоваться спросом. Прошу теоретика проанализировать это. **Экономист-теоретик.** Владельцами нашего предприятия является большое число акционеров. Они являются владельцами денежных средств, переданных предприятию. Каждый из них имеет право на часть прибыли и отвечает по части обязательств. Выпущенные нами акции являются ценными бумагами, выданными акционерам в обмен на полученные от них денежные средства. Акции приносят владельцам хорошие дивиденды (часть чистой прибыли). Поэтому они и пользуются спросом. **Задача 6.** **Экономист.** Пять лет назад мы выпустили акции на 10000 у. е. Ежегодно выпуск акций увеличивался в 1,2 раза. В год мы можем выпустить акции на 30000 у. е. Сколько лет можно еще увеличивать выпуск акций по тому же закону? Шестой математик. В данном случае мы имеем дело с геометрической прогрессией: $b_1 = 10000$, $q =$ $= 1,2$, b_5 – ? Необходимо найти n, удовлетворяющее условию $b_n \leq 30000$. Расчетная группа производит расчеты (Приложение № 1).

						Экономист. Можно еще два года продолжать увеличивать выпуск акций. В дальнейшем будет необходимо разработать новую тактику для выпуска акций. **Директор.** Для того чтобы повысить прибыль, необходимо более активно рекламировать нашу продукцию. Слово экономисту. **Задача 7.** **Экономист.** Стоимость изготовления листовок в одной типографии такова: за первую партию – 100 у. е., каждая следующая на 4 % дешевле предыдущей. В другой типографии первая партия стоит 100 у. е., а каждая следующая имеет скидку 10 %. Где выгоднее разместить заказ на три партии? **Седьмой математик.** Скидка в 10% означает, что мы имеем дело с геометрической прогрессией: $b_1 = 100$, $q = 0, 9$. В первой типографии работает арифметическая прогрессия: $a_1 =100$, $d = -4$. Необходимо сравнить S_3 в обоих случаях. Расчетная группа производит расчеты (Приложение № 1). **Экономист.** Разместить заказ выгоднее в первой типографии. **Директор.** Последний вопрос нашего совещания – это налоги. Слово экономисту. **Экономист-теоретик.** Каждое предприятие обязано платить налоги – часть своего дохода для содержания бюджета. **Задача 8.** **Экономист.** Насколько невыгодно платить налоги в конце года вместо ежемесячных выплат?

						Ежемесячно оплачивается 40 % от прибыли 5000 у. е. или за целый год платится налог в конце года, но за каждый месяц просрочки необходимо платить не только налог, но и 0,3 от суммы налога. **Восьмой математик.** В случае просрочки за декабрь платится 2000 у. е ., за ноябрь 2000 + 0,3 х 2000 = 2600 у. е. , за октябрь 2600 + 0,3 х 2000 = 3200 у. е. , т.е. мы имеем арифметическую прогрессию 2000, 2600, 3200, … $a_1 = 2000$, $d = 600$. Найти S_{12}. В первом случае найти сумму налога очень просто: 40 % = 0,4, 0,4 х 5000 = 2000 у. е. S = 2000 х12 = 24000 у. е. Расчетная группа производит расчеты (Приложение № 1). **Экономист.** Платить налоги ежемесячно выгоднее почти в три раза. **Директор.** Мы рассмотрели все вопросы, связанные с работой нашего предприятия.	
4. Обсуждение игры, рефлексия, самоанализ	3 мин	Ф/И	Дать количественную оценку работы учащихся. Подведение итогов игры и урока.	Регулятивные.		Урок подходит к концу. Что нового вы узнали? Сделаем вывод. Арифметическая и геометрическая прогрессии в жизни человека играет важную роль, с прогрессиями человек встречается во многих сферах жизни.	Отвечают на вопросы. Подводят итоги игры и урока, делают выводы.

Приложение № 1

Решение задачи № 1

На 3 года

1) a1 =5000 у.е. 3 % = 0,03 от 5000
d = 0,03 x 5000 = 150, d = 150, a37 – ?
a37 = a1 + 36d = 5000 + 36 x 150 = 5000 + 5400 = 10400
a37 = 10400

2) 40% = 0, 40 от 5000 a1 = 5000
d= 0, 4 x 5000 = 2000 a4 – ?
a4 = a1 + 3d = 5000 + 3 x 2000 = 11000
a4 = 11000 – выгоднее

3) 30% = 0,30 b1 = 5000, q = 1,3
(100% + 30% = 130% = 1,3) b4 – ?
b4 = 5000 x $1,3^3$ = 5000 x 2,197 = 10985
b4 = 10985

Ответ: выгоднее во втором банке.

На 5 лет

1) a61 = a1 + 60d = 5000 + 60x 150 = 5000 + 9000 = 14000
a61 = 14 000

2) a6 = a1 + 5d = 5000 + 5 x 2000 = 15000
a6 = 15000

3) b6 = b4 x q^2 = 10985 x $1, 3^2$ = 10985x 1,69 =18564,65
b6 = 18564,65 – выгоднее

Ответ: выгоднее в третьем банке.

Решение задачи № 2

20% = 0,20 от 10000 у.е.
a1 =10000, d = 0,2 x 10000 = 2000 a3 – ?
b1 = 10000, q = 1, 2, b3 – ?
a3 = a1 + 2d = 10000 + 2 x 2000 = 14000
a3 = 14000
b3 = b1 x q^2 = 10000 x $1, 2^2$ = 10000 x 1,44 = 14400
b3 = 14400

Ответ: выгоднее по России

Решение задачи №3

b1 = 100, q = 1,2 b4 – ?
b4 = b1 x q^3 = 100 x $1, 2^3$ = 100x 1, 728 = 172, 8
b4 = 172,8 выгоднее

a1 = 100, d = 0, 25 x 100 = 25 d = 25 a4 – ?
a4 = a1 + 3d, a4 = 100 + 3 x 25 = 175
a4 = 175

Решение задачи №4

a1 = 50, d = 0,2 x 50 = 10 d = 10 a3 – ?
a3 = a1 + 2d
a3 = 50 + 2 x 10 = 70 a3 = 70
b1 = 100, q = 1, 1 b3 – ?
b3 = b1 x q^2; b3 = 100 x $1, 1^2$ = 100 x 1, 21 = 121
b3 121

a3 + b3 $\leq$ 200
70 + 121 $\leq$ 200
191 $\leq$ 200

Ответ: да.

Решение задачи № 5

10% = 0,1

a1 = 80, d = 0,1 x 80 = 8, d = 8 S12 – ?

$$S12 = \frac{2a1 + 11d}{2} \times 12; \quad S12 = \frac{2 \times 80 + 11 \times 8}{2} \times 12 = (160 + 88) \times 6 = 248 \times 6 = 1488$$

S12 = 1488 1488 > 1400

Ответ: да.

Решение задачи №6

10000 у.е.

b1 10000, q = 1, 2 b5 – ? bn $\leq$ 30000

n – ?

b5 = b1 x q^4, b5 = 10000 x $1, 2^4$ = 10000 x 2, 0736 = 20736

b5 = 20736

b7 = 20736 x $1, 2^2$ = 20736 x 1, 44 = 29859,84

29859,8 < 30000

n = 2 + 5 = 7
n = 7

Ответ: еще 2 года.

Решение задачи №7

b1 = 100, q = 0, 9. S3 – ?

$$S3 = \frac{b1\,(q^3 - 1)}{q - 1}; \quad S3 = \frac{100\,(0{,}9^3 - 1)}{q - 1} = \frac{100\,(0{,}729 - 1)}{0{,}9 - 1} = \frac{100 \times (-0{,}271)}{-0{,}1} = 271$$

S3 = 271

1) a1 = 100, d = – 4 . S3 – ?

$$S3 = \frac{2a1 + 2d}{2} \times 3 = \frac{2 \times 100 + 2(-4)}{2} \times 3 = \frac{200 - 8}{2} \times 3 = \frac{192}{2} \times 3 = 96 \times 3 = 288$$

S3 = 288

Ответ: выгоднее в первой типографии.

Приложение Д

Разноуровневые задачи по теме

«Арифметическая и геометрическая прогрессии»

Простые задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии

Задача 1.
«Вам предварительно оформлена кредитная карта с лимитом 190 000 рублей – с ней запасные средства всегда под рукой. Ставка 23,9% годовых». Сколько денег будет задолжать клиент банку через три года, если воспользуется данным предложением?
Решение. Практически всегда банки предлагают клиентам кредиты под «сложные проценты». Значит, долг будет расти по законам геометрической прогрессии. Имеем геометрическую прогрессию первый член которой равен 190000, а знаменатель прогрессии 1,239. По формуле n-члена, найдем значение суммы по завершении третьего года использования кредитной карты:
Ответ: через три года кредит карты будет составлять более 360 000 рублей.

Задача 2.
Через три года в банке оказалось 880 000 рублей, положенных под 4% годовых («простые проценты»). Каков первоначальный вклад?
Решение: (a) – арифметическая прогрессия, где a = 880 000, d – разность арифметической прогрессии равная 0,04a.
aad = a+0,04a·3= 1,12a= 880 000; a=785715
Ответ: первоначальный вклад равен 785715 рублей.

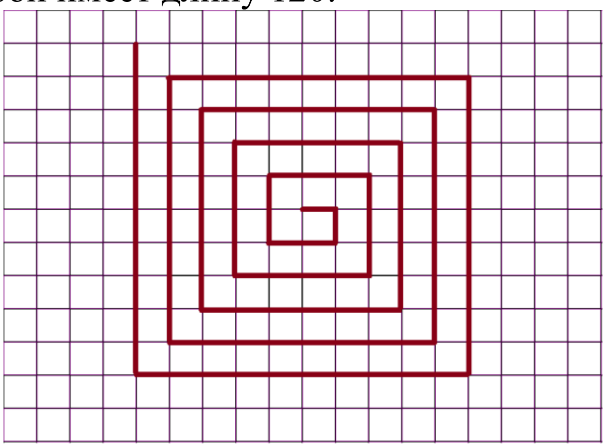
Задача 3.
В 1976 году клиент положил в банк 750 руб. под «простые проценты». В 1980 году сумма вклада увеличилась вдвое. Под сколько процентов клиент положил деньги в банк?
Решение: (a)- арифметическая прогрессия, где a= 750, a a=1500.
a = a + 4d, d = 187,5 рублей составляет ежегодный прирост на вклад.
750 руб -100%
187,5 руб – x
x=25%
Ответ: под 25% годовых.

Задача 4.
Первоначальная цена товара на торгах повышалась несколько раз на одно и то же количество рублей. После третьего повышения цена равнялась 1200 р., а после двенадцатого повышения - 1650 р. Через сколько повышений первоначальная цена удвоилась?
Решение: (b)- арифметическая прогрессия, b=1200; b=1650;
Так как цена товара увеличилась в два раза, то она стала равна 2100 рублей.
b= 2b; 2100 = 1050+50(n-1)
50(n-1) = 1050
n = 20
Ответ: через 20 повышений цена удвоится.

Задачи повышенного уровня сложности

Задача 1

На клетчатой бумаге с размером клетки 1 x 1 нарисована «змейка», представляющая собой ломаную, состоящую из чётного числа звеньев, идущих по линиям сетки. На рисунке изображён случай, когда последнее звено имеет длину 10. Найдите длину ломаной, построенной аналогичным образом, последнее звено которой имеет длину 120.



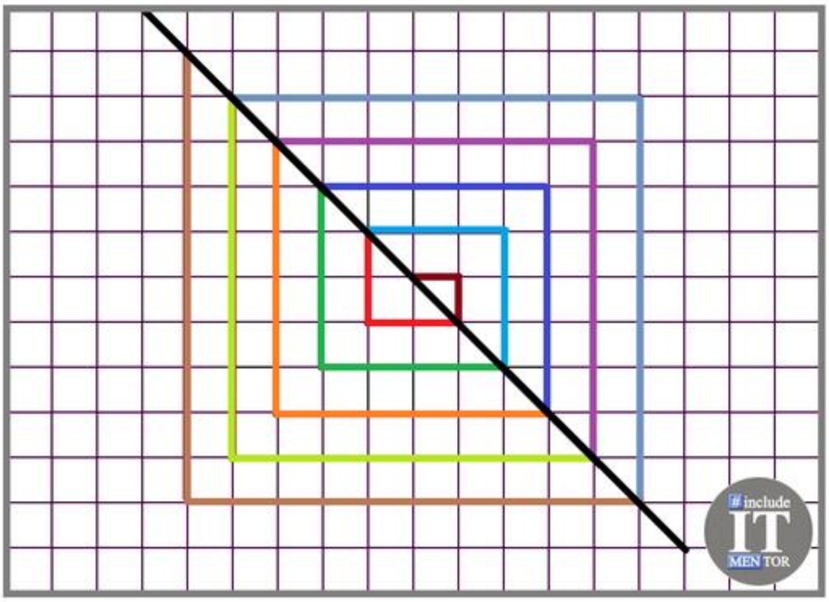
Решение:

Сложность может возникнуть в запутанном условии. Мы знаем, что ломанная линия — это геометрическая фигура (чаще всего плоская), состоящая из отрезков, лежащий (в общем случае) на различных прямых (необязательно параллельных). В нашем случае мы имеем такую ломанную спираль. А звено — это кратчайшее расстояние между двумя соседними точками. В этой задаче мы заранее не знаем сколько звеньев. Но можем их посчитать по рисунку, а затем сопоставить с длинной последнего. И вот тут главное не запутаться... Последнее звено равно 10 по длине. Но количеств звеньев в ломанной такого вида равно 20, а не 10 (посчитайте самостоятельно). А значит количество звеньев в ломанной, в которой длина последнего звена 120, будет 240 штук.

Если мы попытаемся составить формулу длины произвольной ломанной, которая начинается с единичного отрезка, то у нас не получится четкая арифметическая прогрессия, потому что у каждая длина будет повторяться два раза: L = 1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + ... + 10 + 10. Значит мы можем выделить только уникальные звенья, посчитать их сумму (сумму арифметической прогрессии), а затем умножить результат на 2.

Мы знаем длину первого, знаем длину последнего звена, а вот количество звеньев n нужно взять в 2 раза меньше, чем реальной количество (т. е. по сути мы берем количество уникальных по длине звеньев). Значит для ломанной на рисунке n = 10, а для ломанной, у которой последнее звено будет 120, количество уникальных звеньев будет n = 120 (а вот количество реальных, т.е. всех звеньев, будет 240... и рисовать её мы конечно же не будем :)

Ещё всю ломанную можно разбить на звенья, содержащие два одинаковых отрезка, тогда мы получим «прямые уголки», длины которых будут увеличиваться на d = 2, а длина всей ломанной будет четко равна сумме арифметической прогрессии, и домножать результат на 2 уже не будет нужно. А теперь перейдем к математике...



Наша ломанная состоит из 20 звеньев, но каждое из них повторяется 2 раза. Поэтому уникальных звеньев получается 10 штук.

Общая длина будет $L = 1+1+2+2+3+3+...+10+10$

Видим, что у нас сумма двух одинаковых прогрессий

Выведем общую формулу.

Пусть $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$ *– звено.*

Проверка на граничные условиях:

$a_1 = 1 \quad d = 1 \quad n = 10 \Rightarrow a_n = 1 + (10-1)\cdot 1 = 10$

Полная длина ломанной равна двум суммам арифметической прогрессии:

$$L_n = 2 \cdot S_n = 2 \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = (a_1 + a_n) \cdot n$$

$$\text{Тогда}: \begin{cases} L_{10} = (1+10) \cdot 10 = 110 \\ L_{120} = (1+120) \cdot 120 = 14520 \end{cases}$$

Можно и объединить повторяющиеся звенья, тогда у нас получится последовательность из двойных звеньев: $2+4+6+8+...+20$

Но тогда нам не нужно домножать на два, а сумма прогрессии определит длину ломанной.

Получим:

$$a_1 = 2 \quad d = 2 \quad n = 120 \Rightarrow a_{120} = 2 + (120-1) \cdot 2 = 240$$

$$L_{n\Delta} = S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \Rightarrow L_{120} = \frac{2+240}{2} \cdot 120 = 14520$$

Ответ: 14520

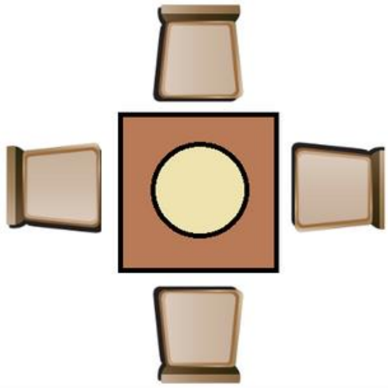
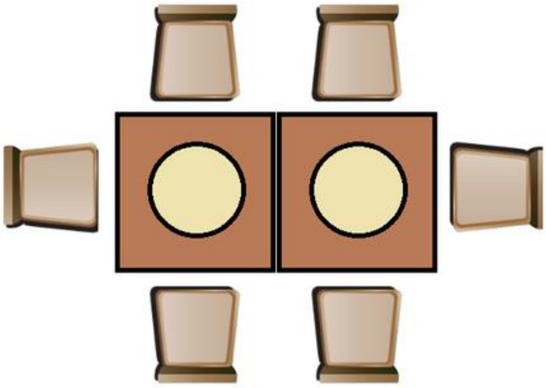
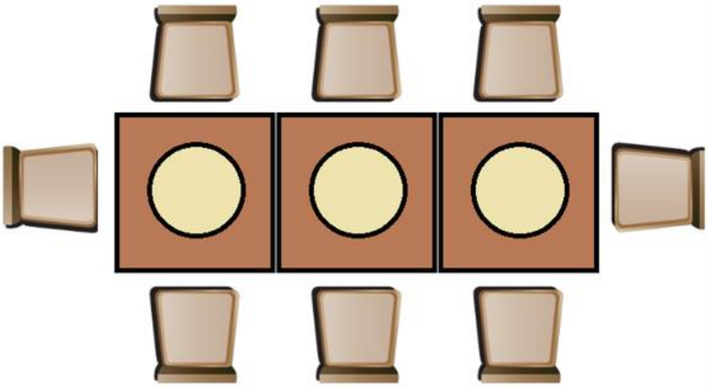
Задача 2

В кафе есть только квадратные столики, за каждый из которых могут сесть 4 человека. Если сдвинуть два квадратных столика, то получится стол, за который могут сесть 6 человек. На рисунке изображён случай, когда сдвинули 3 квадратных столика вдоль одной линии. В этом случае получился стол, за который могут сесть 8 человек. Сколько человек может сесть за стол, который получится, если сдвинуть 16 квадратных столиков вдоль одной линии?

Решение:

Данная задача сложна тем, что решающему может показаться, что нужно просто добавить 4 стула, когда добавляем один новый стол. Но это не так. Ведь два стула (один — от предыдущей конфигурации столов, еще один — от нового стола) мы должны убрать, чтобы иметь возможность придвинуть новый стол к текущей конфигурации столов. Получается 4 - 2 = 2 дополнительных стула. Не понятно? Тогда ещё одно объяснение... другими словами :)

Когда мы добавляем новый стол к текущей конфигурации столов, мы убираем стул с одной стороны конфигурации, чтобы могли придвинуть новый стол. У нового стола есть 3 дополнительных места для стульев. Но так как мы убрали один стул, чтобы добавить один стол, то общее количество дополнительных мест всегда увеличивается на 2.

 *Когда мы добавляем новый стол к текущей конфигурации столов, мы убираем стул с одной стороны конфигурации, чтобы могли придвинуть новый стол. У нового стола есть 3 дополнительных места для стульев. Но так как мы убрали один стул, чтобы добавить один стол, то общее количество дополнительных мест всегда увеличивается на 2.*	**Количество столов** **N = 1** **Количество стульев** **K = 4**
	**Количество столов** **N = 2** **Количество стульев** **K = 6**
	**Количество столов** **N = 3** **Количество стульев** **K = 8**

Количество мест K_n *в зависимости от количества столов* n :

$$K_n = K_1 + (n-1)\cdot d$$

$K_1 = 4$; $n = 16$; $d = 2$ ➡ $K_{16} = 4 + (16-1)\cdot 2 = 34$

Если сдвинуть 16 столов, то получится 34 места

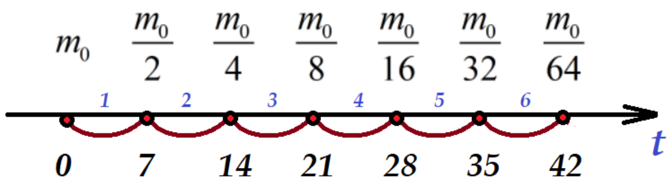
Задача 3

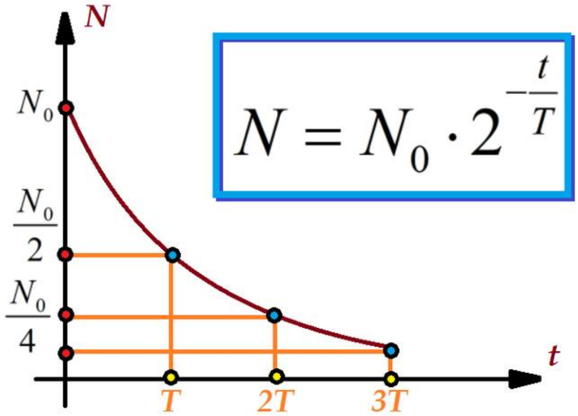
В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 7 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 640 мг. Найдите массу изотопа через 42 минуты. Ответ дайте в миллиграммах.

Решение:

В этой задаче мы сталкиваемся с геометрической прогрессией. Зная формулы n-го члена геометрической прогрессии, мы можем найти нужную нам массу. Для девятиклассников, которые уже знают про закон ядерного распада, задача будет проще, можно будет решить по готовой формуле. А вот для тех, кто не знает про этот закон, важно будет не запутаться с начальными условиями. Покажу чем будут отличаться формулы:

$$\boxed{\begin{array}{l} m = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \leftarrow \textit{нумерация с нуля} \\ m = m_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \leftarrow \textit{нумерация с единицы} \end{array}}$$





$T = 7\,(\textit{мин}) \leftarrow$ *период полураспада (время, за которое распадается половина ядер).*

Определим сколько периодов прошло за 42 минуты:

$$n = \frac{t}{T} = \frac{42}{7} = 6 \leftarrow \textit{прошло ровно 6 периодов}$$

Знаменатель геометрической прогрессии $q = \frac{1}{2}$

Это то, во сколько раз изменяется масса.

$$\text{Тогда масса через } n = 6 \text{ периодов будет равна:}$$
$$\text{(корректировка формулы}$$
$$\text{для нулевого начала времени)}$$
$$m_6 = m_0 \cdot q^n = 640 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{640}{64} = 10[\text{мг}]$$

Задача 4

Михаил заключил с банком на срок 5 лет следующий договор. Ежегодно он вносит в банк вклад в размере 10 000 руб., не снимая ранее внесённых средств. В конце каждого года банк начисляет 5% дохода на всю сумму средств, вложенных Михаилом к этому моменту. Сколько рублей он сможет забрать из банка по истечении срока действия договора?

Решение:

Михаил в течение срока договора должен внести 5 раз по 10000 руб. и банк должен 5 раз начислить процент на общую сумму средств на счету Михаила. При этом сумма, находящаяся на счету в момент начисления процентов, увеличится в 1,05 раза.

Здесь стоит внести важное замечание:

При решении любых задач на проценты, в том числе это касается банковских задач из ОГЭ и ЕГЭ, проценты лучше представлять в виде коэффициентов, на которые мы можем умножать числа при их увеличении. Например, увеличение текущей суммы S на 5% соответствует умножению S на коэффициент 1.05.

При этом 10000 рублей, внесенные в банк в первый год, будут находиться на счёте в момент начисления процентов все 5 раз и потому увеличатся в 1,05 раза последовательно в 5 этапов, т.о. эта часть вклада достигнет величины $1000\cdot1{,}05\cdot1{,}05\cdot1{,}05\cdot1{,}05\cdot1{,}05 = 1000\cdot1{,}05^5$. 10000 рублей, внесённые во второй год подвергнутся такому увеличению только 4 раза и достигнут величины $1000\cdot1{,}05^4$ рублей, а сумма, внесённая в последний год будет увеличена только один раз. Таким образом, мы замечаем следующую закономерность: каждые десять тысяч рублей, пролежавшие на вкладе на год дольше, чем следующие, увеличиваются по сравнению с ними в 1,05 раза. Т.е. мы имеем дело с геометрической прогрессией, знаменатель которой $q = 1{,}05$, нулевой член прогрессии $b_0 = 10000$, а первый член прогресии $b_1 = 10000\cdot1{,}05 = 10500$. Чтобы найти всю сумму, которую Михаил сможет забрать из банка в конце срока, нужно сложить члены этой геометричексой прогрессии с первого по пятый.

Далее кратко приведем математическое решение:

Михаил заключил с банком на срок 5 лет следующий договор. Ежегодно он вносит в банк вклад в размере 10 000 руб., не снимая ранее внесённых средств. В конце каждого года банк начисляет 5% дохода на всю сумму средств, вложенных Михаилом к этому моменту. Сколько рублей он сможет забрать из банка по истечении срока действия договора?

Решение:

Для решения задач на проценты удобнее переходить к коэффициентам: $x\%$ *соответствует* $\left(1+\dfrac{x\%}{100\%}\right)$

$x = 5\% \Rightarrow$ *коэффициент* $k = 1.05$

Каждый год вносятся $10\,000[p]$, *и более ранние взносы будут расти больше по времени*:

$10000[p] \Rightarrow$ *будут расти* 5 *лет* $\Rightarrow 10000\cdot 1.05^5$

$10000[p] \Rightarrow$ *будут расти* 4 *года* $\Rightarrow 10000\cdot 1.05^4$

$10000[p] \Rightarrow$ *будут расти* 3 *года* $\Rightarrow 10000\cdot 1.05^3$

$10000[p] \Rightarrow$ *будут расти* 2 *года* $\Rightarrow 10000\cdot 1.05^2$

$10000[p] \Rightarrow$ *будут расти* 1 *года* $\Rightarrow 10000\cdot 1.05$

Конечная сумма на счету будет суммой геометрической прогрессии за 5 *лет*:

$$S_n = \frac{b_1\cdot(1-q^n)}{1-q} = \frac{10000\cdot 1.05\cdot(1-1.05^5)}{1-1.05} =$$

$$= 58019.128125\,[руб]$$

Замечание. Для полноты представления о прогрессии расчёты здесь проведены с использованием калькулятора. На экзамене такой возможности не будет, поэтому при вычислении qn нужно вспомнить свойства степеней. Например, чтобы быстро вычисить $1{,}05^5$, степень нужно записать как $(1{,}05^2)^2\cdot 1{,}05$. Тогда получится дважды воспользоваться таблицей квадратов, которая есть в справочных материалах ОГЭ и базового ЕГЭ, и только один раз умножить в столбик. Можно также перейти от десятичных дробей к обыкновенным $1{,}05 = 105/100 = 21/20$.

Приложение Е

Диагностическая работа по определению уровня сформированности математической грамотности обучающихся 9 класса

Инструкция для учащихся

Вам предлагается выполнить работу, цель которой – узнать, как вы справляетесь с заданиями, связанными с различными жизненными ситуациями.

На выполнение работы у вас будет 45 минут.

В работе даются тексты и несколько заданий к ним. Прежде чем приступить к выполнению заданий, обязательно прочитайте весь текст, расположенный справа. Для выполнения некоторых заданий потребуется информация из нескольких текстов.

Для многих заданий экран будет разделён на две части: задания будут расположены в левой части экрана, а информация, необходимая для ответа на вопрос, – справа.

Задания будут разными. Например, в некоторых из них нужно из предложенных вариантов выбрать один или несколько ответов, которые вы считаете верными. В других заданиях необходимо дать развернутый ответ на вопрос – записать и объяснить свой ответ в специально отведенном месте. Инструкции, как выполнять задание, будут даны в работе.

Одни задания покажутся вам лёгкими, другие – трудными. Если вы не знаете, как выполнять задание, пропустите его и переходите к следующему. Если останется время, вы сможете ещё раз попробовать выполнить пропущенные задания.

Внимательно прочитайте каждое задание и постарайтесь ответить на него как можно лучше.

Покупка билетов в кинотеатр
Задание 1/3

Прочитайте текст «Покупка билетов в кинотеатр», расположенный справа. Отметьте нужный вариант ответа, а затем запишите свой ответ на вопрос в виде числа.

Всю неделю с понедельника в кинотеатре идёт показ исторических фильмов. Со вторника были установлены скидки на все сеансы и на все места для определённых категорий граждан (таблица 1).

***Таблица 1** – Скидки*

Категорий граждан	Цена билета
Дети (до 12 лет)	100 руб.
Пенсионеры	90 руб.
Студенты	150 руб.

В таблице 2 приведены сведения по количеству проданных билетов за два дня на самый ранний сеанс.

***Таблица 2** – Количество проданных билетов за два дня*

Тип билета	Количество проданных билетов	
	Понедельник	***Вторник***
VIP места	6 билетов	2 детских билета 7 билетов пенсионерам 3 билета студентам 2 билета без акции
Обычные места	10 билетов	10 билетов без акции

В какой день выручка от продажи билетов была больше? На сколько рублей?

○Понедельник
○Вторник

Запишите свой ответ в виде числа.

______ руб.

ПОКУПКА БИЛЕТОВ В КИНОТЕАТР

В кинотеатре «Заря» работает один кинозал на 70 мест.

СХЕМА ЗАЛА

В таблице ниже приведены цены на билеты.

ЦЕНЫ НА БИЛЕТЫ

Места	Тип билета	Цена билета
	**VIP места**	**450 руб.**
	**Обычные места**	**300 руб.**

Покупка билетов в кинотеатр
Задание 2/3

Воспользуйтесь текстом «Покупка билетов в кинотеатр», расположенным справа. Запишите свой ответ на вопрос.

Аня пришла в кинотеатр «Заря» на мелодраму и купила один билет на место 7 в ряду 4.

Вера пришла в кинотеатр на тот же сеанс, она всегда предпочитает сидеть на VIP местах ряда 4. При выборе места кассир сообщил ей, что все желаемые ей места свободны, кроме места 7.
Вера выбирает место случайным образом.

Какова вероятность того, что обе девушки будут сидеть рядом друг с другом?

Ответ запишите в виде обыкновенной дроби: над чертой – числитель дроби, под чертой – знаменатель.

Ответ: ——

ПОКУПКА БИЛЕТОВ В КИНОТЕАТР

В кинотеатре «Заря» работает один кинозал на 70 мест.

СХЕМА ЗАЛА

В таблице ниже приведены цены на билеты.

ЦЕНЫ НА БИЛЕТЫ

Места	Тип билета	Цена билета
	VIP места	450 руб.
	Обычные места	300 руб.

Покупка билетов в кинотеатр
Задание 3/3

Воспользуйтесь текстом «Покупка билетов в кинотеатр», расположенным справа. Запишите свой ответ на вопрос и приведите решение. Вы можете воспользоваться ***калькулятором****, расположенным выше.*

Коля пришёл в кинотеатр на боевик и хотел посмотреть кино на любом из VIP мест в ряду 3. Кассир сообщил ему, что все эти места свободны. После чего Коля купил один билет.

Его друг Ваня пришёл в кинотеатр на тот же сеанс, не договариваясь с Колей заранее. Он также предпочитает сидеть в центре зала и всегда покупает билеты на VIP места в ряду 3. Но Ваня купил билет через интернет сразу после покупки Коли.

Какова вероятность того, что оба друга будут сидеть рядом друг с другом?

Запишите ответ и приведите решение.

ПОКУПКА БИЛЕТОВ В КИНОТЕАТР

В кинотеатре «Заря» работает один кинозал на 70 мест.

СХЕМА ЗАЛА

В таблице ниже приведены цены на билеты.

ЦЕНЫ НА БИЛЕТЫ

Места	Тип билета	Цена билета
	VIP места	450 руб.
	Обычные места	300 руб.

Опора для цветка

Задание 1 / 5

Прочитайте текст «Опора для цветка», расположенный справа. Отметьте в таблице нужные варианты ответа.

Сначала Павлу необходимо ответить на вопрос, какие геометрические фигуры образуются в данной конструкции. Он сделал несколько предположений. Какие из его предположений верные, а какие – нет?

*Отметьте **один** ответ в каждой строке.*

Утверждение	Верно	Неверно
Каждая боковая грань опоры – это равнобедренная трапеция.	○	○
У опоры 4 равные боковые грани.	○	○
Горизонтальные перекладины одной боковой грани параллельны.	○	○
Грань разбивается горизонтальными перекладинами на подобные фигуры.	○	○
Горизонтальные перекладины одного яруса опоры образуют трапецию.	○	○

ОПОРА ДЛЯ ЦВЕТКА

Мама Павла увидела в журнале по цветоводству заинтересовавшую её опору для любимого вьющегося красивоцветущего растения – клематиса, растущего на дачном участке, и обратилась к сыну с просьбой сделать такую опору (рис. 1).

Рис. 1. Фото опоры

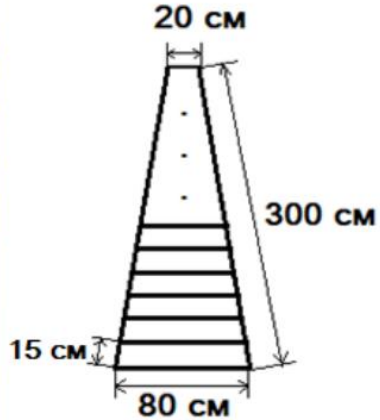


Рис. 2. Боковая грань опоры

Они обсудили конструкцию опоры и определили необходимые размеры (рис. 2):

- длина вертикальных брусков – 3 м;
- основание опоры и её вершина – квадраты, длина перекладин нижнего яруса – 80 см, длина перекладин верхнего яруса – 20 см;
- горизонтальные перекладины крепятся к вертикальным брускам с одинаковым шагом, равным 15 см (с учётом толщины рейки).

Павел приступил к расчётам конструкции.

Опора для цветка
Задание 2 / 5

Воспользуйтесь текстом «Опора для цветка», расположенным справа. Для ответа на вопрос отметьте нужный вариант ответа.

Павел считает, что конструкции не хватает жёсткости и её необходимо укрепить. Как это сделать?

*Отметьте **один** верный вариант ответа.*

○ Выбрать более толстые бруски и рейки.
○ Располагать горизонтальные перекладины чаще.
○ Жёсткости добавит треугольник, например, если в любом квадрате, образованном перекладинами одного яруса, противоположные вершины соединить перекладиной-диагональю.
○ Одну из пар противоположных вертикальных брусков (не соединённых горизонтальными перекладинами) соединить диагональным бруском, идущим от нижнего яруса к верхнему.

ОПОРА ДЛЯ ЦВЕТКА

Мама Павла увидела в журнале по цветоводству заинтересовавшую её опору для любимого вьющегося красивоцветущего растения – клематиса, растущего на дачном участке, и обратилась к сыну с просьбой сделать такую опору (рис. 1).

Рис. 1. Фото опоры

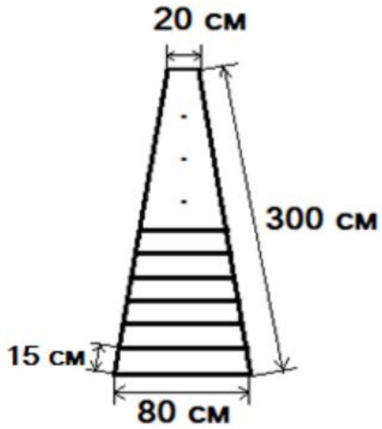


Рис. 2. Боковая грань опоры

Они обсудили конструкцию опоры и определили необходимые размеры (рис. 2):

- длина вертикальных брусков – 3 м;
- основание опоры и её вершина – квадраты, длина перекладин нижнего яруса – 80 см, длина перекладин верхнего яруса – 20 см;
- горизонтальные перекладины крепятся к вертикальным брускам с одинаковым шагом, равным 15 см (с учётом толщины рейки).

Павел приступил к расчётам конструкции.

Опора для цветка
Задание 3 / 5

Воспользуйтесь текстом «Опора для цветка», расположенным справа. Запишите свои ответы на вопросы. Вы можете воспользоваться ***Калькулятором****, расположенным выше.*

Павел должен ответить на вопрос о количестве горизонтальных реек на каждой грани и о том, как связаны длины этих реек.

А) Сколько горизонтальных перекладин необходимо для каждой грани?

Запишите свой ответ в виде числа.

Б) На сколько сантиметров различаются длины двух соседних перекладин?

Запишите свой ответ в виде числа.

на ____ *см*

Запишите своё решение для заданий А и Б.

Решение:

ОПОРА ДЛЯ ЦВЕТКА

Мама Павла увидела в журнале по цветоводству заинтересовавшую её опору для любимого вьющегося красивоцветущего растения – клематиса, растущего на дачном участке, и обратилась к сыну с просьбой сделать такую опору (рис. 1).

Рис. 1. Фото опоры

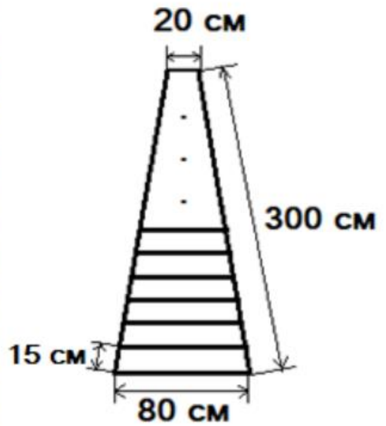
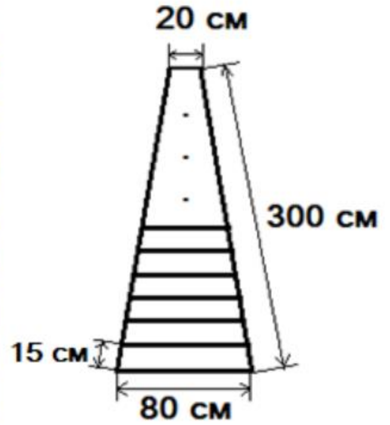


Рис. 2. Боковая грань опоры

Они обсудили конструкцию опоры и определили необходимые размеры (рис. 2):

- длина вертикальных брусков – 3 м;
- основание опоры и её вершина – квадраты, длина перекладин нижнего яруса – 80 см, длина перекладин верхнего яруса – 20 см;
- горизонтальные перекладины крепятся к вертикальным брускам с одинаковым шагом, равным 15 см (с учётом толщины рейки).

Павел приступил к расчётам конструкции.

Опора для цветка Задание 4/ 5 *Воспользуйтесь текстом «Опора для цветка», расположенным справа. Для ответа на вопрос отметьте нужные варианты ответа.* Павел хочет составить формулу для вычисления общей длины горизонтальных перекладин одной грани, Он ввел обозначения: a – длина верхней рейки, b – длина нижней рейки, n – число реек, d – разность длин двух соседних реек. Какие формулы подходят для вычисления общей длины всех горизонтальных перекладин одной грани? *Отметьте **все** нужные варианты ответа.* ☐ $S = \frac{a+b}{2} \cdot n$ ☐ $S = \frac{a+b}{2} \cdot (n-1)$ ☐ $S = \frac{2a+d(n-1)}{2} \cdot n$ ☐ $S = \frac{a+d(n-1)}{2} \cdot n$ ☐ $S = \frac{a+b}{2} \cdot \left(\frac{b-a}{d} + 1\right)$	**ОПОРА ДЛЯ ЦВЕТКА** Мама Павла увидела в журнале по цветоводству заинтересовавшую её опору для любимого вьющегося красивоцветущего растения – клематиса, растущего на дачном участке, и обратилась к сыну с просьбой сделать такую опору (рис. 1).  Рис. 1. Фото опоры  Рис. 2. Боковая грань опоры Они обсудили конструкцию опоры и определили необходимые размеры (рис. 2): • длина вертикальных брусков – 3 м; • основание опоры и её вершина – квадраты, длина перекладин нижнего яруса – 80 см, длина перекладин верхнего яруса – 20 см; • горизонтальные перекладины крепятся к вертикальным брускам с одинаковым шагом, равным 15 см (с учётом толщины рейки). Павел приступил к расчётам конструкции.

Опора для цветка	ОПОРА ДЛЯ ЦВЕТКА

Опора для цветка

Задание 5/ 5

Воспользуйтесь текстом «Опора для цветка», расположенным справа. Запишите свои ответы на вопросы. Вы можете воспользоваться ***Калькулятором****, расположенным выше.*

Рейки, необходимые для изготовления перекладин, продают длиной 3 м. Как Павлу определить, сколько реек ему следует купить?

Павел считает, что достаточно найти общую длину всех горизонтальных перекладин и разделить её на 3 м – длину одной рейки; если результат – число нецелое, то надо округлить его в бо́льшую сторону.

Мама напомнила Павлу, что при отрезании перекладин от рейки длиной 3 м могут получиться обрезки. Поэтому сначала надо придумать раскладку, то есть способ распила трёхметровых реек на перекладины нужной длины, без обрезков или минимизировать длину обрезков, если без них не обойтись.

Можно ли в данном случае обойтись без обрезков? Предложите такой вариант раскладки.

И задайте длины большей и меньшей перекладин так, чтобы проиллюстрировать слова мамы.

А) Запишите ваш вариант раскладки без обрезков.

Запишите свой ответ.

Б) Приведите пример исходных данных с обрезками.

Запишите свой ответ.

ОПОРА ДЛЯ ЦВЕТКА

Мама Павла увидела в журнале по цветоводству заинтересовавшую её опору для любимого вьющегося красивоцветущего растения – клематиса, растущего на дачном участке, и обратилась к сыну с просьбой сделать такую опору (рис. 1).

Рис. 1. Фото опоры

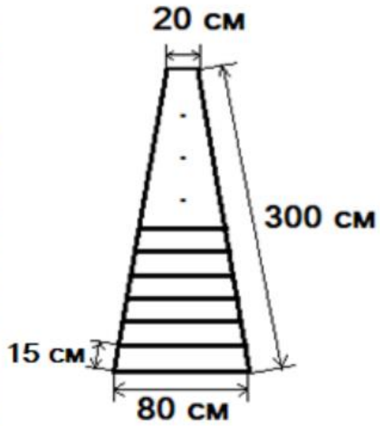


Рис. 2. Боковая грань опоры

Они обсудили конструкцию опоры и определили необходимые размеры (рис. 2):

- длина вертикальных брусков – 3 м;
- основание опоры и её вершина – квадраты, длина перекладин нижнего яруса – 80 см, длина перекладин верхнего яруса – 20 см;
- горизонтальные перекладины крепятся к вертикальным брускам с одинаковым шагом, равным 15 см (с учётом толщины рейки).

Павел приступил к расчётам конструкции.

Приложение Ж

Система оценивания заданий диагностической работы

Задания блока «Покупка билетов в кинотеатр»

Задание 1

Балл	Содержание критерия
2	Выбран ответ «понедельник» и записано число 520. Комментарий ко второму ответу: 6 · 450 = 2700; 2 · 100 + 7 · 90 + 3 · 150 + 2 · 450 = = 2180; 2700 – 2180 = 520 (руб.).
1	Дан ответ: «понедельник», записано неверное число или число отсутствует.
0	Другой ответ, или ответ отсутствует.

Задание 2

Балл	Содержание критерия
1	Дан верный ответ: 2/5 (обе ячейки заполнены верно).
0	Другой ответ, или ответ отсутствует.

Задание 3

<table>
<tr><th>Балл</th><th>Содержание критерия</th></tr>
<tr><td>2</td><td>Дан верный ответ 1/2 (или 0,5) и приведено верное решение. Пример возможного решения:
Решение 1.
1) 4 * 3 = 12 (вариантов) посадки двух человек на четырёх свободных VIP местах в 3 ряду, так как изначально у Коли четыре варианта посадки, а у Вани – три). 12 – число всех исходов.
<table>
<tr><th>Место / Вариант</th><th>8</th><th>7</th><th>6</th><th>5</th></tr>
<tr><td>1</td><td>8К</td><td>7В</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>8К</td><td></td><td>6В</td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td>8К</td><td></td><td></td><td>5В</td></tr>
<tr><td>4</td><td>8В</td><td>7К</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td>7К</td><td>6В</td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td></td><td>7К</td><td></td><td>5В</td></tr>
<tr><td>7</td><td>8В</td><td></td><td>6К</td><td></td></tr>
<tr><td>8</td><td></td><td>7В</td><td>6К</td><td></td></tr>
<tr><td>9</td><td></td><td></td><td>6К</td><td>5В</td></tr>
<tr><td>10</td><td>8В</td><td></td><td></td><td>5К</td></tr>
<tr><td>11</td><td></td><td>7В</td><td></td><td>5К</td></tr>
<tr><td>12</td><td></td><td></td><td>6В</td><td>5К</td></tr>
</table>
2) Два человека будут сидеть рядом друг с другом, если займут места: 8 и 7, или 7 и 6, или 6 и 5 (три случая). При этом всякий раз эти два человека могут занять соседние места двумя способами, поэтому количество способов посадить рядом двух конкретных людей составляет: 3 · 2 = 6. 6 – число благоприятных исходов.
3) По формуле классической вероятности имеем:6/12= ½ .

Решение 2.
Вероятность того, что Коля сидит на месте n для любого из мест – ¼, вероятность того, что Иван сидит на соседнем месте для мест 8 и 5 – 1/3, вероятность того, что Иван сидит на соседнем месте для мест 7 и 6 – 2/3.
Искомая вероятность $- 2\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}+2\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{2}$.
Комментарий. Допустим ответ $\frac{6}{12}$.

Решение 3:
Есть 2 варианта:</td></tr>
</table>

	1) Коля купил билет на 8 или 5 место, тогда у Вани будет только 1 место, чтобы сесть рядом. 2) Коля купил билет на 7 или 6 место, тогда у Вани будет 2 места, чтобы сесть рядом. Решение: 1) Вероятность, что Коля сядет на 8 или 5 место равна 0,5, а чтобы Ваня занял место рядом - 1/3, => общая вероятность равна 1/6. 2) Вероятность, что Коля сядет на 7 или 6 место равна 0,5, а чтобы Ваня занял место рядом - 2/3, => общая вероятность равна 1/3. Вероятность возникновения одной из двух ситуаций равна 1/3+1/6=0,5. Ответ: 0,5.
1	Дан верный ответ и приведено обоснование, в котором не учитывается, что два человека могут занять соседние места двумя способами. Пример обоснования: 1) Заняты места: 87, 86, 85, 76, 75, 65, число возможных исходов – 6. 2) Два человека будут сидеть рядом друг с другом, если займут места: 8 и 7, или 7 и 6, или 6 и 5; число благоприятных исходов – 3. По формуле вероятности имеем: 3/6. Вариант обоснования: «3/6=0,5» оценивается 0 баллов.
0	Другой ответ, или ответ отсутствует. ИЛИ дан ответ «½» или «0,5», без указания верного числа возможных исходов и верного числа благоприятных исходов.

Задания блока «Опора для цветка»

Задание 4

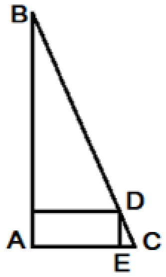
<table>
<tr><th>Балл</th><th>Содержание критерия</th></tr>
<tr><td>2</td><td>Выбраны следующие ответы:
<table>
<tr><th>Утверждение</th><th>Верно</th><th>Неверно</th></tr>
<tr><td>Каждая боковая грань опоры – это равнобедренная трапеция.</td><td>⊙</td><td>○</td></tr>
<tr><td>У опоры 4 равные боковые грани.</td><td>⊙</td><td>○</td></tr>
<tr><td>Горизонтальные перекладины одной боковой грани параллельны.</td><td>⊙</td><td>○</td></tr>
<tr><td>Грань разбивается горизонтальными перекладинами на подобные фигуры.</td><td>○</td><td>⊙</td></tr>
<tr><td>Горизонтальные перекладины одного яруса опоры образуют трапецию.</td><td>○</td><td>⊙</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Любые 4 ответа даны верно, остальные – неверно или отсутствуют.</td></tr>
<tr><td>0</td><td>Выбраны другие варианты ответа, или ответ отсутствует.</td></tr>
</table>

Задание 5

Балл	Содержание критерия
1	Выбран ответ 3 (Жесткости добавит треугольник, например, если в любом квадрате, образованном перекладинами одного яруса, противоположные вершины соединить перекладиной-диагональю).
0	Выбран другой вариант ответа, или ответ отсутствует.

Задание 6

Балл	Содержание критерия
2	Дан ответ: А) 21; Б) 3. Приведено верное решение. Возможные решения. Решение 1: через подобие треугольников ABC и EDC:

	 BC : DC = AC : EC;300 : 15 = 30 : x,x = 1,5; разница длин соседних реек – 1,5 x 2 = 3 см; длины реек образуют арифметическую прогрессию, d = 3; $a_1 = 20$, $a_n = 80$, 80 = 20 + + 3(n– 1), n = 21. Решение 2: 300 : 15 = 20, всего реек – 21; длины реек образуют арифметическую прогрессию, где $a_1 = 20$, $a_{21} = 80$, найдем d: 80 = 20 + d(21 – 1), d = 3. Комментарий: В решении 1 возможно использование теоремы Пифагора или тригонометрии, а также вычисление числа реек без использования арифметический прогрессии: 300 : 15 = 20, всего реек – 21.
1	Дан ответ на любой из двух вопросов. Ответ на второй вопрос дан неверно или отсутствует. Или: (решение 2) дан ответ 20 реек, с учетом этого найдено приближенное расстояние между рейками, дан ответ 3 см. Или (решение 1) дан ответ 1,5 см (не выполнено удвоение) и с учетом этой ошибки ответ 41 рейка. Или даны ответы: 22 и 3, приведенное решение: 300/15 + 2 = 22; 80 – 20 = 60; 60/20 = 3.
0	Другой ответ, или ответ отсутствует. Если даны два верных ответа, но решение отсутствует, выставляется 0 баллов.

Задание 7

Балл	Содержание критерия
2	Выбраны ответы: 1, 3, 5 и никакие другие.
1	Выбраны ответы: 1,3, или 1, или 3. Другие ответы не выбраны.
0	Выбраны другие варианты ответа, или ответ отсутствует.

Задание 8

Балл	Содержание критерия
2	Дан ответ: А) 20+80 = 100, 23+77=100, 26+74= 100 и т. д.; Б), например, нижняя – 77 и верхняя – 20. Даны верные ответы и пояснения. Возможные ответы и пояснения к ним: А) 20+80 = 100, 23+77=100, 26+74= 100 и т. д.; 300:100=3 – можно распилить на 3 пары, сумма длин в каждой паре 100 см; Б) 77 + 20 = 97; 300 : 97 ≈ 3,1– нацело не делится, значит, получатся обрезки.
1	Дан ответ на любой вопрос, ответ на один из вопросов неверен или отсутствует. Или дан ответ с учетом неверного числа горизонтальных реек (20 или 41).
0	Другой ответ, или даны верные ответы, но обоснование не приведено, или ответ отсутствует.

Приложение 3

Результаты диагностической работы

ФИО	Задание									
	1	2	3	4	5	6	7	8	Итог	Уровень
Ученик 1	0	1	0	1	1	0	0	0	3	Низкий
Ученик 2	2	0	0	2	0	0	0	0	4	Низкий
Ученик 3	2	1	1	2	1	1	2	2	12	Высокий
Ученик 4	0	0	0	1	0	0	2	0	3	Низкий
Ученик 5	0	1	0	0	1	0	2	2	6	Средний
Ученик 6	1	1	0	0	1	0	0	0	3	Низкий
Ученик 7	1	1	0	0	1	1	1	0	5	Низкий
Ученик 8	1	0	0	1	1	0	0	0	3	Низкий
Ученик 9	1	1	0	2	1	0	1	2	8	Средний
Ученик 10	1	1	0	0	1	0	0	0	3	Низкий
Ученик 11	0	0	0	1	1	0	1	1	4	Низкий
Ученик 12	0	1	0	2	1	1	1	1	7	Средний
Ученик 13	2	1	1	2	1	1	2	0	10	Повышенный
Ученик 14	0	1	0	2	1	0	1	1	6	Средний
Ученик 15	2	0	0	2	1	2	1	0	8	Средний

Шкала оценивания (уровень сформированности математической грамотности)

Уровень сформированности математической грамотности	Количество баллов
недостаточный	0 – 2 балла
низкий	3 – 5 баллов
средний	6 – 8 баллов
Повышенный	9 – 11 баллов
высокий	12 – 14 баллов

Приложение И

Диагностическая работа по определению уровня сформированности математической грамотности обучающихся 9 класса

Инструкция для учащихся

Вам предлагается выполнить работу, цель которой – узнать, как вы справляетесь с заданиями, связанными с различными жизненными ситуациями.

На выполнение работы у вас будет 45 минут.

В работе даются тексты и несколько заданий к ним. Прежде чем приступить к выполнению заданий, обязательно прочитайте весь текст, расположенный справа. Для выполнения некоторых заданий потребуется информация из нескольких текстов.

Для многих заданий экран будет разделён на две части: задания будут расположены в левой части экрана, а информация, необходимая для ответа на вопрос, – справа.

Задания будут разными. Например, в некоторых из них нужно из предложенных вариантов выбрать один или несколько ответов, которые вы считаете верными. В других заданиях необходимо дать развернутый ответ на вопрос – записать и объяснить свой ответ в специально отведенном месте. Инструкции, как выполнять задание, будут даны в работе.

Одни задания покажутся вам лёгкими, другие – трудными. Если вы не знаете, как выполнять задание, пропустите его и переходите к следующему. Если останется время, вы сможете ещё раз попробовать выполнить пропущенные задания.

Внимательно прочитайте каждое задание и постарайтесь ответить на него как можно лучше.

Транспортный трансфер
Задание 1/3

Прочитайте текст «Транспортный трансфер», расположенный справа. Для ответа на вопрос отметьте нужную ячейку в таблице ниже.

Отель, расположенный вдалеке от моря, предлагает бесплатно услугу трансфера до пляжа на автобусе. Автобус едет до пляжа без остановок 25 минут.

Ниже представлено расписание автобуса.

Расписание автобуса до пляжа			
9:00	12:10	14:20	17:00
9:25	12:30	14:40	18:05
10:40	13:15	15:30	18:25
11:30	14:05	16:40	19:00

Семья Маши приобрела билеты на морскую экскурсию. При покупке билетов организаторы сообщили, что:

–время отправления экскурсионного теплохода от причала– 15:00;

–необходимо быть у причала за 15 минут до отправления теплохода;

–от автобусной остановки «Пляж» до причала идти пешком 10 минут.

Укажите самое позднее время отправления автобуса, которое подходит семье Маши, чтобы не опоздать на морскую экскурсию.

Выделите нужную ячейку в расписании, расположенном выше. Для этого щёлкните по нужной ячейке левой кнопкой мыши. Чтобы отменить выделение, щёлкните по выбранной ячейке ещё раз.

ТРАНСПОРТНЫЙ ТРАНСФЕР

Транспортный трансфер – перевозка пассажира из условленного места к другому заранее согласованному месту. Например, перевозка туристов из аэропорта до отеля, во время экскурсий, услуги такси и др.

Транспортный трансфер
Задание 2/3

Воспользуйтесь текстом «Транспортный трансфер», расположенным справа. Отметьте нужный вариант ответа, а затем объясните свой ответ.

Отель, расположенный на острове, предлагает услуги трансфера из аэропорта в отель и обратно на вертолёте. В целях безопасности вертолёт совершает полёт с одной и той же скоростью.

Когда ветер дует с моря, вертолёт пролетает путь от отеля до аэропорта по ветру, а возвращается обратно в отель против ветра. В безветренную погоду полёт проходит по тому же маршруту.

При какой погоде на полёт от отеля до аэропорта и обратно уходит меньше времени? (Можно считать, что в ветреную погоду скорость ветра постоянна на протяжении всего полета.)

- ○ в ветреную погоду
- ○ в безветренную погоду

Объясните свой ответ.

ТРАНСПОРТНЫЙ ТРАНСФЕР

Транспортный трансфер – перевозка пассажира из условленного места к другому заранее согласованному месту. Например, перевозка туристов из аэропорта до отеля, во время экскурсий, услуги такси и др.

Транспортный трансфер
Задание 3/3

Воспользуйтесь текстом «Транспортный трансфер», расположенным справа. Запишите свой ответ на вопрос в виде числа, а затем объясните свой ответ. Вы можете воспользоваться ***калькулятором****, расположенным выше.*

Отель предлагает аренду моторной лодки для речной прогулки.

Для знакомства с местными достопримечательностями семья Дмитрия решила арендовать моторную лодку. Чтобы успеть к обеду, они должны вернуться обратно в отель не позднее чем через 3 часа.

Дмитрий узнал у администратора отеля, что скорость течения реки составляет 2 км/ч, а собственная скорость лодки не превышает 18 км/ч.

На какое наибольшее расстояние может отплыть семья от отеля на моторной лодке? В ответе укажите целое число километров.

Запишите свой ответ в виде числа.

км

Объясните свой ответ.

ТРАНСПОРТНЫЙ ТРАНСФЕР

Транспортный трансфер – перевозка пассажира из условленного места к другому заранее согласованному месту. Например, перевозка туристов из аэропорта до отеля, во время экскурсий, услуги такси и др.

Живая изгородь из туи
Задание 1 / 5

Прочитайте текст «Живая изгородь из туи», расположенный справа. Отметьте в таблице нужные варианты ответа.

Покупатель анализирует ассортимент и стоимость саженцев туи. Оцените выводы, которые он сделал.

*Отметьте **один** ответ в каждой строке.*

Утверждение	Верно	Неверно
Чем выше саженец, тем дороже он сто́ит.	○	○
Саженцы сорта Колумна – самые дешёвые.	○	○
Саженец сорта Брабант высотой 100-150 см стоит 1200 руб.	○	○
Если покупать саженец не дороже 2,5 тыс. рублей, то можно выбрать саженец высотой 175 см.	○	○
Если покупать саженец высотой не ниже 1,5 м, то он будет стоить не менее 2300 руб.	○	○

ЖИВАЯ ИЗГОРОДЬ ИЗ ТУИ

Туя – это вечнозелёное и неприхотливое дерево, которое отлично подходит для украшения садового участка или парка. Прекрасно подходит оно и для создания универсальной живой изгороди.

В питомнике продаются три сорта саженцев туи разного возраста и, соответственно, разной высоты. В таблице на сайте питомника представлены параметры деревьев и стоимость саженцев в зависимости от высоты.

Сорт туи	*Высота взрослого дерева, м*	*Годовой прирост, см*	*Высота саженца, см*	*Цена, руб.*
Колумна	10–12	30	80–100	1500
			100–150	2000
			150–175	3950
			175–200	4950
			200–225	5950
Брабант	3,5–4	30	80–100	1200
			100–150	1800
			150–175	2300
			175–200	3500
			200–225	4900
Смарагд	До 5	15	80–100	1000
			100–150	1500
			150–175	3400
			175–200	4300
			200–225	5700

Живая изгородь из туи
Задание 2 / 5

Воспользуйтесь текстом «Живая изгородь из туи», расположенным справа. Запишите свои ответы на вопросы в виде чисел.

Для садового участка куплен саженец туи сорта Брабант высотой 120 см.

А) Какова высота дерева через 5 лет после посадки саженца?

Выразите высоту в сантиметрах. Запишите свой ответ в виде числа.

☐ см

Б) Через сколько лет после посадки туя сравняется по высоте с двухметровым забором?

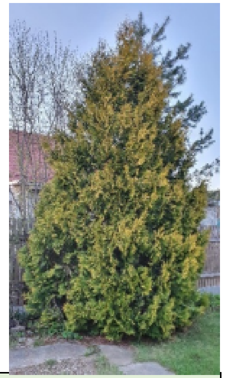
Запишите свой ответ в виде числа.

☐

ЖИВАЯ ИЗГОРОДЬ ИЗ ТУИ

Туя – это вечнозелёное и неприхотливое дерево, которое отлично подходит для украшения садового участка или парка. Прекрасно подходит оно и для создания универсальной живой изгороди.

В питомнике продаются три сорта саженцев туи разного возраста и, соответственно, разной высоты. В таблице на сайте питомника представлены параметры деревьев и стоимость саженцев в зависимости от высоты.



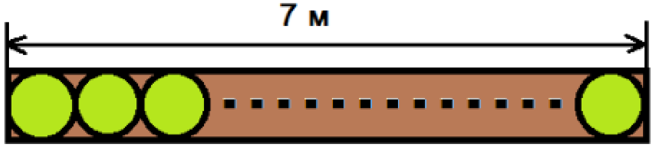
Сорт туи	*Высота взрослого дерева, м*	*Годовой прирост, см*	*Высота саженца, см*	*Цена, руб.*
Колумна	10–12	30	80–100	1500
			100–150	2000
			150–175	3950
			175–200	4950
			200–225	5950
Брабант	3,5–4	30	80–100	1200
			100–150	1800
			150–175	2300
			175–200	3500
			200–225	4900
Смарагд	До 5	15	80–100	1000
			100–150	1500
			150–175	3400
			175–200	4300
			200–225	5700

Живая изгородь из туи
Задание 3 / 5

Воспользуйтесь текстом «Живая изгородь из туи», расположенным справа. Запишите свои ответы на вопросы в виде чисел. Вы можете воспользоваться ***Калькулятором****, расположенным выше.*

Ландшафтный дизайнер планирует создать живую изгородь из туй вдоль площадки для отдыха. Для этого он хочет высадить туи в один ряд длиной 7 м.

При создании живой изгороди из туй деревья высаживают вдоль прямой линии на одинаковом расстоянии одно от другого: рекомендуемое расстояние – от 60 до 90 см.



Какое наименьшее число саженцев ему необходимо закупить и на каком расстоянии друг от друга их высаживать?

Запишите свои ответы в виде чисел.

Количество саженцев:
[ ] шт.

Расстояние между саженцами:
[ ] см

ЖИВАЯ ИЗГОРОДЬ ИЗ ТУИ

Туя – это вечнозелёное и неприхотливое дерево, которое отлично подходит для украшения садового участка или парка. Прекрасно подходит оно и для создания универсальной живой изгороди.

В питомнике продаются три сорта саженцев туи разного возраста и, соответственно, разной высоты. В таблице на сайте питомника представлены параметры деревьев и стоимость саженцев в зависимости от высоты.

Сорт туи	*Высота взрослого дерева, м*	*Годовой прирост, см*	*Высота саженца, см*	*Цена, руб.*
Колумна	10–12	30	80–100	1500
			100–150	2000
			150–175	3950
			175–200	4950
			200–225	5950
Брабант	3,5–4	30	80–100	1200
			100–150	1800
			150–175	2300
			175–200	3500
			200–225	4900
Смарагд	До 5	15	80–100	1000
			100–150	1500
			150–175	3400
			175–200	4300
			200–225	5700

Живая изгородь из туи
Задание 4 / 5

Воспользуйтесь текстом «Живая изгородь из туи», расположенным справа. Запишите свой ответ на вопрос в виде числа, а затем приведите своё решение. Вы можете воспользоваться ***калькулятором****, расположенным выше.*

В год посадки высота саженца туи сорта Смарагд равнялась 80 см.

Для защиты посаженного саженца вокруг него устанавливают ограждение из шестов. Длина шеста – 1,5 м, шесты ставят по кругу, диаметр которого равен 1 м, и связывают на расстоянии примерно 10 см от конца, как показано на фото справа.

Годовой прирост высоты молодого растения данного сорта можно узнать из таблицы справа.

Через сколько лет туя дорастет по высоте до места соединения шестов?

Запишите свой ответ в виде числа.

Через ☐ *года/лет*

Приведите своё решение.

ЖИВАЯ ИЗГОРОДЬ ИЗ ТУИ

Туя – это вечнозелёное и неприхотливое дерево, которое отлично подходит для украшения садового участка или парка. Прекрасно подходит оно и для создания универсальной живой изгороди.

В питомнике продаются три сорта саженцев туи разного возраста и, соответственно, разной высоты. В таблице на сайте питомника представлены параметры деревьев и стоимость саженцев в зависимости от высоты.

Сорт туи	*Высота взрослого дерева, м*	*Годовой прирост, см*	*Высота саженца, см*	*Цена, руб.*
Колумна	10–12	30	80–100	1500
			100–150	2000
			150–175	3950
			175–200	4950
			200–225	5950
Брабант	3,5–4	30	80–100	1200
			100–150	1800
			150–175	2300
			175–200	3500
			200–225	4900
Смарагд	До 5	15	80–100	1000
			100–150	1500
			150–175	3400
			175–200	4300
			200–225	5700

Живая изгородь из туи
Задание 5 / 5

*Воспользуйтесь текстом «Живая изгородь из туи», расположенным справа. Для ответа на вопрос выберите в выпадающих меню нужные варианты ответа. Вы можете воспользоваться **Калькулятором**, расположенным выше.*

Ландшафтный дизайнер планирует создать живую изгородь из туй вдоль забора. Требования к растениям: высота взрослого дерева – более 4 м; за 3-4 года изгородь должна достичь высоты 3±0,1 м.

Саженцы какого сорта и какой высоты вы бы рекомендовали ему приобрести с учётом минимизации расходов на их покупку?

Выберите нужные варианты ответа в выпадающих меню.

Сорт:	Выпадающее меню 1 *Колумна* *Брабант* *Смарагд*
Высота саженца (см):	Выпадающее меню 2 80-100 150-175 175-200 200-225

ЖИВАЯ ИЗГОРОДЬ ИЗ ТУИ

Туя – это вечнозелёное и неприхотливое дерево, которое отлично подходит для украшения садового участка или парка. Прекрасно подходит оно и для создания универсальной живой изгороди.

В питомнике продаются три сорта саженцев туи разного возраста и, соответственно, разной высоты. В таблице на сайте питомника представлены параметры деревьев и стоимость саженцев в зависимости от высоты.

Сорт туи	*Высота взрослого дерева, м*	*Годовой прирост, см*	*Высота саженца, см*	*Цена, руб.*
Колумна	10–12	30	80–100	1500
			100–150	2000
			150–175	3950
			175–200	4950
			200–225	5950
Брабант	3,5–4	30	80–100	1200
			100–150	1800
			150–175	2300
			175–200	3500
			200–225	4900
Смарагд	До 5	15	80–100	1000
			100–150	1500
			150–175	3400
			175–200	4300
			200–225	5700

Приложение К

Система оценивания заданий диагностической работы

Задания блока «Транспортный трансфер»

Задание 1

Балл	Содержание критерия
1	Дан верный ответ: 14:05.
0	Другой ответ, или ответ отсутствует.

Задание 2

Балл	Содержание критерия
2	Выбран верный ответ «В безветренную погоду» и дано верное пояснение. Возможное верное решение. Пусть x(км/ч) – скорость вертолёта, y (км/ч) – скорость ветра, $xx > yy$. S (км) – расстояние от отеля до аэропорта, $\frac{2S}{x}$ $(ч)$ – время, затраченное вертолётом на путь от отеля до аэропорта и обратно в безветренную погоду. $\frac{S}{x+y}+\frac{S}{x-y}(ч)$ – время, затраченное вертолётом на тот же путь в ветреную погоду. Так как нужно указать, в каком случае затрачено меньше времени, сравним: $\frac{2S}{x}-\frac{S}{x+y}-\frac{S}{x-y}=\frac{2Sx^2-2Sy^2-Sx^2+Sxy-Sx^2-Sxy}{x(x+y)(x-y)}$ $=\frac{-2Sy^2}{x(x+y)(x-y)}<0$ Поэтому меньше времени уходит в безветренную погоду.
1	Приведено рассуждение с конкретными числами, нет рассуждений обобщающего характера. Например: Пусть скорость вертолета 100 км/ч, скорость ветра 10 км/ч, расстояние от отеля до аэропорта 20 км. Тогда в безветренную погоду самолет потратит на дорогу туда и обратно 2 × 20 : 100 = 0,4, часа, а в ветреную 20 : (100 + 10) + 20 : (100 – 10) = 20 : 110 + 20 : 90 = 40 : 99 = $\frac{40}{99}>$ $>\frac{40}{100}$. 0,4 часа меньше, чем $\frac{40}{99}$ часа.
0	Другой ответ. Например: «В ветреную погоду на самолёт будут действовать сила ветра, и он будет лететь медленнее, чем без ветра» или «Нет сопротивления внешних сил на самолёт». Или ответ отсутствует.

Задание 3

Балл	Содержание критерия
2	Дан ответ: 26 км; дано верное решение. Возможное решение: Пусть x(км) – расстояние, на которое могут отъехать туристы, $\left(\frac{x}{20}+\frac{x}{16}\right)$ч – время, затраченное на всю поездку от отеля и обратно, а по условию не более 3 часов. Решим неравенство: $\frac{x}{20}+\frac{x}{16}\le 3;$ $4x+5x\le 240;$ $9x\le 240;$ $x\le 26\frac{2}{3}.$ ИЛИ: решено уравнение $\frac{x}{20}+\frac{x}{16}=3,$ для наибольшего значения времени (3 часа) найдено наибольшее расстояние $(26\frac{2}{3}$км). Туристы могут отплыть не больше чем на 26 км.

1	Записан неверный ответ 27 км, полученный в результате округления по правилу, а не по смыслу. При этом приведено верное решение. Или не выполнено округление, дан ответ: Туристы могут отплыть не больше чем на 26 2/3км. Или: на 26,7 км. При этом приведено верное решение. Или дан ответ: 30 км. При этом приведено верное решение. ИЛИ: Дан ответ: 26. Приведено неполное решение: Пусть x - это расстояние, тогда составим уравнение: x/20+x/16=3, округлим в меньшую сторону».
0	Другой ответ, или ответ отсутствует. Примеры ответов: Ответы: 30 или 26,7 без решения; Ответ: «18+2=20 скорость по течению; 18-2=16 скорость против течения; если проплыть 26 км, то останется 32/20 времени (в часах) и этого как раз хватит на обратный путь» – это прикидка с вычислительными ошибками; «Ответ: 26, составляем неравенство и решаем»; «Ответ: 26. Решение: Не больше чем на 26 и две третьих км.» «26,6 мой ответ целое число 26 км».

Задания блока «Живая изгородь из туи»

Задание 4

<table>
<tr><th>Балл</th><th>Содержание критерия</th></tr>
<tr><td>2</td><td>Выбраны следующие ответы:
<table>
<tr><th>Утверждение</th><th>Верно</th><th>Неверно</th></tr>
<tr><td>Чем выше саженец, тем дороже он стóит.</td><td>⊙</td><td>○</td></tr>
<tr><td>Саженцы сорта Колумна – самые дешёвые.</td><td>○</td><td>⊙</td></tr>
<tr><td>Саженец сорта Брабант высотой 100-150 см стоит 1200 руб.</td><td>○</td><td>⊙</td></tr>
<tr><td>Если покупать саженец не дороже 2,5 тыс. рублей, то можно выбрать саженец высотой от 150 до 175 см.</td><td>⊙</td><td>○</td></tr>
<tr><td>Если покупать саженец высотой не ниже 1,5 метра, то он будет стоить не менее 2300 руб.</td><td>⊙</td><td>○</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Любые 4 ответа даны верно, остальные – неверно или отсутствуют.</td></tr>
<tr><td>0</td><td>Выбраны другие варианты ответа, или ответ отсутствует.</td></tr>
</table>

Задание 5

Балл	Содержание критерия
2	Записаны числа А) 270; Б) 3.
1	Один любой ответ дан верно, другой ответ неверно или отсутствует.
0	Другой ответ, или ответ отсутствует.

Задание 6

Балл	Содержание критерия
2	Записаны числа: количество саженцев– 8, расстояние между саженцами – 87 см или 88 см.
1	Один любой ответ дан верно, другой ответ неверно или отсутствует.
0	Другой ответ, или ответ отсутствует.

Задание 7

Балл	Содержание критерия
2	Дан ответ: 3 года. Приведено верное решение. Возможное решение: $1{,}5 - 0{,}1 = 1{,}4$ (м) – гипотенуза треугольника, меньший катет – $1 : 2 = 0{,}5$ (м), найдем больший катет (высоту): $1{,}4^2 - 0{,}5^2 = 0{,}9\text{x}1{,}9 = 1{,}71$, высота равна $\sqrt{1{,}71} \approx 1{,}3$ (м); $(1{,}3–0{,}8):0{,}15 \approx 3$.

1	Дан ответ: 4 года. Приведено решение без теоремы Пифагора: (1,4–0,8):0,15=4 ИЛИ: неверное округление: (1,3-0,8):0,15 ≈ 3,3, то есть 4 года. Ответ «3 года» с кратким пояснением «по теореме Пифагора» оценивается 0 баллов.
0	Другой ответ, или ответ отсутствует.

Задание 8

Балл	Содержание критерия
1	В выпадающих меню выбраны следующие ответы: «Коломна», «175-200».
0	Другой ответ, или ответ отсутствует.

Приложение Л

Результаты диагностической работы

ФИО	Задание									
	1	2	3	4	5	6	7	8	Итог	Уровень
Ученик 1	1	0	0	0	2	0	0	0	3	Низкий
Ученик 2	1	0	0	2	2	0	0	1	6	Средний
Ученик 3	1	2	1	2	2	2	2	1	13	Высокий
Ученик 4	1	0	0	1	1	1	1	1	6	Средний
Ученик 5	1	1	1	2	2	0	1	1	9	Повышенный
Ученик 6	1	0	0	0	1	0	0	1	3	Низкий
Ученик 7	1	1	0	0	1	1	1	1	6	Средний
Ученик 8	1	1	0	1	1	1	1	0	6	Средний
Ученик 9	1	1	1	2	2	2	0	1	10	Повышенный
Ученик 10	0	0	0	1	1	1	0	1	4	Низкий
Ученик 11	0	0	0	0	0	1	1	1	3	Низкий
Ученик 12	1	1	1	2	1	2	1	0	9	Повышенный
Ученик 13	1	2	2	2	2	1	1	1	12	Высокий
Ученик 14	1	0	1	2	1	1	1	0	7	Средний
Ученик 15	1	1	1	1	1	1	1	1	8	Средний

Шкала оценивания (уровень сформированности математической грамотности)

Уровень сформированности математической грамотности	Количество баллов
недостаточный	0 – 2 балла
низкий	3 – 5 баллов
средний	6 – 8 баллов
Повышенный	9 – 11 баллов
высокий	12 – 14 баллов