МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования

«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Прокопович Дарья Александровна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРИИ В 7 КЛАССЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СРЕДЫ ЖИВАЯ МАТЕМАТИКА

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

И.о. заведующего кафедрой
канд. пед. наук, доцент М.Б. Шашкина

____

(дата, подпись)

Научный руководитель
д.п.н., профессор, профессор каф. МиМОМ В. Р. Майер

____

Дата защиты

____

Обучающийся
Прокопович Д.А.

____

Оценка____________________________________

Прописью

Красноярск 2023

Оглавление

Введение 3

ГЛАВА 1. Теоретические аспекты формирования исследовательской компетентности при обучении геометрии с использованием среды Живая математика. 7

1.1. Экспериментальная математика – как новый бренд в математике и как содержательно-методическая линия изучения математики в школе. 7

1.2. Формирование исследовательской компетентности при проведении компьютерных экспериментов и исследований на уроках математики в основной школе. 17

1.3. Конструктивные и исследовательские возможности среды Живая математика как средство проведения экспериментов на уроках планиметрии. . 21

Выводы по главе 1 28

ГЛАВА 2. Реализация подхода, связанного с использованием среды Живая математика при формировании исследовательской компетентности на уроках геометрии в 7 классе. 30

2.1. Обучение теме «Начальные геометрические сведения». 30

2.2. Обучение теме «Треугольники». 35

2.3. Обучение теме «Соотношения между сторонами и углами треугольника». 46

2.4. Апробация результатов исследования 50

Выводы по главе 2 55

Заключение 57

Список источников 59

ПРИЛОЖЕНИЕ А 63

ПРИЛОЖЕНИЕ Б 65

Введение

Одним из основных требований, которые определяет ФГОС [18] к результатам освоения учащимися основной образовательной программы, является владение навыками исследовательской деятельности. С каждым годом становится все очевиднее, что умения и навыки исследовательского поиска в обязательном порядке требуются не только тем, чья жизнь уже связана или будет связана с наукой, а также и любому человеку, включая школьников.

С рождения человек обладает первоначальными навыками исследования, так он познает мир, окружающий его вокруг. Но, к сожалению, этих задатков недостаточно для дальнейшего развития, людям необходимо учиться исследовательской деятельности. А учителям, в свою очередь, необходимо научить растущее поколение обучаться и самостоятельно добывать знания. Это актуализирует проблему формирования у подрастающего поколения исследовательских навыков, исследовательских умений, без которых невозможно формирование исследовательской компетентности.

Под понятием «компетентность» будем понимать способность применять накопленные знания и умения для решения задач на основе полученного опыта. Под «исследовательской компетентностью» мы понимаем совокупность знаний и умений, позволяющих планировать свою деятельность, прогнозировать ее результат, осуществлять сбор информации, ее анализ и систематизацию, выбирать оптимальные методы достижения цели, проводить эксперимент, представлять его результаты, а также использовать вышеописанные действия для получения нового знания или продукта [19].

Математические эксперименты и исследования играют важную роль в математической подготовке школьников. Доказано, что их применение повышает эффективность обучения математике, математические знания усваиваются более глубже и полнее, формируются навыки самостоятельной поисково-исследовательской деятельности, развиваются такие качества мышления как креативность, умение формулировать гипотезы, проводить логические рассуждения, обобщать, делать выводы и т.д

Школьный курс геометрии дает большие возможности для формирования исследовательских компетенций учащихся, однако эта работа может быть эффективна только при соответствующем программно-методическом обеспечении. Наибольшие возможности предоставляет использование информационных технологий, в частности систем динамической геометрии. Одной из наиболее популярных компьютерных сред, используемых при обучении математике в России, являются динамическая среда «Живая математика». Но теперь перед учителем возникает проблема: как осуществить эффективное применение среды «Живая математика» при исследовательском обучении геометрии в 7 классе, чтобы оно обеспечило формирование исследовательских компетенций, а также более прочного и глубокого усвоение материала?

Исследованию особенностей формирования исследовательской компетентности на уроках геометрии с помощью возможностей программной среды «Живая математика» в основной школе, в частности в 7 классе, и посвящена данная работа.

Цель исследования: Разработка компьютерного сопровождения курса геометрии в 7 классе на основе системы динамической математики «Живая математика» как виртуальной лаборатории для проведения математических исследований и экспериментов, способствующих формированию исследовательской компетентности.

Объект исследования: Учебно-воспитательный процесс в основной школе, ориентированный на использование информационных технологий при обучении математике.

Предмет исследования: Подготовка учащихся 7 класса к исследовательской деятельности на уроках геометрии с использованием среды «Живая математика».

Задачи исследования:

а) изучить учебную и научно-методическую литературу, посвященную теории и особенностям формирования исследовательской компетентности, в том числе в процессе геометрической подготовки школьников на основе виртуальных лабораторий;

б) проанализировать темы курса геометрии в 7 классе с точки зрения использования при их обучении среды «Живая математика» как средства формирования исследовательской компетентности;

в) изучить динамические, конструктивные и исследовательские возможности среды «Живая математика», которые могут быть использованы при обучении планиметрии, в том числе при проведении компьютерных исследований и экспериментов;

г) адаптировать методику исследовательского подхода к обучению в стиле экспериментальной математики к возможностям среды Живая математика, разработать соответствующее компьютерное сопровождение основных разделов курса геометрии в 7 классе

Методологическую основу исследования составили: системно-деятельностный подход, предполагающий ориентацию на достижение предметных и метапредметных результатов.

Теоретическую основу составили труды в области теории и методики обучения математики и концепции применения ИКТ в математическом образовании.

Методы исследования: теоретический (анализ научной, методической и учебной литературы), эмпирические – диагностика, анализ результатов внедрения разработанных методик в учебный процесс.

Работа состоит из введения, двух глав, включающих 7 параграфов, заключения, списка источников и приложения.

В первой главе рассматриваются теоретические обоснования целесообразности использования среды Живая математика как средства формирования исследовательской компетентности.

Во второй главе проведена методическая разработка уроков по темам: «Начальные геометрические сведения», «Треугольники», «Соотношения между сторонами и углами треугольников», а также результаты опытно-экспериментальной работы.

В заключении подведены итоги данного исследования, сделан вывод о необходимости применения ИКТ-технологий, в частности Живой математики, в процессе формирования исследовательской компетентности школьников при изучении геометрии в школе.

ГЛАВА 1. Теоретические аспекты формирования исследовательской компетентности при обучении геометрии с использованием среды Живая математика.

К теоретическим аспектам формирования умений проводить исследования в фундаментальной и элементарной математике относятся умения использовать в обучении методы экспериментальной математики. Обсудим их в общих чертах в следующем параграфе.

1.1. Экспериментальная математика – как новый бренд в математике и как содержательно-методическая линия изучения математики в школе.

Как известно, экспериментальные методы использовались в математике всегда: с древних времён и по настоящее время.

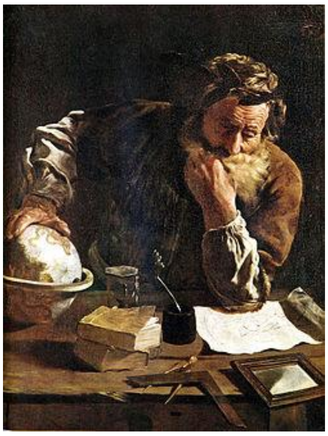


Рисунок 1

Многие математические результаты, как на заре развития математики, так и на протяжении всей истории ее развития, вплоть до сегодняшних дней были получены посредством экспериментов и индуктивных рассуждений, лишь позднее они были доказаны дедуктивно [24].

В качестве примеров приведём метод механического доказательства теорем, который открыл и активно использовал Архимед (рис. 1) и его ученики.

Экспериментальные методы с иглой для доказательства математических утверждений проводил Жорж-Луи Леклерк, граф де Бюффон (1707-1788), рис. 2

(левый слайд). Для обоснования математических фактов эксперименты с мыльными плёнками осуществлял Джозеф Плато (1801-1883), рис. 2 (правый

Рисунок 2

слайд).

Около 230 лет назад французский математик Жан Батист Мёнье доказал, что мыльная пленка, натянутая на винтовую линию, принимает вполне определенную форму, называемую геликоидом, или винтовой поверхностью. Геликоид относится к минимальным поверхностям, его главная особенность — минимальная величина площади при заданной внешней границе. Однако новые исследования заставляют сделать важную оговорку к этой классической теореме: если два витка винтовой спирали соединить тоннелем (или, на языке топологов, «ручкой», смотри рисунок 3, то получится поверхность с совершенно иными топологическими свойствами, и для такой поверхности тоже существует минимальная конфигурация [4].

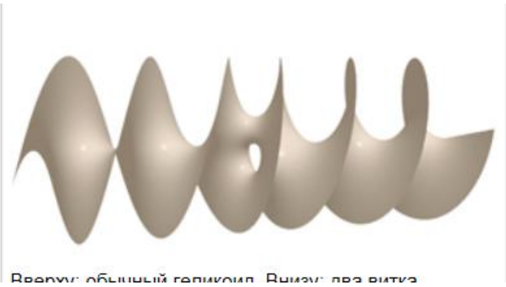


Рисунок 3

На значимость экспериментальных начал как для самой науки, так и для математического образования обращали внимание многие видные ученые

(Ж. Адамар, Н. Бор, Г. Вейль, Д. Гильберт и др.). Однако, пожалуй, самое радикальное высказывание принадлежит академику В. Арнольду, который в 2001 году заявил, что «Математика - это экспериментальная наука, часть теоретической физики и член семейства естественных наук». Этим высказыванием он хотел подчеркнуть пагубность, как для развития математической науки, так и для математического образования отделение математики от ее экспериментальных начал. В трудах В.И. Арнольда не только много внимания уделено экспериментальным методам в математике, но фигурирует и термин «Экспериментальная математика».

Н.Н. Красовский
Рисунок 4

Впервые термин «Экспериментальная математика» был произнесен в России в 1969 году на открытии Уральского научного центра Академии Наук СССР. Популяризатором этого понятия выступал Николай Николаевич Красовский (1924-2012) – директор Института математики и механики УНЦ АН СССР (с 1970 по 1977 гг.), основоположник идей информатизации математического образования (рис. 4). Непосредственно в математическом образовании этот термин использовал профессор МГУ Георгий Борисович Шабат, который стоял у истоков организации для школьников так называемого «Клуба экспериментальной математики» (с 1983 года).

Однако общественное признание и широкое распространение этот термин получил лишь в последнее десятилетие XX века. Это связано с появлением программных пакетов для математической обработки данных (Maple, Mathematica, Matkad, DGS и других), а также развитием автоматизированных систем поддержки научных исследования (АСНИ).

Сегодня этот термин завоевывает все большую популярность. Хотя однозначной трактовки пока не получил. Одни ученые считают его лишь новым брендом, другие говорят о появлении в математике нового раздела, специфика которого определяется широким использованием возможности компьютерной техники для получения научных результатов. Третьи говорят о том, что данный термин подчеркивает изменение отношения математиков к экспериментам, которое состоит в признании возможностей представлять научной общественности результаты, которые пока не доказаны дедуктивно, но подтверждены компьютерными экспериментами.

Джонатан Борвей (1951г.р.) и Д. Бейли (1948г.р.) описали методологию экспериментальной математики, опираясь на собственный опыт исследований в этой области. Говоря об экспериментальной математике, они имеют в виду особую методологию математической деятельности, которая включает в себя использование компьютеров для:

(1). Достижения понимания и поддержки интуиции.

(2). Открытия новых моделей и отношений.

(3). Графической визуализации основных принципов.

(4). Тестирования и предотвращение фальсификации гипотез.

(5). Изучения возможного результата, чтобы увидеть, стоит ли он поиска формального доказательства.

(6). Выдвижения гипотез о подходах к формальному доказательству.

(7). Замены технически сложных выкладок компьютерными расчетами в ходе доказательств.

(8). Подтверждения аналитически полученных результатов [5].

Центральной проблемой экспериментального подхода в математике является вопрос о допустимости привлечения компьютеров к проведению доказательств. Многие математики испытывают дискомфорт от появления в научных публикациях фраз: «доказано с использованием пакета Mathematica» или «установлено с применением пакета Maple». Заявления о «компьютерных доказательствах» можно было бы понимать как достаточно вольные утверждения о том, что опубликованные результаты прошли проверку компьютерными экспериментами, были верифицированы, но не доказаны. Однако проблема состоит в том, что в математической науке стали накапливаться подобным образом проверенные, но не доказанные результаты.

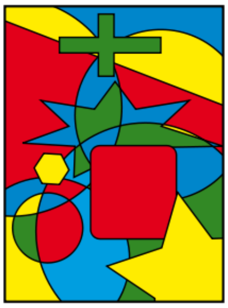


Рисунок 5

В качестве примера приведём гипотезу о Четырёх красках, которая была сформулирована Ф.Гутни в 1852 году, доказана с небольшими вычислительными ошибками К.Аппелем и В.Хакеном в 1976 году, окончательно доказана с использованием информационных технологий Робертсоном, Сандерсом, Сеймуром и Томасом в 1995 году, доказательство проверено Дж. Гонтиром в 1998 г. [6].

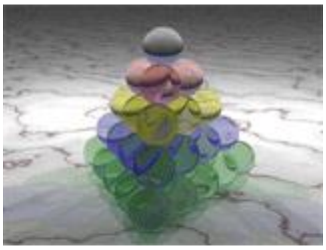


Рисунок 6

В качестве второго примера приведём гипотезу Кеплера об оптимальной плотности упаковки шаров, которая была впервые сформулирована в 1661 году, доказана Т.Халлесом с 1998 по 2005 годы.

Обсудим далее вопрос, связанный с использованием методологии и средств экспериментальной математики в школе, какие эффекты и риски в связи с этим возникают.

В первую очередь речь идет о возможности реализации в практике обучения математике гносеологического цикла экспериментальной математики, который состоит из трех основных этапов (М.В. Шабанова, пленарный доклад на III Всероссийском съезде преподавателей вузов и школьных учителей математики в г. Новосибирске, 2017 год):

Докомпьютерный этап решения исследовательской задачи, который подразумевает, во-первых, постановку математической задачи как исследовательской, во-вторых, проведение эксперимента с использованием нецифровых классических средств, таких как линейка с делениями, транспортир, экер и других (иногда его называют натурным экспериментом), в-третьих, получение по результатам эксперимента формулировки гипотезы, связанной с решением исследовательской задачи, в-четвёртых, обоснование необходимости проведения компьютерного эксперимента.

Компьютерный этап решения исследовательской задачи, который подразумевает, во-первых, выбор программного обеспечения, создание динамического чертежа (виртуальной модели) объекта исследования, разработка средств регистрации данных эксперимента, во-вторых, проведение компьютерного эксперимента, состоящего из некоторого числа испытаний, подтверждающих или опровергающих сформулированную гипотезу, и, наконец, в – третьих, анализ данных каждого из экспериментальных испытаний, формулировка выводов и итоговой гипотезы [23].

Послекомпьютерный этап решения исследовательской задачи, который подразумевает, во-первых, логическое (дедуктивное) обоснование итоговой гипотезы и найденного решения задачи, и, во-вторых, использование созданного динамического чертежа (виртуальной модели) для развития идеи задачи, обобщения задачи, постановки новых задач.

Существует достаточно большое количество средств экспериментальной математики, которые можно с успехом использовать как в математической науке, так и в математическом образовании. К ним относятся такие системы динамической математики, как Cabri (1986г.), The Geometer's Sketchpad (1989г.), GeoNexT (1999г.), Живая математика (2002г.), Математический конструктор (2006г.), GeoGebra (2002г.) и другие, всего более 50 видов.

Программные продукты этих видов позволяют учащимся конструировать виртуальные модели, проводить разведочные и контрольные эксперименты, контролировать аналитические выкладки и расчеты, а учителям создавать динамические визуализации, тренажеры, тесты, ставить задачи с динамическим содержанием[19].

Существует целый ряд проектов, которые посвящены изучению влияния систем динамической математики на математическое образование школьников. К числу таких проектов относится и международный проект «Методики и информационные технологии в образовании» (MITE), координаторы проекта С.И.Гроздев (Болгария) и Т.Ф.Сергеева (Россия), который был начат в 2005 году, в 2010 году к его реализации подключился коллектив преподавателей САФУ из Архангельска, 29 школ Архангельской области, 49 учителей и 824 учащихся. Одна из его целей – изучение эффектов и рисков обучения математике с использованием систем динамической математики [7]. В 2015 году работа над первым этапом проекта была завершена.

В результате первого этапа исследования установлено, что перенос в массовую школу методологии и средств экспериментальной математики имеет следующие ***положительные эффекты***:

1. Обогащение стиля математического мышления учащихся методами экспериментальной математики.

2. Расширение математического кругозора учащихся.

3. Повышение наглядности в обучении математике.

4. Повышение доступности исследовательской деятельности в математике.

Как оказалось, имели место не только положительные эффекты, но и ***риски***, которые являются следствием чрезмерного увлечения возможностями систем динамической математики в обучении [4]. К их числу относятся:

1. Деформация стиля математического мышления за счет снижения потребности к теоретическому поиску, к использованию логических приемов для постановки новых задач на базе решенных.

2. Снижение потребности в дедуктивных обоснованиях утверждений, введенных посредством динамической визуализации.

3. Задержка развития визуального мышления учащихся при широком использовании готовых компьютерных визуализаций

4. Задержка развития исследовательских умений при использовании динамических чертежей, не соотнесенных с уровнем геометрической подготовки учащихся.

Главным из этих рисков является риск экспериментально-теоретического разрыва, на который обращают внимание многие исследователи. Он проявляется в том, что, во-первых, обучающиеся нередко полагают, что подтверждение факта компьютерным экспериментом вполне убедительно и не видят необходимости проведения дедуктивных доказательств. И, во-вторых, многие учителя считают, что от обучения дедуктивным доказательствам учащихся массовой школы можно отказаться в пользу экспериментального подхода [15].

Профилактика возникновения экспериментально-теоретического разрыва состоит в долговременном и целенаправленном воспитании у учащихся не только умений, но и мировоззрения математика – экспериментатора. *Основой его является убеждение, что любое наблюдение, даже над самыми простыми объектами, нуждается в теоретическом осмыслении.*

Для становления мировоззрения математика-экспериментатора важно, чтобы эта линия не только установила внутрипредметные связи между имеющимися в учебниках математики образцами использования экспериментальных методов, создала условия для возникновения межпредметных связей, но и обеспечила постепенное *выявление* методологических основ применения экспериментальных методов в математике с учетом тех изменений, к которым привело появление средств проведения компьютерных экспериментов [9].

Следуя М.В.Шабановой, под линией экспериментальной математики мы будем понимать частично-выявленную содержательно-методологическую линию школьного курса математики, ведущим понятием которой является понятие *математического эксперимента*, которое тесно связано с понятием *исследовательское обучение в математике*.

Исследовательский метод предполагает максимально самостоятельную деятельность учащихся по получению и усвоению знаний и умений во время урока.

Изучение математики *в начальной школе* является наиболее благоприятными для формирования умений, связанных с использованием экспериментальных методов, так как все правила математических действий формируются в этот период как индуктивные обобщения частных закономерностей, к обнаружению которых учащиеся пришли случайно или по заданию учителя [11]. В этот период у учащихся накапливается опыт и умения, связанные с использованием сначала *натурных экспериментов бэконовского типа* (умение подмечать общие закономерности по их частным проявлениям), затем *эксперименты аристотелевского типа*.

В основной школе у учащихся начинают складываться обобщенные представления о различиях и взаимосвязях экспериментального и теоретического подходов.

Развиваются знания учащихся о видах модельных экспериментов, формируется критическое отношение к ним.

В этот период начинают формироваться представления о компьютерных экспериментах (вычислительные в Excel, геометрические в СДМ): предоставляемых ими дополнительных возможностях по сравнению с экспериментами на вещественных моделях, ограниченности возможностей компьютерных экспериментов по сравнению с дедуктивными и аналитическими методами. В дальнейшем учащиеся все больше узнают о специфике компьютерных экспериментов и их разновидностях. Переходят к мысленному экспериментированию [16].

Таким образом, линия экспериментальной математики в основной школе имеет следующий вид (см. таблицу 2):

Развертывание линии экспериментальной математики в основной школе

Начало этапа (5–6 классы)	
Цель этапа: формирование представлений компьютерных экспериментах, его преимуществах перед экспериментами с вещественными моделями, ограниченностях экспериментального подхода	
Элементы содержания	
неспецифического	специфического
расширение понятия числа, введение буквенного обозначение числа, пропедевтика функциональных зависимостей, начала комбинаторики и теории вероятностей, приближенные вычисления	модельные эксперименты с типовыми вещественными моделями (игральная кость, урна с шарами), интерпретациями (дерево вариантов, график, диаграмма, геометрическая фигура), компьютерные эксперименты
Результаты: 1) критическое отношение к результатам экспериментов, потребность в теоретическом осмыслении экспериментальных данных; 2) знания о приближенности экспериментальных данных, причинах появления приближенных значений, систематических и случайных ошибках экспериментов, зависимость надежности выводов от массовости данных; 3) умения делать выводы, адекватные собранным экспериментальным данным, теоретически осмысливать их	
Конец этапа (7–9 классы)	
Цель этапа: формирование обобщенных представлений об экспериментальном и теоретическом подходах к исследованию, видах экспериментов и специфике компьютерных экспериментов	
Элементы содержания	
неспецифического	специфического
геометрия, функции и графики, задачи с параметрами, элементы теории вероятностей и статистики и т.п.	эксперименты с вещественными моделями и компьютерные эксперименты, мысленные эксперименты
Результаты: 1) представление о компьютерном эксперименте, как разновидности модельного эксперимента, о систематическом характере погрешностей компьютерного эксперимента; 2) формирование умений рационально сочетать экспериментальный и теоретический подходы; 3) умение экспериментировать не только с вещественными или компьютерными моделями, но и с образами математических объектов	

Таблица 1

В старшей школе, компьютерные эксперименты выступают уже в качестве вспомогательных для расширения возможностей мысленного экспериментирования и преодоления ограниченности теоретических знаний.

Ниже представлены виды компьютерного эксперимента, в ходе исследовательской деятельности учащихся (см. таблица 2):

Виды экспериментов, применяемых в ходе исследовательского обучения математике

Вид	Функции
Конструктивный эксперимент	конструктивная проверка существования объекта исследования (изучения), оценка адекватности модели объекта исследования (изучения) исходным данным, конструирование инструментов (средств, оборудования) или объяснение механизмов их работы, разработка инструкций, рекомендаций по их использованию
Иллюстративный эксперимент	визуализация утверждений как поддержка работы памяти или достижение понимания
Разведочный эксперимент	использование модели для сбора экспериментальных данных, позволяющих выдвинуть гипотезы о свойствах и связях изучаемых объектов
Контрольный эксперимент	контроль преобразований и вычислений, фальсификация, верификация гипотез
Модифицирующий эксперимент	обнаружение ограниченности знаний, определение направления развития идеи, постановка новых задач

Таблица 2

1.2. Формирование исследовательской компетентности при проведении компьютерных экспериментов и исследований на уроках математики в основной школе.

Как отмечалось в предыдущем параграфе, в основной школе у обучающихся начинают складываться обобщенные представления о различиях и взаимосвязях экспериментального и теоретического подходов к исследованию, развиваются знания учащихся о видах модельных экспериментов, формируется критическое отношение к ним.

Основная **цель** на этом этапе (5-9 классы) в основной школе - формирование обобщенных представлений об экспериментальном и теоретическом подходах к исследованию и соответствующих им компетенций, а также видах экспериментов и специфике компьютерных экспериментов.

К результатам формирования исследовательских компетенций для обучающихся 5-6 классов можно отнести [10]:

1) Критическое отношение к результатам экспериментов, потребность в теоретическом осмыслении экспериментальных данных, умение провести такое осмысление.

2) Знания о приближенности экспериментальных данных, причинах появления приближенных значений, систематических и случайных ошибках экспериментов, зависимость надежности выводов от массовости данных, умение применить эти знания.

3) Умения делать вывод, адекватные собранным экспериментальным данным, теоретически осмысливать их.

К результатам формирования исследовательских компетенций для обучающихся 7-9 классов можно отнести [18]:

1) Представление о компьютерном эксперименте, как разновидности модельного эксперимента, о систематическом характере погрешностей компьютерного эксперимента, умение представить компьютерный эксперимент, как модельный;

2) Формирование умений рационально сочетать экспериментальный и теоретический подходы.

3) Умение экспериментировать не только с вещественными или компьютерными моделями, но и с образами математических объектов.

Урок математики с применением исследовательского метода обучения включает в себя:

1) ситуация успеха (ученикам предлагается задача, которую каждый из них решает без особых затруднений);

2) ситуация затруднения (ученикам предлагается задача, похожая на предыдущие, но решить до конца они ее не могут, так как они не имеют еще необходимых знаний);

3) постановка учебной проблемы (учащиеся, осознав проблему, проговаривают ее, выясняют, каких знаний им не хватает, для того чтобы решить задачу, выдвигают гипотезы о возможных путях решения задачи);

4) решение учебной проблемы (если предложено несколько путей решения проблемы, то возможно деление на группы. Организует деятельность групп лидер, тот ученик, который предложил путь решения незнакомой задачи);

5) презентация проекта исследовательской деятельности (На этом этапе ребята рассказывают, как они решили данную им задачу, представляют поэтапное решение на доске) [20].

В качестве примеров заданий по геометрии для основной школы приведём несколько примеров:

Пример 1. В ходе компьютерного эксперимента была обнаружена следующая ситуация:

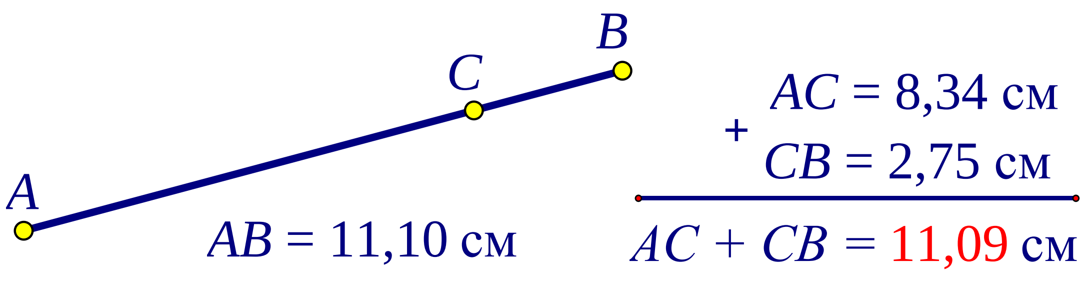


Рисунок 7

Какой из выводов является правильным:

1) На отрезке АВ можно найти такое положение точки С, при котором АС+СВ ≠ АВ.

2) Неравенство АС+СВ ≠ АВ является следствием неточности измерения.

3) Неравенство АС+СВ ≠ АВ является следствием округления измеренных длин отрезков.

Пример 2. Исследуйте зависимость суммы углов треугольника от его формы и размеров тремя методами: 1) методом измерения (транспортиром); 2) методом оригами (перегибания листа бумаги); 3) компьютерным экспериментом (построением анимационного чертежа). К одинаковым ли выводам привели вас все три эксперимента? Какой из экспериментов позволил получить более надежные выводы? Почему?

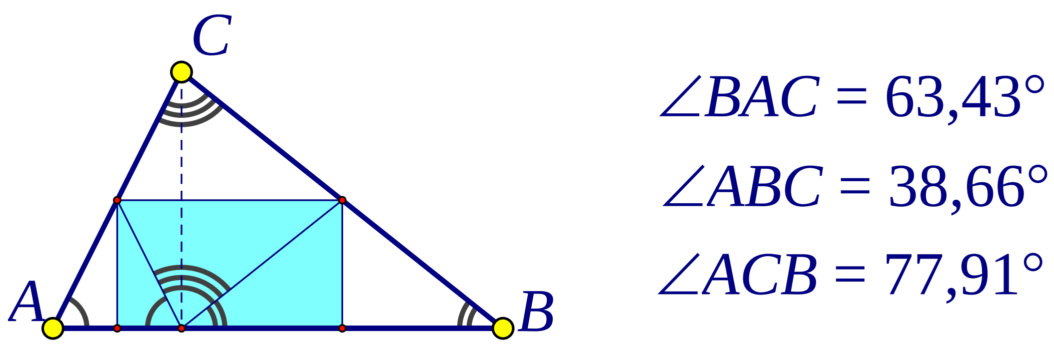


Рисунок 8

Пример 3. Как определить вид треугольника, если известны длины всех трёх сторон этого треугольника.

Цель: сформулировать признак вида треугольника.

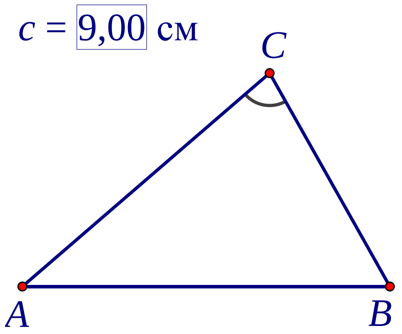
Постановка проблемы: Нам известна теорема Пифагора «Если треугольник со сторонами a, b и c прямоугольный и c – наибольшая сторона, то $a^2 + b^2 = c^2$». Верно ли обратное утверждение? Какой вид имеет треугольник, если $a^2 + b^2 > c^2$ или $a^2 + b^2 < c^2$ $(a < b < c)$?

Задание. В среде Живая математика введите параметры *a*, *b* и *c*. Для параметра *c* задайте в его свойствах изменение при нажатии на клавиши «-» или «+» с шагом 1 см. Постройте динамическую модель треугольника АВС со сторонами *a*, *b* и *c*. Зафиксируйте *a* и *b*, например, *a = 6 см, b = 8 см*. Меняйте значения параметра с. Измерьте величину угла АСВ в градусах, найдите значение суммы $a^2 + b^2$ и квадрата c^2. Для наблюдения за изменениями величины угла С составьте таблицу с результатами десяти экспериментальных испытаний, зависящих от различных значений параметра с = 3 см, 4 см,   ,11 см.

$a = \boxed{6{,}00}$ см $a^2 + b^2 = 100{,}00$ см^2 $c^2 = 81{,}00$ см^2 $\angle ACB = 78{,}58°$

$b = \boxed{8{,}00}$ см

$c = \boxed{9{,}00}$ см



a	*b*	*c*	$a^2 + b^2$	c^2	$\angle ACB$
6,00 см	8,00 см	3,00 см	100,00 см^2	9,00 см^2	18,57°
6,00 см	8,00 см	4,00 см	100,00 см^2	16,00 см^2	28,96°
6,00 см	8,00 см	5,00 см	100,00 см^2	25,00 см^2	38,62°
6,00 см	8,00 см	6,00 см	100,00 см^2	36,00 см^2	48,19°
6,00 см	8,00 см	7,00 см	100,00 см^2	49,00 см^2	57,91°
6,00 см	8,00 см	8,00 см	100,00 см^2	64,00 см^2	67,98°
6,00 см	8,00 см	9,00 см	100,00 см^2	81,00 см^2	78,58°
6,00 см	8,00 см	9,00 см	100,00 см^2	81,00 см^2	78,58°
6,00 см	8,00 см	10,00 см	100,00 см^2	100,00 см^2	90,00°
6,00 см	8,00 см	11,00 см	100,00 см^2	121,00 см^2	102,64°
6,00 см	8,00 см	9,00 см	100,00 см^2	81,00 см^2	78,58°

Рисунок 9

1.3. Конструктивные и исследовательские возможности среды Живая математика как средство проведения экспериментов на уроках планиметрии.

Системы динамической геометрии позволяют как создавать, так и всячески изменять геометрические построения. «Говоря коротко, программа динамической геометрии – это среда, позволяющая создавать динамические чертежи, то есть компьютерные геометрические чертежи-модели, исходные данные которых можно варьировать с сохранением всего алгоритма построения, просматривать их и работать с ними.» [17]. По всему миру они признаны как наиболее эффективные и, главное, наглядные средства обучения математики, использующие компьютерные технологии.

В настоящее время для обучения учащихся математике существует большое количество динамических и интерактивных средств и программ. Но к сожалению, большинство из них не поддерживают русский язык и имеет сложный интерфейс, вызывающий проблемы, как и у школьников, так и у преподавателей. А самый главный минус – высокая стоимость продукта.

«Учебно-методический комплект (УМК) «Живая Математика» – виртуальная математическая лаборатория, предназначенная для изучения планиметрии, стереометрии, алгебры, тригонометрии, математического анализа» [12]. УМК «Живая Математика» создана на основе американской программы Geometry's Sketchpad v. 4, которую разработала фирма Key Currculum Press. УМК был переведен на русский язык и адаптирован Институтом новых технологий. В последствии, программа была дополнена «динамическими моделями (компьютерными альбомами, задачниками, примерами использования программы в школьном и внешкольном куре математики) и методическими пособиями» [17]. Благодаря всем этим разработкам УМК становится не просто программой, а целой математической лабораторией для исследований в разных областях математики: планиметрии, стереометрии, алгебры и математического анализа, тригонометрии.

Для пользователей программа не так сложна, и не обязательно иметь знания в области программирования. Интерфейс простой и понятен для любого пользователя. При открытии среды пользователь видит перед собой чистый лист, а в помощь ему есть набор геометрических инструментов. Помимо инструментов в среде «Живая математика» есть такие возможности, как: деление отрезка пополам, построение перпендикулярной и параллельной прямых, деление угла пополам, симметрия, измерение объектов и многие другие. Мы можем выполнять построения с помощью циркуля и линейки, проводить исследования и эксперименты.

Основные инструменты и возможности среды Живая математика (таблица 3):

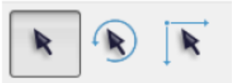
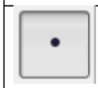
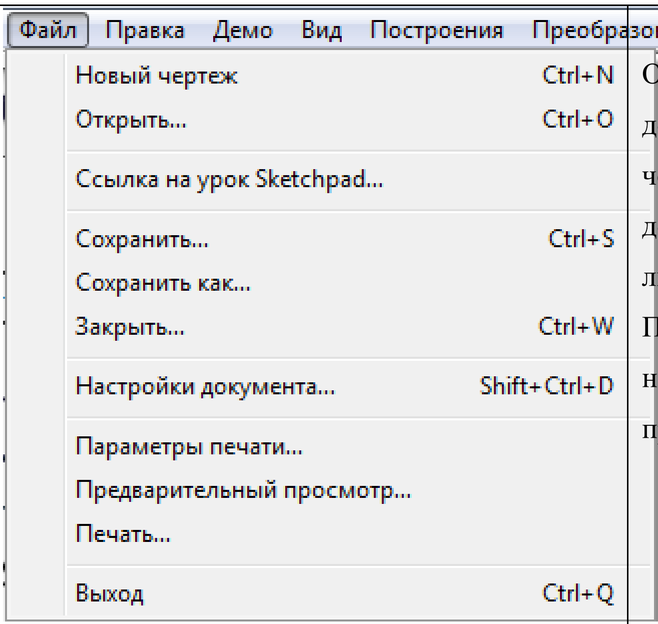
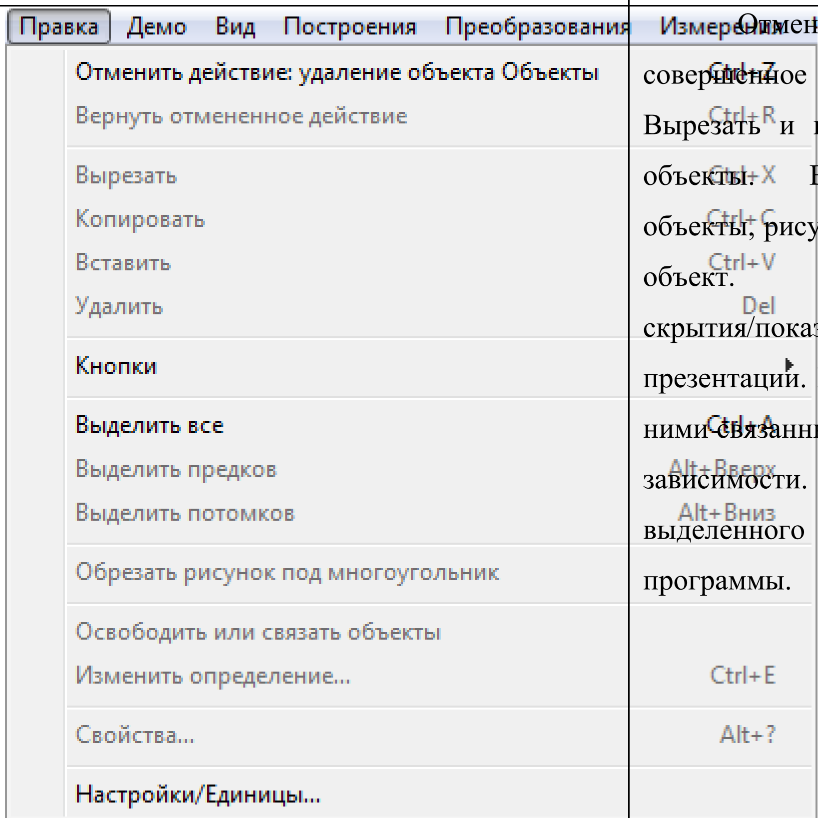
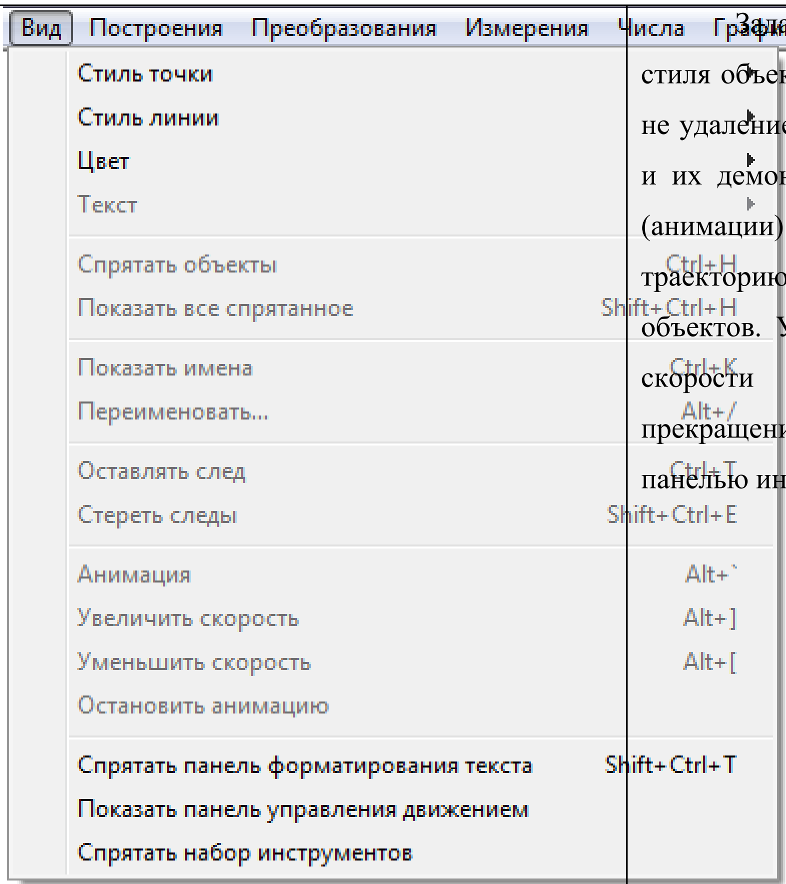
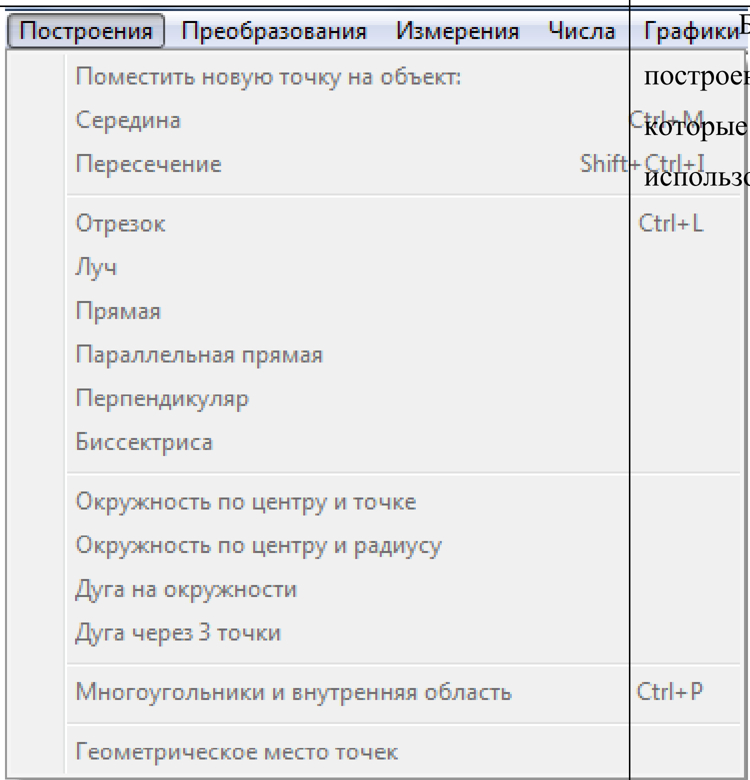
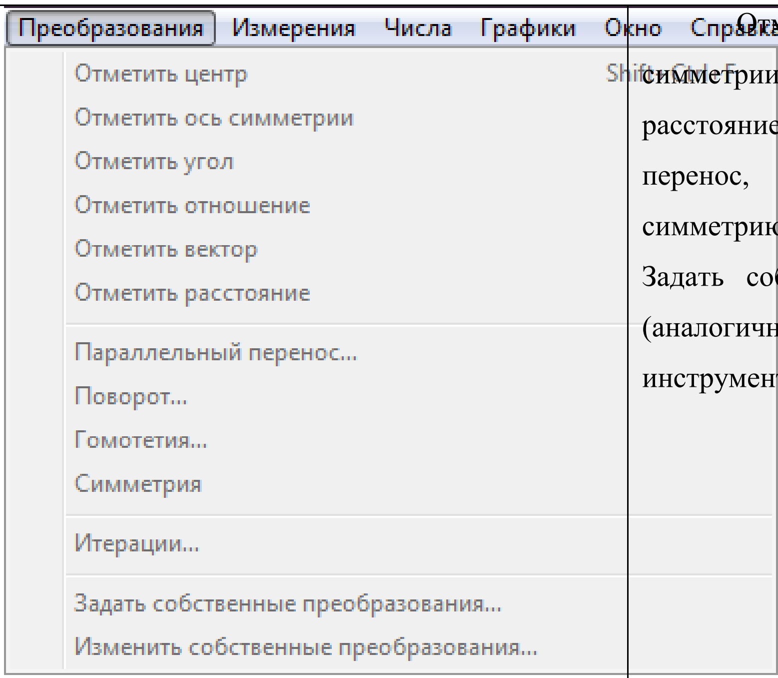
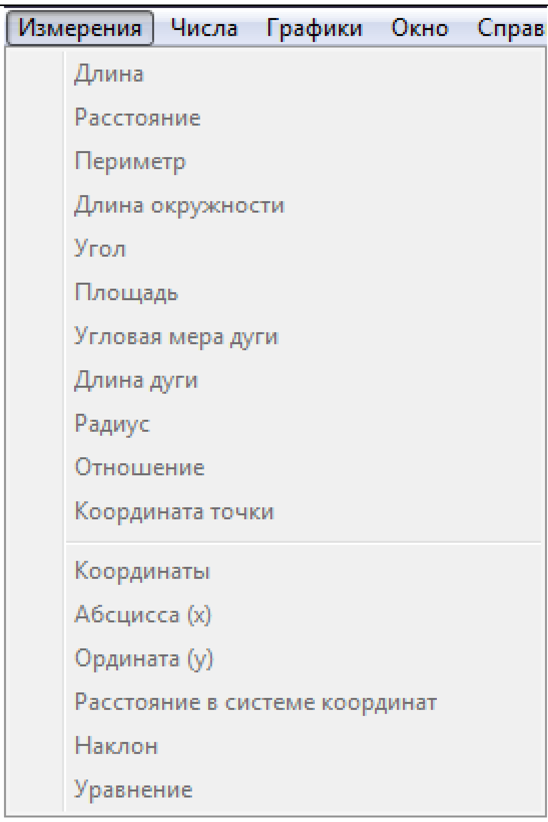
Инструмент	Описание
	Инструменты поворота, переноса и гомотетии. Позволяют выделять и передвигать объекты.
	Точка. Позволяет поставить точку в любом месте поля и на любом объекте.
	Циркуль. Позволяет строить окружность по 2 точкам – центру и точке на будущей окружности
	Линейка. Позволяет строить отрезок, луч, прямую по 2 точкам (в т.ч. по данным).
	Многоугольник. Строит любой многоугольник по вершинам – без границ, с границами и без выделения части плоскости.
	Текст. Позволяет обозначать вершины, прямые, а также добавлять любой текст в любом месте поля.
	Маркер. Позволяет добавлять метки на объекты, а также делать пометки и даже чертежи «от руки».
	Информатор. При наведении на объект описывает его, в т.ч. показывает зависимые объекты.
	Инструмент пользователя. Если какой-то объект строится довольно часто, можно сохранить его построение как личный инструмент.

Таблица 3

Все инструменты расположены по левому краю рабочего поля, сразу бросаются в глаза и не спрятаны в глубине интерфейса. В шапке рабочего поля располагаются основные функции среды (таблица 4).

	Создание нового чертежа. Открытие сохраненного ранее документа. Сохранение созданного чертежа. Закрытие файла. Работа с добавлением и удалением новых листов в одном документе. Предварительный просмотр, настройки печати и печать. Закрытие программы.
	Отменить только что совершенное действие и вернуть его. Вырезать и копировать выделенные объекты. Вставить вырезанные объекты, рисунки. Удалить ненужный объект. Создать кнопку скрытия/показа объекта, анимации, презентации. Выделение объектов и с ними связанных. Создание и удаление зависимости. Изменить значение выделенного объекта. Настройка программы.

	Задание толщины, цвета, стиля объектов и текста. Скрытие (но не удаление) из поля зрения объектов и их демонстрация. Старт движения (анимации) объектов. Начертить траекторию (след) движения объектов. Увеличение и уменьшение скорости движения объектов, прекращение движения. Работа с панелью инструментов.
	Более расширенный список построения основных объектов, которые можно строить без использования панели инструментов.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>Отметить центр, ось симметрии, угол, отношение, вектор и расстояние. Выполнить параллельный перенос, поворот, гомотетию и симметрию. Осуществить итерацию. Задать собственные преобразования (аналогично собственному инструменту).</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>Измерение длины отрезка, расстояния между точками, периметра, площади, угла, длины окружности, дуги, радиуса, отношения и угловой меры дуги. Определение координат построенных точек, расстояния между ними, наклона и уравнения, задающего.</td>
</tr>
</table>

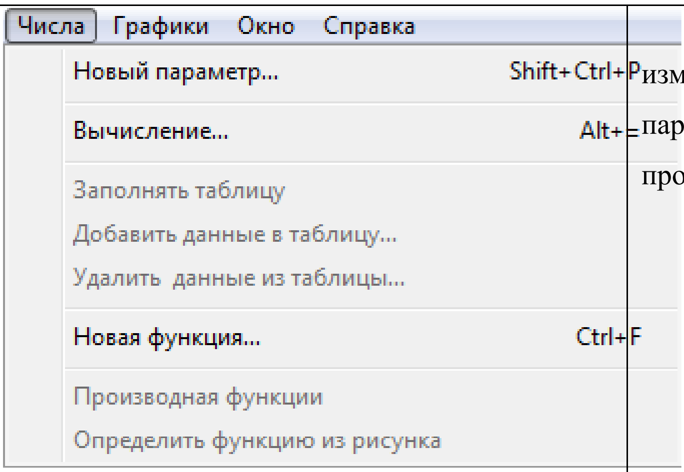
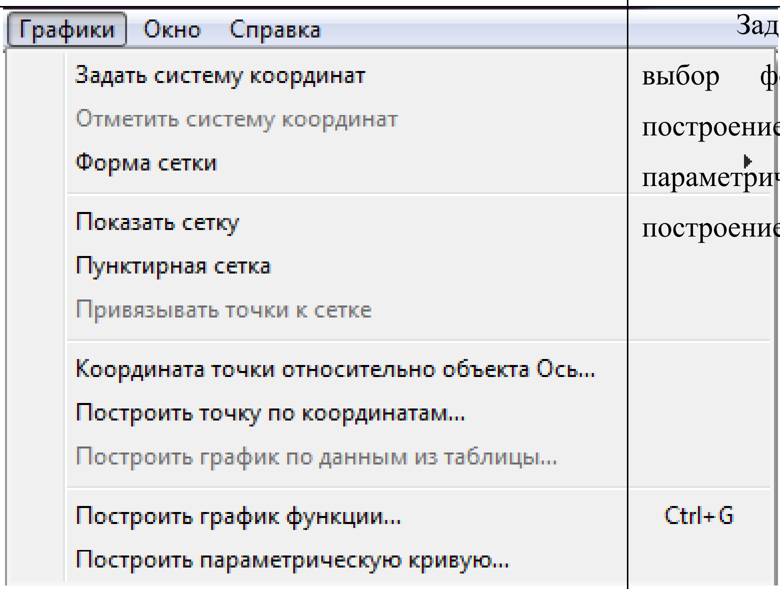
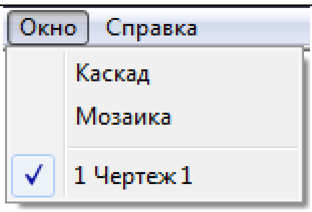
	Калькуляционная работа с измеренными величинами, задание параметра и функций, вычисление производной, заполнение таблиц.
	Задание системы координат, выбор формы и стиля сетки, построение графиков функций, в т.ч. параметрических кривых, и построение точек.
	Работа с видом поля – показ нескольких листов каскадом или мозаикой, или выбор одного чертежа.

Таблица 4

В отличии от использования ИКТ-технологий, традиционный исследовательский метод обучения не всегда находит свою реализацию [12]. В большинстве случаев к исследовательской деятельности привлекаются только отдельные, имеющий повышенный уровень знаний ученики, достигшие определённых успехов в освоении математики. При этом основная масса учащихся остаётся в стороне этого процесса. не включаясь в работу. Возникает противоречие между необходимостью развития исследовательских навыков у всех школьников и сложившейся практикой обучения.

Инновационный потенциал «Живой математики» в обучении геометрии в наибольшей степени проявляется в инструментальных возможностях данной программы (перечисленных выше), которые открывают неограниченный простор для конструктивной, экспериментальной, творческой деятельности обучающихся и позволяют ввести в учебно-образовательный процесс такие формы работы, которые трудно, а порой и не всегда возможно организовать обычными средствами.

Важен тот факт, что в программе запоминаются выполненные на рабочем поле шаги (алгоритм действий). Это значит, что, если мы поменяем исходные данные – изменится и вся построенная конструкция. При этом в Живой математике создается не только четкий и наглядный чертёж, но и, что немало важно, динамический, с возможностью изменять изначальную конструкцию. При этом, если мы соединим элементы между собой, они превратятся в цельную конструкцию, где каждый элемент зависит друг от друга [21].

Таким образом, школьники могут делать собственные открытия с помощью геометрических инструментов Живой математики. А учителя в свою очередь могут не просто дать в традиционной форме знания учащимся, а провести, заранее подготовленный урок геометрии, в виде математического эксперимента, тем самым подвести учащихся к самостоятельной экспериментальной работе.

Выводы по главе 1

Геометрия – это кладезь возможностей для реализации различного рода исследований, практической направленности обучения математике, формирования интеллектуальной сферы личности ребенка и т.д. На сегодняшний момент отношение школьников к урокам геометрии необходимо кардинально менять, способы получения новых знаний должны быть более привлекательными для них.

Обзор литературных источников показал, что исследовательский метод позволяет обучающимся в наибольшей степени проявлять активность на уроках. В частности, использование интерактивной геометрической среды делает урок зрелищным, повышает уровень активности и работоспособности обучающихся, качество понимания изучаемого материала, повышает развитие самостоятельности, творческих и креативных способностей обучающихся. Обучающиеся получают возможность углубиться в тему и расширить свои знания.

Использование систем динамической геометрии в практике исследовательского обучения позволяет обнаруживать закономерности в наблюдаемых геометрических явлениях, формулировать теоремы для последующих доказательств, подтверждать уже доказанные теоремы и развивать их понимание. Среда «Живая математика» способствует формированию исследовательских компетенций у обучающихся в учебном процессе, стимулировании интереса учащихся к самостоятельному поиску нового знания и осознанию значения этой деятельности для самореализации.

ГЛАВА 2. Реализация подхода, связанного с использованием среды Живая математика при формировании исследовательской компетентности на уроках геометрии в 7 классе.

В этой главе, рассмотрим некоторые вопросы теории и практики основных разделов школьного курса геометрии в 7 классе и наглядно продемонстрируем, как при их обучении можно использовать систему динамической геометрии «Живая математика» как формирования исследовательской компетентности.

2.1. Обучение теме «Начальные геометрические сведения».

Основное предназначение использования среды «Живая математика» на уроках геометрии в 7 классе - это сформировать у обучающихся умения использовать динамические чертежи при изучении основных планиметрических понятий.

Переходя в 7 класс, школьники прощаются с привычной им математикой и начинают более глубокое изучении ее разделов, одним из которых является Геометрия. Знакомство школьников с курсом геометрии начинается с главы под названием «Начальные геометрические сведения». Как нам известно, простейшими фигурами геометрии являются: точка, прямая, отрезок, луч, плоскость, полуплоскость [24].

Точка – элементарная фигура геометрии.

Прямая – бесконечная «неискривленная» линия.

Луч – часть прямой, ограниченная с одной стороны.

Отрезок – часть прямой, ограниченная с двух сторон.

Плоскость – это поверхность, которая содержит прямые, соединяющие две любые ее точки.

Полуплоскость – это часть некоторой плоскости, состоящая из точек данной прямой и точек, лежащих по одну сторону от этой прямой.

Все эти фигуры мы с легкостью можем изобразить с помощью среды Живая математика.

Большинство уроков по данному разделу курса геометрии в 7 классе, можно провести с использованием динамической среды Живая математика. Лабораторная составляющая программы, поможет нам без труда создать исследовательскую атмосферу на уроках геометрии.

Основная цель таких уроков заключается в систематизации знаний школьников об основных свойствах простейших геометрических фигур.

Схема работы состоит из следующих этапов:

1) учитель на уроке организовывает исследовательское задание (задачу), после учащиеся самостоятельно или с помощью учителя строят в компьютерной среде «Живая математика» соответствующую динамическую модель;

2) на построенной модели, с помощью инструментов Живой математики учащиеся проводят собственные измерения, вычисления и наблюдения, полученные данные при необходимости можно занести в таблицу;

3) происходит выявление замеченных закономерностей и их обсуждение, выдвигается предположение, которое подтверждается или опровергается в процессе экспериментальных изменений динамической модели (изменение положения точек, длин отрезков, величины угла и т.д.);

4) если высказанное предположение подтвердилось (в каждом экспериментальном случае) формулируется правдоподобная гипотеза;

5) завершается работа над исследовательским заданием обоснованием гипотезы, т.е. математическим доказательством, которое превращает гипотезу в математическое предложение (теорему, лемму), либо тем, что гипотеза принимается за верное утверждение без доказательства (аксиому).

Как показывает практика, не все учащиеся любят геометрию. В Геометрии нужны логические мышления об конкретных объектах в абстрактном соображении. Другими словами, на ее уроках требуется развитая логика и богатое воображение. Именно эти 2 познавательные способности вызывают затруднения в процессе изучения, особенно на первых этапах. Поэтому, на первых уроках не стоит перегружать семиклассников большим количеством информации, рекомендуется провести их с использованием компьютерной анимации и ярких красок, рассмотреть несколько несложных задач с элементами исследования [22].

В качестве примера рассмотрим следующие задачи:

Задача№1. Изобразите отрезок AB и точку C на этом отрезке. Измерьте длины отрезков AB, AC и CB. Найдите сумму длин отрезков AC и CB.

Компьютерный эксперимент:

С помощью инструментов Живой математики, на рабочем поле программы строим отрезок AB. На данный отрезок помещаем произвольную точку C. Кнопкой мыши выделяем точку A, точку C, на панели инструментов выбираем «Измерения» → «Расстояние». На рабочем поле появляется измерение длины отрезка AC. Аналогично, с помощью инструмента «Измерения», вычисляем длины отрезков CB и AB. Далее, благодаря инструменту «Числа» → «Вычисления» находим сумму длин отрезов AC и CB (AC+BC). Поочередно щелкая мышкой и выделяя конкретное интересующее нас измерение длины. Появляется вычисление, равное сумме длин наших отрезков.

Перемещая точку C, меняется значение длин отрезков AC и CB. Меняется ли сумма AC+CB? Какую гипотезу можно высказать?

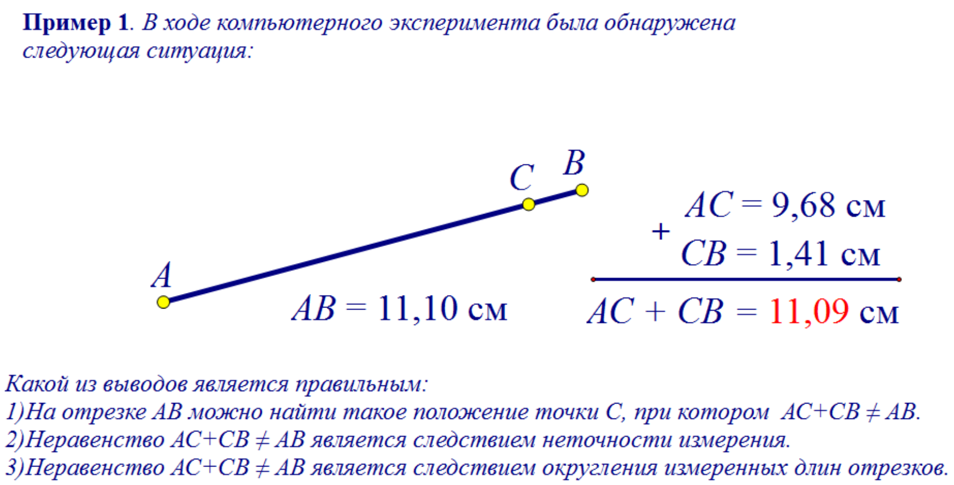


Рисунок 10

Парадокс: инструмент «Расстояние» показывает, что существуют отрезки, для которых свойство аддитивности длины не работает. Важно, не пустить в этом моменте «все на самотек». Важно понять, что инструменты Живой математики имеют стандартную настройку с определенной точностью измерений. Длины находятся с точностью до 2 разрядных единиц (по стандартной настройке). Как только в рассуждении появляется слово «вычислить», сразу должен возникать вопрос с какой точностью будут производиться вычисления. И такой результат появился в связи с округлением измерений.

Компьютерный эксперимент №2

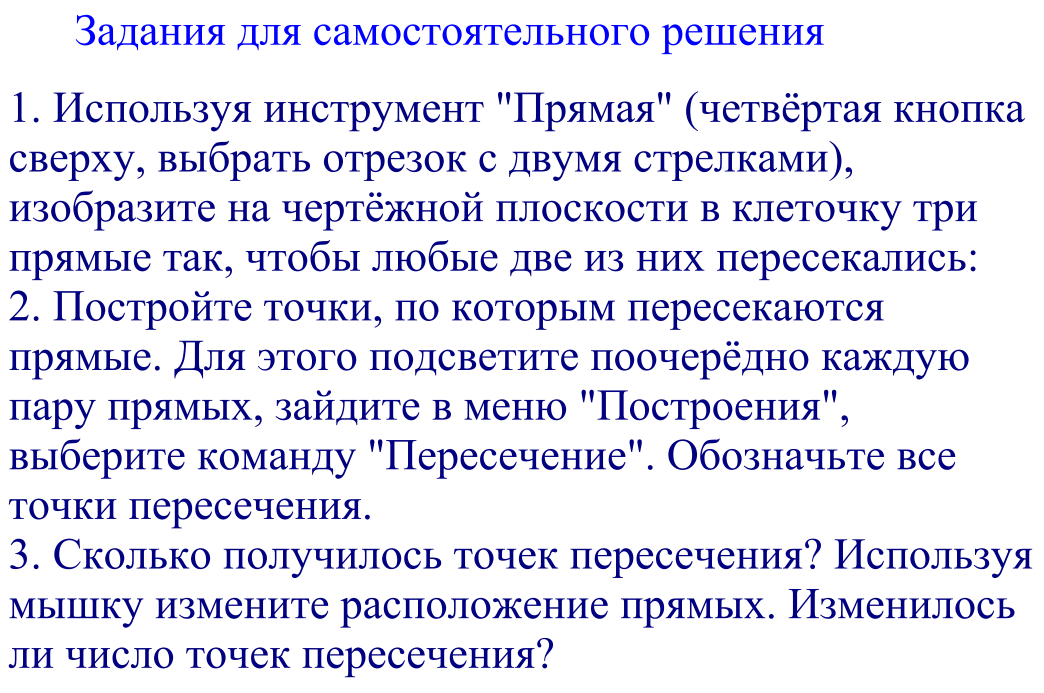


Рисунок 11

Задание для самостоятельной работы учащихся представлено на рис. 11. Без помощи учителя ребята должны самостоятельно провести эксперимент с помощью программы «Живая математика». В задании уже прописан алгоритм действий и используемые инструменты. Учащимся остается лишь построить по данному алгоритму и начать свое исследование.

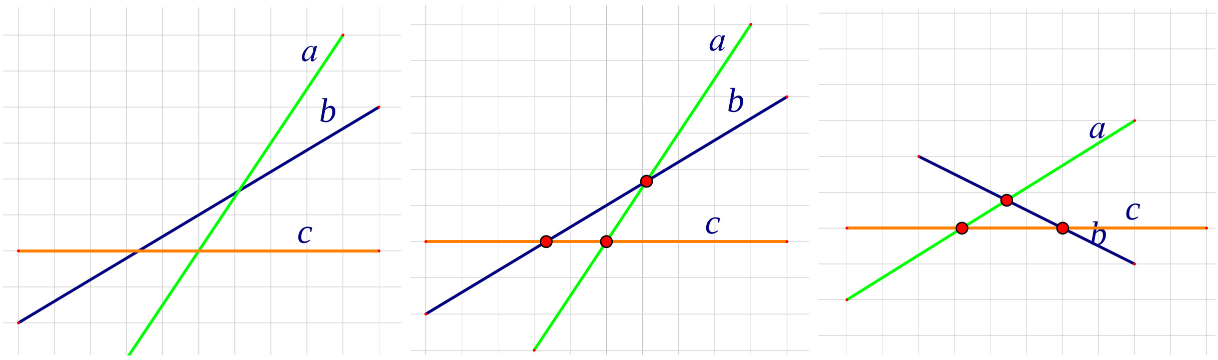


Рисунок 12

Меняя положение прямых, но соблюдая условие «любые две из них должны пересекаться», учащиеся получают следующие построения, представленные на рис. 12. Вывод: точек пересечения 3, и количество их не менялось, если соблюдалось условие в пункте 1 задания (рис. 11). НО, если расположить прямые так, чтобы любая пара или все сразу были параллельными, количество пересечений меняется (рис. 13).

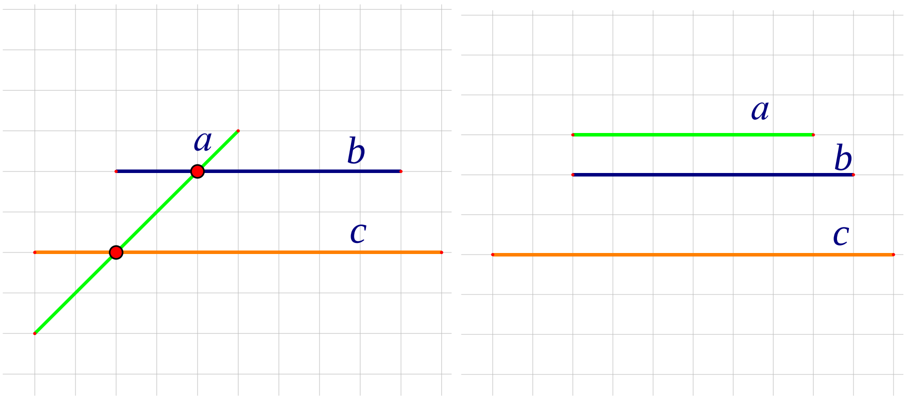


Рисунок 13

В первом случае, когда есть пара параллельных прямых, ребята получают 2 точки пересечения. Во втором случае, когда все прямые параллельные – ни одной точки пресечения.

Живая математика очень удобна для проведения данного эксперимента. Если бы мы проводили этот эксперимент традиционным способом в тетради, с помощью линейки и карандаша, нам бы каждый раз приходилось бы перерисовывать прямые, для каждого отдельного случая расположения. А на это ушло бы много ценного места в тетради, да и времени. Живая математика же, ускоряет и упрощает этот процесс, перерисовывать уже ничего не надо, достаточно потянуть мышкой за конец нашей «прямой» и изменить ее положение. А функция «Графики» → «Показать сетку» без труда поможет учащимся построить параллельные прямые, т.к. строить их в тетради по клеточкам они уже умеют. А «сетка» в Живой математике полностью повторяет сетку в обычной печатной тетради.

2.2. Обучение теме «Треугольники».

Особое внимание в курсе геометрии основной школы уделяется такой важнейшей планиметрической фигуре, как треугольник. С этой фигурой связаны многие методы, используемые при решении геометрических задач. Как известно, любой многоугольник мы можем разбить на треугольники. По сути, вся геометрия 7 класса строится на изучении фигур, связанных с треугольниками и их свойствами.

В учебнике Л. С. Атанасяна треугольник определяется как фигура, состоящая из трех точек, не лежащих на одной прямой и трех отрезков, соединяющих эти точки. Определение равенства треугольников в большинстве учебников по геометрии даётся через совмещение фигур путём наложения одной из них на другую [14].

С темой «Треугольники» школьники отрабатывали общие приемы доказательства теорем. Из методических соображений в курсе геометрии 7 класса формулируются не все аксиомы планиметрии. Полный их список приводится в самом конце учебника, в процессе изучения необходимого материала они используются интуитивно.

Остановимся более подробно на вопросах, связанных с использованием методологии и средств экспериментальной математики при формировании исследовательской компетентности при изучении треугольников и их свойств в 7 классе.

Проиллюстрируем, отмеченные нами в первой главе, докомпьютерный, компьютерный и послекомпьютерный этапы решения исследовательской задачи на следующем примере, о котором мы упомянули в параграфе 1.2.

З а д а ч а. Исследуйте зависимость суммы углов треугольника от его формы и размеров.

Докомпьютерный этап решения исследовательской задачи. Отметим, что по содержанию задача сразу сформулирована как исследовательская, поэтому переформулировать ее нет необходимости.

Для проведения простейшего и достаточно очевидного эксперимента, воспользуемся транспортиром. Учащимся предлагается изобразить в тетради произвольный треугольник ABC, используя транспортир, измерить его углы

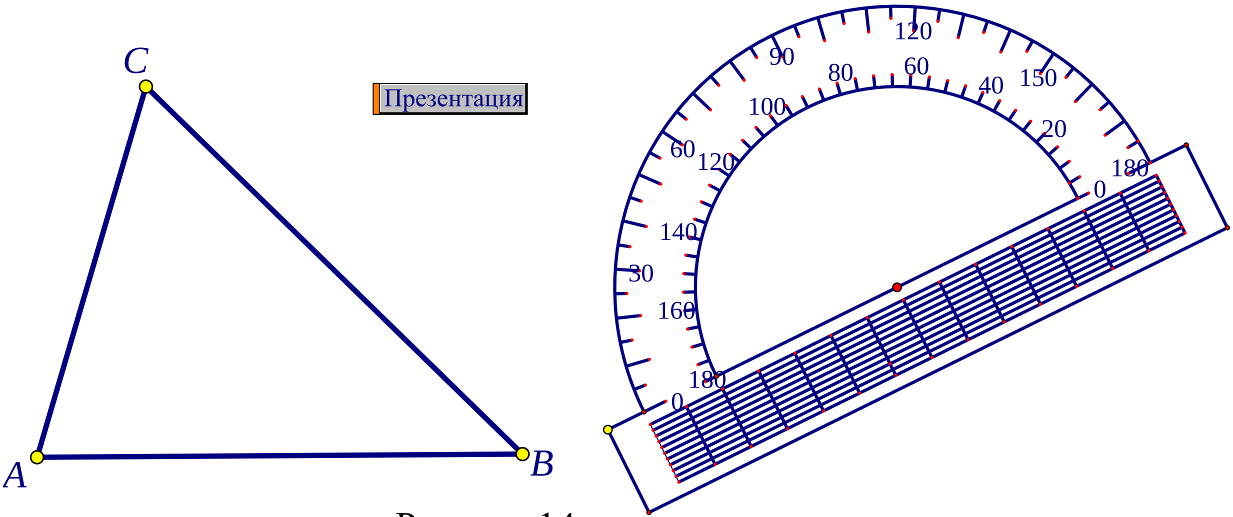
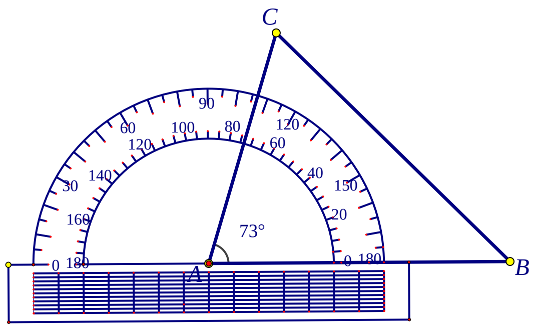


Рисунок 14

(с точностью до одного градуса). Чтобы напомнить им как применяется этот инструмент для измерения углов, учитель может продемонстрировать презентацию, выполненную в среде Живая математика. На экране кроме треугольника ABC изображён транспортир (рисунок 14), который подготовлен нами как собственный инструмент пользователя, это означает, что для его построения достаточно воспользоваться опцией «Транспортир».

После нажатия на кнопку «Презентация» транспортир начинает плавно перемещаться и занимает положение, которое представлено на левом слайде



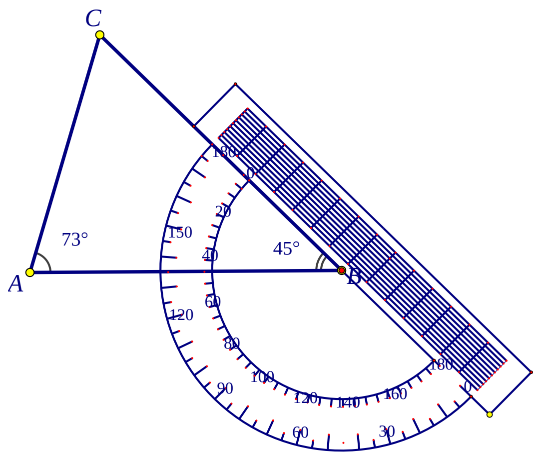


Рисунок 15

рисунка 15, одновременно с этим в углу при вершине А появляется величина этого угла в 73º. Через 2 секунды транспортир перемещается в сторону вершины В и занимает положение, которое представлено на правом слайде рисунка 15. После завершения перемещения транспортира в углу при вершине появляется величина этого угла в 45º.

Завершается презентация измерением величины угла при последней вершине С. Транспортир плавно перемещается в сторону вершины С и занимает положение, которое представлено на рисунке 16, после перемещения в углу при вершине С появляется величина этого угла в 62º. Кроме этого на экране высвечивается сумма всех углов.

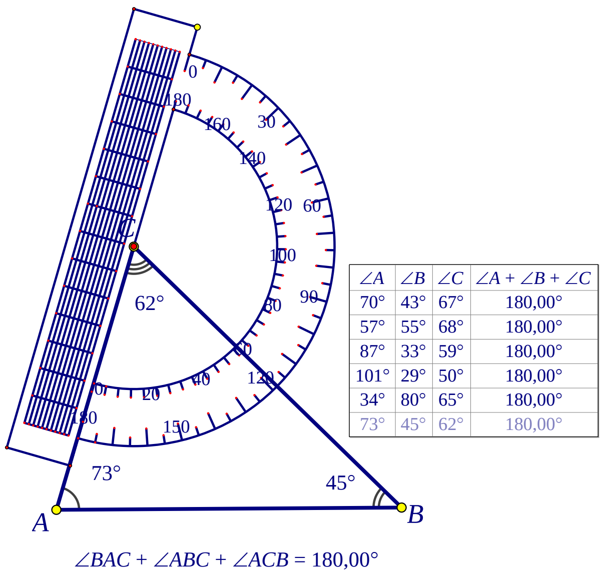


Рисунок 16

По просьбе обучающихся, изобразивших в своих тетрадях тупоугольные или прямоугольные треугольники, учитель, меняя положение вершины С, может повторить презентацию для других типов треугольника, зафиксировав все результаты в таблице (на рисунке 16) отмечены результаты лишь 6 испытаний. Измерение с помощью транспортира, естественно не даёт точный результат из-за большой погрешности. Обучающиеся, выполнив у себя измерения и вычисления, легко в этом убедятся.

Уже на основании проведённого эксперимента обучающиеся с большой долей вероятности могут сформулировать следующую предварительную гипотезу:

Г и п о т е з а. Сумма углов любого треугольника равна 180º.

Первый этап желательно не ограничивать только одним способом проведения натурного эксперимента с использованием транспортира. Будет полезно, если обучающиеся проведут ещё один эксперимент, используя для этого метод оригами, который учителя математики в Японии часто применяют на своих уроках.

Обучающимся предлагается изобразить на листе бумаги треугольник ABC, вырезать его ножницами (для экономии времени учителю можно заранее подготовить необходимое число бумажных треугольников). Перегибая треугольник по прямым линиям, необходимо совместить все его вершины в одной точке таким образом, чтобы сумма всех трёх углов оказалась равной развёрнутому углу. Для тех, кто не сможет справиться с заданием (а таких будет большинство), учитель может представить презентацию, которая также выполнена в среде Живая математика. Приведём некоторые комментарии к этой презентации и отдельные ее слайды.

К о м м е н т а р и и к п р е з е н т а ц и и:

1) У треугольника ABC, изображённого на рабочем поле среды Живая математика (рис. 17), для создания визуального эффекта перегибания, имитируется наличие двух сторон: лицевой и не лицевой (изнаночной).

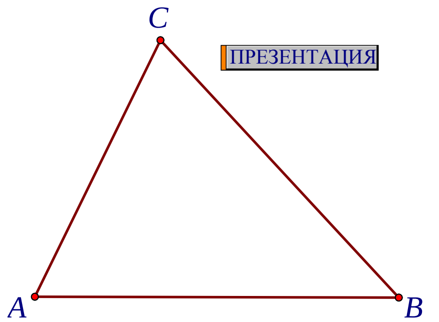


Рисунок 17

Лицевая сторона имеет белый цвет (исходное положение треугольника). Изнаночная сторона окрашена зелёным цветом, она будет видна только при перегибании треугольника.

2) Под треугольником ABC изображён его отпечаток бледно-серого цвета с жёлтыми вершинами, часть которого будет видна только после того, как будет

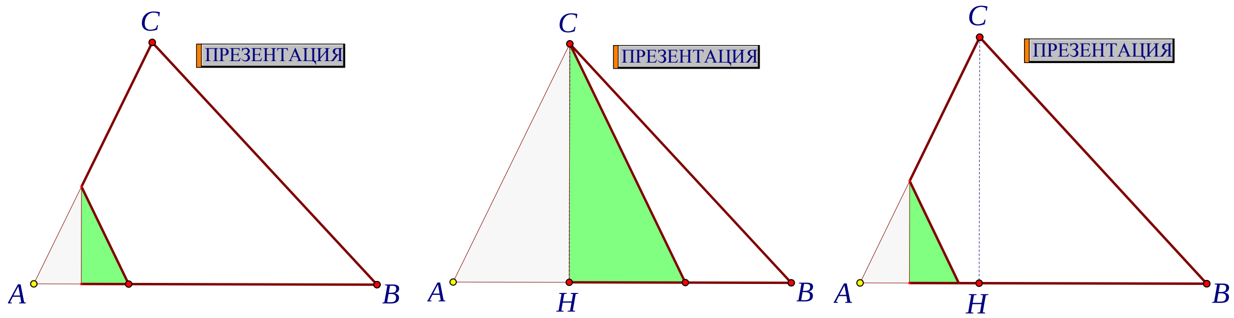


Рисунок 18

происходить процесс перегибания. Форму треугольника можно изменять, для этого следует ухватиться мышью за жёлтые вершины A, B, C и перемещать по рабочему полю, придерживаясь следующего правила: углы при первых двух вершинах A и B должны оставаться острыми. Заметим, что жёлтые вершины появляются только после окончания презентации.

3) Нажав кнопку "Презентация", обучающиеся сначала увидят, каким способом, используя метод оригами, можно построить искомую точку H (см.

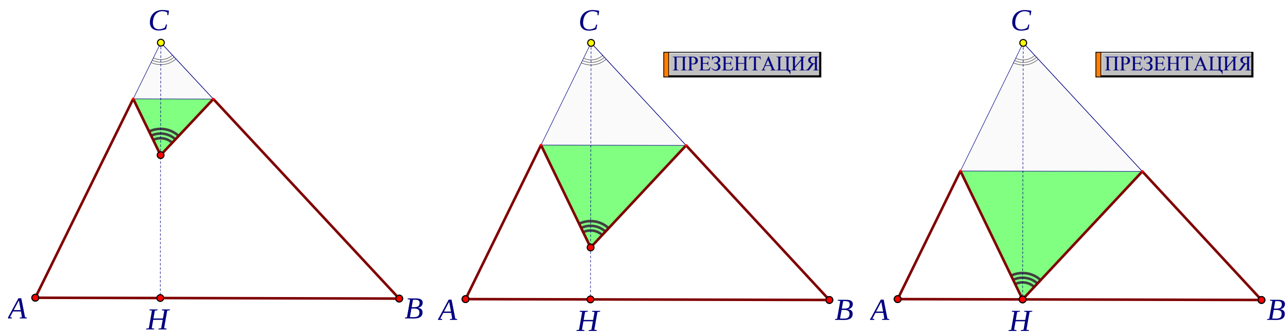


Рисунок 19

рисунок 19), представляющую собой ортогональную проекцию C на основание

АВ, с которой будут совмещаться все вершины треугольника. На правом слайде рисунка 19 пунктирным отрезком изображена линия перегиба

4) Завершается презентация тем, что в режиме реального времени демонстрируется процесс совмещения с точкой Н сначала вершины С (рисунок

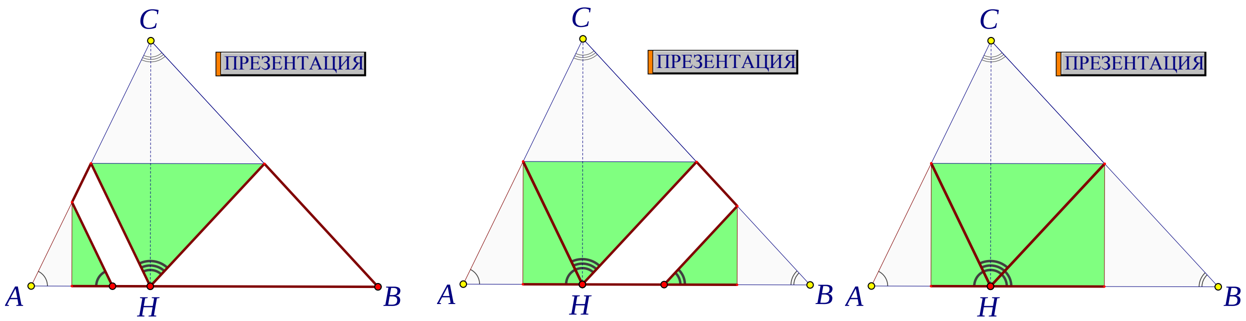


Рисунок 20

20), затем вершины А и вершины В (рисунок 20).

5) После завершения презентации пери необходимости измените форму и размеры треугольника, затем нажмите кнопку "В исходное".

После просмотра презентации все обучающиеся должны справиться с поставленным перед ними заданием по второму натурному эксперименту. Глядя на получившийся у каждого из них бумажный прямоугольный конвертик (на правом слайде рисунка 20 он окрашен зелёным цветом), им станет понятно, что все три угла треугольника после перегибания плотно соприкасаются и не накладываются друг на друга, т.е. их объединение совпадает с развёрнутым углом с вершиной в точке Н. Таким образом, сформулированная выше гипотеза нашла своё очередное подтверждение. Попутно обучающиеся познакомятся с методом оригами проведения натурного эксперименты. К сожалению, и в эксперименте с использованием этого метода нет уверенности в надёжности регистрации результатов испытаний, т.к. при перегибании листа бумаги могли возникать отклонения, приводящие к ошибкам, в том числе и в формулировке гипотезы. Это обосновывает необходимость проведения компьютерного эксперимента (см.

пункт 4 докомпьютерного этапа решения задачи), который по точности и надёжности превосходит любой натурный эксперимент.

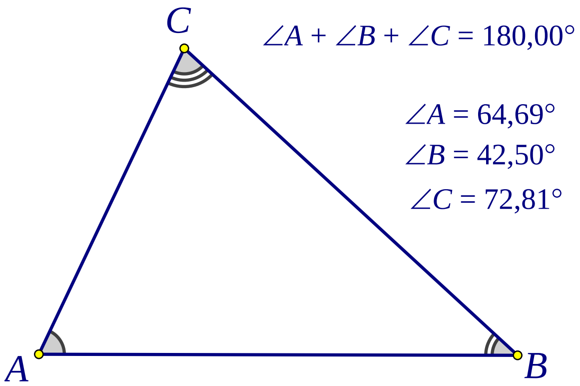
Компьютерный этап решения исследовательской задачи. В соответствии с пунктом 1 требований к этому этапу мы должны выбрать соответствующее программное средство, с помощью которого обучающиеся должны будут разработать динамически устойчивые чертежи (виртуальные модели) треугольника, одно из свойств которого (зависимость суммы углов от формы и размера треугольника) мы планируем изучать.

Большинство специализированных математических программных средств нам не подойдёт, так как среднестатистический школьник не относится к их целевой аудитории. Нас устроит одна из лучших систем динамической математики «Живая математика», разработчики которой специально готовили ее для обучения школьной математике с использованием исследовательского подхода.

После завершения докомпьютерного этапа учитель открывает в среде Живая математика чистую страницу, на которой изображает произвольный треугольник ABC. Очевидно, что он будет динамически устойчивым, это означает, что при изменении положения вершин треугольника с сохранением их неколлинеарности, ни один из отрезов AB, AC и BC не исчезнет и не превратится ни в какую другую линию, т.е. треугольник как геометрическая фигура останется таким же треугольником. Проводимый обучающимися компьютерный эксперимент будет представлять собой серию следующих испытаний: выбор нового положения для вершин треугольника ABC, измерение с помощью средства регистрации данных величины каждого угла, нахождение их суммы, занесение результатов в экспериментальную таблицу. Если у учителя не будет возможности проводить урок в компьютерном классе, то можно предложить всем желающим по одному выходить к учительскому компьютеру и выполнять очередное испытание.

В качестве средства регистрации данных эксперимента предлагается использовать опцию «Расстояние» меню команд «Измерения» на горизонтальной панели. Измерения можно задать с точностью до пяти знаков после запятой. Находить суммы углов треугольника можно с использованием встроенного в среду Живая математика графического калькулятора, соответствующая опция «Вычислить…» находится в меню команд «Вычисление».

Итак, учитель (или один из учеников) строит треугольник АВС (рисунок 21), маркером отмечает дуги углов при вершинах треугольника (одна, две и три дужки), измеряет их величины в градусах с точностью до одной сотой (вполне достаточная точность для учебного эксперимента по геометрии), находит сумму



$\angle A$	$\angle B$	$\angle C$	$\angle A + \angle B + \angle C$
65,13°	47,43°	67,44°	180,00°
25,72°	33,42°	120,86°	180,00°
110,38°	19,75°	49,87°	180,00°
22,17°	74,30°	83,53°	180,00°
72,91°	47,47°	59,62°	180,00°
64,69°	42,50°	72,81°	180,00°

Рисунок 21

углов при вершинах треугольника. Чтобы вывести на экран экспериментальную таблицу следует последовательно подсветить текст с величиной угла при вершине А, затем - текст с величиной угла при вершине В, далее - текст с величиной угла при вершине С и, наконец, текст с вычисленной суммой углов при этих вершинах. После выбора необходимой опции на экране появляется таблица из четырёх столбцов и двух строк. Первый экспериментатор щелчком мыши по таблице фиксирует результаты своего испытания, т.е. величины углов в градусах и сумма этих величин перестаёт реагировать на изменения положения вершин, появляется третья строка таблицы, содержание которой регулирует уже следующий обучающийся-экспериментатор.

По итогам компьютерного этапа решения исследовательской задачи делается вывод о том, что поскольку все проведённые испытания подтвердили предварительную гипотезу, и ни одно из них не опровергло ее, то имеет место следующая:

И т о г о в а я г и п о т е з а. Сумма углов треугольника равна 180º.

Послекомпьютерный этап решения исследовательской задачи. Для того, чтобы обилие различных экспериментов, подтверждающих сформулированную гипотезу, не спровоцировало возникновения экспериментально-теоретического разрыва, о котором шла речь в исследованиях MITE (см. параграф 1.2 первой главы) учитель должен объяснить обучающимся, что в математике, в отличие от физики, химии, биологии и других естественнонаучных дисциплин, любое число испытаний, не охватывающих все возможные случаи, не может служить основанием того, что гипотезу следует признать обоснованной (доказанной). Это можно сделать лишь только после того, как утверждение, о котором идёт речь в гипотезе, будет выведено на основе рассуждений с использованием аксиом и ранее доказанных утверждений. Именно в этом состоит основная цель (первый пункт) рассматриваемого этапа.

Поэтому обсуждаемое нами решение исследовательской задачи следует рассматривать в начале четвёртой четверти в 7 классе (первый параграф главы IV «Соотношения между сторонами и углами треугольника», учебник). В этом случае послекомпьютерный этап будет естественным образом представлен в виде доказательства теоремы о сумме углов треугольника. По сути, формулировка этой теоремы «сумма углов треугольника равна 180º» и есть итоговая гипотеза, которая была сформулирована на предыдущем этапе. Однако в отличие от традиционного обучения ее формулировку учащиеся получили не в готовом виде, а выполнив серию натурных и компьютерных испытаний.

Итак, завершая урок, учитель должен привести дедуктивные рассуждения, доказывающие, что в любом треугольнике сумма углов равна 180º.

Рассмотрим произвольный треугольник ABC и докажем, что $\angle A+\angle B+\angle C=180°$.

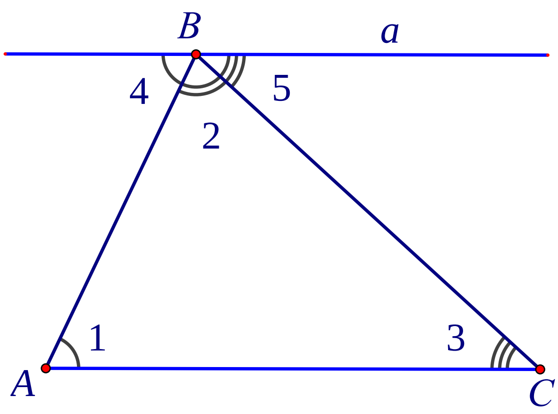


Рисунок 22

1. Проведём через вершину B прямую a, параллельную стороне AC.

2. Углы 1 и 4 являются накрест лежащими углами при пересечении параллельных прямых a и AC секущей AB, поэтому $\angle 1=\angle 4$.

3. Углы 3 и 5 являются накрест лежащими углами при пересечении параллельных прямых a и AC секущей BC, поэтому $\angle 3=\angle 5$.

4. Очевидно, сумма углов 4, 2 и 5 равна развёрнутому углу с вершиной В, т.е. $\angle 4+\angle 2+\angle 5=180°$.

5. Учитывая равенство углов 1 и 4 (п.2), 2 и 5 (п.3), получаем $\angle 1+\angle 2+\angle 3 = 180°$, или $\angle A+\angle B+\angle C = 180°$. Гипотеза подтверждена.

Вторым пунктом послекомпьютерного этапа является обобщение исследовательской задачи, ее обобщение, постановка новых задач.

Компьютерный эксперимент №2:

Рассмотрим еще один пример лабораторной работы, с применением компьютерного эксперимента. Здесь уже опытным путем учащимся нужно определить, чему равна сумма углов треугольника [25]. Данный эксперимент рекомендуется проводить в начале изучения темы «сумма углов треугольника».

Для этого учащимся предстоит начертить в Живой математике три абсолютно разных треугольника. Это можно сделать, используя инструмент «отрезок». С помощью инструмента «Измерения» → «Угол» измерить каждый угол. И уже благодаря инструменту «Числа» → «Вычисления» посчитать сумму углов у каждого треугольника. После всех измерений сделать вывод.

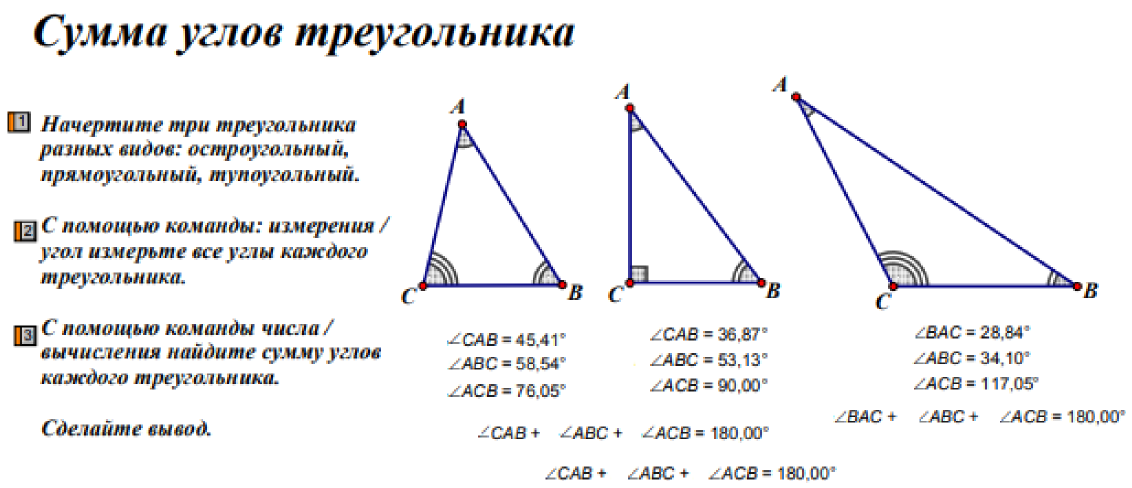


Рисунок 23

Опытным путем учащиеся наглядно увидят, что действительно, не важно какой будет треугольник (произвольный или уже заданный), сумма углов треугольника всегда будет равна 180°. Вид треугольника не важен.

Компьютерный эксперимент №3:

Целью данного эксперимента является закрепление понятия «прямоугольный треугольник» и его компонентов («гипотенуза», «катеты», «острые углы». А также путем эксперимента определить взаимосвязь гипотенузы и катета, лежащего против угла в 30°.

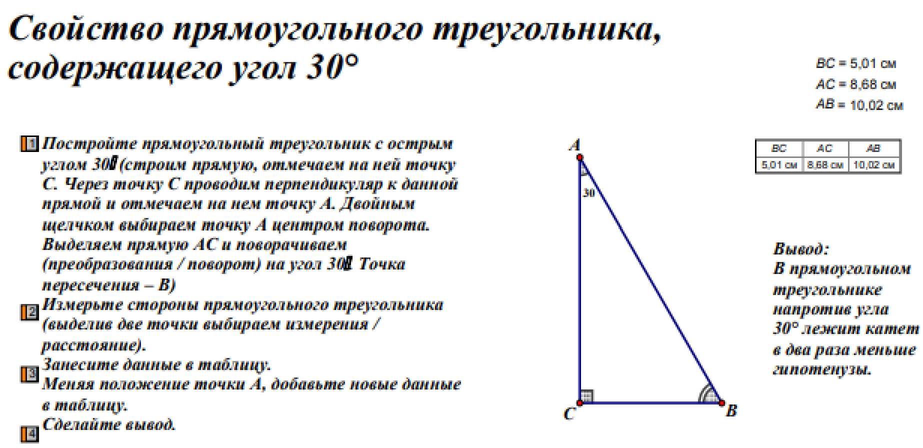


Рисунок 24

Перед выполнением данного задания учащиеся 7 классов уже знают некоторые свойства прямоугольного треугольника, в частности, чему равна сумма острых углов у прямоугольного треугольника и т.п.

Каждый раз, сохраняя новые данные в таблицу, учащиеся увидят закономерность между гипотенузой и меньшим катетом. Да, действительно, катет BC всегда равен половину гипотенузы AB, при наличии угла, равного 30°.

2.3. Обучение теме «Соотношения между сторонами и углами треугольника».

Данной теме посвящена 4 глава учебника «Геометрия 7-9 класс» автор Л. С. Атанасян.

Перечень рассматриваемых вопросов данной темы:

- Установление соотношений между сторонами и углами треугольника.
- Формулирование неравенства треугольника.
- Теоремы о сравнении сторон и углов треугольника, их применение при решении задач.
- Проведение исследования о существовании треугольника с заданными элементами.

Ранее учащиеся уже знакомились с понятием «треугольник». В этом разделе начинается более глубокое изучение свойств треугольника.

Для начала, рассмотрим следующую задачу:

«Построить треугольник по трём его сторонам».

Алгоритм построения:

1) Даны отрезки AB, BC, AC (стороны треугольника ABC);

2) Строим произвольную прямую, отмечаем на ней первую вершину треугольника A_1;

3) Строим окружность, с центром в т. A_1 и r=AC. Пересечение прямой и окружности есть т. C_1 – вторая вершина треугольника;

4) Строим окружность с центром в т. A_1 r=BC. Строим окружность с центром в т. C_1 и r=AB;

5) пересечение окружностей – третья вершина B_1 треугольника;

6) Соединяем вершины. $A_1B_1C_1$ – искомый треугольник.

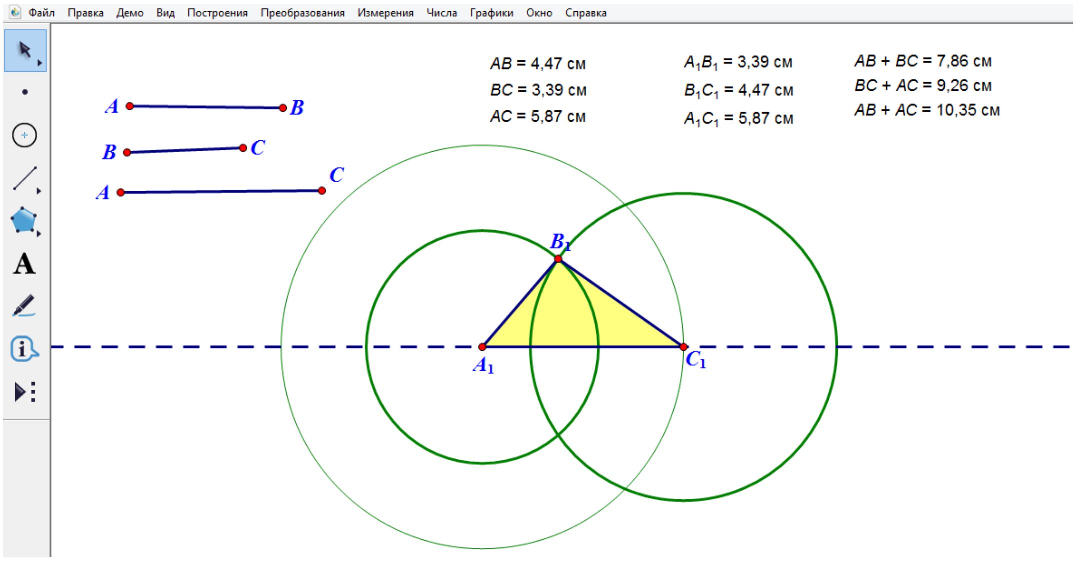


Рисунок 25

В данной задаче с помощью живой геометрии очень удобно проводить исследование: «Всегда ли можно построить треугольник по заданным сторонам?». Учащимся необходимо вспомнить, что треугольник можно построить в том случае, если сумма длин двух любых его сторон больше длины третьей стороны. Если хоть в одном случае, сумма окажется не больше третей, то делаем вывод,

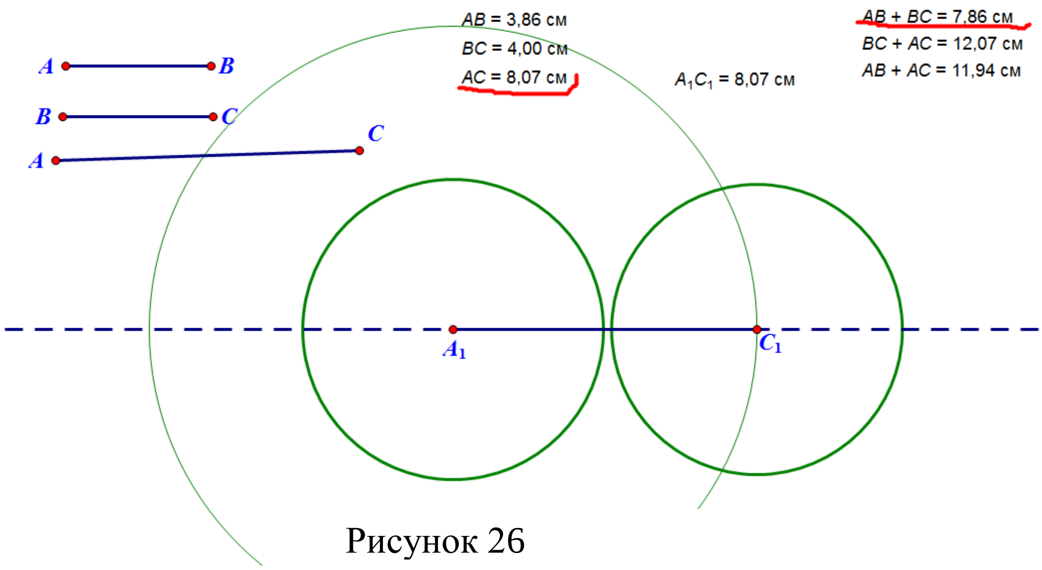


Рисунок 26

что треугольник построить нельзя. Это мы видим на Рисунке26.

В качестве самостоятельной работы по отработке данной темы ученикам можно предложить следующую задачу:

«В школьной мастерской из проволоки изготовили четыре стержня с длинами 3см, 7см, 9см и 10см. Выясните, из каких трёх стержней можно составить треугольник, а из каких нельзя».

Для начала, построим отрезки соответствующих размеров. Для этого строим на плоскости точку А, инструмент «Преобразования» → «Параллельный перенос». И настраиваем параметры, указанные на рисунке ниже.

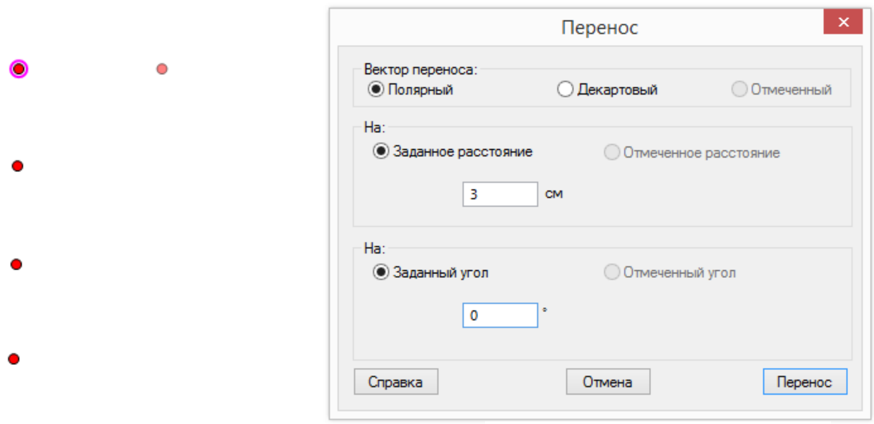


Рисунок 27

Аналогично выполняем со следующими тремя точками. Получается 4 отрезка, заданной длины (рисунок 28)

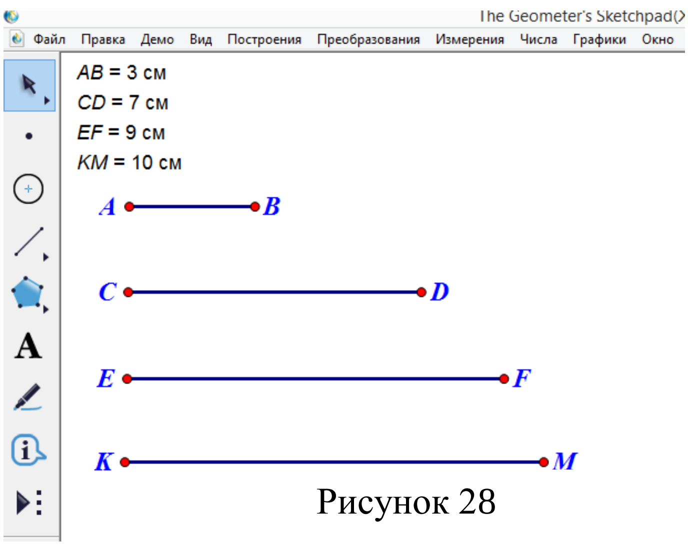


Рисунок 28

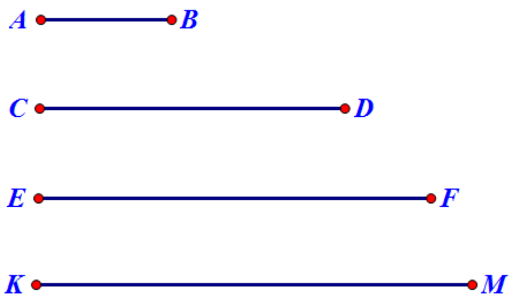
Для точности измерения, в настройках (щелкаем правой кнопкой мыши по длине отрезка, «Свойства» → «точность» → «единицы».

Отрабатывая свойство «Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон», производим вычисления суммы двух всевозможных пар отрезков (инструмент «числа» → «вычисления»). Заносим данные в таблицу.

AB = 3 см
CD = 7 см
EF = 9 см
KM = 10 см

AB	CD	EF	KM
3 см	7 см	9 см	10 см

$CD + EF$ = 16,00 см
$CD + KM$ = 17,00 см
$EF + KM$ = 19,00 см
$AB + EF$ = 12,00 см
$AB + KM$ = 13,00 см
$AB + CD$ = 10,00 см



AB	$CD + EF$	$CD + KM$	$EF + KM$
3 см	16,00 см	17,00 см	19,00 см

CD	$AB + EF$	$AB + KM$	$EF + KM$
7 см	12,00 см	13,00 см	19,00 см

EF	$AB + CD$	$AB + KM$	$CD + KM$
9 см	10,00 см	13,00 см	17,00 см

KM	$AB + CD$	$AB + EF$	$CD + EF$
10 см	10,00 см	12,00 см	16,00 см

Рисунок 29

Благодаря данным таблице, наглядно видно, что не будет существовать треугольника со сторонами 3, 7 и 10 см.

Эксперимент проведен успешно.

Рассмотрим следующий компьютерный эксперимент, целью которого является формулировка признака вида треугольника:

«Как определить вид треугольника, если известны виды всех трёх его сторон?»

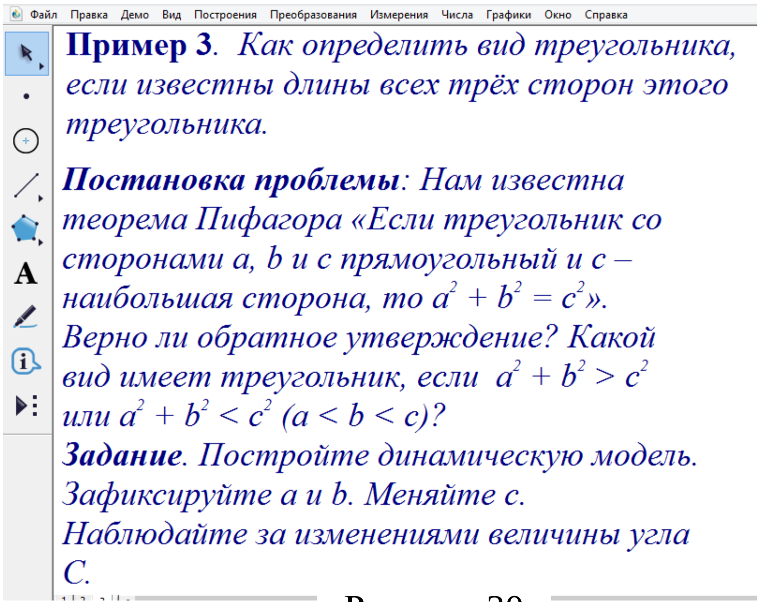
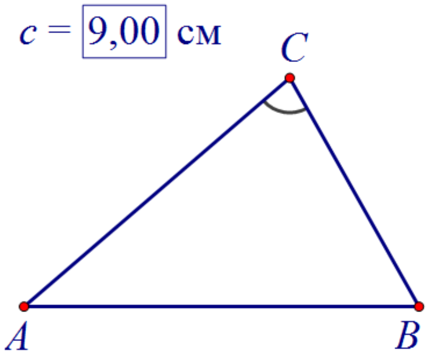


Рисунок 30

$a = \boxed{6{,}00}$ см $a^2 + b^2 = 100{,}00$ см² $c^2 = 81{,}00$ см² $m\angle ACB = 78{,}58°$

$b = \boxed{8{,}00}$ см

$c = \boxed{9{,}00}$ см



a	b	c	$a^2 + b^2$	c^2	$\angle ACB$
6,00 см	8,00 см	3,00 см	100,00 см²	9,00 см²	18,57°
6,00 см	8,00 см	4,00 см	100,00 см²	16,00 см²	28,96°
6,00 см	8,00 см	5,00 см	100,00 см²	25,00 см²	38,62°
6,00 см	8,00 см	6,00 см	100,00 см²	36,00 см²	48,19°
6,00 см	8,00 см	7,00 см	100,00 см²	49,00 см²	57,91°
6,00 см	8,00 см	8,00 см	100,00 см²	64,00 см²	67,98°
6,00 см	8,00 см	9,00 см	100,00 см²	81,00 см²	78,58°
6,00 см	8,00 см	9,00 см	100,00 см²	81,00 см²	78,58°
6,00 см	8,00 см	10,00 см	100,00 см²	100,00 см²	90,00°
6,00 см	8,00 см	11,00 см	100,00 см²	121,00 см²	102,64°
6,00 см	8,00 см	9,00 см	100,00 см²	81,00 см²	78,58°

Рисунок 31

Задачу можно дополнить следующим заданием: «Найдите интервал значений с, при которых АВС – остроугольный; АВС – тупоугольный; АВС – прямоугольный треугольник».

2.4. Апробация результатов исследования

Проверка проводилась в МБОУ Зыковская СОШ в 7 «В» классе. В классе 21 человек. Обучение геометрии ведется по учебнику Л.С. Атанасяна и др. «Геометрия 7-9». Состав класса неоднороден: есть как сильные учащиеся, которые достигли базового уровня и даже немного повышенного уровня, большая половина класса со средним уровнем знаний, есть учащиеся с низким уровнем базовых знаний. В ходе проведения эксперимента было осуществлена начальная диагностика уровня сформированности исследовательской компетентности 7 класса по следующей таблице (см. Таблица 5):

Компоненты	Критерии	Показатели	Высокий	Средний	Нижний
Мотивационно-ценностный	Мотивационно-ценностное отношение к исследовательской деятельности («Хочу ...»)	• потребность в исследовании и познавательная активность; • стремление к коммуникации, экспериментированию; • стремление к самостоятельной творческой исследовательской деятельности	+ + +	+ + –	– + –
Когнитивно-содержательный	Знание и осознание проведения исследований («Знаю ...»)	• знание и понимание возможностей и перспектив исследования; • знание этапов исследования; • знание методов, видов и источников исследования	+ + +	+ + –	– + –
Процессуальный	Сформированность исследовательских компетенций «Умею, применяю ...»	• умение выявлять проблему; • умение планировать и реализовать исследовательскую деятельность; • умение представлять результаты исследования	+ + +	+ + –	+ – –
Оценочный	Сформированность оценочных компетенций «Применяю ...»	• умение описывать свое исследование; • применение методов оценки: рефлексия, сравнение и сопоставление • умение делать выводы	+ + +	+ + –	+ – –

Таблица 5

Анализ результатов показал, что высоки уровень имеют менее 20% семиклассников. После чего был сделан вывод, о необходимости пересмотреть методику работы с учениками на уроках геометрии. Ведь эффективность работы на уроке зависит от вовлеченности учащихся в образовательный процесс, в том числе и исследовательский. В свою очередь, чтобы получить результаты исследовательской деятельности, ученик должен уметь применять свои исследовательские навыки. Для реализации всего вышесказанного было разработано и проведено несколько уроков с использованием компьютерного эксперимента по геометрии в 7 классе. Все они были проведены в программе Живая математика.

Использование данных работ позволяет формировать у учащихся на уроках геометрии умение строить геометрические модели, видеть и описывать объекты и также связь между ними, умение анализировать и систематизировать собственные знания, полученные на уроках геометрии, и, как предполагается, приведет к высоким результатам усваивания содержательно-методической линии курса геометрии основной школы.

Как показывал опыт проведения компьютерного лабораторного эксперимента, школьники с интересом работают с компьютерными моделями. Живая математика открывает перед ними большие познавательные возможности. Школьники становятся активными участниками эксперимента, а не просто слушателями.

Сложности возникли лишь при первом знакомстве учащихся с программой «Живая математика», но современное поколение быстро «схватывает» всё новое, особенно связанное с компьютерами. Освоив все тонкости элементарных построений, вопросов больше не возникало.

После математических экспериментов с использованием программы «Живая математика» среди учащихся 7 «В» класс отметился повышенный интерес к предмету. Учащиеся лучше запоминали информацию, добытую опытным путем и, в дальнейшем, применяли ее при изучении других тем курса геометрии.

В завершении был проведен повторный опрос (Приложение Б) обучающихся 7 класса. Для удобства и сбора статистических данных была использована следующая таблица (см. Таблица 6):

№	ФИ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Сумма 1 блок	Сумма 2 блок	Сумма 3 блок	Сумма 4 блок	Среднее значение
1																		
2																		

Таблица 6

Ответ «Да» оценивался в 1 балл, ответ «Нет» - 0 баллов. В каждом блоке вопросов (1, 2, 3, 4) сумма баллов варьировалась от 0 до 3 баллов. Последний столбец таблицы – это среднее значение результатов по блокам. Если среднее значение «3» – это высокий уровень исследовательской компетентности, если среднее значение «2» - это средний уровень и «0» - это низкий уровень.

На основе данных, полученных в ходе повторного итогового опроса учеников 7 класса, наблюдается положительная динамика уровней сформированности исследовательской компетентности.

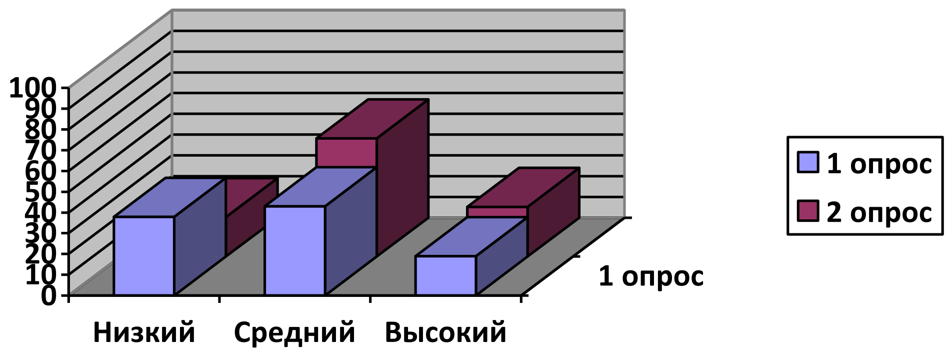


Рисунок 32

Диаграмма (рис.32) наглядно показывает нам, что количество учеников (в процентном отношении), имеющих низкий уровень сформированности исследовательской компетентности, по сравнению с 1 диагностикой, уменьшилось (часть ушло в средний уровень), количество учеников, имеющих высокий уровень увеличилось (часть перешла из среднего уровня). Исходя из данных, представленных в диаграмме, можно сделать вывод, что большинство класса имеют средний уровень сформированности исследовательской компетентности (57 %). Одной из причин такого уровня является то, что в данной школе учащиеся уже работали с исследовательской деятельностью на других предметах (география, биология и др).

Все эти статистические данные были сделаны, на основе опроса обучающихся (Приложение А, Приложение Б). Стоит отметить, что совокупность статистических данных, которые мы получили, является всего лишь небольшой выборкой, поэтому нельзя строго утверждать, о всецелой показательности данных. Это скорее отдельно взятый случай в отдельно взятом учебном учреждении (в учебном классе), но, если полагаться на более крупные исследования по данной теме, то в совокупности, такие данные выборки имеют место быть и являются наглядным примером эффективности.

Помимо анализа эффективности использования на уроках геометрии работ, связанных с применением компьютерного эксперимента, было проведено исследование среди учителей по выявлению проблем при организации обучения геометрии, направленного на формирование исследовательской компетентности учащихся. Были проведены беседы, наблюдения и опрос учителей-предметников.

Анализ проведенного опроса позволил сделать следующие выводы:

1. 63% учителей считает, что важнейшая задача учителя на уроке геометрии – формирование исследовательских умений учащихся. Остальные считают это второстепенной задачей.

2. Все (100%) согласились, что обучение геометрии способствует формированию исследовательских компетентностей обучающихся.

3. Только 9% учителей применяют на уроках технологии по формированию исследовательских компетентностей учащихся. Формируют такие умения иногда, от случая к случаю – 79%. И 12% учителей, в связи с отсутствием времени (54%) или в связи с отсутствием обеспечения (41%), не уделяют внимание такой деятельности на уроках.

4. Основным учебником, по которому преподается геометрия в школе является – «Геометрия 7 – 9», автор Л.С. Атанасяна и др. На вопрос: «Какие

задания из этого учебника, можно отнести к заданиям исследовательской направленности?» большинство учителей отнесли задания повышенной сложности, а также и задачи на построение.

5. Отвечая на вопрос: «Приведите примеры заданий, развивающих исследовательские умения учащихся», учителя указали следующие виды задач: математические софизмы, задачи о несуществующих фигурах, задачи с ошибочным решением, задачи на построение.

6. 25% учителей считают, что формирование исследовательских умений у «слабо успевающих» учеников «требует больших затрат по времени», а также «больших неоправданных стараний учителя», т.к. «у таких учеников слабая мотивация, и такие умения им вообще не нужны». Необходимость развития исследовательских компетентностей учеников, учащихся на «4» и «5» признают 100% учителей.

7. Многие учителя затруднялись привести примеры заданий для слабоуспевающих учащихся.

8. Большинство учителей придерживаются необходимости дифференцированного обучения геометрии.

Таким образом, результаты опроса показали, что учителя отмечают важность и необходимость формирования исследовательских компетентностей учащихся на уроках геометрии. Проблемы возникают при организации этого процесса, в связи с отсутствием дидактического обеспечения, материально-технической базы, а также отведенным временем на изучение геометрии.

Выводы по главе 2

На основании результатов реализации подхода, связанного с использованием среды Живая математика на уроках геометрии в 7 классе, можно сделать вывод, что что выбранная интерактивная среда удобна для проведения исследовательских экспериментов обучающимися.

Проделанный в работе анализ, позволил разработать серию исследовательских экспериментов по темам: «Начальные геометрические сведения», «Треугольники», «Соотношения между сторонами и углами треугольников», с созданием и использованием собственных инструментов пользователя.

При их разработке учитывались дидактические условия и методы, описанные в первой главе, способствующих формированию исследовательской компетентности.

Данные разработки будут полезны для учителей математики как на уроках, так и для применения во внеурочной деятельности.

Заключение

В Федеральном государственном образовательном стандарте обозначен компетентностный подход в обучении. Такой подход создает условия для качественного личностно ориентированного обучения. По мнению современных педагогов, само приобретение жизненно важных компетенций дает человеку возможность ориентироваться в современном обществе, формирует способность личности быстро реагировать на запросы времени.

В современном обществе, в эпоху информатизации, применение ИКТ-технологий – это эффективный способ формирования исследовательских компетентностей.

Исследовательская компетентность учащихся «способствует формированию универсальных учебных действий, выявлению одарённых и высокомотивированных детей, повышению успеваемости» и результативности по предмету.

Применение компьютерного эксперимента на уроках геометрии способствует формированию у учащихся той самой «исследовательской компетентности». Поскольку экспериментальная работа при поддержке программы Живая математика способствует развитию у учащихся таких навыков как:

- теоретическое осмысление своих данных, полученных в ходе эксперимента;
- умение выбирать из большого количества данных, верные и ошибочные;
- умение строить гипотезы и подтверждать их;
- умение делать собственные выводы, на основе полученных и обработанных данных.

Все эти факторы способствуют активной исследовательской деятельности на уроках геометрии. Данная работа с математическим экспериментом вовлекает в деятельность всех детей, включает исследовательские компоненты.

Заинтересованность детей возрастает, а следом и возрастает результативность и успеваемость учащихся. Атмосфера благожелательности, успешности, сотрудничества способствует формированию исследовательской компетентности, которая, в свою очередь, повышает образовательную мотивацию ученика как к отдельному предмету, так и к обучению в целом.

Сегодня, на мой взгляд, сложились идеальные условия для формирования у учащихся исследовательских навыков. Экспериментальные методы с компьютерной поддержкой, применяемые на уроках геометрии, помогут воспитать новое поколение детей, с качествами настоящих «математиков-экспериментаторов».

Таким образом, можно говорить о том, что поставленная нами цель достигнута. При достижении этой цели были решены задачи: изучение учебной и научно-методическую литературу, посвященную теории и особенностям формирования исследовательской компетенции; анализ темы курса геометрии в 7 классе с точки зрения использования при их обучении среды «Живая математика» как средства формирования исследовательских компетенций, изучить динамические, конструктивные и исследовательские возможности среды «Живая математика», которые могут быть использованы при обучении планиметрии, в том числе при проведении компьютерных исследований и экспериментов; реализация методики исследовательского подхода к обучению в стиле экспериментальной математики к возможностям среды Живая математика, разработка соответствующее компьютерное сопровождение основных разделов курса геометрии в 7 классе.

Список источников

1. Абдулкин В.В., Калачева С.И., Кейв М.А., Ларин С.В., Майер В.Р. А 139 Компьютерная анимация в обучении математике в педагогическом вузе; монография / [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. –Красноярск, 2019. - 164 с

2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. ч II. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 1987г.

3. Атанасян, Л.С. Геометрия. 7–9 классы: учеб. для общеобразоват. организаций [Текст] / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. 2-е изд. М.: Просвещение, 2014. - 383 с

4. Белова О. П. Использование маркерной технологии дополненной реальности для графической визуализации учебных задач пространственной геометрии: выпускная квалификационная работа / [Электронный ресурс] 2017. – 94 с / ttp://itprojects.narfu.ru/turnur/index.php

5. Болдов С.С., Солощенко М.Ю. Использование учебно-методического комплекта "Живая математика" в процессе обучения геометрии / Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования. 2015. Барнаул. С. 1758-1762

6. Бочка И.А. Инновационная деятельность педагога как средство повышения учебной мотивации школьников. Молодой ученый. 2015. № 22 (102). С. 755-760

7. Ганичева Е.М. Моделирование средствами программной среды "живая математика" как метод решения задач с элементами исследования. / Математический вестник педвузов и университетов волго-вятского региона / 2017 стр. 313

8. Далингер, В.А. Поисково-исследовательская деятельность учащихся по математике [Текст]: учеб.пособие / В.А. Далингер. - Омск: ОмГПУ, 2005. – 456 с

9. Дидактические Основы использования математического эксперимента в процессе обучения. Н.Н. Хромова. – URL.: http://cor.edu.27.ru/dlrstore/d128d14c-f319-4e0f-901aed453834ee2/konspecty_lectziy/konspecty_lectziy.htm

10. Живая Математика 5.0: Сборник методических материалов. Г.Б. Шабат, В.М. Чернявский, В.В. Кулагина, Л.М. Смолина, В.Н. Боровикова, В.Н. Дубровский, Г.А. Аджемян, А.В. Пантуев. М.: ИНТ, 2013. 205 с

11. Исследовательский подход в образовании: от теории к практике. Научно-методический сборник в двух томах / Под общей редакцией А.С. Обухова. Т.1: Теория и методика. – М.: Общероссийское обще-ственное движение творческих педагогов «Исследователь», 2009. – 448 с.

12. Козлов В.В. Математика: алгебра и геометрия 7 класс: учеб. Для общеобразоват. учреждений / Козлов В.В., Никитин А.А., Белоносов В.С. и др.; под редакцией Козлова В.В. и Никитина А.А. – М.: ООО «Русское слово-учебник», 2020

13. Майер, В.Р. Методическая система геометрической подготовки учителя математики на основе новых информационных технологий [Текст]: дис. д-ра.пед. наук 13.00.02 / В.Р. Майер. - Красноярск, 2001. 351 с.

14. Майер, В.Р., Семина, Е.А. Информационные технологии в обучении геометрии бакалавров — будущих учителей математики [Текст]: монография / В.Р. Майер, Е.А Семина. - КГПУ им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2014. 516 с.

15. Мыльная пленка с дырой сохраняет устойчивость / Новости науки на «Элементах» / Математика / [Электронный ресурс]/ http://elementy.ru/novosti_nauki/164940/Mylnaya_plenka_s_dyroy_sokhranyaet_ustoychivost/

16. Прохорова Н. Ю. Использование динамических компьютерных визуализаций при освоении математических понятий (на примере темы «Линейная функция» в 7 классе)/ Приамурский государственный университет имени Шолом-Алейхема / С. 3-11.

17. Учебно-методический комплект. Живая математика 5.0. Сборник методических материалов. Составители: Г.Б. Шабат, В.Н. Дубровский и др. М. ИНТ, 2013, 205 стр

18. Федеральный государственный стандарт основного общего образования: утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 7 декабря 2022 г. № 568.

19. Чернобровкина Ю. В., Тарасова О. В. Формирование исследовательских компетенций младших школьников на уроках математики. Ученые записки. Электронный научный журнал Курского государственного университета. 2020. № 2 (54). С. 233-239.

20. Шабанова М.В., Павлова М.А., Богданов А.А. МОДЕЛЬ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ В СТИЛЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ. Актуальные проблемы современного образования. 2015. № 2 (19). С. 28-38/

21. Шабанова М.В., Ястребов А.В., Безумова О.Л., Котова С.Н. / Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство/ Труды международной научной конференции. 2015 стр.395-400

22. Шабанова, М.В., Ястребов, А.В. Воспитание математика-экспериментатора, или Мягкий манифест экспериментальной математики / А.В. Ястребов, М.В. Шабанова // Препринт статьи, направленной для публикации в журнал «Математика и информатика Болгарской академии наук http: //mathinfo.azbuki.bg/

23. Шабанова, М.В., Ястребов, А.В.О типологии результатов компьютерных экспериментов в обучении школьников / Ястребов А.В., Шабанова М.В. [Текст]: сборник трудов конф.Международная научная конференция «Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство», г. Горис, Армения.

24. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение: коллективная монография / М.В. Шабанова, Р.П. Овчинников, А.В. Ястребов, М.А. Павлова и др. – Издательский дом Академии Естествознания, 2016 [Электронный ресурс] / http://www.mathedu.ru/texts/books/teach/eksperimentalnaya_matematika_v_shkole_2016.html.

25. Экспериментальная математика. А.И. Сгибнев. URL.: http://www.sch-int.ru/intel/data/_uploaded/docs_old/articles/sgibnev/euler3.pdf

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Анкета для учащихся

Класс ____

1. Какие чертежи вы понимаете лучше:

А) представленные на доске;

Б) представленные на компьютере;

В) никакие, ничего не понимаю;

Г) затрудняюсь ответить.

2. Часто ли учитель использует программу «Живая математика»?

А) Да;

Б) Нет;

В) Очень редко, хотелось бы чаще.

3. Если учитель использует чертежи на экране, которые можно двигать, вы лучше понимаете ход решения предложенной задачи?

А) Да;

Б) Скорее да, чем нет;

В) Скорее нет, чем да;

Г) Не понимаю, но интересно смотреть.

4. Как вы считаете программа «Живая математика» помогла или не помогла бы вам (если не использовалась на ваших уроках) при подготовке к ОГЭ?

А) Да;

Б) Скорее да, чем нет;

В) Скорее нет, чем да;

Г) Не помогла;

Д) Затрудняюсь ответить.

5. Вам интересны уроки, когда учитель использует динамические чертежи-иллюстрации при решении задач?

А) Однозначно да;

Б) Скорее да, чем нет;

В) Скорее нет, чем да;

Г) Затрудняюсь ответить.

6. Какие уроки вам кажутся наиболее интересными с использованием экрана и динамических чертежей-иллюстраций или с использованием доски? И почему?

____

____

____

7. С какими сложностями вы столкнулись, при работе в программе Живая математика?

____

____

8. Хотели бы вы, чтобы учитель чаще использовал программу Живая математика на уроках геометрии?

А) Да

Б) Нет

В) Затрудняюсь ответить

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Блок	№	Вопрос	Да	Нет
1	1	Я хочу проводить исследования и математические эксперименты. Мне это интересно.		
	2	Я хочу проводить исследования вместе со своими одноклассниками		
	3	Я хочу сам проводить исследование на уроках геометрии, без помощи других		
2	4	Я могу определить цель и задачи математического эксперимента		
	5	Я знаю, как поэтапно провести исследование		
	6	Я знаю, как и с помощью чего буду проводить исследование, а также где взять необходимую информацию для проведения математического эксперимента.		
3	7	Я умею находить возникающие проблемы (трудности) при решении задач		
	8	Я понимаю, как решить задачу, что мне нужно для этого сделать. Могу сделать вывод о правильности решения		
	9	Я могу объяснить классу своё решение		
4	10	Я могу оценить свои результаты исследования		
	11	Я могу оценить результаты эксперимента других		
	12	Я могу сделать вывод по результатам наблюдений или эксперимента		