

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Кафедра-разработчик  
Кафедра математики и методики обучения математике

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ**

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы

Математика и Информатика

(квалификация (степень) – бакалавр)

Красноярск 2019

*(оборотная сторона титульного листа)*

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ»  
составлена доцентом Н.А. Журавлевой и доцентом М.Б. Шашкиной  
(должность и ФИО преподавателя)

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математики и методики  
обучения математике  
протокол № 7 от "08" мая 2019 г.

Заведующий кафедрой

Л.В. Шкерина  
(ф.и.о., подпись)



Одобрено НМСС(Н) ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева

протокол № 8 от "16" мая 2019г.

Председатель

С.В. Бортновский  
(ф.и.о., подпись)



-----  
Рабочая программа дисциплины «Математический анализ»

Актуализирована доцентом Н.А. Журавлевой и доцентом М.Б. Шашкиной  
(должность и ФИО преподавателя)

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математики и методики  
обучения математике  
протокол № 8 от "13" мая 2020 г.

Заведующий кафедрой

Л.В. Шкерина  
(ф.и.о., подпись)



Одобрено НМСС(Н) ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева

протокол № 8 от "20" мая 2020г.

Председатель

С.В. Бортновский  
(ф.и.о., подпись)



-----  
Рабочая программа дисциплины «Математический анализ»

Актуализирована доцентом Н.А. Журавлевой и доцентом М.Б. Шашкиной  
(должность и ФИО преподавателя)

Рабочая программа практики обсуждена на заседании кафедры математики и методики  
обучения математике  
протокол № 8 от "12" мая 2021 г.

Заведующий кафедрой

Л.В. Шкерина  
(ф.и.о., подпись)



Одобрено НМСС(Н) ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева

протокол № 7 от "21" мая 2021г.

Председатель

С.В. Бортновский  
(ф.и.о., подпись)



Рабочая программа дисциплины «Математический анализ»  
Актуализирована доцентом Н.А. Журавлевой и доцентом М.Б. Шашкиной  
(должность и ФИО преподавателя)

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математики и методики  
обучения математике  
протокол № 8 от "04" мая 2022 г.

Заведующий кафедрой

Л.В. Шкерина  
(ф.и.о., подпись)



Одобрено НМСС(Н) ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева

протокол № 8 от "12" мая 2022г.

Председатель

С.В. Бортновский  
(ф.и.о., подпись)



Рабочая программа дисциплины «Математический анализ»  
актуализирована доцентом Н.А. Журавлевой и доцентом М.Б. Шашкиной  
(должность и ФИО преподавателя)

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математики и методики  
обучения математике  
протокол № 9 от "03" мая 2023 г.

Заведующий кафедрой

М.Б. Шашкина  
(ф.и.о., подпись)



Одобрено НМСС(Н) ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева

протокол № 8 от "17" мая 2023г.

Председатель

Е.А. Аёшина  
(ф.и.о., подпись)



Рабочая программа дисциплины « \_\_\_\_\_ »

актуализирована \_\_\_\_\_  
(должность и ФИО преподавателя)

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  
(ф.и.о., подпись)

Одобрено НМСС(Н) \_\_\_\_\_

" \_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Председатель \_\_\_\_\_

## 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1. Рабочая программа по дисциплине «Математический анализ» отвечает требованиям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (далее – ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (уровень бакалавр), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. № 125 и профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 октября 2013 г. № 544н.

Рабочая программа по дисциплине «Математический анализ» включает пояснительную записку, организационно-методические материалы, компоненты мониторинга учебных достижений обучающихся и учебные ресурсы.

Данная дисциплина «Математический анализ» включена в список дисциплин обязательной части Б1.ВД.01.01 в 2–6 семестрах (1–3 курс) учебного плана по очной форме обучения.

2. Трудоемкость дисциплины составляет 13 з.е., 468 часов общего объема времени. Формы промежуточной аттестации - три экзамена.

3. **Цель освоения дисциплины:** содействие становлению универсальных компетенций студентов педагогического образования на основе овладения содержанием дисциплины в рамках модуля «Предметно-теоретический». Овладение базовыми предметными знаниями, основными методами доказательства и методами решения базовых задач курса; формирование готовности решать межпредметные и практико-ориентированные задачи на основе использования известных базовых предметных знаний и методов математического анализа; овладение основными способами освоения математических знаний и способности обучить им учащихся.

Таблица 1

Планируемые результаты обучения (2 семестр)

Задачи освоения дисциплины	Планируемые результаты обучения по дисциплине (дескрипторы)	Код результата обучения (компетентность)
Задача: расширение и углубление понятий, первое представление о которых дается в школе (действительные числа и функции, предел последовательности, предел функции).	Знать: понятие действительного числа, функции, понятие предела последовательности, предела функции; правила раскрытия неопределенностей при вычислении предела.	УК-1, УК-2
	Уметь: вычислять пределы последовательностей и функций с раскрытием неопределенностей всех видов.	

Задача: формирование способности студентов к решению математических задач, используя методы вычисления пределов.	Знать: основные теоремы о пределах и их доказательства.	УК-1, УК-2
	Уметь: вычислять пределы функций в точке и на бесконечности с использованием теорем.	
	Владеть навыками исследования неопределенностей и выбором метода их раскрытия при вычислении пределов.	
Задача: приобретение студентами опыта по использованию аппарата вычисления пределов для доказательства непрерывности и исследования точек разрыва функций.	Знать: понятие точек разрыва и их классификации, основные теоремы о непрерывности функции на отрезке и их доказательства.	УК-1, УК-2
	Уметь: доказывать непрерывность функции в точке и на множестве, выявлять точки разрыва, классифицировать их, строить графики функций.	

Таблица 2

Планируемые результаты обучения (3 семестр)

Задачи освоения дисциплины	Планируемые результаты обучения по дисциплине (дескрипторы)	Код результата обучения (компетентность)
Задача: расширение и углубление понятий, первое представление о которых дается в школе (производная, дифференцируемая функция, правила дифференцирования).	Знать: понятие дифференцируемой функции; связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции; правила дифференцирования.	УК-1
	Уметь: вычислять производные основных элементарных функций; функций, заданных параметрически; вычислять дифференциалы высших порядков основных элементарных функций; вычислять приближенные значения функций с помощью их дифференциалов.	
Задача: формирование способности студентов к решению математических задач, используя методы дифференциального исчисления.	Знать: основные теоремы дифференциального исчисления; необходимые и достаточные условия существования экстремума, точек перегиба.	УК-2
	Уметь: вычислять пределы функций в точке и на бесконечности с использованием правил Лопиталья.	
	Владеть навыками исследования функции и построения ее графика с использованием производной.	
Задача: приобретение студентами опыта по	Знать: геометрический и механический смысл производной.	УК-1, УК-2

использованию аппарата дифференциального исчисления для решения прикладных задач.	Уметь: решать оптимизационные задачи, исследовать функции с помощью производной.	
---	--	--

Таблица 3

Планируемые результаты обучения (4 семестр)

Задачи освоения дисциплины	Планируемые результаты обучения по дисциплине (дескрипторы)	Код результата обучения (компетентность)
Задача: расширение и углубление понятий, первое представление о которых дается в школе (первообразная, неопределенный и определенный интеграл, методы и приёмы интегрирования).	Знать: понятие первообразной, неопределенного и определённого интеграла; свойств неопределённого и определённого интеграла, условий интегрируемости.	УК-1, УК-2
	Уметь: вывести первообразную любой из основных элементарных функций; вычислять интегралы с помощью различных приёмов и методов.	
Задача: формирование способности студентов к решению математических задач, используя методы интегрального исчисления.	Знать: геометрический и физический смысл определённого интеграла; .	УК-1, УК-2
	Уметь: исследовать на сходимость несобственные интегралы.	
	Владеть навыками вычисления площадей, объёмов, длин дуг, статических моментов, работы переменной силы с помощью определённого интеграла.	
Задача: приобретение студентами опыта по использованию аппарата интегрального исчисления для решения прикладных задач.	Знать: геометрический и физический смысл определённого интеграла.	УК-1, УК-2
	Уметь: вычислять с помощью интеграла площади и объёмы фигур, решать физические задачи с использованием интеграла.	

Таблица 4

Планируемые результаты обучения (5 семестр)

Задачи освоения дисциплины	Планируемые результаты обучения по дисциплине (дескрипторы)	Код результата обучения (компетентность)
Задача: расширение представлений студентов о функции (понятие функции нескольких переменных, ее предела и непрерывности)	Знать понятие функции нескольких переменных, предела и непрерывности функции двух функций	УК-1, УК-2
	Уметь: находить область определения функции нескольких переменных; строить ее линии уровня	
Задача: формирование способности студентов к решению математических	Знать: понятие частных производных первого и высших порядков; необходимое и достаточное условие	УК-1, УК-2

задач на основе методов и приемов дифференцирования функции нескольких переменных	существования экстремума функции двух переменных.	
	Уметь вычислять частные производные различных порядков, полный дифференциал функции двух переменных; исследовать функцию двух переменных на экстремум; находить условные экстремумы.	
Задача: приобретение студентами опыта по использованию аппарата интегрального исчисления в многомерном случае.	Знать понятия кратных и криволинейного интегралов	УК-1, УК-2
	Уметь: вычислять двойные и криволинейные интегралы и применять их для нахождения площадей и объёмов; восстанавливать функцию по её полному дифференциалу.	

Таблица 5

Планируемые результаты обучения (6 семестр)

Задачи освоения дисциплины	Планируемые результаты обучения по дисциплине (дескрипторы)	Код результата обучения (компетентность)
Задача: расширение и углубление понятий, первое представление о которых дается в школе (арифметическая и геометрическая прогрессии, сумма бесконечной геометрической прогрессии – числовых рядов).	Знать: понятие числового ряда, сходимость и расходимость числовых рядов, необходимый и достаточные признаки сходимости числовых рядов.	УК-1, УК-2
	Уметь: исследовать числовые ряды на сходимость с помощью признаков с использованием пределов, производных и интегралов.	
Задача: формирование способности студентов к решению математических задач, используя методы исследования числовых и функциональных рядов.	Знать: основные теоремы о функциональных, степенных рядах и рядах Фурье.	УК-1, УК-2
	Уметь: находить область сходимости функциональных и степенных рядов, применять степенные ряды для приближенных вычислений.	
	Владеть навыками исследования степенных рядов и применение их для приближенных вычислений определенных интегралов.	
Задача: приобретение студентами опыта по разложению функций в степенные ряды, знакомство с рядами Фурье	Знать: известные разложения функций в степенные ряды, ряды Фурье.	УК-1, УК-2
	Уметь: осуществлять разложения функций в ряд, определять условия его сходимости.	

5. В процессе обучения дисциплины будут использоваться разнообразные виды деятельности обучающихся, организационные формы и методы обучения: практические занятия, самостоятельная работа, рейтинговая технология, индивидуальная, фронтальная, групповая формы организации учебной деятельности обучающихся, их сочетание и др.

6. Перечень образовательных технологий: современное традиционное обучение, педагогика сотрудничества, проблемное обучение, информационно-коммуникационные технологии.



## 1. Организационно-методические документы

### 1. 1. Технологическая карта освоения дисциплине

по очной форме обучения

(общая трудоемкость дисциплины 13 з.е.)

2 семестр (1 курс)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контакт.	Лекций	Лаб.	Практич.	КРЗ	Сам. работы	КРЭ	Контроль
<b>Базовый раздел №1.1. Предел числовой последовательности</b>	36	18	6	12			6		12
<i>Тема 1.</i> Определение предела числовой последовательности и его геометрический смысл. Необходимое и достаточное условие существования предела последовательности	12	6	2	4			2		4
<i>Тема 2.</i> Теорема о связи бесконечно малой и бесконечно большой последовательностей. Основные теоремы о пределах последовательностей. Свойства бесконечно малых последовательностей	12	6	2	4			2		4
<i>Тема 3.</i> Предел монотонной последовательности. Лемма Бернулли. Число $\epsilon$ . Теорема о вложенных отрезках. Теорема о пределе подпоследовательности сходящейся последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса	12	6	2	4			2		4
<b>Базовый раздел №1.2. Предел функции</b>	36	18	6	12			6		12
<i>Тема 4.</i> Предел функции в точке (по Коши и по Гейне) и его геометрический смысл, эквивалентность определений. Первый и второй замечательные пределы	18	8	2	6			4		6
<i>Тема 5.</i> Теорема о пределе монотонной на промежутке функции. Теоремы об арифметических операциях над функциями, имеющими предел	18	10	4	6			2		6
<b>Базовый раздел №1.3. Непрерывность функции</b>	35,67	18	6	12			6		11,67
<i>Тема 6.</i> Непрерывность функции в точке. Непрерывность суммы, произведения, частного. Свойства функций, непрерывных в точке. Непрерывность композиции функций	11,67	6	2	4			2		3,67

<i>Тема 7.</i> Первая и вторая теоремы Больцано-Коши, их геометрический смысл и применение при решении уравнений и неравенств. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса. Существование и непрерывность обратной функции. Понятие непрерывной функции в школьном курсе математики	12	6	2	4			2		4
<i>Тема 8.</i> Вычисление пределов функций на основании их непрерывности. Непрерывность основных элементарных функций. Непрерывность элементарной функции в области ее определения	12	6	2	4			2		4
Форма промежуточной аттестации по учебному плану – экзамен	0,33	0,33						0,33	
<b>ИТОГО</b>	<b>108</b>	<b>54,33</b>	<b>18</b>	<b>36</b>			<b>18</b>	<b>0,33</b>	<b>35,67</b>

### 3 семестр (2 курс)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контакт.	Лекций	Лаб.	Практич.	КРЗ	Сам. работы	КРЭ	Контроль
<b>Базовый раздел №2.1. Производная и дифференциал функции одной переменной</b>	32	20	8	12			12		
<i>Тема 1.</i> Понятие дифференцируемости функции в точке. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Непрерывность дифференцируемой функции.	12	8	4	4			4		
<i>Тема 2.</i> Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Правила дифференцирования суммы, произведения и частного функций. Дифференцирование функций, заданных параметрически.	10	6	2	4			4		
<i>Тема 3.</i> Инвариантность формы дифференциала первого порядка. Дифференциалы высших порядков. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.	10	6	2	4			4		
<b>Базовый раздел №2.2. Применение производной к исследованию функций</b>	40	26	10	16			14		
<i>Тема 4.</i> Теоремы о среднем. Правила Лопиталю. Формула Тейлора.	10	8	4	4			2		
<i>Тема 5.</i> Признаки постоянства, возрастания и убывания функции.	10	6	2	4			4		

Необходимое и достаточное условие существования экстремума. Достаточные условия существования максимума и минимума.									
<i>Тема 6.</i> Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции.	10	6	2	4			4		
<i>Тема 7.</i> Вопросы применения производной для исследования функции и построения ее графика	10	6	2	4			4		
<b>ИТОГО</b>	72	46	18	28			26		

#### 4 семестр (2 курс)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контакт.	Лекций	Лаб.	Практич.	КРЗ	Сам. работы	КРЭ	Контроль
<b>Базовый раздел №3.1. Первообразная и интеграл</b>	54	26	8	18			10		18
<i>Тема 1.</i> Основные свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования (замена переменного и по частям). Интегрирование рациональных функций. Приемы интегрирования тригонометрических и иррациональных функций.	22	12	4	8			4		6
<i>Тема 2.</i> Свойства определенного интеграла. Нижние и верхние суммы Дарбу и их свойства. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функций. Понятие равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора. Классы интегрируемых функций. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона–Лейбница. Вычисление определенного интеграла методом подстановки и по частям. Приближенное вычисление определенного интеграла.	18	8	2	6			4		6
<i>Тема 3.</i> Несобственные интегралы первого и второго рода, признаки сходимости. Вычисление несобственных интегралов.	14	6	2	4			2		6
<b>Базовый раздел №3.2. Приложения определенного интеграла.</b>	53,67	26	8	18			10		17,67

<i>Тема 4.</i> Квадрируемость криволинейной трапеции, необходимое и достаточное условие квадратуемости плоской фигуры. Кубируемость цилиндра, вывод формул для вычисления его объема. Вычисление объема тела по площадям поперечных сечений. Принцип Кавальери. Теорема о вычислении объема тела вращения. Достаточное условие спрямляемости кривой. Дифференциал дуги. Эквивалентность бесконечно малой дуги и спрямляющей ее хорды. Площадь поверхности вращения.	30	14	4	10			6		10
<i>Тема 5.</i> Вычисление статических моментов и координат центра тяжести материальной кривой. Вычисление статических моментов и координат центров тяжести плоских фигур. Первая и вторая теоремы Гульдина. Вычисление моментов инерции. Вычисление работы переменной силы, кинетической энергии и силы давления.	23,67	12	4	8			4		7,67
Форма промежуточной аттестации по учебному плану – экзамен	0,33	0,33						0,33	
<b>ИТОГО</b>	<b>108</b>	<b>52,33</b>	<b>16</b>	<b>36</b>			<b>20</b>	<b>0,33</b>	<b>35,67</b>

### 5 семестр (3 курс)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контакт.	Лекций	Лаб.	Практич.	КРЗ	Сам. работы	КРЭ	Контроль
<b>Базовый раздел №4.1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</b>	34	16	8	8			18		
<i>Тема 1.</i> Понятие функции нескольких переменных. Область определения и график функции двух переменных. Линии уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных; понятие о повторных пределах.	16	8	4	4			8		
<i>Тема 2.</i> Частные производные и дифференцируемость функции, условия дифференцируемости. Касательная плоскость и нормаль к графику функции двух переменных. Дифференцирование сложной	18	8	4	4			10		

функции. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.									
<b>Базовый раздел №4.2. Кратные и криволинейные интегралы и их приложения.</b>	38	18	8	10			20		
<i>Тема 4.</i> Задача об объеме цилиндрического бруса. Определение двойного интеграла, условия его существования. Основные свойства двойных интегралов. Вычисление двойного интеграла. Двойной интеграл в полярных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Объем тела. Площадь плоской фигуры. Площадь поверхности. Определение тройного интеграла. Вычисление тройного интеграла. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.	16	8	4	4			8		
<i>Тема 5.</i> Понятие криволинейных интегралов по координатам и условия их существования. Основные свойства криволинейных интегралов по координатам и их вычисление. Формула Грина–Остроградского.	12	6	2	4			6		
<i>Тема 6.</i> Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Восстановление функции по ее полному дифференциалу. Приложения криволинейных интегралов. Работа силы. Площадь плоской фигуры.	10	4	2	2			6		
<b>ИТОГО</b>	72	34	16	18			38		

### 6 семестр (3 курс)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контакт.	Лекций	Лаб.	Практич.	КРЗ	Сам. работы	КРЭ	Контроль
<b>Базовый раздел №5.1. Числовые ряды</b>	56	18	8	10			20		18
<i>Тема 1.</i> Понятие числового ряда, частичной суммы ряда, суммы ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Гармонический ряд. Геометрические ряды. Критерий сходимости числовой последовательности и числового ряда. Свойства сходящихся	18	6	2	4			6		6

рядов.									
<i>Тема 2.</i> Понятие положительного ряда. Признаки сходимости положительных рядов: необходимый и достаточный, сравнения (допредельный и предельный), Даламбера, Коши, интегральный. Переместительное свойство сходящихся рядов. Умножение сходящихся рядов.	24	8	4	4			10		6
<i>Тема 3.</i> Понятие знакочередующегося ряда. Теорема Лейбница. Понятие абсолютно сходящегося ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Достаточный признак абсолютной сходимости числового ряда.	14	4	2	2			4		6
<b>Базовый раздел №5.2. Функциональные ряды и ряды Фурье.</b>	51,67	14	6	8			20		17,67
<i>Тема 4.</i> Понятие функциональной последовательности и ее сходимости. Равномерная сходимость функциональной последовательности. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей (непрерывность, интегрирование и дифференцирование предельной функции). Понятие функционального ряда и его области сходимости. Понятие равномерной сходимости ряда. Необходимое и достаточное условие равномерной сходимости функциональной последовательности и ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда. Непрерывность суммы ряда. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.	16	4	2	2			6		6
<i>Тема 5.</i> Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Теорема о существовании интервала сходимости. Радиус сходимости. Область сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость степенного ряда. Свойства равномерно сходящихся степенных рядов. Задача разложения функции в степенной ряд. Единственность разложения. Понятие ряда Тейлора. Необходимое условие разложения функции в ряд Тейлора. Необходимое и достаточное условия разложения функции в ряд Тейлора. Разложение в ряд Тейлора-Маклорена функций $y = e^x$ , $y = \sin x$ , $y = \cos x$ , $y = \ln(1+x)$ . Биномиальный ряд. Применение биномиального ряда к вычислению значений радикалов. Вычисление определенных интегралов с помощью степенных	22	6	2	4			10		6

рядов.									
Тема 6. Понятие тригонометрического ряда. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье. Теорема о разложении функции в ряд Фурье на отрезке $[-\pi; \pi]$ . Особенности ряда Фурье для четной и нечетной функций. Сходимость ряда Фурье. Теорема Дирихле. Разложение функции, заданной на отрезке $[0; \pi]$ , в тригонометрический ряд. Разложение в тригонометрический ряд функции, заданной на отрезке $[-1; 1]$ .	13,67	4	2	2			4		5,67
Форма промежуточной аттестации по учебному плану – экзамен	0,33	0,33						0,33	
ИТОГО	108	32,33	14	18			40	0,33	35,67
Всего по дисциплине	468	218,99	82	136			142	0,99	107,01

Образовательная деятельность по образовательной программе проводится:

**1) в форме контактной работе.**

Контактные часы = Аудиторные часы + КРЗ + КРЭ

Аудиторные часы = Лекции + Лабораторные + Практические.

КРЗ – контактная работа на зачете.

КРЭ – контактная работа на экзамене.

**2) в форме самостоятельной работы** обучающихся – работы обучающихся без непосредственного контакта с преподавателем;

**3) в иных формах**, определяемых рабочей программой дисциплины.

**Контроль** – часы на подготовку к экзамену по очной и заочной формам обучения, часы на подготовку к зачету по заочной форме обучения.

**ИТОГО часов = контактные часы + самостоятельная работа + контроль**





## 1.2. Содержание основных разделов и тем дисциплины

Рабочая программа включает содержание дисциплины, распределенного по одиннадцати разделам.

### **Базовый раздел №1.1. Предел числовой последовательности**

Определение предела числовой последовательности и его геометрический смысл. Необходимое и достаточное условие существования предела последовательности. Теорема о связи бесконечно малой и бесконечно большой последовательностей. Основные теоремы о пределах последовательностей. Свойства бесконечно малых последовательностей. Предел монотонной последовательности. Лемма Бернулли. Число  $e$ . Теорема о вложенных отрезках. Теорема о пределе подпоследовательности сходящейся последовательности. Теорема Больцано – Вейерштрасса.

### **Базовый раздел №1.2. Предел функции**

Предел функции в точке (по Коши и по Гейне) и его геометрический смысл, эквивалентность определений. Первый и второй замечательные пределы. Теорема о пределе монотонной на промежутке функции. Теоремы об арифметических операциях над функциями, имеющими предел.

### **Базовый раздел №1.3. Непрерывность функции**

Непрерывность функции в точке. Непрерывность суммы, произведения, частного. Свойства функций, непрерывных в точке. Непрерывность композиции функций. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши, их геометрический смысл и применение при решении уравнений и неравенств. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса. Существование и непрерывность обратной функции. Понятие непрерывной функции в школьном курсе математики. Вычисление пределов функций на основании их непрерывности. Непрерывность основных элементарных функций. Непрерывность элементарной функции в области ее определения.

### **Базовый раздел №2.1. Производная и дифференциал функции одной переменной**

Понятие дифференцируемости функции в точке. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Непрерывность дифференцируемой функции. Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Правила дифференцирования суммы, произведения и частного функций. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Инвариантность формы дифференциала первого порядка. Дифференциалы высших порядков. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. Приближенные вычисления с помощью дифференциалов.

### **Базовый раздел №2.2. Применение производной к исследованию функций**

Теоремы о среднем. Правила Лопиталья. Формула Тейлора. Признаки постоянства, возрастания и убывания функции. Необходимое и достаточное условие существования экстремума. Достаточные условия существования максимума и минимума. Выпуклость графика функции. Точки перегиба.

Асимптоты графика функции. Вопросы применения производной для исследования функции и построения ее графика.

### **Базовый раздел №3.1. Первообразная и интеграл**

Основные свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования (замена переменного и по частям). Свойства определенного интеграла. Нижние и верхние суммы Дарбу и их свойства. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функций. Понятие равномерной непрерывности функции. Теорема Кантора. Классы интегрируемых функций. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона–Лейбница. Вычисление определенного интеграла методом подстановки и по частям. Приближенное вычисление определенного интеграла. Несобственные интегралы первого и второго рода, признаки сходимости. Вычисление несобственных интегралов.

### **Базовый раздел №3.2. Приложения определенного интеграла.**

Квадрируемость криволинейной трапеции, необходимое и достаточное условие квадрируемости плоской фигуры. Кубируемость цилиндра, вывод формул для вычисления его объема. Вычисление объема тела по площадям поперечных сечений. Принцип Кавальери. Теорема о вычислении объема тела вращения. Достаточное условие спрямляемости кривой. Площадь поверхности вращения. Вычисление статических моментов и координат центра тяжести материальной кривой. Вычисление статических моментов и координат центров тяжести плоских фигур. Первая и вторая теоремы Гульдина. Вычисление моментов инерции. Вычисление работы переменной силы, кинетической энергии и силы давления.

### **Базовый раздел №4.1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

Понятие функции нескольких переменных. Область определения и график функции двух переменных. Линии уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных; понятие о повторных пределах. Частные производные и дифференцируемость функции, условия дифференцируемости. Касательная плоскость и нормаль к графику функции двух переменных. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы дифференциала первого порядка. Понятие о функции, заданной неявно. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции. Вычисление производных неявно заданных функций. Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных. Экстремумы функций двух переменных. Определение максимума и минимума. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия максимума и минимума для функции двух переменных. Нахождение наибольших и наименьших значений. Условные экстремумы.

### **Базовый раздел №4.2. Кратные и криволинейные интегралы и их приложения.**

Задача об объеме цилиндрического бруса. Определение двойного интеграла, условия его существования. Основные свойства двойных интегралов. Вычисление двойного интеграла. Двойной интеграл в полярных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Объем тела. Площадь плоской фигуры. Площадь поверхности. Определение тройного интеграла. Вычисление тройного интеграла. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах. Понятие криволинейных интегралов по координатам и условия их существования. Основные свойства криволинейных интегралов по координатам и их вычисление. Формула Грина-Остроградского. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Восстановление функции по ее полному дифференциалу. Приложения криволинейных интегралов. Работа силы. Площадь плоской фигуры.

### **Базовый раздел №5.1. Числовые ряды**

Понятие числового ряда, частичной суммы ряда, суммы ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Гармонический ряд. Геометрические ряды. Критерий сходимости числовой последовательности и числового ряда. Свойства сходящихся рядов. Понятие положительного ряда. Признаки сходимости положительных рядов: необходимый и достаточный, сравнения (допредельный и предельный), Даламбера, Коши, интегральный. Переместительное свойство сходящихся рядов. Умножение сходящихся рядов. Понятие знакопеременного ряда. Теорема Лейбница. Понятие абсолютно сходящегося ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Достаточный признак абсолютной сходимости числового ряда.

### **Базовый раздел №5.2. Функциональные ряды и ряды Фурье.**

Понятие функциональной последовательности и ее сходимости. Равномерная сходимость функциональной последовательности. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей (непрерывность, интегрирование и дифференцирование предельной функции). Понятие функционального ряда и его области сходимости. Понятие равномерной сходимости ряда. Необходимое и достаточное условие равномерной сходимости функциональной последовательности и ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда. Непрерывность суммы ряда. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Теорема о существовании интервала сходимости. Радиус сходимости. Область сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость степенного ряда. Свойства равномерно сходящихся степенных рядов. Задача разложения функции в степенной ряд. Единственность разложения. Понятие ряда Тейлора. Необходимое условие разложения функции в ряд Тейлора. Необходимое и достаточное условия разложения функции в ряд Тейлора. Разложение в ряд Тейлора-Маклорена функций  $y = e^x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \ln(1 + x)$ . Биномиальный ряд. Применение биномиального ряда к вычислению значений радикалов. Вычисление определенных интегралов с помощью степенных рядов. Понятие

тригонометрического ряда. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье. Теорема о разложении функции в ряд Фурье на отрезке  $[-\pi; \pi]$ . Особенности ряда Фурье для четной и нечетной функций. Сходимость ряда Фурье. Теорема Дирихле. Разложение функции, заданной на отрезке  $[0; \pi]$ , в тригонометрический ряд. Разложение в тригонометрический ряд функции, заданной на отрезке  $[-1; 1]$ .

### **1.3. Методические рекомендации по освоению дисциплины (методические материалы)**

#### **Рекомендации по написанию и оформлению контрольной работы**

Положение о контрольной работе обучающегося по образовательной программе высшего образования – программе бакалавриата – в ФГБОУ ВО «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» можно изучить по ссылке <http://www.kspu.ru/page-8168.html>.

Контрольная работа обучающегося по образовательной программе высшего образования – программе бакалавриата представляет собой систематическое, достаточно полное изложение авторского решения некоторых заданий в рамках дисциплины.

Контрольная работа по дисциплине «Математический анализ», предусмотренная учебным планом, является одним из видов текущего контроля по дисциплине. Цели контрольной работы: 1) проверка и оценки знаний обучающегося в области математического анализа; 2) закрепление практических навыков применения изучаемого математического аппарата на учебных примерах и задачах; 3) получение информации об уровне самостоятельности и активности обучающегося, об эффективности форм и методов учебной работы.

В качестве заданий контрольной работы могут выступать: 1) теоретический вопрос и несколько практических заданий (задач); 2) задания, охватывающие основные вопросы тем и разделов содержания дисциплины; 3) творческие задания, проекты и др.

Контрольная работа по математическому анализу должна удовлетворять следующим требованиям: все задания должны быть выполнены аккуратно, записи должны содержать необходимые промежуточные шаги, вычисления и обоснования, работа должна быть оформлена в соответствии с правилами, обозначенными ниже, и сдана в указанный преподавателем срок.

*Оформление контрольной работы.* Контрольная работа по математическому анализу оформляется в рукописном варианте на листах формата А4 в 1 экземпляре. Страницы контрольной работы нумеруются посередине верхнего поля, начиная с титульного листа (номер на титульном листе не ставится). Титульный лист оформляется по рекомендуемой форме.

Контрольная работа сдается на кафедру математики и методики обучения математике, проверяется в установленные сроки преподавателем, оценивается в соответствии с критериями, определяемые преподавателем и

учитывается как форма текущего или промежуточного контроля в рейтинге студентов по дисциплине.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. В.П. Астафьева»  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт / факультет / департамент \_\_\_\_\_  
(полное наименование института / факультета / департамента)

Кафедра \_\_\_\_\_  
(полное наименование кафедры)

Ф.И.О. обучающегося (полностью)

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

по дисциплине \_\_\_\_\_

Тема/вариант \_\_\_\_\_

Направление подготовки \_\_\_\_\_  
(код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) образовательной программы

Проверил (-а) \_\_\_\_\_  
(должность, ученая степень, ученое звание)

\_\_\_\_\_  
(фамилия, имя, отчество преподавателя)

Оценка \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
(подпись преподавателя)

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Красноярск 20\_\_

**Рекомендации по подготовке к промежуточной аттестации –  
экзамену по дисциплине**

Экзамен по дисциплине – это глубокая итоговая проверка знаний, умений, навыков и компетенций обучающихся.

К сдаче экзамена по дисциплине допускаются обучающиеся, которые выполнили весь объём работы, предусмотренный учебной программой по дисциплине.

Организация подготовки к экзамену по дисциплине сугубо индивидуальна. Несмотря на это, можно выделить несколько общих рациональных приёмов подготовки к экзамену по дисциплине, пригодных для многих случаев.

При подготовке к экзамена по дисциплине конспекты учебных занятий не должны являться единственным источником научной информации. Следует обязательно пользоваться ещё учебными пособиями, специальной научно-методической литературой и другими информационными источниками электронной библиотечной системы КГПУ им. В.П. Астафьева.

Усвоение, закрепление и обобщение учебного материала следует проводить в несколько этапов:

а) сквозное (тема за темой) повторение последовательных частей дисциплины, имеющих близкую смысловую связь; после каждой темы – воспроизведение учебного материала по памяти с использованием конспекта и пособий в тех случаях, когда что-то ещё не усвоено; прохождение таким образом всего курса;

б) выборочное по отдельным темам и вопросам воспроизведение (мысленно или путём записи) учебного материала; выделение тем или вопросов, которые ещё не достаточно усвоены или поняты, и того, что уже хорошо запомнилось;

в) повторение и осмысливание не усвоенного материала и воспроизведение его по памяти;

г) выборочное для самоконтроля воспроизведение по памяти ответов на вопросы.

Повторять следует не отдельные вопросы, а темы в той последовательности, как они излагались преподавателем. Это обеспечивает получение цельного представления об изученной дисциплине, а не отрывочных знаний по отдельным вопросам.

- Если в ходе повторения возникают какие-то неясности, затруднения в понимании определённых вопросов, их следует выписать отдельно и стремиться найти ответы самостоятельно, пользуясь конспектом учебных занятий и литературой. В тех случаях, когда этого сделать не удаётся, надо обращаться за помощью к преподавателю на консультации, которая обычно проводится перед экзаменом по дисциплине.

На экзамене по дисциплине «Математический анализ» надо не только показать теоретические знания по дисциплине, но и умения применить их при выполнении ряда практических заданий.

Подготовка к экзамену по дисциплине фактически должна проводиться на протяжении всего процесса изучения данной дисциплины. Время, отводимое в период промежуточной аттестации, даётся на то, чтобы восстановить в памяти изученный учебный материал и систематизировать его. Чем меньше усилий затрачивается на протяжении периода обучения, тем больше их приходится прилагать в дни подготовки к экзамену по дисциплине. Форсированное же усвоение материала чаще всего оказывается поверхностным и непрочным. Регулярная учёба – вот лучший способ подготовки к экзамену по дисциплине.

## 2. Компоненты мониторинга учебных достижений обучающихся

### 2.1. Технологическая карта рейтинга дисциплины

(2 семестр)

ВХОДНОЙ МОДУЛЬ			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 10 %	
		min	Max
Входной контроль	Тестирование	6	10
Итого		<b>6</b>	<b>10</b>

БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 1.1			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 20 %	
		Min	Max
Текущая работа	Тестирование	6	10
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа	6	10
Итого		<b>12</b>	<b>20</b>

БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 1.2			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 20 %	
		min	max
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа	12	20
Итого		<b>12</b>	<b>20</b>

БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 1.3			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 20 %	
		min	max
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа	6	10
Промежуточный рейтинг-контроль	Коллоквиум	6	10
Итого		<b>12</b>	<b>20</b>

Итоговый модуль			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		min	max
Итоговый контроль	Экзамен	18	30
Итого		<b>18</b>	<b>30</b>
Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех модулей, без учета дополнительного модуля)		min	max
		<b>60</b>	<b>100</b>

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

Общее количество набранных баллов	Академическая оценка
60 – 72	Удовлетворительно
73 – 86	Хорошо
87 -100	Отлично

(3 семестр)

ВХОДНОЙ МОДУЛЬ			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 10 %	
		min	Max
Входной контроль	Тестирование	6	10
Итого		<b>6</b>	<b>10</b>

БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 2.1			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		Min	max
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа	18	30
Итого		<b>18</b>	<b>30</b>



БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 2.2			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		min	max
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа	18	30
Итого		<b>18</b>	<b>30</b>

Итоговый модуль			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		Min	max
Итоговый контроль	собеседование	<b>18</b>	<b>30</b>
Итого		<b>18</b>	<b>30</b>
Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех модулей, без учета дополнительного модуля)		Min	max
		<b>60</b>	<b>100</b>

(4 семестр)

ВХОДНОЙ МОДУЛЬ			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 10 %	
		min	Max
Входной контроль	Тестирование	6	10
Итого		<b>6</b>	<b>10</b>

БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 3.1			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		Min	max
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа	9	15
Промежуточный рейтинг-контроль	Коллоквиум	9	15
Итого		<b>18</b>	<b>30</b>

БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 3.2			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		min	max
Текущая работа	Доклад	9	15
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа	9	15
Итого		<b>18</b>	<b>30</b>

Итоговый модуль			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		min	max
Итоговый контроль	Экзамен	<b>18</b>	<b>30</b>
Итого		<b>18</b>	<b>30</b>
Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех модулей, без учета дополнительного модуля)		min	max
		<b>60</b>	<b>100</b>

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

Общее количество набранных баллов	Академическая оценка
60 – 72	Удовлетворительно
73 – 86	Хорошо
87 -100	Отлично

(5 семестр)

БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 4.1			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 35 %	
		min	max
Текущий контроль	Контрольная работа	21	35
Итого		<b>21</b>	<b>35</b>

БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 4.2			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 35 %	
		min	Max
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа	21	35
Итого		<b>21</b>	<b>35</b>

Итоговый модуль			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		Min	max
Итоговый контроль	собеседование	<b>18</b>	<b>30</b>
Итого		<b>18</b>	<b>30</b>
Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех модулей, без учета дополнительного модуля)		Min	max
		<b>60</b>	<b>100</b>

(6 семестр)

ВХОДНОЙ МОДУЛЬ			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 10 %	
		min	Max
Входной контроль	тестирование	6	10
Итого		<b>6</b>	<b>10</b>

БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 5.1			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		Min	Max
Промежуточный рейтинг-контроль	коллоквиум	6	10
Промежуточный рейтинг-контроль	контрольная работа	12	20
Итого		<b>18</b>	<b>30</b>

БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 5.2			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		min	max
Промежуточный рейтинг-контроль	коллоквиум	9	15
Промежуточный рейтинг-контроль	контрольная работа	9	15
Итого		<b>18</b>	<b>30</b>

Итоговый модуль			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		min	max
Итоговый контроль	Экзамен	<b>18</b>	<b>30</b>
Итого		<b>18</b>	<b>30</b>
Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех модулей, без учета дополнительного модуля)		min	max
		<b>60</b>	<b>100</b>

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

Общее количество набранных баллов	Академическая оценка
60 – 72	Удовлетворительно
73 – 86	Хорошо
87 -100	Отлично

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики  
Кафедра-разработчик: кафедра математики и методики обучения математике

УТВЕРЖДЕНО  
на заседании кафедры  
протокол № 9  
от «03» мая 2023 г.  
Зав. кафедрой

 М.Б. Шашкина

ОДОБРЕНО  
на заседании научно-методического  
совета ИМФИ  
протокол № 8  
от «17» мая 2023г.  
Председатель научно-методического совета  
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева  
Е.А. Аёшина



**ФОНД**  
**ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации  
обучающихся

Математический анализ

(наименование дисциплины/модуля/вида практики)

44.03.05 Педагогическое образование

(код и наименование направления подготовки)

Математика и информатика

(направленность (профиль) образовательной программы)

Бакалавр

(квалификация (степень) выпускника)

Составители: Журавлева Н.А., доцент  
Шашкина М.Б., доцент

## **1. Назначение фонда оценочных средств**

1.1. **Целью** создания ФОС дисциплины «Математический анализ» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. ФОС по дисциплине решает **задачи**:

- контроль и управление процессом приобретения студентами необходимых знаний, умений, навыков и уровня сформированности компетенций, определенных в ФГОС ВО по соответствующему направлению подготовки;

- контроль (с помощью набора оценочных средств) и управление (с помощью элементов обратной связи) достижением целей реализации ОПОП, определенных в виде набора общепрофессиональных и профессиональных компетенций выпускников;

- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс Университета.

1.3. ФОС разработан на основании нормативных **документов**:

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (уровень бакалавриата);

- образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (уровень бакалавриата), направленность (профиль) образовательной программы «Математика и информатика»;

- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре – в КГПУ им. В.П. Астафьева.

## **2. Перечень компетенций, подлежащих формированию в рамках дисциплины**

2.1. **Перечень компетенций**, формируемых в процессе изучения дисциплины:  
**УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

**УК-2** Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений

### **2.2. Оценочные средства**

Компетенция	Дисциплины, практики, участвующие в формировании данной компетенции	Тип контроля	Оценочное средство/КИМ		
			Номер	Форма	
<b>УК-1</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Экономика знаний; Естественнонаучная картина мира; Социология; Основы математической обработки информации; История образования и педагогической мысли; Теория обучения и воспитания; Математический анализ; Математическая логика; Геометрия; Программирование вычислительных алгоритмов; Компьютерные технологии в принятии решений; Компьютерное моделирование; Информационные системы и сети; Основы искусственного интеллекта; Системы искусственного интеллекта в образовании; Информатика; Компьютерная графика и анимация; Основания геометрии; Дополнительные главы геометрии; Производственная практика: преддипломная практика; Учебная практика; Выполнение и защита выпускной квалификационной работы	Текущий контроль успеваемости	1	Тест	
			2	Тест	
			8	Тест	
			12	Тест	
			21	Тест	
			11	Собеседование	
			20	Доклад	
			16	Доклад	
			6	Коллоквиум	
			14	Коллоквиум	
			23	Коллоквиум	
			25	Коллоквиум	
			7	Коллоквиум	
		17	Коллоквиум		
Промежуточная аттестация	7	Экзамен			
	17	Экзамен			
	26	Экзамен			
<b>УК-2</b> Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	Основы учебно-исследовательской работы (профильное исследование); Математический анализ; Математическая логика; Числовые системы; Компьютерные технологии в принятии решений; Основания геометрии; Дополнительные главы геометрии; Производственная практика: преддипломная практика; Учебная практика: технологическая (проектно-технологическая) практика; Учебная практика; Выполнение и защита выпускной квалификационной работы	Текущий контроль успеваемости	3, 4	Контрольная работа	
			5, 9		
			10		
			13		
			15		
			18		
			19		
			22		
			24		
			7		Экзамен
			17		
			26		
			Промежуточная аттестация		7
		17			
26					

### 3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1 Фонды оценочных средств включают: вопросы к экзамену.

3.2. Оценочные средства

3.2.1. Оценочное средство вопросы к экзамену

Формируемые компетенции	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций	Пороговый уровень сформированности компетенций
	(87-100 баллов) отлично/зачтено	(73-86 баллов) хорошо/зачтено	(60-72 балла)* удовлетворительно/зачтено
<b>УК-1</b>	На продвинутом уровне способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	На базовом уровне способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	На пороговом уровне способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
<b>УК-2</b>	На продвинутом уровне способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	На базовом уровне способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	На пороговом уровне способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений

### 4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

4.1. Фонды оценочных средств включают: Тест 1, 2, 8, 12, 21, контрольная работа 3, 4, 5, 9, 10, 13, 15, 18, 19, 22, 24; доклад 16, коллоквиум 6, 14, 23, 25, собеседование 11, 20.

4.2.1. Критерии оценивания (см. в технологической карте рейтинга в рабочей программе дисциплины «Математический анализ»).

#### 4.2.1. Критерии оценивания по оценочному средству 1, 2, 8, 12, 21 – Тест

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	10
<b>Максимальный балл</b>	<b>10</b>



**4.2.2. Критерии оценивания по оценочному средству 3, 5– Контрольная работа**

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Количество баллов (вклад в рейтинг)</b>
Содержательная составляющая	8
Оформление работы	2
<b>Максимальный балл</b>	<b>10</b>

**4.2.3. Критерии оценивания по оценочному средству 13, 15, 21 – Контрольная работа**

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Количество баллов (вклад в рейтинг)</b>
Содержательная составляющая	12
Оформление работы	3
<b>Максимальный балл</b>	<b>15</b>

**4.2.4. Критерии оценивания по оценочному средству 4, 22 – Контрольная работа**

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Количество баллов (вклад в рейтинг)</b>
Содержательная составляющая	17
Оформление работы	3
<b>Максимальный балл</b>	<b>20</b>

**4.2.5. Критерии оценивания по оценочному средству 9, 10 – Контрольная работа**

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Количество баллов (вклад в рейтинг)</b>
Содержательная составляющая	27
Оформление работы	3
<b>Максимальный балл</b>	<b>30</b>

**4.2.6. Критерии оценивания по оценочному средству 18, 19 – Контрольная работа**

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Количество баллов (вклад в рейтинг)</b>
Содержательная составляющая	32
Оформление работы	3
<b>Максимальный балл</b>	<b>35</b>

**4.2.7. Критерии оценивания по оценочному средству 16 – Доклад**

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Количество баллов (вклад в рейтинг)</b>
Содержательная составляющая	10
Коммуникативная составляющая	5
<b>Максимальный балл</b>	<b>15</b>

#### 4.2.8. Критерии оценивания по оценочному средству 6, 23 – коллоквиум

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	7
Коммуникативная составляющая	3
<b>Максимальный балл</b>	<b>10</b>

#### 4.2.9. Критерии оценивания по оценочному средству 14, 25 – коллоквиум

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	12
Коммуникативная составляющая	3
<b>Максимальный балл</b>	<b>15</b>

#### 4.2.10. Критерии оценивания по оценочному средству 11, 20 – Собеседование

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	25
Коммуникативная составляющая	5
<b>Максимальный балл</b>	<b>30</b>

### 5. Оценочные средства (контрольно-измерительные материалы)

#### 1. Тест входного контроля по теме «Функции» (2 семестр)

(ориентировочный вариант)

1. Функция  $f$  называется ограниченной на множестве  $X$ , если

а) существует такое число  $M > 0$ , что  $f(x) \leq M$ ;

б) существует такое число  $M > 0$ , что для любого  $x \in X$  выполняется неравенство  $|f(x)| \leq M$ ;

в) для любого числа  $M > 0$  существует такое  $x \in X$ , что  $|f(x)| \leq M$ ;

г) для любого  $x \in X$  существует такое число  $M > 0$ , что  $|f(x)| \leq M$ .

2. Областью определения функции  $f(x) = \sqrt{\lg(x^2 + x - 1)} + \frac{x+2}{x-3}$  является множество:

а)  $(-2; 1)$ ;

б)  $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$ ;

в)  $(-\infty; -2] \cup (3; +\infty)$ ;

г)  $(-\infty; -2] \cup [1; 3) \cup (3; +\infty)$ .

3. Множеством значений функции  $f(x) = \sqrt{4x - x^2} - 3$  является множество:

а)  $[0; +\infty)$ ;    б)  $[0; 1]$ ;    в)  $[1; 3]$ ;    г)  $[1; +\infty)$ .

4. Функция  $f(x) = \frac{\sin 5x - 2 \cos x}{6 + \operatorname{ctg}^2 x}$

- а) ограничена сверху, но не ограничена снизу;
- б) ограничена;
- в) не ограничена ни сверху, ни снизу;
- г) ограничена снизу, но не ограничена сверху.

5. Функция  $f(x) = \frac{1}{2 + x^2}$  убывает на:

- а)  $(-\infty; 0]$ ;
- б)  $[0; +\infty)$ ;
- в)  $(-\infty; +\infty)$ ;
- г)  $(-\infty; \sqrt{2})$ .

6. Наименьший положительный период функции  $f(x) = \sin \frac{x}{3} + \cos \frac{2x}{5}$  равен:

- а)  $2\pi$ ;
- б)  $8\pi$ ;
- в)  $15\pi$ ;
- г)  $30\pi$ .

7. Функция  $f(x) = \frac{3^x - 1}{1 + 3^x}$  является:

- а) четной;
- б) нечетной;
- в) ни четной, ни нечетной.

## 2. Тест по модулю 1.1. (2 семестр)

1. Последовательность  $x_n = \begin{cases} \frac{1}{n} & \text{при } n \text{ нечетном} \\ \frac{n^2 + 1}{n} & \text{при } n \text{ четном} \end{cases}$  является:

- а) бесконечно большой;
- б) бесконечно малой;
- в) неограниченной, но не бесконечно большой;
- г) ограниченной, но не бесконечно малой.

2. Последовательность  $x_n = \frac{\sin n}{n}$  является:

- а) ограниченной, но не бесконечно малой;
- б) бесконечно большой;
- в) бесконечно малой;
- г) неограниченной, но не бесконечно большой.

3. Дана последовательность чисел  $x_n$ . Известно, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n} = 0$ . Какой из ниже приведенных выводов будет правильным:

- а) последовательность  $x_n$  является бесконечно малой;

б) последовательность  $x_n$  не является бесконечно малой;

в) последовательность  $x_n$  является бесконечно большой;

г) нельзя сделать ни вывод а), ни вывод б), ни вывод в).

4. Последовательность  $x_n$  ограничена. Что можно сказать о сходимости этой последовательности:

а) сходится к числу 0;

б) расходится;

в) может сходиться и расходиться;

г) сходится к числу, отличному от нуля.

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ . Что можно сказать о пределе последовательности  $y_n = \frac{x_{n+1}}{x_n}$ :

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n} = 1$ ;

б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$  не существует;

в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$  существует, но не равен 1;

г) нельзя сделать ни вывод а), ни вывод б), ни вывод в).

6. Известно, что последовательность  $y_n = 3^n(x_n - 3)$  является бесконечно малой.

Что можно сказать о пределе последовательности  $x_n$ .

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ ;

б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  не существует;

в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 3$ ;

г) нельзя сделать ни вывод а), ни вывод б), ни вывод в).

### **3. Контрольная работа по модулю 1.1. (2 семестр)**

1. Используя определение предела числовой последовательности, докажите:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3}{3n + 1} = \frac{2}{3}.$$

2. Вычислите:

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 4n}{(n - 3)(n + 5)}$ ;

б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n^2 - 1}{n^2 + 4} \right)^{\frac{2n+1}{n-1}}$ ;

в)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{10n + 3}{10n - 1} \right)^{5n}$ .

#### **4. Контрольная работа по модулю 1.2. (2 семестр)**

1. Используя определение предела функции на бесконечности по Коши, докажите:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x+1} = 2$ .

2. Пользуясь определением предела функции в точке по Коши, докажите  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 7x - 6}{x - 2} = 13$ .

3. Запишите в предельной форме следующее выражение  $\forall \varepsilon > 0 \exists c > 0 \forall x < -c \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon$

4. Доказать, что предел функции  $f(x) = \begin{cases} 2-x^2, & x < 1, \\ \sqrt{x-1}, & x \geq 1 \end{cases}$  в точке  $x=1$  не существует.

5. Вычислить:

1)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{2x^3 - 5x^2 - 13x + 30}$

2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{12x^2}$

3)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x - 2}$

4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{x+1} - \sqrt[3]{x^5+1}}{\sqrt[4]{x^7+1} - \sqrt{x+1}}$

5)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 3} - \sqrt{x^2 - 7x - 1})$

6)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \cos 3x}{x}$

7)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x+3}{5x-1} \right)^{5x}$

8)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x-3}{2+5x} \right)^{8x}$

#### **5. Контрольная работа по модулю 1.3. (2 семестр)**

1. Пользуясь определением непрерывности функции «на языке  $\varepsilon - \delta$ », докажите, что функция  $f(x) = 4x^2 + 9$  непрерывна в точке  $x_0 = 4$ .

2. Для функции  $f(x) = \begin{cases} x+1, & x < -2, \\ \frac{2}{x}, & -2 < x < 0, \\ 2x+1, & 0 \leq x < 1, \\ -3, & x \geq 1. \end{cases}$  постройте график и найдите:

1) промежутки непрерывности; 2) точки разрыва; 3) классифицируйте точки разрыва; 4) в точках устранимого разрыва доопределите функцию так, чтобы она стала непрерывной.

### **6. Вопросы к коллоквиуму по модулю 1.3. (2 семестр)**

1. Определения непрерывной в точке функции, их геометрический смысл. Примеры.
2. Непрерывность суммы, произведения и частного двух непрерывных функций.
3. Теорема о непрерывности сложной функции.
4. Точки разрыва функции и их классификация.
5. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши.
6. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.
7. Теорема о непрерывности обратной функции.
8. Понятие непрерывной функции в школьном курсе математики.
9. Понятие степени с иррациональным показателем.
10. Показательная функция на множестве действительных чисел, ее основные свойства и график.
11. Логарифмическая функция на множестве действительных чисел, ее основные свойства и график.
12. Тригонометрические функции, их основные свойства и графики.
13. Обратные тригонометрические функции, их основные свойства и графики.

### **7. Вопросы к экзамену (2 семестр)**

1. Определение предела числовой последовательности, его геометрический смысл. Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Примеры.
2. Необходимое и достаточное условие существования предела.
3. Теоремы о единственности предела и ограниченности сходящейся последовательности.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Примеры. Теорема о связи бесконечно малой и бесконечно большой последовательностей.
5. Основные свойства бесконечно малых последовательностей.
6. Основные теоремы о предельном переходе в равенствах и неравенствах.
7. Теоремы о пределе суммы, произведения, частного сходящихся последовательностей.
8. Определение монотонной последовательности. Теорема о существовании предела монотонной последовательности.
9. Лемма Бернулли. Число  $e$ .
10. Определение стягивающейся последовательности вложенных отрезков. Теорема о вложенных отрезках.

11. Понятие подпоследовательности. Теорема о пределе подпоследовательности сходящейся последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
12. Определения предела функции в точке по Коши и по Гейне и их геометрический смысл. Понятие предела функции в школьном курсе математики.
13. Теорема об эквивалентности определений предела функции в точке по Коши и по Гейне.
14. Определения односторонних пределов функции в точке. Примеры. Связь предела функции в точке и односторонних пределов в этой точке.
15. Определение бесконечного предела функции в точке и его геометрический смысл. Примеры.
16. Определение предела функции на бесконечности и его геометрический смысл. Примеры.
17. Определения бесконечно малой и бесконечно большой функций в точке и на бесконечности. Примеры.
18. Основные свойства бесконечно малых и бесконечно больших функций в точке (на бесконечности).
19. Первый замечательный предел. Примеры.
20. Второй замечательный предел. Примеры.
21. Теорема о пределе монотонной на промежутке функции.
22. Теоремы о пределах суммы, произведения и частного двух функций.
23. Определения непрерывной в точке функции. Примеры.
24. Теоремы о непрерывности сложной и обратной функций.
25. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функции и их классификация.
26. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши.
27. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.
28. Понятие степени с иррациональным показателем.

## 8. Тест входного контроля по введению в анализ(3 семестр)

(ориентировочный вариант)

1. Функция  $f$  называется ограниченной на множестве  $X$ , если
  - а) существует такое число  $M > 0$ , что  $f(x) \leq M$ ;
  - б) существует такое число  $M > 0$ , что для любого  $x \in X$  выполняется неравенство  $|f(x)| \leq M$ ;
  - в) для любого числа  $M > 0$  существует такое  $x \in X$ , что  $|f(x)| \leq M$ ;
  - г) для любого  $x \in X$  существует такое число  $M > 0$ , что  $|f(x)| \leq M$ .
2. Число  $a$  называется пределом числовой последовательности  $x_n$ , если

а) для  $\varepsilon = \frac{1}{2}$  существует такой номер  $n_0$ , что для всех  $n > n_0$  выполняется неравенство  $|x_n - a| <$

$\varepsilon$

б) для любого  $\varepsilon > 0$  существует такой номер  $n_0$ , что для всех  $n > n_0$  выполняется неравенство  $|x_n - a| < \varepsilon$ ;

в) для любого  $\varepsilon > 0$  существует такой номер  $n_0$ , что для всех четных  $n > n_0$  выполняется неравенство  $|x_n - a| < \varepsilon$ ;

г) для любого  $\varepsilon > 0$  существует такой номер  $n_0$ , что для всех  $n > n_0$  выполняется неравенство  $x_n < a + \varepsilon$ .

**3.** Функция  $f$ , определенная в точке  $x_0$  и некоторой ее окрестности, называется непрерывной в этой точке, если:

а) существует  $\varepsilon > 0$  такое, что для всех  $x$ , удовлетворяющих неравенству  $|x - x_0| < \delta$ , выполняется неравенство  $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ ;

б) для любого  $\varepsilon > 0$  существует такое  $\delta > 0$  и такие  $x$ , что из неравенства  $|x - x_0| < \delta$  следует справедливость неравенства  $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ ;

в) для любого  $\varepsilon > 0$  существует такое  $\delta > 0$ , что для всех  $x$ , удовлетворяющих неравенству  $x < x_0 + \delta$ , выполняется неравенство  $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ ;

г) для любого  $\varepsilon > 0$  существует такое  $\delta > 0$ , что для всех  $x$ , удовлетворяющих неравенству  $|x - x_0| < \delta$ , справедливо неравенство  $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ .

**4.** Точка  $x_0$  является точкой разрыва II рода для функции  $f$ , если:

а) предел функции  $f$  в точке  $x_0$  не существует;      б) функция  $f$  не определена в точке  $x_0$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x) = f(x_0)$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ .

**5.** Формула  $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } x \leq 0, \\ x^2, & \text{если } 0 \leq x \leq 1, \\ x - 1, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$

а) задает функцию на  $(-\infty; +\infty)$ ;

б) задает функцию на  $[-1; 1]$ ;

в) не задает функцию на  $(-\infty; +\infty)$ ;

г) задает функцию на  $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$ .

**6.** Для функции  $f(x) = \sqrt{\lg(x^2 + x - 1)} + \frac{x+2}{x-3}$        $D(f) =$

а)  $(-2; 1)$ ;

б)  $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$ ;

в)  $(-\infty; -2] \cup (3; +\infty)$ ;

г)  $(-\infty; -2] \cup$

$[1; 3) \cup (3; +\infty)$ .

**7.**  $f(x) = \sqrt{4x - x^2 - 3}$ .       $E(f) =$

а)  $[0; +\infty)$ ;

б)  $[0; 1]$ ;

в)  $[1; 3]$ ;

г)  $[1; +\infty)$ .

**8.** Функция  $f(x) = \frac{\sin 5x - 2 \cos x}{6 + \operatorname{ctg}^2 x}$

а) ограничена сверху, но не ограничена снизу;

б) ограничена;



в) не ограничена ни сверху, ни снизу;  
ограничена сверху.

г) ограничена снизу, но не

9. Функция  $f(x) = \frac{1}{2+x^2}$  убывает на:

а)  $(-\infty; 0]$ ; б)  $[0; +\infty)$ ; в)  $(-\infty; +\infty)$ ; г)  $(-\infty; \sqrt{2})$ .

10. Наименьший положительный период функции  $f(x) = \sin \frac{x}{3} + \cos \frac{2x}{5}$  равен:

а)  $2\pi$ ; б)  $8\pi$ ; в)  $15\pi$ ; г)  $30\pi$ .

11. Функция  $f(x) = \frac{3^x - 1}{1 + 3^x}$  является:

а) четной; б) нечетной; в) ни четной, ни нечетной.

12. Если  $(\alpha_n)$  – бесконечно малая, а  $(x_n)$  – ограниченная, то  $(\alpha_n \cdot x_n)$

а) не имеет предела; б) бесконечно малая;  
в) бесконечно большая; г) ничего определенного сказать нельзя.

13. Если  $(x_n)$  и  $(y_n)$  бесконечно малые при  $n \rightarrow \infty$ , и  $y_n \neq 0$ , то  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n}$

а) равен 0; б) равен 1;  
в) ничего определенного об этом пределе сказать нельзя; г) равен  $+\infty$ .

14.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+1}{3n-2} \right)^{2n+1} =$

а) 1; б)  $e^2$ ; в)  $e^{-\frac{2}{3}}$ ; г)  $\infty$ .

15.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{x^2} =$

а) 0; б) -4; в) 4; г) 2.

16.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 + 1}) =$

а) 0; б)  $\frac{1}{2}$ ; в) 1; г)  $\infty$ .

17. Функция  $f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{если } x < 0, \\ x^2, & \text{если } x > 0 \end{cases}$  в точке  $x_0 = 0$

а) непрерывна; б) непрерывна только слева;  
в) непрерывна только справа; г) разрывна.

$$18. \text{Функция } f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } x < -1, \\ \frac{1}{x}, & \text{если } -1 < x < 0, \\ x, & \text{если } 0 \leq x \leq 1, \\ 2, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

терпит разрывы первого рода в точках:

а)  $x = 0$ ;  $x = 1$ ;    б)  $x = \pm 1$ ;    в)  $x = -1$ ;  $x = 0$ ;    г)  $x = \pm 1$ ;     $x = 0$ .

### **9. Контрольная работа по модулю 2.1. (3 семестр)**

1. Найти производные функций: а)  $y = \ln \left( \arccos \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ ;    б)  $y = (x^2 + 3)^{\sqrt{x}}$ ;

в) 
$$\begin{cases} x = \cos \frac{t}{2}, \\ y = t g^2 \frac{t}{2}. \end{cases}$$

2. Написать уравнение касательной к кривой  $y = x^2 + 2x - 1$  в точке ее пересечения с кривой  $y = 2x^2$ .
3. Движение материальной точки осуществляется по закону  $f(t) = \sin t^2$ . Найти на траектории движения точки покая.
4. Вычислить приближенное значение функции  $y = \sin 16^\circ$ .

### **10. Контрольная работа по модулю 2.2. (3 семестр)**

1. Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2 - 8)}{x^2 + 2x - 15}$ .

2. Найти асимптоты кривой  $y = \frac{1}{2x^2 + x - 1}$ .

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x + \sqrt{x}$  на отрезке  $[0; 4]$ .

4. Доказать, что функция  $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  не является дифференцируемой в

точке  $x = 0$ .

### **11. Вопросы к собеседованию (3 семестр)**

1. Понятие функции одной переменной дифференцируемой в точке. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.
2. Связь между дифференцируемостью функции одной переменной и ее непрерывностью.

3. Доказательство правил дифференцирования функции одной переменной.
4. Теорема о дифференцировании сложной функции одной переменной.
5. Теорема о дифференцировании обратной функции.
6. Вывод формул для вычисления производных показательной, логарифмической, тригонометрических и обратных тригонометрических функций.
7. Производные высших порядков функции одной переменной. Механическое истолкование производной 2-го порядка.
8. Инвариантность формы дифференциала первого порядка функции одной переменной.
9. Дифференциалы высших порядков функции одной переменной. Нарушение инвариантности их формы.
10. Теоремы Ферма, Роля, Лагранжа, Коши.
11. Условие постоянства функции.
12. Условия монотонности и строгой монотонности функций.
13. Экстремумы функции одной переменной. Необходимое условие существования экстремума.
14. Первое достаточное условие существования экстремума функций одной переменной.
15. Второе достаточное условие существования экстремума функции одной переменной.
16. Направление выпуклости кривой. Точки перегиба.
17. Асимптоты графика функции.

## 12. Тест входного контроля по дифференциальному исчислению функций одной переменной(4 семестр)

(ориентировочный вариант)

**Часть 1.** В заданиях 1–15 укажите букву правильного ответа

1. Дана функция  $y = \sqrt[3]{x}$ . Ее производная в точке  $x_0 = 2$ , согласно определению, находится по формуле:

а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2}}{x - 2}$ ;

в)  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\Delta x + 2} - \sqrt[3]{\Delta x}}{\Delta x}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x + 2} - \sqrt[3]{2}}{x - 2}$ ;

г)  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\Delta x} - \sqrt[3]{2}}{\Delta x}$ .

2. Непрерывность функции для ее дифференцируемости является условием
- а) необходимым;                      в) необходимым и достаточным;  
 б) достаточным;                      г) ни необходимым, ни достаточным.
3. Функция дифференцируема в точке  $x_0$ , если
- а) она непрерывна в точке  $x_0$ ;  
 б) имеет в этой точке производную;

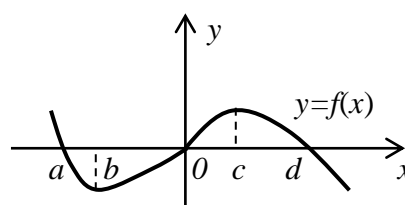


Рис. 1

- в) имеет в точке  $x_0$  односторонние производные;
- г) существует предел функции в точке  $x_0$ .

4. Верно ли, что если функция  $f$  дифференцируема в точке  $x_0$   $n$  раз, то она дифференцируема в точке  $x_0$   $(n-1)$  раз?

- а) да; в) ничего определенного сказать нельзя;
- б) нет; г) другой вариант.

5. На рис. 1 изображен график функции  $y = f(x)$ . Производная  $y'$  равна нулю в точках

- а)  $a, 0, d$ ; б)  $b, c$ ; в)  $b, 0, c$ ; г)  $a, b, c$ .

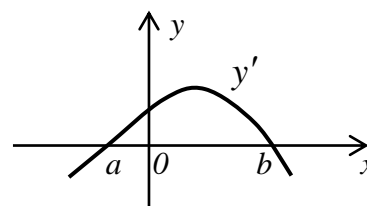
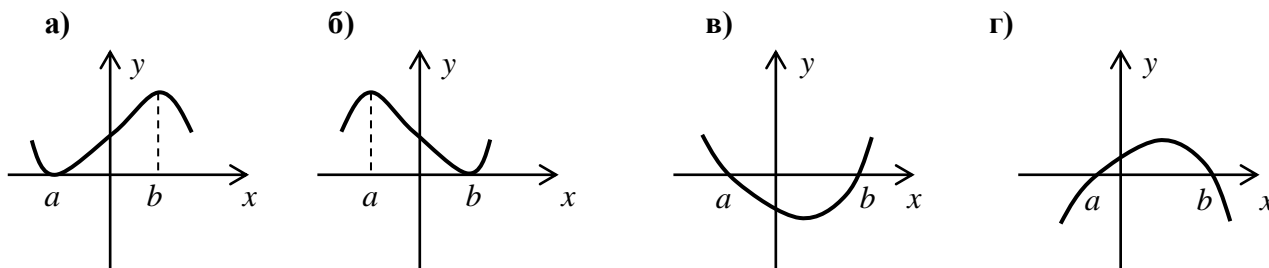


Рис. 2

6. На рис. 2 изображен график производной некоторой функции. Какой из рис. а)–г) изображает вид графика функции?



7. На рис. 3 изображен график функции  $f$ . Какие из утверждений 1–5 истинны:

- 1) функция  $f$  дифференцируема на множестве  $\mathbb{R}$ ;
- 2) функция  $f$  не дифференцируема в точке  $x_0 = 0$ ;
- 3) функция  $f$  имеет в точке  $x_0 = 0$  экстремум;
- 4) функция  $f$  не имеет в точке  $x_0 = 0$  экстремума;
- 5) точка  $x_0 = 0$  – критическая точка функции?

- а) 1), 2), 5); б) 2), 3); в) 2), 4), 5); г) 2), 3), 5).

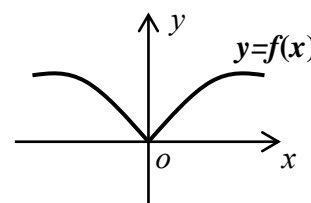


Рис. 3

8. Производная функции  $y = e^{2\pi x}$  равна

- а)  $e^{2\pi}$ ; б)  $2e^{2\pi}$ ; в) 0; г)  $2\pi e^{2\pi - 1}$ .

9. Главной частью приращения  $\Delta f(x_0)$  дифференцируемой в точке  $x_0$  функции  $f$  является выражение

- а)  $f'(x_0)$ ; б)  $f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ ;
- в)  $f'(x_0) \cdot \Delta x, f'(x_0) \neq 0$ ; г)  $\alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$ .

10. Геометрически дифференциал функции в точке означает

- а) приращение ординаты точки кривой;
- б) приращение ординаты точки касательной;
- в) тангенс угла наклона касательной к оси  $OX$ ;
- г) отрезок секущей, заключенный между точками на кривой.

11. Дифференциал функции  $y = \arcsin 2x$  равен

а)  $\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$ ; б)  $\frac{2dx}{\sqrt{1-4x^2}}$ ; в)  $\frac{dx}{2\sqrt{1-4x^2}}$ ; г)  $\frac{2dx}{\sqrt{1-x^2}}$ .

12. Угловым коэффициентом касательной, проведенной к кривой  $y = \frac{2x+1}{x}$  в точке

$x_0 = 1$ , равен

а) 0; б) 1; в) -1; г) 3.

13. Функция  $y = x^2 \cdot \sqrt{1-x}$  имеет минимум в точке

а)  $\frac{4}{5}$ ; б)  $\frac{4}{3}$ ; в) 0; г) 1.

14. Наибольшее значение функции  $y = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$  на отрезке  $[1;2]$  равно

а) 8; б) 27; в) 64; г) 48.

15. Кривая, изображенная на рис. 4, выпукла вверх на промежутке

а)  $(x_2; x_3)$ ; б)  $(x_1; 0)$ ; в)  $(x_1; x_3)$ ; г)  $(0; x_4)$ .

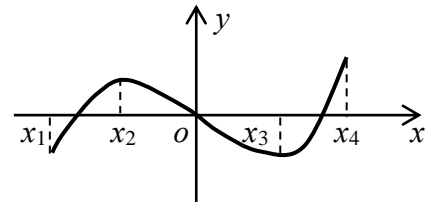


Рис. 4

**Часть 2. В заданиях 16–20 запишите ответ**

16. Приведите пример функции непрерывной, но не дифференцируемой в точке  $x=1$ .

17. Приведите пример функции, которая имеет в точке  $x_0$  экстремум, но не дифференцируема в ней.

18. Является ли функция  $y = \begin{cases} 2x+1, & x \leq 0, \\ -x^3, & x > 0 \end{cases}$  дифференцируемой в точке  $x_0=0$  ?

19. Найдите производную функции  $y = \ln^2 \sqrt{3x+4}$ .

20. Найдите значение  $y''(0)$  для функции  $y = e^{2x}$ .

**13. Контрольная работа по модулю 3.1. (4 семестр)**

Вычислить интегралы:

1.  $\int \ln(4x^2 + 1) dx$ .

2.  $\int \frac{dx}{x^3 + x^2 + 2x + 2}$ .

3.  $\int \frac{dx}{\cos x - 1}$ .

$$4. \int \frac{x + \sqrt{1+x}}{1 + \sqrt{1+x}} dx.$$

$$5. \int_{-1}^0 \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{\cos^2(x+1)} dx.$$

$$6. \int_0^1 x^2 \cdot e^{3x} dx.$$

#### **14. Вопросы к коллоквиуму по модулю 3.1. (4 семестр)**

1. Понятие первообразной, основные теоремы о первообразных. Примеры. Условие, при котором данная функция является первообразной некоторой функции на промежутке.
2. Неопределенный интеграл, его свойства.
3. Таблица основных интегралов.
4. Метод непосредственного интегрирования, примеры.
5. Метод замены переменной. Примеры.
6. Метод интегрирования по частям. Примеры.
7. Интегрирование рациональных функций, метод неопределенных коэффициентов.
8. Интегрирование некоторых тригонометрических функций.
9. Интегрирование некоторых иррациональных выражений.

#### **15. Контрольная работа по модулю 3.2. (4 семестр)**

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 2x + 3$ ,  $y = x^2 - 4x + 3$ .
2. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси  $OX$  криволинейной трапеции, ограниченной линиями:  $y = (x-1)^2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ ,  $y = 0$
3. Вычислить длину дуги кривой:
 
$$\begin{cases} x = 2(\cos t + t \sin t), \\ y = 2(\sin t - t \cos t). \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$
4. Найдите центр тяжести четверти окружности  $x^2 + y^2 = 4$ , расположенной в первой координатной четверти.
5. Найдите работу переменного тока, изменяющегося по формуле  $I = I_0 \sin \omega t$  за промежуток времени  $\left[0; \frac{2\pi}{\omega}\right]$ , если сопротивление цепи равно  $R$ .

### **16. Темы докладов по модулю 3.2. (4 семестр)**

1. Вычисление площадей в полярных координатах с помощью определенного интеграла.
2. Принцип Кавальери.
3. Кривизна плоской кривой.
4. Площадь поверхности вращения.
5. Теоремы Гульдина–Паппа.
6. Вычисление моментов инерции с помощью определенного интеграла.
7. Вычисление работы переменной силы с помощью определенного интеграла.

### **17. Вопросы к экзамену(4 семестр)**

1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
2. Интегральная сумма. Определенный интеграл как предел интегральных сумм.
3. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем значении.
4. Равномерная непрерывность функций. Теорема Кантора.
5. Необходимое условие существования определенного интеграла.
6. Суммы Дарбу, их свойства.
7. Необходимое и достаточное условие интегрируемости.
8. Классы интегрируемых функций.
9. Определенный интеграл с переменных верхним пределом.
10. Первообразная от непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница..
11. Несобственные интегралы первого и второго рода
12. Понятие квадратуемости плоской фигуры. Площадь квадратуемой фигуры.
13. Необходимое и достаточное условие квадратуемости плоской фигуры.
14. Квадратуемость криволинейной трапеции. Вычисление площади произвольной плоской фигуры.
15. Понятие кубатуемого тела. Объем кубатуемого тела.
16. Кубатуемость цилиндра.
17. Вычисление объемов тел по заданным поперечным сечениям.
18. Вычисление объемов тел вращения.
19. Понятие спрямляемости дуги и ее длины.
20. Достаточные условия спрямляемости дуги. Вычисление длины дуги.
21. Физические приложения определенного интеграла.

### **18. Контрольная работа по модулю 4.1. (5 семестр)**

1. Найти частные производные и дифференциал функции  $z = \frac{x^3 + y^2}{x} \cdot \arctg \frac{x}{y}$  в точке (1;1).
2. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $z = x^3 + y + 2x - 3y$  в точке (0;0;0).
3. Исследовать на экстремум функцию  $z = e^{x+2y}(x^2 - y^2)$ .
4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 - y^2 - 2xy + 2x + 6y$  в треугольнике, ограниченном осями координат и прямой  $x + y - 3 = 0$ .
5. Найти полное приращение и полный дифференциал функции  $f(x,y) = x^2y^2$  в точке (2,2), если  $\Delta x = 0,01$  и  $\Delta y = -0,02$ , сравнить их.

### **19 Контрольная работа по модулю 4.2. (5 семестр)**

1. Изменить порядок интегрирования и построить область интегрирования:

$$a) \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{\sqrt{2-x}} f(x, y) dy; \quad б) \int_1^2 dy \int_{\frac{1}{y}}^y f(x, y) dx.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \iint_D \sin(x+y) dx dy, \quad D: y=0, y=x, x+y=\frac{\pi}{2};$$

$$б) \int_L (xy - y^2) dx + xdy, \quad L: \text{дуга параболы } y = 2x^2 \text{ от } A(0;0) \text{ до } B(1;2).$$

3. С помощью формулы Грина преобразовать данный криволинейный

$$\text{интеграл к двойному (не вычислять): } \oint_L \frac{\ln x}{x} \cdot y^2 dx + (x^2 \ln y + \ln^2 x) dy.$$

4. Вычислить с помощью двойного интеграла объем тела, ограниченного

$$\text{поверхностями: } x + y = 6, y = \sqrt{3x}, z = 4y, z = 0.$$

5. Вычислить с помощью криволинейного интеграла площадь фигуры, лежащей в первой координатной четверти и ограниченной частью эллипса:

$$x = 3 \cos t, \quad y = 2 \sin t.$$

### **20. Вопросы к собеседованию(5 семестр)**

1. Понятие функции нескольких переменных. График функции двух переменных. Линии уровня.
2. Предел функции двух переменных.
3. Непрерывность функции двух переменных. Основные понятия и свойства.



4. Понятие дифференцируемой функции нескольких переменных. Необходимые условия дифференцируемости.
5. Достаточные условия дифференцируемости функции двух переменных
6. Понятие частных производных функции нескольких переменных. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных.
7. Дифференцирование сложных функций двух переменных.
8. Понятие дифференциала функции двух переменных, его геометрический смысл, инвариантность формы.
9. Частные производные высших порядков функции двух переменных. Условия равенства смешанных частных производных второго порядка.
10. Экстремумы функции двух переменных.
11. Задача об объеме цилиндрического тела.
12. Понятие о двойном интеграле, его геометрический смысл.
13. Условия существования и свойства двойного интеграла.
14. Вычисление двойных интегралов (случай прямоугольной и криволинейной области).
15. Понятие о тройных интегралах и их вычисление.
16. Криволинейные интегралы по координатам, свойства криволинейного интеграла.
17. Вычисление криволинейных интегралов.
18. Связь двойного и криволинейного интеграла. Формула Грина.

**21. Тест входного контроля по интегральному исчислению. (6 семестр)  
(ориентировочный вариант)**

1. Первообразной для функции  $y = \cos^2 x$  на множестве  $R$  является функция  
 А.  $y = \sin^2 x$       В.  $y = \sin 2x$       С.  $y = 7 + 2x + \sin 2x$       D.  $y = \frac{2x - 11 + \sin 2x}{4}$ .
2. Функция  $y = |x + 2|$  может быть первообразной некоторой функции в промежутке  
 А.  $[-3; 0]$ .      В.  $[-5; -1]$ .      С.  $[-1; 0]$ .      D.  $(-\infty; +\infty)$ .
3. Если  $J(x) = \int xe^x dx$ , то  $J(1) = 3$ , когда  $c$  равно  
 А. 3.      В. 0.      С. -3.      D. 1.
4. Если  $J(x) = \int \frac{dx}{\sqrt{x-1}}$ , то  $J(2) = 4$ , когда  $c$  равно  
 А. 3.      В.  $\frac{10}{3}$ .      С. 0.      D. 2.
5. Если  $J(x) = \int \cos^2 x dx$ , то  $J\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$ , когда  $c$  равно

- A.  $\frac{\pi}{4}$ .                      B. 0.                      C.  $\frac{\pi}{2}$ .                      D.  $-\frac{\pi}{4}$ .

6. В семействе интегральных кривых функции  $y = \frac{1}{\sin^2 x}$  через точку  $P\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$  проходит кривая

- A.  $y = \operatorname{tg} x$ .                      B.  $y = 1 - \frac{1}{\sin x}$                       C.  $y = 1 - \operatorname{ctg} x$ .                      D.  $y = -\operatorname{ctg} x$ .

7. Два тела начали движение по прямой одновременно в разных направлениях из одной точки. Скорость первого  $v_1(t) = 2t^2 - 3t + 1$ , скорость второго  $v_2(t) = 2t^2 + 5t - 3$  (скорость измеряется в м/с). Время, через которое тела будут от начальной точки на одинаковом расстоянии, равно

- A. 2 с.                      B. 4 с.                      C. 10 с.                      D. 1 с.

8. Не вычисляя интегралов, а исходя из условий интегрируемости, убеждаемся, что будет корректно поставить вопрос о вычислении интеграла  $\int_{-3}^3 f(x) dx$  для функции

- A.  $f(x) = \frac{1}{x}$                       B.  $f(x) = \operatorname{tg} x$                       C.  $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$                       D.  $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } -1 \leq x \leq 0, \\ \ln x, & \text{если } 0 < x \leq 3. \end{cases}$

9. Среднее значение функции  $y = -3x^2 + 4x$  на отрезке  $[0; 3]$  равно

- A. -3.                      B. -9.                      C. 3.                      D. 9.

10. Основываясь на геометрическом смысле определенного интеграла,

убеждаемся, что интеграл  $\int_{-5}^0 \sqrt{25 - x^2} dx$  равен

- A.  $\frac{25}{2}$  □.                      B.  $\frac{25}{4}$  □.                      C. 10 □.                      D. 5 □.

11. Площадь фигуры, ограниченной кривой  $y^2 = 3x$  и прямой  $x = 3$ , равна

- A. 3.                      B. 12.                      C. 6.                      D.  $\frac{8}{3}$ .

12. Фигура, описанная в задаче 11, вращается вокруг оси  $ox$ . Объем тела вращения равен

- A.  $27$  □.                      B. 54.                      C.  $\frac{9\sqrt{3}}{2}\pi$ .                      D.  $\frac{27}{2}\pi$ .

## **22. Контрольная работа по модулю 5.1 по теме “Числовые ряды” (6 семестр)**

1. Укажите, какие из рядов удовлетворяют необходимому признаку сходимости:

$$1) \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \dots; \quad 2) 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots; \quad 3) \frac{2}{1} + \frac{4}{3} + \frac{6}{5} + \frac{8}{7} + \dots; \quad 4) 1 + \frac{4}{5} + \frac{9}{10} + \frac{16}{17} + \dots$$

2. Укажите, какие из рядов заведомо расходятся:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{n^2}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{2}\right)^n.$$

3. Известно поведение последовательности частичных сумм  $\{S_n\}$  ряда. Укажите, в каких случаях ряд сходится:

$$4. 1) \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \ln 5; \quad 2) \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 0; \quad 3) \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \cos 5; \quad 4) \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \infty.$$

5. Укажите, в каких случаях ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится абсолютно:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ сходится}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \text{ сходится}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} -|a_n| \text{ сходится}.$$

### **23. Вопросы к коллоквиуму по модулю 5.1. (6 семестр)**

1. Понятие числового ряда, частичной суммы ряда, сходящихся и расходящихся рядов, суммы ряда.
2. Гармонический ряд. Геометрические ряды.
3. Свойства сходящихся рядов.
4. Понятие положительного ряда. Признаки сходимости положительных рядов: необходимый и достаточный, предельный признак сравнения, Даламбера, Коши. Переместительное свойство сходящихся рядов.
5. Понятие знакочередующегося ряда. Теорема Лейбница.
6. Понятие абсолютно сходящегося ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Достаточный признак абсолютной сходимости числового ряда.
7. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда, их сходимости и равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
8. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Теорема о существовании интервала сходимости. Радиус сходимости и область сходимости степенного ряда.
9. Абсолютная и равномерная сходимость степенного ряда в круге сходимости. Непрерывность суммы степенного ряда.
10. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
11. Задача разложения функции в степенной ряд. Единственность разложения.
12. Понятие ряда Тейлора. Необходимое условие разложения функции в ряд Тейлора. Необходимое и достаточное условие разложения функции в ряд Тейлора.

13. Разложение в ряд Тейлора (Маклорена) функций  $y = a^x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \ln(1+x)$ . Биномиальный ряд. Применение биномиального ряда к вычислению значений радикалов.
14. Вычисление определенных интегралов с помощью степенных рядов.

### **24. Контрольная работа по модулю 5.2 (6 семестр)**

1. Найдите область сходимости степенного ряда

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot x^{n+1}}{n}$

б)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\delta+5)^n \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{3^n}$ .

2. Разложите функцию в ряд Тейлора по степеням  $x - x_0$ :

а)  $f(x) = e^x$ ,  $x_0 = 3$ ;

б)  $f(x) = 2x \cdot \cos^2 \frac{x}{2} - x$        $x_0 = 0$ .

3. Вычислите приближенное значение  $\sin 1^\circ$ , взяв три первых члена разложения функции в ряд и оцените погрешность.

4. Вычислите  $\int_0^{0,1} e^{-6x^2} dx$  с точностью до 0,001.

### **25. Вопросы к коллоквиуму по модулю 5.2. (6 семестр)**

1. Понятие функциональной последовательности, ее сходимости и равномерной сходимости. Примеры. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей.
2. Понятие функционального ряда и его области сходимости. Примеры.
3. Равномерная сходимость функционального ряда. Необходимое и достаточное условие равномерной сходимости функциональной последовательности и функционального ряда.
4. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда.
5. Непрерывность суммы функционального ряда. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов. Примеры.
6. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Теорема о существовании радиуса сходимости степенного ряда; формулы для его вычисления. Область сходимости степенного ряда. Примеры.
7. Равномерная сходимость степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Примеры.
8. Единственность разложения функции в степенной ряд. Понятие ряда Тейлора.
9. Необходимый и достаточный признак сходимости ряда Тейлора.

10. Достаточный признак сходимости ряда Тейлора.
11. Разложение показательной, логарифмической и тригонометрических функций в ряд Тейлора.
12. Разложение степенной функции в ряд Тейлора.
13. Приближенные вычисления значений функций и интегралов с помощью степенных рядов. Примеры.
14. Понятие тригонометрического ряда. Ряд Фурье. Теорема о разложении функции в ряд Фурье на отрезке  $[-\pi; \pi]$ .
15. Сходимость ряда Фурье. Теорема Дирихле.
16. Разложение четной (нечетной) функции в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье функций на отрезке  $[0; \pi]$ . Разложение функций в ряд Фурье на отрезке  $[-l; l]$ .

## **26. Вопросы к экзамену**

1. Числовые ряды. Сходимость ряда. Понятие суммы ряда.
2. Необходимый признак сходимости. Свойства сходящихся рядов. Гармонический ряд. Геометрические ряды.
3. Критерий Коши сходимости числовой последовательности и числового ряда.
4. Понятие положительного числового ряда. Необходимый и достаточный признак сходимости положительного числового ряда.
5. Допредельный и предельный признаки сравнения рядов. Примеры.
6. Признаки Даламбера и Коши сходимости положительных рядов. Примеры.
7. Интегральный признак сходимости положительных рядов. Примеры.
8. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Примеры. Абсолютно сходящиеся ряды и их свойства. Признак абсолютной сходимости (Даламбера).
9. Переместительное свойство положительных сходящихся рядов. Переместительное свойство абсолютно сходящихся рядов. О перестановке членов неабсолютно сходящихся рядов. Умножение абсолютно сходящихся рядов.
10. Понятие функциональной последовательности, ее сходимости и равномерной сходимости. Примеры. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей.
11. Понятие функционального ряда и его области сходимости. Примеры.
12. Равномерная сходимость функционального ряда. Необходимое и достаточное условие равномерной сходимости функциональной последовательности и функционального ряда.
13. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда.
14. Непрерывность суммы функционального ряда. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов. Примеры.

15. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Теорема о существовании радиуса сходимости степенного ряда; формулы для его вычисления. Область сходимости степенного ряда. Примеры.
16. Равномерная сходимость степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Примеры.
17. Единственность разложения функции в степенной ряд. Понятие ряда Тейлора.
18. Необходимый и достаточный признак сходимости ряда Тейлора.
19. Достаточный признак сходимости ряда Тейлора.
20. Разложение показательной, логарифмической и тригонометрических функций в ряд Тейлора.
21. Разложение степенной функции в ряд Тейлора.
22. Приближенные вычисления значений функций и интегралов с помощью степенных рядов. Примеры.
23. Понятие тригонометрического ряда. Ряд Фурье. Теорема о разложении функции в ряд Фурье на отрезке  $[-\pi; \pi]$ .
24. Сходимость ряда Фурье. Теорема Дирихле.
25. Разложение четной (нечетной) функции в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье функций на отрезке  $[0; \pi]$ . Разложение функций в ряд Фурье на отрезке  $[-l; l]$ .



## Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочую программу дисциплины  
на 2020/2021 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

1. Обновлено титульные листы рабочей программы, фонда оценочных средств в связи с изменением ведомственной принадлежности университета – Министерства просвещения Российской Федерации.

2. Обновлено и согласована с Научной библиотекой КГПУ им. В.П. Астафьева «Карта литературного обеспечения (включая электронные ресурсы)», содержащая основную и дополнительную литературу, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

3. Обновлено «Карта материально-технической базы дисциплины», включающая аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы обучающихся в КГПУ им. В.П. Астафьева) и комплекс лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения.

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
13 мая 2020 г., протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Шкерина Людмила Васильевна



Одобрено НМС ИМФИ

20 мая 2020 г., протокол № 8

Председатель

Бортновский Сергей Витальевич





## Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2021/2022 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

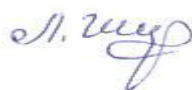
1. Обновлено титульные листы рабочей программы и фонда оценочных средств
2. Обновлено и согласована с Научной библиотекой КГПУ им. В.П. Астафьева «Карта литературного обеспечения (включая электронные ресурсы)», содержащая основную и дополнительную литературу, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
12 мая 2021 г., протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Шкерина Людмила Васильевна



Одобрено НМС ИМФИ  
21 мая 2021 г., протокол №7

Председатель

Бортновский Сергей Витальевич



Дополнения и изменения в рабочей программе практики на 2022/2023 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

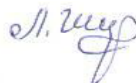
1. Обновлено титульные листы рабочей программы и фонда оценочных средств
2. Обновлено и согласована с Научной библиотекой КГПУ им. В.П. Астафьева «Карта литературного обеспечения (включая электронные ресурсы)», содержащая основную и дополнительную литературу, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
04 мая 2022 г., протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Шкерина Людмила Васильевна



Одобрено НМС ИМФИ  
12 мая 2022 г., протокол №8

Председатель

Бортновский Сергей Витальевич



Дополнения и изменения в рабочую программу дисциплины  
на 2023/2024 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

1. Обновлена и согласована с Научной библиотекой КГПУ им. В.П. Астафьева «Карта литературного обеспечения (включая электронные ресурсы)», содержащая основную и дополнительную литературу, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

2. Обновлен ФОС.

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
03 мая 2023 г., протокол № 9

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Шашкина Мария Борисовна



Одобрено НМС ИМФИ

17 мая 2023 г., протокол №8

Председатель

Аёшина Екатерина Андреевна



### 3. Учебные ресурсы

#### 3.1. Карта литературного обеспечения дисциплины

Наименование	Место хранения/ электронный адрес	Кол-во экземпляров/точек доступа
<b>ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА</b>		
Фихтенгольц, Г. М.. Основы математического анализа: учебник. Ч. 1/ Г. М. Фихтенгольц. - 8-е изд., стер. - СПб.: Лань, 2006. - 448 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	148
Бохан, К.А.. Курс математического анализа: Учеб. пособие для студ.-заочников физико-математических фак-ов пед. институтов. Т. 1/ К.А. Бохан, И.А. Егорова, К.В. Лашенков. - Мн.: Интеграл, 2004. - 435 с	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	48
Курс высшей математики. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление: лекции и практикум/ ред. И. М. Петрушко. - 4-е изд., стер.. - СПб.; М.: Лань, 2009. - 288 с.: ил..	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	48
Орловский, Д. Г.. Неопределенный интеграл. Практикум: учебное пособие/ Д. Г. Орловский. - СПб.: Лань, 2006. - 432 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	90
Воробьев, Н. Н. Теория рядов: учебное пособие/ Н. Н. Воробьев. - 6-е изд., стер.. - СПб.: Лань, 2003. - 308 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	30
Виленкин, Н. Я. Математический анализ. Мощность. Метрика. Интеграл: учебное пособие для студентов-заочников IV курса физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Н. Я. Виленкин, М. Б. Балк, В. А. Петров. - М.: Просвещение, 1980. - 143 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	201
Журавлева Н. А. "Освоение основных понятий математического анализа посредством решения задач на доказательство". г. Красноярск, 2018. 149с. [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://elib.kspu.ru/document/29466">http://elib.kspu.ru/document/29466</a>	ЭБС КГПУ им. В.П. Астафьева	Индивидуальный неограниченный доступ
<b>ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА</b>		
Белова, Т.И. Вычисление неопределенных интегралов.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	30

Обыкновенные дифференциальные уравнения: Учеб. пособие; компьютерный курс/ Т. И. Белова, А. А. Грешилов, И. В. Дубоград; ред. А. А. Грешилова. - М.: Логос, 2004. - 184 с.: ил.		
Виленкин, Н. Я. Математический анализ. Введение в анализ: учебное пособие для студентов-заочников I курса физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Н. Я. Виленкин, А. Г. Мордкович. - М.: ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1983. - 191 с.: ил	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	95
Давыдов, Н. А. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Н. А. Давыдов, П. П. Коровкин, В. Н. Никольский. - 4-е изд., доп.. - М.: ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1973. - 256 с	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	246
Задачник по курсу математического анализа: учебное пособие для студентов заочных отделений физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч. I/ Н. Я. Виленкин, К. А. Бохан, И. А. Марон, И. В. Матвеев и др.; Ред. Н. Я. Виленина. - М.: ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1971. - 350 с	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	121
Ильин, В.А. Математический анализ: учебник для студентов вузов/ В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов; Ред. А. Н. Тихонова. - М.: Наука, 1979.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	187
<b>УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ</b>		
Шкерина, Людмила Васильевна. Математический анализ : индивидуальные домашние задания для студентов I курса [Текст] : сборник задач / Л. В. Шкерина, Е. Н. Михалкин. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2010. - 160 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	85
Лабораторные работы по введению в анализ с использованием компьютера: Метод. разработка/ Сост. Н.А. Журавлева, М.Ш. Якименко. - Красноярск: КГПУ им. В. П. Астафьева, 2005. - 68 с	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	134
Мордкович, А. Г. Сборник задач по введению в анализ и дифференциальному исчислению функций одной переменной: учебное пособие для студентов-заочников I	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	144



### 3.2. Карта материально-технической базы дисциплины

Аудитория	Оборудование
<b>для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации</b>	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-10	Проектор-1 шт., учебная доска-2шт., компьютер -1 шт Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-11а	Маркерная доска-1шт., компьютер-7шт., доска учебная-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-06	Компьютер с выходом в интернет – 9шт., проектор – 1шт., наглядные пособия (стенды), маркерная доска – 1шт. с устройством для интерактивной доски, доска маркерная – 1шт Альт Образование 8 (лицензия № ААО.0006.00, договор № ДС 14-2017 от 27.12.2017
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-11	Учебная доска-1шт., проектор-1шт., компьютер-1шт., маркерная доска-1шт., демонстрационный стол-1шт Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-19	Маркерная доска-2шт., интерактивная доска-1шт., проектор-1шт., ноутбук-10шт., телевизор- 1шт., компьютер- 2шт., МФУ-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-02	Компьютер- 1шт., интерактивная доска - 1 шт., система видеоконференцсвязи Policom – 1 шт. (без сети), учебная доска-1шт Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-11	Учебная доска-1шт., экран-1шт., проектор-1шт., компьютер-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-12	Компьютер с выходом в интернет-10шт, учебная доска-1 шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-13, 3-14	Компьютер-15шт., принтер-1шт., маркерная доска-1шт., проектор-1шт., интерактивная доска-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-15	Проектор-1шт., компьютер-12шт., маркерная доска-1шт., интерактивная доска-1шт. Microsoft® Windows® 8.1 Professional (OEM лицензия, контракт № 20А/2015 от 05.10.2015); Kaspersky Endpoint Security – Лиц сертификат №1В08-190415-050007-883-951; 7-Zip - (Свободная лицензия GPL); Adobe Acrobat Reader – (Свободная лицензия); Google Chrome – (Свободная лицензия); Mozilla Firefox – (Свободная лицензия); LibreOffice – (Свободная лицензия GPL); XnView – (Свободная лицензия);

	Java – (Свободная лицензия); VLC – (Свободная лицензия); Живая математика 5.0 (Контракт НКС-ДБ-294/15 от 21.09.2015, лицензия № 201515111); GeoGebra (Свободно распространяемая в некоммерческих (учебных) целях лицензия)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 4-01	Учебная доска-1шт., библиотека
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 4-02	Компьютер -1шт., проектор-1шт., интерактивная доска-1шт., маркерная доска-1шт., учебная доска-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 4-11	Учебная доска-1шт.
<b>для самостоятельной работы</b>	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд.1-01 Отраслевая библиотека	Копир-1шт
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-02 Читальный зал	Компьютер-10шт., принтер-1шт Альт Образование 8 (лицензия № ААО.0006.00, договор № ДС 14-2017 от 27.12.2017