МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Кафедра-разработчик

Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ГЕОМЕТРИИ

Направление подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) образовательной программы
Математика и информатика

Квалификация (степень) выпускника:
Бакалавр
Форма обучения: *очная*

Красноярск 2023

Рабочая программа дисциплины составлена доктором педагогических наук, профессором В.Р.Майером

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании выпускающей кафедры математики и методики обучения математике
протокол № 8 от 13 мая 2020 г.

Заведующий кафедрой ______________ ___ Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом специальности института математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева
20 мая _ 2020 г. Протокол № 8

Председатель НМС ИМФИ ___________________________ С.В. Бортновский

Рабочая программа дисциплины актуализирована на заседании выпускающей кафедры математики и методики обучения математике
протокол № 8 от 12 мая 2021 г.

Заведующий кафедрой ______________ ___ Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом специальности института математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева
21 мая _ 2021 г. Протокол № 7

Председатель НМС ИМФИ___________________________ С.В. Бортновский

Рабочая программа дисциплины актуализирована на заседании выпускающей кафедры математики и методики обучения математике
протокол № 8 от 04 мая 2022 г.

Заведующий кафедрой ______________ ___ Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом специальности института математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева
12 мая _ 2022 г. Протокол № 8

Председатель НМС ИМФИ___________________________ С.В. Бортновский

Рабочая программа дисциплины обсуждена и актуализирована на заседании выпускающей кафедры математики и методики обучения математике от 03 мая 2023г., протокол № 9.

Внесённые изменения утверждаю:
И.о. заведующего кафедрой ________________ М.Б. Шашкина

Одобрено научно-методическим советом специальности (направления подготовки) института математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева
17 мая _ 2023г. Протокол №8

Председатель НМСС (Н)____________________Е.А. Аёшина

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочую программу дисциплины
на 2021/2022 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

Усилена практическая направленность изучения дисциплины за счёт увеличения числа заданий практической направленности, выполняемых с использованием программной среды Живая математика.

Разработаны и добавлены новые собственные инструменты пользователя программной среды Живая математика, позволяющие выполнять задания практической направленности в цифровом формате.

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
12 мая 2021г., протокол № 8.

Внесённые изменения утверждаю:
Заведующий кафедрой _____________ ___ Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом института математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева
21 мая _ 2021г. Протокол №7

Председатель НМС ИМФИ_________________________С.В. Бортновский

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочую программу дисциплины
на 2022/2023 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

1. На титульном листе Рабочей программы дисциплины обновлён год.
2. Обновлена и согласована с Научной библиотекой КГПУ им. В.П. Астафьева «Карта литературного обеспечения преддипломной практики (включая электронные ресурсы)», содержащая основную и дополнительную литературу, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
04 мая 2022г., протокол № 8.

Внесённые изменения утверждаю:
Заведующий кафедрой ______________ ___ Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом института математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева
12 мая _ 2022г., протокол №8

Председатель НМС ИМФИ__________________________С.В. Бортновский

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочую программу дисциплины на 2023/2024 учебный год.

В программу вносятся следующие изменения:

1. Обновлена и согласована с Научной библиотекой КГПУ им. В.П. Астафьева «Карта литературного обеспечения преддипломной практики (включая электронные ресурсы)», содержащая основную и дополнительную литературу, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы
2. Обновлён год на титульном листе программы

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
03 мая 2023г., протокол № 9.

Внесённые изменения утверждаю:
И.о. заведующего кафедрой ___________ ____ М.Б. Шашкина

Одобрено научно-методическим советом специальности (направления подготовки) института математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева
17 мая _ 2023г. Протокол №8

Председатель НМСС (Н)______________________Е.А. Аёшина

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1.Место дисциплины в структуре образовательной программы

Рабочая программа по дисциплине «Дополнительные главы геометрии» составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (далее ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили «Математика и информатика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 09 февраля 2016 г. № 91, соответствующими изменениями и дополнениями в ФГОС ВО 3++, и профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 октября 2013 г. №544н.; нормативно-правовыми документами, регламентирующими образовательный процесс в КГПУ им. В.П. Астафьева по направленности (профилю) образовательной программы Математика, очной формы обучения в институте математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева с присвоением квалификации бакалавр. Данная дисциплина Б1.ВД.01.ДВ.01.02 «Дополнительные главы геометрии» включена в список дисциплин по выбору раздела «Часть, формируемая участниками образовательных отношений» блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана по очной форме обучения в 7 семестре (4 курс).

1.2. Общая трудоемкость дисциплины

Общий объем времени, отводимый на изучение дисциплины – 2 зачётных единицы или 72 часа. На контактную работу отводится 42,25 часа (12 часов лекций, 30 часов лабораторных занятий, 0,25 часа на приём зачёта), на самостоятельную работу – 29,75 часа, форма контроля знаний – зачёт.

Предусмотрено построение индивидуальных планов, (виды и темы заданий, сроки представления результатов, самостоятельной работы студента в пределах трудоёмкости дисциплины).

Предполагается следующая работа студентов над освоением курса:
- освоение основных теоретических положений дисциплины;
- решение задач прикладной и исследовательской направленности;
- работа с литературой и первоисточниками;
- подготовка докладов и сообщений;
- практика создания GSP файлов в среде Живая математика;
- разработка компьютерного сопровождения отдельных тем курса.

1.3. Цель и задачи освоения дисциплины.

Главная **цель** освоения дисциплины – формирование у обучающихся управленческих компетенций в ходе изучения важнейших теоретических положений дисциплины «Дополнительные главы геометрии», имеющих приложения к понимаемому в широком смысле школьному курсу геометрии.

Основные задачи дисциплины:

- дать современное базовое теоретическое обоснование обязательных разделов курса, необходимых для формирования компетенций обучаемого;

- сформировать навыки активного применения информационных технологий и теоретических основ неевклидовых геометрий к решению математических и прикладных задач, в первую очередь задач школьного курса геометрии;
- ознакомить с основными концепциями и направлениями развития геометрии с целью последующей успешной адаптации к возможным изменениям формы и содержания действующих стандартов образования.
- сформировать уровень математической культуры, достаточный для осознанной ориентации в многообразии учебной литературы по школьному курсу геометрии;
- дать теоретические положения дополнительных разделов геометрических курсов, входящих в программы классов естественнонаучного профиля, элективных курсов и математических кружков.

Достижение цели и задач изучения дисциплины обеспечивается так же решением целого ряда **вспомогательных задач**, таких как:

- установление междисциплинарных связей с курсами информатики, геометрии и алгебры;
- использование современных образовательных технологий;
- формирование системы предметных знаний и умений;
- овладение методикой применения информационных технологий при обучении математике;
- активизация самостоятельной деятельности, включение в исследовательскую работу.

1.4. Основные модули и темы дисциплины

1. Обоснование евклидовой геометрии.

Разделы модуля: 1) Общие вопросы аксиоматики, «Начала» Евклида. 2) Система аксиом Гильберта евклидовой геометрии.

2. Геометрия Лобачевского. Обоснования геометрий по Вейлю.

Разделы модуля: 1) Планиметрия Лобачевского. 2) Непротиворечивость геометрии Лобачевского.

Темы дисциплины: Аксиоматический метод. «Начала» Евклида. Система аксиом Гильберта евклидовой геометрии. Геометрия Лобачевского, непротиворечивость геометрии Лобачевского. Векторное обоснование евклидовой геометрии. Система аксиом Вейля, основные факты, непротиворечивость. Многомерные пространства в схеме Вейля. Арифметическая модель системы аксиом Вейля.

1.5. Планируемые результаты обучения.

В результате изучения дисциплины «Дополнительные главы геометрии» и решения отмеченных выше задач, обучающийся должен:

знать:

- Постулаты, основные аксиомы и простейшие следствия системы аксиом Евклида;
- основные аксиомы и группы аксиом Д. Гильберта евклидовой геометрии, простейшие следствия аксиоматики Д. Гильберта;
- требования к системам аксиом;

- аксиоматический метод построения геометрии;
- систему аксиом планиметрии Лобачевского;
- простейшие следствия планиметрии Лобачевского;
- векторное обоснование евклидовой геометрии в схеме Вейля;

уметь:

- обосновывать непротиворечивость аксиоматической теории;
- обосновывать независимость аксиоматической теории;
- обосновывать полноту аксиоматической теории;
- выводить простейшие следствия системы аксиом Евклида;
- выводить простейшие следствия системы аксиом Лобачевского;
- доказывать непротиворечивость планиметрии Лобачевского;

владеть:

- навыками обоснования утверждений, эквивалентных пятому постулату
- навыками вывода простейших утверждений элементарной геометрии из аксиом, используемых в соответствующем школьном учебнике;
- навыками использования фактов планиметрии Лобачевского при решении задач элементарной геометрии;

Изучение дисциплины «Дополнительные главы геометрии» и решение отмеченных выше задач направлено на формирование следующих ***компетенций***:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.
УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

1.6. Контроль результатов освоения дисциплины.

- текущий контроль: проводится с целью реализации обратной связи, организации самостоятельной работы и текущей проверки усвоения модуля дисциплины. Методы контроля успеваемости: выполнение практических и лабораторных работ, посещение лекций, написание рефератов. Форма контроля: подготовка проектов, составление конспектов, презентаций, программ компьютерного сопровождения тем курса, их анализ;

- рубежный контроль: проводится между модулями с целью определения уровня освоения изученного материала через разработку и защиту проектов.

- итоговый контроль: зачёт и представление портфолио проводятся с целью оценки уровня овладения компетенциями в соответствии с ФГОС ВО.

Оценочные средства результатов освоения дисциплины, критерии оценки выполнения заданий представлены в разделе «Фонд оценочных средств по дисциплине».

1.7. Перечень образовательных технологий, используемых при освоении дисциплины.

1. Современное традиционное обучение (лекционно-семинарская-зачетная система) с использованием системы динамической математики.

2. Педагогические технологии на основе активизации и интенсификации деятельности обучащихся (активные методы обучения):

а) проблемное обучение;

б) технология проектного обучения;

в) интерактивные технологии;

г) информационные технологии.

3. Педагогические технологии на основе эффективности управления и организации учебного процесса:

а) технологии уровневой дифференциации;

б) технология дифференцированного обучения;

в) технологии индивидуализации обучения.

5. Педагогические технологии на основе дидактического усовершенствования и реконструирования материала:

а) технологии модульного обучения.

2. Организационно-методические документы

2.1. Технологическая карта освоения дисциплины «Дополнительные главы геометрии» для обучающихся образовательной программы

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование,
Направленность (профили) образовательной программы
«Математика и информатика»

по очной форме обучения
(общая трудоемкость 2 з.е.)

Модули. Наименование тем дисциплины	Всего часов / з.е	Аудиторных часов				Самост. работа	Формы и методы контроля
		всего	лекций	лабор-х работ	прак-тическ		
МОДУЛЬ 1. ОБОСНОВАНИЕ ЕВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИИ	**36 / 1**	**18**	**4**	**14**		**18**	
1.1. О логическом построении геометрии. Требования к системе аксиом: непротиворечивость, независимость, полнота	7	3	1	2		4	Тестирование
1.2. Попытка аксиоматического построения геометрии в Началах Евклида. Аксиомы и постулаты, простейшие следствия. Проблема пятого постулата.	9	5	1	4		4	Самостоятельная работа
1.3. Развитие аксиоматического метода. Система аксиом Гильберта евклидовой геометрии. Аксиомы соединения и порядка, следствия.	9	5	1	4		4	
1.4. Аксиомы конгруэнтности и непрерывности. Абсолютная геометрия, теоремы о сумме углов треугольника. Аксиома параллельности.	11	5	1	4		6	Контрольная работа
ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ							Зачетное собеседование
МОДУЛЬ 2. ГЕОМЕТРИЯ ЛОБАЧЕВСКОГО	**36 / 1**	**24**	**8**	**16**		**12**	
2.1. Планиметрия Лобачевского. Аксиома Лобачевского, первые следствия. Свойства параллельных и сверхпараллельных прямых.	8	6	2	4		2	
2.2. Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского. Эквидистанта и орицикл.	10	6	2	4		4	Самостоятельная работа
2.3. Непротиворечивость системы аксиом Лобачевского. Модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского. Измерение отрезков и углов на модели Кели-Клейна. Угол параллельности.	8	6	2	4		2	
2.4. Система аксиом Вейля аффинного и евклидова пространства, простейшие следствия.	10	6	2	4		4	Контрольная работа
ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ							
Итого	**72 /2**	**40**	**20**		**20**	**32**	**зачёт**

2.2. Содержание основных разделов и тем дисциплины «Дополнительные главы геометрии»

Геометрия – одна из основных дисциплин школьной программы. Ее особенностью является уникальное сочетание наглядности и логической последовательности построения математической теории. Никакая другая из изучаемых в школе дисциплин естественнонаучного цикла не обладает такими возможностями и не предъявляет к учащимся столь строгих требований. Этим объясняется значение геометрии в формировании мышления школьников и определяется место настоящего курса в основной образовательной программе подготовки учителя математики.

Курс дополнительные главы геометрии в педагогическом университете должен обеспечить развитие у будущего преподавателя достаточно широкого взгляда на геометрию и вооружить его конкретными знаниями, дающими ему возможность преподавать геометрию в средней школе и квалифицированно вести элективные курсы по геометрии. При составлении настоящей программы учитывалось, что достижению этой цели, помимо курса геометрии, должны служить дисциплины по выбору, а также курс истории математики.

В структуре изучаемого курса выделены два модуля: модуль1 – обоснование евклидовой геометрии, модуль 2 – геометрия Лобачевского.

При изучении *модулей курса* особое внимание уделяется ликвидации пробелов в знаниях студентов по школьному курсу геометрии, в первую очередь в аксиоматическом обосновании школьного курса геометрии. Одна из задач модулей – систематизировать и углубить представления студентов о логическом построении курса, об основных геометрических фактах, изучаемых в школе, пополнить знания будущих учителей математики новыми фактами и методами, которые в школе не рассматриваются.

Модуль 1 посвящён обоснованию евклидовой геометрии на основе системы аксиом Д.Гильберта.

Задачи модуля:

1) сформировать у студентов полное представление об аксиоматическом построении любой теории, в частности геометрии;

2) познакомить студентов с требованиями, которые предъявляются системам аксиом математических теорий вообще и геометрических в частности;

3) на примере системы аксиом Д.Гильберта продемонстрировать проверку требований к системе аксиом.

Модуль 2 посвящен изучению неевклидовой геометрии, к которой относится геометрия Лобачевского, доказательству ее непротиворечивости, приоритетное внимание уделяется тем его темам и разделам, которые имеют непосредственное отношение к школьному курсу геометрии.

Задачи модуля:

1) сформировать у студентов полное представление о системе аксиом, которые лежат в основе построения планиметрии Лобачевского, непосредственно об аксиоме Лобачевского, об аксиомах абсолютной геометрии;

2) познакомить студентов с простейшими следствиями системы аксиом планиметрии Лобачевского;

3) построить модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского, используя эту модель решить несколько задач элементарной геометрии;

4) познакомить студентов с векторным методом построения геометрии.

Во всех модулях курса активно используются такие системы динамической геометрии (СДГ) как «Живая геометрия» и «Живая математика» (русскоязычные версии американской программной среды «The Geometer's Sketchpad). Причем СДГ применяются не только для обучения основаниям геометрии и формирования у будущего учителя математика общекультурных и профессиональных компетенций, но и используются как средство, позволяющее студенту в будущем формировать у школьников менталитет математика-экспериментатора и математика-исследователя.

Приведем краткое содержание дисциплины «Дополнительные главы геометрия» по каждому модулю.

Модуль 1. Обоснование евклидовой геометрии

О логическом построении геометрии. Требования к системе аксиом: непротиворечивость, независимость, полнота.

Попытка аксиоматического построения геометрии в Началах Евклида. Аксиомы и постулаты, простейшие следствия. Проблема пятого постулата.

Развитие аксиоматического метода. Система аксиом Гильберта евклидовой геометрии. Аксиомы соединения и порядка, следствия.

Аксиомы конгруэнтности и непрерывности. Абсолютная геометрия, теоремы о сумме углов треугольника. Аксиома параллельности.

Модуль 2. Геометрия Лобачевского.

Геометрия Лобачевского. Аксиома Лобачевского, первые следствия. Свойства параллельных и сверхпараллельных прямых.

Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского. Эквидистанта и орицикл.

Непротиворечивость системы аксиом Лобачевского. Модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского. Измерение отрезков и углов на модели Кели-Клейна. Угол параллельности.

Система аксиом Вейля аффинного и евклидова пространства, простейшие следствия.

2.3. Методические и предметные рекомендации по освоению дисциплины.

Сформулируем основные рекомендации по освоению некоторых тем дисциплины (после названия темы в скобках указаны страницы учебного пособия [1] С.А. Анищенко «Лекции по геометрии», часть 3), где эта тема изложена подробно:

Тема 1: Аксиоматический метод построения теории. Модель системы аксиом. Непротиворечивость. Критерий непротиворечивости (стр. 4-5).

Опр1. Говорят, что теория T построена на основе *аксиоматического метода*, если: 1) Перечислены (без определения) *основные понятия* теории T (например, точка, прямая, плоскость, принадлежность и т.д. в случае, когда T – евклидово пространство). 2) Сформулированы *аксиомы* $A_1, A_2, \ldots, A_n$, обозначим их $\sum$, в которых сообщены некоторые свойства основных понятий необходимые для построения теории T. 3) *Все понятия* теории T, не являющиеся основными, определенны через основные или понятия ранее определенные (например, треугольник, окружность, куб и т.д.). 4) *Все предложения* (утверждения, теоремы), не являющиеся аксиомами, доказаны на основе аксиом и ранее доказанных предложений (например, теорема Пифагора и т.д.).

Опр2. Говорят, что на базе некоторой теории T_0 построена *модель M системы аксиом* $\sum =\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ теории T, если в теории T_0 удалось придать конкретный смысл основным понятиям теории T так, что все аксиомы $\sum$ оказались выполненными.

Пример. Связка прямых и плоскостей евклидова пространства является моделью проективной плоскости: точка модели – прямая связки, прямая модели – плоскость связки.

Опр3. Система аксиом $\sum$, состоящая из аксиом $A_1, A_2, \ldots, A_n$, *непротиворечива*, если из этой системы аксиом нельзя вывести два противоречащих друг другу утверждения.

Критерий непротиворечивости. Система аксиом $\sum$ непротиворечива, если существует модель этой системы, построенная на базе некоторой непротиворечивой теории T_0.

Доказательство. Если предположить противное, то в теории T_0, на базе которой построена модель M, можно вывести два противоречащих друг другу утверждения.

Тема 2: Независимость системы аксиом. Критерий независимости, доказательство (стр. 4)**.**

Опр1. Система аксиом называется *независимой,* если ни одну из аксиом этой системы нельзя вывести из остальных аксиом как теорему.

Пример: Аксиомы инцидентности P_1, P_2 и размерности P_3 проективной плоскости.

Критерий независимости. Система аксиом независима, если для любой её аксиомы новая система, полученная заменой в данной системе этой аксиомы на её логическое отрицание, будет непротиворечивой.

Доказательство. Рассмотрим произвольную аксиому A_i. Новую систему аксиом полученную из системы $\sum$ заменой аксиомы A_i на её логическое отрицание $\overline{A_i}$ обозначим через $\sum_i = \{A_1, A_2, .., A_{i-1}, \overline{A_i}, A_{i+1},.., A_n\}$. Предположим противное, т.е. пусть A_i выводима из остальных аксиом $\sum$ как теорема. В этом случае из аксиом $\sum_i$ можно вывести как аксиому A_i (ведь аксиомы $\{A_1, A_2, \ldots, A_{i-1}, A_{i+1},.. A_n\}$, из которых по нашему предположению можно вывести A_i, содержатся в $\sum_i$), так и её отрицание (аксиома $\overline{A_i}$ просто находится в списке аксиом $\sum_i$). Это противоречит непротиворечивости $\sum_i$.

Тема 3: Полнота системы аксиом. Критерий полноты, доказательство критерия (стр. 5).

Опр1. Две модели называются *изоморфными*, если между её одноимёнными объектами установлены взаимнооднозначные соответствия, сохраняющие соответствующие отношения.

Опр2. Система аксиом $\sum$ называется *полной*, если к ней нельзя добавить ни одной аксиомы, которая:

в объединении с $\sum$ даёт непротиворечивую систему аксиом;

независима от аксиом $\sum$, т.е. ее нельзя вывести как теорему из аксиом системы $\sum$.

Критерий полноты. Система аксиом $\sum$ полная, если все её модели изоморфны.

Доказательство. Предположим, что все модели системы аксиом $\sum$ изоморфны, но $\sum$ не является полной. Тогда существует аксиома А, для которой выполняются 1) и 2). Из 1) следует, что для $\sum$ в объединении с А существует модель M_1. Из 2) и из критерия независимости аксиомы А от $\sum$ следует, что для системы аксиом, представляющей собой объединение $\sum$ и логического отрицания А, существует модель M_2. Очевидно, что эти две модели являются моделями системы аксиом $\sum$, так как $\sum$ является частью обеих объединённых систем аксиом. Но эти модели очевидно не изоморфны, так как в модели M_1 выполняется аксиома А, а в модели M_2 - логическое отрицание А. Полученное противоречие завершает доказательство критерия.

Тема 4: «Начала» Евклида. Аксиоматический метод в «Началах». Терема о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника (стр. 5-12).

Перечислить некоторые определения, с которых начинается каждая из 13 книг (точка, линия, концы линии, прямая, поверхность, концы поверхности, плоская поверхность, плоский угол, прямолинейный угол, прямой угол и т.д.). *Перечислить постулаты и некоторые аксиомы* (постулаты: единственная прямая через две точки, ограниченную прямую можно продолжить непрерывно, можно построить окружность всяким радиусом, все прямые углы равны; если прямая, падающая на две прямые, образует внутренние и по одну сторону углы, меньшие двух прямых, то продолженные эти две прямые неограниченно встретятся с той стороны, где углы меньше двух прямых).

Доказать теорему о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника.

Тема 5: Аксиомы соединения (принадлежности) Д. Гильберта. Теорема о том, что каждая плоскость содержит, по крайней мере, три неколлинеарные точки (стр. 13-15)**.**

Сформулировать 8 аксиом соединения системы аксиом Д. Гильберта (1. Для любых двух точек существует прямая, содержащая каждую из них; 2. Для любых двух точек существует не более одной прямой, содержащей их; 3. На любой прямой существуют, по крайней мере, две точки. Существуют, по крайней мере, три неколлинеарные точки; 4. Для любых трёх неколлинеарных точек существует плоскость, содержащая их. Для любой плоскости существует принадлежащая ей точка; 5. Для любых трёх неколлинеарных точек существует не более одной плоскости, содержащей их; 6. Если две точки прямой лежат в плоскости, то и все точки прямой лежат в этой плоскости; 7. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют по крайней мере ещё одну общую точку; 8. Существуют по крайней мере четыре точки, не лежащие в одной плоскости). Обосновать непротиворечивость группы аксиом соединения.

Доказать теорему о том, что каждой плоскости принадлежит по крайней мере три неколлинеарные точки.

Тема 6:**Аксиомы порядка Д. Гильберта. Теорема о том, что прямая не может пересекать три стороны треугольника во внутренних точках сторон** (стр. 15-18).

Сформулировать 4 аксиомы порядка (1. Если точка B лежит между точками A и C, то эти точки – три различные точки прямой, причём B лежит между C и A; 2. Для любых двух точек A и B на прямой AB существует по крайней мере одна точка C такая, что точка B лежит между A и C; 3. Среди любых трёх точек прямой существует не более одной точки, лежащей между двумя другими; 4. Если прямая лежит в плоскости треугольника, не проходит через его вершины и пересекает одну из его сторон, то она пересекает ещё одну его сторону).

Доказать теорему о том, что прямая не может пересекать три стороны треугольника во внутренних точках сторон.

Тема 7: **Аксиомы конгруэнтности и непрерывности Д. Гильберта. Доказательство первого признака равенства треугольников. Теоремы Лежандра (формулировки).** (стр. 20-27).

*Сформулировать 5 аксиом конгруэнтности (*1. На любом луче от его начала можно отложить отрезок, равный данному; 2. Если два отрезка равны третьему, то первый равен второму; 3. Пусть AB и BC – два отрезка одной прямой, не имеющие общих внутренних точек, DE и EF два отрезка одной прямой, также не имеющие общих внутренних точек. Если при этом AB=DE и BC=EF, то AC=DF; 4. В заданную полуплоскость относительно прямой, содержащей заданный луч, можно отложить и притом единственный угол равный данному; 5. Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то и вторая пара соответсвенных углов треугольника равны между собой).

*Доказать теорему (*первый признак равенства треугольников, стр. 20).

Сформулировать 2 аксиомы непрерывности (1. Для любых двух отрезков можно столько раз отложить один из них, что получится отрезок, превышающий второй; 2. Если имеется бесконечная последовательность вложенных друг в друга стягивающихся отрезков, то существует точка, лежащая внутри всех отрезков последовательности).

Сформулировать теоремы Лежандра (Первая: сумма внутренних углов любого треугольника не превышает двух прямых углов. Вторая: Если сумма внутренних углов одного треугольника равна двум прямым, то сумма внутренних углов любого другого треугольника равна двум прямым).

Тема 8: <u>Аксиома параллельности системы аксиом Д. Гильберта. Теорема об эквивалентности аксиомы параллельности и пятого постулата</u>**.** (стр. 29-30).

Сформулировать аксиому параллельности (Даны прямая и не принадлежащая ей точка. В плоскости, определяемой этой точкой и прямой, существует не более одной прямой, проходящей через эту точку и параллельной данной прямой).

Доказать лемму о том, что если две параллельные прямые пересечены третьей прямой, то соответствующие углы равны.

Опр.: Два утверждения A и B называются *эквивалентными* относительно некоторой системы аксиом, если из этой системы аксиом и A можно вывести B и, наоборот, из этой системы аксиом и B можно вывести A.

Доказать теорему о том, аксиома параллельности и пятый постулат эквивалентны относительно аксиом абсолютной геометрии. Под *абсолютной геометрией* понимается теория, которая строится на основе первых четырех групп аксиом Гильберта, т.е. всех аксиом за исключением аксиомы параллельности.

Тема 9: <u>Система аксиом плоскости Лобачевского. Параллельность прямых и угол параллельности. Теорема о том, что если прямая параллельна другой прямой в некоторой точке, то она параллельна ей в этом же направлении и в любой другой точке.</u> (стр. 36-39).

Сформулировать аксиому Лобачевского (Существуют прямая и точка, ей не принадлежащая, что через эту точку проходит не менее двух прямых, не пересекающих данную прямую и лежащих с ней в одной плоскости).

Определить параллельные прямые (прямая AB параллельна прямой CD в точке A и в направлении от C к D, если, во-первых, AB и CD не имеют общих точек (критерий непересечения) и, во-вторых, любой луч с началом в точке A и лежащий внутри угла CAB пересекает прямую CD (критерий угла)) *и угол параллельности* (если прямая AB параллельна CD в точке A и в направлении от C к D, причём C – ортогональная проекция A на CD, угол CAB называется углом параллельности прямой AB в точке A). *Доказать теорему* о том, если прямая параллельна другой прямой в некоторой точке в некотором направлении, то она параллельна ей в этом же направлении и в любой другой своей точке (стр. 38-39).

Тема 10: Сумма внутренних углов треугольника и четырехугольника на плоскости Лобачевского. Теорема о равенстве треугольников по трем углам. (стр. 39-40).

Используя теоремы Лежандра (и теорему о том, что если сумма внутренних углов любого треугольника равна 180°, то выполняется аксиома параллельности), обосновать следующие два утверждения:

сумма внутренних углов любого треугольника на плоскости Лобачевского меньше двух прямых углов, и

сумма внутренних углов любого четырёхугольника с непересекающимися противоположными сторонами меньше четырёх прямых углов.

Доказать теорему о том, что треугольники равны по трём углам (четвертый признак равенства треугольников на плоскости Лобачевского).

Тема 11: Параллельные и сверхпараллельные (расходящиеся) прямые на плоскости Лобачевского, свойства. Теорема о сверхпараллельности двух прямых, имеющих равные внутренние накрест лежащие углы при пересечении их третьей прямой. (40-50).

Определить параллельность прямых на плоскости Лобачевского.

Доказать теорему о том, что если прямая a параллельна c в некотором направлении, то и прямая c параллельна a в том же направлении.

Дать определение сверхпараллельных прямых и *доказать теорему* о том, что если при пересечении двух прямых третьей внутренние накрест лежащие (или соответственные) углы равны, то две данные прямые сверхпараллельны (стр 42). *Дать определение* эквидистанты (линия равных расстояний или траектория точки относительно пучка сверхпараллельных прямых) и орицикла (траектория точки относительно пучка параллельных прямых). Сформулировать некоторые свойства этих линий.

Тема 12: Модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского. Проверка аксиом соединения (принадлежности) и аксиомы Лобачевского. Расстояние между точками, величина угла, угол параллельности (51-63).

Построить модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского. Проверить некоторые аксиомы плоскости Лобачевского, например, аксиомы принадлежности и аксиому Лобачевского. *Знать* о том, что угол параллельности α удовлетворяет следующей зависимости

$$e^{-\frac{x}{2}} = \mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}, \text{ где } x \text{ – расстояние от точки до прямой}$$

3. Компоненты мониторинга учебных достижений

3.1. Технологическая карта рейтинга дисциплины «Дополнительные главы геометрии»

Модуль 1

Наименование модуля	Направление подготовки и уровень образования (бакалавриат, магистратура, аспирантура) Наименование программы/ профиля	Количество зачетных единиц/кредитов
Обоснование евклидовой геометрии	Направление подготовки: Педагогическое образование Уровень образования: Бакалавриат	1 з.е.
Смежные дисциплины по учебному плану		
Предшествующие: геометрия		
Последующие: дополнительные главы геометрии		

ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 5 %	
		min	max
Входной рейтинг-контроль	Тестирование входное	**0**	**5**
Итого		**0**	**5**

РАЗДЕЛ № 1			
Наименование раздела: Общие вопросы аксиоматики, «Начала» Евклида	Форма работы	Количество баллов 25 %	
		min	max
	Самостоятельная работа	**5**	**10**
	Контрольная работа	**10**	**15**
Итого		**15**	**25**

РАЗДЕЛ № 2			
Наименование раздела: Аксиоматика Гильберта евклидова пространства	Форма работы	Количество баллов 25 %	
		min	max
	Индивидуальные внеаудиторные задания	**15**	**25**
Итого		**15**	**25**

ИТОГОВЫЙ РАЗДЕЛ			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 45 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Зачётное собеседование	**30**	**45**
Итого		**30**	**45**

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ			
Раздел/ Тема	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Раздел №1/Тема № 3	Разработка GSP-файлов «Утверждения эквивалентные пятому постулату»	0	10

Итого	**0**	**10**
Общее количество баллов по модулю (по итогам изучения всех разделов, без учета дополнительного раздела)	min	max
	60	**100**

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

50 баллов – допуск к коллоквиуму;

60–72 – удовлетворительно

73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

Модуль 2

Наименование модуля	Направление подготовки и уровень образования (бакалавриат, магистратура, аспирантура) Наименование программы/ профиля	Количество зачетных единиц/кредитов
Геометрия Лобачевского	Направление подготовки: Педагогическое образование Уровень образования: Бакалавриат	3,5 з.е.
Смежные дисциплины по учебному плану		
Предшествующие: курс геометрии		
Последующие: дополнительные главы геометрии		

РАЗДЕЛ № 1			
Наименование раздела: Планиметрия Лобачевского	Форма работы	Количество баллов 20 %	
		min	max
Текущая работа	Самостоятельная работа	**10**	**20**
Итого		**10**	**20**

РАЗДЕЛ № 2			
Наименование раздела: Непротиворечивость геометрии Лобачевского	Форма работы	Количество баллов 20 %	
		min	max
Текущая работа	Контрольная работа	**5**	**10**
	Индивидуальное аудиторное задание	**5**	**10**
Итого		**10**	**20**

Итоговый раздел			
	Форма работы	Количество баллов 40 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Зачёт	**30**	**40**
Итого		**30**	**40**

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ			
Базовый раздел/ Тема	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Базовый раздел №3 Тема № 1	Разработка GSP-файла «Электронная модель Кэли-Клейна» плоск. Лобачев	0	10

Итого	**0**	**10**
Общее количество баллов по модулю (по итогам изучения всех разделов, без учета дополнительного раздела)	min	max
	60	**100**

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

50 баллов – допуск к зачёту;

60–72 – удовлетворительно

73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Красноярский государственный педагогический университет
им. В.П. Астафьева

Институт математики, физики, информатики

Кафедра математики и методики обучения математике

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
протокол № 9 от 03 мая 2023
И.о. зав. кафедрой
М.Б. Шашкина

ОДОБРЕНО
на заседании научно-методического совета
специальности (направления подготовки)
протокол № 8 от
17 мая 2023 г.
Председатель Е.А. Аёшина

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
Для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся
по дисциплине
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ГЕОМЕТРИИ

Направление подготовки: 44.03.05 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
(с двумя профилями подготовки)
Направленность (профили) образовательной программы
Математика и информатика
квалификация (степень): Бакалавр
Форма обучения: очная

Составитель Майер В.Р., профессор.

Красноярск 2023

ЭКСПЕРТНОЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ НА ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Представленный фонд оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации соответствует требованиям ФГОС ВО и профессиональным стандартам Педагог (профессиональная деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержденным приказом Минтруда России от 18.10.2013 N 544н.

Предлагаемые формы и средства аттестации адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, направленность (профили) образовательной программы Математика и информатика, квалификация (степень): бакалавр, форма обучения: очная.

Оценочные средства и критерии оценивания представлены в полном объеме. Формы оценочных средств, включенных в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС, установленных в Положении о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре – в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева», утвержденного приказом ректора № 297 (п) от 28.04.2018.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки по указанной программе.

Эксперт-работодатель,
директор МАОУ гимназия №14
«Экономики, управления и права» Шуляк Н.В.

27.04.2021

1. Назначение фонда оценочных средств

1.1. **Целью** создания фонда оценочных средств дисциплины «Дополнительные главы геометрии» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. Фонд оценочных средств по дисциплине «Дополнительные главы геометрии» решает следующие **задачи**:

– управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и формирования компетенций, определенных в образовательных стандартах по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, профили Математика и информатика;

– управление процессом достижения реализации образовательных программ, определенных в виде набора компетенций выпускников;

– оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины «Основания геометрии», с определением положительных / отрицательных результатов и планирование предупреждающих / корректирующих мероприятий;

– обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс университета;

– совершенствование самоподготовки и самоконтроля обучающихся.

1.3. Фонд оценочных средств разработан на основании нормативных **документов**:

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, квалификация (степень) Бакалавр.

-образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, квалификация (степень) Бакалавр.

- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» и его филиалах.

2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе изучения дисциплины

2.1. Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины «Основания геометрии»:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

Компетенции	**Этап формирования**	**Дисциплины, участвующие в формировании компетенции**	**Тип контроля**	**Оценочное средство/КИМ**	
				номер	**форма**
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	ориентировочный	Модуль 1 "Мировоззренческий", Экономика знаний, Естественнонаучная картина мира, Социлолгия; Основы математической обработки информации; История образования и педагогической мысли; Теория обучения и воспитания; Модуль 10 "Предметно-теоретический"; Математический анализ; Математическая логика; Геометрия; Программирование вычислительных алгоритмов; Компьютерные технологии в принятии решений; Компьютерное моделирование; Информационные системы и сети; Основы искусственного интеллекта; Системы искусственного интеллекта в образовании; Информатика; Компьютерная графика и анимация; Основания геометрии; Дополнительные главы геометрии; Модуль 5 "Учебно-исследовательский"; Модуль 6 "Теоретические основы профессиональной деятельности"; Производственная практика: преддипломная практика; Учебная практика; Выполнение и защита выпускной квалификационной работы	Текущий контроль	3, 4	Контрольная раб
	когнитивный		Текущий контроль	2,5	Самостоятельная раб.
	праксиологический		Текущий контроль	1	Контрольная раб
	рефлексивно-оценочный		Текущий контроль Промежуточная аттестация	3 2	Индив дом работа Зачёт
УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.	ориентировочный	Основы учебно-исследовательской работы (профильное исследование); Модуль 10 "Предметно-теоретический"; Математический анализ; Математическая логика; Числовые системы; Компьютерные технологии в принятии решений; Основания геометрии; Дополнительные главы геометрии; Модуль 5 "Учебно-исследовательский"; Модуль 6 "Теоретические основы профессиональной деятельности"; Производственная практика: преддипломная практика; Учебная практика; Выполнение и защита выпускной квалификационной работы	Текущий контроль	3, 4	Контрольная раб
	когнитивный		Текущий контроль	2,5	Самостоятельная раб.
	праксиологический		Текущий контроль	1	Контрольная раб
	рефлексивно-оценочный		Текущий контроль Промежуточная аттестация	3 2	Индив дом работа Зачётное собеседование
	когнитивный		Текущий контроль	2,4,5	Самостоятельная раб.
	праксиологический		Текущий контроль	3,6,8	Контрольная раб
	рефлексивно-оценочный		Текущий контроль Промежуточная аттестация	1,2 1	Индив дом работа Зачет

3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1. Фонды оценочных средств включают: вопросы к экзамену (коллоквиуму), вопросы к зачету с оценкой.

3.2. Оценочные средства

3.2.1.
Критерии оценивания по оценочному средству 1 – вопросы к зачёту (зачётному собеседованию)

Формируемые компетенции	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций	Пороговый уровень сформированности компетенций
	(87 - 100 баллов) отлично/зачтено	(73 - 86 баллов) хорошо/зачтено	(60 - 72 баллов)* удовлетворительно /зачтено
УК-1. . Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Способен на высоком уровне осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Способен на среднем уровне осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Способен на удовлетворительном уровне осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	Способен на высоком уровне определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	Способен на среднем уровне определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	Способен на удовлетворительном уровне определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений

*Менее 60 баллов – компетенция не сформирована

4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

4.1. Фонды оценочных средств включают: тексты контрольных (самостоятельных) работ, индивидуальные (аудиторные, внеаудиторные) задания.

4.2. Оценочные средства

4.2.1. Оценочное средство «Контрольная (самостоятельная) работа»,

1. Критерии оценивания по оценочному средству 3 – контрольной (самостоятельной) работе

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Выполнены все задания контрольной работы, обучающийся опирался на теоретические знания и умения решать исследовательские задачи по геометрии с использованием Живой математики.	5-8
Обосновывает основные положения каждого этапа решения задач контрольной работы	3-5
Аргументирует результат, проверяет верность найденного решения задач контрольной работы	2-4
Решение контрольной работы сопровождает (при необходимости) верными и наглядными чертежами	2-3
Максимальный балл (в зависимости от степени слож-	12-20

ности заданий)	

2. Критерии оценивания по оценочному средству 4 – индивидуальные (аудиторные, внеаудиторные) задания.

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Выполнены все задачи индивидуального задания, в том числе, связанные с построением динамических чертежей в среде Живая математика	3-6
Динамические чертежи сопровождены текстовыми комментариями, обосновывающими основные этапы решения задачи	3-4
Аргументирует основные выкладки, предлагает иные варианты решения задач индивидуальной домашней работы	2-3
Формулирует задания, аналогичные заданиям индивидуальной домашней работы	1-2
Максимальный балл (в зависимости от степени сложности заданий)	9-15

5. Оценочные средства (контрольно-измерительные материалы)

МОДУЛЬ № 1 «Обоснование евклидовой геометрии»

(контрольно измерительные материалы)

Самостоятельная работа

Тема: «Аксиоматика школьных учебников по геометрии»

(примеры индивидуальных заданий)

Индивидуальное задание №1

1. Изучить и сопоставить аксиоматику школьного курса геометрии по каждому из трех учебников:
   1) Л.С. Атанасян и др. Геометрия 7-9, 10-11 (последние издания);
   2) А.Д. Александров и др. Геометрия 7-9, 10-11 (последние издания);
   3) А. В. Погорелов. Геометрия 7-11.
2. Изучить и провести сопоставительный анализ доказательств теорем (по выбору) в каждом из указанных учебников (например: теорема Пифагора, признаки равенства треугольников и т.д.).
3. Итоги сравнительного анализа кратко изложить в заключении (в пределах 1 стр.).

Индивидуальное задание №2

1. Изучить изложение темы «Площадь» по каждому из трех учебников:
   1) Л.С. Атанасян и др. Геометрия 7-9, 10-11 (последние издания);

2) А.Д. Александров и др. Геометрия 7-9, 10-11 (последние издания);
3) А. В. Погорелов. Геометрия 7-11.

2. Составить план изучения темы.
3. Изучить и законспектировать доказательство теоремы о площади прямоугольника (квадрата).

Итоги сравнительного анализа кратко изложить в заключении (в пределах 1 стр.).

Контрольная работа
в форме тестов

Тема: Общие вопросы аксиоматики

1. Задание {{ 179 }} ТЗ № 179

Группа аксиом, содержащих основное отношение «принадлежности»:

☑ соединения
☐ параллельных
☐ соответствия
☐ непрерывности

2. Задание {{ 180 }} ТЗ № 180

Группа аксиом, содержащих основное отношение «между»:

☑ порядка
☐ связности
☐ сочетания
☐ метрики

3. Задание {{ 181 }} ТЗ № 181

Группа аксиом, содержащих основное понятие «равенство»:

☑ конгруэнтности
☐ принадлежности
☐ измеримости
☐ предшествования

4. Задание {{ 182 }} ТЗ № 182

Аксиома, эквивалентная пятому постулату Евклида:

☐ непрерывности
☑ параллельности
☐ конгруэнтности
☐ принадлежности

5. Задание {{ 183 }} ТЗ № 183

Название четырехугольника ABCD, в котором углы A и D прямые и AB=CD:

☐ Евклида
☐ Бельтрами
☑ Саккери
☐ Пуанкаре

13. Задание {{ 191 }} ТЗ № 191

Утверждение, эквивалентное аксиоме параллельности:

☑ вокруг любого треугольника можно описать окружность
☐ в любой треугольник можно вписать окружность

☐ сумма внутренних углов четырехугольника > 360°
☐ через любую точку вне прямой проходит прямая, параллельная ей

14. Задание {{ 194 }} ТЗ № 194

Доказательством непротиворечивости систем аксиом является существование в ней:

☑ модели заданной системы аксиом
☐ противоречащих друг другу аксиом
☐ эквивалентных предложений
☐ предложений, эквивалентных пятому постулату

15. Задание {{ 195 }} ТЗ № 195

Количество секущих AB равного наклона, проходящих через точку A прямой AA_1 к прямой BB_1:

☐ две
☑ одна
☐ три
☐ четыре

16. Задание {{ 196 }} ТЗ № 196

Метод, лежащий в основе построения математической теории:

☑ аксиоматический
☐ геометрический
☐ эмпирический
☐ аналитический

17. Задание {{ 197 }} ТЗ № 197

Утверждение, эквивалентное аксиоме параллельности:

☐ через три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость
☑ прямая, пересекающая одну из двух параллельных прямых, пересекает и вторую
☐ не существует общего перпендикуляра для двух параллельных прямых
☐ если углы одного квадрата равны углам другого квадрата, то квадраты равны

18. Задание {{ 198 }} ТЗ № 198

Утверждение, эквивалентное аксиоме параллельности:

☑ теорема Пифагора
☐ сумма углов треугольника > 180°
☐ сумма углов треугольника < 180°
☐ теорема Паскаля

19. Задание {{ 199 }} ТЗ № 199

Утверждение, эквивалентное аксиоме параллельности:

☑ медиана, проведенная к гипотенузе, равна ее половине
☐ в любой треугольник можно вписать окружность
☐ из любой точки можно провести касательную к окружности
☐ внешний угол треугольника больше любого внутреннего

20. Задание {{ 200 }} ТЗ № 200

Критерий, по которому система аксиом является независимой:
- ☑ ни одну из аксиом нельзя вывести из остальных аксиом системы
- ☐ в ней не существует противоречащих друг другу аксиом
- ☐ в ней не существует эквивалентных предложений
- ☐ ее нельзя пополнить другими эквивалентными аксиомами

21. Задание {{ 201 }} ТЗ № 201

Критерий, по которому система аксиом является полной:
- ☐ в ней нет исключающих друг друга положений
- ☐ ни одна из аксиом не является следствием остальных
- ☐ в ней нет зависимых предложений
- ☑ к ней нельзя добавить независимую от них аксиому

22 Задание {{ 208 }} ТЗ № 208

Утверждение, эквивалентное пятому постулату Евклида:
- ☐ первый признак равенства треугольников
- ☑ аксиома параллельности
- ☐ аксиома параллельности Лобачевского
- ☐ сумма углов треугольника < 180°

Индивидуальные внеаудиторные задания
Тема: «Утверждения, эквивалентные V постулату»

Варианты заданий для домашней контрольной работы по второму разделу модуля.

1 Утверждение «Любые перпендикуляр и наклонная к некоторой прямой всегда пересекаются» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

2. Утверждение «Через любую внутреннюю точку угла всегда можно провести прямую, пересекающую стороны угла и не проходящую через вершину» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

3. Утверждение «Внешний угол треугольника равен сумме внутренних углов, не смежных с ним» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

4. Утверждение «Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести окружность» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

5. Утверждение «Сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность, равна ее радиусу» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

6. Утверждение «Средняя линия треугольника равна половине его основания» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

7. Утверждение «Угол, вписанный в окружность и опирающийся на ее диаметр, - прямой» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

8. Утверждение «Существуют неравные треугольники такие, что три угла одного из них равны соответственно трем углам другого» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

9. Утверждение «Три точки, одинаково удаленные от некоторой прямой и лежащие по одну сторону от нее, лежат на одной прямой» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

10. Утверждение «Прямая, пересекающая одну из параллельных прямых, пересекает и вторую» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

Вопросы к зачётному собеседованию
Модуль 1: «Обоснование евклидовой геометрии»

Примерные вопросы для зачетного собеседования.

1. Аксиоматический метод построения теории. Модель системы аксиом. Непротиворечивость системы аксиом, критерий непротиворечивости.
2. Независимость системы аксиом. Критерий независимости, доказательство критерия независимости.
3. Полнота системы аксиом. Критерий полноты, доказательство критерия полноты.
4. «Начала» Евклида. Аксиоматический метод в «Началах». Терема о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника.
5. Аксиомы соединения (принадлежности) Д. Гильберта. Теорема о том, что каждая плоскость содержит по крайней мере три неколлинеарные точки.
6. Аксиомы порядка Д. Гильберта. Теорема о том, что прямая не может пересекать три стороны треугольника во внутренних точках сторон.
7. Аксиомы конгруэнтности и непрерывности Д. Гильберта. Доказательство первого признака равенства треугольников. Теоремы Лежандра.
8. Аксиома параллельности системы аксиом Д. Гильберта. Теорема об эквивалентности аксиомы параллельности и пятого постулата.

МОДУЛЬ № 2 «Геометрия Лобачевского»

(контрольно измерительные материалы)

Самостоятельная работа в форме тестирования

Тема: «Планиметрия Лобачевского»

1. Задание {{ 184 }} ТЗ № 184

Угол параллельности на плоскости Лобачевского:

☑ острый

☐ тупой

- ☐ прямой
- ☐ развернутый

2. Задание {{ 185 }} ТЗ № 185

Свойство S - суммы углов треугольника на плоскости Лобачевского:

- ☑ S < 2d
- ☐ S > 2d
- ☐ S = 2d
- ☐ S >= 2d

3. Задание {{ 186 }} ТЗ № 186

Свойство S -суммы углов четырехугольника на плоскости Лобачевского:

- ☑ S < 4d
- ☐ S > 4d
- ☐ S = 4d
- ☐ S >= 4d

4. Задание {{ 187 }} ТЗ № 187

Свойство внешнего угла α и внутренних, не смежных с ним углов β и γ треугольника на плоскости Лобачевского:

- ☐ $\alpha < \beta + \gamma$
- ☑ $\alpha > \beta + \gamma$
- ☐ $\alpha = \beta + \gamma$
- ☐ $\alpha \geq \beta + \gamma$

5. Задание {{ 188 }} ТЗ № 188

Треугольники плоскости Лобачевского, у которых равны соответственные углы:

- ☑ равные
- ☐ подобные
- ☐ прямоугольные
- ☐ равнобедренные

6. Задание {{ 189 }} ТЗ № 189

Свойство S - суммы углов четырехугольника Саккери в абсолютной геометрии:

- ☑ $S \leq 4d$
- ☐ $S > 4d$
- ☐ $S = 4d$
- ☐ $S \geq 4d$

7. Задание {{ 190 }} ТЗ № 190

Углы B и C в четырехугольнике Саккери на плоскости Лобачевского, если углы A и D – прямые:

- ☑ острые
- ☐ тупые
- ☐ прямые
- ☐ различные

8. Задание {{ 202 }} ТЗ № 202

Модель, которая является доказательством непротиворечивости геометрии Лобачевского:

- ☑ Кели-Клейна
- ☐ Евклида
- ☐ Гильберта
- ☐ Архимеда

9. Задание {{ 203 }} ТЗ № 203

Взаимное расположение двух прямых на плоскости Лобачевского, перпендикулярных третьей прямой:

- ☐ параллельны
- ☑ сверхпараллельны
- ☐ перпендикулярны
- ☐ совпадают

10. Задание {{ 204 }} ТЗ № 204

Название общей части геометрии Евклида и Лобачевского:

- ☐ относительная
- ☑ абсолютная
- ☐ собственная
- ☐ несобственная

11. Задание {{ 205 }} ТЗ № 205

Фигура, которая является множеством точек, удаленных от прямой на данное расстояние и лежащих в одной полуплоскости относительно ее:

- ☐ парабола
- ☐ орицикл
- ☑ эквидистанта
- ☐ гипербола

12. Задание {{ 206 }} ТЗ № 206

Результаты абсолютной геометрии, справедливые на плоскости Лобачевского:

- ☑ признаки равенства треугольников
- ☐ сумма углов треугольника < 2d
- ☐ сумма углов четырехугольника < 4d
- ☐ теорема о средней линии треугольника

13. Задание {{ 207 }} ТЗ № 207

Изменение значения угла параллельности на плоскости Лобачевского при увеличении расстояния от точки до прямой:

- ☑ уменьшается
- ☐ увеличивается
- ☐ не изменяется
- ☐ не существует

14. Задание {{ 192 }} ТЗ № 192

Верное утверждение на плоскости Лобачевского:

☑ через любые две точки проходит прямая
☐ через любые три точки проходит окружность
☐ сумма углов треугольника равна 2d
☐ существуют подобные неравные треугольники

15. Задание {{ 193 }} ТЗ № 193

Свойство основания a и противоположной стороны b в четырехугольнике Саккери на плоскости Лобачевского:

☑ a < b
☐ a > b
☐ a = b
☐ a >= b

Контрольная работа

(по первому и второму модулю)

I. Докажите эквивалентность аксиомы параллельности следующему утверждению.

I.1. Вписанный в окружность угол равен половине центрального угла этой окружности, если они опираются на одну дугу.

I.2. Для любых не пересекающихся прямых, лежащих в одной плоскости, существует общий перпендикуляр.

I.3. Если прямые a и b лежат в одной плоскости и не пересекаются, то для любых точек A и B,где $A \in a$, $B \in b$, середина отрезка AB одинаково удалена от данных прямых.

I.4. Медиана, проведенная из вершины прямого угла треугольника, равна половине гипотенузы.

II. На плоскости Лобачевского.

II.1. В треугольнике внешние углы в разных вершинах равны α, β, γ. Сравните сумму углов $S = \alpha + \beta + \gamma$ с величиной 2π.

В пучке параллельных прямых построено 2 различных орицикла. Могут ли они иметь общие точки?

II.2. Даны ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$. $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $AB > A_1B_1$. Сравните $\angle C$ и $\angle C_1$.

Пусть дана эквидистанта a_1 прямой a. Точка $A_1 \in a_1$, $A \in a$, $AA_1 \perp a$. Через середину отрезка AA_1 проведена перпендикулярная к нему прямая b. Имеет ли прямая b общие точки с эквидистантой a_1?

II.3. На сторонах выпуклого четырехугольника $ABCD$ взяты точки A_1, B_1, C_1, D_1. Сравните суммы углов четырехугольников $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$.

Для некоторого пучка параллельных прямых построен орицикл. Определяется ли пучок параллельных прямых этим орициклом?

II.4. На сторонах треугольника ABC взяты точки A_1, B_1, C_1,. Сравните суммы углов треугольников ABC и $A_1B_1C_1$.

Эквидистанта a_1 прямой a совпадает с эквидистантой b прямой b_1. Совпадают ли прямые a и b или могут быть различными?

III. На модели Кели-Клейна плоскости Лобачевского.

III.1. Задать треугольник, провести в нем медианы.
III.2. Задать треугольник и построить его биссектрисы.
III.3. Построить серединный перпендикуляр к данному отрезку.
III.4. Задать две сверхпараллельные прямые и построить их общий перпендикуляр.

Индивидуальные аудиторные задания
(решение задач элементарной геометрии на динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского)

1. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского через данную точку провести прямую параллельную данной прямой.
2. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить прямую параллельную двум параллельным прямым.
3. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить прямую параллельную двум пересекающимся прямым.
4. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить прямую параллельную двум сверхпараллельным прямым.
5. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить параллелограмм.
6. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить прямоугольный треугольник.
7. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить трапецию.
8. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского для заданного отрезка построить серединный перпендикуляр.
9. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить треугольник, симметричный данному относительно прямой, содержащей сторону треугольника.
10. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского удвоить данный отрезок.
11. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского разделить отрезок пополам.
12. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского провести биссектрису данного угла.
13. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского удвоить данный угол.
14. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского через данную точку провести прямую перпендикулярную данной прямой.
15. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить прямую перпендикулярную одной стороне угла и параллельную второй.
16. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить четырехугольник Саккери.
17. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить общий перпендикуляр двух сверхпараллельных прямых.

18. Доказать на динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского, что параллельные прямые не имеют общего перпендикуляра.

19. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского на заданном луче отложить отрезок равный данному отрезку.

20. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить точку (несколько точек), из которой (которых) данный отрезок «виден» под прямым углом.

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ
Модули «Обоснование евклидовой геометрии» и «Геометрия Лобачевского»

1. Аксиоматический метод построения теории. Непротиворечивость системы аксиом. Критерий непротиворечивости. Примеры.
2. Независимость системы аксиом. Критерий независимости. Примеры независимых систем аксиом.
3. Полнота системы аксиом. Критерий полноты. Примеры полных и неполных систем аксиом.
4. «Начала» Евклида. Аксиоматический метод в «Началах» Евклида. Первые следствия из системы аксиом Евклида.
5. Группа аксиом соединения (принадлежности) Д. Гильберта, простейшие следствия группы аксиом соединения, непротиворечивость этой группы аксиом.
6. Группа аксиомы порядка Д. Гильберта. Простейшие следствия групп аксиом соединения и порядка.
7. Группы аксиом конгруэнтности и непрерывности Д. Гильберта. Простейшие следствия групп аксиом соединения, порядка, конгруэнтности и непрерывности.
8. Аксиома параллельности, простейшие следствия, эквивалентность аксиомы параллельности пятому постулату.
9. Система аксиом плоскости Лобачевского. Простейшие следствия о треугольниках и четырехугольниках на плоскости Лобачевского.
10. Параллельность прямых на плоскости Лобачевского, определение и простейшие следствия.
11. Свойства параллельных прямых на плоскости Лобачевского. Поведение параллельных прямых на бесконечности.
12. Угол параллельности, существование и единственность прямой перпендикулярной одной и параллельной другой стороне острого угла, свойства угла параллельности.
13. Сверхпараллельные (расходящиеся) прямые, определение, свойства и признаки сверхпараллельных прямых.
14. Пучки прямых на плоскости Лобачевского. Принадлежность одному пучку прямых серединных перпендикуляров к сторонам треугольника. Соответствующие точки пучков.
15. Траектория точки относительно пучка прямых на плоскости Лобачевского. Эквидистанта, некоторые свойства эквидистанты.

16. Траектория точки относительно пучка прямых на плоскости Лобачевского. Орицикл, некоторые свойства орицикла.
17. Непротиворечивость планиметрии Лобачевского. Модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского. Движения на модели Кэли-Клейна. Проверка некоторых аксиом первой, второй, третьей и пятой групп аксиом.
18. Расстояние между точками на модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского, свойства расстояний между точками. Проверка четвертой группы аксиом.
19. Величина угла на модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского, перпендикулярность прямых. Вывод формулы для угла параллельности.
20. Многомерные пространства. Система аксиом Вейля, непротиворечивость.

Учебные ресурсы

Карта литературного обеспечения дисциплины «Дополнительные главы геометрии»

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы «Математика и информатика»
Квалификация: бакалавр, по очной форме обучения
(общая трудоемкость 2 з.е.)

Наименование	Место хранения/ электронный адрес	Кол-во экземпляров/точек доступа
ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА		
Анищенко, С. А. Лекции по геометрии [Текст] : учебное пособие. Ч. 3. Основания геометрии / С. А. Анищенко. - 2-е изд., дораб. и доп. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2009. - 121 с. - 83 р.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	133
Анищенко, Сергей Александрович. Лекции по геометрии. Ч. 4. Сферическая геометрия. Инверсия [Текст] : курс лекций / С.А. Анищенко. - 2-е изд., перераб. и доп. - Красноярск : РИО КГПУ, 2003. - 96 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	51
Майер, Валерий Робертович. Компьютерная поддержка курса геометрии [Текст] : методическое пособие. Ч. 1. Геометрия на плоскости. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 1995. - 72 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	118
Майер, Валерий Робертович. Компьютерная поддержка курса геометрии [Текст] : учебное пособие. Ч. 2. Геометрия в пространстве / В. Р. Майер ; сост. В. Р. Майер ; отв. исполн. Н. Н. Пономарева. - Красноярск : КГПУ, 1996. - 128 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	18
Кузовлев, В.П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии : учебное пособие / В.П. Кузовлев. - Москва : Физматлит, 2012. - 207 с. : схем., ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9221-1360-1 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275554	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА		
Атанасян, Л. С. Аналитическая геометрия [Текст] : учебник. Ч. 1. Аналитическая геометрия на плоскости / Л. С. Атанасян. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1967. - 298 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	167

Атанасян, Л. С. Аналитическая геометрия [Текст] : учебник. Ч. 2. Аналитическая геометрия в пространстве / Л. С. Атанасян. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1970. - 368 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	99
Майер, Валерий Робертович. Информационные технологии в обучении геометрии бакалавров – будущих учителей математики: монография /В.Р. Майер, Е.А. Сёмина. Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2014. – 516 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	17
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ		
Сборник олимпиадных задач по геометрии для учащихся 8-11 классов [Текст] : методическое пособие / сост. В. В. Абдулкин, В.Р. Майер [и др.]. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2011. - 204 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	30
Новые педагогические и информационные технологии в системе образования [Текст] : учеб. пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров / ред. Е. С. Полат. - М. : Академия, 2003. - 272 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 268.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	12
ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ И ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ		
Гарант [Электронный ресурс]: информационно-правовое обеспечение : справочная правовая система. – Москва, 1992– .	Научная библиотека	локальная сеть вуза
Elibrary.ru [Электронный ресурс] : электронная библиотечная система : база данных содержит сведения об отечественных книгах и периодических изданиях по науке, технологии, медицине и образованию / Рос. информ. портал. – Москва, 2000– . – Режим доступа: http://elibrary.ru.	http://elibrary.ru	Свободный доступ
East View : универсальные базы данных [Электронный ресурс] : периодика России, Украины и стран СНГ . – Электрон.дан. – ООО ИВИС. – 2011	https://dlib.eastview.com/	Индивидуальный неограниченный доступ
Антиплагиат. Вуз [Электронный ресурс]	https://krasspu.antiplagiat.ru/	Индивидуальный доступ
Межвузовская электронная библиотека (МЭБ)	https://icdlib.nspu.ru/	Индивидуальный неограниченный доступ

Согласовано:

Главный библиотекарь / / Фортова А.А.

(должность структурного подразделения) (подпись) (Фамилия И.О.)

Карта материально-технической базы дисциплины
«ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ГЕОМЕТРИИ»
Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы
«Математика и информатика»
Квалификация: бакалавр
по очной форме обучения
(общая трудоемкость 2 з.е.)

Аудитория	Оборудование
для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-15	Проектор-1шт., компьютер-12шт., маркерная доска-1шт., интерактивная доска-1шт.
для самостоятельной работы	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-02 Читальный зал	Компьютер-10шт., принтер-1шт.

Аудитория	Лицензионное программное обеспечение
для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-15	Microsoft® Windows® 8.1 Professional (OEM лицензия, контракт № 20А/2015 от 05.10.2015); Kaspersky Endpoint Security – Лиц сертификат №1B08-190415-050007-883-951; 7-Zip - (Свободная лицензия GPL); Adobe Acrobat Reader – (Свободная лицензия); Google Chrome – (Свободная лицензия); Mozilla Firefox – (Свободная лицензия); LibreOffice – (Свободная лицензия GPL); XnView – (Свободная лицензия); Java – (Свободная лицензия); VLC – (Свободная лицензия); Живая математика 5.0 (Контракт НКС-ДБ-294/15 от 21.09.2015, лицензия № 201515111); GeoGebra (Свободно распространяемая в некоммерческих (учебных) целях лицензия)
для самостоятельной работы	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-02 Читальный зал	Альт Образование 8 (лицензия № AAO.0006.00, договор № ДС 14-2017 от 27.12.2017