МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Кафедра математики и методики обучения математике

СИДНЕВА ВИКТОРИЯ ЮРЬЕВНА

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

ЭЛЕМЕНТЫ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ В СИСТЕМЕ ПРОФИЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование
Магистерская программа: Математическое образование в условиях ФГОС

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ
Заведующая кафедрой
д.п.н., профессор Шкерина Л.В.
22.11.2022 ____________
(дата, подпись)

Руководитель магистерской программы
д.п.н., профессор Шкерина Л.В.
22.11.2022 ____________
(дата, подпись)

Научный руководитель
к.п.н., доцент Кейв М.А.
____
(дата, подпись)

Обучающийся
Сиднева В.Ю.
____
(дата, подпись)

Красноярск 2022

Реферат

В работе рассматриваются как теоретические, так и практические аспекты включения элементов дискретной математики в систему профильного обучения математике.

Актуальность исследования. На сегодняшний день знание теоретических основ и владение методами дискретной математики является неотъемлемой составляющей математической культуры. Некоторые разделы дискретной математики становятся обязательными составляющими математической подготовки школьников: комбинаторика, числовые последовательности и прогрессии. Однако изучение данных разделов носит поверхностный характер. Результаты государственной итоговой аттестации по математике свидетельствуют о низком уровне математической грамотности обучающихся в области дискретной математики. По-прежнему за страницами школьных учебников по математике остаются такие важные разделы дискретной математики, как: рекуррентные соотношения, теория графов, и др.

Для осуществления преемственности «школа-вуз» и подготовки школьников к государственной итоговой аттестации по математике особое внимание следует уделить обучению дискретной математики на этапе профильной подготовки. Обучающиеся, особо мотивированные на изучение математики, должны быть осведомлены и в области дискретной математики. Разработка специальных методик обучения элементам дискретной математики является одной из актуальных проблем школьного математического образования.

Обьект исследования: математическая подготвка обучающихся 11 класса.

Предмет исследования: методика обучения элементам дискретной математики в профильных математических классах.

Гипотеза исследования: если в содержание математической подготовки обучающихся профильных математических классов целенаправленно и систематически включать элементы дискретной математики, то это будет способствовать формированию и развитию их математичесской грамотности.

Целъ иследования: обоснование целесообразности включения элементов дискретной математики в содержание профильной математической подготовки обучающихся 11 класса.

Задача иследования:

1. Охарактиризовать понятие «математичесская грамотность» и уточнить цели обучения элементам дискретной математики в профильных математических классах в соответствии с требованиями новых образовательных стандартов.
2. Описать дидактичиские условия фармирования математической грамотности обучающихся профильных математических классов в области дискретной математики.
3. Разработать методику обучения элементам дискретной математики в профильных математических классах.
4. Провести педагогичесский эксперимент, проанализироватъ и описатъ его резулътаты.

Для решения поставленнях задач были исполъзованы следующие *методы иследования:* теоретический анализ психолого-педагогической и методической литературы; наблюдение; эксперимент.

Диссертационное исследование состоит из 102 страниц, 4 рисунков, 6 таблиц, введения, двух глав, заключения и библиографического списка (62 первоисточника информации).

Во Введении обоснована актуальность исследования, сформулированы его цель, объект, предмет, гипотеза и задачи исследования.

В первой главе, на основе анализа концептуальных и нормативных документов, регламентирующих предпрофильную и профильную систему школьного обучения, а также на основе изучения и обобщения существующего педагогического опыта по теме исследования, конкретизированы цели обучения элементам дискретной математики в профильных математических классах, описаны приёмы и методы обучения дискретной математике.

Во второй главе представлена методическая разработка конспектов уроков по темам из разделов дискретной математики, описаны и проанализированы результаты её апробации в практике обучения математике.

Научная новизна исследования заключается в обосновании целесообразность включения элементов дискретной математики в содержание профильной математической подготовки обучающихся 11 класса.

Практическая значимость исследования состоит в разработке методики обучения элементам дискретной математики обучающихся 11 класса.

На базе МБОУ Иланская СОШ № 2 проведен педагогический эксперимент по включению элементов дискретной математики в содержание профильной математической подготовки обучающихся 11 класса. Результаты педагогического эксперимента подтверждают целесообразность включения элементов дискретной математики в содержание профильной математической подготовки обучающихся 11 класса.

По теме исследования опубликованы следующие работы:

1) Сиднева В.Ю., Кейв М.А. Построение анимационных моделей в среде GEOGEBRA при изучении дискретных объектов в школьном курсе математики //«Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы XI Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, посвященной 90-летию КГПУ им. В.П. Астафьева. Красноярск, 10–11 ноября 2022 г. / отв. ред. В.Р. Майер; ред. кол., Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2022 – с. 129-131»

2) Сиднева В.Ю., Кейв М.А. Кейс-метод в обучении школьников элементам дискретной математики // Общее математическое образование: цифровая трансформация: материалы VII Международной научно-

практической конференции «Актуальные проблемы обучения математике в школе и вузе: от науки к практике» (к 80-летию со дня рождения В.А. Гусева). г. Москва, 18–19 ноября 2022 г. /МПГУ – Москва, 2022 - [Электроный ресурс], Режим доступа: URL: http://news.scienceland.ru/2022/11/15/%d0%ba%d0%b5%d0%b9%d1%81-%d0%bc%d0%b5%d1%82%d0%be%d0%b4-%d0%b2-%d0%be%d0%b1%d1%83%d1%87%d0%b5%d0%bd%d0%b8%d0%b8-%d1%88%d0%ba%d0%be%d0%bb%d1%8c%d0%bd%d0%b8%d0%ba%d0%be%d0%b2-%d1%8d%d0%bb%d0%b5%d0%bc/

Оглавление

Введение

«Дискретная математика – область математики, занимающаяся изучением свойств различных структур, имеющих дискретный (конечный, финитный) характер» [22, с. 4].

«Несмотря на то, что отдельные направления дискретной математики зародились в глубокой древности и совершенствовались параллельно с классической математикой, наиболее интенсивно дискретная математика стала развиваться в XX столетии. Стимулом для развития многих направлений дискретной математики явились запросы теоретической кибернетики, непосредственно связанной с развитием ЭВМ» [22, с. 5].

«Кроме того, дискретная математика является теоретической базой информатики, которая всё глубже и глубже проникает не только в науку и технику, но и в повседневную жизнь. Методы дискретной математики пригодны для описания и последующего конструктивного анализа многих проблемных ситуаций, в том числе не поддающихся описанию традиционными средствами классической математики, и позволяют при необходимости активно использовать современную вычислительную технику, новые информационные технологии» [50, с. 5].

«Дискретная математика предлагает универсальные средства (языки) формализованного представления, способы корректной обработки информации, представленной на этих языках, а также возможности и условия перехода с одного языка описания явлений на другой с сохранением содержательной ценности моделей. Важность владения методами дискретной математики обусловлена ещё и тем, что современная информационная техника обработки информации базируется на дискретных представлениях» [50, с. 5].

Понятие об элементах дискретнои математики проникает и в содержание математической подготовки школьников: комбинаторика, числовые последовательности и рекуррентные соотношения (прогрессии), теория графов и др. На сегодняшний день знание теоретических основ и владение методами дискретной математики является неотъемлемой составляющей математической культуры.

«Для осуществления преемственности «школа-вуз» и подготовки обучающихся к государственной итоговой аттестации по математике особое внимание следует уделить обучению элементам дискретной математики на этапе профильной подготовки. Обучающиеся, особо мотивированные на изучение математики, должны быть осведомлены и в области дискретной математики. Поиск и разработка специальных методов обучения элементам дискретной математики является одной из актуальных проблем школьного математического образования»

Тема выпускной квалификационной работы посвящена методике обучения элементам дискретной математике, обучающихся 11 класса в процессе их математической подготовки.

Гипотеза исследования: если в содержание математической подготовки обучающихся профильных математических классов целенаправленно и систематически включать элементы дискретной математики, то это будет способствовать формираванию и развитию их математичемской грамотности.

Цель иследования: обоснование целесообразности включения элементов дискретной математики в содержание профильной математической подготовки обучающихся 11 класса.

Объект иследования: математичесская подготовка обучающихся 11 класса.

Предмет иследования: методика обучения элементам дискретной математики в профильных математических классах.

Задачи иследования:

1) Охарактиризовать понятие «математичесская грамотность» и уточнить цели обучения элементам дискретной математики в профильных

математических классах в соответствии с требованиями новых образовательных стандартов.

2) Описать дидактичиские условия фармирования математической грамотности обучающихся профильных математических классов в области дискретной математики.

3) Разработать методику обучения элементам дискретной математики в профильных математических классах.

4) Провести педагогичесский эксперимент, проанализироватъ и описатъ его результаты.

Глава 1. Теоретические основания для включения элементов дискретной математики в систему профильного обучения математике

1.1. Математическая грамотность обучающихся профильных математических классов в области дискретной математики

«Международные сравнительные исследования в области образования показывают, что сильной стороной российских обучающихся является овладение предметными знаниями на уровне их воспроизведения или применения в знакомой учебной ситуации, однако ребята часто испытывают трудности, применяя эти знания в незнакомых ситуациях, приближенных к жизненным. Данная проблема в основном связана с особенностями организации учебного процесса в российских школах, его ориентацией в основном на овладение предметными знаниями и умениями, решение типичных (стандартных задач), как правило входящих в учебники, демоверсии или банки заданий государственной итоговой аттестации. В учебном процессе практически не остается времени на формирование поиска новых или альтернативных способов решения задач, на проведение исследований или групповых проектов» [34].

Если говорить о сегодняшнем дне, то система оценки качества Российского образования только начинает формироваться, поэтому в качестве достоверных результатов для определения уровня общего обучения можно считать только результаты международных исследований PIRLS, TIMSS и PISA.

«В исследовании PISA в качестве основных содержательных составляющих функциональной грамотности выделены шесть: математическая грамотность, читательская грамотность, естественно-научная грамотность, финансовая грамотность, глобальные компетенции и креативное мышление» [7, с. 7].

«Рассмотрим понятие математической грамотности, лежащее в основе исследования PISA: Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира» [44].

«Содержание, которое организаторы исследования вкладывают в это понятие, фактически сведено к так называемой «функциональной грамотности», которая, по словам А.А. Леонтьева, предполагает способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений» [27, с. 384].

«Принятое определение математической грамотности повлекло за собой разработку особого инструментария исследования: обучающимся предлагаются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными обучающемуся средствами математики

Основа организации исследования математической грамотности включает три структурных компонента:

− контекст, в котором представлена проблема;

− содержание математического образования, которое используется в заданиях;

− мыслительная деятельность, необходимая для того, чтобы связать контекст, в котором представлена проблема, с математическим содержанием, необходимым для её решения.

Контекст задания – это особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках предлагаемой ситуации. Эти ситуации связаны с разнообразными аспектами окружающей жизни и требуют для своего решения большей или меньшей математизации. Выделены и используются 4 категории контекстов, близкие обучающимся: общественная жизнь, личная жизнь, образование/профессиональная деятельность, и научная деятельность» [47, с. 29-31].

«Математическое содержание заданий в исследовании распределено по четырём категориям: пространство и форма, изменение и зависимости, количество, неопределённость и данные, которые охватывают основные типы проблем, возникающих при взаимодействиях с повседневными явлениями» [47, с. 23-28]. В названии каждой из категорий отображена идея, которая в обобщенном виде описывает специфику задач, которые относятся к этому направлению.

Эти обобщенные идеи охватывают ряд математических тем, которые изучаются в школьном курсе математики, с одной стороны и с другой стороны они необходимы детям для основы жизни и дальнейшего развития их математического кругозора.

Рассмотрим одну из задач из открытого банка заданий ФИПИ для подготовки к ЕГЭ (базовый уровень).

Задача: Из десяти стран четыре подписали договор о сотрудничестве ровно с четырьмя другими странами, а каждая из оставшихся шести – ровно с пятью. Сколько всего было подписано договоров? [46]

В ходе решения данной задачи обучающимся необходимо применять знания и методы комбинаторики или теории графов. Как показывает практика это задание, последнее в банке заданий ЕГЭ базовый уровень (задание из дискретной математики), вызывает трудности у обучающихся при его решении.

Таким образом, мы можем сделать вывод о том, что обучающимся которые изучают дискретную математику необходимо формировать математическую грамотность.

«В соответствии с ФГОС среднего (полного) общего образования основными целями курса математики профильного уровня для 10-11 классов являются» [56]:

В направлении личностного развития

– «осознание значения математики в повседневной жизни человека;

– формирование представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математической науки;

– формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления;

– развитие личности обучающегося посредством математики, подготовка его к дальнейшему обучению и самореализации в современном мире;

– приобретенные знания в ходе изучения математики в старшей школе и способы их применения необходимы обучающимся, как для дальнейшего успешного изучения математики в вузе, так и для решения практических задач в повседневной жизни».

В мета предметном направлении.

– «формирование мировоззрения о математике как части общечеловеческой культуры, о ее значимости в развитии цивилизации и современного мира;

– развитие представления о математике как описательной форме и способе восприятия действительности, дающее возможность получить начальный опыт математического моделирования;

– формирование универсальных способов интеллектуальной деятельности, которые характерны для математики и являются основой познавательной культуры, значимой для различных сфер деятельности человека».

В предметном направлении.

– «овладение математическими знаниями и навыками, необходимыми для дальнейшего обучения, исследования в смежных дисциплинах, и приложений в повседневной жизни;

– создание базы для развития математики, формирование механизмов мышления, характерные для математической деятельности».

Для того, чтобы достичь поставленные цели надо решить следующие задачи:

– «сформировать научный взгляд;

– воспитать отношение к математической науке, как к части общечеловеческой культуры, которая играет важную роль в социальном развитии.

– сформировать у обучающихся системные представления и опыт применения методов, технологий и форм организации проектной и учебно-исследовательской деятельности для достижения практико-ориентированных результатов образования;

– сформировать навыки разработки, реализации и общественной презентации обучающимися результатов исследования, индивидуального проекта, направленного на решение научной, личностно и (или) социально значимой проблемы.

– сформировать математическую мотивацию, готовность и способность обучающихся к подготовке и развитию, самоопределению, построению личностной траектории в предметном обучении;

– сформировать у школьников умения организовывать собственную учебную деятельность через развитие индивидуальной, познавательной, регулятивной и коммуникативной общеобразовательной деятельности;

– сформировать математически определенные стили мышления, которые необходимы для полноценного функционирования современного общества, особенно логики, алгоритмов и эвристики;

– отработать навыки представления информации по заданиям в виде таблиц, схем, графиков, использования компьютерных программ, Интернета при обработке информации;

– овладеть обучающимся языком и аппаратом математики как посредством описания и исследования событий окружающего мира;

– овладеть математической системой знаний, умений и навыков, которые необходимы для решения практических задач, изучения смежных дисциплин и продолжения обучения»;

Исходя из вышесказанного, уточним цели обучения дискретной математике в профильных математических классах (таблица 1):

Таблица 1. Цели и планируемые результаты обучения дискретной математике в профильных математических классах

Цели обучения	*Планируемые результаты*
Формирование системы фундаментальных математических знаний в области дискретной математики в достаточном объеме, необходимом для успешного продолжения обучения по программам высшего образования	– Знание основных понятий дискретной математики: комбинаторные числа; числовые последовательности и прогрессии; рекуррентные соотношения; граф и его элементы, разновидности графа и их свойства. – Знание в области методов дискретной математики: комбинаторные правила и формулы для подсчёта комбинаторных чисел; метод последовательного перебора элементов решения рекуррентного уравнения; метод «раскрутки»; алгоритмы и правила теории графов.
Формирование функциональной (в том числе, математической) грамотности – умений применять математические знания в ходе решения разнообразных практико-ориентированных задач	– Умение строить математические модели на языке дискретной математики в ходе решения практико-ориентированных задач. – Владение методами и алгоритмами дискретной математики.
Формирование ценностного отношения к математическим знаниям и развитие интереса к математике	– Осознание ценности математических знаний в области дискретной математики

Возникает вопрос, какие существуют сегодня ресурсы, которые можно считать подходящими для формирования математических грамотности?

Формирование математических знаний обучающихся на уроках математики возможно через решение практических задач. Данные задания направлены на развитие логики, пространственного мышления, внимания, познавательного интереса и активности обучающихся. Мы используем такие задания, чтобы подготовить обучающихся к участию в исследованиях, которые измеряют математические знания — способность конструировать, применять и интерпретировать математику в различных контекстах. Обучающиеся учатся использовать знания, полученные на школьных уроках, в ситуациях, с которыми они могут столкнуться в жизни. Чтобы понять, как применять математические знания, школьникам потребуется внимательно читать тексты, анализировать картинки, схемы, таблицы, извлекать из них информацию и анализировать их. Для этого необходимо рассуждать, формулировать гипотезы, делать определенные выводы и уметь определять истинное и ложное.

На уроках математики необходимо включать в план урока практико-ориентированные задания с целью развития математических знаний в области дискретной математики. Приведем примеры таких задач.

Задача 1: «В футбольной команде (11 человек) нужно выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать» [10, с. 19]?

Задача 2: «Расписание одного дня состоит из 5 различных уроков. Определите число вариантов расписания при выборе из 11 дисциплин» [54, с. 14].

Задача 3: «Определите рекуррентное соотношение, с помощью которого возможно определить, на какое максимальное количество кусков можно разрезать пиццу n прямыми разрезами» [22, с. 14]?

Задача 4: «В теннисном турнире каждый игрок команды «синих» встречается с каждым игроком команды «красных». Число игроков в командах одинаково и не больше восьми. «Синие» выиграли в четыре раза больше встреч, чем «красные». Сколько человек в каждой из команд» [22, с. 30]?

Задача 5: «В соревновании по круговой системе с двенадцатью участниками провели все встречи. Это означает, что каждая пара игроков встречается между собой ровно один раз. Сколько встреч было сыграно» [22, с. 33]?

Задача 6: «Александр, Борис, Владимир, Григорий и Дмитрий при встрече обменялись рукопожатиями (каждый пожал руку каждому по одному разу). Сколько всего рукопожатий было сделано» [50, с. 112]?

Таким образом, в нашем исследовании мы будем понимать математическую грамотность как способность высказывать обоснованные математические суждения и использовать математические средства для решения практических, исследовательских и познавательных проблем.

Целенаправленное формирование умений решать задачи дискретной математики, является, безусловно, одним из важнейших путей совершенствования образования. А это связано с формированием умений анализировать условия задачи, находить решение и понимать результаты решения.

«Успешное выполнение контекстных заданий может быть обеспечено только при ориентации учебного процесса на решение подобных задач.

Таким образом, математические знания становятся способствующим фактором развития у обучающихся, способности творчески мыслить, и находить интересные решения, умения выбирать профессиональный путь, использовать технику, информацию и коммуникации в разных сферах жизни, а также обучения на протяжении всей жизни».

1.2. Дидактические условия формирования математической грамотности обучающихся в области дискретной математики

«Дидактические условия – один из важнейших компонентов образовательного процесса. Под дидактическими условиями мы понимаем обстоятельства процесса обучения, которые представляют собой результат организационных форм обучения для достижения определенных дидактических целей, результат отбора, конструирования и применения элементов содержания и методов» [28].

На этапе современного развития педагогической науки существуют различные определения понятия «дидактические условия». Рассмотрим некоторые из них: «В.И. Андреев, считает, что дидактические условия – это обстоятельства обучения, которые являются результатом отбора, конструирования и применения элементов содержания, форм, методов и средств обучения, способствующих эффективному решению поставленных задач» [2, с. 329].

«По мнению Волковой С.В., дидактические условия, это специально смоделированные обучающие процедуры, реализация которых позволяет решать определенный ряд образовательных задач» [9, с. 3].

Содержание дидактичесских условий может меняться в зависимости от выбранных целей образовательного процесса.

Внедрение дискретной математики (рекурсии, комбинаторики, элементов теории графов) в систему специализированной математической подготовки студента предполагает построение специальной системы методов обучения, включающей в себя специальное содержание, специальный формат, методы обучения и поддержки.

«Под содержанием обучения мы будем понимать не только некоторый объем теоретического учебного материала, но и комплекс задач, заданий и упражнений, а так же сведений о ценности предметных знаний и способах их применения при решении разнообразных задач» [14].

Согласно требованиям ФГОС СОО, для обеспечения реализации программы среднего общего образования в образовательном процессе должны создаваться условия, обеспечивающие возможность «формирования функциональной грамотности обучающихся (способности решать учебные задачи и жизненные проблемные ситуации на основе сформированных предметных, метапредметных и универсальных способов деятельности), включающей овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу дальнейшего успешного образования и ориентации в мире профессий» [56].

При решении практико-ориентированных задач устанавливаются междисциплинарные связи, поскольку постановка задач охватывает все области знаний и все отрасли человеческой деятельности. Поэтому можно говорить о предпрофильной подготовке для обучающихся, которая предоставляет возможность ознакомиться с практическими задачами различных сфер профессиональной деятельности человека: медицина, экология и др.

«Л.Г. Шестакова и Т.В. Рихтер в своей работе показывают, что внедрение практико-ориентированного подхода в образовании повышает не только мотивацию обучающихся к учебной деятельности, но и оказывает положительное влияние на формирование у человека определенных компетенций, так необходимых в современном мире» [61].

Изменения в области ОГЭ и ЕГЭ привели к расширению содержания экзаменов в более практическом направлении: так, согласно спецификации в модуле «Реальная математика» из ОГЭ содержится 7 заданий (из 26), формулировка которых имеет практический контекст, знакомый обучающимся или близкий их жизненному опыту. А ЕГЭ содержит, согласно спецификации, задачи на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях (4 задания из 20, базовый уровень; 6 заданий из 19 профильный уровень).

В ЕГЭ профильного уровня несколько заданий отведено на практико-ориентированные задачи, включающие простейшие текстовые задачи, чтение графиков и диаграмм, начала теории вероятностей, задачи с прикладным содержанием линии уравнений и неравенств, текстовые задачи на проценты, движение, работу, прогрессии, смеси, сплавы.

В нашем исследовании будем опираться на определение практико-ориентированных задач, предложенное С.А. Дулиной и Р.Ф. Мамалыга: это «задачи, близкие к реальным проблемным ситуациям, связанные с разнообразными аспектами окружающей жизни и требующие для своего решения большей или меньшей математизации. Речь в них идет о жизни школы, общества, личной жизни обучающегося, профессиональной деятельности, спорте и др.» [12, с. 246].

Уроки с элементами дискретной математики позволят расширить и углубить знания по математике. Различные формы проведения таких уроков, способствуют повышению интереса к предмету. Рассмотрение на уроках математики практико-ориентированных задач, решаемых при помощи элементов дискретной математики, способствует формированию и развитию математической грамотности обучающихся. В ходе таких уроков, обучающиеся вовлекаются в учебно-познавательную деятельность, в рамках которой им приходится: анализировать условие задачи; работать с дополнительной литературой; проводить математическое исследование; «использовать графы как математические модели» для решения задач из различных областей знаний.

«Приоритетными методами обучения остаются: объяснительно-иллюстративный метод; метод обобщения и систематизации учебного материала.

Формирование математической грамотности не может развиваться вне активной деятельности самого обучающегося и без его собственных усилий. Методы активного обучения - это форма взаимодействия обучающихся и учителя, при которой учитель и обучающиеся взаимодействуют друг с другом в ходе урока и обучающиеся здесь не пассивные слушатели, а активные участники урока» [16].

Применение активных методов обучения на предметном содержании школьного курса математики позволяет вовлекать школьников в учебный процесс и активизировать их мышление, личностные ресурсы обучающегося для творческого поиска. В ходе такой деятельности и формируются основы функциональной грамотности. Одним из результативных методов активного обучения математике является кейс-метод (метод анализа конкретных ситуаций).

Кейс-метод – это метод конкретных ситуаций (англ. Case method, кейс-метод, метод кейсов, метод ситуационного анализа) — техника обучения, использующая описание реальных экономических, социальных и бизнес-ситуаций. Обучающиеся должны исследовать ситуацию, разобраться в сути проблем, предложить возможные решения и выбрать лучшее из них.

Кейс-метод предполагает разработку довольно объёмных методических материалов: описание некоторой проблемной ситуации и ряд заданий, которые должны выполнить обучающиеся в условиях заданной ситуации. Каждое задание в кейсе должно содержать новое знание и представлять проблему для обучающихся.

Кейс-метод особенно полезен в ходе изучения таких тем школьного курса математики, где есть возможность решения одной проблемы разными методами, или, где есть задачи в значительной степени приближенные к реальности. Например, в области дискретной математики имеется ряд таких задач, на основе которых педагогу можно разработать ряд интересных кейсов.

В данной статье представим примеры кейсов, которые целесообразно включать в процессе изучения понятий дискретной математики школьного курса 9 класса: комбинаторные задачи; числовые последовательности и прогрессии.

*Кейс 1. «*В огороде 30 грядок, каждая длиной 16 м и шириной 2,5 м. Поливая грядки, огородник приносит ведра с водой из колодца, расположенного в 14 м от края огорода (рис. 1), и обходит грядки по меже, причем воды, приносимой за один раз, достаточно для поливки только одной грядки» [48, с.172] .

Рис. 1. Иллюстрация к кейсу 1 (рисунок с сайта: http://mathemlib.ru/books/item/f00/s00/z0000003/st101.shtml)

Задания:

1. Нарисуйте план огорода, указав на нем все объекты и расстояния между ними, в соответствии с описанными выше условиями.

2. Определите длину пути для поливки первой грядки. Путь начинается и кончается у колодца.

3. Определите длину пути для поливки второй грядки. Путь начинается и кончается у колодца.

4. Можно ли определить закономерность: на сколько метров путь до каждой следующей грядки длиннее предыдущей. Какую числовую последовательность образуют длины пути огородника до каждой следующей грядки?

5. Какое расстояние должен пройти огородник, поливая весь огород? Путь начинается и заканчивается у колодца.

*Кейс 2. «*Коммивояжёр находится в пункте А (Волжский) (рис. 2). Его задача заключается в нахождении самого выгодного замкнутого маршрута, который проходит через данные города по одному разу».

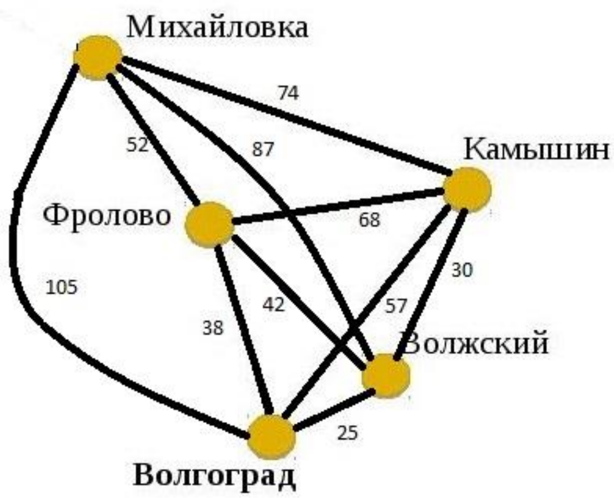


Рис. 2. Схема городов к кейсу 2

Задания:

1. Используя различные источники информации сформулируйте ответ на вопрос: Кто такой коммивояжёр?

2. Укажите, какое количество городов необходимо посетить коммивояжёру?

3. Определите, сколько всего маршрутов для коммивояжёра можно составить?

4. Изобразите дерево перебора всех возможных маршрутов коммивояжёра, с указанием расстояний между городами.

5. Укажите самый выгодный маршрут коммивояжёра.

Представленные выше примеры обосновывают возможность применения кейс-метода на уроках математики в 11 классе в ходе изучения дискретных объектов.

При работе с кейсом обучающийся демонстрирует сформированность следующих составляющих функциональной грамотности: читательская грамотность (умение анализировать учебный текст; извлекать необходимую информацию; осуществлять поиск недостающей информации для выполнения учебных заданий); математическая грамотность (умение составить схему и/или математическую модель решения задачи); креативность (умение нестандартно мыслить; владение различными подходами к решению задач).

«Под формами организации обучения мы понимаем внешнее выражение согласованной деятельности учителя и обучающихся, осуществляемой в определенном порядке и режиме: урок, экскурсии, домашняя учебная работа, консультации, семинар, факультативы, практикумы, дополнительные занятия» [8].

«Для формирования математической грамотности в процессе математической подготовки школьников, наиболее продуктивными формами обучения, на наш взгляд, являются следующие: дидактические игры; интеллектуальные разминки (логические викторины, тесты); практикумы по решению «дискретных задач»; проблемные семинары; деловые игры. В ходе таких форм организации обучения происходит постоянная смена деятельности – обучающиеся слушают, думают, отвечают на вопросы, анализируют, делают выводы и др.» [57].

Выводы по первой главе

В рамках нашего исследования, «под математической грамотностью», мы будем понимать способность выражать обоснованные математические суждения и использовать математические средства для решения практических, исследовательских и познавательных проблем.

«Формирование математической грамотности обучающихся на уроках математики возможно через решение реальных жизненных задач». Использование практико-ориентированных задач в процессе обучения математике – это необходимое условие реализации ФГОС и формирования метапредметных образовательных результатов, что является сегодня основным требованием государства. Выявлен ряд недостатков школьного математического образования в аспекте практико-ориентированной направленности, о котором свидетельствует анализ содержания различных УМК, результатов итоговой государственной аттестации и международных исследований PISA.

Было отмечено, что решение практических задач с помощью элементов дискретной математики, поспособствует решению современных проблем школьного математического образования: они повышают познавательный интерес обучающихся, учебную мотивацию, разбавляют содержание учебного материала, ориентированного на выпускные экзамены.

Также в рамках данного исследования, рассмотрены специфика и перспективы формирования и развития математической грамотности в школьном курсе математики. Охарактеризованы дидактические условия для включения элементов дискретной математики в математическую подготовку школьников.

Глава 2. Обучение элементам дискретной математики в профильных математических классах

2.1. Методика обучения элементам дискретной математики в профильных математических классах

На сегодняшний день знание теоретических основ и владение методами дискретной математики является неотъемлемой составляющей математической культуры. Некоторые разделы дискретной математики становятся обязательными составляющими математической подготовки школьников: комбинаторика, числовые последовательности и прогрессии.

«В учебниках по алгебре для 10-11 классов, автора Ш.А. Алимова, есть раздел «Комбинаторика», в котором имеется теоретический и практический материал, но практико-ориентированных задач небольшое количество» [1]. «Также в учебнике, имеется теоретический материал по теме «Множества. Логика», «Числовые последовательности»» [1]. При изучении указанных тем разбираются понятия из комбинаторики, теории множеств, числовых последовательностей: комбинации; факториал; логические операции, числовые последовательности и т.д. В учебном пособии изучаются такие параграфы как: «Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия», «Перестановки. Размещения. Сочетания», «Элементы математической логики» и т.д.

«Проанализировав данный учебник можно сделать вывод о том, что он содержит необходимый теоретический материал по некоторым элементам дискретной математики, но недостаточно практических заданий, которые бы способствовали развитию математической грамотности у обучающихся» [1].

«В учебном пособии по алгебре для 11 класса (углубленный профиль), под руководством Н.Я. Виленкина, есть раздел «Элементы комбинаторики», в этом разделе изучаются основные понятия комбинаторики, теории множеств». Однако практического материала очень мало.

Однако за страницами школьных учебников по математике остаются такие важные разделы дискретной математики, как: теория графов, рекуррентные соотношения и др.

В ходе анализа примерной рабочей программы по математике были выявлены возможности для включения элементов дискретной математики в содержание школьного курса математики 11 класса (таблица 2).

Таблица 2. Тематическое планирование курса математики 11 класса

№	*Содержание учебного материала*	*Кол-во часов*
1	Повторение курса 10 класса	18
	Числовые последовательности и рекуррентные соотношения. Задача о кроликах. Метод последовательного перебора элементов решения рекуррентного уравнения.	
	Задачи, решаемые с помощью рекуррентностей (задача о ханойской башне. Метод «раскрутки»)	
2	Производная и её геометрический смысл	18
3	Применение производной к исследованию функций	19
4	Векторы	7
5	Метод координат.	17
6	Интеграл	11
7	Цилиндр, конус	23
8	Объёмы тел	23
9	Комбинаторика	11
	Комбинаторные задачи. Правило умножения	
	Перестановки	
	Размещения	
	Сочетания и их свойства	
	Бином Ньютона	
	Граф и его элементы. Некоторые свойства и теоремы.	
	Дерево. Понятие дерева в решении различных задач.	
	Графы и логические задачи.	
	Решение комбинаторных задач с помощью теории графов	
10	Элементы теории вероятностей	12
11	Статистика	3
12	Заключительное повторение курса алгебры и начал анализа, геометрии. Подготовка выпускников к итоговой аттестации	42
	Всего	*204*

В ходе данных уроков, обучающиеся 11 класса познакомятся: с элементами дискретной математики, с классификацией комбинаторных заданий и множеством способов таких задач.

«После изучения обучающиеся должны:

Знать:

- формулировки правила сложения и правила умножения;

- определения размещения, сочетания и перестановки;

- формулы для вычисления количества размещений, сочетаний и перестановок.

- определение упорядоченного и неупорядоченного разбиения множества на подмножества;

- формулы для вычисления количества упорядоченных и неупорядоченных разбиений множества на подмножества.

- полиномиальную формулу;

- формулу бинома Ньютона;

- формулу для вычисления коэффициента при одночлене;

- свойства биномиальных коэффициентов.

- формулу для подсчета количества элементов, не обладающих ни одним из свойств;

- формулу для подсчета количества элементов, обладающих ровно m свойствами;

- общую формулировку задачи о беспорядках.

Уметь:

- различать схемы с повторением и без повторения;

- применять правила комбинаторики при решении задач;

- проводить вычисления с использованием формул комбинаторики.

- вычислять количество упорядоченных разбиений множества на подмножества;

- вычислять количество неупорядоченных разбиений множества на подмножества.

- вычислять коэффициенты в полиномиальной формуле;

- вычислять биномиальные коэффициенты;

- использовать свойства биномиальных коэффициентов при решении задач.

- выделять свойства, которыми обладают (не обладают) элементы;

- вычислять количество элементов, не обладающих ни одним из свойств;

- вычислять количество элементов, обладающих ровно m свойствами.

Понимать:

- важность изучения дискретной математики в целом и для решения прикладных задач» [17].

Основные формы занятий: урок (в классическом понимании), лекция, семинар, лабораторно-практическое занятие, олимпиада, дидактические игры.

Результат освоения среднего общего образования проверяется посредством Единого государственного экзамена. Экзамен по математике является обязательным для всех обучающихся.

Элементы комбинаторики, как один из разделов «Дискретной математики», является важнейшим разделом изучения в профильных математических классах. Задания из данного раздела, присутствуют в заданиях ЕГЭ. В базовом уровне это задание под номером 5 и 20, а в профильном уровне это задания под номерами 3, 4.

Предлагаемые темы занятий являются предметно-ориентированными. Их цель – подготовить обучающихся к осознанному выбору сферы деятельности. Прикладная направленность математики определяется тем, что «без специальных математических знаний трудно понять принципы проектирования и использования современных технологий, воспринимать и интерпретировать научные знания».

Каждому человеку в жизни приходится производить достаточно сложные расчеты, пользоваться компьютерной техникой, осваивать методы измерения и практические геометрические построения, читать информацию, представленную в виде таблиц, схем и составлять простые алгоритмы.

И, наконец, все больше специальностей, требующих высокого уровня подготовки, связаны с применением прикладной математики. В результате расширяется круг обучающихся, для которых математика становится особо важным предметом.

Конспекты уроков математики 11 класса, в содержание которых включены элементы дискретной математики

Конспект занятия 1

Тема урока: «Числовые последовательности и рекуррентные соотношения. Задача о кроликах. Метод последовательного перебора элементов решения рекуррентного уравнения».

Тип урока: урок открытия новых знаний.

Цели урока: познакомить с понятиями числовая последовательность, рекуррентные соотношения, способами задания числовой последовательности

Предметные: ввести понятие числовая последовательность, рекуррентные соотношения, способы задания числовой последовательности, начать формирование умений по применению знаний в решении заданий.

Личностные: проявлять мотивацию учебно-познавательной деятельности и личностного смысла учения.

Метапредметные:

- ✓ понимать и принимать учебную задачу, осуществлять решение учебной задачи под руководством учителя;
- ✓ выделять из содержания урока известные знания и умения, определять круг неизвестного по изучаемой теме;
- ✓ включаться в диалог с учителем и сверстниками, проявлять инициативу и активность;
- ✓ осуществлять взаимный контроль и оказывать в сотрудничестве необходимую взаимопомощь.

Планируемые результаты: обучающийся научится применять полученные знания при решении различных задач.

Ход урока:

1. Орг. момент.
2. Актуализация знаний.
3. Формулирование темы урока.

4. Формирование новых знаний и умений.

5. Закрепление новых знаний.

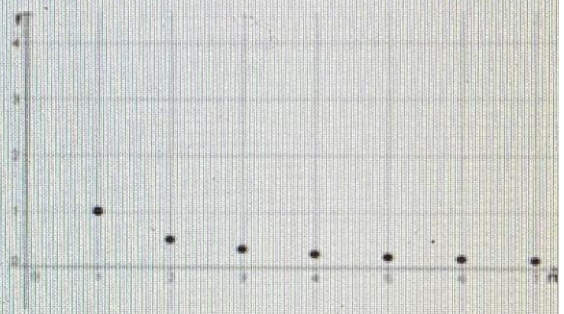
6. Физкультминутка.

7. Подведение итогов, задание на дом.

8. Рефлексия.

Структура и ход урока

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД
Организационный этап	Всем здравствуйте. Проверьте вашу готовность к уроку. Откройте тетради и запишите сегодняшнюю дату.	Приветствие. Записывают дату в тетрадь.	Коммуникативные: развитие умения слушать.
Актуализация знаний	В 9 классе на уроках алгебры мы уже встречались с понятием числовой последовательности. Рассматривали свойства некоторых последовательностей, способы их задания. Арифметическая и геометрическая прогрессии нами были изучены более подробно. Мы познакомились с формулами n-го члена прогрессии, суммы n первых членов прогрессии. Настало время вспомнить и обобщить изученный материал, систематизировать его и применить к более сложным понятиям. Обратимся к следующим примерам числовых последовательностей: **1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, …** **(1)** **5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, …** **(2)** **1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, …** **(3)** **$1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, 2\sqrt{2}, \ldots$** **(4)** Внимательно посмотрите на эти примеры. Что у них общего? В каждом примере выписано по восемь членов последовательности. Могли бы вы написать, например, девятые члены? Значит, во всех приведенных примерах последовательностей налицо *определенный закон*, который позволяет нам дописать девятые, десятые и прочие члены последовательностей.	Слушают учителя, делают записи в тетради.	Познавательные: развитие умения анализировать, делать выводы. Коммуникативные: сосредотачивают внимание.

Формулировка темы урока.	Напомним, что последовательностью называется функция натурального аргумента $y_n=f(n)$, где $n \epsilon N$. Значения функции $y_1=f(1)$, $y_2=f(2)$, $y_3=f(3)$, … называются членами последовательности, а сама последовательность часто обозначается $\{y_n\}$. *Способы задания числовых последовательностей:* – *Словесный* – заключается в словесном описании членов последовательности. Например, словесно зададим последовательность следующим образом: «Последовательность чисел обратных натуральным числам». – *Аналитический* – состоит в задании членов последовательности с помощью явной формулы от натурального аргумента. Например последовательность задана формулой $y_n=\frac{1}{n}$, где $n \epsilon N$, согласно которой можно определить члены последовательности для любого натурального n: $y_1=1$, $y_2=\frac{1}{2}$, $y_3=\frac{1}{3}$, … . – *Графический* – с помощью графика функции натурального аргумента. Например, члены последовательности заданы на рис. 1 точками графика функции $y_n=\frac{1}{n}$, где $n \epsilon N$.  – *Рекуррентный* (от латинского слова recurrere – возвращаться) – путем задания *рекуррентного соотношения* – условия, позволяющего начиная с некоторого члена последовательности выражать его через предыдущие члены. Например, рекуррентное соотношение $a_{n+1}=qa_n$ задает известную из школьного курса математики геометрическую прогрессию: $a_0=a$, $a_1=aq$, $a_2=aq^2$, …, $a_n=aq^n$, … . Рекуррентное соотношение $a_{n+2}=2a_{n+1}-a_n$ или $a_{n+1}=a_n+d$ задает арифметическую прогрессию: $a_0=a$, $a_1=a+d$, $a_2=a+2d$, …, $a_n=a+nd$, … .	Высказывают свои предположения. Выслушиваются разные мнения. Дети в тетрадях и ученик у доски выполняют решение. Заслушиваются ответы детей	Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета. Комуникативные: умеют вести общение с учителем.

Формирование новых знаний и умений	*Рекуррентные соотношения* играют большую роль в дискретной математике. Они позволяют сводить данную задачу от n элементов к задаче от $(n-1)$ элементов, потом к задаче от $(n-2)$ элементов и т.д. Последовательно уменьшая эти значения, можно получить совсем тривиальную задачу, которую уже легко решить. Процедура называется *рекурсивной*, если она обращается сама к себе, но с измененными входными данными. Рекуррентные соотношения играют важную роль при составлении компьютерных программ. Многие программы основаны на так называемых рекурсивных процедурах. В каждой из них одна и та же операция последовательно применяется к возникающим с помощью этой же операции объектам. Зачастую такая операция задаётся рекуррентным соотношением (1). $a_n=f(a_{n-1}, a_{n-2}, ..., a_{n-k}, n)$, $n=0, 1, 2...$ (1) Соотношение (1), позволяющее однозначно находить любой член последовательности, начиная с некоторого, по k непосредственно предшествующих ему членов, называется *рекуррентным соотношением k-го порядка*. Рекуррентная (возвратная) последовательность k-го порядка характеризуется тем, что каждый ее член (начиная с $(k+1)$-го) выражается через одно и то же количество k непосредственно предшествующих ему членов по формуле (1). Иными словами, для того, чтобы найти $(k+1)$ член возвратной последовательности нужно как бы вернуться к ее k предыдущим членам. *Решением рекуррентного соотношения* (1) называется последовательность $\{a_n\}$, для которой равенство (1) выполняется при любом $n=0$, 1, 2… . Вообще говоря, если задано рекуррентное соотношение k-го порядка, то ему удовлетворяет бесконечно много последовательностей. Дело в том, что первые k элементов последовательности (*начальные условия*) можно задать совершенно произвольно – между ними нет никаких соотношений. Но если первые k элементов заданы, то все остальные совершенно однозначно определяются – элемент a_{k+1} выражается в силу рекуррентного соотношения через $a_1, a_2, ..., a_k$, элемент a_{k+2} – через $a_2, a_3, ..., a_{k+1}$ и т.д. Таким образом, пользуясь рекуррентным соотношением и начальными условиями, можно один за другим выписывать члены последовательности,	Дети отвечают на поставленные вопросы, записывают правила в тетради	Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета. Комуникативные: умеют вести общение с учителем.

	причем рано или поздно мы получим любой ее член. Такой метод называется *методом последовательного вычисления элементов решения рекуррентного соотношения*.		
Закрепление новых знаний	«Само понятие рекуррентного соотношения впервые было введено итальянским математиком Леонардо из Пизы (ок. 1180-1240), более известным как Фибоначчи. В книге «Liber Abaci», появившейся в 1202 году, он рассмотрел следующую задачу.¶ **Задача 1.** Пара «взрослых» кроликов раз в месяц приносит потомство из двух крольчат (самки и самца), причём новорожденные крольчата через два месяца после рождения уже сами приносят такой же приплод. Сколько кроликов появится через год, если в начале года была одна новорожденная пара кроликов, и в течение этого года кролики не умирают, а их воспроизводство не прекращается?¶  *Решение.* Будем считать количество пар кроликов (самца и самки) по прошествии года. Годовой промежуток времени разобьем на месячные промежутки (0,1), (1,2), (2,3), (3,4), (4,5), (5,6), (6,7), (7,8), (8,9), (9,10), (10,11), (11,12), (12,13). Нас интересует количество кроликов в последнем временном промежутке, по прошествии года. Будем считать, что изменение количества пар кроликов в результате родов происходит на рубежах этих промежутков.¶ Представим себе три клетки: клетку A для новорожденных (до одного месяца), клетку B для месячных (до двух месяцев) и клетку C для «взрослых» кроликов (старше двух месяцев). Для промежутка времени $(i, i+1)$ количество пар кроликов в клетках A, B и C обозначим соответственно через a_i, b_i и c_i. Общее количество пар кроликов в этом временном промежутке обозначим $s_i = a_i + b_i + c_i$. Расположение пар кроликов по клеткам можно характеризовать набором (a_i, b_i, c_i). Тогда в следующий временной промежуток $(i+1, i+2)$ пары из клетки B становятся «взрослыми» и переводятся в клетку C, в которой теперь будет $b_i + c_i$ пар. Пары из A становятся одномесячными и мы их переводим в клетку B, так что в этой клетке будет a_i пар. Все пары из C приносят приплод в количестве $b_i + c_i$ пар, который помещаем в клетку новорожденных A. Расположение пар по клеткам теперь характеризуется набором $(b_i + c_i, a_i, b_i + c_i)$. Общее количество пар становится равным	Решают задачи у доски и в тетради. Выслушиваются ответы детей	Личностные: проявляют критичность мышления. Комуникативные: умеют работать самостоятельно и вести общение с учителем.

$s_{i+1} = (b_i + c_i) + a_i + (b_i + c_i) = a_i + 2b_i + 2c_i$. На следующем промежутке времени $(i+2, i+3)$ будем иметь распределение по клеткам, характеризуемое набором $(a_i + b_i + c_i, b_i + c_i, a_i + b_i + c_i)$, и общее количество пар будет равно $s_{i+2} = (a_i + b_i + c_i) + (b_i + c_i) + (a_i + b_i + c_i) = 2a_i + 3b_i + 3c_i$. Видим, что $s_{i+2} = s_i + s_{i+1}$ (6). Получили рекуррентное соотношение (6), которое позволяет вычислить s_{i+2}, если известны s_i и s_{i+1}, для $i = 0,1,2,\ldots$. Числа, удовлетворяющие рекуррентному соотношению (6), принято называть *числами Фибоначчи*.

По условию задачи в новогоднюю ночь, ровно в полночь мы отмечаем День рождения пары кроликов, которую помещаем в клетку A, и с нее начинаем счет. В начальный временной промежуток (0,1) расположение кроликов в клетках A, B, C можно характеризовать набором $(1,0,0)$. Всего пар $s_0 = 1$. Ровно через месяц наша пара подрастет и мы одномесячных переведем в клетку B. Остальные клетки не заняты и распределение по клеткам можно характеризовать набором $(0,1,0)$. Общее количество пар $s_1 = 1$. Используя рекуррентное соотношение, находим последовательно: $s_2 = s_0 + s_1 = 1 + 1 = 2$, $s_3 = s_1 + s_2 = 1 + 2 = 3$, ..., $s_{12} = 233$. Ответ: после новогодней ночи следующего года будет 233 пары кроликов.

Можно усложнить задачу и спросить, сколько будет через год новорожденных пар, одномесячных и «взрослых» кроликов? Для ответа на этот вопрос вычисляем последовательно числовые наборы (a_i, b_i, c_i) на каждом временном промежутке.

Приведем эти вычисления в виде таблицы:

T	A	B	C	s
(0,1)	1	0	0	1
(1,2)	0	1	0	1
(2,3)	1	0	1	2
(3,4)	1	1	1	3
(4,5)	2	1	2	5

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><td>(5,6)</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>8</td></tr>
<tr><td>(6,7)</td><td>5</td><td>3</td><td>5</td><td>13</td></tr>
<tr><td>(7,8)</td><td>8</td><td>5</td><td>8</td><td>21</td></tr>
<tr><td>(8,9)</td><td>13</td><td>8</td><td>13</td><td>34</td></tr>
<tr><td>(9,10)</td><td>21</td><td>13</td><td>21</td><td>55</td></tr>
<tr><td>(10,11)</td><td>34</td><td>21</td><td>34</td><td>89</td></tr>
<tr><td>(11,12)</td><td>55</td><td>34</td><td>55</td><td>144</td></tr>
<tr><td>(12,13)</td><td>89</td><td>55</td><td>89</td><td>233</td></tr>
</table>
Здесь T обозначает столбец временных промежутков, A, B и C – столбцы соответствующих клеток, S – столбец общего количества пар кроликов. При заполнении каждой следующей строки содержимое клетки B равно содержимому клетки A предыдущей строки. Содержимое клеток A и C одинаково и равно сумме содержимого клеток B и C предыдущей строки.

Ответ: после новогодней ночи следующего года будет 89 новорожденных пар кроликов, столько же «взрослых» и 55 пар одномесячных. Всего 233 пары кроликов.

Кстати, завезенные в Австралию кролики так быстро размножались, что стали национальным бедствием.

Основы теории рекуррентных соотношений (возвратных последовательностей) были разработаны и опубликованы в 20-х гг. XVIII в. математиками: А. Муавром, Д.Бернулли и Л. Эйлером.»
</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Физкультминутка</td>
<td>Гимнастика для глаз</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Подведение итогов, задание на дом</td>
<td>Составить возможную формулу n-го элемента последовательности (y_n):
а) 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...;
б) 4, 8, 12, 16, 20, ...;
2. Вычислите три последующих члена последовательности, если
$a_1 = 4$ и $a_n = 4 \cdot a_{n+1} + 4$.
3. Задана последовательность. Ограничена ли она?
$y_n = ((-1)^n + 1)n^2$.
4. Начиная с какого номера все члены последовательности (x_n) будут не</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

	меньше заданного числа А? $x_n = 4n - 6$, $A = 19$		
Рефлексия	Предлагаю закончить следующие предложения… 1. Сегодня на уроке я смог… 1. Сегодня на уроке мне понравилось… 2. Сегодня на уроке было сложно …. Спасибо за урок	Заканчивают предложения	Познавательные: рефлексия способов действия и оценка результатов деятельности

Конспект занятия 2

Тема урока: «Задачи, решаемые с помощью рекуррентностей (задача о ханойской башне. Метод «раскрутки»)».

Тип урока: урок открытия новых знаний.

Цели урока: рассмотреть задачи, решаемые с помощью рекуррентностей, научиться решать задачи.

Предметные: познакомить обучающихся с задачами, научить решать задачи с помощью рекуррентностей, отработать навыки решения задач.

Личностные: проявлять мотивацию учебно-познавательной деятельности и личностного смысла учения.

Метапредметные:

- ✓ понимать и принимать учебную задачу, осуществлять решение учебной задачи под руководством учителя;
- ✓ выделять из содержания урока известные знания и умения, определять круг неизвестного по изучаемой теме;
- ✓ включаться в диалог с учителем и сверстниками, проявлять инициативу и активность;
- ✓ осуществлять взаимный контроль и оказывать в сотрудничестве необходимую взаимопомощь.

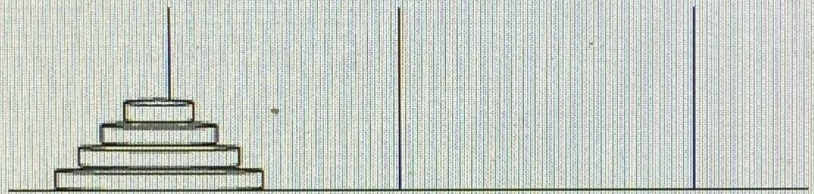
Планируемые результаты: обучающийся научится решать задачи с помощью рекуррентностей, применять полученные знания при решении различных задач.

План урока

1. Организационный момент.
1. Сообщение темы и цели урока.
2. Проверка знаний.
3. Изучение нового материала.
4. Закрепление новых знаний.
5. Физкультминутка
6. Подведение итогов, задание на дом.
7. Рефлексия.

Структура и ход урока

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД
Организационный момент	- Здравствуйте, ребята! Садитесь. Проверяется готовность учащихся к уроку.	Приветствие. Делают записи в тетрадях.	Коммуникативные: развитие умения слушать.
Сообщение темы и цели урока	- Ребята, на предыдущих уроках мы рассмотрели числовые последовательности, рекуррентные соотношение, способы их задания. Сегодня мы с вами более подробно рассмотрим решение задач с помощью рекуррентностей, будем учиться решать задачи.	Слушают учителя. Делают записи в тетрадях.	Коммуникативные: сосредотачивают внимание, развитие умения слушать.
Проверка знаний	Ответить на вопросы: 1. Что такое числовая последовательность 2. Способы задания числовых последовательностей	Отвечают на вопросы, активно	Личностные: проявляют познавательный

	3. Что такое рекуррентное соотношение 4. Какие числа называются числами Фибоначчи	работают на уроке. Ищут необходимую информацию в учебнике.	интерес. Регулятивные: понимают и сохраняют учебную задачу. Коммуникативные: умеют вести общение с учителем.
Изучение нового материала	Рассмотрим задачу «**Задача 1.** Имеется три стержня и n колец разного размера. Вначале все кольца находятся на первом стержне в порядке убывающего размера, как показано на рис. 2 для четырех колец. Нужно переместить имеющиеся кольца на третий стержень так, чтобы они остались в том же порядке. Этого нужно добиться, соблюдая следующие правила: 1) на каждом шаге ровно одно кольцо перемещается с одного стержня на другой; 2) кольцо большего размера нельзя помещать на меньшее; 3) один из стержней можно использовать в качестве промежуточного. Определите рекуррентное соотношение, с помощью которого возможно определить за какое наименьшее число перекладываний можно переместить n колец.  Рис. 2 Решение: Головоломку под названием ханойская башня, придумал французский математик Эдуард Люка в 1883 г.	Отвечают на вопросы, активно работают на уроке. Ищут необходимую информацию в учебнике.	Личностные: проявляют познавательный интерес. Регулятивные: понимают и сохраняют учебную задачу. Коммуникативные: умеют вести общение с учителем.

Башня представляет собой восемь дисков, нанизанных в порядке уменьшения размеров на один из трех колышков: задача состоит в том, чтобы переместить всю башню на один из других колышков, перенося каждый раз только один диск и не помещая больший диск на меньший.

Люка связывал свою игрушку с мифической легендой о значительно большей башни Брамы, которая, как утверждается, состоит из 64 дисков чистого золота, а колышки представляют собой три алмазных шпиля». При сотворении мира Всевышний поместил диски на первый шпиль и повелел, чтобы жрецы переместили их на третий в соответствии с предписанными правилами. По имеющимся сведениям жрецы трудятся над этой задачей, как только они закончат, башня рассыплется в прах и наступит конец света.

Какое количество перемещений дисков является необходимым и достаточным для выполнения поставленной задачи?

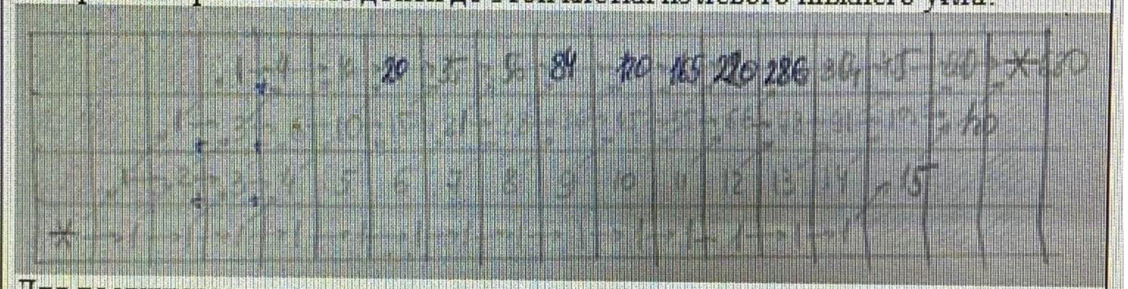
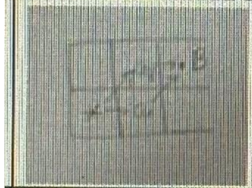
Наилучший способ разрешить вопрос – несколько обобщить его. Башня Брамы состоит из 64 дисков, а ханойская башня – из 8; посмотрим, что будет в случае n дисков.

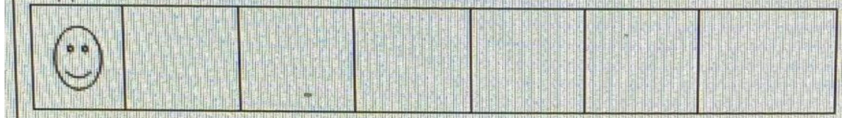
«Пусть T_n – минимальное число перекладываний, необходимых для перемещения n дисков с одного колышка на другой по правилам Люка. Тогда $T_0=0$, $T_1=1$, $T_2=3$ – очевидно.

Эксперимент с тремя дисками показывает, что решающая идея состоит в переносе двух верхних дисков на средний колышек; затем переносится третий диск и на него перемещаются два других. Это даст ключ к общему правилу перемещения n дисков; сначала мы перемещаем (n-1) меньших дисков на любой из колышков (что требует T_{n-1} перекладываний); затем перекладываем самый большой диск (одно перекладывание) и, наконец, помещаем (n-1) меньших дисков обратно на самый большой диск (еще T_{n-1} перекладываний). Т. о., n дисков (при $n>0$) можно переместить самое большое за $(2T_{n-1}+1)$ перекладываний: $T_n=2T_{n-1}+1$, $n>0$, $T_0=0$

(*)$T_n=2T_{n-1}+1$, $n>0$, $T_0=0$»

Один из способов определения последовательности чисел, удовлетворяющих рекуррентному уравнению (*) заключается в «разматывании» или «раскрутки» следующим образом:

	С поиском выражения для T_n благополучно покончено. Однако с задачей брамнов дело обстоит иначе – они по-прежнему покорно перекладывают диски и им придется еще изрядно потрудиться, поскольку при n=64 требуется $2^{64}-1$ (примерно 18 с восемнадцатью нулями) перекладываний. Даже работая с фантастической скоростью одно перекладывание в микросекунду, они затратят свыше 5000 веков для перемещения башни Брамы. Сама же головоломка Люка несколько практичнее – она требует $2^8-1=225$ перекладываний, которые при известной сноровке можно выполнить приблизительно за четыре минуты.		
Закрепление новых знаний	**Задача 2.** На клетчатой доске 4×18 шахматный король за 17 ходов дошёл из левого нижнего в правый верхний угол, не делая ходов по диагонали вправо-вниз. Сколькими маршрутами король мог пройти? Решение: В каждой клетке укажем число, равное количеству допустимых путей, которыми король может дойти до этой клетки из левого нижнего угла.  Для достижения цели король ходит только вправо или по диагонали. Чтобы попасть в В существует (a_2+a_1) способов! 	Решают задачи у доски и в тетради. Отвечают на вопросы.	Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета. Комуникативные: умеют работать самостоятельно и вести общение с учителем.
Физкультминутка	Гимнастика для глаз		

Подведение итогов, домашнее задание	В качестве домашнего задания предлагаются следующие задачи «**Задача 3.** Определите рекуррентное соотношение, с помощью которого возможно определить на какое максимальное количество кусков можно разрезать пиццу n прямыми разрезами? **Задача 4.** Имеется полоска клетчатой бумаги шириной в одну клетку и длиной в n клеток. На первой клетке установлена фишка (рис. 3). Одним ходом фишку можно продвигать вперед на одну или две клетки. Спрашивается, сколькими способами фишку можно продвинуть на n-ю клетку»? Определите рекуррентное соотношение, с помощью которого возможно ответить на вопрос задачи.  1 2 3 … n-2 n-1 n Рис. 3	Дают ответы на вопросы учителя.	Коммуникативные: аргументация своего мнения, умение вести общение с учителем
Рефлексия	Итак, подведите итоги нашего занятия. Нарисуйте в тетради смайлик - оценка вашей работы на уроке (Приложение 1). Обозначьте трудности, которые вызвала данная тема.	Рисуют смайлики, пишут свои варианты затруднений, которые были на уроке.	Познавательные: рефлексия способов и условий действия, контроль процесса и результатов деятельности.

Конспект занятия 3

Тема урока: «Комбинаторные задачи. Правило умножения».

Тип урока: урок открытия новых знаний.

Цели урока: познакомить с основными понятиями по теме «Элементы комбинаторики»

Предметные: ввести понятие случайного явления, определение комбинаторики, познакомить с правилом умножения, начать формирование умений по применению знаний в решении заданий.

Личностные: проявлять мотивацию учебно-познавательной деятельности и личностного смысла учения.

Метапредметные:

- ✓ понимать и принимать учебную задачу, осуществлять решение учебной задачи под руководством учителя;
- ✓ выделять из содержания урока известные знания и умения, определять круг неизвестного по изучаемой теме;
- ✓ включаться в диалог с учителем и сверстниками, проявлять инициативу и активность;
- ✓ осуществлять взаимный контроль и оказывать в сотрудничестве необходимую взаимопомощь.

Планируемые результаты: обучающийся научится применять правило умножения, применять полученные знания при решении различных задач.

План урока:

1. Орг. момент.
2. Актуализация знаний.
3. Формулирование темы урока.
4. Формирование новых знаний и умений.
5. Закрепление новых знаний.
6. Физкультминутка.
7. Практическая работа.
8. Подведение итогов, задание на дом.
9. Рефлексия.

Структура и ход урока

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность	Формируемые

		обучающихся	**УУД**
Организационный этап	Всем здравствуйте. Проверьте вашу готовность к уроку. Откройте тетради и запишите сегодняшнюю дату.	Приветствие. Записывают дату в тетрадь.	Коммуникативные: развитие умения слушать.
Актуализация знаний	«Математику многие любят за ее вечные истины: дважды два всегда – четыре, сумма четных чисел четна, а площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон. В любой задаче, которую мы решаем на уроках математики, у всех получается один и тот же ответ - нужно только не делать ошибок в решении. Реальная жизнь не так проста и однозначна. Исходы многих явлений заранее предсказать невозможно, какой бы полной информацией о них мы не располагали. Нельзя, например, сказать наверняка, какой стороной упадет подброшенная вверх монета, когда в следующем году выпадет первый снег или сколько человек в городе захотят в течение ближайшего часа позвонить по телефону. Такие непредсказуемые явления называются случайными (слайд 5). Все мы довольно часто говорим «это невероятно», «более вероятно, что…», «это мало вероятно», «можно утверждать со стопроцентной вероятностью, что…» и т.д., когда пытаемся спрогнозировать наступление того или иного события. При этом обычно мы опираемся на интуицию, жизненный опыт, здра́вый смысл. Но часто такие оценки являются недостаточными, и бывает важно знать, на сколько или во сколько раз одно случайное событие вероятнее другого. Иными словами, нужны точные количественные оценки, нужно уметь численно характеризовать возможность наступления того или иного события. Раздел математики, посвященный исследованию количественных оценок случайных событий, называют теорией вероятностей (слайд 5). Вероятности различных событий в ряде азартных игр (карты, кости…) вычислили французские математики XVII века Пьер Ферма и Блез Паскаль. Они использовали метод, который позже был назван комбинаторным анализом или проще комбинаторикой. Комбинаторика – это искусство подсчета числа различных комбинаций, соединений, сочетаний, перестановок тех или иных элементов некоторых множеств. Именно с комбинаторики начнется наше знакомство с элементами теории вероятностей (слайд 6).»	Слушают учителя, делают записи в тетради.	Познавательные: развитие умения анализировать, делать выводы. Коммуникативные: сосредотачивают внимание.

Формулировка темы урока.	Решим задачу. «Задача 1. Сколько четных двузначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3 4, 5, 9? (,слайд 7) Решение (слайды 8-9) Первый способ. Выпишем по порядку все числа от 10 до 99 и выберем те, что нам нужны: 10, 12,14, 20,22, 24, 40, 42, 44, 50, 52, 54, 90, 92, 94. Всего 15 чисел. Второй способ. Первой цифрой не может быть 0. Если первая цифра 1, то вторая (четная!) цифра – 0,2 или 4. Всего 3 варианта. Если первая цифра 2, то для второй цифры возможны те же 3 варианта. В случаях, когда первая цифра равна 4,5 или 9, рассуждение повторяется, и в каждом из случаев будет по 3 варианта. Всего получается 5 раз по 3, т.е. 15 четных двузначных чисел, составленных из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 9. Третий способ. Для выбора первой цифры есть 5 вариантов: 1, 2, 4, 5 или 9. Для второй цифры есть 3 варианта: 0,2 или 4. Значит, всего есть 5·3 вариантов составления нужных нам чисел. Обсудим предложенные решения. Первый способ неплох, но тут можно сбиться со счета или что-то пропустить. Кроме того, перспективы поступать таким же образом в более сложных ситуациях (например, с четырехзначными числами) довольно безрадостны. Второй способ, по существу, просто упорядочивает подсчет вариантов в первом способе и в сложных ситуациях также вряд ли применим. Третий способ наиболее ясен с формальной точки зрения. Непонятно только обоснование: « ...Значит, имеются 5·3 ...». На чем основано это «значит»? Почему 5 и 3 следует именно перемножить, а, например, не сложить? Ответ на эти вопросы фактически дает второй способ решения. В нем как раз и приведено объяснение: 5·3 – это 5 раз по 3.»	Высказывают свои предположения. Выслушиваются разные мнения. Дети в тетрадях и ученик у доски выполняют решение. Заслушиваются ответы детей	Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета. Комуникативные: умеют вести общение с учителем.

<table>
<tr>
<td>Формирование новых знаний и умений</td>
<td>«Чтобы не приводить к каждой задаче два решения – краткое и подробное, поступим так. Сформулируем правило умножения и в дальнейшем будем использовать именно его в качестве подсчета вариантов (слайд 10).
Правило умножения: Для того чтобы найти число всех возможных исходов независимого проведения двух испытаний А и В, следует перемножить число всех исходов испытания А и число всех исходов испытания В.
В примере 1 испытание А состоит в выборе первой цифры числа, и у него имеется 5 возможных исходов, а испытание В состоит в выборе второй цифры, и у него имеется 3 возможных исхода. Так как выбор первой цифры независим от выбора второй цифры, то, по правилу умножения, всего получается 5•3=15 исходов. Вот как выглядят рассуждения в примере 1:
<table>
<tr><td></td><td>0</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>1</td><td>10</td><td>12</td><td>14</td></tr>
<tr><td>2</td><td>20</td><td>22</td><td>24</td></tr>
<tr><td>4</td><td>40</td><td>42</td><td>44</td></tr>
<tr><td>5</td><td>50</td><td>52</td><td>54</td></tr>
<tr><td>9</td><td>90</td><td>92</td><td>94</td></tr>
</table>
Всего 5•3=15 чисел.
Правило умножения для двух независимых испытаний удобно объяснять, используя прямоугольные таблицы. Но если проводятся три испытания, то для иллюстрации придется использовать и длину, и высоту, и ширину. На картинке получится прямоугольный параллелепипед, разбитый на кубики. Здесь уже и рисунок, и объяснения выглядят сложнее, поскольку, например, будут невидимые кубики. Еще хуже дело обстоит с четырьмя испытаниями. Окружающее нас пространство всего лишь трехмерно, и для рисунка в этом случае не хватит измерений. Необходимо правило умножения для произвольного числа независимых испытаний».
Обобщенное правило умножения. Если элемент x_1может быть выбран n_1способами, после этого элемент x_2может быть выбран n_2 способами, а для любого i $(2 \leq i \leq m-1)$ после выбора элементов» $x_1, x_2, \dots, x_i$ элемент x_{i+1} может быть выбран n_{i+1} способами, то выбор упорядоченной последовательности $(x_1; x_2; \dots; x_m)$из m элементов может быть осуществлён $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_m$ способами.
(Слайд 11)</td>
<td>Дети отвечают на поставленные вопросы, записывают правила в тетради</td>
<td>Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета.
Комуникативные: умеют вести общение с учителем.</td>
</tr>
</table>

Закрепление новых знаний	«**Задача 2.** В коридоре 3 лампочки. Сколько имеется различных способов освещения коридора (включая случай, когда все лампочки не горят)? ***(Слайд 12)*** *Решение.* Пронумеруем лампочки. Первая лампочка может или гореть, или не гореть, т.е. имеются два возможных исхода. Но то же самое относится и ко второй, и к третьей лампочкам. Мы предполагаем, что лампочки горят или нет независимо друг от друга. По правилу умножения получаем, что число всех способов освещения равно 2•2•2=8. ***(Слайд 13)*** Приведем так называемое дерево вариантов для примера 2. На этом дереве наглядно представлен способ получения всех восьми вариантов освещения. *Первая лампочка* +*(горит)* -*(не горит)* *Вторая лампочка* *Вторая лампочка* + - + - *Третья лампочка* *Третья лампочка* *Третья лампочка* *Третья лампочка* + - + - + - + - +++ ++- +-+ +-- -++ -+- --+ --- В рассмотренном примере речь шла фактически о выборе того или иного подмножества данного трехэлементного множества { }. Выбор подмножества { } означает, что горят первая и третья лампочки; выбор пустого подмножества ∅ означает, что не горит ни одна лампочка; выбор всего множества означает, что горят все лампочки. Оказалось, что у трехэлементного множества =8 подмножеств. **Задача 3.** В трёх 8-х классах 23, 24 и 25 учащихся. Сколькими способами можно выбрать трёх представителей по одному из каждого класса? ***(Слайд 14)*** *Решение:* ***(Слайд 15)*** Выбор представителя x_1 от первого класса можно сделать 23 способами. Для каждого представителя x_1 существует 24 способа выбора представителя x_2 второго класса. По правилу произведения число таких пар $(x_1; x_2)$ представителей равно $23 \cdot 24$. Наконец, после выбора двух представителей из первых двух классов представителя x_3 из третьего класса можно выбрать 25 способом. Поэтому по правилу произведения тройку $((x_1; x_2); x_3)$ представителей 8-х классов можно выбрать $(23 \cdot 24) \cdot 25 = 13800$ способами. **Задача 4.** Сколько четырёхзначных чисел можно записать с помощью цифр 1, 2,	Решают задачи у доски и в тетради. Выслушиваются ответы детей	Личностные: проявляют критичность мышления. Комуникативные: умеют работать самостоятельно и вести общение с учителем.

	3? *(Слайд 16)* *Решение:* ***(Слайд 17)*** В качестве первой цифры четырехзначного числа можно взять любую из цифр 1, 2, 3, т.е. первая цифра числа может быть выбрана тремя способами. После этого вторая цифра также выбирается из заданных трех цифр, т.е. опять тремя способами. По правилу произведения существует $3 \cdot 3 = 9$ способов выбрать первые две цифры четырехзначного числа. После выбора первой и второй цифры числа его третья и четвертая цифры опять выбираются тремя способами каждая. Поэтому число способов, которыми из трех заданных цифр можно составить четырехзначное число, равно $(9 \cdot 3) \cdot 3 = 3^4 = 81$. **Задача 5.** Имеется девять карточек, на которых написаны цифры от 1 до 9. Сколько четырёхзначных чисел можно составить с помощью этих карточек? ***(Слайд 18)*** *Решение:* ***(Слайд 19)*** В качестве первой цифры числа можно взять любую из цифр 1, ..., 9, т.е. она может быть выбрана 9 способами. После этого для выбора второй цифры остается 8 возможностей (одна цифра уже использована). Значит, теперь первые две цифры числа можно выбрать $9 \cdot 8 = 72$ способами. Третья цифра числа может быть выбрана 7 способами, а после этого последняя, четвертая, – 6 способами. Следовательно, число способов, которыми с помощью имеющихся карточек можно составить четырехзначное число, равно $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3024$. В третьей из рассмотренных задач комбинаторная конфигурация составляется из элементов трех множеств, в четвёртой и пятой – из элементов одного множества. При этом в четвёртой задаче выбор элементов может осуществляться с повторением, в пятой же задаче – выбор однократный. Тем не менее, все три задачи решаются единообразно. С помощью обобщенного правила умножения. А сейчас решите самостоятельно задачу. **Задача 6.** В компьютере каждый символ (буква, цифра, специальный знак) кодируется последовательностью из восьми 0 и 1, например: 01000110 — код буквы «F»; 00110010 — код цифры «2» и т.д. Сколько различных символов можно закодировать таким образом? Другими словами, сколько существует различных двоичных кодов длины 8? ***(Слайд 20)*** Решение задачи затем разбирается совместно с учителем.		

	Выстраивая комбинацию из восьми нулей и единиц, мы можем выбрать первую цифру двумя способами, после чего вторую цифру — тоже двумя способами и т.д. Всего получаем $2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 = 2^8 = 256$ комбинаций. Именно столько символов содержит так называемая таблица ASCII, давно ставшая стандартом для представления символов в памяти компьютера (сейчас ей на смену пришли более длинные 16-разрядные коды, позволяющие кодировать уже $2^{16} = 65536$ различных символов). Выписывать все 256 комбинаций у нас нет возможностей, напишем только начало и конец этой последовательности: 00000000; 00000001; 00000010; …11111110; 11111111.(можно попросить записать в тетрадях и на доске начало и конец последовательности). Бывают задачи, в которых после выбора одного из а объектов в качестве первого элемента комбинации нельзя однозначно сказать, сколькими способами можно выбрать второй элемент – это зависит от того, какой именно объект был выбран первым. Рассмотрим такую ситуацию на примере. (Слайд 20) **Задача7. (дополнительная задача)** Сколько двузначных чисел, которые можно составить из цифр 1,2,3 так, чтобы первая цифра была меньше второй. *Решение:* На первое место цифру можно выбрать тремя способами, а вот на второе место после этого: - двумя способами, если первой цифрой была выбрана 1; - одним способом, если 2; - нулем способов, если 3.»		
Физкультминутка	Гимнастика для глаз		
Практическая работа	«А сейчас проверим, как вы усвоили правило умножения, выполним **тест** (тест с самопроверкой, ответы высвечиваются на слайде, после выполнения теста) ***(Слайд 21)*** **ТЕСТ** 1. Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 5 различных уроков? 1) 30 2) 100 3) 120 4) 5 2 . Сколько способами могут рассесться участники Квартета? 1) 24 2) 16 3) 6 4) 12 3. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5? 1) 100 2) 30 3) 5 4) 120 4. Сколькими способами могут быть расставлены 8 участниц финального забега на восьми беговых дорожках? 1) 40320 2) 64 3) 128 4) 16 5. Курьер должен разнести пакеты в 7 различных учреждений. Сколько маршрутов он может выбрать? 1) 49 2) 5040 3)14 4) 96 Самопроверка *(Слайд 22)»*		

Подведение итогов, задание на дом	«**Задача №1.** ***(Слайд 24)*** Наряд студентки состоит из блузки, юбки и туфель. Девушка имеет в своем гардеробе четыре блузки, пять юбок и трое туфель. Сколько нарядов может иметь студентка? *Решение.* Пусть сначала студентка выбирает блузку. Этот выбор может быть совершен четырьмя способами, так как студентка имеет четыре блузки, затем пятью способами произойдет выбор юбки и тремя способами выбор туфель. По принципу умножения получается 4*5*3=60 нарядов (комбинаций). **Задача№2** ***(Слайд 24)*** В кафе имеются три первых блюда, пять вторых блюд и два третьих. Сколькими способами посетитель кафе может выбрать обед, состоящий из первого, второго и третьего блюд? *Решение.* Первое блюдо можно выбрать 3 способами. Для каждого выбора первого блюда существует 5 возможностей выбора второго блюда. Значит, первые два блюда можно выбрать 3 $\cdot$ 5 способами. Наконец, для каждого выбора третьего блюда, т.е. существует 3 $\cdot$ 5 $\cdot$ 2 способов составления обеда из трех букв. Итак, обед из трех букв может быть составлен 30 способами. **Задача №3.** ***(Слайд 25)*** Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, используя в записи числа каждую из них не более одного раза? *Решение:* Первую цифру трехзначного числа можно выбрать четырьмя способами. Так после выбора первой цифры останутся три, то вторую цифру можно выбрать из оставшихся цифр уже тремя способами. Наконец, третью цифру можно выбрать (из оставшихся двух) двумя способами. Следовательно, общее число искомых трехзначных чисел равно произведению 4 $\cdot$ 3 $\cdot$ 2 = 24. **Задача №4.** ***(Слайд 25)*** Сколько имеется трехзначных чисел, которые не меняются при перемене местами первой и последней цифр? *Решение.* Первой цифрой может быть любая цифра, кроме 0, всего 9 вариантов. Второй может быть любая цифра, всего 10 вариантов. Третья цифра по условию – такая же, как и первая, т.е. тут вариант единственный. По правилу умножения получаем ответ: 9 $\cdot$ 10 $\cdot$ 1 = 90.»		
Рефлексия	Предлагаю закончить следующие предложения…	Заканчивают	Познавательные:

	2. Сегодня на уроке я смог… 3. Сегодня на уроке мне понравилось… 4. Сегодня на уроке было сложно …. Спасибо за урок	предложения	рефлексия способов действия и оценка результатов деятельности

Конспект занятия 4

Тема урока: «Перестановки».

Тип урока: урок открытия новых знаний.

Цели урока: рассмотреть один из видов комбинаций – перестановки, вывести формулу для нахождения числа перестановок, научиться решать задачи с перестановками.

Предметные: познакомить обучающихся с задачами, научить решать задачи с помощью операции «перестановки», отработать навыки решения задач.

Личностные: проявлять мотивацию учебно-познавательной деятельности и личностного смысла учения.

Метапредметные:

- ✓ понимать и принимать учебную задачу, осуществлять решение учебной задачи под руководством учителя;
- ✓ выделять из содержания урока известные знания и умения, определять круг неизвестного по изучаемой теме;
- ✓ включаться в диалог с учителем и сверстниками, проявлять инициативу и активность;
- ✓ осуществлять взаимный контроль и оказывать в сотрудничестве необходимую взаимопомощь.

Планируемые результаты: обучающийся научится решать комбинаторные задачи с помощью «перестановок», применять полученные знания при решении различных задач.

План урока

1. Организационный момент.
2. Сообщение темы и цели урока.
3. Проверка знаний.
4. Изучение нового материала.
5. Закрепление новых знаний.
6. Физкультминутка
7. Подведение итогов, задание на дом.
8. Рефлексия.

Структура и ход урока

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД
Организационный момент	- Здравствуйте, ребята! Садитесь. Проверяется готовность учащихся к уроку.	Приветствие. Делают записи в тетрадях.	Коммуникативные: развитие умения слушать.
Сообщение темы и цели урока	- Ребята, на предыдущих уроках мы рассмотрели некоторые комбинаторные задачи, и выяснили, что есть «три основных вида комбинаций – перестановки, размещения и сочетания. Сегодня мы с вами более подробно рассмотрим первый вид комбинаций – перестановки, выведем формулу для нахождения числа перестановок, будем учиться решать задачи с перестановками».	Слушают учителя. Делают записи в тетрадях.	Коммуникативные: сосредотачивают внимание, развитие умения слушать.
Проверка знаний	***Тестовая работа.*** Сейчас вы будете выполнять тест. Решение записываете в тетрадь, а ответы фиксируете в бланке ответов. На всю работу 10 минут. (Бланки собираются, на экране демонстрируется таблица ответов и критерии оценок. Обучающиеся проверяют свои работы, выполненные в тетрадях, и сами себе выставляют оценки согласно указанным критериям). **Тест.**	Отвечают на вопросы, активно работают на уроке. Ищут необходимую информацию	Личностные: проявляют познавательный интерес. Комуникативные: умеют вести общение с

	1. Как называется раздел математики, который занимается решением задач, в которых требуется из имеющихся элементов составить различные наборы по определённому правилу, подсчитать их количество? 1) тригонометрия 2) статистика 3) комбинаторика 4) кибернетика. **1.** Дано утверждение: «Пусть некоторое множество состоит из *m* различных элементов одного вида и *n* разных элементов другого вида. Тогда число пар, состоящих из одного элемента первого вида и одного элемента второго вида, равно *mn*».Как оно называется? 1) правило сложения 2) правило умножения 3) правило вычитания. **2.** Сколько различных 2х–значных чисел, не имеющих одинаковых цифр, можно записать с помощью цифр 4, 5, 6? 1) 8 2) 6 3) 12 4) 27. **3.** Сколько различных 3х - значных чисел можно записать с помощью цифр 0,7,8, если цифры могут повторяться? 1) 9 2) 8 3) 27 4) 18. **9.** У Ани имеется 3 юбки и 5 кофт, удачно сочетающихся по цвету. Сколько различных комбинаций из юбок и кофт имеется у Ани? 1) 5 2) 15 3) 3 4) 10. **10.** В компьютере каждый символ (буква, цифра, спец. знак) кодируется последовательностью из 8 нулей и единиц (0 и 1). Сколько различных символов можно закодировать таким образом? 1) 124 2)16 3) 256 4) 64. 	в учебнике.	учителем.

Изучение нового материала	«Рассмотрим следующие задачи: - Даны 3 буквы: А, В, С. Составить все возможные комбинации из этих букв. (АВС, АСВ, ВСА, ВАС, САВ, СВА - 6 комбинаций, или по правилу умножения $3\cdot2\cdot1=6$). - Сколькими способами можно расставить на полке рядом 5 разных книг? (По правилу умножения $5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=120$.) Такие комбинации, состоящие из одного и того же количества элементов, отличающиеся только их расположением, называют перестановками. Сформулируем определение. *Перестановками из n разных элементов называются соединения, которые состоят из n элементов и отличаются друг от друга только порядком их расположения.* ***Обозначение*** — P_n, *где* **n** *– количество элементов, (Читается «**Пэ из эн**») (P — первая буква франц. слова **Permutation** — перестановка)* Как же находить число перестановок? Вернёмся к предыдущим задачам. 1) → $P_3=3\cdot2\cdot1=1\cdot2\cdot3=6=3!$ 2) → $P_5=5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=120=5!$ Если в перестановках участвует n элементов? $P_n=n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots3\cdot2\cdot1=n!$, значит **Число перестановок из n-элементов вычисляется по формуле: $P_n=n!$** (На экране демонстрируются основные определения, формулы и выводы)».	Отвечают на вопросы, активно работают на уроке. Ищут необходимую информацию в учебнике.	Личностные: проявляют познавательный интерес. Комуникативные: умеют вести общение с учителем.
Закрепление новых знаний	Выполнение заданий. (Высвечиваются на экран). **Задания:** **1. Прочитать запись и вычислить: P_6 ; P_4 ;** **2. Сколькими способами могут встать в очередь в билетную кассу 12 человек?** **3. Сколько различных 5ти-значных чисел можно записать с помощью цифр 4, 5, 6, 7, 8 (цифры не повторяются)?** **4. Сколько существует выражений, тождественно равных произведению abcde, которые получаются из него перестановкой множителей?** **5. Сколько различных правильных (с точки зрения русского языка) фраз можно составить, изменяя порядок слов в предложении «Я пошёл гулять»?** Теперь рассмотрим следующие задачи и приёмы, используемые при решении	Решают задачи у доски и в тетради. Отвечают на вопросы.	Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета. Комуникативные: умеют работать самостоятельно и вести общение с учителем.

комбинаторных задач:

1. Сколько различных <u>чётных</u> 4-значных чисел с неповторяющимися цифрами можно записать, используя цифры 1,2,3,5?

2. У Вовы на обед – 1-е, 2-е, 3-е блюдо и 2 пирожных. Он обязательно начнёт с пирожных, а всё остальное съест в произвольном порядке. Найти число возможных вариантов обеда.

«Фиксирование» элементов.

Применяется, когда в условии задачи говорится, что один или несколько элементов должны занимать определённые места в формируемой комбинации.

- Нужно уменьшить количество исходных элементов на количество фиксированных элементов.
- Найти количество перестановок нефиксированных элементов.
- Полученное кол-во перестановок нефикс-х элементов умножаем на число перестановок «фикс-ых» элементов между собой на их местах.
- В результате получаем требуемое число перестановок.

1. Сколькими способами можно расставить на полке 8 книг, среди которых 2 книги одного автора, которые при любых перестановках должны стоять рядом?
2. Сколько можно составить 5-ти–значных чисел из цифр 1,2,3,4,5, в которых цифры 4 и 5 стоят рядом, (цифры не повторяются)?

«Склеивание» элементов.

Применяется, когда в задаче требуется, чтобы 2 или более элементов в составляемой комбинации всегда стояли рядом. Все эти элементы будем рассматривать как один элемент («склеенный»).

- Нужно уменьшить количество исходных элементов на количество «склеенных» элементов.
- Найти количество перестановок оставшихся элементов на оставшихся местах.
- Полученное количество перестановок умножаем на число перестановок «склеенных» элементов между собой на их местах. В результате получаем требуемое число перестановок.

	«Рассмотрим № 21. Какие приёмы можно использовать при решении данных задач? **Обучающимся раздаются памятки:** **<u>«Приёмы, используемые при решении комбинаторных задач».</u>** ***1. «Фиксирование» элементов.*** Применяется, когда в условии задачи говорится, что один или несколько элементов должны занимать определённые места в формируемой комбинации. • Нужно уменьшить количество исходных элементов на количество фиксированных элементов. • Найти количество перестановок нефиксированных элементов. • Полученное кол-во перестановок нефиксированных элементов умножаем на число перестановок «фиксированных» элементов между собой на их местах. В результате получаем требуемое число перестановок. *<u>Например:</u>* Сколько различных 4х-значных чисел, начинающихся с двух нечётных цифр, можно составить из цифр 1,2,3,4,6,8 (цифры в числе не повторяются)? Исходное множество содержит 6 цифр, из которых только 2 нечётных. Эти две цифры должны стоять в двух старших разрядах составляемого числа. На два остающихся места могут быть выбраны любые 2 из остающихся 4 цифр; количество способов равно 4·3=12. Две первые нечётные цифры могут быть переставлены 2 способами (13 и 31), поэтому общее количество 4х-значных		

чисел равно $2 \cdot 12 = 24$. <u>Ответ: 24 числа.</u>

2. «Склеивание» элементов. Применяется, когда в задаче требуется, чтобы 2 или более элементов в составляемой комбинации всегда стояли рядом. Все эти элементы будем рассматривать как один элемент («склеенный»).

- Нужно уменьшить количество исходных элементов на количество «склеенных» элементов.
- Найти количество перестановок оставшихся элементов на оставшихся местах
- Полученное количество перестановок умножаем на число перестановок «склеенных» элементов между собой на их местах. В результате получаем требуемое число перестановок.

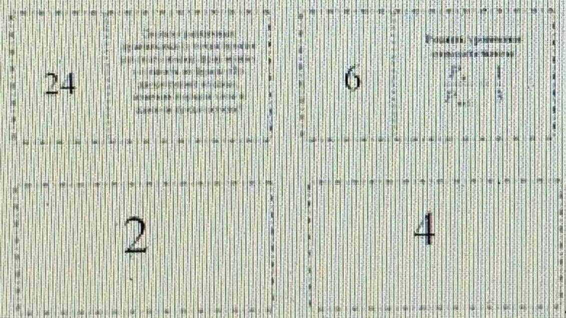
<u>Например:</u> Сколькими способами можно расставить на полке 8 книг, среди которых 2 книги одного автора, которые при любых перестановках должны стоять рядом?

Условно будем считать 2 книги одного автора единой книгой («склеены»). Тогда количество способов расстановки условных 7 книг на полке будет равно числу перестановок из 7 элементов: $P_7 = 120 \cdot 42 = 5040$.

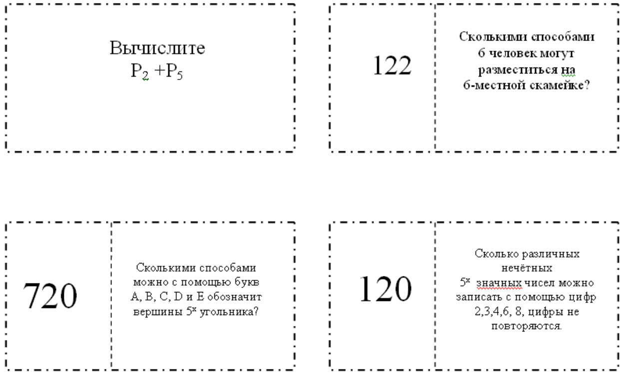
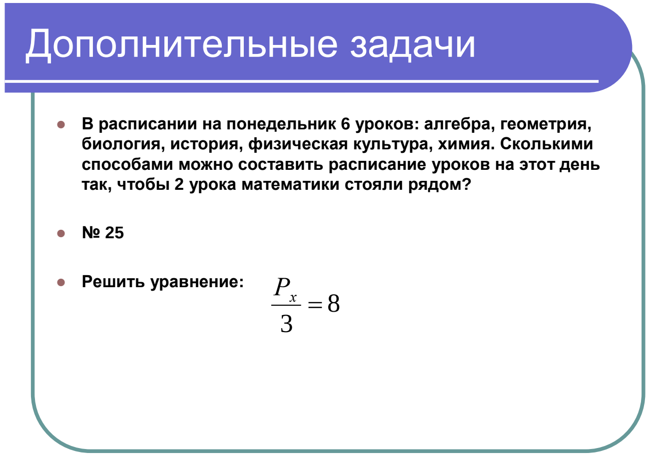
Количество перестановок «склеенных» элементов – 2. Поэтому $5040 \cdot 2 = 10080$ – общее число способов расстановки книг на одной полке. <u>Ответ: 10080 способами».</u>

1. Работа в парах.

Сейчас мы будем играть в математическое «Домино». У вас на столах лежат карточки – «кости» с заданиями и ответами.



Ваша задача – выложить цепочку из карточек. Время для работы – 10-15 минут. По истечении времени, оценивается работа пар: на обратной стороне карточки, на которой обрывается цепочка, записана оценка работы: «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично». Перевернув

	последнюю карточку, учащиеся получают оценку своей работы.  Если останется время можно решить следующие задания:  		
Физкультминутка	Гимнастика для глаз		
Подведение итогов, домашнее задание	А теперь подведем итоги. На все ли вопросы мы нашли ответы? Все ли поставленные задачи выполнили? Придумать и решить 2-3 задачи подобные тем, что решали на уроке. § 3, № 20, 21, 24(2). Инструктаж по выполнению домашнего задания. Спасибо вам за урок.	Дают ответы на вопросы учителя.	Коммуникативные: аргументация своего мнения, умение вести общение с учителем
Рефлексия	Итак, подведите итоги нашего занятия.	Рисуют	Познавательные:

	Нарисуйте в тетради смайлик - оценка вашей работы на уроке (Приложение 1). Обозначьте трудности, которые вызвала данная тема.	смайлики, пишут свои варианты затруднений, которые были на уроке.	рефлексия способов и условий действия, контроль процесса и результатов деятельности.

Конспект занятия 5

Тема урока: «Размещения без повторений, с повторениями».

Тип урока: урок открытия новых знаний.

Цели урока: ввести основные понятия по теме, сформулировать признаки и свойства.

Предметные: познакомить обучающихся с понятием «размещение»; научить решать задачи с помощью формулы размещения; отработать навыки решения задач по теме.

Личностные: проявлять мотивацию учебно-познавательной деятельности и личностного смысла учения.

Метапредметные:

- ✓ понимать и принимать учебную задачу, осуществлять решение учебной задачи под руководством учителя;
- ✓ выделять из содержания урока известные знания и умения, определять круг неизвестного по изучаемой теме;
- ✓ включаться в диалог с учителем и сверстниками, проявлять инициативу и активность;
- ✓ осуществлять взаимный контроль и оказывать в сотрудничестве необходимую взаимопомощь.

Планируемые результаты: обучающийся научится решать комбинаторные задачи с помощью формулы «размещения», применять полученные знания при решении различных задач.

Ход урока

1. Орг. момент.

1. Актуализация знаний.
2. Формирование новых знаний и умений.
3. Закрепление новых знаний.
4. Физкультминутка.
5. Подведение итогов, задание на дом.
6. Рефлексия.

Структура и ход урока

Этап урока	**Деятельность учителя**	**Деятельность обучающихся**	**Формируемые УУД**
Организационный момент	Приветствие. Проверка явки обучающихся. Создание эмоционального настроя на работу. Определение целей урока.	Приветствие учителя. Записывают дату в тетрадь.	Коммуникативные: развитие умения слушать.
Актуализация знаний	«Тема урока: Комбинаторика изучает основные комбинации элементов конечного множества. На прошлом уроке узнали комбинацию, которая называется перестановки, формулу подсчета числа возможных перестановок. Задача на урок: познакомиться еще с одним видом комбинации, сформулировать отличительные характеристики этой комбинации, ввести формулу подсчета возможных вариантов и научиться ей пользоваться. Опрос у доски: 1.Упростить форму записи выражения 9!10 (а-2)!(а-1)а(а+1) 2.Найти значение выражения: 6!4!/8! 9!10! / 8!11! 3Решить уравнение: $P_n : P_{n-2} = 30$ Фронтальная работа: А)Историческая справка:	Записывают тему в тетрадь. Дают ответы на вопросы	Познавательные: развитие логического и образного мышления, умение анализировать. Коммуникативные: развитие умения вступать в диалог

Формирование новых знаний и умений	«Обучающимся предлагается для решения следующая задача: А) В классе, в котором 25 учеников, нужно выбрать старосту, культорга и физорга. Сколькими способами это можно сделать? Какое правило используется для подсчета возможных вариантов? Как подсчитать количество вариантов? Возможно ли использовать формулу для перестановок? Почему? Чем отличается данная комбинация от перестановок? Вводится определение Размещения, формула для подсчета количества возможных размещений A_m^n, формулируются отличительные признаки рассматриваемой комбинации. В) Сколькими способами из восьми книг фантаста А. Беляева можно выбрать четыре книги? Возможно ли эту комбинацию рассматривать как размещения? Как подсчитать количество возможных вариантов? Для небольшого количества выбираемых элементов это удобная формула, однако, как быть, если осуществляется выборка 100 или 1000 элементов. Вспомним понятие факториал и попробуем записать это же выражение с помощью факториала. Вводится определение размещения, формула для подсчета количества возможных размещений A_m^n, формулируются отличительные признаки рассматриваемой комбинации».	Дают ответы на вопросы	Познавательные: развитие логического и образного мышления, умение анализировать, выводы. Коммуникативные: развитие умения вступать в диалог
Закрепление новых знаний	Задача1: Для проведения серии футбольных матчей надо создать бригады из трех судей. Сколько бригад можно составить, если имеется шесть судей-кандидатов? «$A_{10}^3 = 10*9*8 = 720$ Для самостоятельного решения с последующей проверкой 2.Сколько трёхзначных чисел можно составить из чисел 1, 2, 3, 4 без повторений? 3.Из 5 членов команды «Знатоков» нужно выбрать капитана и секретаря. Сколькими способами это можно сделать? 4.Сколько трёхзначных чисел можно составить из чисел 1, 2, 3 без повторений? $P_3 = A_3^3 = 3! = 6$ 5.В соревнованиях участвуют 12 команд. Сколько существует вариантов распределения призовых (I, II, III) мест»?	Решают задачи у доски и в тетради.	Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета. Комуникативные: умеют работать самостоятельно и вести общение с учителем.
Физкультминутка	Гимнастика для глаз		
Подведение итогов урока.	Ребята, на все ли вопросы мы ответили? Еще раз проговорим ответы на наши вопросы.	Отвечают на вопросы	Коммуникативные: аргументация

Задание на дом.	Решить задачи: 1. Сколько слов можно образовать из букв слова фрагмент, если слова должны состоять: (а) из восьми букв, (б) из семи букв, (в) из трех букв? 2. Сколькими способами можно составить трехцветный флаг из полос разного цвета, если имеются материи из 8 тканей? 3. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, если: а) цифры не повторяются? б) цифры могут повторяться? 4. В классе 10 различных учебных предметов и 5 разных уроков в день. Сколькими способами могут быть распределены уроки в день?	учителя.	своего мнения, умение вести общение с учителем
Рефлексия	Итак, подведите итоги нашего занятия. На выданном листочке напишите ответы на вопросы. Интересно ли вам было на уроке? Какие возникли сложности? Что больше всего запомнилось? Готов(а) ли ты продолжать эту тему?	Отвечают на вопросы. Сдают листочки учителю.	Познавательные: рефлексия условий действия, контролирование и оценка результатов деятельности.

Конспект занятия 6

Тема урока: «Сочетания и их свойства».

Тип урока: урок открытия новых знаний.

Цели урока: • научить решать комбинаторные задачи, используя формулу сочетания.

Предметные: познакомить обучающихся с задачами, основными понятиями, отработать навыки решения задач.

Личностные: проявлять мотивацию учебно-познавательной деятельности и личностного смысла учения.

Метапредметные:

✓ понимать и принимать учебную задачу, осуществлять решение учебной задачи под руководством учителя;

✓ выделять из содержания урока известные знания и умения, определять круг неизвестного по изучаемой теме;

- ✓ включаться в диалог с учителем и сверстниками, проявлять инициативу и активность;
- ✓ осуществлять взаимный контроль и оказывать в сотрудничестве необходимую взаимопомощь.

Планируемые результаты: обучающийся научится решать комбинаторные задачи с помощью формулы сочетания, применять полученные знания при решении задач.

Ход урока

1. Орг. момент.
2. Актуализация знаний.
3. Формирование новых знаний и умений.
4. Закрепление новых знаний.
5. Физкультминутка
6. Подведение итогов, задание на дом.
7. Рефлексия.

Структура и ход урока

Этап урока	**Деятельность учителя**	**Деятельность обучающихся**	**Формируемые УУД**
Организационный момент	Всем здравствуйте. Проверьте вашу готовность к уроку. Откройте тетради и запишите сегодняшнюю дату.	Приветствие. Делают записи в тетрадях.	Коммуникативные: развитие умения слушать.
Актуализация знаний	Проверка домашнего задания. (самостоятельная работа по парам, на карточках) Определить вид комбинаторной задачи и дать определение. 1 пара: Тур. Организация устроила экскурсию путешественников России в три города. Сколько всего есть возможных маршрутов? ($P_n=n!=3!=6$. Перестановки)	Решают задачи. Делают записи в тетрадях.	Познавательные: развитие умения анализировать, делать выводы. Коммуникативные: сосредотачивают

	2 пара: . У нас имеется 5 книг, у нас всего одна полка, на ней вмещается лишь 3 книги . как расставить данные книги в количестве 3 штук? (А3 5=5!/(5-3)!=5!/2!=3*4*5=60. Размещение) $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$		внимание.
Формирование новых знаний и умений	ЗАДАЧА: Сколько различных букетов из трёх цветков можно составить из пяти георгинов разного цвета? (2 слайд) Составляем букет. С розовым (6), с белым (3), с голубым (1). ИТОГО: 6 букетов. Мы с вами составляли сочетания цветов. Такой вид задач называется СОЧЕТАНИЕМ. (3 слайд) Определение. Так же справедливы формулы: Свойства сочетания (слайд 4). (Вывод формул рассмотреть самостоятельно)	Отвечают на вопросы, активно работают на уроке. Ищут необходимую информацию в учебнике.	Личностные: проявляют познавательный интерес. Регулятивные: понимают и сохраняют учебную задачу. Коммуникативные: умеют вести общение с учителем.
Закрепление новых знаний	Выполнить самостоятельную работу «Вариант 1. 1. Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 5 различных уроков? 1) 30 2) 100 3) 120 4) 5 2. В 9«Б» классе 12 учащихся. Сколькими способами можно сформировать команду из 4 человек для участия в математической олимпиаде? 1) 128 2) 495 3) 36 4) 48 3. Сколько существует различных двузначных чисел, в записи которых можно использовать цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числе должны быть различными? 1) 10 2) 60 3) 20 4) 30 № задания 1 2 3 № ответа 3 2 4	Решают задачи в тетради. Отвечают на вопросы.	Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета. Комуникативные: умеют работать самостоятельно и вести общение с учителем.

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
Вариант 2.
1. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?
1) 100 2) 30 3) 5 4) 120
2. Имеются помидоры, огурцы, лук. Сколько различных салатов можно приготовить, если в каждый салат должно входить 2 различных вида овощей?
1) 3 2) 6 3) 2 4) 1
3. Сколькими способами из 8 учебных предметов можно составить расписание учебного дня из 4 различных уроков.
1) 10000 2) 1680 3) 32 4) 1600
<table>
<tr><td>№ задания</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>№ ответа</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td></tr>
</table>
Раздать памятки
<table>
<tr><td>Перестановки</td><td>Размещения</td><td>Сочетания</td></tr>
<tr><td>n элементов
n клеток</td><td>n элементов
k клеток</td><td>n элементов
k клеток</td></tr>
<tr><td>Порядок имеет значение</td><td>Порядок имеет значение</td><td>Порядок не имеет значения</td></tr>
<tr><td>$P_n = n!$</td><td>$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$</td><td>$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!\cdot k!}$</td></tr>
</table>
</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Физкультминутка</td>
<td>Гимнастика для глаз</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Подведение итогов</td>
<td>А теперь подведем итоги.
На все ли вопросы мы нашли ответы?</td>
<td>Дают ответы на вопросы</td>
<td>Коммуникативные: аргументация</td>
</tr>
</table>

	Все ли поставленные задачи выполнили? Дома подготовьте ответы на следующие вопросы: История возникновения комбинаторики. Проблемы комбинаторики. История возникновения теории графов. А также придумать и решить 2-3 задачи подобные тем, что решали на уроке. Спасибо вам за урок.	учителя.	своего мнения, умение вести общение с учителем
Рефлексия	Итак, подведите итоги нашего занятия. Нарисуйте в тетради смайлик - оценка вашей работы на уроке (Приложение 1) Обозначьте трудности, которые вызвала данная тема.	Рисуют смайлики, пишут свои варианты затруднений, которые были на уроке.	Познавательные: рефлексия способов и условий действия, контроль процесса и результатов деятельности.

Конспект занятия 7

Тема урока: «Бином Ньютона».

Тип урока: урок открытия новых знаний.

Цели урока: научить решать прикладные задачи.

Предметные: познакомиь с формулои комбинаторики, научить применять формулу при решении заданий.

Личностные: проявлять мотивацию учебно-познавательной деятельности и личностного смысла учения.

Метапредметные:

- ✓ понимать и принимать учебную задачу, осуществлять решение учебной задачи под руководством учителя;
- ✓ выделять из содержания урока известные знания и умения, определять круг неизвестного по изучаемой теме;
- ✓ включаться в диалог с учителем и сверстниками, проявлять инициативу и активность;
- ✓ существлять взаимный контроль и оказывать в сотрудничестве необходимую взаимопомощь.

Планируемые результаты: обучающийся научится решать комбинаторные задачи с помощью формулы Бинома Ньютона, применять полученные знания при решении различных задач.

Ход урока

1. Организационный момент.
2. Актуализация знаний.
3. Формирование новых знаний и умений.
4. Закрепление новых знаний.
5. Физкультминутка
6. Подведение итогов, задание на дом.
7. Рефлексия.

Структура и ход урока

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД
Организационный момент	Всем здравствуйте. Проверьте вашу готовность к уроку. Откройте тетради и запишите сегодняшнюю дату.	Приветствие. Делают записи в тетрадях.	Коммуникативные: развитие умения слушать.
Актуализация знаний	Устный счет 1. $5!=....(120)$, $A_5^2 =...(20)$., $C_4^2=....(8)$ 2. Сколькими способами можно разместить 5 человек на скамейке?	Отвечают на вопросы. Делают записи в тетрадях.	Познавательные: развитие умения анализировать, делать выводы. Коммуникативные: сосредотачивают внимание.

Формирование новых знаний и умений	«На прошлом уроке мы познакомились с основами комбинаторики. Домашнее задание для первой творческой группы было подготовить сообщение об истории возникновения комбинаторики как науки. • Какие же ученые внесли вклад в развитие комбинаторики как науки? • Одним из выдающихся умов того времени был английский ученый Исаак Ньютон. Ваше домашнее задание было подготовить сообщение об этом великом гении. **Исаак Ньютон- великий математик** Вы услышали из доклада, сколько гениальных идей и открытий принадлежит великому математику Исааку Ньютону. Одним из его открытий является формула **Бином Ньютона**. Именно этому открытию мы посвятим наш сегодняшний урок. Запишем тему урока. Слово бином означает «Два числа» В математике биномом называют «формулу для разложения на отдельные слагаемые целой неотрицательной степени суммы двух переменных». Давайте вслед за Ньютоном попробуем ее вывести, чтобы затем применять. Вы наверняка помните (или, по крайней мере, должны помнить), формулы сокращенного умножения для квадрата и куба суммы двух слагаемых (такая сумма называется «**бином**», по-русски – **двучлен**). $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2;$ $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ Если вы забыли эти формулы, можно их получить напрямую, раскрыв скобки в очевидных равенствах $(a+b)^2=(a+b)(a+b)$ $(a+b)^3=(a+b)(a+b)(a+b)$ Может быть, вам приходил в голову вопрос: можно ли (без компьютера) получить формулы типа для биномов четвертой степени, пятой, десятой – какой угодно? Давайте попробуем дойти напрямую хотя бы до пятой степени, а там, может быть, окажется «рояль в кустах» (для порядка будем размещать слагаемые в правой части по убыванию степени а, она убывает от максимума до нуля): $(a+b)^4=(a+b)^3(a+b)=(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3)(a+b)=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$	Отвечают на вопросы, активно работают на уроке. Ищут необходимую информацию в учебнике.	Личностные: проявляют познавательный интерес. Регулятивные: понимают и сохраняют учебную задачу. Коммуникативные: умеют вести общение с учителем.

$(a+b)^5=(a+b)^4(a+b)\ (a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4)(a+b)=a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$

Теперь отдельно выпишем численные коэффициенты в правых частях формул при возведении бинома в заданную степень:

n=2 1, 2, 1
n=3 1, 3, 3, 1
n=4 1, 4, 6, 4, 1
n=5 1, 5, 10, 5, 1

Возможно, вы уже догадались, что «рояль в кустах» – это треугольник Паскаля на предыдущей странице. Легко проверить, что выписанные на численные коэффициенты – это строчки треугольника Паскаля, начиная с третьей. Этот «усеченный треугольник», в котором не хватает первых двух строк, легко сделать полным (получить строчки при **n=0** и **n=1**):

n= 0 , $(a+b)^0=1$

n= 1 , $(a+b)^1= a+b$

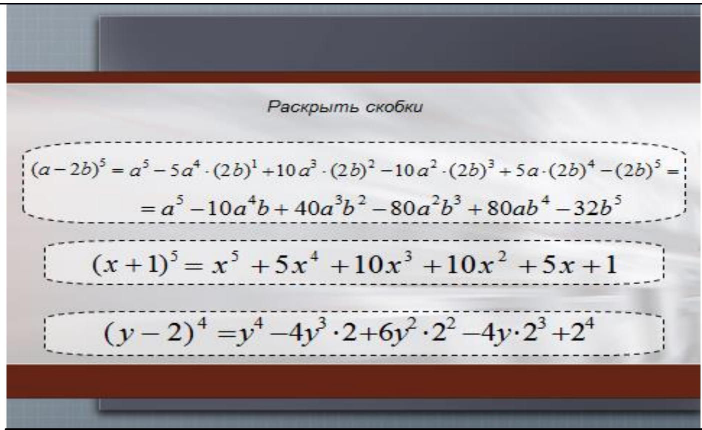
Окончательно получим:

n=0 1
n=1 1, 1
n=2 1, 2, 1
n=3 1, 3, 3, 1
n=4 1, 4, 6, 4, 1
n=5 1, 5, 10, 5, 1

Это утверждение было известно задолго до Паскаля - его знал живший в XI-XII вв. среднеазиатский математик и поэт Омар Хайям (к сожалению, его сочинение об этом до нас не дошло). Первое, дошедшее до нас описание формулы бинома Ньютона содержится в появившейся в 1265 г. книге среднеазиатского математика ат-Туси, где дана таблица чисел C_n^k (биномиальных коэффициентов) до $n=12$ включительно.

Европейские ученые познакомились с формулой бинома Ньютона, по-видимому, через восточных математиков. Детальное изучение свойств биномиальных коэффициентов провел французский математик и философ Б. Паскаль в 1654 г. Ваше домашнее задание было подготовить сообщение о французском ученом Паскале.

	Блез Паскаль Теперь понятно, как возвести бином в любую степень **n**. В левой части записываем $(a+b)^n$. А в правой части записываем сумму $a^n + a^{n-1}b + \ldots + b^n$, оставляя в каждом слагаемом место для коэффициента. И эти места заполняем числами из **n**–ой строчки треугольника Паскаля, которую, конечно, нужно заранее выписать. Возведение двучлена **a + b** в степень **n** может быть произведено по формуле называемой разложением *бинома Ньютона*: $(a+b)^n = a^n + C^1_n a^{n-1} b + C^2_n a^{n-2} b^2 + \ldots + C^k_n a^{n-k} b^k + \ldots + C^{n-1}_n ab^{n-1} + C^n_n b^n$ где C^k_n —**все возможные сочетания**, которые можно образовать **из n элементов по k**. *Пример:* $(a+b)^5 = a^5 + C^1_5 a^4b + C^2_5 a^3b^2 + C^3_5 a^2b^3 + C^4_5 ab^4 + C^5_5 b^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$ Таким образом, можно записать формулу для возведения двучлена в любую степень. Давайте заметим некоторые свойства у слагаемых в разложении двучлена по формуле Бинома Ньютона. **Свойства бинома Ньютона** - Число слагаемых на 1 больше степени бинома. - Коэффициенты находятся по треугольнику Паскаля или равны числу сочетаний C^m_n, где n – степень двучлена, m – переменная величина, пробегающая значения от 0 до n и соответствующая степени второго выражения. - Коэффициенты симметричны. - Если в скобке знак минус, то знаки + и – чередуются. - Сумма степеней каждого слагаемого равна степени бинома. - Сумма коэффициентов разложения $(a+b)^n$ равна 2^n».		
Закрепление новых знаний	$(a+b)^7 = a^7 + 7a^6b + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7ab^6 + b^7$	Решают задачи у доски и в тетради. Отвечают на вопросы.	Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета. Комуникативные:

	 $(2x-3)^4 = (2x)^4 - 4\cdot(2x)^3\cdot 3 + 6\cdot(2x)^2\cdot 3^2 - 4\cdot 2x\cdot 3^3 + 3^4 =$ $= 16x^4 - 96x^3 + 192x^2 - 72x + 81.$ Мы знакомились с вами с применением бинома Ньютона при изучении формул сокращенного умножения: Где же ещё применяется Бином Ньютона **Применение Бинома Ньютона.** В заключении рассмотрим пример, в котором использование бинома Ньютона позволяет доказать делимость выражения на заданное число. Пример. Доказать, что значение выражения $5^n + 28\cdot n - 1$, где n – натуральное число, делится на 16 без остатка. Решение. Представим первое слагаемое выражение как $5^n = (4+1)^n$ и воспользуемся формулой бинома Ньютона: $5^n + 28\cdot n - 1 = (4+1)^n + 28\cdot n - 1 =$ $= C_n^0\cdot 4^n + C_n^1\cdot 4^{n-1}\cdot 1 + \ldots + C_n^{n-2}\cdot 4^2\cdot 1^{n-2} + C_n^{n-1}\cdot 4\cdot 1^{n-1} + C_n^n\cdot 1^n + 28\cdot n - 1 =$ $= 4^n + C_n^1\cdot 4^{n-1} + \ldots + C_n^{n-2}\cdot 4^2 + n\cdot 4 + 1 + 28\cdot n - 1 =$ $= 4^n + C_n^1\cdot 4^{n-1} + \ldots + C_n^{n-2}\cdot 4^2 + 32\cdot n =$ $= 16\cdot\left(4^{n-2} + C_n^1\cdot 4^{n-3} + \ldots + C_n^{n-2} + 2\cdot n\right)$		умеют работать самостоятельно и вести общение с учителем.

	Полученное произведение доказывает делимость исходного выражения на 16. Бином Ньютона применяется при доказательстве Теоремы Ферма, в теории бесконечных рядов и выводе формулы Ньютона-Лейбница»		
Физкультминутка	Гимнастика для глаз		
Подведение итогов	- Что нового вы узнали на уроке? Важна ли эта формула для математики? Трудно ли вам было усваивать новый материал? Решить задания 1. Из 12 членов команды нужно выбрать капитана и заместителя. Сколькими способами можно это сделать? 2. Вычислите: $4P_3+3A^2_{10}-C^2_5$ 1. Выпускники экономического института работают в трех различных организациях: 17 человек в банке,23 - в фирме и 19-в налоговой инспекции. Найдите вероятность того, что случайно встреченный выпускник работает в банке? 2. Имеется 8 различных книг 2 из которых сборники стихов. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке так, чтобы справочники оказались рядом? 3. Для игры в КВН нужно выбрать команду из 6 человек. Сколькими способами можно это сделать, если в команде должно быть мальчиков и девочек поровну, и в классе 12 девочек и 10 мальчиков? 4. Сколько трехзначных чисел с разными цифрами можно составить из цифр , 0,1,3,6,7,9? 5. Разложите на множители: $(a-b)^9$ и $(3x+y)^{10}$ Спасибо вам за урок.	Дают ответы на вопросы учителя.	Коммуникативные: аргументация своего мнения, умение вести общение с учителем
Рефлексия	Итак, подведите итоги нашего занятия. Нарисуйте в тетради смайлик - оценка вашей работы на уроке (Приложение 1) Обозначьте трудности, которые вызвала данная тема.	Рисуют смайлики, пишут свои варианты затруднений, которые были на уроке.	Познавательные: рефлексия способов и условий действия, контроль процесса и результатов деятельности.

Конспект занятия 8

Тема урока: «Графы и логические задачи».

Тип урока: урок открытия новых знаний.

Цели урока: познакомить с основными понятиями по теме, изучить все элементы;

Предметные: познакомить с понятиями: граф, элементы графа, степень графа; эйлеров граф, алгоритм построения эйлеровых графов.

Личностные: проявлять мотивацию учебно-познавательной деятельности и личностного смысла учения.

Метапредметные:

- ✓ понимать и принимать учебную задачу, осуществлять решение учебной задачи под руководством учителя;
- ✓ выделять из содержания урока известные знания и умения, определять круг неизвестного по изучаемой теме;
- ✓ включаться в диалог с учителем и сверстниками, проявлять инициативу и активность;
- ✓ осуществлять взаимный контроль и оказывать в сотрудничестве необходимую взаимопомощь.

Планируемые результаты: обучающийся научится составлять граф по заданному описанию, применять полученные знания при решении различных задач.

Ход урока:

1. Орг. момент.
2. Актуализация знаний.
3. Формулирование темы урока.
4. Формирование новых знаний и умений.
5. Закрепление новых знаний.
6. Физкультминутка.

7. Историческая справка.

8. Практическая работа.

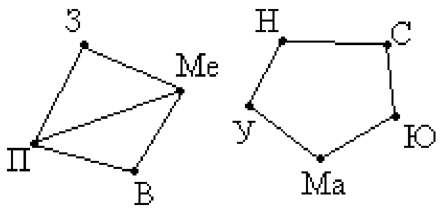
9. Применение теории графов в различных сферах деятельности.

10. Рефлексия.

Структура и ход урока

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД
Организационный этап	- Здравствуйте ребята! - «математика» - это красивое здание, по которому вы идете с 1-го класса. Сегодня вы сделаете еще один шаг по дороге знаний, и я помогу вам его сделать. - откройте тетрадь и запишите в тетрадях число.	Приветствие. Записывают дату в тетрадь.	Коммуникативные: развитие умения слушать.
Актуализация знаний	Посмотрите на картинки, попробуйте обьяснить что общего между ними: Давайте попробуем их расшифровать    -а теперь скажите мне, что общего вы видите на картинках? - Правильно – в каждом слове есть слог Граф. Что означает это слово? - Что вы можете сказать про это слово? - А как можно связать это слово с математикой? А самое главное где его можно применить?	Рассматривают картинку, выдвигают свои предположения. Выслушиваются ответы.	Личностные: проявляют критичность мышления. Коммуникативные: сосредотачивают внимание.
Формулировка темы урока.	-предлагаю решить вам задачу. У каждого из трех друзей: Кости, Вовы, Саши есть шалаш. Они захотели установить связь между собой связь с помощью проволочных телефонов. Какое наименьшее количество линий надо организовать, чтобы между ними была связь? (слайд 3.) -Теперь немного усложняем задачу: К трем друзьям присоединилось 2 друга,	Высказывают свои предположения. Выслушиваютс	Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению

	которые построили свои шалаши. Сколько теперь необходимо провести линий? - теперь изобразим эту задачу графически. - что у нас в итоге получилось? - у нас с вами получился граф. Теперь попробуем дать определение. (слайд 4,5.) -запишите тему урока в тетрадь.	я разные мнения. Дети в тетрадях и ученик у доски выполняют рисунок. Ответы детей: обозначили точками и соединили их линиями. Заслушиваются ответы детей	предмета. Комуникативные: умеют вести общение с учителем.
Формирование новых знаний и умений	Что такое граф? Граф – это множество точек, некоторые из которых соединен линиями. Точками называются вершины, а соединяющие их линии это ребра. - Давайте посчитаем сколько в полученном графе вершин и ребер. (слайд 6.) Количество ребер, которые выходят из каждой вершины, мы будем называт степенью этой вершины. Примеры четных и нечетных степеней вершин графа показаны на слайде 7. Если и вершины выходит нечетное число ребер – то степень нечетная, а если четное – т степень четная. - Назовите, пожалуйста, сколько ребер выходит из каждой вершины, и назовит степень вершины каждого графа (слайд 8.)	Обучающиеся отвечают на вопросы	Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета. Комуникативные: умеют вести общение с учителем.
Закрепление новых знаний	(слайд 9) Задача. «В одной небольшой стране есть несколько городов. Между этими городами существует железнодорожное сообщение. Рейсовые поезда ходят по маршрутам: Зимний – Медный, Покров – Весенний, Зимний – Покров, Покров – Медный, Медный – Весенний, Урал – Нерп, Нерп – Светлый, Светлый – Южный, Южный – Малый и Малый – Урал. Можно ли проехать из города Зимний до города Малый?» - что надо сделать чтобы решить эту задачу? В первую очередь необходимо нарисовать условную схему.	Решают задачи у доски и в тетради. Выслушиваютс я ответы детей	Личностные: проявляют критичность мышления. Комуникативные: умеют работать самостоятельно и вести общение с учителем.

	 --что изображено на рисунке? Допустим, что у вас «в понедельник 4 урока: русский язык, математика, история и технология. Каким образом, можно составить расписание из этих предметов, если первым уроком должна быть математика и предметы не должны повторяться». -Как можно решить эту задачу? -- Отличается этот граф от других? (слайд 11.) Он имеет сходство с деревом, поэтому так и называется - граф-дерево. Дерево – это очень простой граф, все вершины которого соединены так, что ни одна часть не является замкнутой линией. --А на другом уроке вы встречались с граф- деревом»?		
Физкульминутка	Гимнастика для глаз		
Историческая справка	 		

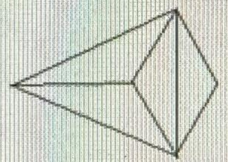
	Издавна среди жителей Кенигсберга была распространена такая загадка: как пройт по всем городским мостам, не проходя ни по одному из них дважды. Многи пытались решить эту задачу как теоретически, так и практически, во врем прогулок. В 1736 году задача о семи мостах заинтересовала выдающегос математика, Леонарда Эйлера. Л. Эйлер привел правило, пользуясь которым, легк определить, можно ли пройти по всем мостам, не проходя дважды ни по одному и них. В данном случае ответ был: «нельзя». Причем, он решил не только эт конкретную задачу, но придумал общий метод решения подобных задач. Задач вид «одним росчерком» (слайд 13.)		
Самостоятельная работа	-Скажите ребята, рисовали ли вы фигуры «одним росчерком»? У вас листочки с фигурами. Их надо нарисовать одним росчерком		

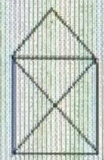
Граф - можно изобразить «одним росчерком», он называется *эйлеровым*. Он
названы так, в честь выдающегося математика Леонарда Эйлера (слайд 15.).

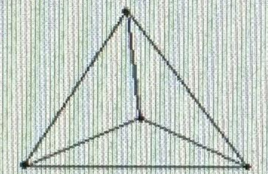
Для того, чтобы научиться решать такие задачи.

Необходимо: определить степень каждой вершины; посчитать количество нечётнь вершин;

Задание. Возможно ли изобразить эти фигуры, «одним росчерком»?

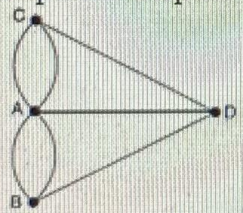






4 . Задача о мостах (слайд 16.)

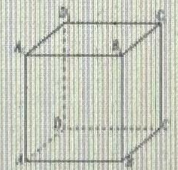
В решении задачи о Кенигсбергских мостах Л. Эйлер поступил следующи образом: острова обозначил точками, а мосты линиями.



Число ребер для каждой вершины на рисунке нечетное. Значит, задача не имее решения.

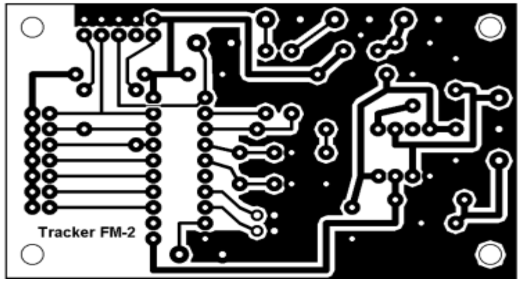
Задача: (слайд 17.)

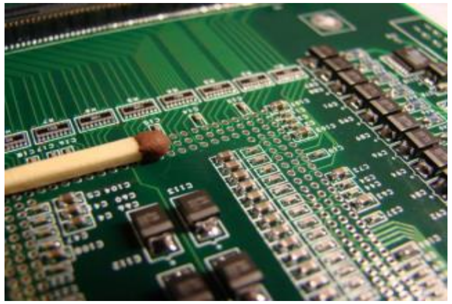
Пчела залетела в банку из-под варенья. Банка имеет форму изображенную на рисунке. Сможет ли пчела последовательно обойти все 12 ребер куба, проходя ровно один раз по каждому ребру. Подпрыгивать и перелетать с места на место нельзя.



<table>
<tr>
<td>Применение теории графов различных сферах деятельности</td>
<td>Типичными графами являются схемы движения транспорта, изображения железных дорог, схемы авиалиний. Также графом является система улиц города или поселка. Его вершины это перекрестки, а ребра – улицы.

Графы и физика



</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

	Инженер чертит схемы электрических цепей.		
Рефлексия	Предлагаю закончить следующие предложения… 1. Сегодня на уроке я смог… 2. Сегодня на уроке мне понравилось… 3. Сегодня на уроке было сложно …. Спасибо за урок	Заканчивают предложения	Познавательные: рефлексия способов действия и оценка результатов деятельности

Конспект занятия 9

Тема урока: «Решение комбинаторных задач с помощью теории графов».

Тип урока: урок обобщения и систематизации знаний.

Цели урока: обобщить и систематизировать знания по теме.

Предметные: обобщить и систематизировать знания по теме, выделить виды и свойства фигур; рассмотреть виды задач, которые можно решить с использованием элементов теории графов.

Личностные: проявлять мотивацию учебно-познавательной деятельности и личностного смысла учения.

Метапредметные:

- ✓ понимать и принимать учебную задачу, осуществлять решение учебной задачи под руководством учителя;
- ✓ выделять из содержания урока известные знания и умения, определять круг неизвестного по изучаемой теме;
- ✓ включаться в диалог с учителем и сверстниками, проявлять инициативу и активность;
- ✓ осуществлять взаимный контроль и оказывать в сотрудничестве необходимую взаимопомощь.

Планируемые результаты: обучающийся научится решать задачи с помощью графов, применять полученные знания при решении различных задач, преобразовывать ориентированный граф в дерево.

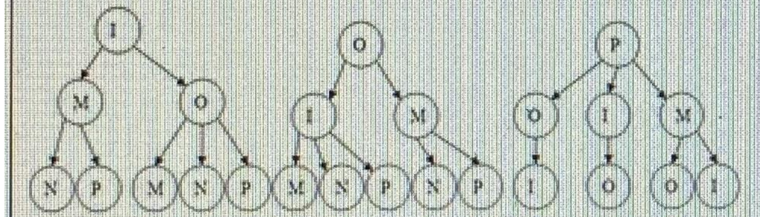
Ход урока

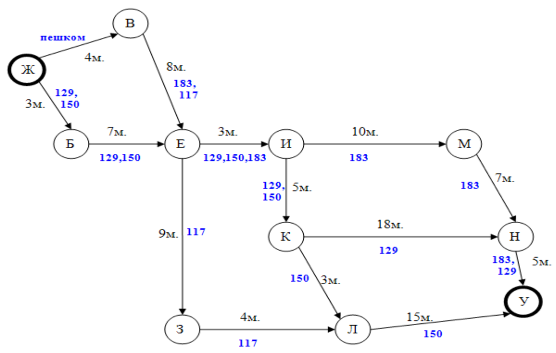
1. Орг. момент.
2. Актуализация знаний.
3. Формулирование темы урока.
4. Формирование новых знаний и умений.
5. Закрепление новых знаний.
6. Решение задачи и анализ результатов.
7. Подведение итогов урока.
8. Рефлексия.

Структура и ход урока

Этап урока	**Деятельность учителя**	**Деятельность обучающихся**	**Формируемые УУД**
Организационный момент	Проверка готовности к уроку Запишите в тетрадях число	Приветствуют учителя. Записывают дату в тетрадь.	Коммуникативные: развитие умения слушать.
Актуализация знаний	Предлагается задача, 1 обучающийся работает возле доски остальные в тетрадях, разбираем решение задачи	Один ученик объясняет решение у доски.	Познавательные: развитие логического и образного

		Отвечают на вопросы	мышления, умение анализировать, выводы. Коммуникативные: развитие умения вступать в диалог

	«Решение Необходимо построить деревья вариантов, согласно правилам записанным в услови задачи. Ожидаемое решение:  Ответ: 14 вариантов 1) расставляем бусины на первом месте (по правилу возможны три варианта) 2) Расставляем бусины на втором месте, исключая те варианты, когда бусина стои на первом месте; 3) Расставляем бусины на третьем месте по правилу, исключая варианты, когд такая же бусина стоит на втором месте. 4) Считаем количество веток полученного дерева -Каким способом мы решили данную задачу? Данным методом так же можно решать и много других задач, в чем мы сегодня с вам убедимся».		
Формулирование темы урока	«Давайте рассмотрим следующую задачу, с которой каждый из нас может однажд столкнуться в своей жизни. Учеников 9-х классов города Алчевска пригласили в колледж Восточно-украинског национального университета им. Даля на день открытых дверей, который будет проходит в главном корпусе университета. Маршрутные автобусы из города Алчевск приходят на железнодорожный вокзал, с которого отправляются множество автобусов. Сопровождающий получил следующую упрощенную схему следования маршрутных такс до пункта назначения. Слайд 3 (на слайде схема дорог)»	Рассуждают, дают ответы на вопросы	Познавательные: развитие логического и образного мышления, умение анализировать, выводы. Коммуникативные: развитие умения вступать в диалог

	  Подсказка на слайде Найти короткую дорогу без пересадок, время.		
Формирование новых знаний и умений	Ответить на вопросы: - как решить задачу по схеме? - Что нам мешает решить задачу? - что нам поможет решить задачу?	Размышляют, отвечают на вопросы. Записывают тему урока в тетрадь.	Познавательные: развитие логического и образного мышления, умение анализировать, выводы. Коммуникативные: развитие умения вступать в диалог
Закрепление новых знаний	Ответьте на вопросы - В чем особенности взвешенного графа? - Наш граф является взвешенным или нет? - Что является весом ребер в графе? - Чем отличается ориентированный граф, от неориентированного? - Наш граф является ориентированным или нет? - Что такое дерево?	Дают ответы на вопросы учителя	Познавательные: развитие логического и образного мышления, умение анализировать, выводы. Коммуникативные: развитие умения вступать в диалог
Закрепление новых знаний	Возвращаемся к презентации. Каким способом можно решить задачу? Решаем задачу записываем решение в тетради	Решение задачи	Коммуникативные: аргументация своего мнения, умение вести общение с учителем

	 Рассчитывают время поездки, записывают решение, находят путь, определяют номер Решают задачу всевозможными способами После чего мы обсудим получившиеся результаты».		
Решение задачи и анализ результатов	Проверяем решение, сравниваем ответы на доске и в терадях 	Результат записывается на доске.	

Подведение итогов урока	Итак, как вы видите результаты наших расчетов. «Значит, мы можем сделать вывод о том что задачу мы решили правильно. - Понравилась вам задача? - Легко ли мы нашли самый короткий путь, после изучения темы графы? Закончить наш урок я хочу словами Бернара Вербера «Дорога, которая раньше была почт непроходимой, теперь кажется лёгкой: все препятствия, однажды преодолённые, нам уж не страшны». Я надеюсь, что знания полученные сегодня на уроке помогут вам в ваши путешествиях»	Дают ответы на вопросы учителя.	Коммуникативные: аргументация своего мнения, умение вести общение с учителем
Рефлексия	Я Вам раздала анкеты. Заполните, пожалуйста, данные анкеты самоанализа (приложение 2) и сдайте ее.	Заполняют анкету и сдают ее учителю..	Познавательные: рефлексия условий действия, контроль процесса и результатов деятельности.

2.2 Педагогический эксперимент: основные этапы и результаты

Педагогический эксперимент проводился на базе МБОУ Иланская СОШ № 2, в Иланском районе. Исследование направлено на определение уровня сформированности математической грамотности у обучающихся 11 класса.

В данном эксперименте принимали участие обучающиеся 11 класса.

Для того чтобы определить уровень сформированности математической грамотности у обучающихся 11 класса в области «Дискретная математика» мы выделяем следующие компоненты:

- «когнитивный (система знаний, необходимая для решения практических задач учебной деятельности, и в то же время определяющая уровень интеллектуального развития);
- праксиологический (совокупность навыков, умений и способов функционирования обучающихся и их применение в собственной учебной деятельности)»[56]

На основе выделенных компонентов, а также для аналитической обработки результатов исследования и получения количественных показателей условно определены три уровня математического понимания в области «Дискретная математика»: низкий, средний и высокий.

Низкий уровень (пороговый) – знание основных понятий, методов и правил, необходимых для решения задач. Способность применять знания для решения фундаментальных проблем одним действием.

Средний уровень (базовый) – знание основных понятий, методов и правил, необходимых для решения задач. Решения типовых задач. Умение применять методы для решения дискретных задач.

Advanced (продвинутый уровень) — знание понятий, методов и правил, необходимых для решения задач. Способность мыслить, самостоятельно формулировать алгоритмы действий, может объяснить решение проблемы.

Для определения степени сформированности математической культуры в области «Дискретная математика» обучающимся предлагаются два среза (таблица 3).

Таблица 3

Срез 1
1. Выбрать формулу для вычисления P_n а) n!/(n-m)!m! б) n^m в) n!/(n-m)! г) n!
2.Вычислить: P_6 (3; 2;1) а) 6 б) 30 в) 7 г) 60
3. Вычислить: $\overline{C_7}^6$ а) 924 б) 7 в) 792 г) 15
4. Найти сумму бинарных коэффициентов разложения $(а + в)^6$ а) 256 б) 512 в) 64 г) 128
Срез 2
1. Три подруги – Вера, Настя и Илона – покупали себе блузки. В магазине есть блузки трех цветов – белая, желтая и красная. Вера купила себе блузку не белую и не желтую. Настя купила себе не белую блузку. Какого цвета блузки купили себе девочки?
2. Три баскетбольные команды: русская команда «Озорники», немецкая команда «Спортсмены» и американская команда «Челси» встретились на турнире. Каждую команду тренировал тренер, из этих же стран: русский Иван, американец Алекс, и немец Генрих. «Челси» тренирует не Алекс и не Генрих, «Спортсменов тренирует не Генрих. Определить тренера команды?
3. В стране Солнце есть 5 городов. Названия городов соответствует цифрам 1, 2, 3, 4, 5. Главный управляющий сообщил, что организует авиалинии между городами в том случае, если двузначное число, составленное из цифр - названий этих городов, делится на 3. Постройте граф, соответствующий проекту авиалиний между городами Солнце?

Первый срез — это тест когнитивного компонента, который включает в себя тесты. Каждый правильный ответ оценивается в 5 баллов. Вторая часть – праксиологический компонент, состоящий из 3 практических заданий разного уровня. Каждая решенная задача оценивается в 5 баллов.

Если балл 30 - 35, то уровень подготовленности по математической культуре по направлению «Дискретная математика» высокий, если балл 20 - 25, то уровень подготовки средний, если 15 и менее, то уровень подготовки низкий.

По результатам констатирующего этапа эксперимента, данные которого зафиксированы в таблице 4:

Таблица 4

Результаты констатирующего этапа

№ п/п	ФИО обучающегося	1 срез Когнитивный компонент	2 срез Праксиологический компонент	Баллы	Уровень
1	Билюцина Татьяна	20	5	25	Средний
2	Волкорезов Иван	10	5	15	Низкий
3	Завалишина Валерия	15	5	20	Средний
4	Зинкевич Иван	15	0	15	Низкий
5	Икс Надежда	10	5	15	Низкий
6	Морозов Данил	15	5	20	Средний
7	Огурченок Владимир	15	0	15	Низкий
8	Сипович Алексей	10	5	15	Низкий
9	Становая Карина	20	0	20	Средний
10	Старавойтова Александра	15	0	15	Низкий
11	Сипович Юлия	10	5	15	Низкий
12	Суш Евгения	15	0	15	Низкий
13	Чемеркова Ульяна	20	5	25	Средний
14	Яковцева Надежда	15	5	20	Средний
15	Яцуценко Антон	10	0	10	Низкий

Можно сделать вывод, что 60% 11-классников (обучающиеся, набравшие 15 баллов и менее) имеют низкие математические способности в области «Дискретная математика». 40% обучающихся, участвовавших в эксперименте, имели средний уровень базовых математических знаний. На рис.3 представлена диаграмма уровня сформированности базовых математических знаний 11-классников по направлению «Дискретная математика» на этапе определения учебного опыта.

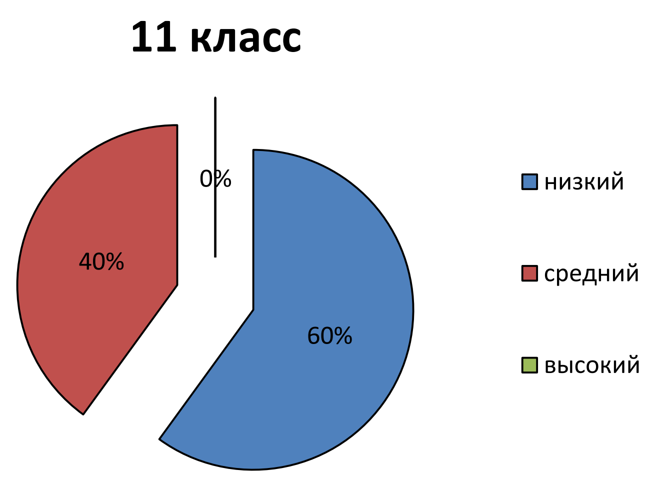


Рис 3. Диаграмма уровня сформированности базовых знаний математической компетентности у обучающихся 11 классов на этапе опытной проверки

На основании результатов констатирующего этапа эксперимента можно сделать вывод, что большинству 11-классников необходимо сформировать базовые знания математической компетенции в области «дискретной математики». Наконец, было организовано экспериментальное
обучение по авторской методике. В рамках педагогической работы было организовано 9 уроков. Мы наблюдали, что школьники, которые были активны на уроке, наслаждались различными способами решения дискретных задач, в частности графическим методом, с помощью которого они легко решают математические задачи. В процессе исследования темы школьники проявляли интерес к исследовательскому материалу, вели дискуссии друг с другом.

После целенаправленной работы по повышению уровня подготовки к культуре математики по направлению «Дискретная математика» был проведен завершающий этап образовательного эксперимента. 11-классников попросили перепроверить два контрольных среза. Обучающимся предложили пройти тестирование еще раз. Задания данного среза представлены в таблице 5

Таблица 5

Срез 1
1. Выбрать формулу для вычисления C_n^m а) n!/(n-m)!m!   б) n^m в) n!/(n-m)!   г) n!
2.Вычислить: P_5 (2; 2;1) а) 6   б) 30   в) 7   г) 60
3. Вычислить: $\overline{C_5}^2$ а) 924   б) 7   в) 792   г) 15
4. Найти сумму бинарных коэффициентов разложения $(а + в)^9$ а) 256   б) 512   в) 64   г) 128
Срез 2
1. Три девочки – Алена, Катя и Света – покупали себе шорты. В магазине есть шорты трех цветов – синие, черные и зеленые. Алена купила себе шорты не синие и не черные. Катя купила себе не черные шорты. Какого цвета шорты купили себе девочки?
2. Три волейбольные команды: австрийская команда «Воланы», немецкая команда «Рил» и английская команда «Чел» встретились на турнире. Каждую команду тренировал тренер, из этих же стран: австриец Рон, немец Ханс, и англичанин Боб. «Воланы» тренирует не Рон и не Ханс, «Рил» не Ханс. Определить тренера команды?
3. В стране Цифра есть 7 городов. Названия городов соответствует цифрам 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Главный управляющий сообщил, что организует авиалинии между городами в том случае, если двузначное число, составленное из цифр - названий этих городов, делится на 3. Постройте граф, соответствующий проекту авиалиний между городами Цифра?

По результатам контрольного этапа эксперимента, данные которого зафиксированы в таблице 6:

Таблица 6

Результаты контрольного этапа

№ п/п	ФИО обучающегося	1 срез Когнитивный компонент	2 срез Праксиологический компонент	Баллы	Уровень
1	Билюцина Татьяна	20	10	30	Высокий
2	Волкорезов Иван	15	10	25	Средний
3	Завалишина Валерия	20	10	30	Высокий
4	Зинкевич Иван	15	5	20	Средний
5	Икс Надежда	10	10	20	Средний
6	Морозов Данил	20	10	30	Высокий
7	Огурченок Владимир	15	10	25	Средний
8	Сипович Алексей	10	10	20	Средний
9	Становая Карина	20	10	30	Высокий
10	Старавойтова Александра	15	5	20	Средний
11	Сипович Юлия	20	10	30	Высокий
12	Суш Евгения	15	15	30	Высокий
13	Чемеркова Ульяна	20	10	30	Высокий
14	Яковцева Надежда	15	15	30	Высокий
15	Яцуценко Антон	20	10	30	Высокий

Можно сделать вывод, что 60% 11-классников имеют высокие математические способности в области «Дискретная математика». 40% обучающихся, участвовавших в эксперименте, имели средний уровень базовых математических знаний.

Анализирую данные таблиц 4 и 6, можно сделать вывод о том, что результаты показали улучшение данных. Также наблюдается повышение уровня формирования математической культуры по направлению «Дискретная математика» у обучающихся.

На рис.4 представлена диаграмма уровня сформированности базовых математических знаний 11-классников по направлению «Дискретная математика» на этапе определения учебного опыта.

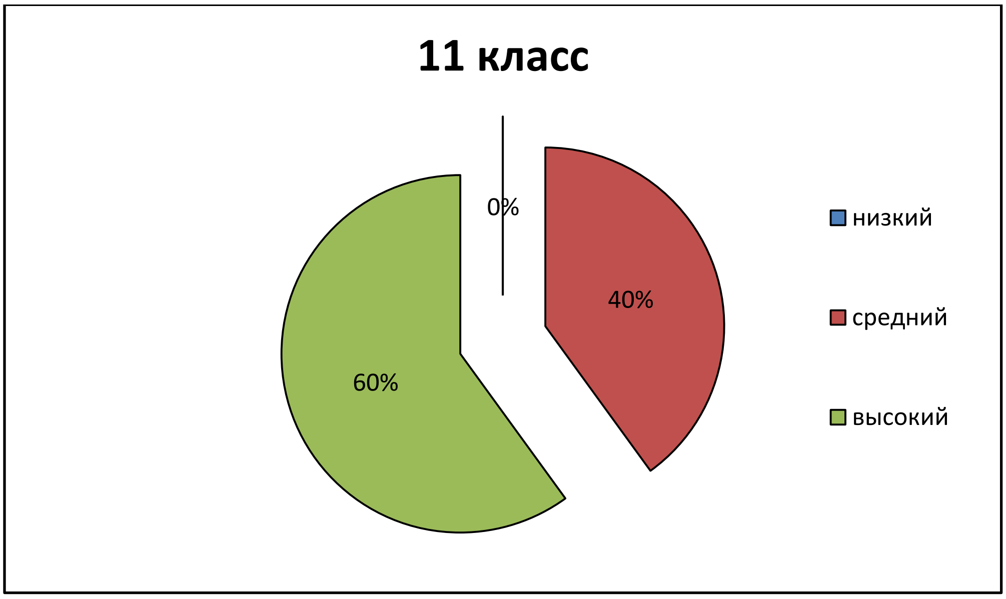


Рис 4. Диаграмма уровня сформированности базовых знаний математической компетентности у обучающихся 11 классов на этапе контрольной проверки

Сравнивая результаты экспериментов – констатирующего и контрольного - можно сделать вывод, что разработанные конспекты занятий по теме «Элементы дискретной математики» в рамках обучения математике обучающихся 11 класса дают возможность повышать уровень математических компетенций в области «Дискретная математика».

Экспериментальные наблюдения и результаты позволяют говорить о том, что после обучения, школьники не только научились, применять различные методы решения задач дискретной математики, но и обладают большей уверенностью в аргументации своих мыслей, заметно повысился познавательный интерес к вопросам дискретной математики.

Выводы по второй главе

В данной главе представлена методика обучения элементам дискретной математики обучающихся 11 класса.

Разработано и представлено соответствующее методическое сопровождение уроков по математике, направленное на развитие и формирование у обучающихся 11 класса математической грамотности.

Описаны и представлены результаты педагогического эксперимента по апробации методики обучения элементам дискретной математики в рамках математической подготовки обучающихся 11 класса.

Заключение

В ходе нашего исследования мы пришли к выводу: что, необходимо формирование фундамента математических знаний у обучающихся в области «Дискретная математика».

«Математическая грамотность – это способность структурировать данные (анализировать ситуации), выделять математические отношения, создавать математические модели ситуаций, анализировать и преобразовывать их, интерпретировать полученные результаты» [58].

Рассмотрели специфику и перспективы формирования и развития математической грамотности в школьном курсе математики. Охарактеризованы дидактические условия для включения элементов дискретной математики в математическую подготовку школьников.

Разработаны конспекты уроков в содержание, которых включены элементы дискретной математики, для формирования и развития математических компетенций.

На базе МБОУ «Иланская СОШ № 2» проведён педагогический эксперимент. Результаты контрольного этапа эксперимента «говорят» о повышении уровня математических компетенций у обучающихся, что подтверждает гипотезу исследования: если в содержание математической подготовки обучающихся профильных математических классов целенаправленно и систематически включать элементы дискретной математики, то это будет способствовать формированию и развитию их математической грамотности.

Задачи исследования решены, цель исследования достигнута.

Библиографический список

1. Алимов Ш.А. Алгебра. 10-11 классы, учебник для общеобразовательных организаций, базовый и углубленный уровень. 3-е изд. - М.: 2016. - 469 с.

2. Андреев В.И. Педагогика творческого саморазвития. Казань, 1996. С.568.

3. Асеев Г.Г., Абрамов О.М., Ситников Д.Э. Дискретная математика: Учебное пособие. - Ростов н./Д: Феникс, Харьков: Торсинг, 2008. - 144 с.

4. Басюк В.С., Ковалева Г.С. Инновационный проект Министерства просвещения «Мониторинг формирования функциональной грамотности»: основные направления и первые результаты // Отечественная и зарубежная педагогика. 2019. № 4 с. 20-22.

5. Башкин М.А., Дурнев В.Г. Инновационные методы в преподавании дисциплины «Дискретная математика» // Международный журнал экспериментального образования. 2010. № 9 с. 97-98.

6. Березина Л. Ю. Графы и их применение. Пособие для учителей. – М.: просвещение, 1979.

7. Васильева Р.Л., Тяглова Е.Г. Формирование математической грамотности на уроках (из опыта работы творческой группы учителей Красноярского края): методические рекомендации. Красноярск, 2022 – 94 с.

8. Верещагин Н. К., Шень А. В. 31 Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 2. Языки и исчисления. — 4-е изд., испр. — М.: МЦНМО, 2012.

9. Волкова С.В. Дидактические условия реализации учащимися личностных смыслов в процессе обучения. - Автореф. дисс. к.п.н. - Петрозаводск, 2002

10. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки: пособие для внеклассной работы. Киров, издательство «АСА», 1994.- 272 с.

11. Глухова А.К., «Элементы теории графов в школьном курсе математики», диссертация, Москва, 2016 г

12. Дулина С.А., Мамалыга Р.Ф. Практико-ориентированные и контекстные задачи // Математический вестник педвузов Волго-Вятского региона. 2010. №12. С. 245-252

13. Егупова М.В. Практико-ориентированное обучение математике в школе как предмет методической подготовки учителя. Монография. М.: МПГУ, 2014. 284 с.

14. Жуковская Е.П. Дидактические аспекты организации факультативов [Электронный ресурс].- Режим доступа: http://festival.1september.ru Дата обращения: 16.11.2022

15. Зарипова Р.М. Формирование ключевых компетенций у школьников на уроках математики.//Практика и тенденции социального партнерства в системе школа – СПО - ВУЗ: материалы VI Республиканской научно-методической конференции: в 2 ч. Ч. II. – Казань, 2013 г. - С.175-178.

16. Зарукина Е. В. Активные методы обучения: рекомендации по разработке и применению: учеб.- метод. пособие / Е. В. Зарукина, Н. А. Логинова, М. М. Новик. СПб.: СПбГИЭУ, 2010. – 59 с

17. Интернет-проект «Задачи» [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.problems.ru. Дата обращения: 30.11.2022.

18. Калмыкова З.И. Зависимость уровня усвоения знаний от активности учащихся в обучаемости – М.: Педагогика, 1989. – 321 с.

19. Калмыкова З.И. Проблема индивидуальных различий в обучаемости школьников - М.: Педагогика, 1978. — 117 с.

20. Казакова Е.И., Тряпицина А.П. Гуманистические основы личностно-ориентированного подхода.– СПб, «Питер» – 2000.–351 с.

21. Кейв М.А. Дискретная математика для будущего учителя: уч. пос.- Красноярск: КГПУ им В.П. Астафьева, 2009.

22. Кейв М.А. Дискретная математика: учебное пособие [электронное издание]. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2016.

23. Кейв М.А., Власова Н.В. Инновационные процессы в профильном образовании: учебное пособие. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2015.

24. Колмогоров А.Н. О профессии математика. — 3-е изд., доп. — М.: Изд-во МГУ, 1970. - 30 с.

25. Кораблева А.О. Графы в математическом образовании как средство обучения моделированию // Научное обозрение. Педагогические науки. – 2019. – № 3-1. – С. 82-86

26. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников. — М.: Просвещение, 1988. — 431 с.

27. Леонтьев А.А. Педагогика здравого смысла. Избранные работы по философии образования и педагогической психологии. – М.: Смысл, 2016. – 528 с.

28. Лернер И.Я., Дидактические основы методов обучения. М.: Педагогика, 1981. - 186 с.

29. Личностно-ориентированный подход в работе педагога: разработка и использование. – М.: ТЦ Сфера. – 2004. – 156 с.

30. Ломова Н.В., Куколевская Г.И. Математика. Система развивающих упражнений. — М.: УЦ "Перспектива", 1996. — 88 с.

31. Люблинская А.А. Учителю о психологии школьника. — М.: Просвещение, 1987.- 280 с.

32. Маркушевич А.И. Об очередных задачах преподавания математики в школе: Докл. на совещании-семинаре учителей математики // Математика в школе. - 1972. - № 2. - С. 3-14.

33. Математика 11 класс. Учебник. / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов. – М.: Мнемозина, 2000. – 304 с.

34. Материалы к заседанию Президиума РАО 27 июня 2018 г. «Возможные направления совершенствования общего образования для обеспечения инновационного развития страны». Доклад Г.С Ковалевой. URL:https://cyberleninka.ru/article/n/materialy-k-zasedaniyu-prezidiuma-rao-27-iyunya-2018-g-vozmozhnye-napravleniya-sovershenstvovaniya-obschego-obrazovaniya-dlya. (дата обращения: 07.12.2022).

35. Машарова Т.В. Педагогическая технология: личностно-ориентированное обучение. М.: Владос. – 2002. – 193 с.

36. Медведева О.С. Решение задач как средство развития мышления учащихся // Математика в школе. — 1995. — № 1. — С. 49-51.

37. Менчинская Н.А. Обучение и умственное развитие // Обучение и развитие. — М.: Просвещение, 1966. — 231 с.

38. Менчинская Н.А. Психологические проблемы преодоления неуспеваемости //Сов. Педагогика, 1980. — № 11. — С. 70-82.

39. Менчинская Н.А. Проблемы учения и умственного развития школьника. — М.: Педагогика, 1989. — 218 с.

40. Методика преподавания математики в средней школе. Пособие для учителей // Под ред. Ю.М.Колягина., Г.Н.Луканкина., Е.Л.Мокрушкина. М.: Просвещение, 1990. – 480 с.

41. Методика преподавания математики в средней школе: учебное пособие. // Под ред. Рогоновского Н.М. Мн.: Высш. Шк., 1990.- 267 с.

42. Мордкович АГ. Алгебра. 9 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений/ А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. – 12-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2010. – 224 с.

43. Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1980. 336 с.

44. Основные подходы к оценке математической грамотности. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL:http://www.centeroko.ru/pisa18/pisa2018_ml.html. Дата обращения: 23.11.2022.

45. Особенности формирования и оценки математической грамотности школьников Л. О. Денищева, Н. В. Савинцева, И. С. Сафуанов, А. В. Ушаков, В. А. Чугунов, Ю. А. Семеняченко. М.: Россия, 2021. том 11, № 4.

46. Открытый банк заданий ОГЭ. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL:http://oge.fipi.ru/os/xmod-ules/qprint/index.php?proj=DE0E276E497AB3784C3FC4CC20248DC0 Дата обращения: 13.11.2022.

47. OECD Governing Board PISA 2021 Mathematics Framework (First Draft), April 2018 [For Official Use], p. 8, 21-22.

48. Перельман Я.И. Занимательная математика. М.: Просвещение, 1989. 287 е.: ил.

49. Петров В.А. Математика. 5-11 кл. Прикладные задачи: учебно-методическое пособие. М.: Дрофа, 2010. 252 с.

50. Прокопенко Н.Ю. Дискретная математика [электронное издание]. – Н. Новгород: ННГАСУ, 2016 – 251с.

51. Проведение исследования PISA–2018 в России: оценка математической грамотности. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL:http://www.centeroko.ru/pisa18/pisa2018_ml.html.4 Дата обращения: 25.11.2022.

52. Савин А. Графы // Квант, 1994, №6 (Калейдоскоп «Кванта»).

53. Селевко Г.К. Энциклопедия образовательных технологий: учебно-методическое пособие: в 2 т. М.: НИИ школьных технологий. Т. 1. 2006. 816 с

54. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие/Л.Н. Фадеева, А.В. Лебедев. – М.: Рид Групп, 2011. – 496 с.

55. Тимофеева, О. П. Методические рекомендации по изучению элементов теории графов на факультативных занятиях / О. П. Тимофеева. — Текст: непосредственный // Молодой ученый. — 2019. — № 8 — с. 192-193.

56. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования. 2010. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: URL: https://fgos.ru/fgos/fgos-soo/ Дата обращения: 25.11.2022.

57. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. URL: https://fgos.ru/fgos/fgos-ooo (дата обращения: 25.11.2022).

58. Федеральный институт оценки качества образования. Концепция направления «математическая грамотность» исследования PISA-2021 //[Электронный ресурс]. URL:https://domodmyk.edumsko.ru/associations/kabinet/research/post/1148355 (дата обращения: 22.11.2022).

59. Федеральный перечень учебников, рекомендованных к использованию при реализации программ общего образования [Электронный ресурс] // Специализированная интернет-система организационно-методического сопровождения федерального перечня учебников, рекомендуемых к использованию при реализации образовательных программ. Режим доступа: URL: http://www.fpu.edu.ru / (дата обращения 10.11.2022).

60. Фосс В. Элементы теории графов // Квант, 1973, №8. С. 55-59.

61. Шестакова Л.Г., Рихтер Т.В. Методы организации компетентностно-ориентированных занятий со студентами // ICTP. 2020. №10. – С. 52-53

62. Энциклопедия: Дискретная математика / Гл. ред. В.Я. Козлов. – М.: БРЭ, 2004.

Приложение

Приложение 1

Рефлексия к конспекту занятия 2; 4; 6; 7

Приложение 2

Рефлексия к конспекту занятия 9

Анкета самоанализа

На уроке я работал	активно / пассивно
Своей работой на уроке я	доволен / не доволен
Урок мне показался	коротким / длинным
За урок я	не устал / устал
Мое настроение	стало лучше / стало хуже
Материал урока мне был	понятен / не понятен полезен / бесполезен
Домашнее задание	интересен / скучен легким / трудным интересно / не интересно