

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Кафедра математики и методики обучения математике

Вебер Валентина Викторовна

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**Развитие познавательных универсальных учебных действий
обучающихся 11 классов на уроках математики**

Направление подготовки: 44.04.01 Педагогическое образование
Магистерская программа: Математическое образование в условиях ФГОС

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой:

Д-р пед. наук, профессор Шкерина Л.В.

23.11.2022 г.

(дата, подпись)

Руководитель магистерской программы:

д-р пед. наук, профессор Шкерина Л.В.

23.11.2022 г.

(дата, подпись)

Научный руководитель:

канд. пед. наук, доцент Журавлева Н.А.

23.11.2022 г.

(дата, подпись)

Дата защиты 23.12.2022

Обучающийся: Вебер В.В.

23.11.2022 г.

(дата, подпись)

Оценка (прописью) _____

Красноярск 2022

Реферат выпускной квалификационной работы

Вебер Валентины Викторовны

На тему «Развитие познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов на уроках математики»

Магистерская диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка и приложений. Текст диссертации содержит 21 таблицу 15 рисунков, 8 приложений и 72 источника литературы. Общий объем диссертации 104 страницы, в их числе и приложения.

Цель исследования теоретически обосновать, создать и экспериментально проверить методику развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов в рамках предмета «математика».

Магистерская диссертация решала следующие задачи:

1. Обосновать понятие познавательных универсальных учебных действий старшеклассников в контексте предметной области «Математика», определить их структуру и содержание.

2. Обосновать и выявить дидактический потенциал математических дисциплин для развития познавательных универсальных учебных действий старшеклассников.

3. Теоретически обосновать и создать методическую модель развития познавательных универсальных учебных действий старшеклассников.

4. Создать комплекс заданий, которые будут развивать познавательные универсальные учебные действия учащихся 11 классов.

5. Создать диагностический инструментарий для определения и оценки уровня развития познавательных универсальных учебных действий учащихся 11 классов.

6. Создать методику эффективного развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов в контексте предмета «математика» и проверить экспериментально её продуктивность.

В основу исследования положена гипотеза:

Развитие познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов на математических уроках будет ли результативным, если:

-обосновать и описать структуру компонентного состава познавательных универсальных учебных действий старшеклассников;

-обосновать и выявить дидактический потенциал курса дисциплины «Математика» по развитию познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов;

-обосновать и создать комплекс специальных математических заданий по развитию познавательных универсальных учебных действий учащихся 11 классов;

-создать и реализовать методику развития познавательных универсальных учебных действий учащихся 11 классов на математических предметах, обеспечивающую требуемый уровень их освоения (базовый, повышенный, высокий).

Методы, используемые в магистерской диссертации: обзор методической и психолого-педагогической литературы по проблеме исследования; наблюдение; - тестирование учащихся; - обзор продуктов деятельности учащихся и организация проведения педагогического эксперимента.

Содержание первой главы. В данной главе уточнено понятие «универсальные учебные действия», проведен обзор научных подходов к трактовке понятия «познавательные универсальные учебные действия» и нормативной документации, рассмотрены их компоненты, структурно-содержательная часть и этапы развития. Выявлен и обоснован дидактический потенциал математических дисциплин для развития познавательных универсальных учебных действий старшеклассников. Разработана методическая модель развития познавательных универсальных учебных действий старшеклассников на математических уроках.

Вторая глава содержит комплекс специальных заданий, направленных

на развитие познавательных универсальных учебных действий учащихся 11 классов на математических уроках с использованием современных технологий. Разработаны: методика, диагностический инструментарий определения и оценивания уровня развития познавательных умений. И экспериментально проверено качество методики.

Результатом работы является методика развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов на математических уроках.

Было установлено, что если на математических уроках в 11 классах использовать данную методику, то это будет способствовать активному развитию познавательных универсальных учебных действий учащихся.

Abstract of the final qualifying work

Weber Valentina Viktorovna

On the topic «Development of cognitive universal educational actions of 11th grade students in mathematics lessons».

The Master's thesis consists of an introduction, two chapters, a conclusion, a bibliographic list and appendices. The text of the dissertation contains 21 tables, 15 figures, 8 appendices and 72 literature sources. The total volume of the dissertation is 104 pages, including appendices.

The purpose of the study is to theoretically substantiate, create and experimentally test the methodology for the development of cognitive universal educational actions of students of 11th grade within the subject «mathematics».

The Master 's thesis solved the following tasks:

1. To substantiate the concept of cognitive universal educational actions of high school students in the context of the subject area «Mathematics», to determine their structure and content.
2. To substantiate and identify the didactic potential of mathematical disciplines for the development of cognitive universal educational actions of high school students.
3. Theoretically substantiate and create a methodological model for the development of cognitive universal educational actions of high school students.
4. Create a set of tasks that will develop cognitive universal learning activities of 11th grade students.
5. To create diagnostic tools for determining and assessing the level of development of cognitive universal educational actions of 11th grade students.
6. To create a methodology for the effective development of cognitive universal educational actions of 11th grade students within the framework of the subject «mathematics» and to test experimentally its productivity.

The research is based on the hypothesis:

Will the development of cognitive universal educational actions of 11th grade students in math lessons be effective if:

-to substantiate and describe the structure of the component composition of cognitive universal educational actions of high school students;

-to substantiate and identify the didactic potential of the Mathematics course for the development of cognitive universal educational actions of students of 11th grade;

-to substantiate and create a set of special mathematical tasks for the development of cognitive universal educational actions of 11th grade students;

-to create and implement a methodology for the development of cognitive universal educational actions of 11th grade students in mathematical subjects, providing the required level of their development (basic, advanced, high).

Methods used in the master's thesis: review of methodological and psychological-pedagogical literature on the problem of research; observation; - testing of students; - review of the products of students' activities and organization of a pedagogical experiment.

The content of the first chapter. In this chapter, the concept of «universal educational actions» is clarified, a review of scientific approaches to the interpretation of the concept of «cognitive universal educational actions» and normative documentation is carried out, their components, structural and content part and stages of development are considered. The didactic potential of mathematical disciplines for the development of cognitive universal educational actions of high school students is substantiated and revealed. A methodological model of the development of cognitive universal educational actions of high school students in math lessons has been developed.

The second chapter contains a set of special tasks aimed at developing cognitive universal educational actions of 11th grade students in math lessons using modern technologies. Developed: methodology, diagnostic tools for determining and evaluating the level of development of cognitive skills and experimentally tested the quality of the methodology.

The result of the work is a methodology for the development of cognitive universal educational actions of 11th grade students in math lessons.

It was found that if this technique is used in math lessons in grades 11, it will contribute to the active development of cognitive universal educational actions of students.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	9
Глава 1. НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ	14
1.1. Универсальные учебные действия как основа метапредметных результатов освоения основной образовательной программы среднего общего образования	14
1.2. Дидактический потенциал математических дисциплин для развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов.....	27
1.3. Методическая модель развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся старших классов на уроках математики ..	37
Выводы первой главе	45
Глава 2. МЕТОДИКА РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 11 КЛАССОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ	46
2.1. Целевой и содержательный компоненты методики развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов на уроках математики.....	46
2.2. Технологический компонент методики развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов в процессе обучения математическим дисциплинам.....	56
2.3. Описание и результаты опытно-экспериментальной работы по реализации модели развития познавательных универсальных учебных действий, обучающихся средней общеобразовательной школы.....	65
Выводы по второй главе	75
Заключение	76
Библиографический список	78
ПРИЛОЖЕНИЯ	86

ВВЕДЕНИЕ

В последнее десятилетие в сфере образования происходят глубокие и активные преобразования. Обновлены стандарты. Основной их акцент на тесном взаимодействии и единстве в рамках учебной и воспитательной деятельности, которое направлено на достижение высокого качества образовательных результатов. Изменена и специфика работы учителя: ее структура, содержание, функции, подходы (к школьникам и родителям, являющимися заказчиками образовательных услуг, образовательному процессу и пр.), методы работы и иное. Что приводит к появлению новых ролей: учитель-наставник; учитель-консультант; учитель-модератор; учитель-тьютер; учитель-методист и др. (Горохова Ю.В., 2016 г.). Современное общество рассматривает образование как одну из важнейших ценностных ориентаций, способствующей успешной самореализации в социуме.

С введением ФГОС одной из актуальных задач является развитие познавательных универсальных учебных действий. Ее исследованием занимались многие ученые (Блауберг И.В., Боженкова Л.И., Гальперин П.Я., Давыдов В.В., Далингер В.А., Журавлева Н.А., Щукина Г.И., Эльконин Д.Б. и др.). Следует признать, что недостаточное количество методических разработок, связанных с развитием познавательных универсальных учебных действий обучающихся старших классов. Не создана единая методическая база, которая бы способствовала системному развитию познавательных универсальных учебных действий при изучении математики в старших классах, отсутствует целостный подход к данной проблеме.

До сих пор существуют проблемы активизации и поддержания интереса к учебному процессу. Без интереса невозможна познавательная активность старшеклассников, от которой зависит непосредственно уровень развития познавательных универсальных действий. Основными признаками проявления познавательной активности у старшеклассников являются:

сосредоточенность, продолжительная концентрация внимания, на каком - либо объекте или явлении и др.

Немаловажное значение в развитии познавательной деятельности занимает, например, абстрактное мышление, возникает стремление понять не только сущность изучаемых предметов и явлений, а также и их причинно - следственные связи. Огромным потенциалом для развития абстрактного мышления обладает математика. Человек с развитым абстрактным мышлением способен абстрагироваться от деталей и видеть картину целиком. Характерная особенность мозга состоит в том, что позволяет выходить за рамки стереотипного, общепринятого, идти и достигать своей цели независимо от мнения социума, совершать новые открытия. В современном мире многие работодатели ценят подобные способности у своих сотрудников, а именно за нестандартное решение проблем, новые оригинальные идеи, проекты и др.

Активному развитию абстрактного мышления способствует решение, например, стереометрических задач, или задач с применением определенного интеграла и др. То есть задачи из курса математики за 11 класс.

Всё выше сказанное обуславливает актуальность темы исследования «Развитие познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов на уроках математики».

Проблема исследования. Выявлены следующие противоречия между:

– запросом общества в учащихся, владеющими развитыми познавательными универсальными учебными действиями и слабой заинтересованностью учащихся в этом направлении.

– между достаточным дидактическим потенциалом курса математики за 11 классов для развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся и недостаточной проработанностью методики развития познавательных УУД обучающихся 11 классов на уроках математики.

Актуальность и выделенные противоречия побуждают появление **проблемы** данного исследования, которая состоит в разработке результативной методики развития познавательных умений обучающихся 11 классов на уроках математики.

Основная идея исследования заключается в обогащении содержания математических дисциплин, изучаемых в средней общеобразовательной школе, комплексом специальных заданий, и их использовании как средств развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов на уроках математики. Актуальность обозначенной проблемы, её недостаточная теоретическая и методическая разработанность позволили определить тему диссертационного исследования: «Развитие познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов на уроках математики».

Цель исследования теоретически обосновать, разработать и экспериментально проверить методику развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов на уроках математики.

Объект. Процесс обучения математике учащихся 11 классов.

Предмет. Методика развития познавательных универсальных учебных действий учащихся 11 классов по математике.

В основу исследования положена следующая гипотеза:

Развитие познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов на уроках математики будет ли результативным, если:

-обосновать и описать структуру состава познавательных универсальных учебных действий;

-обосновать и выявить дидактический потенциал курса математических дисциплин по развитию познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов на уроках математики;

-обосновать и разработать комплекс специальных задач по математике как средство развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов на уроках математики;

-разработать и реализовать методику развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов на уроках математики, обеспечивающую требуемый уровень их освоения (базовый, повышенный, высокий).

Задачи исследования:

1. Уточнить понятие познавательных универсальных учебных действий старших классов в аспекте курса «Математика», определить их структуру и содержание.

2. Обосновать и определить дидактический потенциал математических дисциплин для развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов.

3. Теоретически обосновать и разработать методическую модель развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся старших классов.

4. Разработать комплекс специальных заданий, направленных на развитие познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов.

5. Разработать диагностический инструментарий выявления и оценивания уровня развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов

6. Разработать методику развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов на уроках математики и экспериментально проверить её результативность.

Методы исследования: анализ психолого-педагогической и методической литературы по проблеме исследования, наблюдение, анкетирование учащихся, анализ продуктов деятельности обучающихся и организация, проведение педагогического эксперимента.

По теме исследования были опубликованы следующие работы:

1. Вебер В.В. «Проблемные ситуации как средство развития познавательного интереса к предмету математика в старших классах» // Проблемы и перспективы современного естественно-математического образования: материалы X Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, 9-10 апреля, 2021 г. – Соликамск. – С.21-26.

В данной статье: - изучены сущность и возможности применения проблемных ситуаций как средства развития познавательного интереса учащихся старших классов на уроках математики; - описан процесс (этапы) продуктивной познавательной деятельности человека в условиях проблемной ситуации. Определяет следующую последовательность действий: описание проблемной ситуации – определение проблемы – поиск способов ее решения – определение наиболее эффективных путей решения проблемы – анализ результатов.

Выделены основные методические требования к обучению математике, направленной на формирование познавательного интереса старших школьников средствами проблемных ситуаций.

2. Вебер В.В. Статья «Развитие Информационные познавательных универсальных действий обучающихся 11 классов на уроках математики на основе смешанного обучения»// технологии в математике и математическом образовании: материалы XI Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, посвященной 90-летию КГПУ им. В.П. Астафьева, 10 – 11 ноября 2022 г., г. Красноярск – С.60-65.

Данная статья посвящена реализации методики развития познавательных универсальных учебных действий учащихся посредством внедрения «перевернутого класса», одной из моделей смешанного обучения, при изучении математики в 11 классах.

Глава 1. НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

1.1. Универсальные учебные действия как основа метапредметных результатов освоения основной образовательной программы среднего общего образования

Согласно Концепции ФГОС среднего общего образования, универсальные учебные действия являются *базовым* структурным компонентом учебно-познавательной деятельности учащихся. Под универсальными учебными действиями (УУД) понимается способность ученика активно осваивать новые знания и новые навыки как основу для личного развития и саморазвития (Гончарова Н.В., 2014). В научных источниках по психологии УУД трактуется как совокупность способов действия учащегося, обеспечивающего его способность самостоятельно обучаться.

Многие исследователи (Асмолов Г.А., Королева М.А., Петрова И.В., Чопова С.В., Шахова Т.М. и др.) занимались вопросами по развитию УУД старшеклассников.

Методологической основой Стандарта является системно-деятельностный подход, в основе которого, общеизвестные УУД, обеспечивающие:

- формирование готовности обучающихся к саморазвитию и непрерывному образованию;
- проектирование и конструирование развивающей образовательной среды организации, осуществляющей образовательную деятельность;
- активную учебно-познавательную деятельность обучающихся;
- построение образовательной деятельности с учетом индивидуальных, возрастных, психологических, физиологических особенностей и здоровья

обучающихся (в редакции Приказа Минобрнауки России от 29.12.2014 № 1645).

В концепцию УУД заложены следующие теоретические положения:

- концепция Выготского Л.С., Эльконина Д.Б., Гальперина П.Я., Леонтьева А.Н. Ее базовые составляющие: учет у учащихся психологических и возрастных особенностей закономерностей в процессе их обучения, структуры деятельности и др.; - личностно-ориентированное образование (Слободчиков В.И., Сериков В.В. и др.); - планомерное и поэтапное формирование умственных понятий действий (Гальперин П.Я. и др.); - педагогика развивающего вариативного образования (Рубцов В.В., Асмолов А.Г., Ямбург Е.А. и др.); личностно-ориентированное образование (Слободчиков В.И., Сериков В.В. и др.); - направления психолого-педагогической науки и практики, как развивающее обучение (Эльконин Д.Б. и др.). Научное обоснование системно-деятельностного подхода изложено в трудах: Асмолова Г.А. Бурменской И.А., Володарской И.А., Выготского Л.С., Давыдова В.В., Леонтьева, А.Н., Эльконина Д.Б.

Современный ученик должен научиться учиться. Умение учиться предполагает освоение всех компонентов учебной деятельности (Рисунок 1.) на уровне самостоятельного их использования (М.И. Морозова, В.В. Штерн, С.А. Киселева, О.А. Шелопухо, Н.В. Трипольникова, Е.А., 2019):

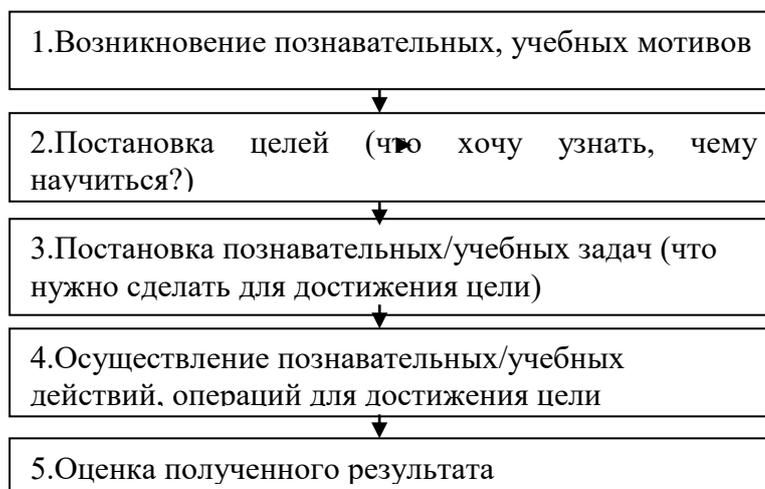


Рисунок 1. Компоненты учебной деятельности.

Целевой ориентир «развития умения учиться» авторы новых стандартов определяют как первый шаг к самообразованию и самовоспитанию (Савинов Е.С., 2013).

УУД развиваются в процессе обучения. Охарактеризуем с психологической точки зрения данный процесс - процесс овладения знаниями, умениями и навыками. Он состоит из двух уровней: репродуктивного и продуктивного.

Репродуктивный характеризуется сознательным усвоением на уровне воспроизведения и знаниевого применения в практической деятельности. Он обеспечивает решение основных задач в подготовке обучающегося 11 классов к будущей профсамореализации. Положительные стороны репродуктивного уровня - это экономичность во времени, устойчивость, системность и образованность. Не смотря на плюсы данного уровня, сегодня в высококонкурентных условиях на рынке труда оно становится малоэффективным. Следовательно, важно обогащать образовательный процесс компонентами продуктивного уровня.

Его особенности:

- практическая, личностная и профессиональная ориентированность;
- комплексный подход, как единство многообразия процессов: познания, учебной деятельности, усвоения, поэтапного формирования знаний и умений;
- связь мыслительной и предметной деятельности;
- самостоятельный выбор учениками образовательного вектора;
- результаты обучения – получение учебного и предметного продукта в виде материализованного знания.

На репродуктивном уровне образования происходит понимание/восприятие каких-либо фактов, явлений, их осмысление, Советское среднее образование было ориентировано на обучение детей основам научных знаний с помощью заучивания и воспроизведения текста

учебника (репродуктивного метода) (Горохова Ю.В). Этапы репродуктивного уровня обучения представлены на Рисунке 2.

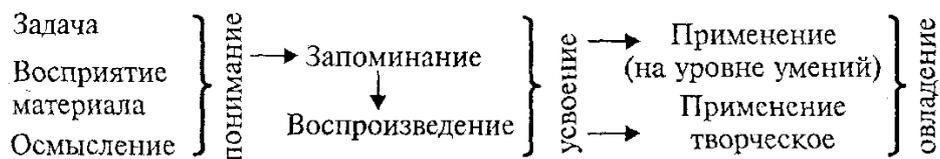


Рисунок 2. Структурная модель репродуктивного уровня обучения.

Содержание продуктивного уровня обучения дополнено элементами (последовательное и интуитивное предвидение, выдвижение и проверка гипотез, перебор и оценка вариантов, поиск и нахождение необычных способов решения заданий и далее). Усвоение и применение знаний, а также определение отношений и оценок здесь носит поисковый характер. Запускаются процессы: самоанализ, саморегуляция, инициатива, развитие проективных способностей. Школьники учатся мыслить и действовать креативно без помощи педагога - наставника/координатора.

Рассматриваемый уровень обучения состоит из следующих звеньев: ориентировочного, исполнительского и контрольно-систематизирующего (см. Рисунок 3.).

Некоторые образовательные учреждения, в том числе и международные, широко применяют технологию «Продуктивное обучение», с помощью которой формируются универсальные умения. Используемые методологические подходы при обучении - личностно-ориентированный, деятельностный, синергетический и стратегический.

Данная технология отличается от развивающего обучения, тем, что состоит в перенесении внимания с процесса изучения на предмет изучения и самообразование на базе индивидуального опыта продуктивной работы.

Рассмотрим компонентный состав универсальных учебных действий (УУД), ключевые подходы и основную деятельность обучающихся старших классов (Таблица 1.).

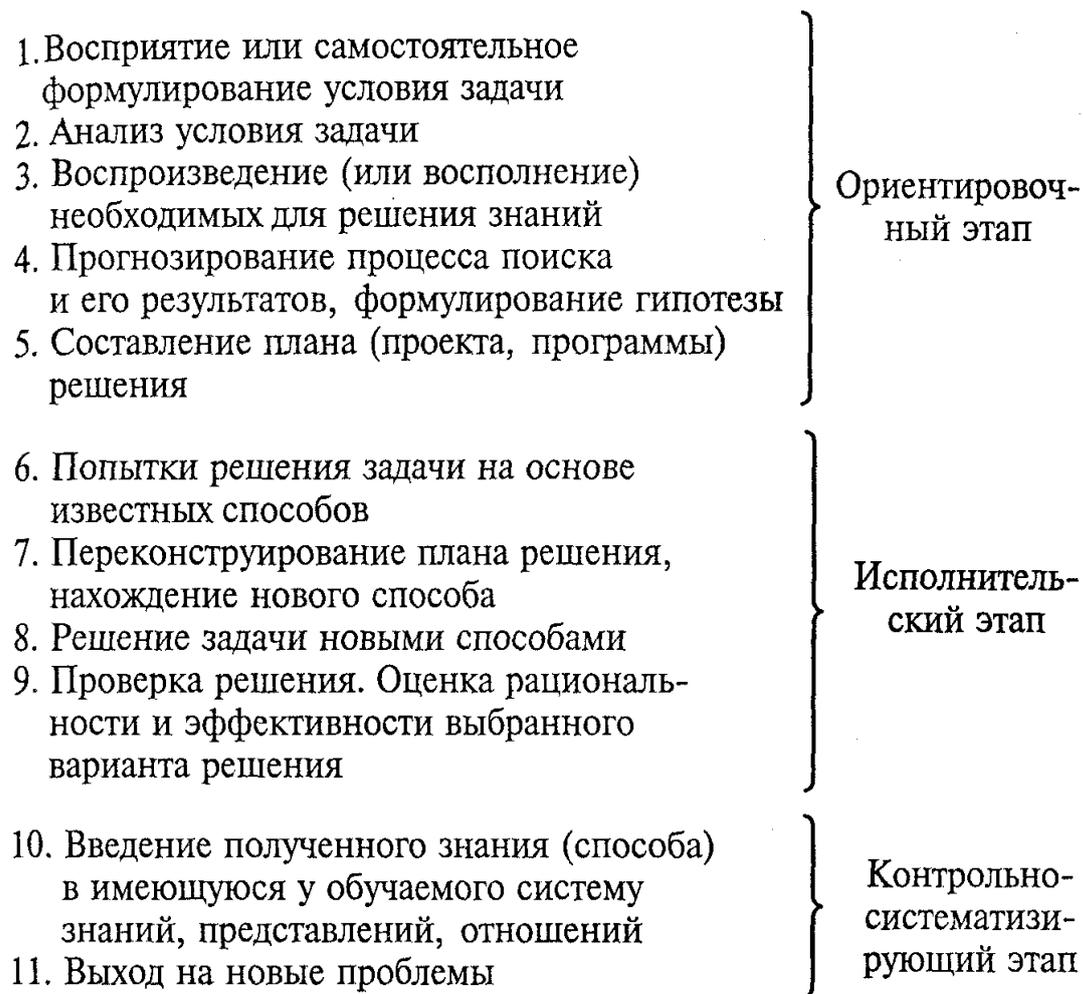


Рисунок 3. Этапы продуктивного уровня обучения.

Таблица 1.

Компонентный состав УУД, их функции, основные подходы и ведущая деятельность обучающихся старших классов

УУД				
Предметные	Личностные	Метапредметные		
		Познавательные	Регулятивные	Коммуникативные
Действия, выполняемые для успешного усвоения предметного материала.	Ценностно-смысловая ориентация обучающихся	Общеучебные, логические действия, постановка и решение проблемы	Управление деятельностью	Совместная деятельность и кооперация, развитая речь
Основные подходы		Ведущая деятельность		
Культурно-исторический, системно-		Учебно-профессиональная деятельность		

деятельностный, компетентностный, развивающий, личностно-ориентированный	является ведущей для старшего подросткового возраста/ранней юности.
--	--

По мнению авторов Программы развития универсальных учебных действий базовой их составляющей в определении содержания и функций являются психологические, возрастные особенности школьников и формы УУД, а также факторы и условия из развития. Охарактеризуем УУД. Регулятивные и коммуникативные способствуют формированию социальной компетенции учащегося, отвечающие за планирование, целеполагание, регулирование и других этапов деятельности Личностные обеспечивают ценностно-смысловую ориентацию обучающихся (знание моральных - этических норм и пр.) (ФГОС).

Определим аналитические и научные подходы авторов: Асмолова А.Г.; Боженковой Л.И.; Полелуевой М.И.; Степановой О.В. и Ведерниковой Л.В., представленные в Таблице 2., к трактовке понятия «познавательные универсальные учебные действия».

В содержание познавательных компонентов, входят: общеучебные, логические УУД и действия постановки и решения проблемы (Таблица 3.).

Обучение математике имеет особо важное значение в развитии познавательных и регулятивных универсальных учебных действий обучающихся старших классов. Научный факт, математика формирует основные интеллектуальные способности. Рассмотрим их на примере Таблицы 4.

Примечание: для учащихся старших классов рекомендуется: демонстрация Таблицы 4., рассмотрение подобного познавательного материала и проведение диагностических работ на выявление ключевых умственных способностей, с целью их дальнейшего развития и мотивационной сферы, являющихся наилучшим стимулом для самопознания

(определения целевого ориентира) и дальнейшего профессионального самоопределения.

Таблица 2.

Подходы к трактовке понятия «познавательные универсальные учебные действия».

Авторы	Трактовка понятия «познавательные универсальные учебные действия»
<i>Познавательные универсальные учебные действия как система</i>	
А.Г. Асмолов	Универсальные учебные действия, в том числе и познавательные представляют собой целостную систему, в которой генезис и развитие каждого из видов УУД определяется его отношением с другими видами УУД и общей логикой возрастного развития.
<i>Познавательные универсальные учебные действия как действия</i>	
Л. И. Боженкова	Познавательные универсальные учебные действия - это действия, которые обеспечивают познание - умственный и творческий процесс получения и непрерывного обновления знаний, необходимых человеку.
<i>Познавательные универсальные учебные действия как система</i>	
М. И. Полелуева	Познавательные универсальные учебные действия – это система способов познания окружающего мира, построения самостоятельного процесса поиска, исследования и совокупность операций по обработке, систематизации, обобщению и использованию полученной информации.
<i>Познавательные универсальные учебные действия как направленность</i>	
О. В. Степанова	Познавательные универсальные учебные действия - избирательная направленность личности на предметы и явления окружающей действительности
<i>Познавательные универсальные учебные действия как деятельность</i>	
Л. В. Ведерникова	Познавательные универсальные учебные действия - универсальная педагогическая деятельность, включающая в себя процесс подготовки и преобразования учебных, учебно-методических и научно-исследовательских работ, а также систематизацию и обобщение понятий и методов

Таблица 3.

Состав и основные функции компонентов ПУУД

<i>Компоненты ПУУД</i>	<i>Общеучебные</i>	<i>Логические</i>	<i>Действия постановки и решения проблемы</i>
Учебные действия	<ul style="list-style-type: none"> -самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели -поиск и выделение необходимой информации -применение методов информационного поиска, в том числе с помощью компьютерных средств -знаково-символические действия, в том числе моделирование -умение структурировать знания -умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме -выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий -рефлексия способов и условий действия -контроль и оценка процесса и результатов деятельности -смысловое чтение -извлечение необходимой информации -определение основной и второстепенной информации -свободная ориентация и восприятие любых текстов, в том числе и научного - информации -умение адекватно, подробно, сжато, выборочно передавать содержание текста, составлять тексты различных жанров, соблюдая нормы построения текста. 	<ul style="list-style-type: none"> -анализ и синтез объектов -сравнение, классификация выдвижение гипотез и их обоснование -установление причинно-следственных связей -построение логической цепи рассуждений -выдвижение гипотезы и ее обоснование. 	<ul style="list-style-type: none"> -постановка проблемы - самостоятельное нахождение ее путей ее решений с разными подходами (например, с творческим).
Основные функции компонентов ПУУД	Управление познавательными процессами	Обеспечение инструментальной основы мышления и решения проблем, в том числе исследовательских .	Исследование проблемной области с выделением цели как образа будущего, стратегии и тактики ее до достижения

Виды основных интеллектуальных способностей

Способности	Умения
• Аналитические	Умение анализировать информацию, классифицировать, проводить аналогию и сравнение
• Логические	Умение рассуждать, мыслить, делать правильные выводы
• Дедуктивные	Способность выделять частное из общей информации, обобщать, находить закономерности
• Критические	Умение критически оценивать имеющуюся информацию, отсеивать ложные идеи и выводы
• Абстрактное мышление	Умение переводить информацию о реальных объектах в символы, манипулировать с этими символами, находить какое-то решение и это решение опять применять к объектам на практике
• Образное мышление	Умение мысленно сопоставлять разные по смыслу объекты, формулировать сравнения, упрощать понимание сложных идей, представляя их на более доступном для понимания уровне
• Концентрация	Способность длительно удерживать внимание
К перечисленным способностям можно добавить и такие свойства интеллекта, как математическое мышление, техническое мышление, алгоритмическое мышление, комбинаторное мышление.	

Обоснуем содержание Таблиц 3-4, роль математики в развитии ПУУД учащихся. Действительно, основная часть рассматриваемых умственных способностей, в том числе и аналитических, их формирующие умения (умение анализировать информацию, классифицировать, проводить аналогию и сравнение и иное), являются следствием непосредственного развития ПУУД. За умение концентрировать внимание отвечают регулятивные УУД.

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» также характеризуются овладением: познавательными, коммуникативными и регулятивными УУД (Примерная рабочая программа по предмету «Математика», 2022). Морозова М.И., Штерн В.В. и под метапредметными результатами понимают – освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные,

познавательные, коммуникативные), составляющие основу умения учиться, самостоятельно решать познавательные и социальные задачи. Межпредметные понятия включают в себя наиболее общие термины, употребляемые в различных отраслях науки и культуры. К числу таковых относят общеучебные понятия (система, факт, закономерность, схема и др.) и межпредметные (карта, атлас, формула и пр.). Перечень ключевых метапредметных понятий определяется при разработке образовательной программы (М.И. Морозова, В.В. Штерн, С.А. Киселева, 2019 год).

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы средней школы должны отражать:

-владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

-готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, владение навыками получения необходимой информации из словарей разных типов, умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

-умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее – ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, правовых и этических норм, норм информационной безопасности и др.

Положительными результатами развития метапредметных УУД являются сформированные умения. Усова А.В. выделяет следующие умения:

– умения работать с учебной и научно-популярной литературой; проводить наблюдения, выдвигать гипотезы, самостоятельно ставить эксперимент и объяснять его результаты и т.п.);

– умения работать с различными источниками информации (книгой, явлениями в природе и обществе, экспериментом);

-практические (вычислять, измерять, читать и строить графики, работать с лабораторными приборами и принадлежностями, решать логические задачи и др.);

– умения, конкретизирующие первую группу; – организационные (планировать работу и организовывать деятельность); – самоконтроля и оценочные (оценивать работу по предложенным или самостоятельно определенным критериям) (Усова А.В.).

Для качественного развития системы ПУУД (Таблица 3.) учителю важно не упускать из виду *познавательную сферу подростка*, его потенциальные способности, с помощью которых учащийся познает окружающий мир. Познавательная сфера состоит из психологических когнитивных процессов: восприятия, ощущения, внимания, воображения, памяти и мышления. Где мышление позволяет раскрыть недоступное восприятию с последующим творческим преобразованием действительности. Данный творческий процесс, по мнению ученых, связан с открытием новых знаний. Условием мыслительного процесса является созданная проблемная ситуация, а основным его механизмом анализ через синтез. Поскольку содержание учебной деятельности для учащегося задает сам процесс обучения, определяя при этом зону ближайшего развития ПУУД, где под зоной ближайшего развития, теория которой разработана Выготским С.В. (Выготский Л.С.,1984), понимается различие, существующее между уровнями реального и потенциального развития школьника, которое можно достичь под руководством учителя и в сотрудничестве с одноклассниками. Рассматривая концепцию Выготского Л.С. в контексте учебного процесса, его положения будут следующими: - обучение является наиболее качественным, если оно ведет за собой развитие; - обучающийся, который выполняет что-либо с помощью педагога, сможет выполнить и самостоятельно. Обучение не должно опережать развитие ученика.

Особое внимание следует уделить технологии (этапам) развития УУД (ПУУД) старшекласников. Для развития значительной части УУД можно применять технологию П.Я. Гальперина (поэтапное формирование умственных действий с заранее намеченными свойствами). Рассматривая технологию способствует:

- ✓ моментальному и качественному освоению действий по заданному шаблону;
- ✓ развитию навыка применения знаний в стандартных условиях;
- ✓ формированию умения применять знания в практической деятельности в условиях перемещения.

Этапы формирования умственных новых, *базовых* действий по Гальперину П.Я:

- 1.Мотивация учения.
- 2.Контроль опорных знаний и умений. Проверка, корректировка тех опорных, базовых знаний и умений, к которым должно быть адаптировано новое действие.
- 3.Знакомство с системой указаний - алгоритмом действия и ориентиром правильности выполнения действий.
- 4.Выполнение действия в материальном или материализованном виде. Действие должно быть внешним, практическим.
- 5.Формирование внешнеречевого действия без опоры на материальные средства. Операции выполняются словесно.
- 6.Формирование действия во внутренней речи (проговариванием действий в уме). Последующие этапы вбирают достижения предыдущих. Следовательно, они могут обойтись и без них. Что способствует созданию внутренних условий, обеспечивающих положительное развитие последующих этапов, их ускорение и темп.
- 7.Выполнение действий в умственном плане. Формируется умственный навык. *Действие* неосознанное, автоматизированное, осуществляется без

слов. По мнению Кириловой Г.Д. следует выделять и формировать в первую очередь базовые УУД (Кириллова Г.Д, 1996).

В результате анализа философской, психолого-педагогической литературы по проблеме и подходам развития познавательных УУД:

-определена значимость каждого компонента метапредметных УУД, роль метапредметных, в частности и познавательных, в развитии личности обучающегося;

-выявлены характерные особенности, влияющие на темп развития ПУУД обучающихся в старших классах. К ним относятся: индивидуальные и возрастные особенности учащихся старших классов, их эмоционально-ценностное отношение к учебной - познавательной деятельности, связанные с профессиональным самоопределением;

-выяснено, обучение математике имеет особую значимость в развитии познавательных и регулятивных УУД обучающихся старших классов;

-определены уровни (репродуктивный, продуктивный) развития ПУУД обучающихся в рамках психологии прямопропорциональны их уровню сформированности эмоционально-ценностного отношения (личностных УУД) к учебно - познавательной деятельности.

1.2. Дидактический потенциал математических дисциплин для развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся средней школы

По мнению Хуторского А.В. основная дидактическая задача современного образования - реализовать заложенный в школьниках потенциал, сформировать ключевые компетенции, необходимые ему для успешной жизни и деятельности (Хуторский А.В., 2007). Развитие личности старшеклассника обусловлены *целенаправленным* процессом обучения и воспитания. Ключевой составляющей данного процесса являются дидактические условия.

Изучим понятие «дидактика». Дидактика – теория образования и обучения, отрасль педагогики. Дидактика от греч. *didaktikos* - поучающий, относящийся к обучению - теория образования и обучения, отрасль педагогики. Вскрывает закономерности усвоения знаний, умений и навыков и формирования убеждений, определяет объём и структуру содержания образования, совершенствует методы и организационные формы обучения, воспитывающее воздействие учебного процесса на учащихся (Педагогический словарь).

Предметом дидактики является обучение как средство образования и воспитания человека, т.е. взаимодействие преподавания и учения в их единстве, обеспечивающее организованное преподавателем усвоение содержания образования. Некоторые авторы (Амонашвили Ш., Арсеньев А.М., М.А. Беспалько В.П., Дьюи Д., Гербарт И.Ф. Коменский Я.А., Ушинский К.Д., Перовский Е.И. и др.) термин «дидактика» трактуют без каких-либо существенных отличий.

Под дидактическими условиями понимаем обстоятельства процесс обучения, представляющий собой результат организационных форм обучения для достижения дидактических целей и отбора и конструирования и применения элементов содержания и методов.

Содержание дидактических условий меняется в зависимости от поставленных целей перед учителем. Например, по мнению Егориной В.С., для развития логического мышления обучающимся предлагается ряд дидактических условий, который состоит из:

- специально отобранного содержания процесса обучения учащихся мыслительным операциям;

- обеспечения единства мотивационного, содержательного и операционного элементов обучения;

- единства репродуктивного и продуктивного характера познавательной деятельности школьников;

- поэтапного увеличения степени их самостоятельности в овладении мыслительными действиями;

- побудительно-интенсифицирующая деятельность учителя (Егорина В.С., 2001).

На изменчивость дидактических условий влияют и требования образовательной государственной политики, на том или ином этапе развития общества и тем самым меняющим условия их обучения.

В качестве примера причины изменения дидактических условий в современной школе можно отнести процесс цифровизации.

В классической структуре компоненты педагогического процесса расположены в линейном порядке: цель обучения, принципы обучения, содержание обучения, методы обучения, средства обучения, формы обучения (Бабанский Ю.К., 1989). Анализ научной литературы по изучаемой теме показал, современная структура педагогического процесса построена аналогичным образом, дополненная требованиями Стандарта. В связи с новшествами изменилось содержание образовательного процесса. На сегодня актуальны устойчивые педагогические тенденции - личностно-ориентированный подход; внедрение современных технологий, введение профильных классов, индивидуальных образовательных траекторий

учащихся; создание портфолио; использование онлайн-технологий и ресурсов.

Дидактику дополнили новые понятия, принципы, формы (нестандартная, например «перевернутый класс», «веб-квест» и далее), методы (метод проектов, исследовательский метод и далее) и далее. Например, понятие «индивидуальная образовательная траектория» заставило пересмотреть подходы к отбору содержания образования, технологиям обучения.

Следует выделить идею Концепции: *вывести российское математическое образование на лидирующее положение в мире.*

Задача российского педагогического сообщества.

1) Математика в России должна стать передовой и привлекательной областью знания и деятельности.

2) Получение математических знаний – осознанным и внутренне мотивированным процессом (Концепция развития математического образования РФ, 2013). Проблемы развития математического образования: мотивационные, содержательного характера и кадровые.

В основу концепции математического образования положены следующие принципы:

- научности в обучении математике;
- *сознательности, активности и самостоятельности* в обучении математике;
- наглядности в обучении математике;
- всеобщность и непрерывность математического образования на всех ступенях средней школы;
- преемственность и перспективность содержания образования, организационных форм и методов обучения;
- систематичности и последовательности;
- системности математических знаний;

- дифференциации и индивидуализации математического образования, создание таких условий, при которых возможен свободный выбор уровня изучения математики;

- гуманизация математического образования;

- *усиление воспитательной функции* обучения математике;

- практической направленности обучения математике и так далее

(Концепция развития математического образования в РФ, 2013).

Предмет «Математика» изучается на базовом или углублённом уровне, в зависимости от потребностей учащихся. Каждый уровень направлен на достижение целей и содержит разный перечень требований. Углубленный уровень дополнен требованиями базового (ФГОС СОО 2022).

Ранее было доказано утверждение ученых о положительном влиянии математики на умственные способности (см. Таблицу 4.) и ПУУД учащихся (Таблица 3).

Несмотря на выделенные плюсы, слабоуспевающих учащихся достаточно. Причин множество. В том числе и не учет педагогами психолого-педагогических характеристик учащихся (Далингер В.А., Фиер А.В. и др.). При исследовании опыта педагогов-практиков (публикации: статьи, аннотации, монограммы и др., проведенные многочисленные беседы, посещение их уроков, просмотр обучающих видеороликов и иное) особенно запомнилось утверждение Степановой В.А. - успешного, на наш взгляд, педагога советского времени с немалым опытом работы с детьми старшего подросткового возраста, сформировавшего собственный подход к юному поколению. Чтобы ученик был активным на уроке *обязательно* должны быть выполнены следующие условия:

1.Выполняемая работа должна вызывать интерес.

2.Атмосфера деятельности - *непринужденная*, активная, творческая и позитивная. Настроенность всех участников на успех. Наличие принципа, каждый может и должен, как минимум, заработать «3»(автор

категорически против двоек). Об отрицательном эффекте неудовлетворительных оценок утверждал, например, Шаталов В.П.

3. Каждый урок начинается с актуализации знаний (устный опрос, повторение *всех* пройденных тем в разделе/главе по листам и настенным плакатам). Некоторые ученые 20 века (В.М. Бродис, В.В. Репьев и др.) утверждали, что хорошее усвоение материала не обеспечивается многократным повторением и заучиванием.
4. Разработка школьниками опорных конспектов, настенных плакатов (наблюдается наличие знаменитой в советское время методики Шаталова В. Ф.).
5. Наличие активных помощников (учеников) и запасных ручек и тетрадных листов на случай их забывания учеником и обилие разнообразного раздаточного материала для выполнения первого условия.
6. Анализ полученных результатов (Чему научились?)
7. Особое акцентирование внимания на наличие обратной связи (вопросы со стороны детей) - как показателю успешного/не успешного проведения урока учителем.
8. Контроль со стороны учителя и помощников за выполнением заданий.
9. Индивидуальная работа со слабоуспевающими после урочной деятельности.

Первушкин Б.Н., в целях совершенствования преподавания математики, своей в статье «Методики преподавания математике» в рекомендациях выделяет: целесообразность разработки новых методик с использованием нестандартных задач. Рекомендует систематически применять на уроках задачи, способствующие формированию у учащихся познавательного интереса и самостоятельности. Осуществляя целенаправленное обучение школьников решению задач, с помощью специально подобранных упражнений, учить их наблюдать, пользоваться аналогией, индукцией, сравнениями и делать соответствующие выводы. Целесообразно использование на уроках задач на сообразительность, задач-

шуток, математических ребусов, софизмов. Учитывать индивидуальные особенности школьника, дифференциацию познавательных процессов у каждого из них, используя задания различного типа. Также автором отмечено о необходимости развития у школьников навыков самоконтроля, которым уделяется незначительное внимание, либо его отсутствие (Первушкин Б.Н.).

В процессе исследования был рассмотрен подход к проблеме работы с текстовой информацией, по формированию математической компетентности обучающихся и учебно-информационных умений. Появились исследования, которые посвящены развитию отдельных компонентов познавательной деятельности (Донец В.А.), технологий воспитания познавательной активности на уроке и во внеурочное время (Данилов М.А., Лернер И.Я., Махмутов М.И. и др.).

На сегодняшний день апробировано немалое количество педагогических технологий. В результате анализа научно-методической литературы выделены технологии, обеспечивающие качественное развитие ПУУД учащихся на уроках математики. Например, смешанное, модульное, проблемное, продуктивное (распространенное в Европейских странах), компьютерное и далее. Как отмечает Сластенин В.А., что при всем их многообразии - реализация ведущих педагогических функций остается за учителем (Сластенин В.А.).

В смешанном обучении присутствуют традиционные (очные) формы работы и эффективные современные средства обучения (компьютерные технологии). Выделим наиболее популярные из них (насчитывается их более 40): «перевернутый класс»; «ротация станций»; «ротация лабораторий»; «веб-квест»; «индивидуальная образовательная траектория». Рассматриваемые технологии развивают в первую очередь общеучебные действия, впоследствии формируется умение, востребованное в наше цифровое время, работать (поиск, отбор и иное) с информацией (информационная компетентность).

Следует уделить внимание и технологии продуктивного обучения. Под продуктивным обучением понимается личностно-ориентированная педагогическая технология, которая предоставляет возможность обучающимся получить образование с помощью индивидуальных образовательных маршрутов — последовательных учебных и производственных модулей, выбираемых учащимися самостоятельно и создающих условия для повышения уровня культуры и общеобразовательной подготовки, реализации разных ступеней профессионального образования, уверенной социализации с учетом интересов и характеристик развития. В результате длительного периода обучения у школьников наблюдаются признаки продуктивного мышления. Благодаря которому формируется умение - что-то постоянно создавать, преобразовывать и иное, вследствие чего и привычка трудиться, где труд (как интеллектуальный, так и физический) представляет одну из общечеловеческих ценностей.

Описывая характерные черты продуктивного мышления, выдающийся немецкий психолог Макс Вертгейер постоянно выходит за пределы мышления как такового, например, включая вопросы этики и нравственности, без которых обучение бессмысленно.

В Европейских странах данную технологию применяют с 80-х годов прошлого века. В основном работа изначально проводилась с учениками, неуспешными по каким-либо причинам в обычной школе. Продуктивное обучение от других технологий отличается тем, что процесс образования направлен на самостоятельный творческий труд обучающихся и состоит из модулей. Его целевыми ориентациями являются:

- ✓ предоставление всем детям возможности успешной социализации;
- ✓ формирование и совершенствование личности в образовательной, социальной и профессиональной областях, активация индивидуального психологического потенциала;
- ✓ получение жизненных навыков;
- ✓ личностное самоопределение;

- ✓ обеспечение учащихся индивидуально-ориентированной педагогической помощи;
- ✓ формирование стремления к саморазвитию и самореализации;
- ✓ формирование самостоятельности у детей;
- ✓ развитие конкурентоспособной личности на трудовом рынке и др.

Деятельность обучающихся. Выполняют задания. Формулируют самостоятельно задачи по математике, затем расчленяют их на ступени решения и на основе пройденных этапов ставят себе новые цели (задания). Деятельность насыщенная и носит профориентационную направленность. Содержание компонентов технологии «Продуктивное обучение» в Приложении 1.

В процессе сравнения целевых ориентиров продуктивного обучения (Приложение 1) с требованиями Стандарта для старших классов наблюдаем их идентичность. Изучив методическую литературу рассматриваемой технологии обучения, следует отметить ее эффективность, поскольку позволяет вывести ученика на позицию субъекта процесса обучения, обеспечивают свободу выбора, способствуют реализации индивидуальных устремлений и развития личности.

Развивающее обучение отличается *подходом к оценке* учебной деятельности обучающихся. Работа оценивается с точки зрения его умственных возможностей. Она отражает индивидуальное развитие обучающегося. Если он трудится в меру своих способностей, то заслуживает высокой оценки, несмотря на не высокий результат относительно возможностей других школьников. Развивающее обучение направлено на личность учащегося, на учет его потребностей и интересов и формирование компетенций, которые являются главными направлениями обновленного Стандарта (ФГОС СОО 2022).

Поскольку ПУУД старшеклассников развиваются в процессе обучения, то для того чтобы развивать комплекс учебно-познавательных действий на уроках математики, урок должен быть ценностно-

ориентированным, что возможно, когда ученик рассматривает образование как необходимую основу для будущей профессиональной деятельности. Только в этом случае он будет стремиться осознанно контролировать и улучшать эти действия, и они смогут служить оперативной композицией действий. В качестве стимуляторов развития комплекса учебно-познавательных действий на уроках математики (было выявлено в ходе исследования) выступают *разноуровневые задания*, эффективно развивающие ПУУД. Результаты анализа дидактического потенциала курса математики 11 классов показали, что в методической литературе заданий, направленных на развитие познавательных умений недостаточно. Что указывает на необходимость увеличения их числа с применением современных образовательных технологий. Мы акцентировали внимание на актуальной технологии (на наш взгляд), в связи со стремительной цифровизацией российского образования, смешанного обучения.

Яновской М.Г., исследуемой факторы, вызывающие у обучающихся эмоциональное отношение к учебной деятельности был выявлен ряд эмоционально-ценностных стимулов. К ним относятся: игра, соревнование и далее (Яновская М.Г.).

О взаимоотношении школьников в группах и их отношении к учебной деятельности. Коломинским Я.Л., было отмечено, что их отношение к учебной деятельности в целом зависит от педагога - личного примера, от его эмоционального отношения к реальности (Коломенский Я.Л.).

Определено, важнейшей составляющей успешного педагогического процесса - личностно-ориентированное взаимодействие учителя с обучающимися, а именно:

- обеспечение учителем развития личности, поддержка индивидуальности;
- предоставление свободы методов ее самореализации;
- и открытие пути для творческого самовыражения.

Амонашвили М.А выделяет, ученик эмоционально принимает выполняемую работу только самостоятельно выбранную. Для чего учителям важно создавать условия для самостоятельного выбора заданий (Амонашвили В.А.).

Обзор процесса учебной деятельности, показывал, что успешность выделения дидактических условий, в том числе и по развитию ПУУД учащихся на уроках математики в старших классах, зависит от четкого определения той конечной цели (планируемых результатов), которая должна быть достигнута в данном процессе.

В процессе исследования, были определены факторы, влияющие на качественное развитие ПУУД учащихся старших классов.

К ним относятся: формирование эмоционально-ценностного отношения учащихся; акцентирование внимания на формировании ключевых компетентностей учащихся, через стабильные рефлексивный самоанализ и позитивное эмоционально-ценностное маркировки математической учебно-познавательной деятельности учащихся; через внедрение актуальных современных образовательных технологий, стимулирующих учебно-познавательную деятельность обучающихся с учетом принципов Концепции математического образования.

Результаты анализа дидактического потенциала курса математики старших классов показали, что в методической литературе заданий, направленных на развитие познавательных умений недостаточно. Что указывает на необходимость увеличения их числа.

1.3. Методическая модель развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся старших классов на уроках математики

За исследованием структурно-содержательной модели развития ПУУД и дидактических условий в теории и практике следует необходимость теоретического обоснования и конструирования авторской педагогической модели развития ПУУД обучающихся старших классов на математических уроках. Заметим, что только созданные учителем определенные дидактические условия будут развивать ПУУД.

Под моделью (фр. *modele* от ит. *modello* от лат. *modulus* – мера, образец) подразумевают эталон, стандарт; устройство, воспроизводящее, имитирующее строение, функции, действия какого-либо другого устройства (при испытаниях); образ, аналог, схема некоего фрагмента реальности, объекта культуры или познания – оригинала; интерпретация (в логике, математике).

С гносеологической точки зрения модель – заместитель оригинала в познании, практике. Модель используется тех в случаях, когда требуется в удобной (наглядной) форме представить, изучить свойства исследуемого объекта. При этом учитывается, что модель и оригинал не тождественны, они лишь сходны. Иначе неизбежна абсолютизация, искажающая объективную картину и препятствующая достижению адекватного знания (Профессионально-педагогические понятия. Словарь).

В.А. Штофф под моделью понимает такую мысленно представляемую или материально реализованную систему, которая, отображая или воспроизводя объект исследования, способна замещать его так, что ее изучение дает нам новую информацию об объекте.

С помощью модели, допустим, овладения какими-либо знаниями, ученые выявляют закономерности процесса обучения этим знаниям (Штофф В.А., 1966).

Основная функция модели - выводы: о свойствах реального объекта, явления, феномена, функции, условий и пр., полученные в процессе ее

создания и исследования. По-научному данный процесс называют моделированием, под которым подразумевается метод познания или сбора новых сведений и пр. Состоит он из 4 этапов:

1. Построение модели.
2. Исследование модели.
3. Экстраполяция информации, полученная при изучении модели, на познаваемый объект.
4. Практическая проверка осуществленной экстраполяции.

Где экстраполяция-метод научного исследования, заключающийся в распространении выводов, полученных из наблюдения над одной частью явления, на другую его часть. (Новейший философский словарь, 2006).

Педагогическая модель рассматривается как форма педагогического научного исследования, это обобщенный мысленный образ, замещающий и отражающий структуру и функции конкретного педагогического объекта, в виде схематической совокупности понятий и взаимосвязей. Может носить теоретический и нормативный характер (Педагогический тезаурус, 2016 г.).

Модель в образовании обычно используется как средство обучения, которое позволяет прогнозировать результаты деятельности и решения каких-либо задач.

Целесообразно представлять модель на двух уровнях: как проект обучения, конструируемого, но еще не реализованного, и как результат идеализации практики, абстрагирования от ее несущественных элементов. (Перминова Л.М., 2016).

Вопросы педагогического моделирования рассматривали многие ученые: Беспалько, В.П., Ительсон, Л.Б., Щедровицкий, Г.П., Кузьмина, Н.В., Коментаревский, Ю.А., Мельникова, Е.Л., Суходольский, Г.В., Мельникова, Е. Л. и др.

Развитие личности в системе образования обеспечивается, прежде всего, через формирование и развитие УУД, которые являются инвариантной основой образовательного и воспитательного процесса (ФГОС 2022). В

соответствии с этим, процесс учения понимается не только как усвоение системы знаний, умений и навыков, составляющих инструментальную основу компетенций обучающегося, но и как процесс развития личности, обретения духовно-нравственного опыта и социальной компетентности (Программа формирования УУД в старшей школе).

Следовательно, структура урока с позиций системно - деятельностного подхода по развитию ПУУД учащихся старших классов может быть следующая, на примере работы с проблемными ситуациями.

(Рис. 4).

Этапы деятельности	Учитель		Учащиеся	
	Позиция			
	Пассивная		Активная	
	К учащимся не с ответом (готовые знания и умения и навыки), а с вопросом		За познание мира (в специально организованных для этого условиях)	
1	Создает →	Проблемная ситуация →	Принимает	
2	Выявляют проблему			
3	Управляет деятельностью детей	поисковой	Осуществляет самостоятельный поиск решения проблемы	
4	Обсуждение полученных результатов			
Итоги деятельности				
	Если результат положительный, то повышается роль мотивов и стимулов в работе. Если нет, то работа над ошибками.		Анализ ошибок их коррекция. Сформированные познавательные умения: -умение самостоятельно решать проблемы; -умение находить оптимальный способ ее решения; -приобретение позитивного опыта решения практических, жизненных задач (воспитательный результат).	

Рисунок 4. Структурная схема с позиции системно-деятельностного подхода при работе с проблемными ситуациями.

Основные ПУУД учащихся, развивающиеся в процессе рассматриваемой учебной деятельности:

- постановка проблемы и самостоятельное нахождение путей ее

решений с разными подходами (развитие аналитического мышления);

- построение логической цепочки рассуждений и другое [7].

Дж. Дьюи утверждал, что при столкновении человека с какой-либо проблемой, которую он не может решить известными ему методами и способами, у него появляется стремление к познанию. Таким образом, при решении проблемы, он учится (Дьюи Д., 2002).

Учитель в процессе обучения учащимся должен донести идею до них об отсутствии невыполняемых задач, что есть только неправильно выбранные подходы к ее решению.

Развитие познавательных универсальных учебных действий.

Задачи должны быть сконструированы таким образом, чтобы формировать у обучающихся умения:

- а) объяснять явления с научной точки зрения;
- б) разрабатывать дизайн научного исследования;
- в) интерпретировать полученные данные и доказательства с разных позиций и формулировать соответствующие выводы.

На уровне среднего общего образования ПУУД обучающихся обеспечиваются созданием условий для восстановления полидисциплинарных связей, формирования рефлексии обучающегося и формирования метапредметных понятий и представлений. Для обеспечения развития ПУУД на уровне среднего общего образования рекомендуется организовывать образовательные события, выводящие обучающихся на восстановление межпредметных связей, целостной картины мира.

Например: методологические и философские семинары; образовательные экспедиции/экскурсии; исследовательская работа, предполагающая выбор тематики исследования, связанной с новейшими достижениями в области науки и технологий; выбор тематики исследований, связанных с учебными предметами, не изучаемыми в школьной программе: психологией, социологией и др.; выбор тематики исследований, направленных на изучение проблем местного сообщества, региона, мира в

целом и иное.

На основе анализа содержания параграфов 1.1. и 1.2. нами разработаны следующие дидактические модели: формирования эмоционально-ценностного отношения учащихся старших классов (Рисунок 5.) и развития ПУУД обучающихся старших классов на уроках математики (Рисунок 6.).



Рисунок 5. Структурно-содержательная модель формирования эмоционально-ценностного отношения учащихся старших классов к УПД.

На рисунке 6. Методическая модель развития ПУУД обучающихся 10-11 классов на уроках математики. Представлено содержание этапов (с обозначенными целевыми ориентирами на каждом из них) деятельности развития ПУУД учащихся старших классов.

Одной из ключевых возможностей положительного влияния на формирование эмоционально-ценностного отношения школьников к учебной деятельности - адекватный выбор комплекса педагогических условий, выбор оптимальной технологии, направленной на активное развитие ПУУД в

образовательном процессе. Учителю важно осознавать непосредственную зависимость познавательной активности, следовательно, и ПУУД учащихся и формированием у них ценностного отношения к учению.

Цель деятельности: развитие ПУУД учащихся 11 классов на уроках математики	
Этап 1	Мотивационно-диагностический
Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Цель: диагностика существующего уровня развития познавательных действий обучающихся и мотивация к его повышению	
<ul style="list-style-type: none"> - диагностика уровня развития компонентов ПУУД - оценка уровня развития компонентов ПУУД - мотивация познавательных компонентов; - подбор и демонстрация обучающимся комплекса заданий, развивающих ПУУД. 	<ul style="list-style-type: none"> - понимание сути и важности развития ПУУД (формирование познавательной компетенции); - осознание существующего уровня развития ПУУД; - формулирование учебной задачи; - выполнение заданий на развитие ПУУД.
Этап 2	Операционно-исполнительный
Цель: введение познавательных действий, их осознание и развитие (применение познавательных действий в измененных условиях).	
<ul style="list-style-type: none"> - подбор и предложение обучающимся ряда заданий. - организация обобщающей беседы с учащимися. - применение ПУУД учащихся при усвоении учебных знаний; - организация индивидуально-поисковой деятельности, направленной на развитие ПУУД и др. 	<ul style="list-style-type: none"> - решение комплекса заданий на развитие познавательных компонентов; - выполнение ПУУД при решении разноуровневых заданий с дальнейшим ПУУД в измененных условиях и др.
Этап 3	Рефлексивно-оценочный

Цель: определение и оценивание уровня развития познавательных компонентов, самоконтроль, коррекция деятельности	
<p>- представление обучающимся 11 классов критериально-уровневой таблицы для оценки уровня развития ПУУД по результатам выполненного комплекса заданий;</p> <p>-обеспечение правильности умозаключения (анализа, выводов) результатов выполненной деятельности (усвоения учебной Программы и определение уровней развития ПУУД).</p>	<p>- отчет в какой -либо форме о результатах решения учебной задачи и примененных для усвоения ПУУД;</p> <p>- мотивация на повышение уровня развития ПУУД;</p> <p>-определение и рефлексивный анализ уровня развития познавательных действий и далее.</p>

Рис. 6.Методическая модель развития ПУУД обучающихся 10-11 классов на уроках математики.

На уроках математики активизируются и функционируют не только основные мыслительные операции: анализ, синтез, сравнение, абстракция, конкретизация, индукция и дедукция, но и более сложные (обобщение, систематизация, умозаключения, выводы и мн.др). Где умозаключением называется форма мышления, в которой из двух суждений вытекает третье – логический вывод. Всего мыслительных операций Гилфорт насчитывает более 100. Что характеризует наш мозг, как наисложнейший, недоступный для понимания, механизм. Задача школьного учителя научить сегодняшнего ученика думать, мыслить. И непросто мыслить, а мыслить креативно. Креативное мышление стимулирует творческая атмосфера и задания познавательного характера. Непринужденно развиваются и познавательные действия учеников.

В параграфе 1.3 нами уточнены понятие дидактической модели, а также на базе выделенных в параграфе 1.2. основных дидактических условий развития ПУУД старшеклассников разработаны: методическая модель развития познавательных универсальных учебных действий

обучающихся старших классов на математических уроках и структурная схема с позиции системно-деятельностного подхода при создании проблемных ситуаций.

Выводы по первой главе

В первой главе проведен обзор научных подходов проблеме исследования, по нахождению путей решения. Обозначены основные подходы по развитию УУД обучающихся старших классов. К ним относятся: компетентностный (ключевой) системно-деятельностный, личностно-ориентированный и культурно-исторический.

Выделен компонентный состав ПУУД и основные требования ФГОС среднего общего образования по развитию ПУУД учащихся старших классов.

Выделен ведущий вид учебной деятельности (смотреть п.1.1., Таблица 1.) для старшего поколения/ранней юности должен быть профессионально-направленного содержания.

Уточнены понятия УУД, проанализированы научные подходы к трактовке ПУУД и нормативной документации, рассмотрены их компоненты, структурно-содержательная часть и этапы развития. Что позволяет сделать следующие выводы: ПУУД - система путей познания, дающая возможность обучающимся развиваться интеллектуально, решать проблемы и задачи самостоятельно и др.

При проведении анализа дидактического потенциала курса математики для обучающихся старших классов, был определен ключевой фактор. Этот фактор влияет на мотивационную составляющую деятельности учащихся - эмоционально-ценностное отношение к ней. Выявлено недостаточное количество заданий, развивающих ПУУД обучающихся. Что мотивирует нас на их разработку и апробацию в процессе внедрения технологии смешанного обучения.

Все вышеперечисленное позволило нам разработать методическую модель развития ПУУД обучающихся старших классов для математических уроков. Ее внедрение в процесс обучения будет способствовать успешной реализации Программы развития УУД, поскольку их развитие носит системный характер

Глава 2. МЕТОДИКА РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 11 КЛАССОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

2.1. Целевой и содержательный компоненты методики развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов на уроках математики

Обзор учебно-методической литературы выявил, что математических заданий (основная их часть) в учебниках 11 классов, развивающих весь элементный состав ПУУД, недостаточно. По решению этой проблемы необходимо создать единый банк системных заданий по математике, в частности и для 11 классов по развитию *всех* элементов ПУУД учеников.

На начальном этапе составления заданий выделим целевой компонент методики по развитию ПУУД 11 классов - планируемые результаты (См. таблицу 6.). Дополнительно выделим формируемые познавательные умения в учебном процессе (Таблица 5.).

Таблица 5.

Формируемые умения в процессе развития ПУУД учащихся 11 классов

Моделирование пространственных тел.
Совершенствование умений в использовании знаково-символьной записи Математического понятия.
Использование индуктивного умозаключения.
Умение приводить контрольные примеры.
<i>Владение умениями работать с информацией (анализировать и обобщать факты, составлять план, тезисы, формулировать и обосновывать выводы).</i>
Способность к решению креативных задач, участие в учебных проектах и исследованиях.
Умение различать между начальными данными и гипотезами, теоретическими моделями и реальными объектами для их объяснения.
Овладение УУД на примерах гипотез для объяснения известных фактов и экспериментальной проверки выдвигаемых гипотез, разработки моделей, процессов или явлений.
Умение самостоятельного усвоения новых знаний.
Умение читать тексты, извлекать искомые сведения, умение анализировать информацию, сопоставлять факты, делать заключения и выводы, составлять аннотацию с выражением мнения о прочитанном источнике.

Таблица 6.

Планируемые результаты ПУУД выпускников 11 классов.

-базовые когнитивные процессы обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).

-базовые логические действия: выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа; воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные; выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий; делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии; проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы; выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

-базовые исследовательские действия: использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение; проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами; самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений; прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Деятельность с информацией способствует развитию общеучебных УУД:

-выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи; выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

-структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

Для комплексного подхода по развитию ПУУД учащихся на уроках математики следует представить и предметные результаты изучения выбранной предметной области (Таблица 7).

Таблица 7.

Предметные УУД учащихся 11 классов при изучении математики.

1) сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;
2) сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
3) владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
4) владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
5) сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;
6) владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
7) сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
8) владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

Умения, формирующие информационную компетентность

Умения обучающихся средней общеобразовательной школы:
<ul style="list-style-type: none"> -находить сведения в любом информационном пространстве; -выполнять непростой запрос для поиска информации в сети Интернет; -проводить обзор результатов поиска сведений; -указывать источники сведений; -хранить сведения в форме структуры и др.

По развитию ПУУД старшеклассников, относятся типовые задачи (Приложение 2.)

По Стандарту ФГОС в учебной деятельности старшеклассников должна преобладать самостоятельность. В связи с этим учащимся необходимо давать самостоятельные задания, например индивидуальные карточки с заданиями базового, повышенного или продвинутого уровней. Для развития ПУУД нами разработан комплекс заданий, направленных на развитие данных действий обучающихся 11 классов на уроках математики.

Задания*Базовый уровень*

Карточка №1(Таблица 9.). Нахождение первообразной $F(x)$ и ее производной $f(x)$. Изучение новой темы «Первообразная».

Задание 1. Найдите первообразную заданной функции *(проинтегрируйте)*.

2.Найдите производную полученной первообразной *(продифференцируйте)*.

3.Проанализируйте полученные результаты и сделайте вывод (ы).

4. Придумайте 2 аналогичных задания и решите их.

Цель: Выстраивание логической цепи суждений с последующими выводами

Таблица 9.

К-1 Нахождение первообразной $F(x)$ и ее производной $f(x)$.

Формулы	Образец	Задания для совместной работы	Задания для индивидуальной работы с взаимопроверкой.

$f(x)=1 \rightarrow$ $F(x)=x$	$f(x)=4 \rightarrow F(x)=4x$ $f(x)=\frac{3}{25} \rightarrow F(x)=\frac{3}{25}x$	$f(x)=23$ $f(x)=\frac{78}{95}$	Придумать 1-2 аналогичных задания и решить их.
$f(x)=x \rightarrow$ $F(x)=\frac{x^2}{2}$	$f(x)=2x \rightarrow F(x)=\frac{2x^2}{2}=x^2$ $f(x)=\frac{5}{16}x \rightarrow F(x)=\frac{5}{16} * \frac{x^2}{2}=\frac{5}{32}x^2$	$f(x)=3x$ $f(x)=7,4x$	
$f(x)=x^n (n \neq$ $1) \rightarrow F(x)=\frac{x^{n+1}}{n+1}$	$f(x)=x^2 (n \neq 1) \rightarrow F(x)=\frac{x^{2+1}}{2+1}=\frac{x^3}{3}$ $f(x)=5x^{-12} (n \neq 1) \rightarrow$ $F(x)=5 \frac{x^{-12+1}}{-12+1}=-\frac{5}{11}x^{-11}$	$f(x)=18x^5$ $f(x)=18x^{-5}$	
$f(x)=\frac{1}{x} \rightarrow$ $F(x)=\ln x $	$f(x)=\frac{5}{x} \rightarrow F(x)=\ln 5 =\ln 5$ $f(x)=-\frac{178}{3x} \rightarrow$ $F(x)=-178 \ln 3 =-178 \ln 3$	$f(x)=\frac{6}{x}$ $f(x)=-\frac{21}{12x}$	
$f(x)=\sin x \rightarrow$ $F(x)=-\cos x$	$f(x)=-5\sin x \rightarrow$ $F(x)=-5(-\cos x)=5\cos x$	$f(x)=3\sin x$ $f(x)=-9\sin x$	
$f(x)=\cos x \rightarrow$ $F(x)=\sin x$	$f(x)=44\cos x \rightarrow F(x)=44\sin x$ $f(x)=-15\cos x \rightarrow F(x)=-15\sin x$	$f(x)=100\cos x$ $f(x)=-205\cos x$	
$f(x)=\frac{1}{(\sin x)^2} \rightarrow$ $F(x)=-\operatorname{ctg} x$	$f(x)=\frac{-5}{(\sin x)^2} \rightarrow$ $F(x)=-5(-\operatorname{ctg} x)=5\operatorname{ctg} x$	$f(x)=\frac{-5}{(\sin x)^2}$	
$f(x)=\frac{1}{(\cos x)^2} \rightarrow$ $F(x)=\operatorname{tg} x$	$f(x)=\frac{-4}{(\cos x)^2} \rightarrow F(x)=-4\operatorname{tg} x$	$f(x)=\frac{555}{(\cos x)^2}$	
$f(x)=e^x \rightarrow$ $F(x)=e^x$	$f(x)=-\frac{2}{3}e^x \rightarrow F(x)=-\frac{2}{3}e^x$	$f(x)=-\frac{2}{9}e^x$	
$f(x)=a^x \rightarrow$ $F(x)=\frac{a^x}{\ln a}$	$f(x)=5^x \rightarrow F(x)=\frac{5^x}{\ln 5}$	$f(x)=101^x$	

При выполнении подобных заданий учащиеся уже на применении 3-4 формулы замечают, правильно ли найдена первообразная, и что можно проверить путем ее интегрирования. В процессе данной деятельности развивается дивергентное (по Гилфорту) мышление, умение устанавливать причинно-следственные связи, делать выводы и далее.

К-1 может выступать в роли памятки (опорного конспекта) при изучении первообразных.

Из таблицы видно, учащиеся получают знания в процессе совместной деятельности, а закрепляют самостоятельно. Обе деятельности положительно влияют на формирование личности ученика.

Задания, направленные на развитие ПУУД учащихся, навыков самообучения с применением современных технологий.

СМ -1 по теме «Показательная функция ее график и свойства».
Просмотри внимательно видео <https://resh.edu.ru/subject/lesson/3841/main/>

Выполни задания в «Живой математике». Построй и исследуй каждую серию графиков показательных функций в разных системах координат, проведи сравнительный анализ, обоснуй их выявленные характерные особенности.

Базовый уровень

а) $y = 3^x$; $y = 3^{-x}$; $y = -3^x$; $y = 3^x$;

б) $y = 5 - 3^x$; $y = 3^x - 5$; $y = 3^{x-2}$; $y = 3^{2-x}$;

в) $y = 5 - 3^{-x}$; $y = 3^x - 5$; $y = 3^{x-2}$;

г) $y = 2^{|x|}$.

Углубленный уровень

а) $y = 2^x$; $y = 2^{-x}$; $y = -2^x$; $y = 2^x$;

б) $y = 3 - 2^x$; $y = 2^x - 3$; $y = 2^{x-2}$; $y = 2^{2-x}$;

в) $y = 3 - 2^{-x}$; $y = 2^x - 3$; $y = 2^{x-2}$;

г) $y = 2^{|x|}$; $y = |2|^x$; $y = |2^x| - 3$; $y = |2^x - 3|$;

д) $y = 2^{\sqrt{x}}$; $y = 2^{x^2}$; $y = \sqrt[3x]{2}$; $y = \sqrt{x-4} \sqrt{2}$.

Продвинутый уровень

а) $y = \frac{4^x}{3}$; $y = \frac{4^{\frac{x}{2}}}{3}$; $y = -\frac{4^{2x}}{3}$; $y = \frac{4^{e^x}}{3}$;

б) $5-x = 2^x$; $y = |2^x - 3| = \sqrt{\frac{164}{9}}$;

в) $y = \frac{4^{e^x}}{3}$; $y + 5 = \left| \frac{4^{e^x}}{3} \right|$.

СМ-2. Построй схематически графики показательных функций

Базовый уровень

а) $y = 5^x$; $y = 5^{-x}$; $y = -5^x$; $y = 5^x$;

б) $y = 12 - 4^x$; $y = 4^x - 12$; $y = 4^{x-2}$; $y = 4^{2-x}$;

в) $y = 5 - 7^{-x}$; $y = 3^x - 5$; $y = 3^{x-2}$;

Углубленный уровень

а) $y = 2^x; y = 2^{-x}; y = -2^x; y = 2^x;$

б) $y = 3 - 2^x; y = 2^x - 3; y = 2^{x-2}; y = 2^{2-x};$

в) $y = 3 - 2^{-x}; y = 2^x - 3; y = 2^{x-2};$

г) $y = 2^{|x|}; y = |2|^x; y = |2^x| - 3; y = |2^x - 3|;$

д) $y = 2^{\sqrt{x}}; y = 2^{x^2}; y = \sqrt[3x]{2}; y = \sqrt{x-4}\sqrt{2}.$

Продвинутый уровень

а) $y = \frac{4^x}{3}; y = \frac{4^{\frac{x}{2}}}{3}; y = -\frac{4^{2x}}{3}; y = \frac{4^{e^x}}{3};$

б) $5-x = 2^x; y = |2^x - 3| = \sqrt[x]{\frac{164}{9}};$

в) $y = \frac{4^{e^x}}{3}; y + 5 = \left| \frac{4^{e^x}}{3} \right|.$

СМ -3.

Реши показательные уравнения графическим, способом, построение выполни в «живой математике» запиши ответ с обоснованием.

Базовый уровень...

Задание на развитие логических УУД. Ученики делают выводы на основе сравнительного анализа.

Задачи при изучении темы «Объем криволинейной трапеции» на нахождение искомой.

Деятельность учеников:

Читают и анализируют текст задачи. Составляют сравнительную таблицу, схему, график (и) и др.

Задача 1. Сравните точки зрения (Таблица 10.).

Задание Верно/не верно способствует развитию умений выдвигать гипотезы, их доказывать/опровергать с обоснованием. Известно, обучающимся нравятся различного рода соревнования, в том числе и интеллектуальные.

Таблица 10

Тема: Логарифмическая функция, ее свойства и график. 11 класс

Утверждение	Верно ли утверждение? Отметь правильный вариант. Обоснуй ответ.	
1. Множество значений логарифмической функции - множество N всех натуральных чисел	Да	Нет
2. Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию e , где e -рациональное число, равное 2,7.	Нет	Да
3.

При изучении раздела (одного из самых сложных для понимания в математической дисциплине) «Тригонометрия» в 8-11 классах, известно, многим школьникам трудно запомнить тождества, в том числе и основное. Причиной, обычно, является, не выведение при изучении темы «Основные тригонометрические тождества» (с подробным алгоритмом действий и его последующим анализом) основного тождества тригонометрии. Из которого вытекают последующие равенства, то есть «детки». Нет логической связи. Ребятам не понять, откуда взялась единица, почему над синусом и косинусом «квадрат», путают соответствие координат (косинус - x , синус - y), что все доказательство сводится к теореме Пифагора и др. Познавательные действия на начальном этапе изучения тригонометрических тождеств не развиваются. Нет базовых знаний - нет смысла изучать следующие темы. Что впоследствии негативно сказывается на общем отношении к Тригонометрии. Продуктивность учебно - познавательной деятельности учащихся будет на много выше, если вывести еще несколько (5-7) из него вытекающих тождеств, пусть иногда на это и уходит целый урок. Поэтому учителю рекомендуется совместно с детьми:

1. Вывести основное тригонометрическое тождество. Построить его график.
2. (с центром окружности в точке $(0;0)$ и $R=1$ и т.п.).
3. Провести подробный анализ компонентов тождества.
4. Из основного тождества вывести еще 5-7 равенств. И, в качестве домашнего задания, выведение 2-5 тождеств по выбору.
5. Рефлексивный обзор.

Из вышесказанного отметим, все основные математические формулы не даются в готовом виде. Цель - развитие познавательной цепочки (действий). Она должна систематически прослеживаться не только в разделе/блоке, но и между ними.

Базовое задание, рекомендуемое после выведения основного тригонометрического тождества.

Найти значения выражений и сравните полученные результаты с 1.

1) $(\cos 60) + \sin 30$ и $\cos 30 + \sin 60$.

2) $(\cos 45) + \sin 45$ и $tg 45 + Ctg 45$

3) Запишите выявленные закономерности и др.

ПУУД учащихся в процессе доказательных рассуждений: выдвижение гипотезы и ее обоснование; установление причинно - следственных связей; построение логической цепи рассуждений. Формируется умение аргументировать и отстаивать собственную точку зрения.

Выделим логические УУД: анализ, синтез, сравнение, подведение под понятие. Чтобы обучающийся усвоил алгоритм того или иного УУД учителю предлагается составить подводящий диалог. Подводящий диалог - прием, который направлен на освоение алгоритма, соответствующего познавательного элемента.

В ходе исследования требований обновленных Стандартов по развитию предметных и ПУУД обучающихся, в следствие ведущих и к формированию познавательных умений, определено, кроме созданных специальных дидактических условий (п.1.2.), что познавательные действия выполняются при решении разнообразных заданий. Их комплекс нами разработан. Задания разного уровня сложности, с учетом индивидуальных и психологических особенностей, с применением актуальных современных технологий.

Ключевые аспекты при выполнении школьниками нами составленных математических заданий, направленных на развитие ПУУД будущих выпускников:

-формируются навыки работы с проблемными ситуациями. Задачи с проблемными ситуациями, известно, стимулируют мыслительный, познавательный процесс. Определение проблемы позволяет сформулировать правильный вопрос. Корректно сформулированный вопрос наталкивает на необходимость нахождения способов его решения (аналитический подход);

-формируются базовые навыки работы с информацией (поиск и нахождение искомой, отбор, структурирование, классификация, ее представление в какой-либо форме и многое другое) любого содержания и далее.

2.2. Технологический компонент методики развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов в процессе обучения математике

Рассмотренные методы, формы и средства обучения в своей совокупности составляют технологический компонент методики формирования и развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов в образовательном процессе на уроках математики.

Замечено, что у многих школьников отмечается равнодушие к знаниям, нежелание учиться, невысокий уровень развития познавательных интересов и, как следствие, ПУУД учащихся. Поэтому задача учителя в этих условиях заключается в поиске более эффективного технологического компонента и условий обучения.

Рассмотрим сформированные умения в результате развития познавательных действий в процессе урока.

Таблица №11

Обзор сформированных умений в результате развития ПУУД учащихся в процессе определенной урочной деятельности.

Урочная деятельность	Познавательные умения
<p>Система лабораторных и практических работ</p> <p>Система уроков:</p> <ul style="list-style-type: none"> - урок-семинар - урок - конференция - урок-путешествие - урок - презентация <p>Система уроков с элементами исследования:</p> <ul style="list-style-type: none"> -выступления с сообщениями -работа с источниками информации - элементы дискуссии <p>Система домашних исследовательских заданий: подготовка докладов, презентаций и.т.п.</p> <p>Система домашних заданий творческой направленности</p>	<ul style="list-style-type: none"> -умение видеть проблему; -умение выдвигать предположения; -умение формулировать и задавать вопросы; -умение давать определения понятиям; - умение классифицировать; -умение наблюдать; -умение экспериментировать; -умение высказывать мнение и делать выводы; -развитие дивергентного и конвергентного мышления и др.

Ключевые факторы в процессе развития ПУУД учащихся можно сгруппировать следующим образом (Таблица 12.).

Таблица 12.

Познавательные УУД:		
-которые отражают определенные методы познания окружающего мира	-эти результаты ориентированы на формирование умственных операции	-направлены на формирование поисковой и исследовательской деятельностей
Результативные средства развития		
Разноуровневые задания, в том числе задания с проблемными ситуациями		
Важным условием компетентностного подхода и действенного средства развития ПУУД является проектная и исследовательская деятельность.		

В роли перспективной и активной образовательной технологии, которая обеспечивает непосредственное развитие ПУУД учащихся при обучении математике, предлагается рассмотреть технологию смешанного обучения. На рисунке 7. - основные модели данной формы обучения.

Смешанное обучение или *blended Learning* - это сочетание оффлайн и онлайн обучения. Сочетание традиционной формы работы и современных технологий.

Причины внедрения смешанного обучения в учебный процесс, в частности и при освоении рабочей программы по предмету «Математика» 11 класса. Традиционное обучение ограничивает возможности применения в первую очередь компетентностного подхода. Где компетентность - образовательные результаты. Компетентностный подход формирует у учащихся умения действовать любых проблемных ситуациях (Иванов Д.А., 2007).

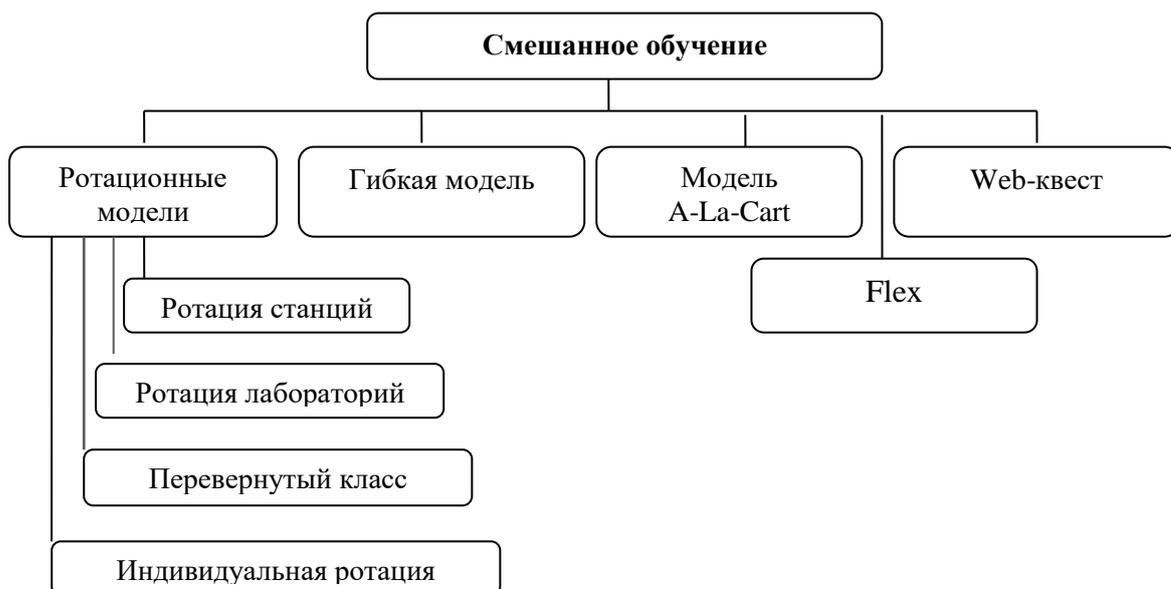


Рисунок 7. Основные модели смешанного обучения.

Обоснуем некоторые модели смешанного обучения актуальные для проведения уроков математики в 11 классах.

Модели «Перевернутый класс» (Рисунки 8-10).



Рисунок 8. Модель «Перевернутый класс»

Образец модели урока по теме «Цилиндр. Конус»



Рисунок 9. Модель урока по теме «Цилиндр и конус»

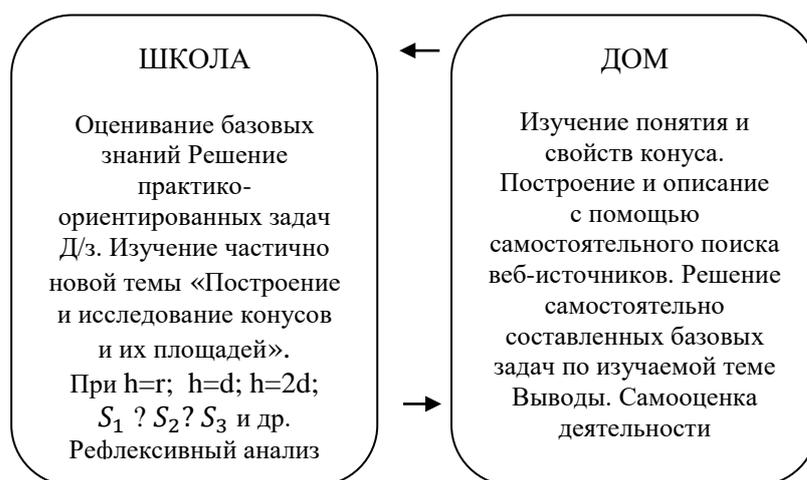


Рисунок 10. Урок по теме «Понятие конуса. Площадь поверхности конуса».

Результаты: развиваются общеучебные, логические, исследовательские УУД учащихся.

Поскольку новые знания учащимися добываются самостоятельно, то внедрение технологии «Перевернутый класс» (образец технологической карты урока смотреть в Приложении 6.) формирует навыки самообразования (ПУУД) особенно актуальные для учеников старших классов[8]. Рекомендуется проводить при изучении новых тем при наличии компьютеров (цифровых ресурсов) у учеников дома.

Модель «Ротация лабораторий»



Рисунок 11. Уроки по теме «Решение показательных уравнений».

Модель «Ротация станций»

Образец модели урока «Ротация станций» (Рисунки 12-14.) при изучении темы «Вычисление площадей с помощью интегралов».

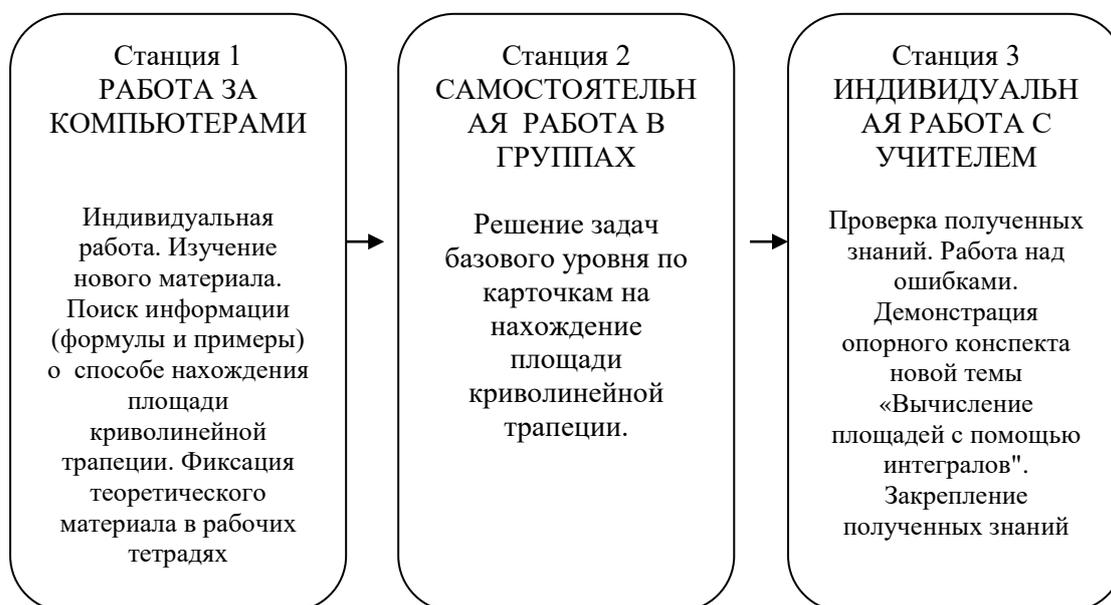


Рисунок 12. Работа группы №1.



Рисунок 13. Работа группы №2.



Рисунок 14. Работа группы №3.

В начале урока (1-2 минуты) - озвучивание цели. В конце урока (2-8 минуты) - рефлексивный самоанализ достигнутых результатов каждой группы. Выставление оценок. Запись домашней работы.

«Ротация станций» или «смена рабочих зон». Основная идея. На каждой станции: время работы ограничено - до 10 минут, равное количество участников. И каждая группа должна успеть поработать на каждой станции. Количество станций может быть от 2 и более. Количество компьютеров соответствует количеству учеников в группе.

Модель «Индивидуальная ротация»

Модель «Индивидуальная ротация» реализуется обычно после положительных результатов внедрения технологии «Ротации станций». Учащиеся работают по созданным учителем или искусственным интеллектом на основе контрольных результатов (например, онлайн-тестирования) маршрутным листам. В отличие от «Ротации станций» перемещение участников не обязательно. Модель особенно актуальна, если состав класса разного уровня успеваемости, поскольку позволяет учителю проводить индивидуальную работу с учениками со слабой успеваемостью. Остальным участникам больше возможностей для самостоятельного творчества.

Модель «Web-квест»

Web-квест представляет собой ролевую творческую игру с временным ограничением, с web-заданиями и критериями оценивания. Результатами игры является созданный учениками продукт (презентация, доклад и др.), который в последствие школьники презентуют и защищают. Отличительной чертой квеста от веб-квеста являются учебные теоретические и практические материалы второго, находящиеся в пространстве Интернет. Доступ к ним через веб-ссылки в заданиях. Основные функции web-квеста для учащихся:

- повышение мотивации к самообразованию;
- формирование информационной компетенции;
- развитие самостоятельных действий;
- формирование навыков публичных выступлений.
- развитие коммуникативных навыков;
- развитие мышления в зависимости от содержания игры.

Авторы web-квеста являются Берни Додж и Томас Марч, профессора образовательных технологий Университета Сан-Диего.

Авторами технологии определены следующие виды заданий: планирование и проектирование, самопознание, творческое задание, аналитическая задача (поиск и систематизация полученных сведений), детектив, головоломка, таинственная история (выводы на основе противоречивой информации), оценивание, убеждение, научные исследования. Рассматриваемые задания стимулируют развитие ПУУД учащихся.

Web-квест является комплексным заданием, поэтому оценка должна формироваться по нескольким критериям (от 4 до 8). Одним из основных критериев - требований является временное ограничение. Также: обязательное выполнение работы всеми участниками web-квеста и создание продукта.

Web-квест на уроках математики в 11 классах целесообразно

проводить при систематизации и обобщении изученного какого-либо раздела или главы учебника («Показательная и логарифмическая функция», «Первообразная и интеграл», «Векторы» и далее). Образец веб-квеста представлен в Приложении 4.

Модель «A-La-Cart»

Данная технология актуальна тогда, когда отсутствует очный преподаватель. Ученики в асинхронном темпе выполняют задания. Учитель с детьми работает и в онлайн формате.

Модель «Flex»

В связи с активным внедрением в образовательный процесс современных технологий следует рассмотреть и образовательную модель «Flex». Главная ее идея, основное учебное время проводится в режиме онлайн. В очное время учитель объясняет ученикам сложный материал.

Модели «A-La-Cart» и «Flex» развивают навыки самообразования и эффективны в отношении учеников с высокоразвитой самоорганизацией и учебно-познавательной активностью, целенаправленных на самообучение.

Итоги диссертационного обзора по определению эффективной методики развития познавательных действий учащихся 11 классов на математических уроках позволяют утверждать, что технология смешанного обучения является одной из актуальных методик, решающих нашу задачу по развитию познавательных действий учеников выпускных классов. В процессе деятельности рассматриваемой технологии учащиеся - активные участники. Отношения учителя и учеников партнерские. Деятельность участников проходит в разных форматах. В ходе самостоятельной работы с информацией, активно формируются информационные компетенции.

Также немаловажен состав заданий, который в комплексе должен быть направлен на выполнение диссертационных поставленных задач.

Для реализации учителем технологии смешанного обучения требуется официальное согласие школьной администрации и родителей.

Рассмотренная образовательная технология, применяемая на уроках

математики 11 классов, успешно развивают не только познавательные действия учащихся, но и навыки самообразования.

2.3. Описание и результаты опытно-экспериментальной работы по реализации модели развития искомых универсальных учебных действий, обучающихся средней школы

В связи с поставленными задачами исследования, нами был проведен педагогический эксперимент. Основой планирования и осуществления педагогического эксперимента являлись теоретически разработанная модель и методика развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 11 классов на уроках математики. Экспериментальная часть исследования проводилась в период с 2021 по 2022 гг. на базе МКОУ Шелаевская СОШ в обычных условиях процесса обучения математике. Всего в эксперименте приняли участие 106 учеников.

Экспериментальная работа проводилась в три этапа: констатирующий (сентябрь, 2021г), поисково-формирующий (октябрь 2021-апрель 2022г.), контрольно-обобщающий (май 2022г.). Целью педагогического эксперимента являлась оценка влияния методики на процесс развития ПУУД обучающихся 11 классов на математических уроках.

Организация и проведение констатирующего этапа эксперимента. Главной задачей педагогического эксперимента на данном этапе являлось теоретическое и практическое обоснование актуальности темы исследования. Фиксирование исходного состояния развития ПУУД обучающихся 11 классов и состояние их развития в условиях стихийного развития на уроках математики. Основными методами исследования выступали: анализ социологической, психолого-педагогической, научно-методической и математической литературы по теме; наблюдение за процессом учебной деятельности в естественных условиях педагогического процесса обучения математики; обобщение передового и зарубежного педагогического опыта; диагностическая работа.

Отметим задачи, решенные в ходе констатирующего этапа:

1. Анализ нормативно-правовых документов, психолого-педагогической и научно-методической литературы по проблеме исследования позволил

определить и уточнить фундаментальные понятия исследования: «универсальные учебные действия», «познавательные универсальные учебные действия».

Осуществление опытно-поисковой работы на данном этапе педагогического эксперимента позволило выделить состав познавательных универсальных учебных действий, которые целесообразно развивать у обучающихся 11 классов в процессе математики;

определить уровни развития выделенных познавательных УУД и критерии, характеризующие данные уровни; обосновать дидактический потенциал математических дисциплин; целевой, содержательный и технологический компонент методики развития познавательных УУД.

1. Выявление исходного уровня развития ПУУД обучающихся 11 классов школы и выбор экспериментальных и контрольных групп по результатам их попарной проверки на однородность.

Этап обобщения результатов показал, что большая часть обучающихся (контрольных и экспериментальных групп) недооценивают практическую значимость математики и имеют низкую мотивацию освоения познавательных видов деятельности. Анализ проверочной работы выявил, что немалая часть учеников испытывает затруднения при анализе текста и нахождении искомой информации. У них недостаточно развиты умения: обобщать и формулировать выводы, устанавливать причинно-следственные связи и классифицировать по разным основаниям. Малая часть учеников справляются с заданиями повышенного и высокого уровня сложности, а также умеют создавать математические схемы, модели и прочее. Что свидетельствует о невысоком уровне развития ПУУД.

Поисково-формирующий (второй) этап. Его цель заключалась в разработке и апробации модели и методики развития ПУУД обучающихся 11 классов, комплекса специальных задач, направленных на данное развитие. В результате апробации методики выявлялись ключевые дидактические условия и эффективность различных методов. В результате отслеживалась

динамика уровня развития познавательных действий обучающихся 11 классов на уроках математики.

Третий этап – контрольно-обобщающий показал эффективность разработанной методики. На данном этапе анализировались, интерпретировались и обобщались результаты эксперимента и проведено измерение достигнутого уровня развития познавательных действий обучающихся 11 классов. Для отслеживания уровня развития ПУУД были использованы следующие контрольно-измерительные материалы: входной (стартовый) этап – комплексная работа (Приложения 5-6); заключительный этап – комплексная работа на междисциплинарной основе (приложения 7-8). На констатирующем этапе необходимо было проверить однородность контрольной и экспериментальной групп относительно развития познавательных компонентов УУД. Деятельность в экспериментальных группах проходила по разработанной нами методике развития ПУУД в процессе обучения математике, а в контрольных группах – по обычной системе. На начало эксперимента обе группы обучающихся находились в одинаковых начальных условиях.

Объективность результатов эксперимента обусловлена выбором экспериментальных и контрольных групп (Таблица 13).

Таблица 13.

Класс/Литера	Группы	
	Экспериментальная	Контрольная
11А		27
11Б	26	
11В		26
11Г	27	

Для выявления отсутствия различий в группах, когда обучающиеся 11 классов осваивали праксиологический компонент ПУУД, был проведен комплекс диагностических работ по математике. Цель выполняемой работы - проверка уровня развития ПУД при решении специально подобранных заданий. Навыки, на проверку которых направлена комплексная работа:

- поиск информации, ее интерпретация и обобщение;
- изменение текста и его представление в какой-либо форме;
- применение математической концепции, факты, процедуры, рассуждения и инструменты для получения решений или выводов и другое.

Анализ психолого-педагогической литературы позволил нам выявить критерии развития ППУД: ценностное отношение к усвоенным компонентам когнитивных компетенций; полнота усвоения компонентов когнитивных компетенций как комплекса соответствующих знаний, навыков и умений; мотивация к применению усвоенных компонентов когнитивных компетенций в будущей образовательной деятельности. Мы выделили три уровня их развития, представленные в Таблице 14.

Таблица 14.

Уровни развития ПУУД обучающихся

Уровень	Критерии развития ПУУД	Количество баллов
Высокий	Развиты умения осуществлять базовые операции ПУУД	22-30
Средний	Развита половина или более умений выполнять операции ПУУД	15-21
Низкий	Развито менее половины умений выполнять операции ПУУД	1-14

Стартовая комплексная работа рассчитана на 40 минут и содержит 5 заданий базового типа.

Результаты стартовой комплексной работы выявили, что уровень развития ПУУД в экспериментальных и контрольных группах приблизительно одинаковый, средние баллы представлены в таблице 15.

Таблица 15

Результаты стартовой комплексной работы

Класс/Литера	11А	11Б	11В	11Г
Экспериментальная группа		13, 3		12, 5

Контрольная группа	13, 1		12,6	
--------------------	-------	--	------	--

Данные результаты обеспечивают наглядность выборки при статистическом анализе. Результаты входной диагностики распределены по уровням развития ПУУД (Таблицы 16 и 17).

Таблица 16.

Распределение по уровням развития ПУУД на старте
до начала экспериментального этапа

Класс/Литера	Группа	Уровни ПУУД		
		Низкий	Средний	Высокий
11А	Контрольная	9	14	4
11Б	Экспериментальная	10	11	5
11В	Контрольная	11	12	3
11Г	Экспериментальная	11	12	4

Таблица 17.

Распределение по уровням развития ПУУД на старте
после экспериментального этапа

Класс	Группа	Уровни ПУУД		
		Низкий	Средний	Высокий
11А	Контрольная	7	16	4
11Б	Экспериментальная	3	16	7
11В	Контрольная	10	13	3
11Г	Экспериментальная	4	17	6

Представим полученные результаты в виде диаграммы (Рисунок 15).

Слева - до эксперимента, справа - после эксперимента. Проанализируем полученные результаты:

- на уровне экспериментальных групп. В экспериментальных группах (11Б и 11Г) произошло заметное снижение доли обучающихся со средним уровнем ПУУД, выявленных нами в пункте 2.1: в 11Б классе на 30%; в 11Г классе - на 31%. В связи с этим увеличилась доля учащихся со средним и высоким уровнем развития ПУУД. Таким образом, часть обучающихся 11Б и 11Г классов со средним уровнем развития ПУУД увеличилась на 11 %, а с

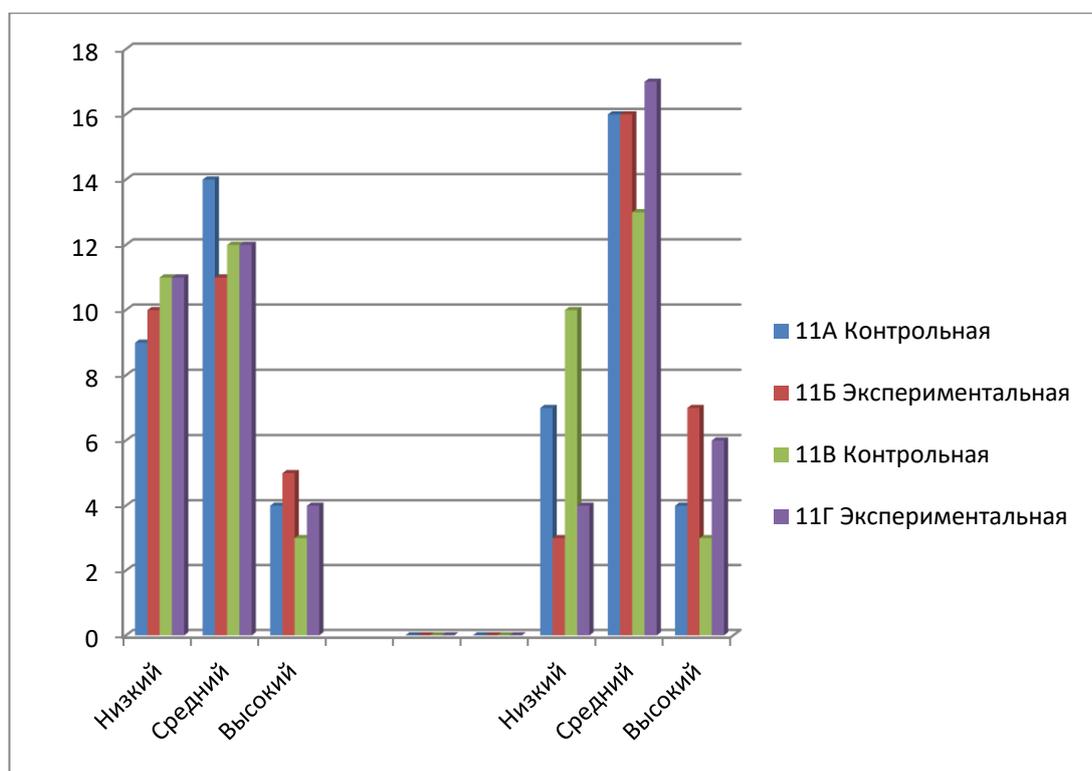


Рисунок 15. Динамика развития ПУУД обучающихся 11 классов.

высоким - с 12 % до 29 %. Доля учащихся 11Б и 11Г классов со средним уровнем образования увеличилась с 45% до 66%, с высоким уровнем – с 5% до 22%.

на уровне контрольных групп. В контрольных группах заметных изменений не наблюдается. Сравнивая и анализируя результаты исходных и полученных данных, приходим к выводу, что разработанные нами задания с целью развития ПУУД 11 классов эффективны. На основе «Статистических методов в педагогических исследованиях» Д.А. Критерий хи-квадрат Пирсона (критерий определения невязки или совпадения распределений) применим к Новикову.

Рейтинг значимости различий в распределениях уровня развития ПУУД обучающихся 11 классов в контрольной и экспериментальной группах проводился по шкале, имеющей три категории (низкий, средний и высокий). Значение критерия $\chi_{\text{ЭМП}}^2$ вычислялось по формуле:

$$\chi_{\text{ЭМП}}^2 = N \times M \times \sum_{i=1}^l \frac{\left(\frac{n_i - m_i}{N - M} \right)^2}{n_i + m_i}$$

где количество обучающихся контрольной группы $N=49$, количество обучающихся экспериментальной группы $M = 49$, L – количество уровней развития ПУУД, n_i - количество объектов контрольной группы, попавших в i -ю категорию по состоянию изучаемого свойства, m_i – число объектов экспериментальной группы, попавших в i -ю категорию по состоянию изучаемого свойства.

Чтобы критерий Пирсона был применим, необходимо изложить гипотезы:

-нулевая гипотеза (H_0). Когда отсутствуют значительные отличия в развитии ПУУД у обучающихся контрольной и экспериментальной групп. Гипотеза будет подтверждена, если при сравнении уровней развития учащихся 11 классов в обеих группах не будут выявлены статистически достоверные различия.

-альтернативная гипотеза (H_1). Она принимается в случае отклонения гипотезы H_0 . Для альтернативной гипотезы характерны значимые различия в развитии ПУУД обучающихся до экспериментального этапа.

Гипотеза будет подтверждена тогда, когда у обучающихся контрольных и экспериментальных групп уровни развития ПУУД будут иметь статистически достоверные различия. Согласно особенностям данного критерия гипотеза H_0 подтверждается, если $\chi_{\text{эмп}}^2 \leq \chi_{\text{крит}}^2$ и альтернативная, при $\chi_{\text{эмп}}^2 \geq \chi_{\text{крит}}^2$.

Критическим значением критерия Пирсона для уровня статистической значимости является $\alpha=0,05$ равно $\chi_{\text{крит}}^2=5,99$ при $L=3$.

Результаты измерения уровня развития ПУУД обучающихся контрольных и экспериментальных групп до экспериментального этапа и результаты вычисления критерия χ^2 представлены в таблицах 18- 19.

Таблица 18.

Диагностика уровня развития ПУУД обучающихся 11А и 11Б классов до экспериментального этапа

Группы	Количество обучающихся по уровням			$\chi^2_{\text{эмп}}$	$\chi^2_{\text{крит}}$
	Низкий	Средний	Высокий		
N=27	$n_1=9$	$n_2=14$	$n_3=4$	0,50	5,99
M=26	$m_1=10$	$m_2=11$	$m_3=5$		

$$\chi^2_{\text{эмп}} = 27 \times 26 \times \left(\frac{\left(\frac{9}{27} - \frac{10}{26}\right)^2}{9+10} + \frac{\left(\frac{14}{27} - \frac{11}{26}\right)^2}{14+11} + \frac{\left(\frac{4}{27} - \frac{5}{26}\right)^2}{4+5} \right) = 0,50$$

Таблица 19.

Диагностика уровня развития ПУУД

обучающихся 11В и 11Г классов до эксперимента

Группы	Количество обучающихся по уровням			$\chi^2_{\text{эмп}}$	$\chi^2_{\text{крит}}$
	Низкий	Средний	Высокий		
N=26	$n_1=11$	$n_2=12$	$n_3=3$	0,1	5,99
M=27	$m_1=11$	$m_2=12$	$m_3=4$		

$$\chi^2_{\text{эмп}} = 26 \times 27 \times \left(\frac{\left(\frac{11}{26} - \frac{11}{27}\right)^2}{11+11} + \frac{\left(\frac{12}{26} - \frac{12}{27}\right)^2}{12+12} + \frac{\left(\frac{3}{26} - \frac{4}{27}\right)^2}{3+4} \right) = 0,1$$

Статистическая обработка результатов входной диагностики уровня развития ПУУД 11 классов (Приложение 7), показывает, что до начала проведения экспериментального этапа существенной разницы в распределении обучающихся экспериментальной и контрольной групп не установлено. Также мы наблюдаем, во всех рассмотренных случаях, $\chi^2_{\text{эмп}} \leq \chi^2_{\text{крит}}$ что позволяет нам принять нулевую гипотезу.

В экспериментальной группе на уроках математики велась работа по разработанной методике обучения, направленной на развитие ПУУД обучающихся, в контрольной группе уроки проводились в традиционной форме.

По окончании эксперимента в группах была осуществлена диагностика уровней развития ПУУД (Приложения 8). Статистическая обработка результатов диагностики обучающихся контрольных и экспериментальных групп, подтверждает гипотезу о достоверности различий

в распределении уровней развития ПУУД обучающихся обеих групп.

В таблицах 23-24 представим уровни развития ПУУД обучающихся контрольных и экспериментальных групп по критерию Пирсона по итогам эксперимента.

Таблица 20

Диагностика уровня развития ПУУД обучающихся 11А и 11Б классов после проведения экспериментального этапа

Группы	Количество обучающихся по уровням			$\chi^2_{\text{эмп}}$	$\chi^2_{\text{крит}}$
	Низкий	Средний	Высокий		
N=27	$n_1=8$	$n_2=16$	$n_3=3$	7,79	5,99
M=26	$m_1=3$	$m_2=13$	$m_3=10$		

$$\chi^2_{\text{эмп}} = 27 \times 26 \times \left(\frac{\left(\frac{8}{27} - \frac{3}{26}\right)^2}{7+3} + \frac{\left(\frac{16}{27} - \frac{13}{26}\right)^2}{16+16} + \frac{\left(\frac{3}{27} - \frac{10}{26}\right)^2}{4+7} \right) = 7,79$$

Таблица 21

Диагностика уровня развития ПУУД обучающихся 11В и 11Г классов после проведения экспериментального этапа

Группы	Количество обучающихся по уровням			$\chi^2_{\text{эмп}}$	$\chi^2_{\text{крит}}$
	Низкий	Средний	Высокий		
N=26	$n_1=10$	$n_2=13$	$n_3=3$	7,41	5,99
M=27	$m_1=2$	$m_2=17$	$m_3=8$		

$$\chi^2_{\text{эмп}} = 26 \times 27 \times \left(\frac{\left(\frac{10}{26} - \frac{2}{27}\right)^2}{10+2} + \frac{\left(\frac{13}{26} - \frac{17}{27}\right)^2}{13+17} + \frac{\left(\frac{3}{26} - \frac{8}{27}\right)^2}{3+8} \right) = 7,41$$

Сравнивая полученные результаты с эмпирическими значениями критерия $\chi^2_{\text{эмп}}$ с табличным критическим значением $\chi^2_{\text{крит}}$ для уровня значимости 0,05, видим, для каждого класса справедливо неравенство $\chi^2_{\text{эмп}} \geq \chi^2_{\text{крит}}$. Исходя из полученных данных, мы имеем право отвергнуть гипотезу H_0 и принять гипотезу H_1 на поисково-формирующем этапе эксперимента. Достоверность различий в распределении обучающихся контрольных и

экспериментальных групп по уровням развития ПУУД составляет 96%. Задачей нашего эксперимента - показать, что при обучении математике можно создать условия для развития ПУУД каждому старшекласснику. По окончании эксперимента приходим к выводу, что поставленная задача решена. Результаты педагогического эксперимента доказывают, что применение разработанных заданий на развитие ПУУД обучающихся выпускных классов на уроках математики наиболее эффективно, по сравнению с традиционным подходом.

Выводы по второй главе

При развитии ПУУД первостепенную роль играет содержание, направленное на развитие конкретных логических, общеучебных действий и действий постановки и решения проблем. Приведены примеры разноуровневые задания, развивающие ПУУД.

Глава содержит в себе формы, средства и методы, в целом составляющий технологический компонент, применяемый в учебном процессе. Более подробно рассматриваются модели смешанных уроков для 11 классов. Представлен пример двух из них для 11 классов. Проанализированы особенности выбора технологии смешанного обучения в процессе развития ПУУД в соответствии с возрастными особенностями обучающихся 11 классов. Параграф 2.3. диссертационного исследования посвящен описанию опытно-экспериментальной работы по апробации авторской методики развития ПУУД обучающихся 11 классов на математических уроках. Проведена экспериментальная работа в три этапа. Эксперимент был проведен в 11 А и 11 Б, 11 В и 11 Г. Выбраны были классы контрольных и экспериментальных групп. В экспериментальных группах проводилась работа по разработанной методике, развивающей познавательные действия школьников. В контрольных классах уроки проводились традиционно. В начале и в конце эксперимента школьниками были решены 2 диагностические работы. Результаты данных работ показали, что разработанный комплекс заданий способствует развитию ПУУД обучающихся. Что частично доказывает наше предположение.

Итоги эксперимента показывают, что в экспериментальных классах значительно повысились показатели развития ПУУД.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Содержание первой главы состоит из анализа психолого-педагогической и других нормативных документов. Аналитический подход к понятию познавательных универсальных учебных действий. Определены их структура, компоненты, содержание и этапы развития.

Анализ исследования А.Г. Асмолова и других ученых, подводит нас к выводу, что познавательные универсальные учебные действия - система познавательной деятельности, направленная на личностное саморазвитие.

Рассмотрены требования ФГОС третьего поколения среднего общего образования по развитию ПУУД.

В ходе обзора учебной, методической и дидактической литературы по математике за 11 класс, определена непосредственная связь интеллектуальных способностей (развитие логического, аналитического, абстрактного и других мышлений) и ПУУД учащихся. Выяснено, заданий на развитие познавательных УУД недостаточно, что приводит нас к пониманию о необходимости их увеличения.

Качественное развитие познавательных УУД зависит от современных и привычных средств и методов обучения, а также от форм обучения, которые должны постоянно чередоваться. Обозначено, для учащихся старших классов особый интерес вызывает решение практико-ориентированных исследовательских и проектных задач. Поскольку - это задачи, в которых созданы проблемные ситуации, которые способствуют пробуждению познавательного интереса, тем самым развивая познавательные учебные действия.

Содержание 2 главы формы, средства и методы, а именно технологический компонент, применяемый в процессе обучения. Более подробно рассматривается технология смешанного обучения на примере «перевернутого класса», «Ротации лабораторий», «Веб-квеста» - уроков с применением современных технологий. Представлены несколько примеров исследовательского и проектного типа заданий. Выбор конкретной

технологии обучения основан на учете возрастных особенностей 11 классов.

Выяснено, в развитии познавательных компонентов учебной деятельности важно содержание заданий, направленное на развитие логических, общеучебных действий и действий постановки и решения проблем. Разработаны и представлены их образцы.

Библиографический список

1. Алейникова, И. Работа да руки - в надежные в людях поруки
Инновации Журнал «Управление школой» №11/2005//
<https://upr.1sept.ru/article.php?ID=200501102> (Дата обращения:
04.12.2022).
2. Асмолов, А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А., Карabanова О.А.,
Молчанов С.В., Салмина Н.Г. Проектирование универсальных учебных
действий в старшей школе // Национальный психологический журнал —
2011. — №1(5) — с.104-110.
3. Абдуллин, А.Г. Педагогические проблемы формирования
познавательной установки личности : монография / А.Г. Абдуллин.
Магнитогорск : МаГУ, 2001.-98 с.
4. Андреев, В.И. Педагогика творческого саморазвития : Инновационный
курс : учеб. пособие для вузов / В. И. Андреев. Казань : Изд-во КГУ,
1996.-567 с.
5. Бабанский, Ю.К. Избранные педагогические труды. – М.: Педагогика,
1989. – 560 с.
6. Башмаков, М.И. Б336 Математика. 11 класс (базовый уровень): книга
для учителя: методическое пособие: среднее (полное) общее
образование/М.И.Башмаков. — М. : Издательский центр
«Академия», 2010 — 128сБим-Бад Б.М. Педагогический
энциклопедический словарь. — М., 2002. С. 61 URL:
https://gufo.me/dict/pedagogy_terms/Действие
7. Вебер, В.В. «Проблемные ситуации как средство развития
познавательного интереса к предмету математика в старших классах»
//Проблемы и перспективы современного естественно-
математического образования: материалы X Всероссийской научно-
практической конференции с международным участием, 9-10 апреля,
2021 г. – Соликамск. – С.21-26.

8. Вебер, В.В. Статья «Развитие Информационные познавательных универсальных действий обучающихся 11 классов на уроках математики на основе смешанного обучения// технологии в математике и математическом образовании: материалы XI Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, посвященной 90-летию КГПУ им. В.П. Астафьева, 10 – 11 ноября 2022 г., г. Красноярск – С.60-65.
9. Вертгеймер, М. Продуктивное мышление.— М., 1987.—С. 18.
10. Википедия Свободная энциклопедия URL:<https://ru.wikipedia.org/wiki/Математика> (Дата обращения: 26.03.21).
11. Выготский, Л. С. Педагогическая психология / Л. С. Выготский; под общ. ред. В. В. Давыдова. - М. : Педагогика, 1991. - 480 с.
12. Глебова, М. В. Система дидактических условий развития продуктивного мышления учащихся / М. В. Глебова. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2011. — № 11 (34). — Т. 2. — С. 158-160. — URL: <https://moluch.ru/archive/34/3858/> (дата обращения: 06.12.2022).
13. Горохова, Ю. В. Изменение роли учителя в современной школе / Ю. В. Горохова. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2016. — № 14 (118). — С. 528-530. — URL: <https://moluch.ru/archive/118/32759/> (Дата обращения: 04.12.2022).
14. Давыдов, В. В. Теория развивающего обучения / В. В. Давыдов. -М. :ИНТОР, 1996.-544 с.
15. Действие_(психология) Свободная энциклопедия//Википедия// Свободная энциклопедия URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki> (Дата обращения: 26.03.2021).
16. Единое содержание общего образования/Примерная рабочая программа среднего общего образования предмета «Математика» углубленный уровень(Проект)https://edsoo.ru/Primernaya_rabochaya_programma_srednego_obschego_obrazovaniya_predmeta_Matematika_uglublennij_uroven.htm(25.10.2022).

17. Иванов, Д. Компетенции и компетентностный подход в образовании: учебное издание https://www.studmed.ru/view/ivanov-d-kompetentnosti-i-kompetentnostnyu-podhod-v-sovremennom-obrazovanii_a0cda3d8e3f.html
18. Изучение основных понятий начал анализа на основе визуализации: учебное пособие / [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2018.
19. Институт продуктивного обучения в Европе Institut für Produktives Lernen in Europa// <https://iple.de/> (Дата обращения: 04.12.2022)
20. Кириллова, Г.Д. Процесс развивающего обучения как целостная система. СПб.: Образование, 1996.
21. Кондаков, Н.И. Логический словарь-справочник / Н. И. Кондаков. -М, 1975.-717 с.
22. Коджаспирова, Г.М., Коджаспиров А.Ю. Словарь по педагогике (междисциплинарный): для уч-ся, студ., аспирантов, учителей и преподавателей. М.: МарТ, 2005. 176 с.
23. Компетенции в образовании: опыт проектирования : сб. науч. тр. / под ред. А.В.Хуторского. – М.: Научно-внедренческое предприятие «ИНЭК», 2007г.
24. Концепция развития математического образования в Российской Федерации (утв. [распоряжением](#) Правительства РФ от 24 декабря 2013 г. N 2506-р) // multiurok.ru/files/kontseptsiia-razvitiia-matematicheskogo-obrazova-2.html.
25. Куракина, А.О. ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ЭМОЦИОНАЛЬНО-ЦЕННОСТНОГО ОТНОШЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ К УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ // *Фундаментальные исследования*. – 2014. – № 11-6.– С. 1366-1370; URL: <https://fundamental-research.ru/ru/article/view?id=35733> (Дата обращения: 04.12.2022).
26. Лемяскина, Т.А.//Статья на тему «Учебные действия как средства решения учебных задач».

27. Леонтьева, О. Решать за себя. И работать самостоятельно. Продуктивное образование в мире Газета «Первое сентября» №10/2006// <https://ps.1sept.ru/article.php?ID=200601012> (Дата обращения: 03.12.2022).
28. Маскаева, А.М. Проектирование индивидуальных образовательных траекторий учащихся при изучении раздела «Начала математического анализа» Ярославский педагогический вестник – 2011 – № 1 – Том II (Психолого-педагогические науки) УДК 37.02 <http://vestnik.yspu.org/>
29. Матюшкин, А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении / А. М. Матюшкин. -М.: Педагогика, 1972. 208 с.
30. Методическое пособие к учебнику «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» под ред. В.В. Козлова и А.А. Никитина для 11 класса общеобразовательных организаций / авт.-сост. В.В. Козлов, А.А. Никитин, В.С. Белоносов и др. — М.: ООО «Русское слово – учебник», 2018. — 320 с. — (ФГОС. Инновационная школа).
31. Микельсон, Р.М. О самостоятельной работе учащихся в процессе обучения / Р.М. Микельсон. М.: Учпедгиз, 1940. - С. 28.
32. Междисциплинарная учебная программа «Формирование универсальных учебных действий» [URL:https://varlamovo.ucoz.ru/FGOS_OOO/2-1-mezhdisciplinarnaja_programma_formirovanie_uud.pdf](https://varlamovo.ucoz.ru/FGOS_OOO/2-1-mezhdisciplinarnaja_programma_formirovanie_uud.pdf) (Дата обращения: 24.03.2021).
33. Новые педагогические и информационные технологии / Е.С.Полат, М.Ю.Бухаркина, М.В. Моисеева, А.Е.Петров; под ред. Е.С.Полат- М., Академия, 2009.-272с.
34. О моделях в педагогических исследованиях/ https://otherreferats.allbest.ru/pedagogics/00269844_0.html (Дата обращения: 08.08.2022).
35. Основы продуктивного общения : метод, пособие / сост. Л.И. Савва. Магнитогорск : Изд-во Магнит, лица РАН, 1998. - 40 с.

36. Педагогическая энциклопедия/Педагогический тезаурус. 2016 г. // <https://didacts.ru/slovari/pedagogicheskii-tezaurus-2016-g.html>
37. Подласый, И.П., Педагогика: 100 вопросов - 100 ответов: учеб. пособие для вузов/ И. П. Подласый. -- М.: ВЛАДОС-пресс, 2004. - 365 с.
38. Пожарова, Г. А. Практико-ориентированные задачи как один из важнейших элементов формирования математической грамотности учащихся / Г. А. Пожарова. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2021. — № 1 (343). — С. 62-64. — URL: <https://moluch.ru/archive/343/77263/> (дата обращения: 08.08.2022).
39. Полелуева, М.И., Статья на тему: «Познавательные УУД»//Международный педагогический портал URL: <https://solncesvet.ru/opublikovannyye-materialyi/statya-na-temu-poznavatelnye-uud/>
40. Поэтапное формирование универсальных учебных действий при освоении программ начального, основного и среднего общего образования в условиях введения ФГОС СОО: метод. пособие. / М.И. Морозова, В.В. Штерн, С.А. Киселева, О.А. Шелопухо, Н.В. Трипольникова, Е.А. Ермакова; под ред. М.И. Морозовой. – СПб.: ЛГУ им. А.С. Пушкина, 2019. – 76 с. ISBN 978-5-8290-1871-9, С.А. Киселева, О.А. Шелопухо, Н.В. Трипольникова, Е.А. Ермакова; под ред. М.И. Морозовой. – СПб.: ЛГУ им. А.С. Пушкина, 2019. – 76 с. ISBN 978-5-8290-1871-9
41. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования» от 17.05.2012 № 413 (с изменениями и дополнениями от 29.12.2014, 31.12.2015, 29.06.2017).
42. ПРОФЕССИОНАЛЬНОПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ https://elar.rsvpu.ru/bitstream/123456789/23137/1/5-8050-0168-3_2005.pdf
43. Психодидактика математического образования: проектирование современных образовательных результатов в школе и вузе : материалы

- VI Всероссийской научно-практической конференции (Томск, 23 марта 2017 г.). – Томск: Издательство Томского государственного педагогического университета, 2017. – 160 с.
44. Равен, Дж. Компетентность в современном обществе. Выявление, развитие и реализация / Дж. Равен. М., 2002. - 85 с.
 45. Развитие УУД обучающихся во внеурочной деятельности // Менеджер образования: Портал информационной поддержки руководителей образовательных учреждений. [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.menobr.ru/materials/19/39201>
 46. РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ЗАКОН ОБ ОБРАЗОВАНИИ В РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ//Глава 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ// Статья 2. Основные понятия, используемые в настоящем Федеральном законе URL: profil.mos.ru/images/docs/zachislennoe_273_29.12.2012.pdf (Дата обращения – 24.03.2021)
 47. Сергеева, А. Д. Параллель между образованием и воспитанием в современном обществе / А. Д. Сергеева. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2016. — № 8 (112). — С. 1033-1036. — URL: <https://moluch.ru/archive/112/28289/> (дата обращения: 08.08.2022).
 48. Среднее общее образование/<https://fgos.ru/fgos/fgos-soo/>
 49. Степанова, О. В. Развитие познавательных универсальных учебных действий как педагогическая проблема / О. В. Степанова. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2016. — № 2 (106). — С. 851-853. — URL: <https://moluch.ru/archive/106/25198/> (дата обращения: 03.12.2022).
 50. Слостенин, В.А. и др. Педагогика: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В. А. Слостенин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов; Под ред. В.А. Слостенина. -- М.: Издательский центр «Академия», 2002. - 576 с.
 51. Универсальные учебные действия// Студопедия URL: https://studopedia.ru/18_10706_universalnie-uchebnie-deystviya.html (Дата обращения: 24.03.2021).

52. Усова, А.В., Боброва А.А. Формирование у учащихся учебных умений. М.: Знание, 1987. 80 с.
53. УЧЕБНЫЕ ДЕЙСТВИЯ//Энциклопедический словарь по психологии и педагогики URL: <https://pedagogical.academic.ru/841> (Дата обращения – 24.03.2021).
54. Фридман, Л. М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач / Л. М. Фридман. - М. : Педагогика, 1977. - 208 с.
55. Фридман, Л. М. Методика обучения решению математических задач / Л. М. Фридман // Математика в школе. - 1991. - № 5. - С. 59-63.
56. Хуторской, А.В. Педагогическая инноватика: методология, теория, практика: Научное издание. – М.: Изд-во УНЦ ДО, 2005. – 222 с.
57. Хуторской, А.В., Хуторская Л.Н. Компетентность как дидактическое понятие: содержание, структура и модели конструирования // Проектирование и организация самостоятельной работы студентов в контексте компетентностного подхода: Межвузовский сб. науч. тр. / Под ред. А.А.Орлова. - Тула: Изд-во Тул. гос. пед. ун- та им. Л.Н. Толстого, 2008. - Вып. 1. - С.117-137.
58. Смид, Р. Групповая работа с детьми и подростками / Р. Смид; пер. с англ. М : Генезис, 1999. - 115 с.
59. Современная дидактика. Учеб. пособие. 2-е изд., перераб. / А.В.Хуторской. – М.: Высш.шк., 2007.-639с.: ил.
60. Стоуне, Э. Психодиагностика / Э. Стоуне. М.: Педагогика, 1984. -472 с.
61. Шамова, Т.И. Формирование познавательной самостоятельности школьников / Т. И. Шамова. М.: НИИ школ МНРСФСР, 1975. - 148 с.
62. Федеральный базисный учебный план для образовательных учреждений//<https://www.menobr.ru/article/65502-federalnyy-bazisnyy-uchebnyy-plan-dlya-obrazovatelnyh-uchrejdeniy>
63. Цукерман, Г.А. Психология саморазвития / Г.А. Цукерман, Б. М. Мастеров. М.: Интерпрокс, 1995. - 288 с.

64. Чопова С.В. Формирование познавательных универсальных учебных действий учащихся профильных классов: дисс. канд. пед. наук. - М., 2016. - 168 с.
65. Эльконин, Д.Б. О структуре учебной деятельности // Психическое развитие в детских возрастах: Избранные психологические труды. - М.: Институт практической психологии, 1997. – 201 с.
66. Эльконин, Д. Б. Избранные психологические труды / Д. Б. Эльконин; под общ. ред. В. В. Давыдова, В. П. Зинченко. -М. : Педагогика, 1989. - 560 с.
67. Энциклопедический словарь [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.dict.t-mm.ru/>
68. Эсаулов, А. Ф. Психология решения задач / А. Ф. Эсаулов. - М. : Высшая школа, 1972. - 127 с.
69. Юцявичине, П.А. Теория и практика модульного обучения / П. А. Юцявичине. Каунас, 1989. - 214 с.
70. Якиманская, И.С. Компетентностный подход в образовании: проблемы и пути модернизации: монография /под общ.ред С.С. Чернова.- Книга 2.- / И.С. Якиманская, Т.Н. Белкина, М.В. Громова, М.В. Гулакова, Д.В. Зайцев, Р.М. Магомедова, Р.Ш. Махмутова, Г.И. Харченко, С.С. Чернов.- Новосибирск, 2013.- 159с.
71. Яковлева, Н.М. Теория и практика подготовки будущего учителя к творческому решению воспитательных задач : дис. . д-ра пед. наук / Н. М. Яковлева. Челябинск, 1992. - 403 с.
72. Яркулов, А.А. Познавательная компетентность школьников / А. А. Яркулов // Школьные технологии. 2004. - №2. - С. 43-84.

ПРИЛОЖЕНИЯ
ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Содержание компонентов технологии «Продуктивное обучение».

Название компонента	Сущность/деятельность компонента	Целевой ориентир компонента
Поиски и осмысление	Поиск ответов на вопросы: Зачем мне это нужно? Для чего?	Формирование и совершенствование культуры формулирования целей и постановки вопросов
Стилевое содержание	Разнообразие стилей. Их равенство по отношению друг к другу.	Формирование у каждого обучающегося индивидуального познавательного стиля (алгоритмического, визуального и др.).
Расширенная образовательная среда	Расширение образовательной среды и внесение в нее необычных элементов. Главная в кругу классических сред обучения – это природа, окружающие физические условия, их модели в формате учебных кабинетов и лабораторий. Проведение анализа наблюдаемых феноменов.	Формирование научных понятий.
Учитель - советник и партнер для детей. («Продуктивный педагог») (переобучение/непрерывное обучение)	Основные составляющие деятельности учителя - создание творческой атмосферы в классах, совместное с обучающимся планирование индивидуального образовательного маршрута, обеспечение сведениями о потенциале образовательной среды, где обучается ученик, индивидуальные консультации, организация групповой работы, обоюдный анализ результатов и итогов обучения.	Формирование универсальных умений, компетенции, способностей.
Обучающийся	Выполняет проектные задания (создают продукт).	Приобретение опыта выражения инициативы, самореализации и самоопределения, освоение практических универсальных умений. Наличие и пополнение папки достижений (портфолио), как показателя уровня активности обучающегося.

1. Требующие создания алгоритмов, планов деятельности, выбора оснований для промежуточного контроля деятельности;
2. Проектные с самостоятельным выбором параметров оценки результатов и самостоятельной организацией процесса выполнения;
3. Проектные и исследовательские с обязательным этапом презентации промежуточных и итоговых результатов деятельности, самостоятельным созданием презентаций;
4. Позволяющие применять информационные системы, учебное и прикладное программное обеспечение для их решения и презентации результатов работы;
5. Решаемые в процессе экспериментальной и исследовательской деятельности на основе элементов лабораторно-исследовательских комплексов, в том числе с применением цифровых учебных лабораторий, инструментов, математических сравнительных и аналитических методов;
6. Учебные, связанные с практическим жизненным опытом учащихся, социально-экономической, информационной инфраструктурой социума, компетенциями личности;
7. По разработке моделей социологических исследований, реализации социальных проектов, которые основаны на сотрудничестве, распределении ролей в совместной деятельности, координацией деятельности учебных и проектных групп и других объединений; проекты развития образовательной среды;
8. Для решения которых необходимо определить параметры оценки, провести рефлексию собственных действий или анализ деятельности партнеров;
9. Для решения которых требуется поиск дополнительной информации об объекте или явлении, в том числе с применением Интернет-ресурсов, справочников, специальной и учебной литературы, библиотечных каталогов и т.д.;
10. Условия которых представлены в виде таблиц, диаграмм, графиков, чертежей, электронных документов, планов, схем или задания, требующие представления информации в разных видах;
11. Решение которых связано с применением информационно-коммуникационных технологий, созданием информационных объектов и электронных ресурсов, компьютерным моделированием и конструированием, дистанционной коммуникацией;
12. Требующие проведения различных видов анализа текстов, задания по преобразованию текстов и созданию авторских текстовых материалов и гипертекста;
13. Решаемые с применением умений и знаний, приобретенных учащимися в процессе изучения других предметов или предметных областей;
14. Связанные с анализом культурно-исторического и научного контекста возникновения изучаемых объектов, событий, процессов;
15. Направленные на выявление обобщенного способа решения данного типа задач, применение освоенных ранее способов и алгоритмов решения учебных задач в освоении новых понятий, разделов учебного курса или образовательного модуля;
16. С выбором наиболее оптимального способа решения, эффективных средств и приемов, сравнения различных методов решения;
17. Связанные с формулированием и доказательством гипотез, ведением диалога, способностью задавать вопросы, использовать различные методы обоснования собственных суждений;
18. По использованию математических моделей анализа явлений реального мира, применению различных знаковых систем, технологий обобщения, классификации, сравнения, выявления логических связей и зависимостей, сопоставления фактов;
19. Проектные, результат их решения - продукт, обладающий эстетическими, инновационными, практическими характеристиками, отражающий владение результатами освоения элементов содержания образования;
20. Требующие преобразования условий, определения областей и способов поиска информации, необходимой для решения.

Примеры алгоритмов развития ПУУД обучающихся старших классов

Название УУД	Алгоритм	Подводящий диалог
Синтез	<ol style="list-style-type: none"> 1. Определить цель синтеза. Обозначить (наименование) синтезируемое целое. 2. Перечислить части. 3. Соединить части в единое целое. 4. Проверить образ синтезируемого целого. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. В чем проблема? Какова цель? 2. Что должно получиться? 3. Какие части будущего целого у нас есть? 4. Каким образом мы соединяем? 5. Что у нас получилось?
Сравнение	<ol style="list-style-type: none"> 1. Определить цель сравнения. 2. Объект сравнения. 3. Аспект сравнения. 4. Выявить признаки сравнения. 5. Установить сходства и различия. 6. Логический вывод. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Что нужно сделать? (Какую проблему мы решаем?) 2. Какие объекты для этого необходимо сравнить? 3. Какие признаки объектов нам нужно сравнить для решения этой задачи? 4. Чем сходны и чем различны эти объекты по выделенным признакам? 5. К какому выводу в результате сравнения мы пришли? Мы достигли цели?
Подведение под понятие	<ol style="list-style-type: none"> 1. Определить цель подведения под понятие. 2. Выделить (наименование) понятия, под которое будет подводиться объект. 3. Определить объект, необходимый для подведения под понятие. 4. Выделить все свойства, выявленные в определении понятия. 5. Установить логическую связь между ними 6. Проверить наличие у объекта выделенных свойств. 7. Соотнести результат с планируемой целью 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Зачем тебе следует выполнять эту работу? Зачем нужно распознать (именовать) этот объект (явление)? 2. С каким понятием мы будем работать? Каково его определение? 3. Про какой объект/явление мы должны узнать, является ли он/оно частью целого или он/оно относится к целому. Как можно назвать этот объект? Каким научным термином? 4. Какие свойства должны быть у объекта, чтобы он относился к целому/являлся частью целого? 5. Должны присутствовать все эти свойства или достаточно одного из них? Какого именно? 6. Есть ли эти свойства у объекта? 7. Какой вывод мы можем сделать?

Веб - квест по геометрии для учащихся 11 классов по теме «Объемы тел»

Геометрия, 10-11, учебник Л. С. Атанасян.

Он рассчитан на 2 парных урока (по 40 минут) в компьютерном классе с интерактивной доской.

Тема уроков: Объемы тел.

Цели веб-квеста:

Предметная цель: систематизация и обобщение, а также углубление знаний по теме «Объемы тел» (подготовка к ЕГЭ).

Метапредметная цель: расширение знаний в областях: математики, истории и в строительной сфере.

Отметим, что, поскольку, содержание веб-квеста направлено на сбор учащимися информации в сети Интернет об объектах с целью ее анализа, синтеза, обобщения и представления для аудитории в виде презентации. А задания веб-квеста, активно развивают познавательную деятельность, то следует выделить и

познавательную цель: развитие логического и общеучебного компонентов УУД.

К планируемым результатам формирования/развития познавательного компонентов относятся умения:

- произвольно и осознанно владение общим приемом решения задач;
- аналитический (многосторонний) подход к решению задач;
- поиск искомой информации;
- использование знаково-символических средств;
- умение устанавливать причинно-следственные связи и др.

Актуальность выбранной формы работы: В ходе изучения проблемы развития познавательных компонентов УУД на уроках математики в старших классах были выявлены следующие **противоречия:**

- одно из требований ФГОС-2020 -развитие познавательных компонентов и отсутствие целостной системы с методическими разработками, для его реализации.

- систематизация и обобщение большого объема теоретического и практического материала, в том числе и задачника для подготовки к ЕГЭ, за малое количество учебного времени.

Из последнего противоречия вытекает, что, урочного времени недостаточно для подготовки к экзаменам (решение 1-2 задач, зачастую, занимает целый урок), выходит, основную часть подготовительной деятельности старшеклассник должен проводить вне урока. Но задач, требующих особого подхода, множество, что не каждый ученик с этим может справиться самостоятельно. К тому же, информация в Интернете встречается разная, в том числе и недостоверная, то самостоятельный ее поиск может привести некоторых учеников к получению неверных ответов на возникшие вопросы. На решение данной проблемы нами разработана серия тематических веб-квестов, направленных на успешную подготовку учащихся 11 классов к экзаменам по математике. В каждой серии - 1 глава (раздел) учебника. Одна из серий уроков представлена ниже.

Тема серии уроков:

Объемы тел

Примечание: на рабочем столе каждого компьютера папка «Объемы тел. - Серия 1», в ней файлы: «Введение», «Теоретики», «Практики (группа 1)», «Практики (группа 2)», «Исследователи», «Любознательные» и «Оценочные листы»).

Серия 1. Объемы тел

ВВЕДЕНИЕ - Ребята, сегодняшний урок и последующий - это уроки-систематизации и обобщения знаний. Проведем их в форме веб- квеста. Вас ждет, творческая, увлекательная деятельность, думаем, вам понравится! Данные уроки будут способствовать успешной подготовке к экзамену по математике.

Ваши задачи: Сначала разделиться на равные группы. Каждой группе - определенная, выбранная вами, роль. Кто-то из вас будет теоретиком, кто-то исследователем и тому подобное. После выбора роли, берете инструкцию к ней и выполняете задания, прочтя внимательно и соблюдая требования при выполнении работы.

Требования при выполнении работы:

1. Создание презентации на 1-ом уроке, на 2-ом - ее защита.
2. Самостоятельная работа в группах.
3. Задания участники делят поровну, и каждый в группе несет ответственность за свои учебные действия.
4. Создание продукта (презентации) деятельности. В ней указана цель, содержание, выводы деятельности, достигнута ли цель.
5. Презентация должна быть понятной, ясной и целостной; состоять минимум из 10 слайдов (1 слайд - 1 вопрос). Наглядность (чертежи, рисунки, модели и.т.п) не меньше 40 процентов.
6. Соблюдение правил по ТБ в компьютерном классе. В том числе, время работы каждого участника 11 классов за компьютером не должно превышать (новые Сан-ПиНы) 35 минут.

Роли и их задания

ТЕОРЕТИКИ *Тема:* Описание параллелепипедов. Диагонали, площадь и объем параллелепипеда.

-Теоретики, *ваши задачи:* систематизировать знания о параллелепипедах, затем создать презентацию и представить ее своему классу.

Задание 1. Поиск и отбор информации в сети Интернет (до 20 минут) (ссылки см. ниже).

Ответьте на вопросы:

1. Параллелепипед - это многогранник...
2. Описание параллелепипеда.
3. Прямоугольный параллелепипед - ...

4. Какие параллелепипеды бывают. Приведите 3-5 примеров параллелепипедов, которые встречаются в жизни.

5. Особенности каждого параллелепипеда.

6. Главное отличие параллелепипеда от параллелограмма.

7. Диагональ параллелепипеда и диагональ грани - это...

8. Диагональным сечением прямоугольного параллелепипеда является...

7. Диагональным сечением косого параллелограмма является...

8. Формула нахождения объема прямоугольного параллелепипеда.

Приведите пример.

9. Формула нахождения длины диагонали прямоугольного параллелепипеда.

Приведите пример.

10. Формула нахождения площади боковой поверхности прямоугольного параллелепипеда. Приведите пример.

11. Формула нахождения площади полной поверхности прямоугольного параллелепипеда. Приведите пример.

ПРИМЕЧАНИЕ: вы можете воспользоваться ссылками, указанными ниже, либо другими веб-ресурсами. В конце презентации разместить все используемые в работе ссылки. Образец ссылки ниже.

1. Призмы. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда.

<https://yandex.ru/video/preview/13298535687540732447>

Задание 2. Полученную информацию представьте в виде презентации (время выполнения - до 20 минут).

Задание 3. Представление презентации (5-10 минут).

УСПЕХОВ!!

Интернет-ресурсы:

1. <https://resh.edu.ru/subject/lesson/4904/conspect/>

2. <https://www.yaklass.ru/p/geometria/11-klass/nakhozhdenie-obemov-tel-10440/kak-naiti-obem-priamougolnogo-parallelepipeda-11331/tv-97b979b9-e293-4e9c-97c4-42b3eb23fae3>

3. <https://www.yaklass.ru/p/geometria/11-klass/nakhozhdenie-obemov-tel-10440/kak-naiti-obem-priamougolnogo-parallelepipeda-11331/re-ec1be19d>

ПРАКТИКИ (группа -1)Тема: Объем составных многогранников.

Комбинация тел. Объем многогранника

-Практики, ваша *цель* - выбор основных заданий с решением (см. видеоуроки, ссылки ниже), затем создание презентации, и ее представление участникам квеста.

Задание 1. Поиск и отбор информации в сети Интернет (до 20 минут).

ПРИМЕЧАНИЕ: вы можете воспользоваться ссылками, указанными ниже, либо другими веб - ресурсами. В конце презентации разместить все используемые в работе все ссылки. Образец ссылки ниже.

1.Призмы. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда.

<https://yandex.ru/video/preview/13298535687540732447>

Задание 2. Полученную информацию представьте в виде презентации (время выполнения - до 20 минут).

Задание 3. Представление презентации (5-10минут).

УСПЕШНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ!:)

Интернет-ресурсы

1.Призмы. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда.

<https://yandex.ru/video/preview/13298535687540732447>

2.Объем составных многогранников. Подготовка ЕГЭ. Задание 5.

<https://yandex.ru/video/preview/263339150402330677>

4. Комбинация тел. Подготовка ЕГЭ. Задание 5.

<https://yandex.ru/video/preview/5777346791656232866>

5.Задание 5. ЕГЭ профиль. Комбинация тел:

<https://yandex.ru/video/preview/1523809541737782953>

ПРАКТИКИ (группа -2)

Тема: Элементы составных многогранников. Площадь отсеченной поверхности призмы.

-Практики, ваша *цель* - выбор основных заданий с решением (см. видеоуроки, ссылки ниже), затем создание презентации, и ее представление участникам веб-квеста.

Задание 1. Поиск и отбор информации в сети Интернет (до 20 минут).

ПРИМЕЧАНИЕ: вы можете воспользоваться ссылками, указанными ниже, либо другими Интернет-ресурсами. В конце презентации разместить все используемые в работе все ссылки. Образец ссылки ниже.

Призмы. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда.

<https://yandex.ru/video/preview/13298535687540732447>

Задание 2. Полученную информацию представьте в виде презентации (время выполнения - до 20 минут).

Задание 3. Представление презентации (5-10минут).

УСПЕШНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ!:))

Интернет-ресурсы

1. Призмы. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда.

<https://yandex.ru/video/preview/13298535687540732447>

3. Элементы составных многогранников. Подготовка ЕГЭ. Задание 5.

<https://yandex.ru/video/preview/5207074123596379242>

6. ЕГЭ по математике. Найти площадь отсеченной поверхности призмы.

<https://yandex.ru/video/preview/16117175775362714879>

ИССЛЕДОВАТЕЛИ

-Исследователи, ваш план работы:

Задание 1. Исследование задачи. Поиск и отбор информации в сети Интернет (до 20 минут).

Задача: для чего на заводах изготавливают консервные банки цилиндрической формы, а не шарообразной или кубической? (консервная банка на столе).

ПРИМЕЧАНИЕ: исследователи, вы можете воспользоваться ссылками, указанными ниже, либо другими веб - источниками. В конце презентации следует разместить все используемые в работе все ссылки.

Образец ссылки: Призмы. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда.

<https://yandex.ru/video/preview/13298535687540732447>

Задание 2. Создание презентации (до 20 минут).

Задание 3. Ее защита (5-10минут).

УСПЕХОВ ВАМ!)))

Интернет - ресурсы:

<https://nsportal.ru/shkola/geometriya/library/2015/10/18/sofya-vasilevna-kovalevskaya-i-zadacha-o-vrashchenii-tverdogo>

ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫЕ

Темы кратких докладов (3-5 минут). Индивидуальная работа для тех, кто хочет знать больше.

1. История Tetra Pak

2. Удивительные объемы многогранников

<https://etudes.ru/etudes/polyhedra-volumes/?ref=chrono>

3. Архимед и объем шара

www.psciences.net/main/sciences/mathematics/articles/archimed-shar.html

4. История изучения объемов тел. Вклад ученых таких, как Демокрит, Архимед, Евклид и др.

5. История измерения объемов тел, например в Древнем Египте.

После представления работ, для всех учащихся рекомендовано

задание 4 (домашняя работа) Выполнение тестового задания на платформе ЯКласс <https://www.yaklass.ru/p/geometria/11-klass/nakhozhdenie-obemov-tel-10440/kak-naiti-obem-priamougolnogo-parallelepiped-11331/tv-97b979b9-e293-4e9c-97c4-42b3eb23fae3>

Оценочный лист для теоретиков и практиков

	Критерии	Показатель Выполнены требования	Баллы
1	Выполнен минимум	2,4,6	До 40
2	Выполнен максимум	1, 5,	До 5
3	Работа с информацией	3	До 15 баллов
4	Оформление продукта	4	До 15 баллов
5	Оригинальное оформление продукта	3	До 10 баллов (дополнительные)
6	Время создания продукта	1	До 5
7	Устное представление продукта	7	До 10 баллов
	Итого		0-100

Оценочный лист для исследователей

	Критерии	Показатель. Выполнены требования	Баллы
1	Выполнен минимум	2,4,6	До 40
2	Выполнен максимум	1, 5,	До 5
3	Проведен сравнительный анализ полученных данных	3	До 10
4	Работа с информацией	3	До 5 баллов
5	Оформление продукта	4	До 15 баллов
6	Оригинальное оформление продукта		До 10 баллов (дополнительные)
7	Время создания продукта	1	До 5
8	Устное представление продукта	7	До 10 баллов
	Итого		0-100

Шкала оценки

Оценка «2»-0-50 баллов
Оценка «3»- 51- 70 баллов
Оценка «4» -71- 85 баллов
Оценка «5»-86-100 баллов
Сертификат Победителей за успешное участие в веб-квесте за баллы выше 100

Проектное задание для учащихся 11 классов

Тема. Типы отопительных систем. Классификация автономных отопительных систем для частного дома.

Цель проекта: Развитие познавательных универсальных учебных действий учащихся 10-11 классов.

Проект направлен на сбор информации об объектах с целью ее анализа, обобщения и представления для аудитории в виде презентации.

Задачи для учащихся:

Провести сравнительный анализ отопительных систем.

Выявить плюсы и минусы каждой системы.

Какую отопительную систему (ОС) лучше выбрать для частного одноэтажного дома, чтобы при ее использовании ежемесячные расходы были минимальны.

Познавательные результаты:

умения:

-осуществлять классификацию и сравнительный анализ объектов исследования;

-находить и работать с информацией из различных источников (справочники, учебная литература, Интернет), представлять информацию в различной форме (словесной, табличной и иное).

Инструкция для обучающихся (что нужно сделать, каким требованиям должен удовлетворять продукт).

1. Выяснить, какие существуют типы ОС для частных домов. Дать краткую характеристику каждой автономной ОС.
2. Подписать название и описать плюсы и минусы каждой системы (по выбранной теме).
3. 1. Перечислите типы котлов и топлива ОС (от 6 и более).
2. Основные критерии при выборе котлов ОС (вопрос к темам 3-6).
4.
 1. Найти объем помещения.
 2. Вычислить приблизительную стоимость затрат на отопление частного дома каждой ОС за весь период отопительного сезона в Вашем населенном пункте.
 3. Сравнить и сделать выводы.
5. Построить схему энергоэкономичной ОС.
6. Устная защита проектного задания.
Разбиться по группам по 3-4 человека. Каждый человек отвечает за 2-3 пункта.

Требования к выполнению проекта

7. Целостность, связность.

8. Ограниченность по времени (1 неделя).

9. Самостоятельная работа в группах. Каждый учащийся отвечает за 2-3 пункта задания.

10. Презентация и защита проекта на классном/внеклассном уроке.

Варианты выполнения проектной - исследовательской работы (темы):

1. Печное дровяное и печное угольное. Площадь дома -70м², высота от пола до потолка 2,5 м.
2. Печное дровяное и печное угольное. Площадь дома -100м², высота помещения -3 м.
3. Печное дровяное и электрическое отопление. Площадь дома -70м², высота помещения 2,5 м.
4. Электрическое и дизельное отопление. Дом 10*10, высота помещения - 3 м.
5. Водяное, воздушное и паровое отопление. «Коробка» дома 10*10, высота помещения - 3 м
6. Типы электрического отопления и отопление солнечными батареями. Дом 10*10, высота помещения - 3 м.
7. Системы инфракрасного отопления. Дом 10*10, высота от пола до потолка 3 м.
8. Свободная тема.

Список рекомендуемых веб-источников:

1. Интернет-энциклопедия по обустройству сетей инженерно-технического обеспечения//[Электронный ресурс]: <https://sovet-ingenera.com/otoplenie/odrugoe/vidy-sistem-otopleniya.html#i-2>
2. Инфракрасное отопление..https://атмосфератепла.рф/heat_plus_effect/
3. Какое отопление лучше в частном доме: 7 самых популярных разновидностей отопительных систем и их особенности// [Электронный ресурс]: https://m-strana.ru/articles/kakoe-otoplenie-luchshe-v-chastnom-dome/?utm_source=copy&utm_medium=direct&utm_campaign=copy_from_site
4. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ВОДЯНОЙ СИСТЕМЫ ОТОПЛЕНИЯ: В 3 ч. Ч. 2. Определение мощности системы отопления. Тепловой расчет отопительных приборов: Методические указания к выполнению курсового проекта по дисциплине «Отопление» / Н.П. Ширяева, Е.А. Маляр, Е.А. Комаров. Екатеринбург: УрФУ, 2017. 43 с.
5. Расход угля в котле отопления: как произвести необходимые расчеты..https://zen.yandex.ru/media/pechi_tepلودar/rashod-uglia-v-kotle-otopleniia-kak-proizvesti-neobhodimye-raschety-5d6cb6605ba2b500adf7319e
6. Типы отопления. Обзор систем. <https://www.sdvor.com/articles/typy-otopleniia-obzor-sistem/>
7. Формулы расчета тепловой энергии..<https://www.tproekt.com/formula-rasceta-teplovoj-energii-na-otoplenie/>

Оценочный лист

	Критерии	Показатель	Баллы
1	Выполнен минимум по образцу учителя	Выполнены задания 1, 2, 3, 4 (1) и требования 1, 3.	До 40
2	Выполнен максимум по образцу учителя	Работа выполнена согласно инструкции	До 5
3	Проведен сравнительный анализ полученных данных	Составлена таблица, проведены расчеты, выполнены п.4 (3) и требования 1, 2 и 3.	До 15
5	Работа с информацией	Имение находить нужную информацию	До 5 баллов
6	Оформление проекта	Выполнен п. 5.	До 5 баллов
		Построена схема дома и выполнен п.5.	До 10 баллов (дополнительные)
		Оформление проекта в виде презентации.	До 15 баллов
		Оригинальное оформление	До 10 баллов (дополнительные)
7	Оригинальность решения	Задача решена не по инструкции, при условии, если выполнены требования 1, 2 и 3	До 20 баллов (дополнительные)
8	Время сдачи проекта	Выполнено требование 2	До 5
9	Устная защита проекта	Требование 4. Даны ответы на поставленные вопросы	До 10 баллов
	Итого		0-100

Шкала оценки

Оценка «2» -0-50 баллов
Оценка «3»- 51- 70 баллов
Оценка «4»-71- 85 баллов
Оценка «5»-86-100 баллов
Сертификат Победителя за успешное выполнение проектной работы за баллы выше 100

Тема урока: Показательная функция, ее свойства и график

Технологическая карта урока №17 представлена в Таблице 1.

УМК: Алгебра, 11 класс, учебник и задачник под редакцией Мордкович А. Г.; «Живая математика».

Цель: развитие элементов ПУУД:

-общеучебных: поиск и выделение искомой информации, представление информации графически и схематически;

-логических: сравнительный анализ, синтез полученных сведений и вывод.

-исследовательских: аргументирование своего мнения, позиции, формулирование и озвучивание вопросов.

Домашняя работа

Инструкция для обучающегося (базовый уровень)

Твоя цель: Знакомство с понятием «Показательная функция». Изучение ее свойств и построение графиков.

Задания: Просмотри видео <https://foxford.ru/wiki/matematika/pokazatelnaya-funktsiya>. Заполни Таблицу (табл.1) и проведи сравнительный анализ свойств заданных функций. Выяви сходство/отличие данных функций. Объедини ячейки по горизонтали с общей информацией. Сделай логический вывод. Выясни, применение показательной функции вне предмета «Математика».

Таблица 1.

Сравнительная характеристика свойств показательных функций

Показательная функция – ...		
Функция вида	$y = a^x$ при $a > 1$	$y = a^x$ при $0 < a < 1$
Пример функции	$y = 3^x$	$y = (1/3)^x$
Ее график (Картинка с графиком заданной функции, построенным в «Живой математике»		
$D(f)$		
$E(f)$		
Нули функции		
Точки пересечения с осью OY		
Разрывна/непрерывна		
Возрастает/убывает.		

(Устно ответь, от чего это зависит)		
-------------------------------------	--	--

Сравни выражения:

а) $4^2 \dots 4^{1.4}$; б) $1/5^3 \dots (1/5)^4$; в) $6^{-5} \dots (1/6)^{3/2}$; г) $(5/2)^{\sqrt{3}} \dots (5/2)^{1.7}$.

Сформулируй возникшие вопросы (1 минимум) по теме работы.

Инструкция для обучающегося (углубленный уровень)

Задание: учебник п. 39. Просмотри внимательно видео:

<https://yandex.ru/video/preview/3596190161584604980>

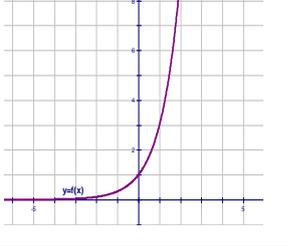
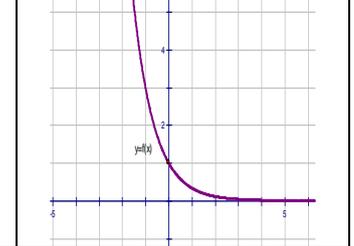
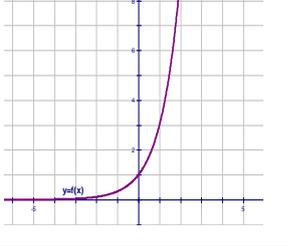
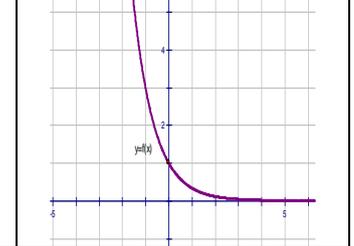
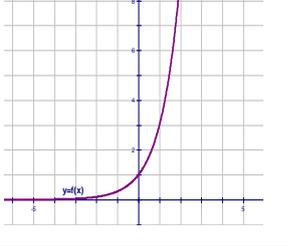
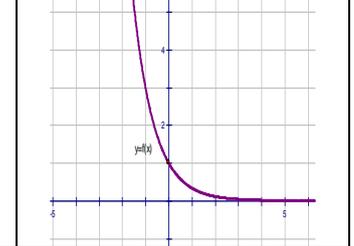
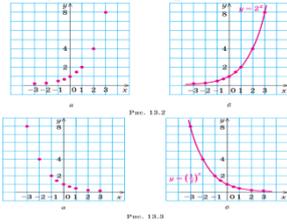
В тетради запиши тему и выпиши определение и свойства $y = a^x$ при $a > 1$ и $0 < a < 1$ в сравнительную таблицу и проведи сравнительных анализ полученных данных. Выполни построение 2-3 (по выбору) функций из просмотренного видеоматериала.

Сравни выражения: а) $4,1^{1.5} \dots 4^{2/3}$; б) $(2/5)^3 \dots 1/5^4$; в) $6^{-5} \dots (1/6)^{3/2}$; г) $(5/2)^{\sqrt{3}} \dots (5/2)^{1.7}$. Сформулируй возникшие вопросы (1-2) по теме работы.

Таблица 2.

Технологическая карта урока

Этапы деятельности/ мин после организационного момента(1)	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	
		Выполнили домашнее задание	Выполнили наполовину или не выполнили домашнее задание
		1 группа	2 группа
Проверка д.р.(2)	Проверяет рабочие тетради.	Демонстрируют результаты работы.	
Самостоятельная работа (10-15)	Отправляет ссылку для тестирования (проверка базовых знаний): https://onlinetestpad.com/ru/test/1056263-pokazatel'naya-funkciya-i-ee-svojstva После выполнения подходит к каждому ученику, выставляет оценки в журнал. Тест рассчитан на 5-10 минут. Плюсы данного тестирования. Учителю видно: фамилия и имя участника, количество затраченного времени, оценка и все ответы, в том числе неверные, которые позволяют выявить пробелы в знаниях.	Выполняют проверочные тесты за компьютерами Демонстрируют и отправляют полученные результаты (ссылки) учителю через мессенджеры https://onlinetestpad.com/ru/testresult/1056263-pokazatel'naya-funkciya-i-ee-svojstva?res=cq2rglpvxqtvo	

Рубрика «Искусство задавать вопросы» (2-5)	Дает обоснованные ответы.	Дети на данном этапе учатся формулировать и задавать краткие, понятные вопросы.																																									
Актуализация знаний (3-5)	-Ребята, поделитесь, что вы нового узнали при выполнении домашней работы? Задаёт вопросы по теме урока. В процессе всего урока координирует деятельность учащихся, особенно 2 группы. После ответов детей, показывает образец конспекта на интерактивной доске (таблица ниже).	Отвечают на вопросы учителя, аргументируют свое мнение.	Слушают ответы учащихся и делают краткую запись в тетрадях.																																								
<table border="1"> <tr> <td colspan="4" data-bbox="499 712 1444 745">Показательная функция - функция вида $y = a^x$, где $a \neq 1$ и $a > 0$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="499 745 786 779">Функция вида</td> <td data-bbox="794 745 1082 779">$y = a^x$ при $a > 1$</td> <td colspan="2" data-bbox="1090 745 1444 779">$y = a^x$ при $0 < a < 1$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="499 779 786 813">Пример функции</td> <td data-bbox="794 779 1082 813">$y = 3^x$</td> <td colspan="2" data-bbox="1090 779 1444 813">$y = (1/3)^x$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="499 813 786 1059">Ее график (картинка с графиком заданной функции, построенным в «Живой математике»).</td> <td data-bbox="794 813 1082 1059"></td> <td colspan="2" data-bbox="1090 813 1444 1059"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="499 1059 786 1093">D(f)</td> <td colspan="3" data-bbox="794 1059 1444 1093">$(-\infty; +\infty)$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="499 1093 786 1126">E(f)</td> <td colspan="3" data-bbox="794 1093 1444 1126">$(0; +\infty)$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="499 1126 786 1160">Нули функции</td> <td colspan="3" data-bbox="794 1126 1444 1160">Отсутствуют</td> </tr> <tr> <td data-bbox="499 1160 786 1216">Точки пересечения с осью OY</td> <td colspan="3" data-bbox="794 1160 1444 1216">$(0; 1)$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="499 1216 786 1249">Прерывна/непрерывна</td> <td colspan="3" data-bbox="794 1216 1444 1249">Непрерывна</td> </tr> <tr> <td data-bbox="499 1249 786 1317">Промежутки монотонности</td> <td data-bbox="794 1249 1082 1317">Монотонно возрастает</td> <td colspan="2" data-bbox="1090 1249 1444 1317">Монотонно убывает</td> </tr> </table>				Показательная функция - функция вида $y = a^x$, где $a \neq 1$ и $a > 0$				Функция вида	$y = a^x$ при $a > 1$	$y = a^x$ при $0 < a < 1$		Пример функции	$y = 3^x$	$y = (1/3)^x$		Ее график (картинка с графиком заданной функции, построенным в «Живой математике»).				D(f)	$(-\infty; +\infty)$			E(f)	$(0; +\infty)$			Нули функции	Отсутствуют			Точки пересечения с осью OY	$(0; 1)$			Прерывна/непрерывна	Непрерывна			Промежутки монотонности	Монотонно возрастает	Монотонно убывает	
Показательная функция - функция вида $y = a^x$, где $a \neq 1$ и $a > 0$																																											
Функция вида	$y = a^x$ при $a > 1$	$y = a^x$ при $0 < a < 1$																																									
Пример функции	$y = 3^x$	$y = (1/3)^x$																																									
Ее график (картинка с графиком заданной функции, построенным в «Живой математике»).																																											
D(f)	$(-\infty; +\infty)$																																										
E(f)	$(0; +\infty)$																																										
Нули функции	Отсутствуют																																										
Точки пересечения с осью OY	$(0; 1)$																																										
Прерывна/непрерывна	Непрерывна																																										
Промежутки монотонности	Монотонно возрастает	Монотонно убывает																																									
Закрепление знаний (10-15)	<p>Задание 1.</p> <p>-Постройте экспоненты по заданным точкам (рисунки слева, справа-полученный результат)</p>  <p>Какие характерные особенности вы заметили. Обоснуйте ответ.</p> <p>Задание 2.</p> <p>Постройте график показательной функции в среде «Живая математика». Обоснуйте алгоритм построения заданной функции. Исследуйте функцию</p>		<p>На партах карточки, которые раздал учитель. Выполняют построение.</p> <p>При выполнении задания 1, замечают, делают вывод, что график искомой функции $y = (1/2)^x$ можно получить из графика функции $y = 2^x$ с помощью геометрических преобразований.</p> <p>Определяют ось симметрии и то, что к графикам показательной можно провести не вертикальную касательную в любой его точке, в том числе и в точке $(0; 1)$, наличие производной функции в этой точке.</p> <p>Проводят исследование функции. Работают самостоятельно за</p>																																								

	$y = \left \left(\frac{1}{3} \right)^{ x } - 3 \right $ на монотонность. Задание 3. Задачник стр.132, №39.06;39.08 Индивидуально работает с детьми из 2 группы.	компьютерами группами – по 2 человека: состав группы - разноуровневый. Ученики, усвоившие тему, по очереди комментируют свои учебные действия.
Рефлексия (2)	Подводит совместно с детьми итоги урока. -Ребята, чему научились и.т.п. Оцените свои результаты	Анализируют, достигнута ли цель урока, какие трудности возникли в процессе домашней и очной работы.
Домашнее задание (1)	Учебник: п.39. Задачник № 39.2 и 39.3 (на «3»). Постройте экспоненту $y = (3/2)^x$ и выделите особенности графика (на «4») На «5» выполните творческое задание: «Историческая справка об изучаемых функциях». Подготовьте мини-доклад (2-3мин). -Спасибо за внимание!	Фиксируют домашнее задание.

Входное диагностическое тестирование по теме «Показательные уравнения» (критериально-ориентированный, бланочный, гомогенный тест, состоит из заданий открытого и закрытого типа).

В-1

Задания с кратким ответом.

A1. Установите соответствия

1) $(ab)^x$	а) $a^{x_1+x_2}$
2) функция $y = a^x$ является возрастающей, если	б) $0 < a < 1$
3) функция $y = a^x$ является убывающей, если	в) $a^x b^x$
4) $\frac{a^x}{b^x}$	г) $\left(\frac{a}{b}\right)^x$
5) $\frac{a^{x_1}}{a^{x_2}}$	д) $a > 1$
6) $a^{x_1} * a^{x_2}$	е) $a^{x_1-x_2}$

A2. Найдите x , если $9^x = \frac{1}{9}$

1) 1; 2) 0; 3) -1; 4) 2.

A3. Найти корень уравнения $5^x = 125$.

1) 3; 2) 0; 3) 2; 4) 1.

A4. Найдите уравнение с корнем $x = -4$:

1) $2^{-x} = 16$ 2) $3^x = 81$; 3) $2^x = 16$; 4) $3^x = \frac{1}{81}$ 5) $4^x = \frac{1}{256}$.

A5. Решите уравнение с помощью замены переменной, в ответе укажите его наименьший корень: $9^x - 4 * 3^x - 45 = 0$.

1) не имеет корней; 2) 2; 3) -5; 4) 0.

Задания с развернутым ответом.

В1. Найдите сумму корней уравнения: $3^{-5x+3x^2} = 3^{2x-1+2x^2}$.

В2. Решите уравнение, упростив обе части: $3^{2x} * 3^6 = 8 * 2^x$

С1. Докажите, что уравнение $5^x + 14^x = 19$ имеет только один корень $x = 1$.

С2. Найдите точку (и) пересечения функций $6^{2x-2} - 1 = y$ и $\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{x}{2}} = y$ и изобразите схематически их графики.

Итоговое диагностическое тестирование по теме «Показательные уравнения» **В- 1**

Задания с кратким ответом.

A1. Установите соответствия

1) $(ab)^x$	а) $a^{x_1+x_2}$
2) $a>1$	б) $0<a<1\frac{a^{x_1}}{a^{x_2}}$
3) функция $y =a^x$ является убывающей, если	в) $a^x b^x$
4) $\frac{a^x}{b^x}$	г) $(\frac{a}{b})^x$
5) $0<a<1$	д) функция $y =a^x$ является возрастающей, если $a>1$
6) $a^{x_1}*a^{x_2}$	е) $a^{x_1-x_2}$

A2. Найти корень уравнения $6^X= 216$.

1) 3; 2) 0; 3) 2; 4) 1; 5) нет корней.

A3. Найдите x , если $11^X=\frac{1}{11}$

1) 1; 2) 0; 3) -1; 4) 2.

A4. Найдите уравнение с корнем $x=2$

1) $5^{-X}= 25$ 2) $11^X=121$; 3) $9^X= 81$; 4) $3^X=\frac{1}{81}$; 5) $8^{-X}=\frac{1}{64}$.

A5. Решите уравнение с помощью замены переменной, в ответе укажите его наибольший корень: $9^x-4*3^x-45=0$.

1) не имеет корней; 2) 0; 3) -5; 4) 2.

Задания с развернутым ответом.

В1. Найдите разность корней уравнения: $3^{-4x+2x^2} = 3^{x-1+3x^2}$.

В2. Решите уравнение, упростив обе части: $4^{2x} * 4^6 =16 * 2^x$

С1. Докажите, что уравнение $3^x+7^x= 58$ имеет только один корень $x=2$.

С2. Найдите точку (и) пересечения функций $4^{2x-2} -2=y$ и $(\frac{1}{16})^{\frac{x}{2}}=y$

и изобразите схематически их графики.