

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. АСТАФЬЕВА)

Институт/факультет/филиал математики, физики и информатики
(полное наименование института/факультета/филиала)
Выпускающая(ие) кафедра(ы) математики и методики обучения математике
(полное наименование кафедры)

Писаренко Ксения Павловна

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Тема: Формирование математической грамотности обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и её применение»

Направление 44.04.01 Педагогическое образование
подготовки/специальность (код направления подготовки/код специальности)
Магистерская программа «Математическое образование в условиях ФГОС»
(наименование профиля программы)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ
Заведующий кафедрой: д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина
«22» ноября 2022 г.
(дата, подпись)

Руководитель магистерской программы:
д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина
«22» ноября 2022 г.
(дата, подпись)

Научный руководитель:
канд. пед. наук., доцент О.В. Тумашева
«21» ноября 2022 г.
(дата, подпись)

Дата защиты 23.12.2022
Обучающийся: К.П. Писаренко
«21» ноября 2022 г.
(дата, подпись)

Оценка _____
(прописью)

Красноярск 2022

Содержание

Введение	3
ГЛАВА 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ»	8
1.1. Математическая грамотность как актуальный образовательный результат	8
1.2. Потенциал темы «Производная и её применение» для формирования математической грамотности обучающихся	21
1.3. Модель формирования математической грамотности обучающихся	27
Выводы по главе 1	38
ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ»	39
2.1 Проектирование содержательного компонента методики формирования математической грамотности обучающихся	39
2.2. Проектирование процессуально-технологического компонента компонента методики формирования математической грамотности обучающихся	48
2.3. Описание организации и результатов экспериментальной работы	56
Выводы по главе 2	69
Заключение	70
Библиографический список	72
Приложение А.	80
Приложение Б.	82

Введение

Актуальность исследования.

Цели и задачи развития сферы российского образования заключаются в достижении конкурентоспособности Российской Федерации среди других стран и вхождение в десятку лидирующих по качеству образования стран [35]. Исследование Programme for International Student Assessment (PISA) позволяет выявлять рейтинг стран [42]. В своих исследованиях В.С. Басюк и Г.С. Ковалева определяют, что конкурентоспособность «определяется качеством и доступностью образования, способностью выпускников выдержать конкуренцию в овладении новыми знаниями и технологиями, адаптироваться к условиям обучения, которые постоянно изменяются, будущей профессиональной деятельности и жизни» [7]. На сегодняшний день исследование PISA занимается проверкой личностных качеств, сформированных компетенций, а также сформированность базовых навыков обучающихся. Через данные показатели оценивается качество образования в стране. Эти навыки, качества и компетентности нужны любому современному человеку для реализации себя как успешной личности в современных реалиях XXI века. Самые необходимые для успешной жизнедеятельности человека навыки – это базовые навыки обучающихся, которые включают в свой состав такие виды грамотностей как: математическая, читательская и естественнонаучная. Для решения более сложных задач необходимо владеть глобальными компетенциями, которые включают в себя навыки кооперации и коммуникации, а также, что не мало важно, включают в себя креативное и критическое мышление.

Совместно все виды грамотности и глобальные компетенции читательская, математическая и естественнонаучная грамотность, глобальные компетенции демонстрируют комплекс знаний и умений обучающихся, которые необходимы современному человеку в реальной жизни для полноценного функционирования. Таким образом комплекс всех видов грамотностей и глобальных компетенций человека показывает уровень

его функциональной грамотности. А.А. Леонтьев писал, что «функционально грамотный человек – это человек, который способен использовать все постоянно приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений» [36].

Таким образом, математическая грамотность обучающихся, являющаяся приоритетным направлением исследования PISA 2021 г., является структурной составляющей функциональной грамотности школьников. В исследованиях, проводимых до 2018 г., под математической грамотностью понималась «способность человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живет, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину» [41]. В рамках исследования PISA-2021 математическая грамотность рассматривается как «способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане в 21 веке» [42]. В связи с этим в практике обучения математике необходимо использовать не только математические задачи, ориентированные на применение предметных знаний, но и специальные задания, включающие учебные и практико-ориентированные задачи, способствующие развитию метапредметных результатов обучения математике, которые являются базой для формирования математической грамотности как составляющей функциональной грамотности на школьном уровне. Эти задания должны обеспечивать достижение учащимися более

высокого уровня математической грамотности, следовательно, более успешное выполнение учащимися заданий международных исследований. Таким образом, в направлении достижения этой цели стоит задача разработки учебно-методических материалов, эффективные средства, приёмы и технологии формирования, развития и оценки математической грамотности учащихся.

Отмечая практическую и теоретическую значимость данных исследований, для разрешения задачи, вхождения Российской Федерации в число десяти ведущих стран мира по качеству общего образования, следует отметить, что на сегодняшний день недостаточно разработаны технологические и методические аспекты обучения, направленные на формирование у обучающихся математической грамотности, средствами предметной области «Математика».

Проведенный анализ результатов научных исследований, направленных на формирование математической грамотности позволил определить ряд **противоречий**:

– между требованиями программы международной оценки обучающихся и недостаточной разработанностью на сегодняшний день технологических и методических аспектов обучения, направленных на формирование этих результатов у обучающихся.

– между возможностями, представляемыми предметной областью «Математика» для формирования у обучающихся математической грамотности и недостаточным использованием этих возможностей в организации процесса обучения.

Потребность в разрешении вышеназванных противоречий определяет **проблему** исследования, которая заключается в поиске ответа на вопрос: как осуществлять процесс обучения математике в школе, чтобы Российское образование стало конкурентоспособным?

Цель исследования: разработать, теоретически обосновать и опытно-экспериментальным путем проверить результативность методики формирования математической грамотности в 10-11 классах в процессе изучения темы «Производная и её применение».

Объект исследования: процесс изучения темы «Производная и её применение».

Предмет исследования: методика формирования математической грамотности обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и её применение»

Гипотеза исследования: формирование математической грамотности у обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и её применение» будет результативно, если:

на теоретическом уровне: конкретизировано понятие математической грамотности, определены возможности темы «Производная и её применение» в формировании математической грамотности у обучающихся 10-11 классов, разработана модель формирования математической грамотности у обучающихся 10-11 классов, охарактеризованы уровни сформированности математической грамотности;

на практическом уровне: разработана методика формирования математической грамотности у обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и её применение», спроектированы компоненты методики формирования математической грамотности у обучающихся 10-11 классов: содержательный, технологический, контрольно-оценочный, проверена эффективность разработанной методики в ходе экспериментальной работы.

Для достижения поставленной цели и проверки выдвинутой гипотезы были поставлены следующие **задачи исследования:**

1. На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы описать математическую грамотность обучающихся как актуальный образовательный результат; раскрыть потенциал темы

«Производная и ее применение» для формирования математической грамотности обучающихся;

2. Разработать модель формирования математической грамотности обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и ее применение»;

3. На основе полученной модели разработать методику формирования математической грамотности обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и ее применение»;

4. Проверить эффективность разработанной методики в ходе экспериментальной работы.

Опытно-экспериментальная база: Опытно-экспериментальная часть исследования проводилась на базе МБОУ Элитовская средняя общеобразовательная школа в поселке Элита Емельяновского района Красноярского края.

В экспериментальной работе участвовали 26 обучающихся 10 класса.

Апробация результатов исследования. Основные положения диссертационного исследования получили отражение в форме выступлений и публикаций на VIII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции «Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты» (г. Красноярск, 2021 г.); на XI Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, посвященной 90-летию КГПУ им. В.П. Астафьева (г.Красноярск, 2022 г.).

По результатам исследования опубликованы 2 работы.

Структура работы состоит из введения, двух глав, шести параграфов, заключения, библиографического списка, списка приложений. В работе приведены таблицы, рисунки, схемы и приложения.

ГЛАВА 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ»

1.1. Математическая грамотность как актуальный образовательный результат

В современном обществе образование становится в центре многих жизненных проблем, как отдельно взятых регионов, так и всей страны в целом, эти проблемы могут быть связаны с духовными, экономическими, нравственными, политическими и многими другими сферами жизни. В настоящее время образование теряет самоценность, но приобретает все большую ценность для конкурентоспособности страны на мировой арене. В сложившихся условиях, образование становится одним из важнейших факторов экономического роста, национальной безопасности, благосостояния страны в целом и каждого гражданина в частности. Главной целью образовательной политики, в условиях увеличения ценности образования для развития страны, становится обеспечение качественного современного образования, при этом важно, чтобы оно соответствовало актуальным проблемам человечества и позволяло их успешно разрешать. В связи с происходящими изменениями в современном обществе, должны измениться и подходы к образовательным результатам обучающихся.

Образовательные результаты можно трактовать по-разному, в литературе например они трактуются, и как качества личности, и как компетенции человека, и как ЗУНы, и даже как личность в целом. Результатом образования будет являться абсолютно все перечисленное ранее, при этом это может быть прямым результатом или опосредованным.

Уточнение понимания образовательного результата особо важно для построения технологий, которые по определению призваны его гарантировать.

В исследованиях В. В. Краевского, И. Я. Лернера [27], М. Н. Скаткина [17, 19] определяется понимание образовательного результата как социального опыта. Социальный опыт трактуется как совокупность деятельностей, каждая из которых предполагает наличие цели, средств, способов и результата. «Главная социальная функция образования - передача опыта, накопленного предшествующими поколениями людей. Он представляет собой деятельность, воплощенную в знаниях, умениях, творчестве и отношении к миру» [17].

Некоторые исследователи трактуют образовательный результат как результат обучения, например Абрамова Н.С., Гладкова М.Н., Ваганова О.И. [1] определяют результат обучения как ожидаемые и измеряемые конкретные достижения выпускников, выражающихся с помощью знаний, умений, навыков, компетенций, которые показывают, что выпускник должен продемонстрировать по окончании части или всей образовательной программы.

В Федеральном законе «Об образовании в Российской Федерации» образовательный результат определяется как результат, который целенаправленно формируется в рамках образовательного процесса дидактическими средствами [26] и представлены тремя основными группами (блоками), представленными на рис.1 [55]:



Рисунок 1. Образовательные результаты по ФГОС

Изменения социального заказа и подходов к результатам образования ведут к изменению в стратегических задачах развития страны и изменению национальных целей. В указе президента России В.В. Путина от 7 мая 2018 года определены цели и стратегические задачи развития РФ на период до 2024 года. В целях осуществления прорывного научно-технического и социально-экономического развития страны планируется обеспечение вхождения России в число пяти крупнейших экономик мира, в том числе обеспечение темпов экономического роста выше мировых. Правительству Российской Федерации поручено обеспечить глобальную

конкурентоспособность российского образования, вхождение нашей страны в число 10 ведущих стран мира по качеству общего образования [54].

Международные исследования в области образования год за годом подтверждают, что российские учащиеся сильны в области предметных знаний, но у них возникают трудности во время переноса предметных знаний в ситуации, приближенные к жизненным реальностям. Основной причиной невысоких результатов российских учащихся является недостаточная сформированность способности использовать (переносить) имеющиеся предметные знания и умения при решении задач, приближенных к реальным ситуациям, а также невысокий уровень овладения общеучебными умениями – поиска новых или альтернативных способов решения задач, проведения исследований или групповых проектов.

Требования к образовательным результатам определяется в федеральных государственных образовательных стандартах. В стандартах нового поколения акцентировано внимание на формирование функциональной грамотности обучающихся средствами различных предметных областей.

Функциональная грамотность - это способность решать учебные задачи и жизненные проблемные ситуации на основе сформированных предметных, метапредметных и универсальных способов деятельности, включающей овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу готовности к успешному взаимодействию с изменяющимся миром и дальнейшему успешному образованию [40].

То есть функциональная грамотность демонстрирует как человек способен использовать полученные в ходе обучения в школе знания для разрешения реальных жизненных проблем и находить наилучшие пути для решения возникающих ситуаций.

При рассмотрении понятия функциональная грамотность можно выделить следующие составляющие (рис.2):



Рисунок 2. Составляющие функциональной грамотности

Кратко рассмотрим понятие каждой составляющей функциональной грамотности (таблица 1).

Таблица 1

Компоненты функциональной грамотности

Компонент функциональной грамотности	Определение
Читательская грамотность	способность человека понимать и использовать письменные тексты, размышлять о них и заниматься чтением, чтобы достигать своих целей, расширять свои знания и возможности, участвовать в социальной жизни [33].
Естественнонаучная грамотность	способность человека занимать активную гражданскую позицию по вопросам, связанным с естественнонаучными идеями: научно объяснять явления; понимать особенности естественнонаучного исследования; интерпретировать данные и использовать научные доказательства [32]

Математическая грамотность	способность формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах: применять математические рассуждения; использовать математические понятия и инструменты [46].
Финансовая грамотность	знание и понимание финансовых понятий и финансовых рисков, а также навыки, мотивацию и уверенность, необходимые для принятия эффективных решений в разнообразных финансовых ситуациях, способствующих улучшению финансового благополучия личности и общества, а также возможности участия в экономической жизни [20].
Креативное мышление	компонент функциональной грамотности, под которым понимают умение человека использовать свое воображение для выработки и совершенствования идей, формирования нового знания, решения задач, с которыми он не сталкивался раньше. По версии PISA, креативное мышление также способность критически осмысливать свои разработки, совершенствовать их [33].
Глобальные компетенции	<p>Под глобальными компетенциями в исследовании понимаются способности:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ критически рассматривать с различных точек зрения проблемы глобального характера и межкультурного взаимодействия; ➤ осознавать, как культурные, религиозные, политические, расовые и иные различия влияют на восприятие, суждения и взгляды людей; ➤ вступать в открытое, уважительное и эффективное ➤ взаимодействие с другими людьми на основе разделяемого всеми уважения к человеческому достоинству [33].

В настоящее время математика становится главным инструментом для решения множества жизненных задач, с которыми сталкивается современный человек. Зачастую именно методы, используемые в математике, позволяют решать задачи организации производства, помогают анализировать различные экономические закономерности и ситуации, а также находить оптимальные способы решения проблем и множество других задач, с которыми человек сталкивается в своей жизнедеятельности. В связи с этим знания из предметной области «математика» все чаще применяются обществом, что может свидетельствовать о том, что повышается престиж математического образования. Так сложилось, что далеко не всегда результаты образования обучающихся соответствуют потребностям, с которыми обучающиеся сталкиваются в жизни после окончания школы. Соответственно цели школьного образования меняются и на сегодняшний день очень важно научить обучающихся, не только знать математические методы, но и уметь применять их в любых других областях жизнедеятельности. Для реализации данной цели наиболее важно становится формировать математическую грамотность обучающихся.

В исследованиях PISA, проводимых до 2018 г., под математической грамотностью понималась «способность человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живет, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину» [41].

В своих исследованиях Ю.М. Колягин рассматривает математическую грамотность, как способность субъекта рассуждать и строить выводы математически, используя математику решать ряд проблем любого характера [21].

При этом Б.Т. Лихачев считает, что математически грамотен тот, кто способен не только понимать роль математики, но и может её определить, выражаться на математически грамотном языке и решать проблемы при

помощи математики, подобно понимающему и образованному, и что важнее осознающему, представителю современного общества [28].

Мы будем придерживаться определения математической грамотности используемого в рамках исследования PISA-2021, где математическая грамотность рассматривается как «способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане в 21 веке» [42].

Модель математической грамотности PISA (рис. 3) представляет собой циклический процесс, который описывается четырьмя действиями в реальном и математическом мирах.



Рисунок 3. Модель математической грамотности PISA

Представленная модель математической грамотности отчасти напоминает метод решения текстовой задачи на уроке математики:

1. Понять суть проблемы (задачи) в контексте ее практической направленности.
2. Переформулировать практическую задачу в задачу математическую.
3. Применить соответствующий математический аппарат для ее решения.
4. Перевести (интерпретировать) результат на естественный язык, т.е. снова «уложить» задачу в плоскость реальности – оценить результат решения и его соответствие поставленной проблеме (задаче).

В процессе развития математической грамотности можно выделить следующие этапы (таблица 2) [53].

Таблица 2

Этапы развития математической грамотности

Метапредметные результаты	Математическая грамотность
Уровень узнавания и понимания	Находит и извлекает в различных текстах математическую информацию
Уровень понимания и применения	Применяет математические знания для решения проблем (задач) различного рода
Уровень анализа и синтеза	На основе анализа ситуации формулирует математическую проблему
Уровень оценки (рефлексии) в рамках предметного содержания	Интерпретирует и оценивает математические данные в контексте лично значимой ситуации
Уровень оценки (рефлексии) в рамках метапредметного содержания	Интерпретирует и оценивает математические данные в контексте национальной или глобальной ситуации

Обучающиеся должны уметь решать любые поставленные перед ними жизненные задачи, используя знания полученные на уроках математики. В зависимости от возможности обучающихся использовать математические знания, можно выделить шесть уровней сформированности математической грамотности (таблица 3) [53].

Таблица 3

Уровни математической грамотности

Уровень	Показатели
1 Базовый	<p>Выбирает и объединяет представленную информацию, проводит анализ практической задачи.</p> <p>Работает с явными моделями для сложных конкретных ситуаций.</p> <p>Использует свой ограниченный диапазон умений и рассуждает с некоторой проницательностью в прямом контексте</p> <p>Дает объяснения и приводит аргументы на основе своих действий</p>
2 Средний низкий	<p>Применяет концепции и проводит операции для решения задач, объясняет ход решения.</p> <p>Выбирает, сравнивает и оценивает стратегию решения комплексной задачи, аргументирует свои действия</p> <p>Разрабатывает и оперирует моделями для сложных ситуаций, выявляет ограничения.</p> <p>Работает стратегически, используя хорошо развитые навыки мышления</p> <p>Анализирует сделанную работу, формулирует и делится своими интерпретациями</p>
3 Средний	<p>Обобщает и использует информацию</p> <p>Использует знания в нестандартных контекстах.</p> <p>Связывает источники информации и переходит между ними.</p> <p>Применяет продвинутое математическое мышление</p> <p>Применяет свое видение наряду с навыками символических и формальных математических операций, чтобы развить новые подходы решения задач.</p> <p>Анализирует свои действия и точно сообщает о своих выводах и об их соответствии исходной ситуации</p>
4 Средний высокий	<p>Обучающийся выбирает и объединяет представленную информацию, проводит анализ практической задачи</p> <p>Работает с явными моделями для сложных ситуаций.</p> <p>Использует свой ограниченный диапазон умений и рассуждает с некоторой проницательностью в прямом контексте.</p> <p>Объясняет и приводит аргументы на основе своих действий</p>

5 Высокий	<p>Ученик применяет математические концепции и проводит операции для решения незнакомых задач, объясняет ход решения</p> <p>Выбирает, сравнивает, оценивает и аргументирует стратегию решения комплексной задачи.</p> <p>Разрабатывает и оперирует моделями для сложных ситуаций, выявляет ограничения.</p> <p>Работает стратегически</p> <p>Анализирует работу, формулирует интерпретации и делится ими</p>
6 Наивысший	<p>Школьник обобщает и использует информацию на основе своих исследований</p> <p>Использует свои знания в нестандартных контекстах</p> <p>Связывает источники информации и плавно переходит от одних к другим.</p> <p>Применяет свое видение, чтобы развить новые подходы решения задач</p> <p>Анализирует действия, сообщает о выводах и об их соответствии и исходной ситуации.</p>

Успешность в проявлении математической грамотности во многом зависит от уровня сформированности универсальных учебных действий. Поэтому определим математическую грамотность в структуре УУД (рис.4) [53].



Рисунок 4. Математическая грамотность в структуре УУД.

На рисунке 5 представлены результаты исследования PISA, полученные российскими школьниками в период 2003-2021 г. Данные на диаграмме демонстрируют средние баллы выполнения заданий.

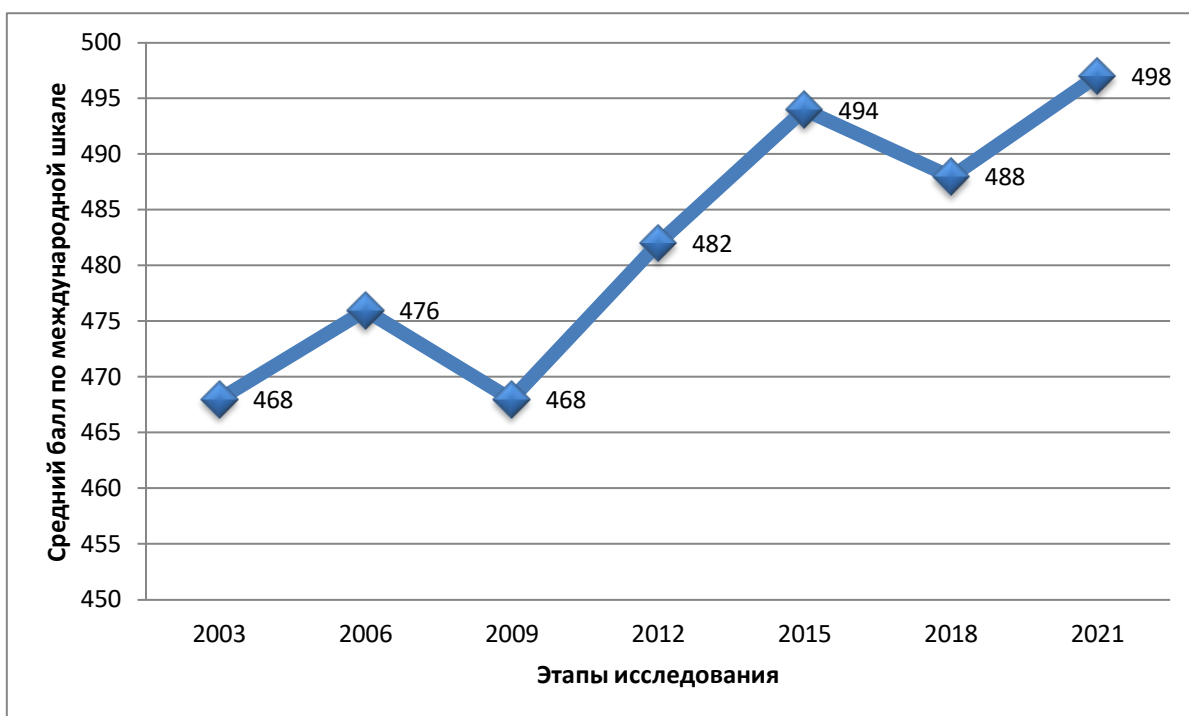


Рисунок 5. Результаты РФ в исследовании PISA по математической грамотности 2003 – 2021 г.

По данным диаграммы наглядно видно, что за последние девять лет показатели математической грамотности среди школьников РФ значительно улучшились по сравнению с первыми годами диагностики. При этом не смотря на то, что показатели улучшаются, на 2021 год средний по математической грамотности составил 498, что позволяет РФ быть всего на 24 месте по результатам исследования. Так же важно отметить, что среди участников общероссийской оценки по модели PISA 19% не достигли порогового уровня по математической грамотности [44].

Математическая грамотность в современном мире необходимый для выпускника школы результат. Без развитой математической грамотности человек не сможет успешно развиваться в мире, в экономике, в политике, в бизнесе и т.д., т.к. именно этот результат образования адаптирует школьников к самостоятельной жизни, формирует возможность применять полученные школьные знания в реальных жизненных ситуациях. В связи с этим, можно утверждать, что в настоящее время математическая грамотность

это один из самых важных и актуальных образовательных результатов, которые необходимо формировать у обучающихся.

1.2. Потенциал темы «Производная и её применение» для формирования математической грамотности обучающихся

Большую часть своих усилий человек тратит на поиск наилучшего, оптимального решения поставленной задачи. Как, располагая определенными ресурсами, добиться наиболее высокого жизненного уровня, наивысшей производительности труда, наименьших потерь, максимальной прибыли, минимальной затраты времени – так ставят вопросы, над которыми приходится думать каждому члену общества. Не все такие задачи поддаются точному математическому описанию, не для всех из них найдены короткие пути решения. Однако часть таких задач поддается исследованию с помощью методов математического анализа – это задачи, которые можно свести к нахождению наибольшего или наименьшего значения функции.

Решение таких задач было бы затруднено без такого математического понятия, как производная.

Производная – фундаментальное математическое понятие, используемое в различных вариациях (обобщениях) во многих разделах математики. Это базовая конструкция дифференциального исчисления, допускающая много вариантов обобщений, применяемых в математическом анализе, дифференциальной топологии и геометрии, алгебре [43].

Тема «Производная и её применение», изучаемая в курсе алгебры и начал математического анализа занимает центральное место. При этом, важно отметить, что роль темы имеет мировоззренческое значение, задача о формировании умений, навыков и выработке навыков не ставится.

- сформировать понятие производной, как нового метода в изучении математических дисциплин (опирается на задачи практического характера);

- научить вычислять производные функций в точке (только степенной функции);
- научить применению некоторых правил операций с производной (суммы, произведения, частного);
- простейшее применение производной к решению задач практического характера (нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на промежутке);
- показать применение производной при построении касательной к графику функции.

Чтобы определить особенности изучения темы «Производная и её применение» в школьном курсе математики, проведем сравнительный анализ самых популярных учебников старшей общеобразовательной школы — это учебники авторов Мордковича А.Г. «Алгебра и начала анализа. 10-11 классы» (учебник) и Никольского С.М. и др. «Алгебра и начала анализа. 11 класс». Результаты анализа представлены в таблице 4 [2, 3].

Таблица 4

Сравнительный анализ учебников по теме «Производная»

Категории сравнения	для	Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. 10-11 классы. Учебник. 2013.	Никольский С.М. и др. Алгебра и начала анализа. 11 класс. 2009.
Место введения понятия производной (в 10 классе в начале курса или 11 классе, отсюда вывод о методическом значении темы.		Производная вводится во 2 полугодии 10 класса.	Производная вводится в 1 полугодии 11 класса, поэтому производная обобщает и систематизирует свойства различных функций — тригонометрических, логарифмических, степенных и др.

<p>Математические понятия, используемые для введения понятия производной</p>	<p>Для введения понятия производная вводится понятие предела последовательности, геометрическая прогрессия, предел функции. Данные понятия очень тщательно разобраны и приводится множество примеров для отработки навыков решения задач.</p>	<p>Изучение темы «Производная» начинается с введения понятия приращения функции и формулировки правила его вычисления. Потом рассматриваются дифференцируемые функции. При помощи предела дается определение дифференцируемой функции в точке. На примере доказываются дифференцируемости функций.</p>
<p>Методические особенности введения определения «производной»</p>	<p>Рассматривают две различные задачи, физическую и геометрическую, процесс решения которых как раз и приводит к возникновению новой математической модели.</p>	<p>Сначала рассматриваются задачи с решениями на приращение функции, основываясь на этом вводится определение производной.</p>
<p>Методические особенности введения геометрического смысла производной функции</p>	<p>Именно с геометрического смысла и начинается эта тема. Представлены графики и полное описание. Сформулировано в форме задач с решениями.</p>	<p>Все объяснение дается на наглядных примерах.</p>

Методические особенности изучения применения производной при исследовании функции	В учебнике описан алгоритм исследования функций: 1. Найти производную функции; 2. Найти стационарные и критические точки; 3. Определить знаки производной на получившихся промежутках; 4. Опираясь на теоремы сделать соответствующие выводы о монотонности функции и экстремумах.	В учебнике дается множество теорем по данной теме. Явный алгоритм не представлен.
---	--	---

Понятие производной является одним из самых фундаментальных понятий математики, изучаемых в курсе алгебры и начал анализа общеобразовательной школы. Производная используется в различных науках и имеет обширное прикладное значение.

Для того, чтобы убедиться в прикладном значении темы производная рассмотрим трактовки производной, с которыми обучающиеся старших классов знакомятся в ходе изучения различных школьных предметов (таблица 5).

Таблица 5

Трактовки производной в различных школьных предметах

Предмет	Трактовка
Математика	1. Величина, характеризующая поведение функции: скорость её изменения по отношению к изменению независимой переменной. 2. Геометрический смысл – характеристика крутизны кривой, являющейся графиком функции.
Физика	1. В механике ускорение является производной скорости. 2. В электричестве, ток, протекающий по проводнику, является производной заряда.
Химия	Охарактеризовывает скорость химической реакции, а именно, как быстро меняется концентрация того или иного вещества во время протекания реакции [58].
Биология	Характеризуется средняя производительность жизнедеятельности популяции [18].

Производную функции можно применить там, где есть неравномерное протекание процесса: переменный ток, радиоактивный распад и другие химические реакции, неравномерное механическое движение и другие.

Примеры в таблице 6:

Таблица 6

Применение производной

Область	Применение
Физика	Решение задач на скорость движения материальной точки и вычисление наибольшего и наименьшего значения
Химия	Построение математических моделей химических реакций и описание их свойств.
Экономика	Нахождение производительности труда, минимальных издержек и затрат, а также определение максимально возможной прибыли

Каждый из этих показателей представляет функцию от одной или нескольких переменных, нахождение которых сводится к нахождению производной.

При изучении темы «Производная» на уроке у учителей есть возможность показать метапредметные связи математики с химией, географией, экономикой, биологией, физикой. Так как учащиеся очень часто задаются вопросами: зачем им математика, как она пригодится им в дальнейшем, как знания производной помогут им в повседневной жизни? Найти ответы на эти вопросы, а также показать ученикам связь математики с их будущей профессией, изменить их эмоционально-чувственное отношение к предмету помогут задачи прикладного характера связанные с применением производной [9]. Продемонстрируем практическое применение производной в повседневной жизни в таблице 7 [23].

Практическое применение производной

Деятельность	Применение производной
Транспорт	<p>В практике проектирования сети автомобильных дорог часто возникает необходимость устройства узла разветвления. Местоположение узла и взаимное расположение проходящих через него дорог определяется комплексом экономических и географических условий. Производная позволяет определить каким должен быть угол примыкания дороги к автомагистрали, чтобы затраты времени на перевозки по маршруту были наименьшими.</p>
Строительство	<p>При монтаже промышленных и сельскохозяйственных зданий небольшой высоты широко используются автомобильные краны. Для правильного выбора крана необходимо знать многие исходные данные о сооружаемом объекте. В частности, габаритные данные объекта позволяют заранее определить требуемую длину стрелы крана. Производная позволяет определить длину стрелы автомобильного крана, с помощью которого можно поставить здание.</p>
Деревообработка	<p>Важное народнохозяйственное значение имеет рациональный раскрой древесины. Комплексное решение таких задач требует применение довольно глубоких методов классической и современной математики. Однако отдельные задачи такого рода можно решить, используя только производную. На лесопильных рамах (они предназначены для продольного пиления) бревна часто распиливают на квадратный брус и четыре доски с максимально возможной площадью поперечного сечения. Производная позволяет понять какой должна быть расстановка пил для такой распиловки?</p>
Экономика	<p>В каком направлении изменится доход государства при увеличении налогов или при введении таможенных пошлин? Увеличится или уменьшится выручка фирмы при повышении цены на ее продукцию? Для решения этих вопросов нужно построить функции связи входящих переменных, которые затем изучаются методами дифференциального исчисления с использованием производной.</p>

На сегодняшний день, как видно из написанного ранее, понятие производной применяется в различных областях науки и техники. Свое

практическое применение производная имеет в различных областях науки, таких как: медицина, экономика, физика, биология, а также различных областях профессиональной деятельности: строительство, транспорт, деревообработка. Она дает возможность нам успешно решать не только математические задачи, но и задачи практического характера в разнообразных областях науки и техники. В связи с этим в ходе изучения данной темы у обучающихся формируется способность мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах, именно это позволяет утверждать, что в ходе изучения темы «Производная и её применение» создаются благоприятные условия для формирования математической грамотности обучающихся.

1.3. Модель формирования математической грамотности обучающихся

Одним из методов научного исследования, широко применяемом в педагогических исследованиях, является моделирование. Целесообразность моделирование в педагогической науке обосновывается в трудах В.Г. Афанасьева[6], К.Б. Батароева [8], Б.А. Глинского [15], А.Н. Дахина [16], И.Б. Новика [34], В.А. Штоффа [51] и др.

Наиболее полное определение понятия «модель» даёт В.А. Штофф: «Под моделью понимается такая мысленно представляемая или материально реализованная система, которая, отображая или воспроизводя объект исследования, способна замещать его так, что её изучение дает нам новую информацию об этом объекте» [52]. Данное определение содержит все основные признаки модели:

- 1) Наглядность (модель – мысленно представляемая или материализованная система);
- 2) Способность отражать и воспроизводить изучаемый объект;
- 3) Способность замещать исследуемый объект;
- 4) Способность давать новое знание об исследуемом объекте.

Моделирование в теоретическом исследовании является способом схематичного представления целостного процесса или явления для упрощения его понимания. Моделирование определяется как «метод исследования объектов познания на их моделях; построение и изучение моделей реально существующих предметов и явлений (органических и неорганических систем, инженерных устройств, разнообразных процессов – физических, химических, биологических, социальных) и конструируемых объектов для определения либо улучшения их характеристик, рационализации способов их построения и т.п.» [14].

В педагогической науке моделирование как метод познания широко распространено и используется на всех этапах педагогических исследований. Вопросы моделирования в педагогических исследованиях освещаются в работах С.И. Архангельского [4], Н.В. Кузьминой [24], Ю.Н. Кулюткина [25] и др.

Так, С.И. Архангельский под моделью понимает «специально созданную форму объекта для воспроизведения некоторых характеристик подлинного объекта, подлежащего познанию» [4].

В свою очередь, Е.В. Романов, учитывая специфику модели в педагогических исследованиях, определяет ее как «обобщенный абстрактно-логический образ конкретного феномена педагогической системы, который отображает и репрезентирует существенные структурно-функциональные связи объекта педагогического исследования, представляемый в требуемой наглядной форме и способен давать новое знание об объекте моделирования» [45].

В своих работах А.А. Тембербекова отмечает, что: «Моделирование в педагогических исследованиях выступает как высшая форма наглядности, как средство упорядочивания информации, позволяя более глубоко раскрыть сущность изучаемого явления» [51].

Безусловно, модель отличается от оригинала, но полностью воспроизводит ее характерные особенности. Поэтому при проектировании

процесса обучения математике с учетом концептуальных положений СДП, разрабатывая модель этого процесса, необходимо учитывать ряд требований:

– адекватность: разрабатываемая модель должна отражать в себе наиболее важные качества, связи, характеристики моделируемой реально существующей системы, явления, процесса; точность, т.е. степень совпадения полученных в процессе моделирования результатов с заранее установленными;

– универсальность: разрабатываемая модель должна отражать особенности типичных, реально существующих систем, явлений, процессов в одном или нескольких режимах функционирования. Это позволяет расширить область применимости модели для решения большего круга задач.

Практическая ценность модели в любом педагогическом исследовании в основном определяется ее адекватностью изучаемым сторонам объекта, а также тем, насколько правильно учтены на этапах построения модели основные принципы моделирования – наглядность, определенность, объективность, которые во многом определяют как возможности и тип модели, так и ее функции в педагогическом исследовании.

Наиболее распространенным типом модели является структурная модель, в основе которой лежат сущностные связи и отношения между важнейшими компонентами определенной системы.

В основу проектирования модели процесса обучения нами были заложены следующие принципы:

1) Соответствие целям математической подготовки обучающихся общеобразовательной школы. Модель процесса обучения математике должна быть полностью ориентирована на достижение новых образовательных результатов.

2) Соответствие логике деятельности. Структурные компоненты модели должны отражать состав основных компонентов деятельности:

мотивационно-целевой, содержательной, технологический, коррекционно-оценочный.

3) Технологичность. Модель должна иметь возможность трансформации в алгоритм действий учителя математики по обновлению образовательного процесса.

4) Полнота. Модель должна полностью отражать целостный образовательный процесс, охватывая всех субъектов, все компоненты и этапы обучения.

5) Динамичность. Модель современного образовательного процесса, в том числе и процесса обучения математике, не является статичным образованием. Поскольку модель отражает динамично развивающийся процесс, она должна предусматривать возможность коррекции структурных компонентов и их содержания, в зависимости от изменений, происходящих в системе образования и обществе [52].

На основе выделенных принципов моделирования нами была разработана структурно-содержательная модель формирования математической грамотности обучающихся. Понятие «структура» обозначает взаимосвязь всех компонентов процесса обучения математике, их устройство. Понятие «содержание» включает основные компоненты модели.

Разработанная нами структурно-содержательная модель процесса изучения темы «Производная и её применение» представляет собой систему, состоящую из взаимосвязанных компонентов: содержательный, технологический и коррекционно-оценочный. Все компоненты данной модели определяют организацию процесса обучения и позволяют обеспечить взаимодействие между основными элементами указанного процесса. Каждый компонент модели имеет свои функции, специфическое содержание и методические особенности, и призван решать определенную часть общей педагогической задачи — описать организацию и содержание процесса обучения математике обучающихся общеобразовательной школы.

Мотивационно-целевой компонент модели включает систему целей, обусловленных социальным заказом, задач обучения математике определенных в ФГОС СОО, а также систему ценностей и мотивов обучающихся, сформированность которых оказывает положительное влияние на достижение математической грамотности обучающихся. Данный системообразующий компонент выступает по отношению к остальным компонентам в качестве управляющей инстанции; служит основным фактором, влияющим на разработку их содержательной стороны.

Содержательный компонент структурно-содержательной модели является системообразующим. Он определяет содержание процесса обучения математике, путем обеспечения целостности процесса обучения. Содержательный блок отражает требования к заданиям, структуру и типы заданий, используемых для формирования математической грамотности обучающихся.

Данный компонент является ядром, над которым надстраиваются формы, методы, методические приемы и средства организации учебной деятельности работников организаций.

Содержательный компонент развивается за счет углубления и систематизации знаний и умений в предметной области «математика», актуализации его содержательных связей с другими предметами и жизненными ситуациями, что оказывает значительное влияние на развитие математической грамотности обучающихся.

При изменении содержательной стороны процесса обучения возникает необходимость изменить и подходы к самой организации процесса обучения. Требуется изменение технологических подходов, способов взаимодействия субъектов и т.д., традиционные способы обучения теряют свою эффективность. В связи с этим важно выделить следующий компонент структурно-содержательной модели – технологический, который направлен на регуляцию организации процесса обучения и определяет методы, формы и

средства обучения, которые целесообразно использовать в определенных ситуациях.

Технологический компонент структурно-содержательной модели формирования математической грамотности обучающихся средствами предметной области «Математика» включает в себя систему форм, методов и средств процесса обучения, благодаря которым происходит достижение поставленных целей. Также технологический компонент определяет этапы формирования мат.грамотности и педагогических условий формирования математической грамотности. Под методом обучения будем понимать способ организации взаимодействия педагога и обучающихся, целью которого является передача и усвоение знаний, умений и навыков, направленных на достижение целей обучения [5]. При формировании ключевых навыков XXI века целесообразно использовать такие методы обучения как: проблемный метод, метод проектов, практико-ориентированные задачи в обучении.

Одним из наиболее эффективных методов формирования математической грамотности является проблемный метод. Данный метод подразумевает такую организацию учебного процесса, при которой педагог намерено создаёт проблемную ситуацию, в ходе решения которой обучающиеся развивают способность использования математических знаний для решения проблемных ситуаций[13].

Использование проблемного метода на уроках математики позволяет развивать не только находчивость, сообразительность, но и способность к нестандартным решениям, возможность находить применение уже имеющимся знаниям и умениям. В ходе данной учебной деятельности обучающиеся проводят анализ, обобщение, сравнение явлений, синтез фактов и в конечном итоге находят решение возникшей проблемы.

Проблемный метод обучения позволяет:

- осознать обучающимся необходимость математических знаний в повседневной жизни;

- развить способность формулировать задачу на математическом языке;
- освоить приемы анализа, синтеза, сравнения и классификации информации.

Таким образом, проблемный метод обучения гарантирует качественное изучение материала, развивает навык анализа, синтеза, обобщения и сравнения информации, которые необходимы для успешной жизнедеятельности в современном обществе.

Метод проектов является одним из качественных методов формирования способности обучающихся решать жизненные задачи, используя математические знания. Данный метод обучения будем рассматривать как способ организации образовательной деятельности, который основан на взаимодействии, сотрудничестве и сотворчестве учителя и обучающихся, направленный на достижение намеченной цели [5]. Данный метод предполагает самостоятельный или групповой поиск необходимой информации, синтез и анализ полученных данных, формирование конечного результата в виде готового «продукта» (презентация, доклад, макет и т.д.). Во время работы над проектом обучающимся предлагаются задачи, схожие с жизненными, что побуждает их к активной работе и непосредственно формирует математическую грамотность. Во время презентации своего результата и оценке результатов одноклассников, у обучающихся проявляется умение сформулировать, изложить свои объяснения и аргументы, опираясь на свою интерпретацию, доводы и действия, а также способность ответить на вопросы в знакомых контекстах. Таким образом, данный метод обучения способствует формированию у обучающихся таких важных качеств, как владение логическими действиями.

В процессе формирования математической грамотности обучающихся целесообразно использовать следующие формы обучения: работа в группах, учебные исследования и самостоятельная работа.

Работа в группах позволяет обучающимся в ходе диалога находить совместное решение задачи. Не каждый ребенок может сразу научиться интерпретировать условия задачи на язык математики, но работая в группе обучающиеся совместно рассуждают и приходят к верному преобразованию информации на математический язык. При этом они формируют способность к применению своих математических знаний на решение уже преобразованной задачи. Групповая работа позволяет создавать положительный эмоциональный фон через анализ предложенных ситуаций. При такой форме работы обучающийся учится анализировать, сравнивать, сопоставлять информацию предложенную в задании и те знания, которыми он обладает.

Учебные исследования необходимы для формирования математической грамотности, т.к. в ходе исследований у обучающихся формируются такие навыки, как: владение логическими действиями, умение оперировать математическим аппаратом, умение анализировать, обобщать и использовать информацию, полученную в ходе исследования.

Для формирования умения выбирать, сравнивать и оценивать стратегию решения задачи, а также умения анализировать проделанную работу целесообразно использовать самостоятельную работу. В ходе выполнения самостоятельной работы у обучающегося нет возможности надеяться на кого-то другого, необходимо использовать свои умения, поэтому именно в ходе самостоятельной работы наиболее эффективно формируются элементы математической грамотности.

Контрольно-оценочный компонент структурно-содержательной модели позволяет определить уровень эффективности моделируемого процесса обучения, а также позволяет провести диагностику изменений, происходящих в процессе развития математической грамотности. Данный компонент позволяет проводить мониторинг степени усвоения обучающимися учебного материала, анализ эффективности осуществлённой деятельности, а также даёт возможность корректировать при необходимости

математических знаний, умений и навыков. Данный компонент включает в себя уровни, показатели и средства оценки сформированности математической грамотности.

Образовательным результатом выступает способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах.

Таким образом, результатом эффективной реализации разработанной модели станет:

- систематизация информации относительно процесса развития математической грамотности обучающихся десятых классов;
- определение функционального назначения каждого элемента образовательного процесса в развитии математической грамотности и выявление взаимосвязи между ними;
- определение путей технологической реализации наиболее эффективных педагогических форм и методов работы для достижения развития математической грамотности.

Структурно-содержательная модель развития математической грамотности обучающихся старших классов представлена на рис. 6.

Главной целью данной модели обучения является развитие у обучающихся способности применять математические знания в ходе решения приближенных к реальным жизненным ситуациям задач (практико-ориентированных задач), а также развитие логических действий, которые необходимы для решения таких задач. Для того, чтобы предложенная нами модель стала эффективной, следует наполнить каждый компонент содержанием, который будет направлен на достижение поставленных результатов обучения, поэтому следующим шагом нашего исследования станет разработка рекомендаций по проектированию содержательного компонента процесса обучения математике и описание методических рекомендаций по применению заданий, направленных на формирование

математической грамотности обучающихся средствами предметной области
«Математика».



Рисунок 6. Модель формирования математической грамотности

Выводы по главе 1

На основе теоретического анализа психолого-педагогической и научно-исследовательской литературы нами был охарактеризован основной перечень навыков, являющихся основными для математически грамотного человека. А также раскрыты возможности формирования математической грамотности у обучающихся 10-11 классов в ходе изучения темы «Производная и её применение».

Проведенный анализ результатов научных исследований, направленных на формирование математической грамотности у обучающихся 10-11 классов позволил разработать структурно-содержательную модель формирования математической грамотности у обучающихся 10-11 классов общеобразовательной школы средствами предметной области «математика», в ходе изучения темы «Производная и её применение».

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЕ»

2.1 Проектирование содержательного компонента методики формирования математической грамотности обучающихся

Проблема содержания обучения предмету в разных аспектах обсуждается в трудах И.Я. Лернера [27.], М.Н. Скаткина [50], С.А. Шапоринского [60], С.И. Архангельского [4], М.И. Махмутова [31], А.А. Вербицкого [12], В. Оконь [37], В.В. Краевского [22], Хуторского [59] и других.

Так М.И. Махмутов [31] содержание учебного материала определяет как систему знаний и способов деятельности, которая в качестве модели познания предлагается будущему поколению и воплощается в учебном предмете. А.А.Вербицкий [12] под содержанием обучения понимает продукты социального опыта, представленные в знаковой форме учебной информации, всего того, что необходимо воспринять и усвоить обучающимся. Так же он обращает внимание, что при одном и том же содержании обучения люди получают разный уровень образования. В.В. Краевский [22], А.В. Хуторской [59] определяют содержание учебного материала как один из уровней формирования содержания образования в целом. Это уровень, на котором находят реальное наполнение такие элементы состава содержания образования, как общее теоретическое представления и учебный предмет. Речь идет о конкретных знаниях, умениях, навыках, а также учебных задачах и упражнениях, которые составляют содержание обучения.

Анализ существующего содержания учебно-методических пособий по теме «Производная и её применения», в частности анализ учебников позволяет утверждать, что задания предлагаемые обучающимся 10-11 классов в ходе изучения данной темы направлены в основном на

формирование предметных результатов, при этом не ориентированы на применение полученных знаний в реальных жизненных ситуациях.

Исходя из этого, необходимо сформировать систему заданий, позволяющих обеспечить успешное формирование математической грамотности обучающихся 10-11 классов в ходе изучения темы «Производная и её применение». Под системой будем понимать целостную совокупность взаимосвязанных между собой упражнений и заданий, которые обеспечивают качественное и результативное усвоение математических знаний в процессе обучения, способствующих формированию социально значимых навыков обучающихся XXI века.

Опираясь на исследование PISA, математическое содержание заданий можно распределить по четырем категориям: пространство и форма, изменение и зависимости, количество, неопределенность и данные, которые охватывают основные типы проблем, возникающих при взаимодействиях с повседневными явлениями [56]. Название каждой из этих категорий отражает обобщающую идею, которая в общем виде характеризует специфику содержания заданий, относящихся к этой области.

В совокупности эти обобщающие идеи охватывают круг математических тем, которые, с одной стороны, изучаются в школьном курсе математики, с другой стороны, необходимы обучающимся в качестве основы для жизни и для дальнейшего расширения их математического кругозора [57]:

- изменение и зависимости – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом;

- пространство и форма – задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу;

➤ количество – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики;

➤ неопределённость и данные – задания охватывают вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности.

Опираясь на исследование Рословой, Краснянской и Квитко нами были сформулированы требования, предъявляемые к заданиям, направленным на формирование математической грамотности [47]:

- **Комплексность:** необходимо представлять информацию в различных формах, важно чтобы информация была взята из разных источников, тем, классов;

- **Проблемность:** обучающимся должна быть представлена реальная жизненная проблема или вопрос должен быть поставлен в проблемном ключе;

- **Вариативность:** задание должно решаться множеством различных способов, рассуждений. Не должно быть привязки к одному единственному методу решения;

- **Реалистичность:** необходимо, чтобы задания соответствовали уровню развития обучающихся, чтобы обучающиеся уже владели всеми компетенциями, которые могут пригодиться для решения предложенного задания;

- **Мотивационность:** задание должно мотивировать обучающихся на его выполнение, вызывать у обучающихся познавательный интерес;

- **Уровневость:** необходимо, чтобы задания имели разные уровни сложности, в том числе, чтобы в составе комплексного задания были также разноуровневые вопросы и подзадания.

Во время разработки заданий необходимо учитывать особенности и требования к разрабатываемым заданиям:

1. Обучающимся необходимо предлагать контекстуальные ситуации, имеющие практическое применение, которые могут быть решены при помощи методов, используемых в математике. Ситуации предлагающиеся обучающимся должны быть связаны с их повседневной и внеучебной деятельностью. Важно, чтобы задания были не надуманными, а максимально приближенными к реальности. Проблема, которая ставится перед обучающимися, должна быть актуальной для обучающихся, интересной, чтобы мотивировала на её разрешение.

2. В ходе выполнения задания должен быть осуществлен весь процесс работы над решением проблемы: от осознания проблемы, перевода проблемы на язык математики, поиск нужных методов и решения задания, до сообщения о результатах выполнения задания и представления результатов. То есть необходимо, чтобы задания требовали комплексного применения математики.

3. В заданиях должна быть использована следующая структура: сначала описывается ситуация (проблема), к которой предлагаются два связанных с ней вопроса. (рис.7)



Рисунок 7. Структура задания на формирование математической грамотности

4. Для введения в проблему используется текст, мотивирующего характера, важно, чтобы он был небольшой и не содержал лишней, путающей информации. Вся информация должна быть полезна в ходе работы над проблемой. Также необходимо учитывать, что уровень читательской грамотности обучающихся не должен особо влиять на понимание

обучающимися задания, поэтому важно информацию представленную в тексте иллюстрировать при помощи изображений, таблиц, диаграмм, графиков и так далее. Иллюстрирование информации должно быть обязательно. Визуализация поможет обучающимся погрузиться в проблему, окажет помощь в моделировании проблемы и послужит дополнительной мотивацией для обучающихся на разрешение предложенной ситуации. При этом в случае, если текст содержит слова, с которыми обучающиеся могут быть не знакомы, важно дать краткое описание, определение используемых терминов, чтобы не возникло сложностей с пониманием текста.

5. Вопросы к заданию должны помогать обучающимся детализировать проблему и раскрывать предложенную ситуацию с разных сторон. Каждый шаг выполнения задания должен быть зафиксирован при помощи подзаданий или вопросов.

Рассмотрим примеры заданий, направленных на формирование математической грамотности обучающихся 10-11 классов при помощи темы «Производная и её применение».

В жизни люди часто сталкиваются с ситуациями, в которых необходимо рассчитать предельные значения, поэтому на уроках математики в ходе закрепления изученного материала по теме «Производная и её применение» целесообразно использовать задания на нахождение максимума и минимума при помощи производной, чтобы обучающиеся не просто выполняли данное действие, но и могли применить при необходимости в жизни.

На уроках закрепления материала, когда обучающиеся уже знакомы с математическим аппаратом темы производная, для формирования математической грамотности, а точнее для формирования умения формулировать проблемы на математическом языке и формирования обладания продвинутым математическим мышлением: проводить рассуждения, размышления над своими действиями, точно и ясно формулировать и комментировать свои действия и размышления

относительно своих находок, объяснить, почему они были использованы в данной ситуации рекомендуется использовать задания в которых обучающимся необходимо решать задания приближенные к жизненным ситуациям.

Данные задания рекомендуется выполнять обучающимся самостоятельно в группах по 2-3 человека, в связи с тем, что задания достаточно объемные и индивидуально займут много времени.

Пример 1.

«Бак для воды»



Рисунок 8. Бак для воды

Бак, имеющий вид прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием, должен вмещать 500 л. воды. При какой стороне основания площадь поверхности бака (без крышки) будет наименьшей?

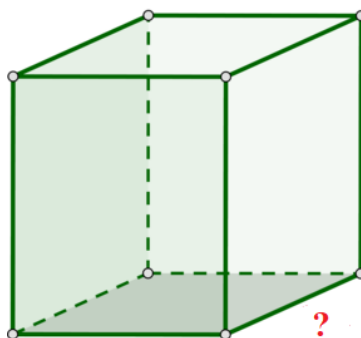


Рисунок 9. Прямоугольный параллелепипед

Задание 1.

Напишите формулу нахождения площади поверхности прямоугольного параллелепипеда: _____ .

Задание 2.

Напишите формулу нахождения объема прямоугольного параллелепипеда: _____ .

Задание 3.

Найдите такую сторону основания бака, при которой поверхность бака (без крышки) будет наименьшей.

Пример 2.

«Освещение сцены»

В концертном зале при подготовке к очередному концерту, в целях экономии, было принято решение повесить над сценой только одну лампу. Лампа должна висеть над центром круглой сцены радиусом R (рис. 10) На какой высоте осветителям необходимо повесить лампу, чтобы музыкант находящийся на краю сцены был наиболее освещён (освещенность прямо пропорциональна косинусу угла падения лучей света и обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света) [64]?



Рисунок 10. Освещение круглой сцены

Задание 1.

Задание 2.

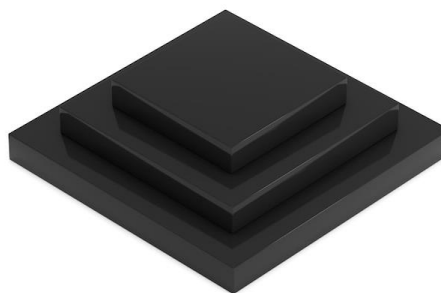


Рисунок 11. Квадратная сцена

Сформулируйте условие задачи для квадратной сцены (рис. 11):

Задание 3.

Решите задачу, формулировку которой вы указали в задании 2:

При работе с подобными заданиями обучающиеся будут развивать умение формулировать проблемы на математическом языке, получат опыт по применению математических знаний для решения реальных или близких к ним проблемам, также будут развивать умение распознавать проблемы, которые могут быть решены средствами математики, решать эти проблемы, используя математические факты и методы. Однако для формирования математической грамотности важно не только менять содержание обучения, но и использовать соответствующие формы и методы работы на уроках математики.

2.2. Проектирование процессуально-технологического компонента компонента методики формирования математической грамотности обучающихся

Изменения, происходящие в проектировании содержания обучения теме «Производная и её применение», предполагают абсолютно других форм и методов обучения, которые возможно использовать на уроках математики. В первой главе нами были рассмотрены и перечислены формы и методы

обучения, являющиеся наиболее эффективными для формирования математической грамотности обучающихся 10-11 классов на уроках математики. Эти методы и формы обучения должны отражать все перечисленные требования ниже:

- создавать ситуации, при которых обучающиеся смогут осознать необходимость математических знаний в повседневной жизни;
- обеспечивать возможность развить способность формулировать задачу на математическом языке;
- обеспечивать возможность освоить приемы анализа, синтеза, сравнения и классификации информации.

Наиболее эффективными методами обучения, при использовании которых формируется математическая грамотность, на сегодняшний день являются: метод проектов, кейс метод и метод проблемного обучения.

Проблемный метод обучения является одним из самым эффективным методом обучения и способствует эффективному формированию таких навыков, как: анализа, синтеза, обобщения и сравнения информации, которые необходимы для успешной жизнедеятельности в современном обществе.

Использование метода проблемного обучения целесообразно на уроках открытия нового знания. На этапе актуализации знаний, обучающимся предлагаются задания, одно или несколько из которых они не могут решить, т.к. не владеют достаточными знаниями, в результате обучающиеся осознают, что столкнулись с проблемой. При этом важно, чтобы задания были связаны с жизненными ситуациями.

Рассмотрим пример фрагмента урока «Применение производной при нахождении наибольшего и наименьшего значений функции» в 10 классе с использованием проблемного метода обучения при изучении темы «Производная и её применение».

Пример 1.

Обучающиеся работают в парах, им предлагается выполнить задание из раздаточного материала.

Задание.

- 1) Из бревна, имеющего радиус R , сделать балку наибольшей прочности.
- 2) Рекламный щит имеет форму прямоугольника $S = 9 \text{ м}^2$. Изготовьте щит в виде прямоугольника с наименьшим периметром.

Для выполнения предложенных заданий обучающимся необходимо уметь распознавать проблемы, которые могут быть решены средствами математики, решать эти проблемы, используя математические факты и методы, а также необходимо уметь составлять математическую модель задачи. Составление математической модели вызовет у обучающихся проблему и они осознают, что им не хватает умений для решения подобных заданий.

В ходе изучения нового материала учителю важно обратить внимание обучающихся на то, что данная тема может использоваться для решения задач, с которыми они могут столкнуться в своей профессиональной деятельности или реальной жизни. Задания предложенные на этапе актуализации знаний свидетельствуют об этом.

У обучающихся часто возникают вопросы о практической значимости того или иного материала, т.е. возникают вопросы и сомнения, в какой мере приобретаемые в этой области знания могут быть востребованы в дальнейшем, вопросы по этому поводу обучающиеся регулярно задают на уроках математики. Для того, чтобы показать обучающимся практическую значимость темы «Производная и её применение» можно использовать кейс метод. Важная особенность кейсов заключается именно в том, что обучающимся в кейсах предлагаются задания, основанные на реальных или близких к ним проблемам.

Кейс технология позволит обучающимся научиться:

- формулировать задачу на математическом языке;

- распознавать проблемы, которые могут быть решены средствами математики, решать эти проблемы, используя математические факты и методы
- оперировать математическими понятиями, теоремами, аксиомами, готовыми алгоритмами, интерпретировать полученные результаты с учетом полученной задачи

На уроках закрепления материала учителя могут использовать задания предлагаемые в виде кейсов. В виде кейсов можно оформить задания примеры, которых приведены в предыдущем параграфе 2.1.

Примеры кейсов, используемых на уроках математики.

Пример 1. В ходе изучения темы «Наибольшее и наименьшее значение функции» на уроке закрепления материала возможно использование следующего кейса:

Цели: закрепить изучаемый материал; показать применение производной при нахождении наибольшего и наименьшего значений функции в жизненных ситуациях.

Кейс-ситуация:

В концертном зале при подготовке к очередному концерту, в целях экономии, было принято решение повесить над сценой только одну лампу. Лампа должна висеть над центром круглой сцены радиусом R . Осветителям для работы необходимо определить на какой высоте следует повесить лампу, чтобы музыкант находящийся на краю сцены был наиболее освещён.

Кейс-вопросы/задания.

- 1) Проанализируйте ситуацию.
- 2) Выясните для чего в данной задаче необходимо применение производной.
- 3) Рассчитайте на какой высоте осветителям необходимо повесить лампу, чтобы музыкант находящийся на краю сцены был наиболее освещён (освещенность прямо пропорциональна

косинусу угла падения лучей света и обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света)?

- 4) Сформулируйте условие задачи для квадратной сцены.
- 5) Решите задачу, условие которой сформулировали [11].

В ходе решения заданий обучающиеся работают самостоятельно, учитель выступает в роли консультанта.

Метод кейсов также может быть использован на уроках открытия нового знания для развития владения логическими действиями, умения оперировать математическими понятиями, а также умения обобщать, осмысливать и использовать информацию, полученную на основе исследования, представлять в различной форме, свободно преобразовывать и переходить от одной формы к другой. В ходе урока открытия нового знания по теме геометрический смысл производной обучающимся может быть предложен кейс представленный в приложении А.

Для работы с кейсами обучающихся рекомендуется делить на группы, т.к. задания довольно объемные. Индивидуальная работа увеличивает вероятность, что кейс останется не решенным. При работе с кейсами целесообразно использовать самостоятельную форму работы, т.е. учитель выступает в роли консультанта, помощника. Важно, чтобы обучающиеся умели самостоятельно рассуждать и решать задания.

Для того, чтобы показать обучающимся практическую значимость производной, а также развить навык обладания продвинутым математическим мышлением, т.е. способность проводить рассуждения, размышления над своими действиями, точно и ясно формулировать и комментировать свои действия и размышления относительно своих находок, объяснить, почему они были использованы в данной ситуации и умения сформулировать, изложить свои объяснения и аргументы, опираясь на свою интерпретацию, доводы и действия, а также способность ответить на вопросы в знакомых контекстах, когда представлена вся необходимая информация и вопросы четко сформулированы целесообразно использовать

метод проектов, т.к. проектная деятельность относится к наиболее эффективным способам формирования математической грамотности [49]. В ходе выполнения проекта обучающиеся повторяют материал по теме, составляют мнемоническую карту (памятку) способов решения систем, знакомятся с нестандартными способами решения. Происходит сознательное понимание изучаемой проблемы, повышается интерес к предмету, создаются условия для саморазвития и многоуровневой рефлексии [48].

В ходе изучения темы «Производная и её применение» во внеурочное время обучающимся предлагается выполнить проект по практической значимости производной. Тему проекта обучающиеся могут выбрать сами, учитель может предложить им уже готовые темы для проектов. Ниже приведены примеры тем, которые учитель может предложить:

1. «Применение производной при решении физических задач»
2. «Применение производной при решении задач с экономическим содержанием»
3. «Применение производной в химии и биологии»
4. «Применение производной при решении задач с производственным содержанием»
5. «Применение производной в географии».

При подготовке учителя к запуску проектов, необходимо:

- Точно определить продолжительность выполнения проекта. Для реализации проекта обучающимися вполне достаточно 3-4 недели.
- Качественно подготовиться к вводному занятию. На вводном занятии актуализируются имеющиеся знания по теме, происходит обсуждение общего плана проекта, осуществляется планирование работы над проектом, определяются направления поиска информации в разных источниках.

- Помочь обучающимся разделиться. В состав группы должны войти ученики с разными учебными возможностями: в каждой группе распределяются обязанности между обучающимися.
- Обсудить с обучающимися планирование и организацию деятельности. На данном этапе определяются источники информации, способы сбора и анализа информации, способы представления результатов деятельности. Происходит обсуждение формы представления подобранных задач – итогового продукта работ.
- Продумать критерии оценивания и ознакомить с ними участников проекта. Список критериев для оценивания продукта должен быть известен обучающимся, лучше если список корректируется совместно с участниками проекта [10].

В ходе реализации проекта важно продумать поэтапную систему оценивания, либо систему поощрения. Чтобы за выполнения определенного задания в конкретные сроки обучающиеся получали больше баллов, либо наоборот не попадали на штрафы и не лишались возможных. Это нужно продумать для того, чтобы избежать ситуации выполнения проектов в последний день перед защитой. Тогда проекты будут выполнены тщательнее и будут получены более глубокие знания.

Основным преимуществом метода проектов является то, что он направлен на раскрытие потенциала практического применения математического материала, в частности темы «Производная и её применение» в профессиональной деятельности, а также в обычной жизни. В ходе реализации проекта обучающимся можно предложить не только рассказать о том, в каких областях используется производная, но и предложить решить жизненную задачу непосредственно из этой области.

При формировании математической грамотности играют свою роль не только методы обучения, но и формы работы. Наиболее перспективными

формами работ для формирования математической грамотности являются групповая работа, самостоятельная работа, работа в парах.

Групповая работа позволяет обучающимся в ходе диалога находить совместное решение задачи. Обучающимся бывает достаточно сложно научиться интерпретировать условия задачи на язык математики, но работая в группе, обучающиеся имеют возможность в ходе совместного рассуждения придти к верному преобразованию информации на математический язык. При этом у них формируется способность к применению своих математических знаний на решение уже преобразованной задачи. При такой форме работы обучающиеся учатся анализировать, сравнивать, сопоставлять информацию предложенную в задании и те знания, которыми он обладает.

Наиболее применима групповая форма работы при использовании таких методов обучения как метод проектов и метод кейсов. Именно при использовании данных методов необходимо, чтобы обучающиеся делились на группы и в ходе взаимодействия приходили к решению своих задач. При использовании указанных методов учителем подбираются сложные задания, которые крайне сложно самостоятельно решить.

Работу в парах целесообразно использовать при применении проблемного метода обучения. Для того чтобы определить проблему и построить математическую модель задачи необходимо сотрудничать и обсуждать свои идеи с напарником. Самостоятельно обучающийся может запутаться и прийти к неверному решению. При использовании групповой работы в ходе реализации проблемного метода обучения обучающиеся могут мешать друг другу. Поэтому именно работа в парах применима при проблемном методе обучения. Пример использования парной работы рассмотрен в параграфе 2.2. в примере 1.

Для формирования умения выбирать, сравнивать и оценивать стратегию решения задачи, а также умения анализировать проделанную работу целесообразно использовать самостоятельную работу. В ходе выполнения самостоятельной работы у обучающегося нет возможности

надеяться на кого-то другого, необходимо использовать свои умения, поэтому именно в ходе самостоятельной работы наиболее эффективно формируются элементы математической грамотности. Например, обучающимся может быть предложено задание описанное в параграфе 2.1. в примере 1. Для решения данного задания обучающимся нужно проанализировать способы решения предложенной задачи, вспомнить математические знания, которые могут быть применимы к решению задания, а также непосредственно решить задачу, опираясь на свои математические знания. Учитывая, что задачи предлагаются обучающимся приближенные к реальной жизни, то можно сказать, что они применяют свой математический аппарат к решению жизненных задач, что непосредственно является математической грамотностью.

2.3. Описание организации и результатов экспериментальной работы

Разработанная модель и методика формирования математической грамотности обучающихся 10-11 классов общеобразовательной школы в процессе изучения темы «Производная и её применение», являлись основой планирования и осуществления педагогического эксперимента.

Опытно-экспериментальная часть исследования проводилась на базе Муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения Элитовская средняя общеобразовательная школа среди обучающихся 10 класса.

Целью эксперимента является подтверждение эффективности разработанной методики.

Экспериментальная работа проводилась в три этапа:

- на *констатирующем этапе* опытно-экспериментальной работы был определён исходный уровень сформированности математической грамотности обучающихся 10 класса МБОУ Элитовская СОШ;
- на *поисково-формирующем этапе* опытно-экспериментальной работы был реализован комплекс уроков по теме «Производная и её

применение» с использованием форм и методов обучения, направленных на повышение уровня сформированности математической грамотности у обучающихся 10 классов;

- на *контрольно-обобщающем этапе* опытно-экспериментальной работы был определён уровень сформированности математической грамотности обучающихся 10-11 класса с учётом реализации разработанных методических рекомендаций.

На **констатирующем** этапе опытно-экспериментальной работы основной целью являлось теоретическое и практическое обоснование актуальности темы исследования. На данном этапе нами были использованы такие методы исследования, как: анализ психолого-педагогической литературы по теме исследования, наблюдение за процессом учебной деятельности, обобщение передового и зарубежного педагогического опыта.

В ходе констатирующего этапа были решены следующие задачи:

1. Анализ нормативно-правовых документов, психолого-педагогической и научно-методической литературы по проблеме исследования позволил определить и уточнить фундаментальное понятие исследования «математическая грамотность».

2. Осуществление опытно-поисковой работы на данном этапе педагогического эксперимента позволило выделить основные навыки и умения входящие в понятие математическая грамотность; определить уровни формирования математической грамотности и критерии, характеризующие данные уровни; обосновать содержательный и технологический компонент методики в формировании математической грамотности.

3. Выявление исходного уровня сформированности математической грамотности обучающихся 10-11 классов общеобразовательной школы и выбор экспериментальных и контрольных групп по результатам их проверки.

Для выявления исходного уровня сформированности математической грамотности обучающимся 10 класса было предложено выполнить онлайн тест, предложенный PISA, «Математическая грамотность» представленный

на ресурсе: <https://onlinetestpad.com/ru/testview/1285993-matematicheskaya-gramotnost> [30]. Тест содержит 10 вопросов, в каждом из которых предлагается 4 варианта ответа. За правильное выполнение задания можно получить 2 или 3 балла, в зависимости от сложности вопроса. Максимальное количество баллов, которое могут набрать обучающиеся это 25 баллов. На выполнение теста обучающимся отводится 30 минут. Для выполнения теста обучающихся посадили индивидуально за компьютерами и смотрели, чтобы во время работы они не совещались и не помогали друг другу, т.к. иначе результаты исказятся и будет невозможно оценить реальный исходный уровень.

Все баллы, полученные в результате тестирования, по каждому обучающемуся вносятся в итоговую таблицу. По итогам тестирования определяется исходный уровень сформированности математической грамотности у обучающихся 10 классов. Результаты, полученные в ходе определения исходного уровня, представлены в таблице 8.

Таблица 8.

Исходный уровень сформированности математической грамотности у обучающихся 10 класса МБОУ Элитовской СОШ

	Количество баллов, полученных за ответы на вопросы										Итог
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Обучающийся 1	2	0	0	0	0	0	2	0	0	2	6
Обучающийся 2	2	2	3	0	0	3	2	0	2	2	16
Обучающийся 3	2	2	0	3	0	3	2	0	2	0	14
Обучающийся 4	2	2	0	3	3	0	2	0	0	0	12
Обучающийся 5	0	0	0	3	0	3	2	0	2	0	10
Обучающийся 6	2	0	3	3	0	0	2	0	2	2	14
Обучающийся 7	0	2	3	3	0	0	2	0	2	2	14
Обучающийся 8	2	2	3	3	3	0	2	0	2	2	19

Продолжение таблицы 8

Обучающийся 9	2	2	3	3	3	3	0	0	2	2	20
Обучающийся 10	2	2	0	3	0	3	2	3	0	2	17
Обучающийся 11	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	4
Обучающийся 12	2	2	3	0	3	0	0	0	2	0	12
Обучающийся 13	2	0	3	3	0	3	2	0	2	0	15
Обучающийся 14	2	0	0	0	3	0	2	3	2	2	14
Обучающийся 15	2	2	0	3	0	3	0	0	2	2	14
Обучающийся 16	0	2	0	3	0	0	2	0	0	2	9
Обучающийся 17	2	2	0	3	0	3	2	0	0	0	12
Обучающийся 18	2	2	3	0	3	0	2	0	0	0	12
Обучающийся 19	2	2	3	3	0	0	2	0	2	2	16
Обучающийся 20	0	2	0	3	0	3	2	3	2	2	17
Обучающийся 21	2	0	3	3	0	3	0	0	2	2	15
Обучающийся 22	2	2	0	3	3	0	0	0	2	2	14
Обучающийся 23	2	2	0	0	0	3	2	0	0	2	11
Обучающийся 24	2	2	0	3	0	3	2	3	2	2	19
Обучающийся 25	2	2	0	3	0	0	2	0	2	0	11
Обучающийся 26	0	2	3	3	0	0	2	0	0	2	12

Шкала оценивания:

Если обучающийся набрал 1-5 баллов, то его уровень сформированности математической грамотности – базовый.

Если обучающийся набрал 6-10 баллов, то его уровень сформированности математической грамотности – средний низкий.

Если обучающийся набрал 11-14 баллов, то его уровень сформированности математической грамотности – средний.

Если обучающийся набрал 15-18 баллов, то его уровень сформированности математической грамотности – средний высокий.

Если обучающийся набрал 19-23 баллов, то его уровень сформированности математической грамотности – высокий.

Если обучающийся набрал 24-25 баллов, то его уровень сформированности математической грамотности – наивысший.

Результаты теста, для оценивания исходного уровня сформированности математической грамотности представлены на диаграмме 1.

Диаграмма № 1.

Исходное распределение обучающихся 10 класса по уровням сформированности математической грамотности



Анализ результатов теста показал, что большинство обучающихся 10 класса Элитовской СОШ имеют средний уровень сформированности математической грамотности. Обучающиеся плохо применяют полученные на уроках математики знания к решению жизненных задач, не умеют строить математическую модель, которая позволила бы понять каким образом решить предложенные задачи.

Базируясь на результатах констатирующего этапа эксперимента, был осуществлён *поисково-формирующий этап эксперимента*, целью которого была разработка и апробация модели и методики формирования математической грамотности обучающихся 10 класса общеобразовательной

школы, специальных задач, направленных на это формирование. Отслеживалась динамика уровня сформированности математической грамотности в результате реализации методики.

В ходе осуществления второго этапа была проведена серия уроков, содержащий специальные задания и различные формы и методы работы, по теме «Производная и её применение» в 10 классе Элитовской СОШ, целью которых было развитие математической грамотности обучающихся.

На заключительном **контрольно-обобщающем этапе** экспериментальной работы была проведена проверка выдвинутой гипотезы исследования. На данном этапе было проведено измерение достигнутого уровня математической грамотности. Для мониторинга уровня сформированности математической грамотности был использован онлайн тест, аналогичный тому, что был предложен для определения исходного уровня сформированности математической грамотности, при этом вопросы и ситуации в нем меняются, в связи с чем полученные результаты отражают уровень сформированности математической грамотности, после использования предложенных методических рекомендаций.

Результаты, полученные в ходе тестирования на контрольно-обобщающем этапе, представлены в таблице 9.

Таблица 9.

Итоговый уровень сформированности математической грамотности у обучающихся 10 класса МБОУ Элитовской СОШ

	Количество баллов, полученных за ответы на вопросы										Итог
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Обучающийся 1	0	2	3	0	0	3	0	0	0	0	8
Обучающийся 2	2	2	3	0	3	3	0	3	0	0	16
Обучающийся 3	2	2	3	3	0	0	2	3	0	0	15
Обучающийся 4	2	2	0	3	0	0	2	0	2	2	13

Обучающийся 5	2	2	0	0	0	0	2	0	2	2	10
Обучающийся 6	2	0	3	0	3	0	0	3	2	2	15
Обучающийся 7	2	2	3	0	0	0	0	3	2	2	14
Обучающийся 8	2	2	3	0	3	0	2	3	2	2	19
Обучающийся 9	2	2	3	0	3	3	2	3	2	2	22
Обучающийся 10	2	0	0	0	3	3	2	3	2	2	17
Обучающийся 11	2	0	0	0	0	0	2	0	0	2	6
Обучающийся 12	0	2	3	0	0	0	2	3	0	2	12
Обучающийся 13	2	2	3	0	0	3	2	3	0	2	17
Обучающийся 14	2	2	3	0	0	0	2	0	2	2	13
Обучающийся 15	2	2	0	3	0	0	2	0	2	2	13
Обучающийся 16	2	2	0	0	0	0	2	0	2	2	10
Обучающийся 17	2	0	0	0	3	0	2	0	2	2	11
Обучающийся 18	2	0	3	0	3	0	2	0	2	2	14
Обучающийся 19	2	2	3	0	3	3	2	0	2	2	19
Обучающийся 20	2	2	3	3	0	3	2	0	2	2	19
Обучающийся 21	2	2	0	3	0	3	2	0	2	2	16
Обучающийся 22	2	2	0	3	0	3	2	3	2	0	17
Обучающийся 23	0	2	0	3	0	3	2	0	2	0	12
Обучающийся 24	2	2	3	3	3	3	2	0	2	2	22
Обучающийся 25	2	2	0	3	0	0	0	0	0	2	9
Обучающийся 26	2	2	3	3	0	0	0	0	0	2	12

Результаты тестирования оценивания уровня сформированности математической грамотности, на заключительном этапе, представлены на диаграмме 2.

Диаграмма № 2.

Распределение обучающихся 10 класса по уровням сформированности математической грамотности на заключительном этапе



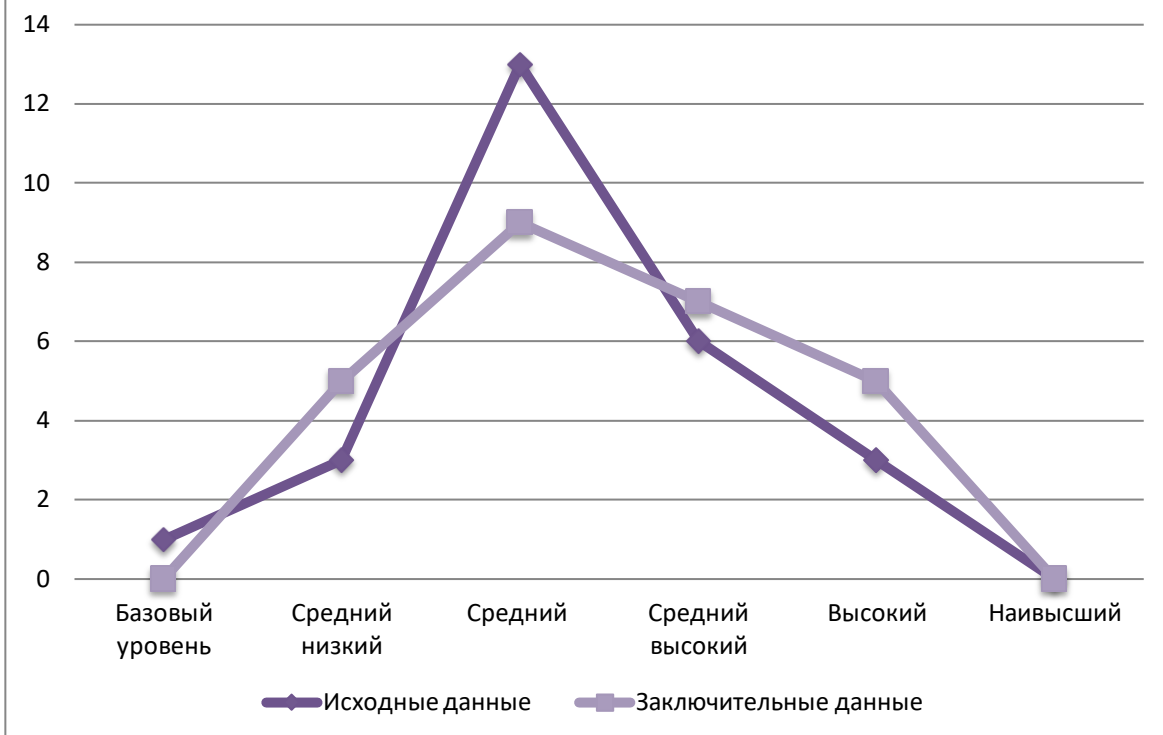
Анализ результатов итогового тестирования показал, что большинство обучающихся 10 класса Элитовской СОШ все также имеют средний уровень сформированности математической грамотности.

Динамика изменения сформированности математической грамотности на начальном и заключительном этапах опытно-экспериментальной работы представлена на диаграмме 3.

Диаграмма № 3.

Динамика изменения уровней сформированности математической грамотности обучающихся

Динамика изменения уровней сформированности математической грамотности



Полученные, в ходе систематического анализа данных, результаты показали положительную динамику, хоть и совсем незначительную.

В ходе опытно-экспериментальной работы, было принято решение отследить уровень математической подготовки обучающихся через сравнение успеваемости обучающихся за девятый и десятый класс.

Успеваемость обучающихся за девятый класс отражена в таблице 10.

Таблица 10.

Годовые оценки обучающихся за девятый класс

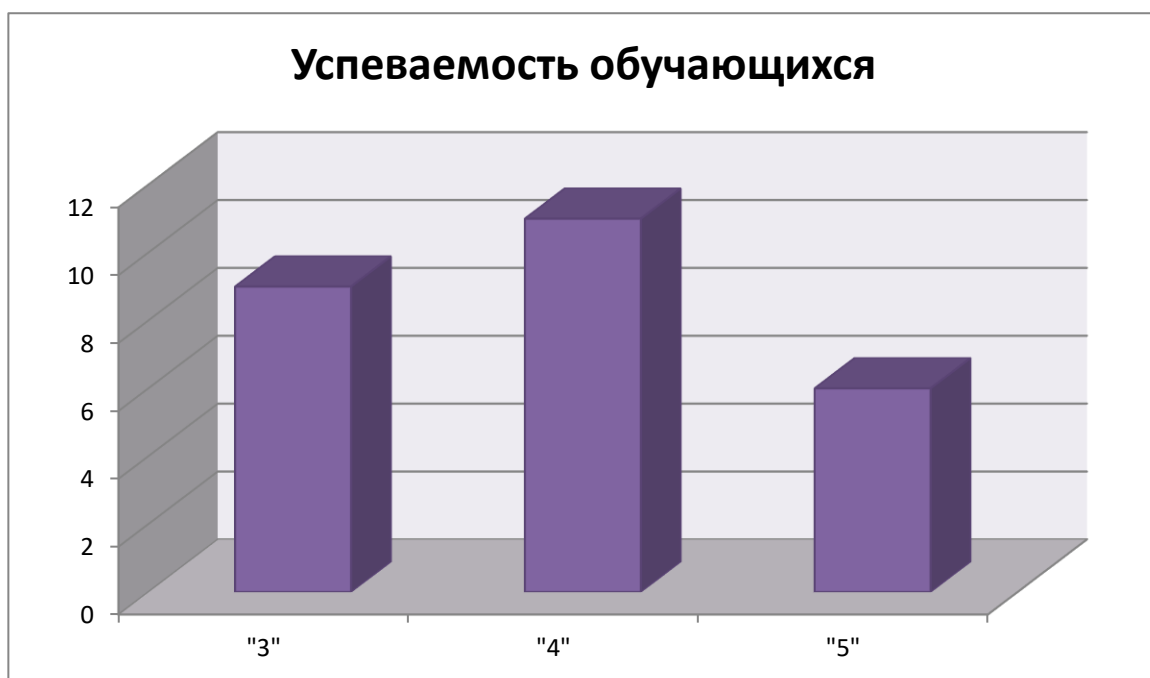
ФИО	Оценка
Обучающийся 1	3
Обучающийся 2	4
Обучающийся 3	4
Обучающийся 4	4

Обучающийся 5	3
Обучающийся 6	4
Обучающийся 7	4
Обучающийся 8	5
Обучающийся 9	5
Обучающийся 10	5
Обучающийся 11	3
Обучающийся 12	3
Обучающийся 13	4
Обучающийся 14	4
Обучающийся 15	4
Обучающийся 16	3
Обучающийся 17	3
Обучающийся 18	4
Обучающийся 19	5
Обучающийся 20	5
Обучающийся 21	4
Обучающийся 22	4
Обучающийся 23	3
Обучающийся 24	5
Обучающийся 25	3
Обучающийся 26	3

Для наибольшей наглядности успеваемость обучающихся за девятый класс представлена в виде диаграммы 4.

Диаграмма 4.

Годовые оценки обучающихся за девятый класс



Для сравнение представляем успеваемость обучающихся за десятый класс, которая отражена в таблице 11.

Таблица 11.

Годовые оценки обучающихся за десятый класс

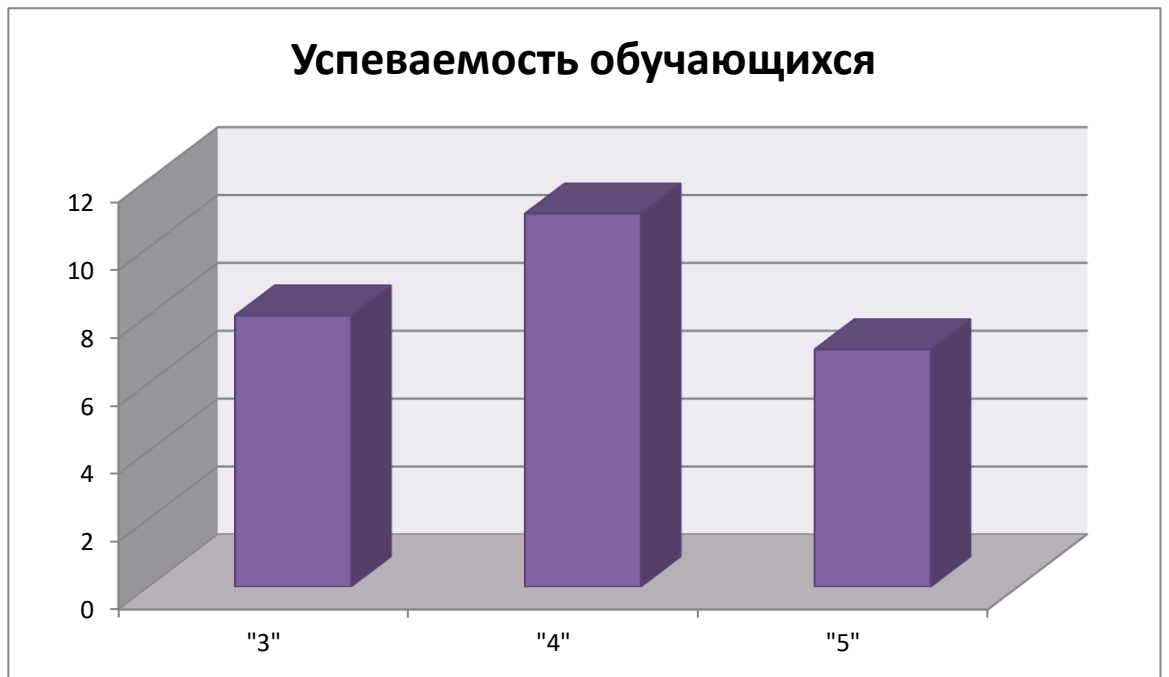
ФИО	Оценка
Обучающийся 1	3
Обучающийся 2	4
Обучающийся 3	4
Обучающийся 4	4
Обучающийся 5	3
Обучающийся 6	4
Обучающийся 7	4
Обучающийся 8	5
Обучающийся 9	5
Обучающийся 10	5
Обучающийся 11	3
Обучающийся 12	3

Обучающийся 13	4
Обучающийся 14	4
Обучающийся 15	4
Обучающийся 16	3
Обучающийся 17	4
Обучающийся 18	4
Обучающийся 19	5
Обучающийся 20	5
Обучающийся 21	4
Обучающийся 22	5
Обучающийся 23	3
Обучающийся 24	5
Обучающийся 25	3
Обучающийся 26	3

Для наибольшей наглядности успеваемость обучающихся за десятый класс представлена в виде диаграммы 5.

Диаграмма 5.

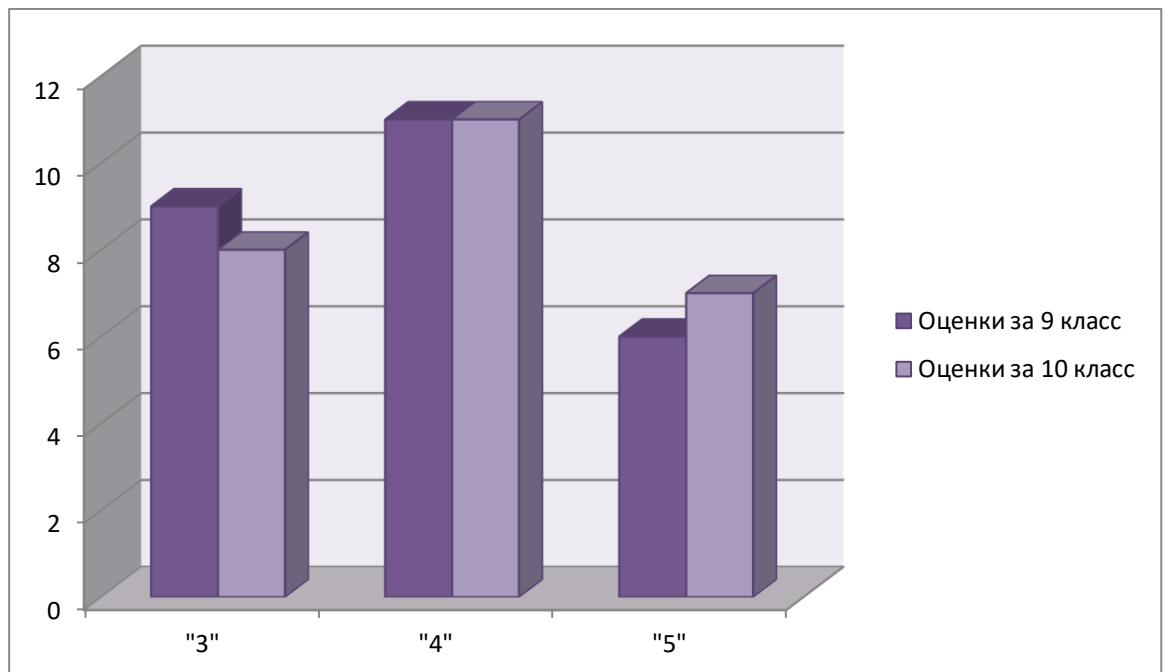
Годовые оценки обучающихся за десятый класс



Разница в успеваемости обучающихся за девятый и десятый класс представлена на диаграмме 6.

Диаграмма 6.

Сравнение успеваемости обучающихся за девятый и десятый класс



По результатам сравнения успеваемости, можно сделать вывод, что предложенная методика, не несет негативного влияния на успеваемость, а даже наоборот, можно заметить незначительную положительную динамику.

Положительная динамика в изменении уровней сформированности математической грамотности обучающихся 10 класса Элитовской СОШ показывает, что разработанная и реализованная на практике методика обеспечивает успешное формирование математической грамотности у обучающихся 10 класса общеобразовательной школы в ходе изучения темы «Производная и её применение».

Выводы по главе 2

В ходе теоретического исследования была разработана методика формирования математической грамотности у обучающихся 10-11 классов в ходе изучения математической грамотности, был рассмотрен содержательный компонент, разработаны методические требования по проектированию содержательного и процессуально-технологического компонентов процесса обучения математике, способствующих формированию математической грамотности.

Практическая ценность данной работы состоит в том, что предложенные методы и способы организации образовательной деятельности на уроках математики в ходе изучения темы «Производная и её применение», ориентированные на формирование математической грамотности обучающихся 10-11 классов общеобразовательной школы, могут быть использованы в реальном процессе обучения математике.

Заключение

Теоретический анализ психолого-педагогической и научно-исследовательской литературы позволил охарактеризовать основной перечень навыков, являющихся необходимыми для математически грамотного человека. В ходе исследования также были раскрыты возможности темы «Производная и её применение» для формирования математической грамотности у обучающихся 10-11 классов общеобразовательной школы.

Анализ результатов научных исследований, посвященных проблеме формирования математической грамотности у обучающихся позволил разработать структурно-содержательную модель формирования математической грамотности у обучающихся 10-11 классов общеобразовательной школы средствами предметной области «математика», в ходе изучения темы «Производная и её применение».

В процессе теоретического исследования и педагогического эксперимента, и на основе полученной модели была разработана методика формирования математической грамотности у обучающихся 10-11 классов, а именно проектирование целевого, содержательного и технологического компонентов процесса изучения темы «Производная и её применение», которые способствуют формированию математической грамотности обучающихся. На основе сформулированных требований, произведена корректировка содержания обучения математике, были разработаны задания и формы организации образовательной деятельности, которые направлены на формирование математической грамотности обучающихся.

Эффективность разработанной методики, которая способствует формированию математической грамотности обучающихся общеобразовательной школы, была проверена в ходе опытно-экспериментальной работы. Экспериментальной базой являлось Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение Элитовская СОШ среди обучающихся 10 класса.

Полученные, в процессе исследования, данные позволяют утверждать, что уровень сформированности математической грамотности у обучающихся 10 класса незначительно повысился после проведенных комплекса уроков, которые были направлены на формирование математической грамотности.

Таким образом, все задачи решены, гипотеза нашла теоретическое и практическое подтверждение, цель исследования достигнута.

Практическая ценность данной работы состоит в том, что предложенное содержание обучения, а также методы и способы организации образовательной деятельности на уроках математики в ходе изучения темы «Производная и её применение», ориентированные на формирование математической грамотности обучающихся 10-11 классов общеобразовательной школы, могут быть использованы в реальном процессе обучения математике.

Библиографический список

1. Абрамова Н.С., Гладкова М.Н., Ваганова О.И. Особенности разработки оценочных материалов в условиях реализации компетентностного подхода // Проблемы современного педагогического образования. 2017. № 57-1. С. 3-9.].
2. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А.Г. Мордкович. – 14-е изд., стер. – М. : Мнемозина, 2013. – 400 с.
3. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебн. Для общеобразоват. Учреждений : базовый и профил. Уровни / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]. – 8-е изд. – М. : Просвещение, 2009. – 430 с.
4. Архангельский С.И. Учебный процесс в высшей школе, его закономерные основы и методы. М.: Высшая школа, 1980. 368 с.
5. Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий. М.: Просвещение, 2019
6. Афанасьев В.Г. Общество: системность, познание и управление. М.: Политиздат, 1981. 432 с
7. Басюк В.С., Ковалева Г.С. Инновационный проект Министерства просвещения «Мониторинг формирования функциональной грамотности»: основные направления и первые результаты. Отечественная и зарубежная педагогика. 2019; Т. 1, № 4 (61): 13 – 33
8. Батароев К.Б. Аналогии и модели в познании. Новосибирск: Наука, 1981. 319 с

9. Батолина Ю. В. Производная как фактор развития математической грамотности на уроках математики // Студенческая наука и XXI век. — 2017. — № 2(15). — С. 204–205.
10. Боярских А. С., Пестерева В. Л., Косолапова И. В. Метод проектов при обучении математике в старшей школе. Пермь. 2018.
11. Бутылева Е. В. Кейс-технология как условие продуктивного обучения в условиях реализации ФГОС //URL: [http://school26. my1. ru/kejstekhnologii_na_urokakh_matematiki. pdf](http://school26.my1.ru/kejstekhnologii_na_urokakh_matematiki.pdf) (дата обращения: 05.11.22)
12. Вербицкий А. А. Активное обучение в высшей школе: Контекстный подход / А. А. Вербицкий. - М.: Высшая школа, 1991. - 207 с
13. Виноградова Л.В. Методика преподавания математики в средней школе: учебное пособие / Л.В. Виноградова. – Ростов н/Д. : Феникс, 2015. – 252 с.
14. Гёрц Г., Омеляновский М.Э. Эксперимент. Модель. Теория. М.: Наука, 1982. 336 с.
15. Глинский Б.А. Моделирование как метод научного познания (Гносеологический анализ). М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1965. 248 с
16. Дахин А.Н. Педагогическое моделирование как средство модернизации образования в открытом информационном сообществе // Стандарты и мониторинг в образовании. 2004. № 4. С.46-60.],
17. Дидактика средней школы: Некоторые проблемы современной дидактики: Учеб. пособие для слушателей ФПК, директоров школ и студ. пед. ин-тов / Под ред. М. Н. Скаткина. - М.: Просвещение, 1982. - 319 с.;
18. Дубровская Е. И. Некоторые вопросы преподавания темы" производная" и ее применение при изучении предметов естественнонаучной направленности в общеобразовательной школе

//Научные исследования в современном мире: теория, методология, практика. – 2019. – С. 91-97.

19. Ковалева Т. Н. Теоретические основы становления инновационной школы: Дис. ... д-ра пед. наук. - М., 2000. - 238 с.

20. Ковалева Г. С. Финансовая грамотность как составляющая функциональной грамотности: международный контекст //Отечественная и зарубежная педагогика. – 2017. – Т. 1. – №. 2 (37). – С. 31-43.

21. Колягин, Ю.М. Русская школа и математическое образование: наша гордость и наша боль / Ю.М. Колягин. -М.: Просвещение, 2001. 318 с., с. 213

22. Краевский В.В. Общие основы педагогики [Текст] : учебное пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.В. Краевский. - 2-е изд., испр. - М.: Академия, 2005. - 256 с

23. Кузиванов Д.О. «Практическое применение производной» // Материалы VIII Международной студенческой научной конференции «Студенческий научный форум» URL: <https://files.scienceforum.ru/pdf/2016/26525.pdf> (дата обращения: 01.11.2022).

24. Кузьмина Н.В. Понятие «педагогическая система» и критерии ее оценки // Методы системного педагогического исследования. Л., 1980. С. 34-41.

25. Кулюткин Ю.Н. Моделирование педагогических ситуаций. М.: Педагогика, 1981. 120 с.

26. Ласкина Н. В. и др. Комментарий к Федеральному закону от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»(постатейный) //СПС КонсультантПлюс. – 2014.

27. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения. - М.: Педагогика, 1981. -184с.

28. Лихачев, Б.Т. Педагогика: Курс лекций [Текст]: учебное пособие для студентов педагогических учебных заведений и слушателей ИПК и ФПК/ Б.Т, Лихачев. — 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Юрайт-М.—С.7. 2001., с. 2

29. Магистерская диссертация: методы и организация исследований, методика написания, оформление и процедура защиты: учебно-методическое пособие / сост. А.И. Шилов, Т.И. Петрова, И.П. Цвелюх, С.В. Шандыбо, Т.А. Шкерина; под ред. проф. А.И. Шилова; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2017. – 348 с.

30. Математическая грамотность [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://onlinetestpad.com/ru/testview/1285993-matematicheskaya-gramotnost> (дата обращения: 20.11.2022)

31. Махмутов М. И. Современный урок: Вопросы теории. - М.: Педагогика, 1981. - 191 с

32. Мишина О. С., Завальцева О. А., Иванов Р. Г. Методический инструментарий для формирования естественно-научной грамотности у школьников //Проблемы современного педагогического образования. – 2021. – №. 71-3. – С. 84-91.

33. Мокс А. А. Функциональная грамотность в современном образовании //URL: <https://sch1621.mskobr.ru/files>. – Т. 20. – С. D1.

34. Новиков А.М. Научно-экпериментальная работа в образовательном учреждении (деловые советы). М.: Ассоциация «Профессиональное образование», 1998. 134 с

35. О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года. Указ Президента Российской Федерации от 7 мая 2018 г. № 204. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://kremlin.ru/acts/bank/43027> (Дата обращения: 10.10.2022)

36. Образовательная система «Школа 2100». Педагогика здравого смысла: сборник материалов. Москва: Баласс, Издательский дом РАО, 2003. с. 35

37. Оконь В. Введение в общую дидактику/ Пер. с польск. Л. Г. Кашкуревича, Н. Г. Горина. - М.: Высш. шк., 1990. -382 с

38. Писаренко К.П. Модель формирования математической грамотности обучающихся // Информационные технологии в математике и математическом образовании. 2022. С. 204-209.

39. Писаренко К.П. Роль математической грамотности в современном школьном образовании // Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты. 2021. С. 56-59.

40. Приказ Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 г. № 287 “Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования” » [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/400807193/> (Дата обращения: 17.10.2022)

41. Проведение исследования PISA-2018 в России. Оценка математической грамотности. [Электронный ресурс] - Режим доступа: http://www.centeroko.ru/pisa18/pisa2018_ml.htm (Дата обращения: 15.10.2022)

42. Программа международной оценки обучающихся: Мониторинг знаний и умений в новом тысячелетии. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://www.centeroko.ru/about.html> (Дата обращения: 10.10.2022)

43. Производная функции. [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D0%B8%D0%>

[В7%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B8](#) (дата обращения 29.10.22)

44. Результаты общероссийской оценки по модели PISA-2021 [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://obrnadzor.gov.ru/news/rezultaty-obshherossijskoj%CC%86-oczenki-kachestva-obrazovaniya-po-modeli-pisa-2021-pokazali-rost-chitatelskoj-matematicheskoy-i-estestvenno-nauchnoj-gramotnosti-shkolniko/> (Дата обращения: 17.10.2022)

45. Романов Е.В. Теория и практика профессиональной подготовки учителя технологии и предпринимательства: монография. Магнитогорск: МаГУ, 2001. 245 с

46. Рослова Л. О. Функциональная математическая грамотность: что под этим понимать и как формировать //Педагогика. – 2018. – №. 10. – С. 48-55

47. Рослова Л. О., Краснянская К. А., Квитко Е. С. Концептуальные основы формирования и оценки математической грамотности // Отечественная и зарубежная педагогика. 2019. Т. 1, № 4 (61). С. 58–79, PISA 2018 Draft Analytical Framework [Электронный ресурс] //Официальный сайт ОЭСР. [Электронный ресурс] - Режим доступа:<http://www.oecd.org/pisa/data/PISA-2018-draft-frameworks.pdf> (дата обращения: 01.11.2022).

48. Севостьянова С. А., Мартынова Е. В. Учебные проекты как средство формирования математической грамотности обучающихся //Математика и проблемы образования. – 2022. – С. 263-264.

49. Севостьянова С.А., Мартынова Е.В. О готовности будущих учителей математики к реализации проектной работы со школьниками в условиях цифровизации образования // Перспективы развития математического образования в эпоху цифровой трансформации.

Материалы III Всероссийской научно-практической конференции.
Тверь, 2022. С. 182–186

50. Скаткин М.Н. Методология и методика педагогических исследований. - М., 1989.

51. Тембербекова А.А. Концептуальная модель формирования информационной компетентности учителя // Мир нуки, культуры, образования. 2009. № 2 (14). С.128-132

52. Тумашева О.В., Берсенева О.В. Обучение математике с позиции системно-деятельностного подхода: монография; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2016. – 280 с

53. Тумашева О.В., Берсенева О.В. Т 83 Формирование функциональной грамотности в процессе обучения математике: в схемах и таблицах: учебно-методическое пособие / [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2022

54. Указ «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года» [Электронный ресурс] - Режим доступа: <http://www.kremlin.ru/events/president/news/57425> (Дата обращения: 15.10.2022)

55. ФГОС С. О. О. Среднее общее образование // Утвержден приказом Ми-нобрнауки России от. – 2012. – Т. 17.

56. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования // Официальный сайт. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://fgos.ru/> , с. 23–28 (Дата обращения: 21.10.2022)

57. Формирование математической грамотности обучающихся / Департамент образования Вологодской области, Вологодский институт развития образования; [составитель Е.М. Ганичева]. –

Вологда: ВИРО, 2021. – 84 с.: ил., табл. – (Серия «На пути к эффективной школе»)

58. Хомченко Г.П. Пособие по химии для поступающих в вузы / Г.П. Хомченко. – М.: Новая волна, 2002. – 480 с.

59. Хуторской А. В. Технология проектирования ключевых и предметных компетенций [Электронный ресурс] // Интернет-журнал «Эйдос». 2005. Режим доступа: <http://www.eidos.ru/journal/2005/1212.htm>. (дата обращения: 13.11.2022)

60. Шапоринский С.А. Обучение и научное познание. - М.: Педагогика, 1981.

61. Штофф В.А. Гносеологические функции модели // Вопросы философии. 1961. № 12. С. 53-65.,

62. Штофф В.А. Моделирование и философия. М.: Наука, 1966. 301с.,

63. Штофф В.А. Роли моделей в познании. Л.: ЛГУ, 1963. 128 с.

64. Эрентраут Е. Н., Практико-ориентированные задачи как средство реализации прикладной направленности курса математики в профильных школах. Екатеринбург - 2005

Приложение А.

Кейс задание

Цель: раскрыть геометрический смысл производной.

Кейс-ситуация:

Рассмотрим график непрерывной функции и проведем в точке А секущую и касательную к графику (рис. 12).

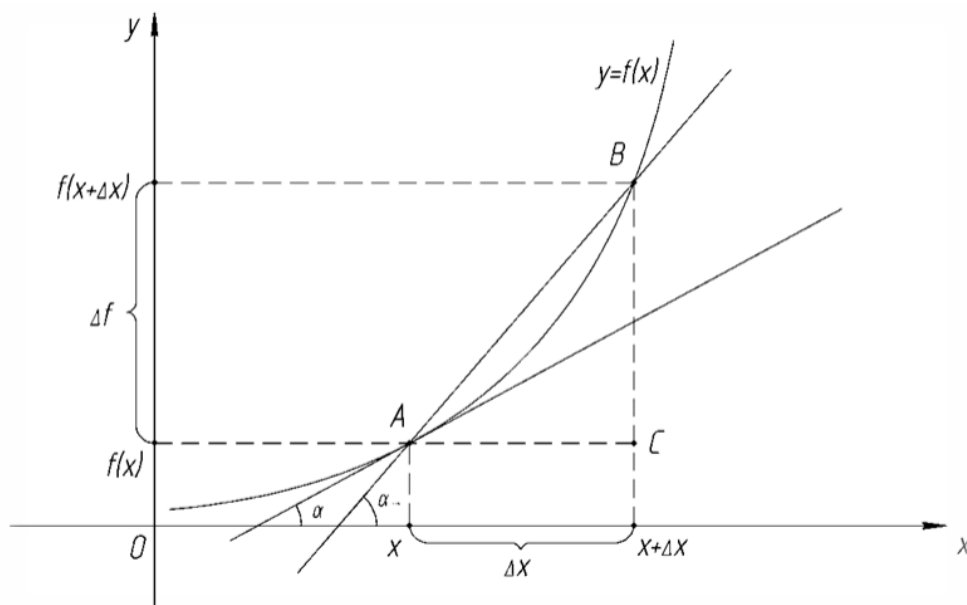


Рисунок 12. Касательная к графику непрерывной функции

Прямая AB – секущая, её уравнение $y = k_{сек}x + b$, где $k_{сек}$ – угловой коэффициент секущей,

$$k_{сек} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = tg \alpha_{сек}, \text{ где } \alpha_{сек} \text{ – угол наклона секущей (отсчитывается от}$$

положительного направления оси Ox против часовой стрелки).

Пусть Δx стремится к нулю, тогда секущая стремится к своему предельному положению – к касательной в точке A , т. е. угловой коэффициент касательной равен пределу углового коэффициента секущей:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} k_{сек} = k_{кас}, \text{ причем } k_{кас} = tg \alpha, \text{ где } \alpha \text{ – это угол наклона касательной,}$$

отсчитываемый от положительного направления оси Ox .

$$\text{Значит, } k_{кас} = tg \alpha = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}.$$

Задание 1. Какой вывод можно сделать из представленной информации?

Рассмотрите общий вид уравнения касательной: $k_{\text{кас}} = \text{tg } \alpha = f'(x)$.

Задание 2. Составьте алгоритм для составления уравнения касательной к графику функции.

Приложение Б.

Онлайн тест, предложенный обучающимся для определения исходного уровня сформированности математической грамотности

Математическая грамотность

00:17

1

1 из 10

Стороны треугольника равны A , B и C . Какое из утверждений верно:

- C минус B всегда равно A .
- C минус B всегда больше A .
- C минус B всегда меньше A .
- Ни один вариант не верен.

Далее

Завершить

Математическая грамотность

00:49

2

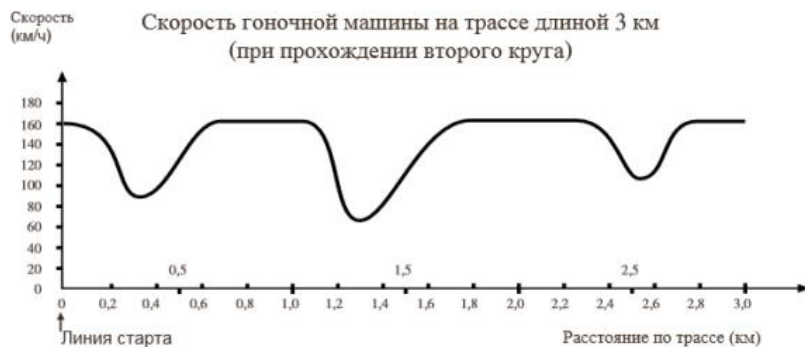
2 из 10

Без подручных средств найдите из представленных ниже примеров тот, итог которого (произведение чисел) отличается от остальных.

- $2 \times 6 \times 36$
- $2 \times 15 \times 16$
- $12 \times 8 \times 5$
- $3 \times 32 \times 5$

Далее

Завершить



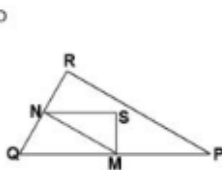
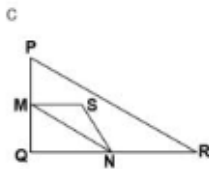
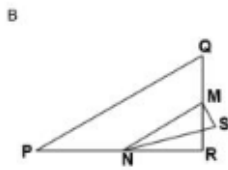
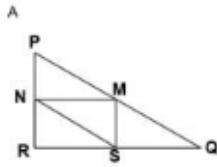
Данный график отображает изменение скорости гоночной машины при прохождении второго круга трехкилометровой кольцевой трассы.

- 0,5 км.
- 1,5 км.
- 2,3 км.
- 2,6 км

Далее

раздел "Пар
Завершить

Обведите букву, которой обозначена фигура, подходящая под описание ниже.
 Треугольник PQR – прямоугольный с прямым углом R . Сторона RQ меньше стороны PR .
 M – середина стороны PQ , а N – середина стороны QR . S – точка внутри данного
 треугольника. Отрезок MN больше отрезка MS .



Далее

Завершить

Морскому котику нужно дышать, даже если он спит под водой. Мартин наблюдал за морским котиком в течение часа. В начале наблюдения морской котик всплыл на поверхность и сделал вдох. Затем он нырнул на дно и уснул. Со дна он медленно всплыл на поверхность за 8 минут и снова сделал вдох. Через три минуты он вновь был на дне. Мартин обратил внимание, что данный процесс носил довольно регулярный характер.

Через час морской котик?

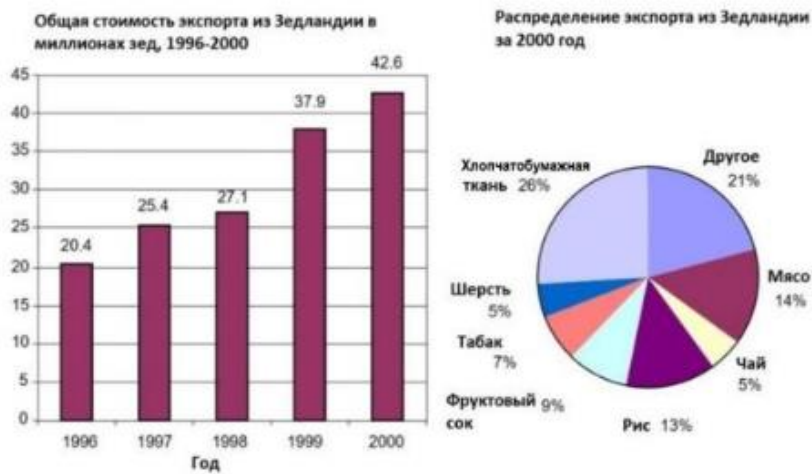
- Был на дне
- Поднимался
- Делал вдох
- Опускался

Далее

Завершить

Математическая грамотность

04:5



График, представленный ниже, показывает информацию об объеме экспорта из Зедландии (страна, которая использует зеды в качестве валюты).

Какая стоимость экспорта фруктового сока из Зедландии была в 2000?

- 1,8 миллионов зед.
- 2,3 миллионов зед.
- 3,8 миллионов зед.
- 3,4 миллионов зед.

Далее

Завершить

7

7 из 10

В школе, где учится Оля, учитель по физике дал тесты, которые оцениваются по 100-балльной шкале. Оля набрала в среднем по 60 баллов за первые четыре теста по физике. За пятый тест она получила 80 баллов. Какое количество баллов в среднем Оля набрала после всех пяти тестов?

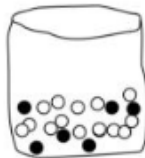
- 80
- 60
- 70
- 64

Далее

Завершить

8

8 из 10



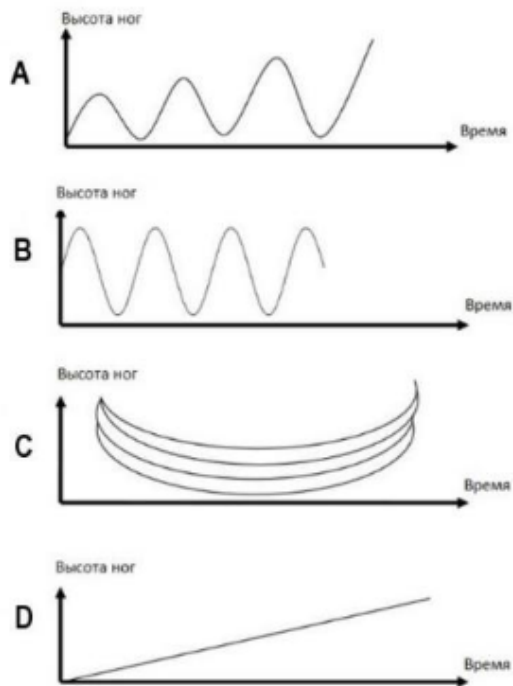
Игра на весенней ярмарке предполагает использование вращающегося колеса. Если колесо останавливается на четном числе, игроку разрешается вытянуть один шарик из мешка.

Вращающееся колесо и шарики в мешке показаны на рисунках ниже.

- Невозможно.
- Маловероятно.
- Около 50% вероятности.
- Весьма вероятно.

Далее

Завершить



Влад сидит на качелях. Он начинает раскачиваться. Он пытается раскачаться как можно выше. Какой график лучше всего изображает высоту его ног над землей, когда он раскачивается?

- A
- B
- C
- D

Далее

Завершить

10

10 из 10

По телевизору транслировали документальный фильм о землетрясениях и о том, как часто они происходят. В нем шла речь о возможности прогнозирования землетрясений. Геолог определил следующее: “В течение следующих двадцати лет вероятность землетрясения в Алматы составляет два к трем”.
Какое утверждение из следующих лучше всего отражает заявление геолога?

- $2\frac{1}{3} \times 20 = 13.3$, следовательно, в промежутке между 13 и 14 лет начиная с этого момента в Алматы будет землетрясение.
- $2\frac{1}{3}$ это больше чем $1\frac{1}{2}$, следовательно, можно быть уверенным, что в Алматы в какой-то момент в течение 20 лет может произойти землетрясение.
- Вероятность того, что в Алматы произойдет землетрясение в какой-то момент в течение следующих 20 лет, выше, чем вероятность того, что оно не произойдет.
- Невозможно сказать, что случится, потому что никто не уверен в том, что случится землетрясение.

Далее

Завершить