



Программу составил(и):

*кфмн, Профессор, Ларин Сергей Васильевич*

Рабочая программа дисциплины

**Числовые системы**

разработана в соответствии с ФГОС ВО:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (приказ Минобрнауки России от 22.02.2018 г. № 125)

составлена на основании учебного плана:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

направленность (профиль) образовательной программы

Математика и информатика

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

**D10 Математики и методики обучения математике**

Протокол от \_\_ 04 мая \_\_\_\_\_ 2022 г. № \_\_ 8\_\_

Зав. кафедрой Шкерина Людмила Васильевна

Председатель НМСС(С)

\_12\_ мая \_\_\_\_\_ 2022 г. № \_\_\_\_\_ 8 \_\_\_\_\_

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

перевод интуитивных знаний о числах на твердую основу выводов, исходя из аксиом.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Цикл (раздел) ОП: Б1.ОДП.09.01.04

### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

2.1.1 Алгебра

### 2.2 Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

2.2.1 Теория чисел

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач**

**УК-1.2: Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности**

### Знать:

Уровень 1	логические формы и процедуры, методы рефлексии в полном объеме (правильно выполнено более 90% заданий)
Уровень 2	логические формы и процедуры, методы рефлексии в достаточном объеме (правильно выполнено более 80% заданий)
Уровень 3	логические формы и процедуры, методы рефлексии в неполном объеме (правильно выполнено более 60% заданий)

### Уметь:

Уровень 1	самостоятельно применять логические формы и процедуры, методы рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности (правильно выполнено более 90% заданий)
Уровень 2	применять логические формы и процедуры, методы рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности с небольшой помощью преподавателя (правильно выполнено более 80% заданий)
Уровень 3	применять логические формы и процедуры, методы рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности только с помощью преподавателя (правильно выполнено более 60% заданий)

### Владеть:

Уровень 1	Навыками применения логических форм и процедур, рефлексивной деятельности в полном объеме (правильно выполнено более 90% заданий)
Уровень 2	Навыками применения логических форм и процедур, рефлексивной деятельности в достаточном объеме (правильно выполнено более 80% заданий)
Уровень 3	Навыками применения логических форм и процедур, рефлексивной деятельности в не полном объеме (правильно выполнено более 60% заданий)

**ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач**

**ПК-1.1: Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)**

### Знать:

Уровень 1	структуру, состав и дидактические единицы разделов "Числовые системы" в полном объеме (правильно выполнено более 90% заданий)
Уровень 2	структуру, состав и дидактические единицы разделов "Числовые системы" в достаточном объеме (правильно выполнено более 80% заданий)
Уровень 3	структуру, состав и дидактические единицы разделов "Числовые системы" в не полном объеме (правильно выполнено более 60% заданий)

### Уметь:

Уровень 1	применять теоретические знания о структуре, составе и дидактических единицах разделов "Числовые системы" и на практике в полном объеме (правильно выполнено более 90% заданий)
Уровень 2	применять теоретические знания о структуре, составе и дидактических единицах разделов "Числовые системы" и на практике в достаточном объеме (правильно выполнено более 80% заданий)
Уровень 3	применять теоретические знания о структуре, составе и дидактических единицах разделов "Числовые системы" и на практике в не полном объеме (правильно выполнено более 60% заданий)

### Владеть:

Уровень 1	навыками решения типовых задач "Числовых систем" в полном объеме (правильно выполнено более 90% заданий)
Уровень 2	навыками решения типовых задач "Числовых систем" в достаточном объеме (правильно выполнено более 80% заданий)

	80% заданий)
Уровень 3	навыками решения типовых задач "Числовых систем" в не полном объеме (правильно выполнено более 60% заданий)
<b>ПК-1.2: Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО</b>	
<b>Знать:</b>	
Уровень 1	теоретический материал разделов "Числовые системы" и владеет умением осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в школьной математике в полном объеме (правильно выполнено более 90% заданий)
Уровень 2	теоретический материал разделов "Числовые системы" и владеет умением осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в школьной математике в достаточном объеме (правильно выполнено более 80% заданий)
Уровень 3	теоретический материал разделов "Числовые системы" и владеет умением осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в школьной математике в не полном объеме (правильно выполнено более 60% заданий)
<b>Уметь:</b>	
Уровень 1	осуществлять отбор теоретического материала для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО в полном объеме (правильно выполнено более 90% заданий)
Уровень 2	осуществлять отбор теоретического материала для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО в достаточно полном объеме (правильно выполнено более 80% заданий)
Уровень 3	осуществлять отбор теоретического материала для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО в не полном объеме (правильно выполнено более 60% заданий)
<b>Владеть:</b>	
Уровень 1	навыками дидактического анализа учебного содержания разделов "Числовые системы" для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО в полном объеме (правильно выполнено более 90% заданий)
Уровень 2	навыками дидактического анализа учебного содержания разделов "Числовые системы" для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО в достаточном объеме (правильно выполнено более 80% заданий)
Уровень 3	навыками дидактического анализа учебного содержания разделов "Числовые системы" для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО в не полном объеме (правильно выполнено более 60% заданий)
<b>ПК-3: Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов</b>	
<b>ПК-3.1: Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)</b>	
<b>Знать:</b>	
Уровень 1	межпредметные связи вузовского и школьного курсов алгебры и числовых систем для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.) в полном объеме (правильно выполнено более 90% заданий).
Уровень 2	межпредметные связи вузовского и школьного курсов алгебры и числовых систем для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.) в достаточном объеме (правильно выполнено более 80% заданий).
Уровень 3	межпредметные связи вузовского и школьного курсов алгебры и числовых систем для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.) в не полном объеме (правильно выполнено более 60% заданий).
<b>Уметь:</b>	
Уровень 1	правильно применять способы интеграции содержания вузовского и школьного курсов алгебры и числовых систем для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.) в полном объеме (правильно выполнено более 90% заданий).
Уровень 2	правильно применять способы интеграции содержания вузовского и школьного курсов алгебры и числовых систем для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.) в достаточном объеме (правильно выполнено более 80% заданий).
Уровень 3	правильно применять способы интеграции содержания вузовского и школьного курсов алгебры и числовых систем для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.) в не полном объеме (правильно выполнено более 60% заданий).
<b>Владеть:</b>	
Уровень 1	навыками интеграции содержания вузовского и школьного курсов алгебры и числовых систем для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.) в полном объеме (правильно выполнено более 90% заданий).
Уровень 2	навыками интеграции содержания вузовского и школьного курсов алгебры и числовых систем для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.) в достаточном объеме (правильно выполнено более 80% заданий).

Уровень 3	навыками интеграции содержания вузовского и школьного курсов алгебры и числовых систем для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.) в не полном объеме (правильно выполнено более 60% заданий).
-----------	---

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте факт.	Пр. подгот.	Примечание
	<b>Раздел 1. Основные вводные понятия</b>							
1.1	Множество, элемент множества. Пустое множество. Подмножество. Равенство множеств. Объединение, пересечение, разность множеств. Прямое произведение множеств. Бинарные отношения. Отображение множеств. Бинарная операция.	9	2	ПК-1.1 УК-1.2	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
1.2	Обозначения числовых множеств, рассматриваемых в школе. Примеры объединений и пересечений числовых множеств. Прямое произведение множеств. Примеры бинарных отношений (отношение эквивалентности, отношение линейного порядка, строгие и нестрогие неравенства). Примеры бинарных операций. /Пр/	9	2	ПК-1.1 УК-1.2	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
1.3	Обозначения числовых множеств, рассматриваемых в школе. Примеры объединений и пересечений числовых множеств. Прямое произведение множеств. Примеры бинарных отношений (отношение эквивалентности, отношение линейного порядка, строгие и нестрогие неравенства). Примеры бинарных операций. /Ср/	9	2	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
	<b>Раздел 2. Натуральные числа</b>							
2.1	Аксиоматическое определение натуральных чисел в виде натурального ряда с бинарным отношением «непосредственного следует за», удовлетворяющим четырем аксиомам Пеано. Независимость аксиом Пеано. Принцип полной математической индукции. /Лек/	9	2	ПК-1.1 УК-1.2	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
2.2	Метод полной математической индукции, начало индукции, индуктивное предположение, шаг индукции. Примеры доказательств равенств, неравенств, делимости, рекуррентные соотношения, индукция в геометрии. Домашняя контрольная работа «Задачи на индукцию». /Пр/	9	2	ПК-1.1 УК-1.2	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
2.3	Метод полной математической индукции, начало индукции, индуктивное предположение, шаг индукции. Примеры доказательств равенств, неравенств, делимости, рекуррентные соотношения, индукция в геометрии. Домашняя контрольная работа «Задачи на индукцию». /Ср/	9	2	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2 Л1.3			индивидуальная домашняя контрольная работа

2.4	Отношение «меньше» для натуральных чисел. Теорема о свойстве трихотомии. Определения отношений "меньше" и "меньше или равно", их свойства. Основные свойства линейно упорядоченного множества натуральных чисел. Усиленный, обобщенный и обобщенный усиленный принципы доказательств по индукции. Действия над неравенствами. /Лек/	9	2	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
2.5	Аксиомы сложения натуральных чисел. Доказательства свойств сложения. Аксиомы умножения натуральных чисел. Доказательства свойств умножения. /Лек/	9	2	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
2.6	Примеры обоснований сложений и умножений натуральных чисел. Доказательства свойств операций /Пр/	9	2	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
	<b>Раздел 3. Целые и рациональные числа</b>							
3.1	Определение кольца, подкольца, свойства колец. Определение кольца целых чисел. Область целостности. Упорядоченное кольцо целых чисел. Деление с остатком. Элементы теории делимости целых чисел. Построение модели кольца целых чисел. /Лек/	9	2	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
3.2	Простые и составные числа. НОД и НОК двух целых чисел. Деление с остатком и алгоритм Евклида. /Пр/	9	2	ПК-1.1 УК-1.2	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
3.3	Определение поля, подполя, свойства полей. Определение поля рациональных чисел. Основные свойства рациональных чисел. Построение модели поля рациональных чисел. Упорядоченное поле рациональных чисел. /Лек/	9	2	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
3.4	Переход от обыкновенных дробей к десятичным. Переход от периодической десятичной дроби к обыкновенной. /Пр/	9	2	ПК-1.1 УК-1.2	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
	<b>Раздел 4. Действительные числа</b>							
4.1	Определение упорядоченного поля, аксиомы непрерывности: аксиома Архимеда и аксиома Кантора. Определение системы действительных чисел в трех словах: непрерывное упорядоченное поле. /Лек/	9	2	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
4.2	Построение упорядоченного поля десятичных дробей и его непрерывность. /Пр/	9	2	ПК-1.1 УК-1.2	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
4.3	Представление действительных чисел десятичными дробями. Последовательность стягивающихся отрезков. Однозначная представимость действительного числа в виде десятичной дроби. /Лек/	9	2	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
4.4	Степени и логарифмы. р-адические числа. /Пр/	9	2	ПК-1.1 УК-1.2	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
	<b>Раздел 5. Комплексные числа и кватернионы. Теорема Фробениуса</b>							

5.1	Теорема Фробениуса /Пр/	9	2	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2	Л1.1 Л1.2 Л1.3		2	
5.2	Действия над комплексными числами и кватернионами. Чистые кватернионы и их геометрические модели. /Лек/	9	2	ПК-1.1 ПК-1.2 УК-1.2 ПК-3.1	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
5.3	Изоморфизм одноименных числовых систем. /Пр/	9	2	ПК-1.1 УК-1.2	Л1.1 Л1.2 Л1.3			
<b>Раздел 6. Зачет</b>								
6.1	Зачет /КРЗ/	9	0,15		Л1.1 Л1.2 Л1.3			Вопросы к зачету
<b>Раздел 7. Сам. работа</b>								
7.1	Сам. работа /Ср/	9	31,85		Л1.1 Л1.2 Л1.3			

**5. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА)  
для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации**

**5.1. Контрольные вопросы и задания**

Входной контроль: знание школьных определений натуральных, целых, рациональных, действительных и комплексных чисел  
Текущий контроль:  
Контрольная работа 1. Задачи на доказательства по индукции.  
Контрольная работа 2. Вопросы тестов.  
Вопросы к зачету.

**5.2. Темы письменных работ**

Доказательства методом полной математической индукции:

- 1) Доказательства числовых равенств
- 2) Доказательства числовых неравенств
- 3) Доказательства делимости
- 4) Рекуррентные соотношения
- 5) Индукция в геометрии

**5.3. Оценочные материалы (оценочные средства)**

ПРИМЕРЫ к зачету

1. Приведите пример обыкновенной дроби и запишите ее в виде периодической десятичной дроби
2. Приведите пример периодической десятичной дроби и запишите ее в виде обыкновенной.
3. Приведите примеры: натурального числа, целого не натурального, рационального не целого, иррационального числа. Примеры конечной, периодической и непериодической десятичных дробей.
3. Приведите пример на доказательство равенства методом полной математической индукции.
4. Приведите пример на доказательство неравенства методом полной математической индукции.
5. Приведите пример на доказательство методом полной математической индукции. делимости выражения на данное число.
6. Приведите пример обыкновенной дроби и запишите ее в виде периодической десятичной дроби.
7. Приведите пример периодической десятичной дроби и запишите ее в виде обыкновенной.
8. Приведите примеры: натурального числа, целого не натурального, рационального не целого, иррационального числа. Примеры конечной, периодической и непериодической десятичных дробей.
9. Пользуясь определением сложения натуральных чисел, вычислите  $2+3$  с обоснованием каждого шага.
10. Пользуясь определением умножения натуральных чисел, вычислите произведение чисел 2 и 3 с обоснованием каждого шага.
11. Разделите с остатком 27 (-27) на 23 (-23).
12. Выполните сложение, вычитание, умножение и деление двух придуманных комплексных чисел.
13. Докажите основные свойства колец.
14. Докажите основные свойства полей.
15. Существует ли поле, которое строго содержит поле действительных чисел и строго содержится в поле комплексных чисел? Докажите.

Вопросы к зачету

1. Определение натурального ряда, независимость аксиом Пеано. Доказательство принципа полной математической индукции.
2. Определение сложения натуральных чисел, доказательство существования и единственности сложения.
3. Основные свойства сложения и умножения натуральных чисел. (3 свойства доказать).
4. Вспомогательные свойства, позволяющие ввести отношение «меньше» для натуральных чисел.
5. Определение отношения «меньше» для натуральных чисел, его основные свойства.

6. Определение отношения «меньше» для натуральных чисел, доказательство существования наибольшего числа для ограниченного сверху множества натуральных чисел. Линейно упорядоченное множество натуральных чисел вполне упорядочено.
7. Доказательство существования наименьшего числа для непустого множества натуральных чисел. Усиленный принцип полной математической индукции.
8. Определение системы целых чисел. Основные свойства: свойство нуля, правила знаков, коммутативность умножения целых чисел. Отсутствие делителей нуля.
9. Непротиворечивость теории целых чисел.
10. Определение системы рациональных чисел. Представление рационального числа десятичной дробью.
11. Определение системы действительных чисел. Включение  $Q$  в  $R$ . Существование и единственность целой части действительного числа.
12. Целая часть действительного числа. Представление действительных чисел десятичными дробями.
13. Линейно упорядоченное множество десятичных дробей. Конечные десятичные дроби. Свойство усиленной плотности.
14. Последовательность стягивающихся отрезков. Определение сложения и умножения десятичных дробей.
15. Свойство слабой монотонности сложения. Доказательство свойств сложения и умножения десятичных дробей.
16. Различные определения системы действительных чисел и их эквивалентность.
17.  $p$ -адические числа.
18. Определение системы комплексных чисел. Непротиворечивость теории комплексных чисел. Основные свойства поля комплексных чисел.
19. Кватернионы. Группа кватернионов.
20. Теорема Фробениуса.
21. Изоморфизм одноименных числовых систем.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 6.1. Рекомендуемая литература

#### 6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Адрес
Л1.1	Смолин Ю. Н.	Числовые системы: учебное пособие	Москва: ФЛИНТА, 2021	<a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=54576">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=54576</a>
Л1.2	Кардаильская О. С., Черепенко В. А.	Обзор числовых систем: тождественные преобразования выражений: учебное пособие	Таганрог: Таганрогский государственный педагогический институт имени А. П. Чехова, 2012	<a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=614596">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=614596</a>
Л1.3	Ларин С. В.	Числовые системы: учебное пособие для вузов	Москва: Юрайт, 2022	<a href="https://urait.ru/bcode/493271">https://urait.ru/bcode/493271</a>

#### 6.3.1 Перечень программного обеспечения

1. Microsoft® Windows® 8.1 Professional (ОЕМ лицензия, контракт № 20А/2015 от 05.10.2015);
2. Kaspersky Endpoint Security – Лиц сертификат №1В08-190415-050007-883-951;
3. 7-Zip - (Свободная лицензия GPL);
4. Adobe Acrobat Reader – (Свободная лицензия);
5. Google Chrome – (Свободная лицензия);
6. Mozilla Firefox – (Свободная лицензия);
7. LibreOffice – (Свободная лицензия GPL);
8. XnView – (Свободная лицензия);
9. Java – (Свободная лицензия);
10. VLC – (Свободная лицензия);

#### 6.3.2 Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

Elibrary.ru: электронная библиотечная система : база данных содержит сведения об отечественных книгах и периодических изданиях по науке, технологии, медицине и образованию. Адрес: <http://elibrary.ru> Режим доступа: Свободный доступ;

Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека онлайн». Адрес: <https://biblioclub.ru> Режим доступа: Индивидуальный неограниченный доступ;

Электронно-библиотечная система издательства «ЛАНЬ». Адрес: [e.lanbook.com](http://e.lanbook.com) Режим доступа: Индивидуальный неограниченный доступ;

Образовательная платформа «Юрайт». Адрес: <https://urait.ru> Режим доступа: Индивидуальный неограниченный доступ;

ИС Антиплагиат: система обнаружения заимствований. Адрес: <https://krasspu.antiplagiat.ru> Режим доступа: Индивидуальный неограниченный доступ;

Консультант Плюс /Электронный ресурс/: справочно – правовая система. Адрес: Научная библиотека Режим доступа: Локальная сеть вуза;

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Перечень учебных аудиторий и помещений закрепляется ежегодным приказом «О закреплении аудиторий и помещений в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева на текущий год» с обновлением перечня программного обеспечения и оборудования в соответствии с требованиями ФГОС ВО, в том числе:

1. Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации
2. Помещения для самостоятельной работы обучающихся
3. Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования
4. Перечень лабораторий.

## 8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Модуль 1. Основные вводные понятия (Лекций 1 ч., семинарских занятий 1ч.).

Множество, элемент множества. Пустое множество. Подмножество. Равенство множеств. Объединение, пересечение, разность множеств. Прямое произведение множеств. Бинарное отношение. Отображение множеств. Бинарная операция.

Модуль 2. Натуральные числа (Лекций 7 ч., практических занятий 7 ч.)

Школьное определение натуральных чисел и его аксиоматическая трансформация (аксиоматика Пеано). Принцип полной математической индукции. Аксиоматическое определение сложения и умножения натуральных чисел и свойства этих операций. Определение и свойства неравенств для натуральных чисел. Теоремы о существовании наименьшего и наибольшего элементов в подмножествах натуральных чисел. Усиленный принцип полной математической индукции. Независимость аксиом Пеано.

Модуль 3. Целые и рациональные числа (Лекций 4 ч., практических занятий 4 ч.)

Школьные определения целых и рациональных чисел и их трансформация в виде аксиоматических теорий колец и полей. Основные свойства кольца. Свойства целых чисел. Отношение «меньше» для целых чисел, его свойства. Основные свойства поля. Свойства рациональных чисел. Плотность поля рациональных чисел. Представление рационального числа десятичной дробью.

Модуль 4. Действительные числа (Лекций 4 ч., практических занятий 4 ч.)

Школьное определение действительных чисел (в виде множества всех десятичных дробей). Упорядоченное поле и аксиомы непрерывности. Аксиоматическое определение действительных чисел. Построение модели действительных чисел на базе десятичных дробей. Различные трактовки понятия представимости действительного числа десятичной дробью. Различные формулировки свойства непрерывности. Понятие о  $p$ -адических числах.

Модуль 5. Комплексные числа и кватернионы. Теорема Фробениуса (Лекций 2 ч., практических занятий 2 ч.)

Школьное определение комплексных чисел в алгебраической форме. Аксиоматическое определение комплексных чисел. Свойства комплексных чисел.

Тело кватернионов. Свойства кватернионов.

Линейная алгебра над полем. Базис и ранг линейной алгебры. Алгебры с делением конечного ранга над полем комплексных чисел. Алгебры с делением конечного ранга над полем действительных чисел. Теорема Фробениуса.

Изоморфизм одноименных числовых систем.