

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ РФ
федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Кафедра-разработчик

Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки: 44.03.01 «Педагогическое образование»

Направленность (профиль) образовательной программы

«Физика»

квалификация (степень) – бакалавр

Красноярск 2022

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» составлена доктором физико-математических наук, профессором Е.Н. Михалкиным

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании выпускающей кафедры математики и методики обучения математике протокол № 7, 08 мая 2019 г.

Заведующий кафедрой

доктор пед. наук, профессор



Л.В. Шкерина

Одобрено НМСС(Н)

Института математики, физики и информатики

протокол № 8, 16 мая 2019 г.

Председатель



С.В. Бортновский

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» актуализирована профессором Е.Н. Михалкиным

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математического анализа и методики обучения математике в вузе

Заведующий кафедрой
Протокол № 8 от 12 мая 2021 г.



Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева

21 мая 2021 г. Протокол № 7



Председатель



С.В. Бортновский

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математического анализа и методики обучения математике в вузе

Заведующий кафедрой
Протокол № 8 от 4 мая 2022 г.



Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева

12 мая 2022 г. Протокол № 8



Председатель



С.В. Бортновский

Лист внесения изменений
Дополнения и изменения в рабочую программу
на 2021/2022 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

1. Обновлено титульные листы рабочей программы и фонда оценочных средств

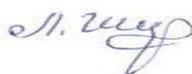
2. Обновлено и согласована с Научной библиотекой КГПУ им. В.П. Астафьева «Карта литературного обеспечения (включая электронные ресурсы)», содержащая основную и дополнительную литературу, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
12 мая 2021г., протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Шкерина Людмила Васильевна



Одобрено НМС ИМФИ

21 мая 2021 г., протокол №7

Председатель

Бортновский Сергей Витальевич



Лист внесения изменений
Дополнения и изменения в рабочую программу
на 2022/2023 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

1. Обновлено титульные листы рабочей программы и фонда оценочных средств

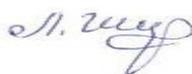
2. Обновлено и согласована с Научной библиотекой КГПУ им. В.П. Астафьева «Карта литературного обеспечения (включая электронные ресурсы)», содержащая основную и дополнительную литературу, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
4 мая 2022г., протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Шкерина Людмила Васильевна



Одобрено НМС ИМФИ

12 мая 2022 г., протокол №8

Председатель

Бортновский Сергей Витальевич



1. Пояснительная записка.

1. Рабочая программа по дисциплине «Математический анализ» отвечает требованиям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (далее – ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование (уровень бакалавр), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 02 марта 2016 г. N 41305 и профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 октября 2013 г. №544н.

Рабочая программа по дисциплине «Математический анализ» включает пояснительную записку, организационно-методические материалы, компоненты мониторинга учебных достижений обучающихся и учебные ресурсы.

Данная дисциплина «Математический анализ» включена в список дисциплин Б1.ОДП.05.01.01.02 в 1-3 семестрах (1-2 курсы) учебного плана по очной форме обучения.

2.Трудоемкость дисциплины составляет 13 з.е., 468 часов общего объема времени. Форма промежуточной аттестации - экзамен (2-3 семестры).

Цель освоения дисциплины: научное обоснование тех относящихся к математическому анализу терминов и свойств, первое представление о которых дается ещё в школе. Содержание курса имеет профессионально-педагогическую направленность, особо выделяются вопросы введения основных понятий математики.

4. Планируемые результаты обучения

Задачи освоения дисциплины	Планируемые результаты обучения по дисциплине (дескрипторы)	Код результата обучения (компетенция)
Изучение свойств основных элементарных функций	Знать: понятие функции; основные элементарные функции и их графики; основные свойства элементарных функций	ОПК-2, ОПК-5, ПК-1
	Уметь: выявлять функциональные зависимости; исследовать их основные свойства; строить графики основных элементарных функций; выполнять преобразования графиков функций	
	Владеть: основными приемами исследования свойств элементарных функций	
Формирование понятий предела последовательности и предела функции	Знать: понятия последовательности, предела последовательности и его геометрический смысл; основные	ОПК-5, ПК-1

	<p>теоремы о пределах последовательностей; понятия предела функции в точке и на бесконечности и их геометрический смысл; понятие односторонних пределов</p> <p>Уметь: вычислять пределы с помощью свойств пределов; раскрывать неопределенности при вычислении пределов; вычислять односторонние пределы; определять поведение функции в точке и на бесконечности</p> <p>Владеть: основными приемами нахождения неопределенностей $\left[\frac{\infty}{\infty} \right]$, $\left[\frac{0}{0} \right]$ и $\left[1^{\infty} \right]$, а также правилами нахождения односторонних пределов</p>	
Формирование понятий непрерывность функции в точке и на промежутке	<p>Знать: понятие непрерывной в точке и на промежутке функции; свойства непрерывных в точке функций; понятия односторонней непрерывности; свойства непрерывных на отрезке функций; классификацию точек разрыва функции</p> <p>Уметь: находить точки непрерывности и точки разрыва функции, определять характер разрыва; строить графики кусочно-непрерывных функций</p> <p>Владеть: правилами нахождения односторонних пределов; правилами построения графиков элементарных функций</p>	ОПК-2, ПК-1
Нахождение асимптот для кривой	<p>Знать: понятие асимптоты кривой; виды асимптот</p> <p>Уметь: находить асимптоты для заданной кривой</p> <p>Владеть: приемами отыскания асимптот кривой</p>	ОПК-2, ОПК-5, ПК-1
Формирование понятия производная функции. Нахождение производной. Геометрический и физический смысл производной	<p>Знать: понятие производной и дифференциала, понятие дифференцируемой функции; производные основных элементарных функций; геометрический и физический смысл производной; уравнения касательной и нормали к кривой; формулы дифференцирования основных элементарных функций; правила дифференцирования суммы, произведения и частного</p> <p>Уметь: вычислять производные и дифференциалы функций (в т.ч. и для показательной-степенной функции); дифференцировать параметрически</p>	ОПК-2, ОПК-5,

	<p>заданные функции; находить и строить касательную и нормаль к заданной кривой; вычислять производные высших порядков; раскладывать функцию в ряд Тейлора</p> <p>Владеть: основными приемами дифференцирования явных и параметрически заданных функций</p>	
<p>Применение производной к решению геометрических и физических задач</p>	<p>Знать: основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши); понятие стационарной точки, точек экстремума функции; условия постоянства, возрастания и убывания функции; понятия экстремума функции, наибольшего и наименьшего значений; понятие выпуклой кривой; правило Лопиталья, формулу Тейлора</p> <p>Уметь: решать задачи на применение геометрического и физического смыслов производной; решать задачи, связанные с нахождением точек экстремума, а также наибольшего и наименьшего значений; вычислять пределы с помощью правила Лопиталья</p> <p>Владеть: приемами нахождения точек экстремума, а также промежутков монотонности функции; основными приемами разложения функции в ряд Тейлора, а также приемами вычисления пределов вида $\left[\frac{\infty}{\infty} \right]$ и $\left[\frac{0}{0} \right]$</p>	<p>ОПК-2, ПК-1</p>
<p>Формирование понятий первообразная и неопределенный интеграл. Изучение свойств неопределенного интеграла. Овладение основными методами и приемами вычисления неопределенных интегралов</p>	<p>Знать: Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла, их физический смысл и основные свойства. Таблицу основных первообразных. Теорему о замене переменной и формулу интегрирования по частям для неопределенного интеграла. Основные приемы интегрирования рациональных, а также простейших иррациональных функций</p> <p>Уметь: использовать основные приемы вычисления неопределенных интегралов</p> <p>Владеть: основными приемами вычисления неопределенных интегралов (метод замены переменной, интегрирование по частям, интегрирование рациональных и иррациональных функций)</p>	<p>ОПК-2, ОПК-5, ПК-1</p>
<p>Формирование понятия</p>	<p>Знать: Понятие определенного интеграла,</p>	<p>ОПК-2, ОПК-5</p>

<p>определенный интеграл. Изучение свойств определенного интеграла. Геометрические и физические приложения определенного интеграла</p>	<p>его геометрический смысл. Теорему о замене переменной и формулу интегрирования по частям для определенного интеграла. Понятия статического момента материальной точки и работы переменной силы. Понятия несобственных интегралов I и II рода.</p>	
	<p>Уметь: вычислять площадь плоской фигуры, объем тел вращения, длин дуг; вычислять работу переменной силы, кинетическую энергию и силу давления; находить статические моменты и моменты инерции; определять координаты центра тяжести; вычислять несобственные интегралы или доказывать их расходимость</p>	
	<p>Владеть: основными приемами вычисления определенных интегралов; приемами исследования сходимости несобственных интегралов</p>	
<p>Формирование понятий функции нескольких переменных; предела и непрерывности функции нескольких переменных</p>	<p>Знать: Понятия функции нескольких переменных, области определения функции нескольких переменных; линии уровня; предела последовательности точек плоскости, свойства сходящихся последовательностей; понятия и свойства предела функции нескольких переменных; понятия и свойства непрерывной в точке функции; основные теоремы о непрерывных функциях в замкнутой области</p>	<p>ОПК-2, ОПК-5, ПК-1</p>
	<p>Уметь: выявлять функциональные зависимости нескольких переменных; строить линии уровня, находить поверхности уровня; вычислять пределы последовательности точек плоскости; вычислять пределы функции (если предел существует) или доказывать, что предела функции в точке не существует</p>	
	<p>Владеть: приемами построения линий уровня, основными приемами нахождения предела функции в точке</p>	
<p>Формирование понятий частных производных и дифференцируемости функции нескольких переменных</p>	<p>Знать: Понятие частных производных функции, теорему о равенстве смешанных частных производных; понятие дифференцируемости функции нескольких переменных и ее геометрический смысл; понятие дифференциала функции нескольких переменных; понятие градиента и его физический смысл; теорему о</p>	<p>ОПК-2, ПК-1</p>

	<p>дифференцировании неявной функции; формулу Тейлора для функции двух переменных</p> <p>Уметь: вычислять частные производные функций нескольких переменных; вычислять производную по направлению и градиент; дифференцировать неявные функции; раскладывать функцию двух переменных в ряд Тейлора</p> <p>Владеть: основными приемами нахождения частных производных</p>	
<p>Применение дифференциального исчисления функций нескольких переменных</p>	<p>Знать: понятие касательной плоскости к поверхности, ее уравнение; понятие экстремума функции нескольких переменных</p> <p>Уметь: находить уравнение касательной плоскости к заданной поверхности; находить экстремумы функции двух переменных; наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области</p> <p>Владеть: алгоритмами нахождения экстремумов функции двух переменных, а также наибольшего и наименьшего значений функции в замкнутой области</p>	<p>ОПК-5, ПК-1</p>
<p>Формирование понятий кратных интегралов. Изучение свойств кратных интегралов и их применение в механике</p>	<p>Знать: понятие двойного и тройного интегралов, их свойства; формулу, связывающую кратный интеграл с повторным интегралом; формулу вычисления двойного интеграла с помощью замены переменной; формулы для вычисления координат центра тяжести, статических моментов, а также моментов энергии</p> <p>Уметь: вычислять двойной интеграл, вычислять двойные интегралы (в т.ч. с помощью замены переменной), вычислять тройные интегралы; находить массу плоской пластины, координаты центра тяжести, статические моменты и моменты энергии</p> <p>Владеть: основными приемами вычисления двойных и тройных интегралов</p>	<p>ОПК-2, ОПК-5, ПК-1</p>
<p>Формирование понятий криволинейного интеграла I и II типа. Изучение свойств этих интегралов и их применение в механике.</p>	<p>Знать: Определения и свойства криволинейных интегралов I и II типов. Формулы, для вычисления этих интегралов. Теорему о независимости криволинейного интеграла II типа от пути интегрирования. Формулу Грина-Остроградского. Формулы для нахождения работы силы</p>	<p>ПК-1</p>

	<p>Уметь: вычислять криволинейные интегралы I и II типов; исследовать криволинейный интеграл II типа на независимость от пути интегрирования; находить работу силы</p> <p>Владеть: приемами вычисления криволинейных интегралов I и II типов</p>	
<p>Формирование понятий скалярного и векторного полей. Изучение свойств скалярных и векторных полей</p>	<p>Знать: Понятия скалярного поля, линий уровня поля, производной по направлению в поле, градиента поля, векторных линий, потока и циркуляции векторного поля, дивергенции и ротора векторного поля; определение потенциального и соленоидального полей; формулы Грина и Гаусса-Остроградского</p> <p>Уметь: строить изотермы и изобары; вычислять производные по направлению в поле, градиент поля; вычислять дивергенцию и ротор векторного поля</p> <p>Владеть: приемами вычисления кратных и криволинейных интегралов</p>	<p>ОПК-2, ОПК-5, ПК-1</p>
<p>Формирование понятий дифференциального уравнения, решения дифференциального уравнения первого порядка. Решение физических задач, приводящихся к дифференциальным уравнениям первого порядка.</p>	<p>Знать: Понятия дифференциального уравнения, решения дифференциального уравнения; понятие общего и частного решения дифференциального уравнения первого порядка; геометрическое истолкование решения дифференциального уравнения первого порядка; основные типы дифференциальных уравнений первого порядка</p> <p>Уметь: решать дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним, однородные дифференциальные уравнения и приводящиеся к ним, однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения, дифференциальные уравнения в полных дифференциалах; решать уравнения Лагранжа и Клеро; решать задачи о законе движения, о заряде конденсатора, о радиоактивном распаде, об охлаждении тела, о прожекторе, о концентрации раствора, о законе «естественного роста», о скорости размножения бактерий</p> <p>Владеть: основными приемами решения дифференциальных уравнений первого порядка (с разделяющимися переменными, однородные, линейные,</p>	<p>ОПК-2, ОПК-5, ПК-1</p>

		уравнения в полных дифференциалах)	
Решение дифференциальных уравнений высших порядков		Знать: основные типы уравнений высших порядков, допускающие понижение порядка; метод вариации постоянной	ОПК-2, ОПК-5, ПК-1
		Уметь: решать уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка; решать линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами; решать простейшую вариационную задачу	
		Владеть: основными приемами, позволяющими понизить порядок дифференциального уравнения; приемами, позволяющими решить как однородное, так и неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка	
Изучение основных признаков сходимости числовых рядов		Знать: понятие числового ряда, частичной суммы ряда, суммы ряда; понятия сходящегося и расходящегося ряда; признаки сходимости положительных рядов (необходимый, сравнения, Даламбера, Коши, интегральный); понятие знакопеременного ряда. Теорема Лейбница. Понятие абсолютно сходящегося и условно сходящегося рядов	ОПК-5, ПК-1
		Уметь: применять признаки сходимости положительных рядов для исследования ряда на сходимость; исследовать на сходимость знакопеременный ряд, исследовать ряд на абсолютную (условную) сходимость	
		Владеть: основными приемами исследования числовых рядов на сходимость	
Нахождение областей сходимости степенных рядов		Знать: понятие степенного ряда; теорему Абеля; понятие равномерной сходимости степенных рядов, теорему Вейерштрасса о равномерной сходимости степенных рядов; теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании степенных рядов.	ОПК-2, ПК-1
		Уметь: находить область и радиус сходимости степенных рядов; находить сумму степенного ряда с помощью почленного интегрирования и дифференцирования ряда	
		Владеть: основными приемами нахождения радиуса и области	

	сходимости степенных рядов	
Формирования понятия ряда Фурье. Разложение функции в ряд Фурье	Знать: понятие тригонометрического ряда; ортогональных системы функций; понятие ряда Фурье; особенности ряда Фурье для четной и нечетной функций; теорему о сходимости ряда Фурье	ОПК-2, ПК-1
	Уметь: раскладывать функцию в ряд Фурье; находить предельную функцию, к которой сходится ряд Фурье	
	Владеть: основными приемами разложения функции в ряд Фурье	

5. В процессе обучения дисциплины будут использоваться разнообразные виды деятельности обучающихся, организационные формы и методы обучения: практические занятия, самостоятельная работа, рейтинговая технология, индивидуальная, фронтальная, групповая формы организации учебной деятельности обучающихся, их сочетание и др.

6. Перечень образовательных технологий: современное традиционное обучение, педагогика сотрудничества, проблемное обучение, информационно-коммуникационные технологии.

1. Организационно-методические документы

1. 1. Технологическая карта освоения дисциплине

по очной форме обучения

(общая трудоемкость дисциплины 13 з.е.)

1-ый семестр (1-ый курс)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контакт.	Лекций	Лаб.	Практич.	КРЗ	Сам. работы	КРЭ	Контроль
Базовый раздел 1. Основные элементарные функции	26	6	2	4			20		
Тема 1.1. Действительные числа	13	3	1	2			10		
Тема 1.2. Числовые функции и их свойства	13	3	1	2			10		
Базовый раздел 2. Предел и непрерывность	34	9	4	5			25		
Тема 2.1. Предел числовой последовательности	9	3	1	2			6		
Тема 2.2. Предел функции и непрерывность функции	12	5	2	3			7		
Тема 2.3. Классификация точек разрыва функции	7	1	1				6		
Тема 2.4. Асимптоты	6						6		
Базовый раздел 3. Производная функции и ее применения	39	9	4	5			30		
Тема 3.1. Производная и дифференциал функции одной переменной	12	4	2	2			8		
Тема 3.2. Геометрический и физический смысл производной	11	4	2	2			7		
Тема 3.3. Основные теоремы дифференциального исчисления	6						6		
Тема 3.4. Применение производной к исследованию функций	10	1		1			9		
Базовый раздел 4. Интегральное	45	8	4	4			37		

исчисление функции одной переменной									
Тема 4.1. Первообразная и неопределенный интеграл	10	2	1	1			8		
Тема 4.2. Основные методы интегрирования функций	15	3	2	1			12		
Тема 4.3. Определенный интеграл и его вычисление	9	1		1			8		
Тема 4.4. Геометрические и физические приложения определенного интеграла	11	2	1	1			9		
ИТОГО	144	32	14	18			112		

2 семестр (1 курс)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контакт.	Лекций	Лаб.	Практич.	КРЗ	Сам. работы	КРЭ	Контроль
Раздел 5. Функции нескольких переменных	67	12	5	7			35		20
Тема 5.1. Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность	19	4	2	2			9		6
Тема 5.2. Частные производные. Дифференциал. Дифференцируемость функций нескольких переменных.	22	5	2	3			10		7
Тема 5.3. Производная по направлению. Градиент	7						5		2
Тема 5.4. Приложения дифференциального исчисления функций нескольких переменных	19	3	1	2			11		5
Раздел 6. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы	76,67	18	7	11			43		15,67
Тема 6.1. Криволинейные интегралы первого и второго порядка	22	5	2	3			12		5
Тема 6.2. Двойные и тройные	26	7	3	4			14		5

интегралы. Их вычисление.									
Тема 6.3. Геометрические и физические приложения двойных интегралов	28,67	6	2	4			17		5,67
Форма промежуточной аттестации по учебному плану – экзамен	0,33	0,33						0,33	
ИТОГО	144	30,33	12	18			78	0,33	35,67

3 семестр (2 курс)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контакт.	Лекций	Лаб.	Практич.	КРЗ	Сам. работы	КРЭ	Контроль
Раздел 7. Дифференциальные уравнения	112,66	27	13	14			60		25,66
Тема 7.1. Дифференциальное уравнение первого порядка. Общее и частное решение. Задача Коши.	17	4	2	2			8		5
Тема 7.2. Интегрируемые типы уравнений первого порядка (уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения, уравнения в полных дифференциалах).	32	10	4	6			17		5
Тема 7.3. Решение физических задач с помощью дифференциальных уравнений	17	4	2	2			8		5
Тема 7.4. Интегрируемые типы уравнений высших порядков, допускающие понижение порядка	26	4	2	2			17		5
Тема 7.5. Дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами	20,66	5	3	2			10		5,66
Раздел 8. Теория рядов	67,34	13,33	7	6			44		10,01
Тема 8.1. Понятие сходящегося ряда.	11,01	1	1				8		2,01

Сумма сходящегося ряда									
Тема 8.2. Положительные ряды	16	4	2	2			10		2
Тема 8.3. Знакопеременные ряды	12	2	1	1			8		2
Тема 8.4. Абсолютно и условно сходящиеся ряды	11	1	1				8		2
Тема 8.5. Степенные ряды Теорема Абеля.	17	5	2	3			10		2
Форма промежуточной аттестации по учебному плану – экзамен	0,33	0,33						0,33	
ИТОГО	180	40,33	20	20			104	0,33	35,67
Всего по дисциплине	468	102,66	46	56			294	0,33	71,34

Образовательная деятельность по образовательной программе проводится:

1) в форме контактной работе.

Контактные часы = Аудиторные часы + КРЗ + КРЭ

Аудиторные часы = Лекции + Лабораторные + Практические.

КРЗ – контактная работа на зачете.

КРЭ – контактная работа на экзамене.

2) в форме самостоятельной работы обучающихся – работы обучающихся без непосредственного контакта с преподавателем;

3) в иных формах, определяемых рабочей программой дисциплины.

Контроль – часы на подготовку к экзамену по очной и заочной формам обучения, часы на подготовку к зачету по заочной форме обучения.

ИТОГО часов = контактные часы + самостоятельная работа + контроль

1.2. Содержание основных разделов и тем дисциплины

Рабочая программа включает содержание дисциплины, распределенного по восьми разделам.

Базовый раздел 1. Основные элементарные функции

Тема 1.1. Действительные числа

Тема 1.2. Числовые функции и их свойства

Базовый раздел 2. Предел и непрерывность

Тема 2.1. Предел числовой последовательности

Тема 2.2. Предел функции и непрерывность функции

Тема 2.3. Классификация точек разрыва функции

Тема 2.4. Асимптоты

Базовый раздел 3. Производная функции и ее применения

Тема 3.1. Производная и дифференциал функции одной переменной

Тема 3.2. Геометрический и физический смысл производной

Тема 3.3. Основные теоремы дифференциального исчисления

Тема 3.4. Применение производной к исследованию функций

Базовый раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной

Тема 4.1. Первообразная и неопределенный интеграл

Тема 4.2. Основные методы интегрирования функций

Тема 4.3. Определенный интеграл и его вычисление

Тема 4.4. Геометрические и физические приложения определенного интеграла

Раздел 5. Функции нескольких переменных

Тема 5.1. Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность

Тема 5.2. Частные производные. Дифференциал. Дифференцируемость функций нескольких переменных.

Тема 5.3. Производная по направлению. Градиент

Тема 5.4. Приложения дифференциального исчисления функций нескольких переменных

Раздел 6. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы

Тема 6.1. Криволинейные интегралы первого и второго порядка

Тема 6.2. Двойные и тройные интегралы. Их вычисление.

Тема 6.3. Геометрические и физические приложения двойных интегралов

Раздел 7. Дифференциальные уравнения

Тема 7.1. Дифференциальное уравнение первого порядка. Общее и частное решение. Задача Коши.

Тема 7.2. Интегрируемые типы уравнений первого порядка (уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения, уравнения в полных дифференциалах).

Тема 7.3. Решение физических задач с помощью дифференциальных уравнений

Тема 7.4. Интегрируемые типы уравнений высших порядков, допускающие понижение порядка

Тема 7.5. Дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами

Раздел 8. Теория рядов

Тема 8.1. Понятие сходящегося ряда. Сумма сходящегося ряда

Тема 8.2. Положительные ряды

Тема 8.3. Знакопередающиеся ряды

Тема 8.4. Абсолютно и условно сходящиеся ряды

Тема 8.5. Степенные ряды Теорема Абеля.

Тема 8.6. Ряды Фурье.

1.3. Методические рекомендации по освоению дисциплины (методические материалы)

Курс математического анализа изучается в течение 1 – 3 семестров. Во втором и третьем семестрах программой предусмотрен экзамен.

В каждом семестре студент выполняет несколько аудиторных контрольных работ, индивидуальное домашнее задание и итоговый тест остаточных знаний после завершения изучения курса математического анализа.

Контроль знаний студентов реализуется на основе рейтинг-контроля. Технология этого контроля такова, что каждый вид контрольной деятельности студента и его текущая работа на занятиях оцениваются в баллах. Количество рейтинговых баллов, набранных студентом в течение семестра учитывается при выставлении зачета и экзамена.

Величина рейтингового балла за одну и ту же работу зависит от того, во время ли студент выполнил эту работу. Так, если студент переписал контрольную работу и выполнил ее качественно на 20 баллов, то ему выставляется на 20% меньше, т.е. всего 16 баллов. Поэтому студенту необходимо постараться и сразу хорошо подготовиться к контрольной работе, коллоквиуму и др.

Для успешности в учебе очень важно посещать все учебные занятия, не пропускать их без уважительной причины.

На лекции нужно слушать преподавателя внимательно и записывать все главное, сказанное им. После лекции в тот же день необходимо поработать над своим конспектом лекции. Прочитать все, что у вас записано и дополнить конспект соответствующим материалом из учебников и др. литературы, исправить те ошибки, которые вы допустили во время конспектирования. Перед следующей лекцией необходимо повторять содержание предыдущей. Если в ходе лекции или после первоначальной работы над ее конспектом вам что-то было не понятно, то необходимо сразу выяснить непонятное, обратившись с вопросами к преподавателю или студентам.

Крайне важно готовиться к каждому семинарскому и практическому занятию, выполнять все практические и теоретические задания преподавателя.

Свою самостоятельную учебную работу необходимо планировать в соответствии с ее графиком, не оставлять выполнение индивидуального домашнего задания на последний день перед отчетом. За один день не возможно выполнить то, что рассчитано на несколько недель.

2. Компоненты мониторинга учебных достижений обучающихся
2.1. Технологическая карта рейтинга дисциплины

1-2 семестры

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ №1

	Форма работы	Количество баллов 8 %	
		min	max
Промежуточный рейтинг-контроль	Тестирование	5	8
Итого		5	8

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ №2

	Форма работы	Количество баллов 12 %	
		min	max
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа № 1	10	12
Итого		10	12

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ №3

	Форма работы	Количество баллов 15 %	
		min	max
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа № 2	4	7
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа № 3	5	8
Итого		10	15

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ №4

	Форма работы	Количество баллов 15 %	
		min	max
Промежуточный	Контрольная работа № 4		

рейтинг-контроль		9	15
Итого		9	15

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ №5

	Форма работы	Количество баллов 10 %	
		min	max
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа № 5	6	10
Итого		6	10

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ №6

	Форма работы	Количество баллов 10 %	
		min	max
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа № 6	6	10
Итого		6	10

Итоговый модуль			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		min	max
Промежуточный контроль	Экзамен	18	30
Итого		18	30
Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех модулей)		min	max
		60	100

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

Общее количество набранных баллов	Академическая оценка по модулю
-----------------------------------	--------------------------------

60 – 72	удовлетворительно
73 – 86	хорошо
87 -100	отлично

3 семестр

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ №7

	Форма работы	Количество баллов 35 %	
		min	max
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа № 7	20	35
Итого		20	35

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ №8

	Форма работы	Количество баллов 35 %	
		min	max
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа № 8	20	35
Итого		20	35

Итоговый модуль			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		min	max
Промежуточный контроль	Экзамен	18	30
Итого		18	30
Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех модулей)		min	max
		60	100

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

Общее количество набранных баллов	Академическая оценка по модулю
60 – 72	удовлетворительно
73 – 86	хорошо
87 -100	отлично

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В.П. Астафьева»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Кафедра-разработчик: кафедра математики и методики обучения математике

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
Протокол № 8
от 4 мая 2022 г.
Зав.кафедрой Л.В. Шкерина



ОДОБРЕНО
на заседании научно-методического совета
специальности (направления подготовки)
Протокол №8
от 12 мая 2022г.
Председатель С.В. Бортновский



ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной
аттестации обучающихся

Математический анализ
(наименование дисциплины/модуля/вида практики)

44.03.01 Педагогическое образование
(код и наименование направления подготовки)

Физика
(направленность (профиль) образовательной программы)

Бакалавр
(квалификация (степень) выпускника)

Составитель: Михалкин Е.Н., профессор

Красноярск 2022

1. Назначение фонда оценочных средств.

1.1. **Целью** создания ФОС дисциплины «Математический анализ» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. ФОС по дисциплине «Математический анализ» направлен на решение **задачи:**

- оценка уровня сформированности компетенций, характеризующих способность выпускника к выполнению видов профессиональной деятельности по квалификации бакалавр, освоенных в процессе изучения данной дисциплины

1.3. ФОС разработан на основании нормативных документов:

- ФОС разработан на основании **нормативных документов:**

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование (уровень бакалавриата);

- образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование (уровень бакалавриата), направленность (профиль) образовательной программы «Физика»;

- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре - в КГПУ им. В.П. Астафьева.

2. Перечень компетенций, подлежащих формированию в рамках дисциплины

2.1. **Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины:**

ОПК-2. Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий).

ОПК-5. Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении.

ПК-1. Способен организовывать индивидуальную и совместную учебно-проектную деятельность обучающихся в соответствующей предметной области.

2.2. Оценочные средства

Компетенция	Дисциплины, практики, участвующие в формировании данной компетенции	Тип контроля	Оценочное средство/КИМ	
			Номер	Форма

<p>ОПК-2 Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий).</p>	<p>Модуль 2 "Коммуникативный"; Информационно-коммуникационные технологии в образовании и социальной сфере; Проектирование урока по требованиям ФГОС; Методика работы с классным коллективом; Дисциплины предметной подготовки ориентированные на достижение результатов обучения; Основы предметно-профильной подготовки ; Алгебра и геометрия; Математический анализ; Современные направления развития научной отрасли (по профилю подготовки) ; Элементарная физика; Дисциплины методической подготовки ориентированные на достижение результатов обучения; Методика обучения и воспитания (по профилю подготовки) ; Технологии современного образования (по профилю подготовки) ; Модуль 10 "Предметно-теоретический"; Дополнительные главы методики обучения физике; Модуль 11 "Предметно-практический"; Программирование виртуальных приборов; Модуль 7 "Педагогическая интернатура"; Модуль 9 "Предметно-методический"; Производственная практика: педагогическая практика интерна; Производственная практика; Междисциплинарный практикум; Педагогическая практика ; Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена; Выполнение и защита выпускной квалификационной работы</p>	<p>Текущая работа</p> <p>Промежуточная аттестация</p> <p>Промежуточная аттестация</p>	<p>1</p> <p>3</p> <p>6</p>	<p>Тестирование</p> <p>Контрольная работа №2</p> <p>Контрольная работа №5</p>
<p>ОПК-5. Способен осуществлять контроль и оценку</p>	<p>Проектирование урока по требованиям ФГОС; Дисциплины предметной подготовки ориентированные на</p>	<p>Промежуточная аттестация</p>	<p>4</p>	<p>Контрольная работа №3</p>

<p>формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении.</p>	<p>достижение результатов обучения; Основы предметно-профильной подготовки ; Алгебра и геометрия; Математический анализ; Современные направления развития научной отрасли (по профилю подготовки) ; Элементарная физика; Дисциплины методической подготовки ориентированные на достижение результатов обучения; Методика обучения и воспитания (по профилю подготовки) ; Модуль 10 "Предметно-теоретический"; Дополнительные главы методики обучения физике; Модуль 11 "Предметно-практический"; Радиотехника; ; Математический анализ и основы теории функций; Модуль 5 "Учебно-исследовательский"; Модуль 7 "Педагогическая интернатура"; Модуль 9 "Предметно-методический"; Учебная практика: ознакомительная практика; Учебная практика: научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы) ; Производственная практика: преддипломная практика; Производственная практика: педагогическая практика интерна; Производственная практика; Междисциплинарный практикум; Педагогическая практика ; Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена; Выполнение и защита выпускной квалификационной работы;</p>	Промежуточная аттестация	5	Контрольная работа №4
	<p>Достижение результатов обучения; Основы предметно-профильной подготовки ориентированные на достижение результатов обучения; Методика обучения и воспитания (по профилю подготовки) ; Модуль 10 "Предметно-теоретический"; Дополнительные главы методики обучения физике; Модуль 11 "Предметно-практический"; Радиотехника; ; Математический анализ и основы теории функций; Модуль 5 "Учебно-исследовательский"; Модуль 7 "Педагогическая интернатура"; Модуль 9 "Предметно-методический"; Учебная практика: ознакомительная практика; Учебная практика: научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы) ; Производственная практика: преддипломная практика; Производственная практика: педагогическая практика интерна; Производственная практика; Междисциплинарный практикум; Педагогическая практика ; Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена; Выполнение и защита выпускной квалификационной работы;</p>	Промежуточная аттестация	10	Экзамен
<p>ПК-1. Способен организовывать индивидуальную и совместную учебно-проектную</p>	<p>Модуль 1 "Мировоззренческий"; Культурология; Естественнонаучная картина мира; Модуль 2 "Коммуникативный"; Иностранный язык; Русский язык и культура речи;</p>	Промежуточная аттестация	7	Контрольная работа №6 Контроль

деятельность обучающихся в соответствующей предметной области.	Информационно-коммуникационные технологии в образовании и социальной сфере; Педагогическая риторика ; Модуль 3 "Здоровьесберегающий"; Основы ЗОЖ и гигиена; Анатомия и возрастная физиология; Безопасность жизнедеятельности; Физическая культура и спорт; Физическая культура и спорт (элективные дисциплины: Элективная дисциплина по общей физической подготовке / Элективная дисциплина по подвижным и спортивным играм / Элективная дисциплина по физической культуре для обучающихся с ОВЗ и инвалидов) Модуль 4 "Теория и практика инклюзивного образования"; Современные технологии инклюзивного образования; Проектирование индивидуальных образовательных маршрутов детей с ОВЗ ; Основы математической обработки информации; Основы учебно-исследовательской работы (профильное исследование) ; Теория обучения и воспитания; Проектирование урока по требованиям ФГОС; Дисциплины предметной подготовки ориентированные на достижение результатов обучения; Основы предметно-профильной подготовки ; Алгебра и геометрия; Математический анализ; Дисциплины методической подготовки ориентированные на достижение результатов обучения; Методика обучения и воспитания (по профилю подготовки) ; Школьный практикум по дисциплинам (профиля подготовки) ; Модуль 10 "Предметно-теоретический"; Частные вопросы методики обучения физике;	Промежуточная аттестация	8	льная работа №7
		Промежуточная аттестация	9	Контрольная работа №8
		Промежуточная аттестация	10	Экзамен

	<p>Дополнительные главы методики обучения физике; Модуль 11 "Предметно-практический"; Компьютерное моделирование физических явлений; Математический анализ и основы теории функций; Модуль 5 "Учебно-исследовательский"; Модуль 6 "Теоретические основы профессиональной деятельности"; Модуль 7 "Педагогическая интернатура"; Модуль 8 "Основы вожатской деятельности"; Модуль 9 "Предметно-методический"; Учебная практика: ознакомительная практика; Учебная практика: научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы) ; Производственная практика: преддипломная практика; Учебная практика: введение в профессию Учебная практика:технологическая (проектно-технологическая) практика Производственная практика: педагогическая практика интерна Учебная практика: общественно-педагогическая практика Производственная практика: вожатская практика Производственная практика Междисциплинарный практикум Педагогическая практика Учебная практика Учебная практика: технологическая (междисциплинарная) практика Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена Выполнение и защита выпускной квалификационной работы</p>			
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--

3.Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1 Фонды оценочных средств включают: вопросы к экзамену.

3.2. Оценочные средства

3.2.1. Оценочное средство вопросы к зачету

Критерии оценивания по оценочному средству 10 - вопросы к экзамену

Формируемые компетенции	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций	Пороговый уровень сформированности компетенций
	(87-100 баллов) отлично/зачтено	(73-86 баллов) хорошо/зачтено	(60-72 балла)* удовлетворительно/зачтено
ОПК-2.	Обучающийся проявляет способность участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)	Обучающийся в большинстве случаев проявляет способность участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)	Обучающийся в основном проявляет способность участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)
ОПК-5.	Обучающийся проявляет способность осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	Обучающийся в большинстве случаев проявляет способность осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	Обучающийся в основном проявляет способность осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении
ПК-1.	Обучающийся проявляет способность организовывать индивидуальную и совместную учебно-проектную деятельность обучающихся в соответствующей предметной области.	Обучающийся в большинстве случаев проявляет способность организовывать индивидуальную и совместную учебно-проектную деятельность обучающихся в соответствующей предметной области.	Обучающийся в основном проявляет способность организовывать индивидуальную и совместную учебно-проектную деятельность обучающихся в соответствующей предметной области.

Менее 60 баллов – компетенция не сформирована.

4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

4.1. Фонды оценочных средств включают: тест, контрольные работы, вопросы к экзамену.

4.2. Критерии оценивания (см. в технологической карте рейтинга в рабочей программе дисциплины «Математический анализ».

4.2.1. Критерии оценивания по оценочному средству 1 –тест

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	6
Оформление работы	2
Максимальный балл	8

4.2.2. Критерии оценивания по оценочному средству 2 – контрольная работа №1

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	10
Оформление работы	2
Максимальный балл	12

4.2.3. Критерии оценивания по оценочному средству 3 – контрольная работа №2

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	6
Оформление работы	1
Максимальный балл	7

4.2.4. Критерии оценивания по оценочному средству 4 – контрольная работа №3

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	6
Оформление работы	2
Максимальный балл	8

4.2.5. Критерии оценивания по оценочному средству 5 – контрольная работа №4

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	12
Оформление работы	3
Максимальный балл	15

4.2.6. Критерии оценивания по оценочному средству 6 – контрольная работа №5

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	8
Оформление работы	2
Максимальный балл	10

4.2.7. Критерии оценивания по оценочному средству 7 – контрольная работа №6

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	8
Оформление работы	2
Максимальный балл	10

4.2.8. Критерии оценивания по оценочному средству 8 – контрольная работа №7

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	29
Оформление работы	6
Максимальный балл	35

4.2.9. Критерии оценивания по оценочному средству 8 – контрольная работа №8

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	29
Оформление работы	6
Максимальный балл	35

5. Оценочные средства (контрольно-измерительные материалы)

5.1. Тест

1. Функция f называется ограниченной на множестве X , если

а) существует такое число $M > 0$, что $f(x) \leq M$;

б) существует такое число $M > 0$, что для любого $x \in X$ выполняется неравенство $|f(x)| \leq M$;

в) для любого числа $M > 0$ существует такое $x \in X$, что $|f(x)| \leq M$;

г) для любого $x \in X$ существует такое число $M > 0$, что $|f(x)| \leq M$.

2. Областью определения функции $f(x) = \sqrt{\lg(x^2 + x - 1)} + \frac{x+2}{x-3}$ является

множество:

а) $(-2; 1)$;

б) $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$;

в) $(-\infty; -2] \cup (3; +\infty)$;

г) $(-\infty; -2] \cup [1; 3) \cup (3; +\infty)$.

3. Множеством значений функции $f(x) = \sqrt{4x - x^2} - 3$ является множество:

а) $[0; +\infty)$; б) $[0; 1]$; в) $[1; 3]$; г) $[1; +\infty)$.

4. Функция $f(x) = \frac{\sin 5x - 2 \cos x}{6 + \operatorname{ctg}^2 x}$

а) ограничена сверху, но не ограничена снизу;

б) ограничена;

в) не ограничена ни сверху, ни снизу;

г) ограничена снизу, но не ограничена сверху.

5. Функция $f(x) = \frac{1}{2 + x^2}$ убывает на:

а) $(-\infty; 0]$;

б) $[0; +\infty)$;

в) $(-\infty; +\infty)$;

г) $(-\infty; \sqrt{2})$.

6. Наименьший положительный период функции $f(x) = \sin \frac{x}{3} + \cos \frac{2x}{5}$ равен:

а) 2π ;

б) 8π ;

в) 15π ;

г) 30π .

7. Функция $f(x) = \frac{3^x - 1}{1 + 3^x}$ является:

а) четной;

б) нечетной;

в) ни четной, ни нечетной.

5.2. Контрольная работа №1

1. Доказать, что предел функции $f(x) = \begin{cases} 2 - x^2, & x < 1, \\ \sqrt{x-1}, & x \geq 1 \end{cases}$ в точке $x = 1$ не

существует.

2. Вычислить пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{2x^3 - 5x^2 - 13x + 30}$

- 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{12x^2}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x-2}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{x+1} - \sqrt[3]{x^5+1}}{\sqrt[4]{x^7+1} - \sqrt{x+1}}$
- 5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-4x+3} - \sqrt{x^2-7x-1})$
- 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \cos 3x}{x}$
- 7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x+3}{5x-1} \right)^{5x}$
- 8) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x-3}{2+5x} \right)^{8x}$

5.3. Контрольная работа №2

1. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2 - 8)}{x^2 + 2x - 15}$.
2. Найти асимптоты кривой $y = \frac{1}{2x^2 + x - 1}$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x + \sqrt{x}$ на отрезке $[0;4]$.
4. Доказать, что функция $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ не является дифференцируемой в точке $x = 0$.

5.4. Контрольная работа №3

1. Найти производные функций: а) $y = \ln \left(\arccos \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$; б) $y = (x^2 + 3)^{\sqrt{x}}$;
 в) $\begin{cases} x = \cos \frac{t}{2}, \\ y = \operatorname{tg}^2 \frac{t}{2}. \end{cases}$
2. Написать уравнение касательной к кривой $y = x^2 + 2x - 1$ в точке ее пересечения с кривой $y = 2x^2$.

3. Движение материальной точки осуществляется по закону $f(t) = \sin t^2$.
Найти на траектории движения точки покая.
4. Вычислить приближенное значение функции $y = \sin 16^\circ$.

5.5. Контрольная работа №4

Вычислить интегралы:

1. $\int \ln(4x^2 + 1) dx$.

2. $\int \frac{dx}{x^3 + x^2 + 2x + 2}$.

3. $\int \frac{dx}{\cos x - 1}$.

4. $\int \frac{x + \sqrt{1+x}}{1 + \sqrt{1+x}} dx$.

5. $\int_{-1}^0 \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{\cos^2(x+1)} dx$.

6. $\int_0^1 x^2 \cdot e^{3x} dx$.

5.6. Контрольная работа №5

1. Найти частные производные и дифференциал функции $z = \frac{x^3 + y^2}{x} \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$ в точке (1;1).
2. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = x^3 + y + 2x - 3y$ в точке (0;0;0).
3. Исследовать на экстремум функцию $z = e^{x+2y}(x^2 - y^2)$.
4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - y^2 - 2xy + 2x + by$ в треугольнике, ограниченном осями координат и прямой $x + y - 3 = 0$.
5. Найти полное приращение и полный дифференциал функции $f(x,y) = x^2y^2$ в точке (2,2), если $\Delta x = 0,01$ и $\Delta y = -0,02$, сравнить их.

5.7. Контрольная работа №6

1. Изменить порядок интегрирования и построить область интегрирования:

$$a) \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{\sqrt{2-x}} f(x, y) dy; \quad б) \int_1^2 dy \int_{\frac{1}{y}}^y f(x, y) dx.$$

2. Вычислить интегралы:

$$a) \iint_D \sin(x+y) dx dy, \quad D: y=0, y=x, x+y=\frac{\pi}{2};$$

$$b) \int_L (xy - y^2) dx + x dy, \quad L: \text{дуга параболы } y=2x^2 \text{ от } A(0;0) \text{ до } B(1;2).$$

3. С помощью формулы Грина преобразовать данный криволинейный

$$\text{интеграл к двойному (не вычислять): } \oint_L \frac{\ln x}{x} \cdot y^2 dx + (x^2 \ln y + \ln^2 x) dy.$$

4. Вычислить с помощью двойного интеграла объем тела, ограниченного поверхностями: $x+y=6, y=\sqrt{3x}, z=4y, z=0$.

5. Вычислить с помощью криволинейного интеграла площадь фигуры, лежащей в первой координатной четверти и ограниченной частью эллипса: $x=3\cos t, y=2\sin t$.

5.8. Контрольная работа №7

1. Решить дифференциальные уравнения:

$$a) x(1 + \ln x)y' + y = 0.$$

$$b) xy' \cos \frac{y}{x} = y \cos \frac{y}{x} - x.$$

2. Решить задачу Коши: $y' - 3x^2 y = x^5 + x^2, \quad y(0) = 1$.

3. Записать уравнение кривой, проходящей через точку $A(0;2)$, если известно, что угловой коэффициент касательной в любой ее точке равняется ординате этой точки, увеличенной в 3 раза.

4. Лодка замедляет свое движение под действием сопротивления воды, которое пропорционально скорости лодки. Начальная скорость лодки 1,5 м/сек, через 4 сек скорость ее 1 м/сек. Когда скорость уменьшится до 1 см/сек?

5. Решить задачу Коши $y'' - 2y' + y = 2e^x, \quad y(1) = 0, y'(1) = -e$.

5.9. Контрольная работа №8

1. Укажите, какие из рядов удовлетворяют необходимому признаку сходимости:

$$1) \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \dots; \quad 2) 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots; \quad 3) \frac{2}{1} + \frac{4}{3} + \frac{6}{5} + \frac{8}{7} + \dots; \quad 4) 1 + \frac{4}{5} + \frac{9}{10} + \frac{16}{17} + \dots$$

2. Укажите, какие из рядов заведомо расходятся:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{100}{n^2}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5}{2}\right)^n.$$

3. Известно поведение последовательности частичных сумм $\{S_n\}$ ряда.

Укажите, в каких случаях ряд сходится:

4. 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \ln 5$; 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 0$; 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \cos 5$; 4) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \infty$.

5. Укажите, в каких случаях ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится абсолютно:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится ; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ сходится ; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} -|a_n|$ сходится

5.10. Вопросы к экзамену

5.10.1. Второй семестр

1. Понятие функции нескольких переменных. График функции двух переменных. Линии уровня.
2. Предел функции двух переменных.
3. Непрерывность функции двух переменных. Основные понятия и свойства.
4. Понятие дифференцируемой функции нескольких переменных. Необходимые условия дифференцируемости.
5. Достаточные условия дифференцируемости функции двух переменных
6. Понятие частных производных функции нескольких переменных. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных.
7. Дифференцирование сложных функций двух переменных.
8. Понятие дифференциала функции двух переменных, его геометрический смысл, инвариантность формы.
9. Частные производные высших порядков функции двух переменных. Условия равенства смешанных частных производных второго порядка.
10. Экстремумы функции двух переменных.

5.9.2. Третий семестр

1. Числовые ряды. Сходимость ряда. Понятие суммы ряда.
2. Необходимый признак сходимости. Свойства сходящихся рядов. Гармонический ряд. Геометрические ряды.
3. Критерий Коши сходимости числовой последовательности и числового ряда.
4. Понятие положительного числового ряда. Необходимый и достаточный признак сходимости положительного числового ряда.
5. Допределный и предельный признаки сравнения рядов. Примеры.
6. Признаки Даламбера и Коши сходимости положительных рядов. Примеры.
7. Интегральный признак сходимости положительных рядов. Примеры.

8. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Примеры. Абсолютно сходящиеся ряды и их свойства. Признак абсолютной сходимости (Даламбера).
9. Переместительное свойство положительных сходящихся рядов. Переместительное свойство абсолютно сходящихся рядов. О перестановке членов неабсолютно сходящихся рядов. Умножение абсолютно сходящихся рядов.
10. Понятие функциональной последовательности, ее сходимости и равномерной сходимости. Примеры. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей.
11. Понятие функционального ряда и его области сходимости. Примеры.
12. Равномерная сходимость функционального ряда. Необходимое и достаточное условие равномерной сходимости функциональной последовательности и функционального ряда.
13. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда.
14. Непрерывность суммы функционального ряда. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов. Примеры.
15. Понятие степенного ряда. Теорема Абеля. Теорема о существовании радиуса сходимости степенного ряда; формулы для его вычисления. Область сходимости степенного ряда. Примеры.
16. Равномерная сходимость степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Примеры.

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 20__ / __
учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

1. _____
2. _____

Программа одобрена на заседании кафедры-разработчика

«__» _____ 20__ г., протокол № _____

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой _____

(ф.и.о., подпись)

Программа одобрена на заседании выпускающей кафедры

«__» _____ 20__ г., протокол № _____

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой _____

(ф.и.о., подпись)

Одобрено НМСС(Н)

_____ 20__ г.

Председатель _____

(ф.и.о., подпись)

3. Учебные ресурсы

3.1. Карта литературного обеспечения дисциплины

Наименование	Место хранения/ электронный адрес	Кол-во экземпляров/точ ек доступа
ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА		
Бохан, К.А. Курс математического анализа [Текст] : учеб. пособие для студ.-заочников физико-математических фак-ов пед. институтов. Т. 1 / К.А. Бохан, И.А. Егорова, К.В. Лашенов. - Мн. : Интеграл, 2004. - 435 с. - 260 р.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	48
Бохан, К.А. Курс математического анализа [Текст] : учеб. пособие для студ.-заочников физико-математических фак-ов пед. институтов. Т. 2 / К.А. Бохан, И.А. Егорова, К.В. Лашенов. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1972. - 439 с. - 0.93 р.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	68
Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа [Текст] : учебник. Ч. 1 / Г.М. Фихтенгольц. - 7-е изд. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - Т.1. 416с, Т.2. 440с. - ISBN 5-8114-0190-6 : 232.40; 94 р.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	21
Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа [Текст] : учебник. Ч. 2 / Г.М. Фихтенгольц. - 7-е изд. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 440 с. - ISBN 5-9221-0197-8 : 232.40 р.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	48
ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА		
Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник : в 2-х т. / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - Москва : Физматлит, 2009. - Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. - 400 с. - ISBN 978-5-9221-0184-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82814	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
Ильин, В.А. Основы математического анализа. В 2-х частях : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 5-е изд. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. II. - 464 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 2). - ISBN 978-5-9221-0537-8 ;	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ

То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83225		
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ		
Шкерица, Л.В. Математический анализ : индивидуальные домашние задания для студентов I курса [Текст] : сборник задач / Л. В. Шкерица, Е. Н. Михалкин. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2010. - 160 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	133
Михалкин, Е. Н. Математический анализ. Индивидуальные домашние задания для студентов 1 курса [Электронный ресурс] / Е. Н. Михалкин, Л. В. Шкерица; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В. П. Астафьева. – Красноярск, 2010. – Режим доступа : http://elib.kspu.ru/document/5535 .	ЭБС КГПУ им. В.П. Астафьева	Индивидуальный неограниченный доступ
Багачук, Анна Владимировна. Организация проектной деятельности студентов в процессе предметной подготовки в педагогическом вузе [Текст] : учебное пособие / А. В. Багачук, М. Б. Шашкина. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2007. - 112 с. - 56 р., 56 р.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	96
ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ И ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ		
Elibrary.ru [Электронный ресурс] : электронная библиотечная система : база данных содержит сведения об отечественных книгах и периодических изданиях по науке, технологии, медицине и образованию / Рос. информ. портал. – Москва, 2000– .	http://elibrary.ru	Свободный доступ
Гарант [Электронный ресурс]: информационно-правовое обеспечение : справочная правовая система. – Москва, 1992.	Научная библиотека	локальная сеть вуза
East View : универсальные базы данных [Электронный ресурс] : периодика России, Украины и стран СНГ . – Электрон.дан. – ООО ИВИС. – 2011 - .	https://dlib.eastview.com	Индивидуальный неограниченный доступ
Антиплагиат. Вуз [Электронный ресурс]	https://krasspu.antiplagiat.ru	Индивидуальный доступ
Межвузовская электронная библиотека (МЭБ)	https://icdlib.nspu.ru	Индивидуальный неограниченный доступ

Согласовано:

Главный библиотекарь / Форт Фортова А.А.
(должность структурного подразделения) (подпись) (Фамилия И.О.)

3.2. Карта материально-технической базы дисциплины

Аудитория	Оборудование
для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-10	Проектор-1шт., учебная доска-2шт., компьютер -1шт Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-11а	Маркерная доска-1шт., компьютер-7шт., доска учебная-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-06	Компьютер с выходом в интернет – 9шт., проектор – 1шт., наглядные пособия (стенды), маркерная доска – 1шт. с устройством для интерактивной доски, доска маркерная – 1шт Альт Образование 8 (лицензия № ААО.0006.00, договор № ДС 14-2017 от 27.12.2017
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-11	Учебная доска-1шт., проектор-1шт., компьютер- 1шт., маркерная доска-1шт., демонстрационный стол-1шт Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-19	Маркерная доска-2шт., интерактивная доска-1шт., проектор-1шт., ноутбук-10шт., телевизор- 1шт., компьютер- 2шт., МФУ-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-02	Компьютер- 1шт., интерактивная доска - 1 шт., система видеоконференцсвязи Policom – 1 шт. (без сети), учебная доска-1шт Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-11	Учебная доска-1шт., экран-1шт., проектор-1шт., компьютер-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-12	Компьютер с выходом в интернет-10шт, учебная доска-1 шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-13, 3-14	Компьютер-15шт., принтер-1шт., маркерная доска- 1шт., проектор-1шт., интерактивная доска-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-15	Проектор-1шт., компьютер-12шт., маркерная доска- 1шт., интерактивная доска-1шт. Microsoft® Windows® 8.1 Professional (ОЕМ лицензия, контракт № 20А/2015 от 05.10.2015); Kaspersky Endpoint Security – Лиц сертификат №1В08- 190415-050007-883-951; 7-Zip - (Свободная лицензия GPL); Adobe Acrobat Reader – (Свободная лицензия);

	<p>Google Chrome – (Свободная лицензия);</p> <p>Mozilla Firefox – (Свободная лицензия);</p> <p>LibreOffice – (Свободная лицензия GPL);</p> <p>XnView – (Свободная лицензия);</p> <p>Java – (Свободная лицензия);</p> <p>VLC – (Свободная лицензия);</p> <p>Живая математика 5.0 (Контракт НКС-ДБ-294/15 от 21.09.2015, лицензия № 201515111);</p> <p>GeoGebra (Свободно распространяемая в некоммерческих (учебных) целях лицензия)</p>
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 4-01	Учебная доска-1шт., библиотека
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 4-02	Компьютер -1шт., проектор-1шт., интерактивная доска-1шт., маркерная доска-1шт., учебная доска-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 4-11	Учебная доска-1шт.
для самостоятельной работы	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд.1-01 Отраслевая библиотека	Копир-1шт
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-02 Читальный зал	Компьютер-10шт., принтер-1шт Альт Образование 8 (лицензия № ААО.0006.00, договор № ДС 14-2017 от 27.12.2017)