

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. Астафьева
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт Математики, физики и информатики
Кафедра математики и методики обучения математике

Гасанова Айсун Рамил кызы

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**РАЗВИТИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ НАВЫКОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ
9 КЛАССОВ ПОСРЕДСТВОМ РАЗЛИЧНЫХ ПРИЕМОВ УСТНОГО
СЧЕТА**

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя
профилями подготовки)

Направленность (профиль) образовательной программы Математика и
информатика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой: д.п.н., профессор Шкерина Л.В.

30.05.2022

(дата, подпись)

Руководитель: к.ф.-м.н, доц. Калачева С.И.

30.05.2022

(дата, подпись)

Дата защиты _____

Обучающийся: Гасанова А.Р.

Оценка _____

Красноярск 2022



СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Глава 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ НАВЫКОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ 9 КЛАССА.....	7
1.1. Теоретический анализ понятия «вычислительный навык».....	7
1.2. Возрастные особенности формирования вычислительных навыков у обучающихся 9 класса.....	14
1.3. Существующие приемы формирования вычислительных навыков школьников в опыте работы школьных учителей.....	17
ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1.....	23
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА РЕКОМЕНДАЦИЙ ПО ФОРМИРОВАНИЮ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ НАВЫКОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ 9 КЛАССА.....	25
2.1. Предлагаемое содержание устного счета для обучающихся 9 класса.....	25
2.2. Разработка методических рекомендаций по формированию вычислительных навыков для обучающихся 9 класса.....	33
2.3. Описание и результаты опытно-экспериментальной работы.....	44
ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2.....	57
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	58
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	60
ПРИЛОЖЕНИЕ 1.....	65
ПРИЛОЖЕНИЕ 2.....	78
ПРИЛОЖЕНИЕ 3.....	83
ПРИЛОЖЕНИЕ 4.....	85

ВВЕДЕНИЕ

Развитие вычислительных навыков у обучающихся в условиях повсеместного распространения вычислительной техники последнее время требует доказательства. Так ли это действительно необходимо? У современного ученика знакомство со счетом происходит еще до того, как они начинают узнавать и понимать механизмы этих действий. Еще в дошкольном возрасте они начинают осваивать компьютеры, планшеты, смартфоны. В каждом из этих устройств есть калькулятор, который теперь всегда под рукой. В такой ситуации даже взрослому человеку сложно объяснить, зачем он должен учиться считать устно и тем более, зачем ему постоянно совершенствовать это умение.

Даже между педагогами по этому поводу ведутся дискуссии. Одни считают, что арифметическое мастерство никак не связано с математическими способностями и математическим талантом, объясняя это тем, что на смену устному и письменному счету, вычислениям в уме пришли калькуляторы и современные мощные ЭВМ, которые во многом облегчают процесс вычислений, поэтому при обучении математике важно обращать внимание на элементы компьютерной культуры, нежели арифметической. По этому пути развития сейчас идет американская школа, в которой распространено использование программируемых калькуляторов. Однако, есть и другая точка зрения. Многие исследователи, занимающиеся данной педагогической проблемой, считают вычислительные навыки основным элементом культуры человека, ведь изучение вычислений вносит конкретный вклад в развитие основных умственных функций учащихся, способствуя развитию скорости мышления, внимания, памяти. Пользоваться вычислительной техникой без осознания вычислительных навыков невозможно, для этого как минимум необходимо знать основные арифметические действия. Также, вычислительная техника не всегда может оказаться под рукой. Следовательно, владение вычислительными навыками

необходимо.

На данный момент учителями активно внедряются новые образовательные технологии, а старым и проверенным технологиям, например, развитию вычислительных навыков, уделяют наоборот, недостаточное внимание. А постоянное использование мобильных телефонов с приложениями фото-калькуляторов и обычных калькуляторов приводит к упадку вычислительных навыков обучающихся, проявляющихся в том, что они не могут без дополнительных средств посчитать элементарный устный вычислительный пример.

Выполняя устные вычисления даже с небольшими числами, у обучающихся формируется представление о составе чисел, о зависимости законов и свойств действий. Беглость в устных вычислениях достигается за счет достаточного числа упражнений. Каждый урок рекомендуется начинать с устного счета.

Также стоит отметить и важность развития вычислительных навыков для сдачи государственного экзамена в 9 и 11 классах. Развитие скорости устных вычислений и преобразований, а также навыков решения простейших задач «в уме» является важным моментом подготовки ученика к ОГЭ. Важно систематически убеждать учеников в том, что только при наличии активной позиции в изучении математики и при условии приобретения практических умений и навыков можно рассчитывать на успех.

Таким образом, существует **противоречие** между потребностью в формировании вычислительных навыков и реальными результатами обучающихся. Данное противоречие позволило выделить **проблему** нашего исследования: недостаточность внимания в практике обучения математике заданиям, направленным на формирование вычислительных навыков.

В связи со всем вышеперечисленным была определена следующая **цель исследования**: разработка рекомендаций по организации учебной деятельности обучающихся 9 класса на уроках математики, ориентированных

на развитие вычислительных навыков.

Объект исследования: процесс формирования вычислительных навыков обучающихся в основной школе.

Предмет исследования: приемы формирования навыков устного счета в 9 классе на уроках математики.

Гипотеза: 1) уровень сформированности вычислительных навыков обучающихся будет повышаться, при увеличении доли устного счета в процессе обучения; 2) чем выше уровень сформированности вычислительных навыков обучающегося, тем выше уровень его общей успеваемости.

Для достижения указанной цели поставлены следующие **задачи**:

1. Проанализировать понятие «вычислительные навыки» в методической и психолого-педагогической литературе;
2. Выделить условия развития вычислительных навыков в основной школе;
3. Провести диагностику взаимозависимости уровня успеваемости обучающихся и уровня сформированности вычислительных навыков;
4. Определить формы организации устного счета обучающихся 9 класса;
5. Разработать задания на развитие устного счета на уроках математики в 9 классе.
6. Разработать методические рекомендации по использованию системы заданий с целью развития вычислительных навыков в процессе обучения математике.
7. Провести практическую апробацию разработанных рекомендаций.

Методы исследования:

теоретические – изучение и анализ литературы по проблеме исследования;

эмпирические – анкетирование; наблюдение и анализ деятельности учащихся основной школы в процессе выполнения заданий, направленных на формирование естественнонаучной грамотности, при дистанционном

обучении физике.

Научная новизна дипломной работы: применение авторских тематических пятиминуток и факультатива, направленных на повышение мотивации обучающихся к выработке навыков устного счета.

Практическая значимость состоит в представленной материале и разработках «пятиминуток» и факультатива, направленных на развитие вычислительных навыков обучающихся основной школы.

Глава 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ НАВЫКОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ 9 КЛАССА

1.1. Теоретический анализ понятия «вычислительный навык».

Основной задачей обучения математике является формирование у обучающихся высокого уровня вычислительной культуры. О.А. Ивашова под вычислительной культурой обучающихся понимает “учебную вычислительную деятельность, ориентированную на развитие личности ученика в процессе осмысленного овладения ее содержанием (знаниями и умениями математического и общекультурного характера), организованную с учетом социальных условий и характеристик необходимой обществу культуры” [6]. В.Ф. Ефимов под содержанием понятия «вычислительная культура» понимает:

- умение считать без ошибок;
- обоснованный выбор определенного хода выполнения действий и операций;
- реальная оценка количества объектов окружающего мира;
- сформированность краткого и правильного речевого и письменного хода вычислений [12].

Ю.М. Калягина приводит в исследовании описание вычислительной культуры: «Достаточно высокий уровень вычислительной культуры учащихся может быть охарактеризован следующей совокупностью признаков:

- прочные и осознанные знания свойств и алгоритмов операций над числами;
- умение по условию поставленной задачи, определить, являются ли исходные данные для вычислений точными или приближенными

числами, прочные знания правил приближенных вычислений и навыки их выполнения;

- умение правильно сочетать устные, письменные вычисления и вычисления с применением вспомогательных средств;
- устойчивое применение рациональных приемов вычислений;
- автоматизм навыков безошибочного выполнения вычислительных операций;
- аккуратная и экономичная запись расчетов;
- применение рациональных приемов контроля вычислений;
- умение на определенном теоретическом уровне обосновать правила и приемы, применяемые в процессе вычислений» [3].

Современные ученые, например, Т.Н. Казакова, в своих работах сущность вычислительной культуры раскрывают в общефилософском понимании, а именно: «сущность вычислительной культуры... состоит в правильном движении мысли от первоначальной качественной картины явления к его количественному описанию и от него – к сущности явления» [3].

Т.Н. Казакова и Б.М. Кедров сомневаются в возможности формирования вычислительной культуры школьника при условии акцента учителя лишь на чисто вычислительных задачах:

- в условии заданы числами начальные данные;
- в условии задачи задан алгоритм;
- не требуется качественного анализа решения (что может произойти с ситуацией, описанной в задаче) [13].

Для реализации сущности вычислительной культуры, по мнению Т.Н. Казаковой, необходимо предлагать учащимся практические задачи с реальными цифрами, которые позволяют осуществлять первый и третий шаги вышеприведенного алгоритма работы над задачей.

Она утверждает, что развитие вычислительной культуры школьников,

верного хода их рассуждений от постановки задачи к числу, может происходить только в том случае, если школьникам предлагать «качественные задачи» с приближенными вычислениями и использованием микрокалькулятора.

Таким образом, делаем вывод, что при формировании вычислительных навыков мы делаем упор на знание основных алгоритмов и умение их рационального применения. Для формирования вычислительной культуры необходимо также, чтобы обучающийся понимал требования задачи, умел делать приближенные вычисления в соответствии с условием задачи, делать оценку предполагаемого результата действий, т.е. выполнять качественное осмысление задачи.

В начале исследования дадим определение понятиям «вычислительный навык» и «вычислительный прием».

Вычислительный прием — это «способ нахождения результата арифметического действия или – «система операций, последовательное выполнение которых приводит к результату действия» [1].

Вычислительный навык — это вычислительный прием, доведенный до автоматизма.

Исследователи выделяют вычислительные навыки в категорию видов учебных навыков, которые формируются и используются обучающимися в процессе обучения. Выполняются вычислительные навыки при помощи операций, их необходимой для этого системой.

Некоторые исследователи понимают под вычислительными навыками высокий уровень владения приемами вычисления. Бантова М. А. говорит об этом следующим образом «Приобрести вычислительные навыки — значит, для каждого случая знать, какие операции и в каком порядке следует выполнять, чтобы найти результат арифметического действия, и выполнять эти операции достаточно быстро» [1]. Также она говорит о том, что навыки вычисления, формирующиеся у школьников - это способность делать

правильный выбор системы операций.

Приобретение навыка правильных вычислений означает знание определенных операций и их порядка использования в конкретной ситуации для нахождения результата того или иного арифметического примера.

Различают устные и письменные вычисления. К устным вычислениям относят все виды вычислений в пределах до 100, а также некоторые случаи использования вычислений за пределами сотни, если те сводятся к применению приемов до ста. К письменным же вычислениям относят операции над числами выше 100 [1].

Любой вычислительный навык характеризуется такими понятиями как правильность, осознанность и рациональность применения в конкретном случае, а также уровень автоматизма и прочность закрепления навыка [19].

Этапы изучения навыков вычисления соотносятся с логикой построения курса обучения математики, а также теми целями, что ставит перед обучающимися курс математики [14].

Но навык считается сформированным лишь при соблюдении условий: если школьник достаточно легко им пользуется для операций с натуральными числами, десятичными и обыкновенными дробями, а также он может производить преобразования выражений и приближенно подсчитывать результат решения [23].

Процесс формирования навыков вычисления у школьников идёт в несколько шагов [27]:

Первый шаг – это овладение умением вычислений и преобразований. Учителю стоит на этом этапе расписывать все свои шаги подробно, объяснять каждый этап решения.

Второй шаг – доведение умения до автоматизма использования. На этом этапе уже можно пропускать понятные для всех шаги решения, выполняя их устно, с проговариванием.

Устные вычисления производились ещё в древности. При условии

современного автоматизированного производства, устные вычисления не потеряли своей актуальности. Они развивают память, четкость и ясность мысли, его сообразительность при решении неординарных заданий, также формируют культуру мысли. Это придает уверенность в своих способностях человеку, обеспечивает понимание связей теории и практики [18].

Этап урока, на котором реализуется обучение устному счету, имеет свои задачи [9]:

1. Формирование и коррекция навыков, необходимых для самостоятельной деятельности обучающихся на уроке;
2. Контроль уровня знаний;
3. Начальная подготовка обучающихся к изучению нового материала.

Условия формирования навыков устного счета

Навыки устного счета необходимы для изучения нового материала при изучении дисциплин в школе, а также в обычной жизни, в жизненных ситуациях, где необходимо быстро и без использования технических средств воспроизвести вычисления.

Ф. В. Гизбург считает, что устному счету на уроках следует отводить большее время - на всех этапах урока. Вместе с тем, “в практике учителей сложилась традиция на каждом уроке специально отводить по 10-12 минут для устных упражнений” [31].

Мы выявили следующие рекомендации к применению устного счета на уроках математики:

1. Не следует проводить устный счет в конце урока, потому что в конце урока обучающиеся испытывают напряжение и усталость [11]. В конце урока рекомендованы тематические «пятиминутки».
2. Учитель должен предлагать ответить не конкретному ученику, а нескольким, даже если получен правильный ответ.
3. Необходимо уделять внимание решению нестандартных задач, а также дидактическим играм.

В нашем исследовании мы разработали гипотезу, что систематическое и целенаправленное использование на уроках математики комплекса заданий на устный счет и «пятиминуток» будет способствовать развитию умственных способностей школьников.

Обращая внимание на тот факт, что навыки устных вычислений формируются в процессе выполнения обучающимися разнообразных упражнений, мы изучили дополнительную литературу [7, 8, 20, 22] и пришли к выводу о том, что результативными являются следующие виды заданий:

1. Нахождение значений математических выражений;
2. Сравнение математических выражений;
3. Решение уравнений;
4. Решение задач.

Упражнения должны быть включены в каждый этап урока. Их можно соединять с проверкой домашних заданий, закреплением изученного материала, предлагать при опросе. Устные упражнения и тематические «пятиминутки» должны соответствовать теме и цели урока.

Если устные упражнения предназначаются для повторения старого материала, то лучше их провести в начале урока до изучения нового материала. Если упражнения имеют цель закрепить материал урока, то надо провести устный счет после изучения нового материала.

В случаях, когда задания имеют высокий уровень сложности для усвоения на слух, необходимо прибегать к записям или рисункам на доске.

Значение устного счета для обучения школьников математики

Упражняясь в вычислениях без калькулятора, обучающийся держит мозг в тонусе. Для эффективной работы интеллект, как и мускулатура, нуждается в постоянных тренировках. Счёт в уме развивает память, логическое мышление и концентрацию, повышает способность к обучению, помогает быстрее ориентироваться в ситуации и принимать правильные решения.

Способность быстро посчитать сдачу, размер чаевых, количество калорий или проценты по кредиту защитят детей в будущем от незапланированных трат, лишнего веса или мошенников.

Рассмотрим основные умения, формируемые устным счетом.

Личностные: готовность и способность обучающихся к саморазвитию и личностному самоопределению, сформированность их мотивации к обучению и целенаправленной познавательной деятельности.

Метапредметные (общеучебные): формирование межпредметных понятий и универсальных учебных действий (регулятивных, познавательных, коммуникативных), способность их использования в учебной, познавательной и общественной практике, самостоятельность планирования и осуществления учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, построение индивидуальной образовательной траектории.

Предметные: освоенные обучающимися в ходе изучения устного счета умения специфические для данной темы, виды деятельности по получению нового знания в рамках учебного предмета, его преобразованию и применению в учебных, учебно-проектных и социально-проектных ситуациях, формирование научного типа мышления, научных представлений о ключевых теориях, типах и видах отношений, владение научной терминологией, ключевыми понятиями, методами и приемами.

Упражнения устного характера в совокупности с заданиями другого вида помогут сформировать комплекс УУД.

В плане развития **личностных** УУД планируется работа по формированию положительного отношения к школе, урокам математики

Регулятивные УУД могут формироваться в ходе работы, где используется устный счет. Дети строго следуют инструкции учителя, вносят в задание свои коррективы.

В формировании **познавательных** универсальных учебных действий

при правильной организации тоже можно использовать устный счет. Формируется умение сопоставлять и противопоставлять анализируемые объекты, классифицировать их, устанавливать отношения между понятиями.

Коммуникативные учебные действия, формируемые посредством устного счета, это умение работать в группах, анализировать разные точки зрения, уметь аргументировано вести спор или обсуждение, доказывать свою точку зрения.

1.2. Возрастные особенности формирования вычислительных навыков у обучающихся 9 класса.

Психология много внимания уделяет проблеме механизмов формирования навыков, имеющей большое практическое значение. Доказано, что механическое заучивание гораздо менее эффективно, чем заучивание при участии сознания. Полезен практический принцип «повторение без повторения», когда при отработке навыка не задерживается одно и то же действие, но постоянно варьируется в поисках оптимальной формулы движения» [37]

Советский психолог С. А. Рубинштейн пишет: «Высшие формы навыка у человека, функционирующие автоматически, вырабатываются сознательно и являются сознательными действиями, которые стали навыками; на каждом шагу – в частности при затруднениях – они вновь становятся сознательными действиями; навык, взятый в его становлении, является не только автоматическим, но и сознательным актом; единство автоматизма и сознательности заключено в какой – то мере в нем самом».

Проблема формирования вычислительной культуры всегда привлекала особое внимание дидактов, методистов, учителей и остается на современном этапе обучения актуальной. Вычислительная культура способствует развитию мышления, наблюдательности учащихся.

Таким образом, на успешное формирование вычислительных навыков и

умений оказывает влияние множество факторов. Важное место среди них имеют психологические факторы. А именно, “произвольность познавательных процессов, к которым относятся восприятие, внимание, воображение, память, мышление, речь, а также наличие у школьника необходимых волевых качеств, таких как целеустремлённость, сознательность, ответственность” [2].

В работах М. И. Моро, С. Л. Рубинштейна, Н. А. Менчинской по психологии обучения математике особое значение придается формированию таких операций мышления, как анализ и синтез. По мнению этих авторов, математические знания у обучающихся формируются благодаря синтезу разного содержания, включенного в учебный предмет.

При формировании вычислительных навыков необходимо устойчивость внимания на определенном виде деятельности, а также объём и хорошая переключаемость с одного вида работы на другой. Что же касается памяти, можно сказать, что она проявляется в запоминании, сохранении и последующем припоминании того, что было ранее воспринято. Как показывают исследования, у детей активно развивается механическая память, а опосредованная и логическая память будет активно развиваться лишь при помощи специальных упражнений и развивающих игр. Необходимо развивать у школьников долговременную память, потому что именно она отвечает за длительность и прочность сохранения воспринятой информации.

В некоторых исследованиях сложение и вычитание чисел трактуется как совершенная форма счета, которая выполняется с числами. В. В. Давыдов, Н. И. Непомнящая рассматривают арифметические действия как один из частных случаев фиксации результатов действий с предметами, играющими роль мер. В исследованиях Я. Ф. Чекмарева [33] они показаны в качестве средства осуществления такой деятельности как решение арифметической задачи. Придерживаясь такой же точки зрения, автор А. М. Леушина [5] считает, что главным при обучении детей будет выделение

фиксируемого смысла арифметического действия в знаковом выражении.

Для улучшения результатов по формированию навыков необходимо разработать методику обучения вычислительным навыкам. При этом мы опирались на теорию единства обучения и развития, существующую в педагогической науке, согласно которой обучение ведет за собой развитие психических процессов ребёнка (П. П. Блонский, Л. С. Выготский, П. Я. Гальперин, Л. В. Занков, А. И. Леонтьев, Н. А. Менчинская, С. Я. Рубинштейн и др.) [15].

Школьный возраст девятиклассников позволено отнести к концу подросткового периода, когда формируется довольно развитое самосознание, появляется тенденция к самовыражению, самореализации, самоутверждению. Психологи отмечают, что именно возраст 14-15 лет наиболее благосклонен для формирования математических способностей. Как раз в данном возрасте обуславливаются перспективные задачи в учебной деятельности. Психологический переход в юность связан с резкой сменой внутренней позиции, с изменением отношения к будущему. Этот этап характеризует личность обучающегося как субъекта, способного логически мыслить, заниматься теоретическими рассуждениями и самоанализом [35].

В этот момент усиливается потребность в осознанном приобретении знаний, повышается интерес к различным источникам информации [33, 34]. Отмечается совершенствование памяти, связанное с увеличением объема памяти и способов запоминания информации. У старших школьников увеличивается уровень восприятия учебного материала, собственно, что значимо воздействует на эффективность познавательных процессов.

Изучение математики существенно влияет на развитие мышления обучающихся, оно тесно связано с формированием приемов мышления в процессе учебной деятельности, таких как: сравнение, анализ, синтез, абстракция, обобщение и конкретизация [30].

Главным условием развития мышления является целенаправленное воспитание и обучение. Л.С. Выготский считал обучение – движущей силой психического развития [34]. А.В. Фарков характеризует способности к обучению математике следующими признаками: развитие основных качеств мышления; быстрый темп продвижения в изучении материала; умение находить ошибки и анализировать их причины; умение находить различные методы и способы решения задач, выбирая оптимальные решения; высокое качество знаний; способность к логическому, абстрактному и образному мышлению; потребность в новой информации; творческую самостоятельность и инициативность; сформированность приемов умственной деятельности. Основными особенностями мышления, влияющими на обучение математике, А.В. Фарков считает: гибкость, глубину, осознанность, устойчивость и самостоятельность обучающихся [32].

Анализируя вышесказанное, можно сделать вывод, что дети возраста 9 класса как нельзя больше нуждаются в хороших вычислительных навыках, чтобы вычислительный процесс не отнимал у них время на выполнение математических и не только математических заданий. И все предпосылки для формирования вычислительных навыков на достаточно высоком уровне есть за счет того, что появляется заинтересованность в быстроте, рациональности выполнения вычислений. К 9 классу обучающиеся имеют довольно большой вычислительный опыт, знают алгоритмы выполнения операций в основных числовых множествах.

1.3. Существующие приемы формирования вычислительных навыков школьников в опыте работы школьных учителей

Формы устной работы

Устные упражнения могут быть разнообразны по форме, содержанию и степени сложности, могут носить тренировочный, контролирующий или обобщающий характер.

Разминка проводится при помощи фронтальной работы, которая вовлекает в деятельность весь класс, развивает быстроту реакции, умение слушать и слыть вопрос, четко и конкретно мыслить. Разминку можно составить из вопросов по теоретическому материалу и примеров [10].

В качестве примера для устного счета можно использовать числовой диктант. При использовании этого приема дети по заданию учителя выполняют устно какое-либо действие, а в тетрадь записывают только ответ.

Еще одной формой устной работы является тест. В тесте приводится список устных вопросов и примеров и приводится несколько вариантов ответов. Также можно привести еще несколько примеров упражнений для устного счета:

- цепочка (первое число в цепочке записано, чтобы получить следующее число в цепочке обучающимся требуется выполнять определенное математическое действие с первым числом и т.д.);

- лесенка (на доске изображена лесенка примеров, дается определенное время, за которое необходимо подняться на верхнюю ступеньку этой лесенки);

- расшифруй слово (дается несколько примеров, каждой цифре соответствует буква; решив их, обучающиеся расшифруют загаданное слово);

- восстанови пример (обучающимся предлагается рассмотреть примеры, в которых пропущены или действия, или один из компонентов; им необходимо восстановить пропущенную запись);

- найди ошибку (из предложенных учителем примеров с ответом, обучающимся нужно найти пример, где ответ записан неверно) [16].

Формирование вычислительных умений и навыков традиционно считается одной из самых сложных тем. Внимание к устным

арифметическим вычислениям является традиционным для образовательной школы. В связи с этим значительная часть заданий всех существующих сегодня учебников математики направлена на формирование устных вычислительных умений и навыков.

Важнейшими вычислительными умениями и навыками обучающихся 9 класса являются [9]:

- умение выполнять все арифметические действия с натуральными (многозначными) числами, с обыкновенными дробями, с целыми числами;
- выполнять основные действия с десятичными числами;
- выполнять основные действия с иррациональными числами;
- применять законы сложения и умножения к упрощению выражений;
- использовать признаки делимости на 10, 2, 5, 3 и 9;
- округлять числа до любого разряда;
- находить процент от числа и числа по его процентам;
- определять порядок действий при вычислении значения выражения.

Кроме этого, можно познакомить учащихся с приемами умножения на 5, 25, 11, 98, 99, 97, 94, 93, 100 и др. Такие умения необходимо развивать не только в пятом, но и в последующих годах обучения.

Полноценный вычислительный навык характеризуется такими качествами, как правильность, осознанность, рациональность, обобщенность, автоматизм и прочность.

В методике работы над каждым приемом можно предусмотреть ряд этапов.

I. Подготовка к введению нового приема.

На этом этапе формируется готовность к изучению вычислительного приема, а именно: учащиеся должны освоить те теоретические положения, на которых обосновывается вычислительный прием, а также овладеть каждой операцией составляющей прием.

II. Ознакомление с вычислительным приемом.

На этом этапе ученики усваивают суть приема, какие операции надо выполнять, в каком порядке и почему именно так можно определить результат арифметического действия.

Выполнение каждой операции важно сопровождать пояснениями вслух. Первоначально эти пояснения проделываются под руководством учителя, а затем учащиеся выполняют их самостоятельно.

III. Закрепление знания приема и выработка вычислительного навыка.

На этом этапе учащиеся обязаны решительно освоить порядок операций, образующих прием, и максимально быстро выполнять эти операции, т. е. овладеть вычислительным навыком.

В процессе работы здесь важно предусмотреть ряд стадий в становлении у учащихся вычислительных навыков:

- а) на первой из них закрепляется знание приема;
- б) на второй – происходит частичное свертывание выполнения операций;
- в) на третьей - происходит полное свертывание выполнения операций [26].

Данная тема в настоящее время актуальна, так как:

- научиться быстро и правильно выполнять устные и письменные вычисления в школе необходимо для дальнейшего успешного обучения в школе;
- по математике обязательный экзамен в выпускных классах в форме ГИА;
- во многих учебных заведениях после окончания школы математика - один из главных предметов;
- вычислительные навыки необходимы в практической жизни каждого человека, и в рыночных условиях математическая грамотность тоже необходима.

Гибкость ума развивается на уроках математики при выполнении различных действий с числами.

Профессор Московского университета С. А. Рачинский (1836 – 1902) обращал внимание на то, что способность к устному счету может быть полезна и в практическом отношении, и как средство для здоровой умственной гимнастики. Он учил детей решать задачи быстро, оригинально, учил видеть неожиданные, особые свойства чисел и соотношений между ними.

Прививая любовь к вычислениям, учитель помогает ученикам активно работать с учебным материалом, пробуждает у них стремление совершенствовать способы вычислений и решения задач, заменяя менее рациональные более современными. А это важнейшее условие сознательного усвоения материала.

Как пишет опытный педагог Зайцева О.П. в своей статье “Роль устного счёта в формировании вычислительных навыков и развития личности ребенка”, важность и необходимость устных упражнений доказывать не приходится. Значение их велико в формировании вычислительных навыков, и в совершенствовании знаний по нумерации, и в развитии личностных качеств ребёнка. Создание определённой системы повторения ранее изученного материала дает учащимся возможность усвоения знаний на уровне автоматического навыка [24].

Хотелось бы привести несколько примеров с помощью каких средств, приемов педагог может добиться улучшения вычислительных навыков у детей:

1) Учитель математики Кобукова Татьяна Алексеевна в своих классах отрабатывает некоторые умения выполнять вычисления, которые пригодятся при выполнении заданий и экзаменах:

- устно возводить в квадрат любое число на конце цифра 5: $75^2 = 5625$;
- устно возводить любое число квадрат: $(A \cdot B)^2 = A^2 \cdot 2(A \cdot B) \cdot B^2$;

- извлекать корень квадратный столбиком из любого числа ;
- с помощью руки находить синусы и косинусы острых углов ;
- и т.д.

Но это должно постоянно присутствовать на уроках, то есть результат будет тогда, когда что - то выполняешь в системе. Для того чтобы возбудить интерес к счёту она применяет в различных вариантах следующие ролевые игры: кто быстрее; ай, да ну!; числовой фейерверк; математическая эстафета; составь слово; отно; своя игра; игра «Звёздный час »; турнир « Супервычислитель » и т.д.

Применяя на своих уроках различные приемы и метод, учащиеся Татьяна Алексеевна совершенствует вычислительные навыки, закрепляет и повторяет материал, пройденный ранее и необходимый для сдачи ЕГЭ и ОГЭ.

2) Учитель математики Усенко Лина Владимировна считает, что помочь в разрешении данной трудности помогают, как показывает опыт обучения школьников, наборы упражнений – тренажеры.

Они предназначены как для работы в классе на уроке, так и для самостоятельной работы дома. **Задания-тренажеры** позволяют предложить ученику выполнить большой объём вычислений за небольшое время [25].

Таким образом, оттачиваются не только вычислительные навыки, формируется “числовая зоркость”, но и тренируется внимание, развивается оперативная память ребёнка.

В результате такой тренировки каждый ребёнок приучается быстро и правильно считать и думать, овладевает различными приемами самопроверки.

Таблицы-тренажеры рассчитаны на многократное использование.

Все виды заданий тренажёра разбиты на отдельные части. При выполнении заданий ученик произносит или записывает ответ каждого действия.

При выполнении цепочных вычислений результаты промежуточных действий не записываются, ученик фиксирует только окончательный ответ.

Задания-тренажеры можно предлагать как для индивидуальной, так и для коллективной работы в классе.

В ходе устной работы на уроке с использованием тренажера можно проводить математические эстафеты. Очень полезна работа в парах, когда один ученик называет ответы соседу по парте, а тот проверяет их правильность; при выполнении следующего задания ответы называет второй, а первый – проверяет.

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1.

Таким образом, будем понимать *вычислительный навык* как высокую степень овладения вычислительными приемами. «Приобрести вычислительные навыки — значит, для каждого случая знать, какие операции и в каком порядке следует выполнять, чтобы найти результат арифметического действия, и выполнять эти операции достаточно быстро» [1].

В методике математики различают устные и письменные приемы вычисления, в практике учителей сложилась традиция на каждом уроке специально отводить по 10-12 минут для устных упражнений.

Навыки устных вычислений формируются в процессе выполнения обучающимися разных упражнений.

Устный счет – этап урока, он имеет свои задачи. В зависимости от задач определяется содержание, форма, длительность устного счета.

В качестве заданий для устного счета могут быть задания таких типов, как:

- Нахождение значений математических выражений;
- Сравнение математических выражений;
- Решение уравнений;

- Решение задач.

Вычислительные навыки успешно формируются у обучающихся при создании в учебном процессе определенных условий: сначала ученики должны усвоить вычислительный механизм, затем в ходе тренировки научиться выполнять вычисления, а в отношении табличных случаев — запомнить результаты. Это даст возможность правильно осуществить дифференцированный и индивидуальный подход к учащимся, наметить пути коррекционной работы, т.е. обеспечить их всестороннее развитие.

Для определения уровня сформированности вычислительных навыков необходимо определить уровни сформированности следующих составляющих:

- знание алгоритмов действий;
- рациональность выполнения вычислений (выбор наиболее быстрого приема вычисления);
- правильность выполнения вычислений.

ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА РЕКОМЕНДАЦИЙ ПО ФОРМИРОВАНИЮ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ НАВЫКОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ 9 КЛАССА

2.1. Предлагаемое содержание устного счета для обучающихся 9 класса.

Содержание устного счета зависит от цели его проведения. Если целью является актуализация знаний перед объяснением нового материал, повторение материала, пройденного на прошлом занятии, перед закреплением или проверкой усвоения знаний, то содержание определяется учебным материалом.

Для определения содержания вычислительных умений и навыков обучающихся 9 класса сделаем обзор содержания учебных планов по математике (алгебре). Обзор сделаем по материалу с 5 по 9 классы так, как для вычислительного навыка необходимо закрепление всех пройденных алгоритмов.

5 класс (уч. Мерзляк)

	Содержание	Вычислительные навыки
1	Натуральные числа.	Сложение и вычитание натуральных чисел; сравнение натуральных чисел. Умножение и деление натуральных чисел; деление с остатком.
2	Обыкновенные дроби.	Сравнение дробей; сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями.
3	Десятичные дроби.	Сравнение десятичных дробей; округление чисел; сложение и вычитание десятичных дробей; умножение и деление десятичных дробей; нахождение числа по его

		процентам.
--	--	------------

6 класс (уч. Мерзляк)

	Содержание	Вычислительные навыки
1	Делимость натуральных чисел.	Деление натуральных чисел.
2	Обыкновенные дроби.	Сокращение дробей; приведение дробей к общему знаменателю; сравнение дробей; сложение и вычитание дробей с разными знаменателями; умножение и деление дробей; преобразование обыкновенной дроби в десятичную.
3	Отношения и пропорции.	Отношения; пропорции; процентное отношение; деление числа в данном отношении.
4	Рациональные числа и действия над ними.	Модуль числа; сравнение чисел; сложение и вычитание рациональных чисел; умножение и деление рациональных чисел; решение уравнений с одной переменной.

7 класс (уч. Мордкович)

	Содержание	Вычислительные навыки
1	Математический язык. Математическая модель.	Арифметические действия с натуральными и рациональными числами; арифметические действия с дробями; основные действия с десятичными числами; решение уравнений с одной переменной.
2	Линейная функция.	Арифметические действия; вычисление значений функции по

		формуле; решение линейных уравнений с двумя переменными.
3	Системы двух линейных уравнений с двумя переменными.	Арифметические действия; решение системы двух линейных уравнений с двумя переменными.
4	Степень с натуральным показателем и её свойства.	Умножение и деление степеней с одинаковыми показателями; степень с нулевым показателем.
5	Одночлены. Арифметические операции над одночленами.	Сложение и вычитание одночленов; умножение одночленов; возведение одночлена в натуральную степень; деление одночлена на одночлен.
6	Многочлены. Арифметические операции над многочленами.	Сложение и вычитание многочленов; умножение многочлена на одночлен; умножение многочлена на многочлен; формулы сокращенного умножения; деление многочлена на одночлен.
7	Разложение многочленов на множители.	Арифметические действия; способ группировки; разложение многочленов на множители; сокращение алгебраических дробей; тождества.
8	Функция $y = x^2$.	Арифметические действия; графическое решение уравнений.

8 класс (уч. Мордкович)

	Содержание	Вычислительные навыки
1	Алгебраические дроби.	Сложение и вычитание алгебраических дробей; умножение и деление алгебраических дробей; возведение алгебраической дроби

		в степень; преобразование рациональных выражений.
2	Функция $y = \sqrt{x}$. Свойства квадратного корня.	Арифметические действия; решение уравнений; преобразование выражений, содержащих операцию извлечения квадратного корня.
3	Квадратичная функция. Функция $y = k/x$.	Арифметические действия; решение уравнений;
4	Квадратные уравнения.	Арифметические действия; решение квадратных уравнений; решение рациональных уравнений
5	Неравенства.	Арифметические действия; решение линейных неравенств; решение квадратных неравенств;

9 класс (уч. Мордкович)

	Содержание	Вычислительные навыки
1	Рациональные неравенства и их системы.	Арифметические действия; решение линейных неравенств; решение квадратных неравенств; решение множеств; решение системы неравенств.
2	Системы уравнений.	Арифметические действия; решение системы уравнений.
3	Числовые функции.	Арифметические действия; решение уравнений;
4	Прогрессии.	Арифметические действия; решение числовой последовательности; решение прогрессии.
5	Элементы комбинаторики,	Арифметические действия; решение комбинаторных задач;

	статистики и теории вероятностей.	нахождения вероятности.
--	-----------------------------------	-------------------------

Основной целью устного счета является формирование вычислительных навыков. Здесь задачи устного счета могут быть такие, как мотивация обучающихся, активация познавательной деятельности, ознакомление с различными способами вычисления и развитие навыков в их применении.

Для формирования мотивации к выработке навыков устного счета часто используется материал по истории развития счета. В данном материале содержится не только информация для теоретического ознакомления, но и для практического применения – для обучающихся интересным будет научиться считать, как считали люди в разное время и в разных странах. Кто-то из этих способов обязательно возьмет на вооружение – сначала для развлечения друзей, знакомых, родственников, потом появится навык в их выполнении и возможность сравнить его с современными, применяемыми в школе способами. В случае большей эффективности (что может определяться индивидуальными способностями обучающегося), обучающийся его может «взять» для собственного применения.

История развития приемов устного счета

Что такое устный счет? Устный счет — это математические вычисления, осуществляемые человеком без помощи дополнительных устройств (компьютер, калькулятор, счеты и т.п.) и приспособлений (ручка, карандаш, бумага и т.п.). Первичными предметами для счета были пальцы рук и ног, камешки, ветки, узелки на шнуре. При помощи первичных предметов для счета охотники указывали, сколько предметов они хотят получить за один обмениваемый ими предмет. С развитием земледелия и скотоводства у человека потребности в счете стали значительно больше. Возникла необходимость сначала пересчитать товар, а уж потом приступить к обмену. У чисел появились «имена». В Англии до сих пор первые 10 чисел

называют общим именем «пальцы». В истории человечества пальцы оказались универсальной вычислительной машиной. Много тысячелетий люди считали «двойками» (двоичная система счисления), «пятерками» (пятеричная), «шестерками» (шестеричная), «дюжинами» (двенадцатеричная), «двадцатками» (число пальцев на руках и ногах). Во всех этих нумерациях было очень трудно выполнить арифметические действия сложения, вычитания, умножения и деления. Изобретение в VI веке индийцами десятичной позиционной нумерации (современные цифры) по праву считается одним из крупнейших достижений человечества. Индийская нумерация и индийские цифры обычно называют арабскими.

Число — основное понятие математики, используемое для количественной характеристики, сравнения, нумерации объектов и их частей. Понятие числа возникло в глубокой древности из практической потребности людей считать предметы. Зарождение математических знаний у древних египтян связано с развитием хозяйственных потребностей. Без математических навыков древнеегипетские писцы не могли бы обеспечивать проведение землемерных работ, рассчитывать количество рабочих и их содержание или производить раскладку налоговых отчислений. Десятичная система счета в Древнем Египте сложилась на основе использования для подсчета предметов количества пальцев на обеих руках. Египтяне имели понятие о дробях и умели производить некоторые операции с дробными числами. Метод, которым пользовались египтяне при выполнении простейших арифметических операций, состоял в подсчете итогового количества символов, обозначающих разряды чисел. Единицы складывались с единицами, десятки с десятками и так далее, после чего производилась окончательная запись результата. Если при суммировании получалось более десяти знаков в каком-либо разряде, «лишний» десяток переходил в высший разряд и записывался соответствующим иероглифом. Вычитание производилось таким же способом. Известно, что египтяне знали возведение

в степень, а также применяли обратную операцию – извлечение квадратного корня. Кроме того, они имели представление о прогрессии и решали задачи, сводящиеся к уравнениям.

Древние греки были удивительно талантливым народом. Они внесли большой вклад в развитие математики. Истории известно, что ученые-математики древней Греции были крупнейшими математиками в далеком прошлом. Теорема Пифагора имеет богатую историю. Оказывается, она задолго до Пифагора была известна египтянам, вавилонянам, китайцам и индийцам. Доказательство самого Пифагора до нас не дошло. В сочинении «Параболы квадратуры» Архимед обосновал метод расчета площади параболического сегмента, причем сделал это за две тысячи лет до открытия интегрального исчисления. В труде "Об измерении круга" Архимед впервые вычислил число "пи" – отношение длины окружности к диаметру – и доказал, что оно одинаково для любого круга. Одна группа уравнений, так называемые неопределенные уравнения, до сих пор называются диофантовыми уравнениями. Именно для них Диофант нашел способ решения. Главный труд Диофанта – “Арифметика”, по предположению, состоит из 13 книг.

Индусам принадлежат две основные заслуги. Первой из них является введение в широкое употребление современной десятичной системы счисления и употребление нуля для обозначения отсутствия данного разряда. Основа этого способа заключается в идее, что одна и та же цифра обозначает единицы, десятки, сотни или тысячи, в зависимости от того, какое место эта цифра занимает. Занимаемое место, в случае отсутствия каких-нибудь разрядов, определяется нулями, приписываемыми к цифрам. Окончательная разработка такой позиционной, системы нумерации, идея которой была у вавилонян, есть величайшая заслуга индусов. В тригонометрии заслугой индийских математиков явилось введение линий синуса, косинуса, синус-верзуса. Индийские математики изобрели алгебру, свободно

оперирующую не только с дробями, но и с иррациональными и отрицательными числами.

Шумеры и вавилоняне использовали 60-ричную позиционную систему счисления, увековеченную в нашем делении круга на 360° . Писали они, как и мы, слева направо. Значительные достижения вавилонских математиков и астрономов стали фундаментом для науки последующих цивилизаций, и прежде всего — науки древней Греции.

Алфавитная система счисления была распространена у древних армян, грузин, греков, арабов, евреев, и других народов. К числу таких систем счисления относится и славянская. У одних славянских народов числовые значения букв устанавливались в порядке следования букв славянского алфавита, у других, в частности у русских, роль цифр играли не все буквы, а только те, которые имеются в греческом алфавите. Над буквой, обозначающей цифру, ставился специальный знак – «титло».

Таким образом, мы видим, что вычислительные навыки формировались многие века, некоторые из них дошли до наших дней и без изменений и дополнений используются сегодня.

Подробнее информацию для работы со школьниками можно посмотреть в ПРИЛОЖЕНИИ 1.

Способы вычисления, применяемые в древности довольно разнообразны, и опираются на различные свойства чисел. Благодаря различным системам счисления были выведены и доказаны вычислительные свойства, которые мы используем и в современной математике. Многие из них изучаются школьниками, какие-то подробно, какие-то только ознакомительно. Во время проведения устного счета есть возможность отработать эти свойства, разобраться в рациональности их применения к тем или иным вычислениям, выработать навык в выборе нужного алгоритма вычисления.

Вычислительные приемы устного счета.

Выделим группы приемов в соответствии с их общей теоретической основой:

1. Приемы, теоретической основой которых является конкретный смысл арифметических действий.

2. Приемы, теоретической основой которых служат свойства арифметических действий. Это приемы сложения и вычитания, основанные на знании переместительного закона сложения и свойств: прибавления числа к сумме.

3. Приемы, теоретической основой которых являются связи между компонентами и результатами арифметических действий.

4. Приемы, теоретической основой которых является изменение результатов арифметических действий в зависимости от изменения одного из компонентов. Это приемы округления при выполнении сложения и вычитания чисел.

5. Приемы, теоретической основой которых являются вопросы нумерации чисел: приемы, основанные на знании последовательности натурального ряда чисел.

6. Приемы, теоретической основой которых являются правила.

Сами приемы можно найти в ПРИЛОЖЕНИЯХ 2 и 3.

2.2. Разработка методических рекомендаций по формированию вычислительных навыков для обучающихся 9 класса.

При разработке форм педагогической деятельности учитывались теоретические рекомендации в применении приемов и методов формирования вычислительных навыков и опыт их применения действующими учителями. Разработка рекомендаций велась в двух направлениях – внеучебная работа (факультатив) и тематические «пятиминутки». Основная цель, которой мы руководствовались в выборе

форм организации деятельности была активизация деятельности обучающихся для формирования вычислительных навыков. Мы рассмотрели ***дидактические методы активизации познавательной деятельности.***

Традиционно они делятся:

- на *словесные* (рассказ, учебная дискуссия, доказательство, сравнительный анализ, мозговой штурм, проблемное изложение)
- *наглядные* (иллюстрация, демонстрация, моделирование, просмотр фильмов, роликов, видеопрезентаций) [17];
- *практические* (наблюдение, описание, исследование, лабораторная работа, экскурсия, эксперимент, проектирование) [4].

В процессе познания *слово* играет ведущую роль: благодаря речи человек может выражать свои представления об окружающем мире. Однако для того, чтобы слово могло выполнять функцию «сигнала сигналов», чтобы с его помощью можно было адекватно отражать действительность, им следует правильно пользоваться.

Наглядные методы. В процессе образовательной деятельности для эффективного усвоения школьниками необходимой учебной информации педагогу очень важно уметь активизировать все системы органов чувств воспитанников. Восприятие материала исключительно «на слух» снижает результативность обучения. Незаменимыми для активизации познавательной деятельности являются наглядные методы, которые на основе зрительного анализатора не только обеспечивают полноценное приобретение учащимися новых знаний, но и прививают им навыки правильного восприятия, умения обнаруживать существенные признаки, устанавливать связи в изучаемых явлениях.

Практические методы — это сложное сочетание речевого взаимодействия, наглядности и практической работы. Практическая

деятельность учащихся организуется и направляется учителем с целью воспитания трудолюбия, привычки самостоятельно добывать знания и, безусловно, активизации познавательной деятельности.

Имеется ряд психологических и педагогических методов, при помощи которых возможно создать у учащегося *позитивный настрой на восприятие учебного материала*, предупредить возникновение или преодолеть отрицательное отношение к образовательному процессу, нейтрализовать проявления эмоционального кризиса [28, 29, 36]. К таким методам относятся:

- ▶ игры;
- ▶ арт-терапия;
- ▶ музыкотерапия;
- ▶ психогимнастика;
- ▶ аутогенные тренировки.

Игра для ребенка — это один из основных способов самотерапии, благодаря которому могут быть урегулированы различные конфликты и неурядицы. Применение ролевых игр на уроках является весьма перспективной методикой активизации познавательной деятельности учащихся, прежде всего младшего и среднего школьного возраста.

Учитывая вышесказанное, мы остановились на двух наиболее подходящих формах: тематические «пятиминутки» на уроках и факультатив вне урока.

Форма факультатива была выбрана, как одна из форм, позволяющая расширить рамки учебного процесса вне самого учебного процесса. Т.е. эта форма позволяет уйти от обычной формы работы там, где необходимо активизировать познавательную деятельность, а рамки учебного процесса это не позволяют. Рассмотрев варианты активизации познавательной деятельности обучающихся 9 класса, мы пришли к выводу о необходимости задействовать материал «околопредметный», т.е. исторический, дополнительные знания о свойствах чисел, приемы вычислений и т.д. Это

сложно сделать в рамках обычного урока.

2.2.1 Методические рекомендации по проведению факультатива

«Быстрый счет»

Пояснительная записка

Программа факультатива «Быстрый счет» углублена и расширена представлениями о числе, об исторических корнях ряда арифметических понятий и символов, о роли математики в общечеловеческой культуре. Факультатив позволяет учащимся познать различные способы решения занимательных задач, познакомиться с выдающимися учеными, чьи математические способности проявились в раннем возрасте, выработать различные приемы устного счета, научиться разгадывать ребусы, софизмы, учиться анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать и делать выводы, углубить знания о натуральных числах, метрической системе мер.

В программу включены игры, задачи-шутки, задачи на смекалку, ребусы и кроссворды, которые способствуют развитию логического мышления и кругозора, а также навыкам быстрого счета.

Использование занимательного материала и дидактических игр вызывает интерес к предмету и желание заниматься одной из основных наук - математикой.

Цели курса

- Восполнить некоторые содержательные пробелы основного курса, придающие ему необходимую целостность;
- Систематизировать и углубить имеющиеся знания по математике;
- Показать некоторые нестандартные приемы решения задач;
- Создать условия для самостоятельной творческой работы учащихся;

- Совершенствовать навыки счета;
- Развивать мышление, память, внимание детей, а также интерес к

занятиям математикой.

Требования к умениям и навыкам

В результате изучения курса учащиеся должны:

- Знать некоторые исторические сведения о мерах длины, массы и стоимости;
- Знать порядок действий, таблицу умножения;
- Знать зависимость между компонентами;
- Уметь выполнять арифметические действия;
- Уметь пользоваться приемами устного счета;
- Уметь делать перевод из одних единиц в другие.

Факультатив рассчитан на 32 часа – на полгода – 2 часа в неделю.

Темы

1. Делимость чисел – 4 часа.
2. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями – 5 часов.
3. Умножение и деление обыкновенных дробей – 6 часов.
4. Отношения и пропорции – 4 часа.
5. Положительные и отрицательные числа – 4 часа.
6. Сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел – 2 часа.
7. Умножение и деление положительных и отрицательных чисел – 3 часа.

8. Решение примеров приемами быстрого счета - 4 часа.

Таким образом, на уроке математики формирование устных вычислительных навыков занимает большое место. Одной из форм работы по формированию вычислительных навыков являются устные упражнения. Овладение навыками устных вычислений имеет большое образовательное, воспитательное и практическое значение:

- образовательное значение: устные вычисления помогают усвоить многие вопросы теории арифметических действий, а также лучше понять письменные приемы;

- воспитательное значение: устные вычисления способствуют развитию мышления, памяти, внимания, речи, математической зоркости, наблюдательности и сообразительности;

- практическое значение: быстрота и правильность вычислений необходимы в жизни, особенно когда письменно выполнить действия не представляется возможным (например, при технических расчетах у станка, в поле, при покупке и продаже).

Устный счет способствует математическому развитию детей. Оперируя при устных вычислениях сравнительно небольшими числами, учащиеся яснее представляют себе состав чисел, быстрее схватывают зависимость между данными и результатами действий, законы и свойства действий.

Прививая любовь к устным вычислениям, учитель помогает ученикам активно действовать с учебным материалом, пробуждает у них стремление совершенствовать способы вычислений и решения задач, заменяя менее рациональные более современными. А это важнейшее условие сознательного освоения материала.

В большинстве случаев продолжительность устных вычислений определяет сам учитель, т. к. время, отводимое на устный счет, зависит от

многих причин: активности и подготовки учащихся, характера материала [28].

Формирование вычислительных навыков обеспечивается построением курса математики и использованием соответствующих методических приемов. Вместе с тем, ученик при выполнении вычислительного приёма должен отдавать отчёт в правильности и целесообразности каждого выполненного действия, то есть постоянно контролировать себя, соотнося выполняемые операции с образцом - системой операций. О сформированности любого умственного действия можно говорить лишь тогда, когда ученик сам, без вмешательства со стороны, выполняет все операции, приводящие к решению.

Материал для проведения факультатива содержится в ПРИЛОЖЕНИЯХ 1-4.

2.2.2. Методические рекомендации по проведению тематических «пятиминуток»

Организация «пятиминуток» может иметь для учителя разный характер и зависеть от цели их проведения на конкретном уроке. Но «пятиминутка» для обучающихся всегда должна иметь характер легкой смены деятельности на уроке. Задача учителя – учесть оба эти фактора при определении материала для проведения «пятиминутки». Часто учителя используют их только с одной целью – актуализировать необходимые для урока знания. Но именно эта форма позволяет лучше всего отрабатывать с детьми навыки устного счета. Не стоит забывать, что «пятиминутки» должны служить именно для отработки вычислительных навыков независимо от изучаемой темы. В любой теме школьной математики (алгебры, геометрии) есть вычислительная составляющая, заключающаяся в выполнении основных вычислительных алгоритмов. Это мы и предлагаем использовать как содержание для «пятиминуток», а не устное повторение теории (хотя это

тоже имеет место быть). Кроме того, именно «пятиминутки» позволяют не забывать пройденные уже алгоритмы действий, повторять их регулярно.

Что касается формы организации, то само название говорит о том, что этот этап урока должен пройти быстро, легко и непринужденно. Но именно это и требует особой подготовки от учителя. Быстрота прохождения этого этапа дает обучающимся ощущение экстремальности, вносит соревновательный характер за счет того, что учитель не раскрывает сразу правильный вариант ответа, спрашивает многих, а значит дает каждому проявить себя, позволяет обучающимся активизировать свою мыслительную деятельность. Это вносит элемент игры в обычный урок. А значит можно выбирать любую игровую форму для их проведения – соревнование между рядами, соревнования одного ученика с классом, построение цепочек, схем, открывание пазлов, игра с мячом, и т.д. Можно также предложить ученикам счет на скорость при том, что в этом же классе часть учеников ходит на ваш факультатив «Быстрый счет» и знает приемы счета, не известные остальным. Это будет прямой рекламой факультатива для тех учеников, кто не посещает факультатив, так как поднимет их заинтересованность в быстром счете.

Ниже приведены материалы, которые мною были использованы для проведения «пятиминуток» во время прохождения педагогической практики (использовались обычные школьные приемы счета, а формы организации были каждый раз разные).

Пятиминутки для развития устного счёта на карточках для 9 класса

	1	2	3	4	5
Вычислите	$-15 \cdot 4$	$23 \cdot (-3)$	$-12 \cdot 5$	$-3 \cdot (-8)$	$-24 \cdot 2$
	$-19 + 2,3$	$4,5 + 1,6$	$-18 - 17$	$-5,1 + 4,9$	$-29 + 9$
	$-60 : 12$	$48 : (-2)$	$-54 : 3$	$-6 : 5$	$-48 : 12$
	$-90 - 15$	$75 - 25$	$-101 - 89$	$120 - 33$	$4,1 - 2,8$
	$(-11)^2$	-15^2	$-(-17)^2$	-14^2	$-(-13)^2$

	$8 - \frac{1}{3}$	$-5 + \frac{1}{3}$	$16 - \frac{1}{5}$	$-11 - \frac{5}{6}$	$45 + 2\frac{1}{3}$
Представьте в виде обыкновенной дроби	45% =	17% =	78% =	4% =	15% =
Представьте в виде смешанной дроби	8:7	5:3	12:5	7:3	25:6
Упростите выражение	$2a+3-5a$	$8-3b-4b$	$8-5a+6$	$-3a+2b+a$	$6x-2x+3x$
Вычислите	$\frac{3}{4} =$	$\frac{1}{5} =$	$\frac{2}{5} =$	$\frac{1}{4} =$	$\frac{1}{2} =$
	$5\frac{1}{3}$	$3\frac{1}{7}$	$2\frac{5}{6}$	$8\frac{2}{5}$	$4\frac{7}{8}$
	$3\sqrt{25}$	$-2\sqrt{36}$	$5+\sqrt{81}$	$\sqrt{225}$	$-\sqrt{144}$
Разложите на множители	x^2-y^2	$4x^2-y^2$	x^2-9y^2	$81x^2-36y^2$	$0,01x^2-y^2$
	$x^2 \cdot x^3$	$x^3 \cdot x^5$	$x^3 : x^3$	$x^3 : x$	$x^4 \cdot x^5$
	6	7	8	9	10
Вычислите	-25·4	-2·3,5	-12·(-50)	-1,3·8	2,4·(-3)
	0,19+33	-5,5-4,5	0,28-0,27	-5,2+4,8	-1,9+1,3
	-6:5	-4,8:24	-5,4:18	60:(-15)	-0,48:16
	-90-5,5	75-50	-85-17	34-2,6	-66-28
	$1,2^2$	-16^2	$-(-18)^2$	-19^2	$(-13)^2$
	$16 - \frac{2}{7}$	$9 + \frac{2}{2}$	$-8 - \frac{3}{4}$	$12 - \frac{4}{7}$	$2\frac{1}{3} + 7$
Представьте в виде обыкновенной дроби:	60% =	13% =	85% =	1% =	100% =
Представьте	-6:5	5:3	-12:7	-7:2	-24: (-5)

в виде смешанной дроби					
Упростите выражение	$-7a + 3 + a$	$5 + 8b - b$	$15 - 5a + 7$	$4a - 6b + a$	$x - 4x - 8x$
Вычислите	$\frac{13}{26} =$	$\frac{15}{25} =$	$\frac{12}{15} =$	$\frac{24}{36} =$	$\frac{12}{36} =$
	$8\frac{1}{3}$	$7\frac{1}{7}$	$4\frac{5}{6}$	$1\frac{2}{5}$	$3\frac{7}{8}$
	$3\sqrt{169}$	$-2\sqrt{64}$	$5 + \sqrt{196}$	$\sqrt{121}$	$-\sqrt{144}$
Разложите на множители	$x^2 - 49$	$4x^2 - 25$	$(x - 9)^2$	$81x^2 - 36y^2$	$x^2 + 4xy + 4y^2$
	$x^7 \cdot x^3$	$x^3 \cdot x^{-9}$	$x^3 \cdot x^{-5}$	$x^3 \cdot x^{-1}$	$x^4 \cdot x^{-5}$
	11	12	13	14	15
Вычислите	$-125 \cdot 8$	$-0,2 \cdot 45$	$0,7 \cdot 50$	$-0,16 \cdot 0,5$	$-2,4 \cdot 4$
	$29 + 4,3$	$15,5 - 46$	$-20,8 - 2,7$	$-58 + 48$	$-39 + 33$
	$-600 : 5$	$-480 : (-24)$	$-540 : 180$	$-600 : 150$	$4800 : 1,6$
	$90 - 5,5$	$-7,5 - 50$	$85 - 17$	$-125 + 26$	$66 - 28$
	$-1,2^2$	$(-1,6)^2$	$-0,8^2$	$-(-1,9)^2$	$1,3^2$
	$12 - 2\frac{2}{3}$	$9 + \frac{3}{45}$	$7 - \frac{5}{4}$	$18 - \frac{4}{7}$	$6\frac{1}{7} + 7$
Представьте в виде обыкновенной дроби:	$40\% =$	$10\% =$	$25\% =$	$6\% =$	$50\% =$
Представьте в виде смешанной дроби	$16:5$	$15:2$	$22:7$	$19:2$	$23:5$
Упростите выражение	$-9a + 3a + a$	$6 + b - 4b$	$25 - 13a + 7$	$8a - 2b - a$	$9x - x + 7x$
Вычислите	$\frac{48}{96} =$	$\frac{15}{60} =$	$\frac{12}{48} =$	$\frac{24}{72} =$	$\frac{18}{36} =$

	$6\frac{2}{3}$	$7\frac{3}{7}$	$4\frac{1}{6}$	$12\frac{2}{5}$	$3\frac{3}{4}$
	$\sqrt{0,225}$	$-2\sqrt{2,56}$	$5+\sqrt{0,04}$	$\sqrt{361}$	$-\sqrt{1,96}$
Разложите на множители	$x^2-0,09$	$9x^2-121$	$(x-1)^2$	$4x^2-49y^2$	$x^2+6xy+9y^2$
	$(x^4)^3$	$x^3 \cdot x^{-6}$	$x^3 \cdot x^{-9}$	$x^3 \cdot x^{-3}$	$x^4 \cdot x^{-4}$
	16	17	18	19	20
Вычислите	$12,5 \cdot 8$	$-0,2 \cdot 4,5$	$0,7 \cdot 5000$	$0,24 \cdot 0,5$	$-0,24 \cdot 0,2$
	$-2,2-4,3$	$-15,5+3,5$	$10,8-27$	$-5,8+4,3$	$-3,9-5,6$
	$-60:0,5$	$-48:240$	$54:1,8$	$-6:1,5$	$48:0,16$
	$9-4,5$	$-7-5,1$	$-5+1,7$	$-400-26$	$6,5-2,8$
	$0,1^2$	$-0,2^2$	$-(-0,5)^2$	$1,7^2$	$-1,3^2$
	$10-2\frac{2}{7}$	$6\frac{3}{11}-2$	$7\frac{3}{4}-5$	$11-5\frac{4}{7}$	$6\frac{1}{7}-7$
Представьте в виде обыкновенной дроби:	$0,2\% =$	$20\% =$	$200\% =$	$9\% =$	$25\% =$
Представьте в виде смешанной дроби	$16:3$	$15:30$	$-27:5$	$16:3$	$28:3$
Упростите выражение	$a-4+a$	$8-2b+b$	$25+6a-14$	$-7a+3b-a$	$-x+5x-9$
Вычислите	$\frac{4}{36} =$	$\frac{15}{45} =$	$\frac{16}{48} =$	$\frac{22}{77} =$	$\frac{14}{32} =$
	$9\frac{2}{3}$	$5\frac{3}{7}$	$12\frac{1}{6}$	$7\frac{2}{5}$	$6\frac{3}{4}$
	$3\sqrt{0,49}$	$-2\sqrt{400}$	$5+\sqrt{8}$	$\sqrt{40}$	$-\sqrt{75}$
Разложите на множители	$64x^2-49$	$4x^2-225$	$(x-5)^2$	$16x^2-y^2$	$x^2+8xy+16y^2$
	$(x^7)^2$	$x^2 \cdot x^{-2}$	$x^3 \cdot x^{-10}$	$x^3 \cdot x^{-4}$	$x^4 \cdot x^{-6}$

2.3. Описание и результаты опытно-экспериментальной работы

Для решения задач, поставленных в исследовании, был проведен педагогический эксперимент. Основой планирования и осуществления педагогического эксперимента являлись теоретически разработанная модель и методика формирования вычислительных навыков обучающихся 9 классов на уроках математики.

Экспериментальная часть исследования проводилась во время педагогической практики на базе МАОУ «Средняя школа № 144» и МАОУ «СШ № 150 им. Героя Советского Союза В. С. Молокова». Учебные программы данных классов были без какой-либо направленности, учителями математики и классными руководителями обучающиеся данных классов характеризовались как без особенностей в развитии и условиях обучения. Всего в эксперименте приняли участие 59 обучающихся.

Основной целью педагогического эксперимента являлось проверка гипотезы исследования – 1) уровень сформированности вычислительных навыков обучающихся будет повышаться, если внедрить в процесс обучения математике тематические пятиминутки, направленные на развитие навыков устного счета; 2) чем выше уровень сформированности вычислительных навыков обучающегося, тем выше уровень его общей успеваемости.

Так цель эксперимента связана с проверкой гипотезы, а с формированием, то экспериментальная работа проводилась в четыре этапа: *теоретический, подготовительный, экспериментальный, интерпретационный.*

Основной задачей эксперимента было выявление исходного уровня сформированности вычислительных навыков обучающихся 9 классов и взаимосвязи общей успеваемости обучающихся и уровня сформированности вычислительных навыков, разработка методики формирования вычислительных навыков на уроках математики и ее апробация.

Организация и проведение теоретического этапа эксперимента.

Одной из целей педагогического эксперимента на данном этапе являлось теоретическое обоснование актуальности темы исследования. Установление зависимости уровня сформированности вычислительных навыков и общей успеваемости обучающихся. Ключевыми методами исследования выступали: анализ социологической, психолого-педагогической, научно-методической и математической литературы по теме; наблюдение за процессом учебной деятельности в естественных условиях педагогического процесса обучения математики; обобщение передового и зарубежного педагогического опыта; проверочная работа.

Перечислим задачи, которые были решены в ходе теоретического этапа:

1. Анализ нормативно-правовых документов, психолого-педагогической и научно-методической литературы по проблеме исследования позволил определить и уточнить фундаментальные понятия исследования: «вычислительные навыки», «устный счет» и т.д.

Определить место вычислительных навыков в нормативных документах: образовательных стандартах, учебной программе, требованиях к математическому образованию. Оценить возрастные возможности формирования вычислительных навыков у обучающихся 9 класса.

2. Наблюдение за обучающимися во время педагогической практики, анализ отчетной документации об успеваемости обучающихся в школе, результатов проверочных работ, беседа с учителями, изучение опыта учителей в печатных работах дали возможность теоретически подтвердить справедливость выдвинутой гипотезы исследования.

3. С помощью теста была проверена справедливость гипотезы в описанной выше группе обучающихся. Эта часть была проведена в два этапа, первый в 2020 году был проведен на базе 150 школы, второй в 2021 году перед проведением апробации (т.е. перед третьим этапом исследования).

Эксперимент состоял в выполнении заданий теста. На выполнение заданий отводилось 20 минут. Задания охватывали различные темы (от действий с натуральными числами до нахождения корней различных уравнений и решения текстовых задач) и уровни. Тест был составлен с «избытком», т.е. содержал заданий больше, чем реально можно было сделать за 20 минут. Обучающимся заранее это было сказано. У каждого задания был известен балл, который можно было набрать за решение. Перед обучающимися была поставлена задача набрать как можно больше баллов. Это обеспечило проверку того, насколько обучающиеся адекватно оценивают вычислительные навыки.

Тест для развития устного счёта для 9 класса 1 вариант	
1. Вычислите:	
1) $-15 \cdot 4$ <u>Ответы:</u> а) -62; б) -60; в) -45.	2) $-19 + 2,3$ <u>Ответы:</u> а) -16,7; б) -17,3; в) 21,3.
3) $-60 : 12$ <u>Ответы:</u> а) 5; б) -4; в) -5.	4) $-90 - 15$ <u>Ответы:</u> а) -105; б) -75; в) -115.
5) $(-11)^2$ <u>Ответы:</u> а) 111; б) -111; в) 121.	6) $(0,018 + 0,982) : (8 \cdot 0,5 - 0,8)$ <u>Ответы:</u> а) -0,3125; б) 0,3125; в) -0,416.
2. Найдите значения выражения:	
1) $8 - \frac{1}{3}$ <u>Ответ:</u> _____	2) $\frac{3}{14} \cdot (-1\frac{5}{16})$ <u>Ответ:</u> _____
3) $7 : 2\frac{1}{3} + 4 : 1\frac{1}{3}$	4) $(6\frac{8}{15} - 4\frac{21}{45}) \cdot 4,5 - 2\frac{1}{6} : 0,52$

Ответ: _____	Ответ: _____
5) $(95\frac{7}{30} - 93\frac{5}{18}) \cdot 2\frac{1}{4} + 0,373$ Ответ: _____	
3. Представьте в виде обыкновенной дроби:	
1) 45% Ответы: а) $\frac{2}{5}$; б) $\frac{9}{20}$; в) $\frac{3}{20}$.	2) 60% Ответы: а) $\frac{3}{5}$; б) $\frac{6}{25}$; в) $\frac{2}{5}$.
3) 32% Ответы: а) $\frac{8}{20}$; б) $\frac{6}{25}$; в) $\frac{8}{25}$.	4) 86% Ответы: а) $\frac{43}{50}$; б) $\frac{45}{50}$; в) $\frac{46}{52}$.
4. Представьте в виде смешанной дроби:	
1) 12:7 Ответ: _____	2) 74:40 Ответ: _____
3) 885:75 Ответ: _____	4) 5934:402 Ответ: _____
5. Упростите выражение:	
1) $2a+3-5a$ Ответ: _____	2) $\frac{a-2}{a^2} \cdot \frac{ab-a}{a-2} + \frac{2-b}{2a}$ Ответ: _____
3) $\left(\frac{b^3}{b^2-8b+16} - \frac{b^2}{b-4}\right) : \left(\frac{b^2}{b^2-16} - \frac{b}{b-4}\right)$ Ответ: _____	
6. Вычислите:	
1) $\frac{3}{4}$ Ответ: _____	2) $5\frac{1}{3}$ Ответ: _____

<p>3) $3\sqrt{25}$ <u>Ответ:</u> _____</p>	<p>4) $5\sqrt{11} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{22}$ <u>Ответ:</u> _____</p>
<p>5) $\frac{1}{\sqrt{5}-2} - \frac{1}{\sqrt{5}+2}$ <u>Ответ:</u> _____</p>	<p>6) $\frac{24^4}{3^2 \cdot 8^3}$ <u>Ответ:</u> _____</p>
<p>7) $\sqrt{(4\sqrt{2}-7)^2 + 4\sqrt{2}}$ <u>Ответ:</u> _____</p>	<p>8) $\frac{1}{4^{-10}} \cdot \frac{1}{4^9}$ <u>Ответ:</u> _____</p>
<p>9) $\sqrt{(6\sqrt{3}-11)^2 + 6\sqrt{3}}$ <u>Ответ:</u> _____</p>	
<p>7. Разложите на множители:</p>	
<p>1) $3x^3 + 5x^2 - 6x$ <u>Ответ:</u> _____</p>	<p>2) $2a + 2b + a^2 + ab$ <u>Ответ:</u> _____</p>
<p>3) $16ab^2 - 10c^3 + 32ac^2 - 5b^2c$ <u>Ответ:</u> _____</p>	<p>4) $36a^6b^3 - 96a^4b^4 + 64a^2b^5$ <u>Ответ:</u> _____</p>
<p>8. Найдите значение выражения:</p>	
<p>1) $\frac{a}{4c} - \frac{a^2 + 16c^2}{4ac} + \frac{4c - a}{a}$ при $a = 34, c = 83$ <u>Ответ:</u> _____</p>	<p>2) $\frac{5a}{9c} - \frac{25a^2 + 81c^2}{45ac} + \frac{9c - 25a}{5a}$ при $a = 34, c = 86$. <u>Ответ:</u> _____</p>

<p>3) $\frac{2a}{c} - \frac{4a^2 + c^2}{2ac} + \frac{c - 4a}{2a}$.</p> <p>при $a = 8, c = 32$.</p> <p>Ответ: _____</p>	<p>4) $\frac{6a}{c} - \frac{36a^2 + c^2}{6ac} + \frac{c - 36a}{6a}$</p> <p>при $a = 83, c = 80$.</p> <p>Ответ: _____</p>
<p>9. Вычислите:</p>	
<p>1) $\frac{21^8 \cdot 4^6}{3^{21} \cdot 7^5} : \frac{8^5 \cdot 49^3}{14^4 \cdot 9^5}$</p> <p>Ответы: а) $\frac{14}{27}$; б) $\frac{14}{25}$; в) $\frac{13}{27}$</p>	<p>2) $\frac{7^{15} : 7^{12}}{7^2}$</p> <p>Ответы: а) 7^{23}; б) 7^{24}; в) 7^{25}.</p>
<p>3) $\frac{7^{40} + 7^{38} - 2 \cdot 7^{39}}{6^2 \cdot 49^{19}}$</p> <p>Ответы: а) 2; б) 1,2; в) 1</p>	
<p>10. Упростить выражение:</p>	
<p>1) $\frac{x - 1}{x^{\frac{3}{4}} + x^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}} + 1} \cdot x^{\frac{1}{4}} + 1$</p> <p>Ответ: _____</p>	<p>2) $\frac{2x^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} - 3x^{-\frac{1}{3}}} - \frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{5}{3}} - x^{\frac{2}{3}}} - \frac{x + 1}{x^2 - 4x + 3}$</p> <p>Ответ: _____</p>
<p>3) $\frac{1 - x - 2}{x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}} - \frac{2}{x^{\frac{3}{2}}} + \frac{x^{-2} - x}{x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}}$</p> <p>Ответ: _____</p>	<p>4) $\left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}\right)$</p> <p>Ответ: _____</p>
<p>11. Найдите значение выражения:</p>	

$$24^{-1} + \frac{57 \cdot 25^{-1} + 2 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{-2}}{8 - 0,2^{-1}} \cdot \left(\frac{4}{49} - \left(\frac{7}{4}\right)^{-1}\right)^{-1}$$

Ответ: _____

**Тест для развития устного счёта для 9 класса
2 вариант**

1. Вычислите:

<p>1) $-25 \cdot 4$ <u>Ответы:</u> а) -100; б) -80; в) 100.</p>	<p>2) $-4 \frac{2}{7} : (-2,1)$ <u>Ответы:</u> а) 34,9; б) 34,19; в) 33,19.</p>
<p>3) $8\frac{1}{7} - 4\frac{1}{7} : 3\frac{5}{8}$ <u>Ответы:</u> а) 1,2; б) -2,2; в) -1,2.</p>	<p>4) $-90 - 5,5$ <u>Ответы:</u> а) -145; б) -95,5; в) -84,5.</p>
<p>5) $1,2^2$ <u>Ответы:</u> а) 1,44; б) 14,4; в) 144.</p>	<p>6) $42,6 : 85,2 - 64,8 : 21,6$ <u>Ответы:</u> а) -2,5; б) -2,98; в) 2,5.</p>

2. Найдите значения выражения:

<p>1) $16 - \frac{2}{7}$ <u>Ответ:</u> _____</p>	<p>2) $-4 \frac{2}{7} : (-2,1)$ <u>Ответ:</u> _____</p>
<p>3) $8\frac{1}{7} - 4\frac{1}{7} : 3\frac{5}{8}$ <u>Ответ:</u> _____</p>	<p>4) $\left(\frac{9}{22} + 1\frac{12}{33}\right) \cdot 1,32 - \frac{8}{3} \cdot 0,1625$ <u>Ответ:</u> _____</p>
<p>5) $\frac{\left(1\frac{1}{12} + 2\frac{5}{32} + \frac{1}{24}\right) \cdot 9\frac{3}{5} + 2,13}{0,4}$ <u>Ответ:</u> _____</p>	

3. <u>Представьте в виде обыкновенной дроби:</u>	
1) 15% <u>Ответы:</u> а) $\frac{2}{5}$; б) $\frac{9}{20}$; в) $\frac{3}{20}$.	2) 85% <u>Ответы:</u> а) $\frac{17}{20}$; б) $\frac{6}{25}$; в) $\frac{19}{20}$.
3) 32% <u>Ответы:</u> а) $\frac{8}{20}$; б) $\frac{6}{25}$; в) $\frac{8}{25}$.	4) 86% <u>Ответы:</u> а) $\frac{43}{50}$; б) $\frac{45}{50}$; в) $\frac{46}{52}$.
4. <u>Представьте в виде смешанной дроби:</u>	
1) -7:2 <u>Ответ:</u> _____	2) 68:24 <u>Ответ:</u> _____
3) 945:75 <u>Ответ:</u> _____	4) 4826:152 <u>Ответ:</u> _____
5. <u>Упростите выражение:</u>	
1) $-7a + 3+a$ <u>Ответ:</u> _____	2) $\frac{2b^2 - b}{b^3 + 1} - \frac{b - 1}{b^2 - b + 1}$ <u>Ответ:</u> _____
3) $\left(\frac{a+2}{a-2} + \frac{a-2}{a+2}\right) : \frac{a^2 + 4}{4 - a^2}$ <u>Ответ:</u> _____	
6. <u>Вычислите:</u>	
1) $\frac{13}{26}$ <u>Ответ:</u> _____	2) $8\frac{1}{3}$ <u>Ответ:</u> _____
3) $3\sqrt{169}$ <u>Ответ:</u> _____	4) $3\sqrt{19} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{38}$ <u>Ответ:</u> _____

<p>5) $\frac{1}{4+\sqrt{15}} + \frac{1}{4-\sqrt{15}}$</p> <p>Ответ: _____</p>	<p>6) $\frac{10^6}{2^5 \cdot 5^4}$</p> <p>Ответ: _____</p>
<p>7) $\sqrt{(2\sqrt{3}-5)^2} + 2\sqrt{3}$</p> <p>Ответ: _____</p>	<p>8) $2^{-11} \cdot \frac{1}{2^7}$</p> <p>Ответ: _____</p>
<p>9) $\sqrt{(3\sqrt{3}-7)^2} + 3\sqrt{3}$</p> <p>Ответ: _____</p>	
<p>7. <u>Разложите на множители:</u></p>	
<p>1) $7x^2 - 42x + 63$</p> <p>Ответ: _____</p>	<p>2) $7a^2b - 14ab^2 + 7ab$</p> <p>Ответ: _____</p>
<p>3) $y^3 + 16 - 4y - 4y^2$</p> <p>Ответ: _____</p>	<p>4) $15x^3y^2 + 12x^2y - 24x^2y^3$</p> <p>Ответ: _____</p>
<p>8. <u>Найдите значение выражения:</u></p>	
<p>1) $\frac{7a}{9c} - \frac{49a^2 + 81c^2}{63ac} + \frac{9c - 49a}{7a}$ при $a = 44, c = 88$.</p> <p>Ответ: _____</p>	<p>2) $\frac{4a}{3c} - \frac{16a^2 + 9c^2}{12ac} + \frac{3c - 16a}{4a}$ при $a = 15, c = 46$.</p> <p>Ответ: _____</p>
<p>3) $\frac{5a}{4c} - \frac{25a^2 + 16c^2}{20ac} + \frac{4c - 25a}{5a}$ при $a = 10, c = 16$.</p> <p>Ответ: _____</p>	<p>4) $\frac{a}{5c} - \frac{a^2 + 25c^2}{5ac} + \frac{5c - a}{a}$</p> <p>при $a = 89, c = 34$.</p> <p>Ответ: _____</p>
<p>9. <u>Вычислите:</u></p>	
<p>1) $\frac{(0,2)^{14} \cdot (0,2)^9}{(0,2)^{15} \cdot (0,2)^6}$</p>	<p>2) $\frac{36 \cdot 6^4}{6^3 \cdot 216}$</p>

<p><u>Ответы:</u> а) $\frac{1}{27}$; б) $\frac{1}{25}$; в) $\frac{4}{27}$.</p>	<p><u>Ответы:</u> а) $\frac{1}{2}$; б) 1,5; в) 1.</p>
<p>3) $7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^4$</p> <p><u>Ответы:</u> а) $\frac{28}{27}$; б) $\frac{32}{27}$; в) $\frac{35}{27}$.</p>	
<p>10. <u>Упростить выражение:</u></p>	
<p>1) $\frac{2(x^4 + 4x^2 - 12) + x^4 + 11x^2 + 30}{x^2 + 6}$</p> <p><u>Ответ:</u> _____</p>	<p>2) $((1 - p^2)^{-\frac{1}{2}} - (1 + p^2)^{-\frac{1}{2}})^2 + 2(1 - p^4)^{-\frac{1}{2}}$</p> <p><u>Ответ:</u> _____</p>
<p>3) $\frac{1}{2(1 + \sqrt{a})} + \frac{1}{2(1 - \sqrt{a})} - \frac{a^2 + 2}{1 - a^3}$</p> <p><u>Ответ:</u> _____</p>	<p>4) $\frac{(2p - q)^2 + 2^2 - 3pq}{2p^{-1} + q^2} : \frac{4p^2 - 3pq}{2 + pq^2}$</p> <p><u>Ответ:</u> _____</p>
<p>2. <u>Найдите значение выражения:</u></p>	
<div style="background-color: #e0e0e0; padding: 10px; border: 1px solid #ccc;"> $3^{-1} + \frac{21 \cdot 16^{-1} + 3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{-2}}{16 - 0,1^{-1}} \cdot \left(\frac{3}{4} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right)^{-1}$ </div> <p><u>Ответ:</u> _____</p>	

Эта часть исследования убедила в том, что обучающиеся с высокой успеваемостью имели и высокий уровень сформированности вычислительных навыков, что формирование вычислительного навыка необходимо для успешного освоения материала по математике и повышения

общего уровня успеваемости. Кроме того, этот этап исследования показал недостаточность внимания со стороны учителей формированию вычислительных навыков.

Второй этап эксперимента – *подготовительный*. Цель данного этапа заключалась в разработке модели и методики формирования вычислительных навыков у обучающихся 9 класса, системы специальных заданий, направленных на формирование данного навыка. В качестве основного приема формирования вычислительных навыков были взяты «пятиминутки». Отличие предлагаемых пятиминуток от привычных в том, что они основываются не только на привычном программном математическом материале, а используют так же материал, способствующий развитию различных приемов устного счета и повышению интереса к счету. На этом этапе был проведен анализ различных приемов устного, рационального счета, исторического материала. На основе этого материала и программного материала была разработана система пятиминуток.

Возможность применения разработанной методики показал третий этап – *экспериментальный*. Во время прохождения педагогической практики была апробирована часть разработанных пятиминуток. Результаты проведения этой части исследования были подтверждены проведением тестирования, описанного выше (в первом этапе), анализом результатов контрольных работ, беседой с учителем и обучающимися.

На четвертом *интерпретационном* этапе анализировались, интерпретировались и обобщались результаты эксперимента (рис. 1 и 2).

Таблица 1. Результаты оценки вычислительных навыков в МАОУ
«Средняя школа № №144»

	Оценка 5	Оценка 4	Оценка 3
Общая оценка по математике	3	10	16
Общая оценка за обучение	4	14	11
Тест	5	16	8

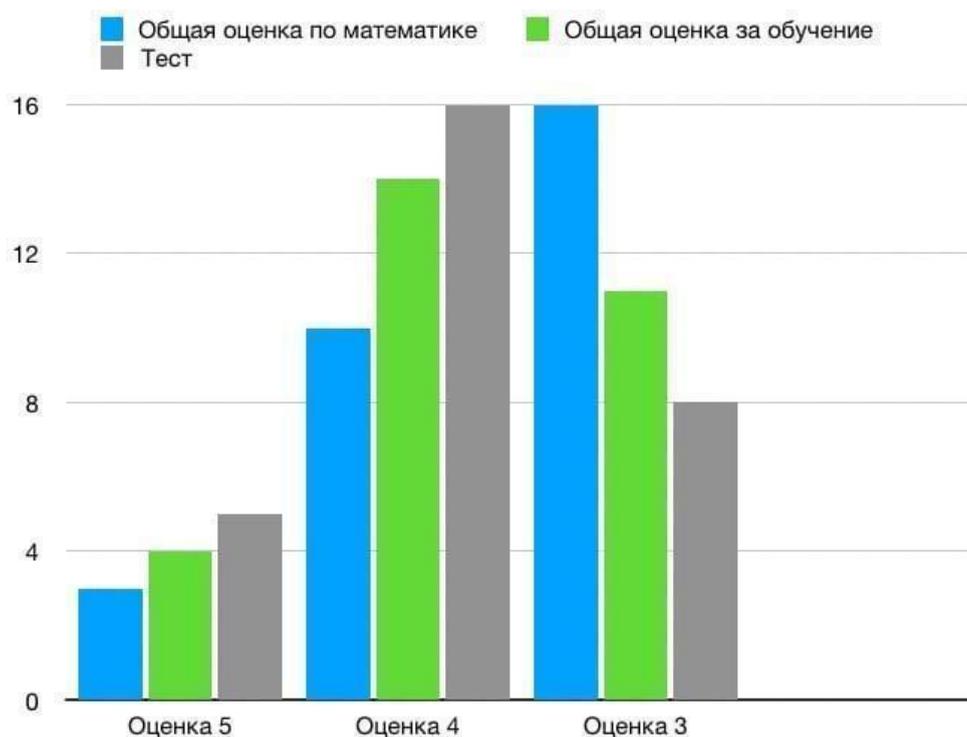


Рисунок 1. Результаты исследования в МАОУ «Средняя школа № №144»

Таблица 2. Результаты оценки вычислительных навыков в МАОУ «СШ № 150 им. Героя Советского Союза В. С. Молокова»

	Оценка 5	Оценка 4	Оценка 3
Общая оценка по математике	2	9	19
Общая оценка за обучение	3	11	16
Тест	3	15	12

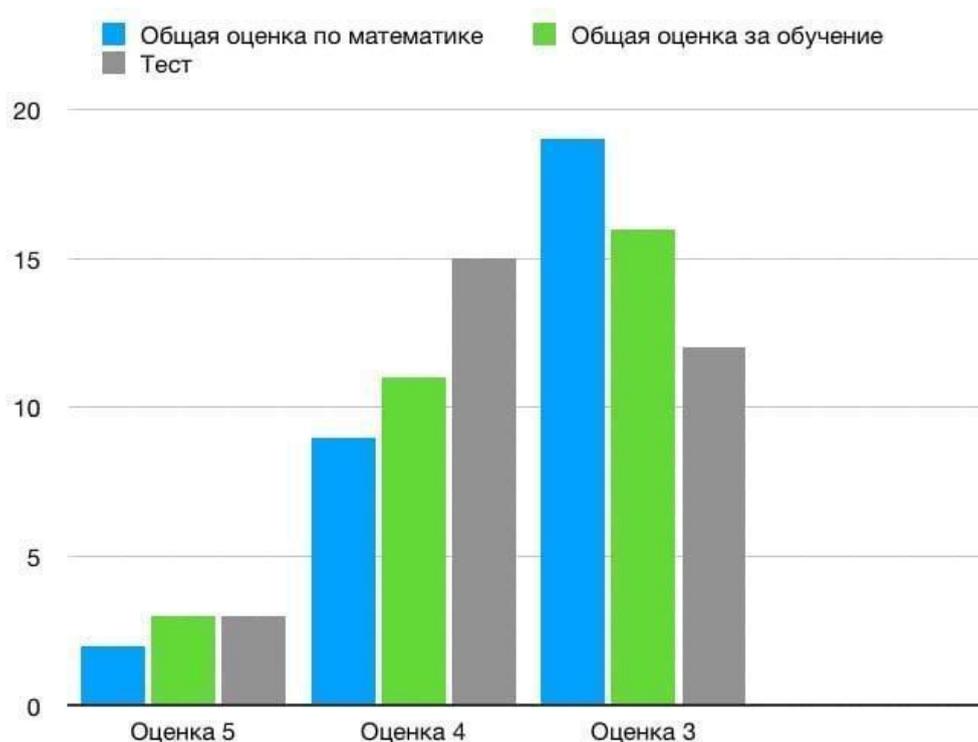


Рисунок 2. Результаты исследования в МАОУ «СШ № 150 им. Героя Советского Союза В. С. Молокова»

Анализ представленных результатов позволил сделать следующие выводы:

- чем выше уровень сформированности вычислительных навыков обучающегося, тем выше уровень его общей успеваемости. Мы доказали это экспериментально – на рис.1 и рис.2 приведены диаграммы, доказывающие данное предположение.
- уровень сформированности вычислительных навыков обучающихся будет повышаться, если внедрить в процесс обучения математике тематические пятиминутки, направленные на развитие навыков устного счета. Данное утверждение согласуется с проведенными наблюдениями. Эксперимент показал повышение заинтересованности обучающихся к этапу

урока с пятиминутками и как следствие, повышение интереса к устному счету.

Результаты педагогического эксперимента подтвердили, что использование разработанной методики для формирования вычислительных навыков обучающихся 9 классов на уроках математики повышает познавательный интерес обучающихся к математике, а также улучшает их навыки устного счета.

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2.

Дидактические методы активизации познавательной деятельности традиционно делятся на словесные, наглядные и практические.

Устный счет может выполнять различные образовательные задачи: мотивировать обучающихся, активизировать познавательную деятельность, формировать вычислительные навыки. Формировать умения и навыки устного счета предпочтительно при помощи организации «пятиминуток» - коротких этапах уроков, служащих для отработки вычислительных навыков не зависимо от изучаемой темы на уроке. Именно «пятиминутки» позволяют не забывать пройденные уже алгоритмы действий, повторять их регулярно, что будет способствовать лучшему усвоению материала.

Исследование подтвердило нашу гипотезу - использование разработанной методики для формирования вычислительных навыков обучающихся 9 классов на уроках математики повышает познавательный интерес обучающихся к математике, а также улучшает их навыки устного счета.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вычислительные навыки являются основным элементом культуры человека, ведь они вносят огромный вклад в развитие основных умственных функций учащихся, способствуя развитию скорости мышления, внимания, памяти. У современного ученика знакомство со счетом происходит еще в дошкольном возрасте, при знакомстве с такими инструментами, как компьютеры, планшеты, смартфоны, в каждом из которых есть калькулятор. Поэтому становится так трудно показать роль устного счета, ведь у современного школьника есть помощник в роли калькулятора, а педагоги уделяют недостаточное внимание развитию вычислительных навыков, ведь использование таких вычислительных средств как калькулятор и компьютер приводит к тому, что обучающиеся не могут выполнить простейшие действия.

Важно систематически убеждать учеников в том, что только при наличии активной позиции в изучении математики и при условии приобретения практических умений и навыков можно рассчитывать на успех.

Нами была достигнута поставленная цель – мы разработали рекомендаций по организации учебной деятельности обучающихся 9 класса на уроках математики, ориентированные на развитие вычислительных навыков.

Были выполнены следующие задачи:

1. Проанализировано понятие «вычислительные навыки» в методической и психолого-педагогической литературе. Вычислительные навыки – это способность выбирать и выполнять для каждого случая вычислений систему операций, составляющую вычислительный прием.

2. Выделены условия развития вычислительных навыков в основной школе. В ходе устной работы на уроке с использованием тренажера можно проводить математические эстафеты. Очень полезна работа в парах, когда один ученик называет ответы соседу по парте, а тот проверяет их

правильность; при выполнении следующего задания ответы называет второй, а первый – проверяет.

3. Проведена диагностика взаимозависимости уровня успеваемости обучающихся и уровня сформированности вычислительных навыков – взаимосвязь прямая, уровень успеваемости зависит от уровня сформированности вычислительных навыков.

4. Определена форма организации устного счета обучающихся 9 класса – при обучении навыкам устного счета наиболее подходящий вариант — это организация «пятиминуток». Отличие предлагаемых нами пятиминуток от привычных в том, что они основываются не только на привычном программном математическом материале, а используют так же материал, способствующий развитию различных приемов устного счета и повышению интереса к счету.

5. Разработаны задания на развитие устного счета на уроках математики в 9 классе. На этом этапе был проведен анализ различных приемов устного, рационального счета, исторического материала. На основе этого материала и программного материала была разработана система пятиминуток.

6. Разработаны методические рекомендации по использованию системы заданий с целью развития вычислительных навыков в процессе обучения математике.

7. Проведена практическая апробация разработанных рекомендаций. Эксперимент показал повышение заинтересованности обучающихся к этапу урока с пятиминутками и как следствие, повышение интереса к устному счету.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бантова М.А. Система формирования вычислительных навыков// Начальная школа. 1993. №11. с.38-43.
2. Басюра, В. И. Организация устного счёта на уроках математики в специальной школе / В. И. Басюра, В. В. Эк // Коррекционноразвивающая направленность обучения и воспитания умственно отсталого ребёнка. Межвузовский сборник научных трудов. М., 1985. с. 60-62.
3. Белошистая, А.В. Прием формирования устных вычислительных умении / А.В. Белошистая //Начальная школа. 2014. №7. с. 44-49.
4. Беспмятная В.Н. Интегрированный проект как способ активизации и самореализации учащихся // Муниципальное образование: инновации и эксперимент. 2012. № 1. С. 34–38.
5. Воспитание и обучение детей во вспомогательной школе: учеб. пособие для учителей и студ. деф. фак. / под ред. В. В. Воронковой. М. : Школа-Пресс, 1994. с.416.
6. Гладкий, А.В. Об уровне математической культуры выпускников средней школы / А.В. Гладкий // Математика в школе. 1990. № 4, с. 7-9.
7. Гольдштейн Д.Н. Курс упрощённых вычислений. М.: Гос. учебно-пед. изд., 1931.
8. Гончар Д.Р. Устный счёт и память: загадки, приёмы развития, игры // В сб. Устный счёт и память. Донецк: Сталкер, 1997 г.
9. Гришаева А. Г. Методические аспекты применения приемов устного счета на уроках математики в 5–6-х классах // Концепт. 2013. №8 (24). URL:
<https://cyberleninka.ru/article/n/metodicheskie-aspekty-primeneniya-priemov-ustnogo-scheta-na-urokah-matematiki-v-5-6-h-klassah> (дата обращения: 20.05.2020).

- 10.Груденов, Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики / Я.И. Груденов. - М.: Просвещение, 1990. с. 224.
- 11.Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения / В.В. Давыдов. – М. Педагогика, 1986.
- 12.Ермилова, Т.В. Устная работа в 5 классе / Т.В. Ермилова // Математика в школе. 2005. №7. с. 25-32.
- 13.Ерохова, Е.В. Игровые уроки математики / Е.В. Ерохина. М.: Грамотей, 2010. с.74.
- 14.Истомина Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах: учеб. пособие для студ. сред. и высш. пед. учеб. заведений. – 4-е изд., стереотип. Издательский центр «Академия», 2001. с. 288.
- 15.Капитанец, Е. Г. Формирование устных счётно-вычислительных навыков у учащихся с нарушением интеллекта. Урал. гос. пед. ун-т. Екатеринбург. 1999. с. 80.
- 16.Крутецкий, В.А. Психология обучения и воспитания школьников / В.А. Крутецкий. М.: Просвещение. 1976. с. 455.
- 17.Железнякова О.М. Феномен дополнительности в научно-педагогическом знании: автореферат дис. ... д-ра пед. наук. Ульяновск, 2008.
- 18.Кузнецова Е.В, Устный счет на уроках математики <http://www.openclass.ru/node/241654> (дата обращения: 23.05.2020).
- 19.Ларина. Л.Н. Роль учителя в формировании вычислительной культуры учащихся.
- 20.Лукин Р.Д. Лукин Т.К., Якунина М.С. Устные упражнения по алгебре и началам анализа – М.: Просвещение1989 г.
- 21.Малеванная Е.В. О некоторых возрастных характеристиках развития старших школьников / Е.В. Малеванная. - Текст : электронный // Формирование профессиональной компетентности филолога в

- поликультурной образовательной среде. - 2018. - С. 222-224
<https://elibrary.ru/item.asp?id=36785792> (дата обращения: 14.11.2021).
22. Мелентьев П.В. «Быстрые и устные вычисления.» М.: «Гостехиздат», 1930.
23. Муравин, К.С. Воспитание вычислительной культуры на уроках алгебры/Преподавание алгебры в 6-8 классах /К.С.Муравин. М.: Просвещение. 1980. с.167.
24. Образовательный проект по теме: «Совершенствование вычислительных навыков на уроках математики как условие успешности учащихся»
<https://infourok.ru/obrazovatelniy-proekt-po-teme-sovershenstvovanie-vichislitelnykh-navikov-na-urokah-matematiki-kak-uslovie-uspeshnosti-uchaschihsya-3758551.html> (дата обращения: 2.05.2022).
25. Педагогический проект "Технология совершенствования вычислительных навыков на уроках математики как метод формирования УУД учащихся"
<https://nsportal.ru/npo-spo/estestvennye-nauki/library/2015/04/25/pedagogicheskiy-proekt-tehnologiya-sovershenstvovaniya> (дата обращения: 2.05.2022).
26. Практико-значимая работа «Способы преодоления трудностей при формировании вычислительных навыков на уроках математике» URL:
<https://www.1urok.ru/categories/10/articles/30467> (дата обращения: 2.05.2022).
27. Седакова В. И. Приемы устного счета на уроках математики // Вестник ЮУрГГПУ. 2015. №5. URL:
<https://cyberleninka.ru/article/n/priemy-ustnogo-scheta-na-urokah-matematiki> (дата обращения: 20.05.2020).

28. Сухоруков Д.В., Сорокина Л.А. Активизация познавательной деятельности учащихся образовательных школ // Инновационные проекты и программы в 42.-образовании. 2015. №1. С. 38
29. Сухоруков Д.В., Сорокина Л.А. Средства, активизирующие познавательную деятельность школьников и повышающие их умственную работоспособность // Образование и наука. 2014. № 2. С. 139–154.
30. Темербекова А.А. Методика бучения математике : учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению “Педагогическое образование” / А.А. Темербекова, И.В. Чугунова, Г.А. Байкалова. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2015. - 510 с.
31. Туйбаева Л. И., Полиева Н. Н. Устный счет как средство развития умственных способностей у младших школьников // Проблемы педагогики. 2015. №2 (3). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ustnyy-schet-kak-sredstvo-razvitiya-umstvennyh-sposobnostey-u-mladshih-shkolnikov> (дата обращения: 20.05.2020).
32. Фарков А.В. Обучаемость учащихся математике: проблемы диагностики. 5-11 классы / А.В. Фарков. - М.: ВАКО, 2015. - 240 с.
33. Чекмарёв, Я. Ф. Методика преподавания арифметики [Текст] / Я. Ф. Чекмарёв, В. Т. Снегирёв. М.: Просвещение. 1965. с. 351.
34. Шаповаленко И.В. Психология развития и возрастная психология : учебник и практикум для вузов / И.В. Шаповаленко. - 3-е изд., перераб. И доп. - Москва : Издательство Юрайт, 2021. - 457 с.
35. Шонин М.Ю. Возрастные особенности проявления познавательной активности у старшеклассников в процессе их учебно-познавательной деятельности / М.Ю. Шонин, С.И. Власова. - Текст : электронный // Научные труды московского государственного университета. - 2019. - № 4. - С. 6 <https://elibrary.ru/item.asp?id=39541554> (дата обращения: 12.11.2021).

36. Щербина Ю.С. Смена приоритетов системы обучения как ответ на вызов времени // Образование и наука. 2013. № 1. С. 19–31.
37. Якунина М.С. Устные упражнения в курсе алгебры / Математика в школе, №1, 1991 г. с. 394.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Большая часть школьного курса математики, особенно геометрии, была известна еще в древности. Вводная историческая часть вызывает заинтересованность учеников к новой теме. Уроки с короткими пятиминутными рассказами о математике глубокой древности станут более запоминающимися. Знакомя учеников с такими темами геометрии 9 класса, как правильные многоугольники и их свойства, построение треугольников и симметрия, необходимо подключать небольшие рассказы о зарождении этих идей в древности. Например, в начале изучения темы симметрия можно рассказать о ее применении в искусстве и проявлении в природе. История математики, в частности геометрии, выступает в роли активатора познавательной деятельности учащихся. Особенный интерес обучающихся вызывают различные нетрадиционные способы счета. Их удивляет тот факт, что «вундеркинды» из телевизора, с легкостью производящие вычисления в уме, просто владеют нетрадиционными способами счета, которые могут освоить и они. Поэтому мы считаем, что рационально составить небольшие «пятиминутки» по историческим и нетрадиционным приемам быстрого счета, которые могут освоить школьники и которые помогут им увеличить быстроту вычислений, а также рассмотреть некоторые аспекты истории развития геометрии в древности. Приведем материал для основания таких «пятиминуток»

§2.1. История развития понятия числа

Число — основное понятие математики, используемое для количественной характеристики, сравнения, нумерации объектов и их частей. Понятие числа возникло в глубокой древности из практической потребности людей считать предметы. На первых ступенях развития примитивный счёт предметов заключался в сопоставлении предметов с эталоном, которым у большинства народов являлись пальцы. Возможности воспроизведения чисел увеличились с появлением письменности. Первое время числа обозначались

чёрточками, позже стали применяться специальные знаки для некоторых чисел и знаки для больших чисел. Когда в Индии появилась позиционная система счисления, позволяющая записать любое натуральное число при помощи десяти знаков, это стало большим достижением. Осознание бесконечности натурального ряда явилось следующим важным шагом в развитии понятия натурального числа. Об этом есть упоминания в трудах Евклида и Архимеда. Евклид определял число, как «множество, составленное из единиц». Архимед в своём трактате "Исчисление песчинок" разработал систему, которая позволила выразить сколь угодно большое число, и показал, что натуральный ряд чисел был бесконечен. Введение в употребление дробных чисел было вызвано потребностью производить измерения и стало исторически первым расширением понятия числа. В Средние века были введены отрицательные числа, с помощью которых стало легче учитывать долг или убыток. Отрицательные числа систематически применялись при решении задач ещё в 6—11 веках в Индии и истолковывались примерно так же, как это делается в настоящее время. Ещё в Древней Греции в геометрии было совершено принципиально важное открытие: не всякие точно заданные отрезки соизмеримы, другими словами, не у каждого отрезка длина может быть выражена рациональным числом, например сторона квадрата и его диагональ. В «Началах» Евклида была изложена теория отношений отрезков, учитывающая возможность их несоизмеримости. В Древней Греции умели сравнивать несоизмеримые отношения по величине, производить над ними арифметические действия в геометрической форме. Хотя греки обращались с такими отношениями, как с числами, они не осознали, что отношение длин несоизмеримых отрезков может рассматриваться как число. Это было сделано в период зарождения современной математики в 17 веке при разработке методов изучения непрерывных процессов и методов приближённых вычислений. И. Ньютон во «Всеобщей арифметике» даёт определение понятия действительного числа: «Под числом мы понимаем не

столько множество единиц, сколько отвлечённое отношение какой-нибудь величины к другой величине того же рода, принятой нами за единицу».

§2.2. Математика в Древнем Египте

Зарождение математических знаний у древних египтян связано с развитием хозяйственных потребностей. Без математических навыков древнеегипетские писцы не могли бы обеспечивать проведение землемерных работ, рассчитывать количество рабочих и их содержание или производить раскладку налоговых отчислений.

Десятичная система счета в Древнем Египте сложилась на основе использования для подсчета предметов количества пальцев на обеих руках. Числа от одного до девяти обозначались соответствующим количеством черточек, для десятков, сотен, тысяч и так далее существовали особые иероглифические знаки. Так, например, сотни обозначались иероглифом, изображающим веревку, десятки тысяч – изображением пальца.

Система древнеегипетской нумерации не менялась на протяжении тысяч лет. Позиционного способа записи чисел древние египтяне не знали, поскольку не подошли еще к понятию нуля не только как самостоятельной величины, но и просто как отсутствия количества в определенном разряде.

Египтяне имели понятие о дробях и умели производить некоторые операции с дробными числами. Египетские дроби представляют собой числа вида $1/n$ (так называемые аликвотные дроби), поскольку дробь представлялась египтянами как одна часть чего-либо. Неотъемлемым элементом записи дробного числа был иероглиф, переводимый обычно как «один из (некоторого количества)». Для наиболее употребительных дробей существовали особые знаки. Так что египетская система дробей была весьма громоздка.

Интересно, что один из священных символов египтян – так называемое «око Хора» – также имеет математический смысл. Изображение ока, содержит элементы, обозначающие особый ряд чисел. Это дроби, каждая из

которых вдвое меньше предыдущей: $1/2$, $1/4$, $1/8$, $1/16$, $1/32$ и $1/64$. Символ божественного глаза, таким образом, представляет их сумму – $63/64$. Некоторые историки-математики полагают, что в этом символе отражено понятие египтян о геометрической прогрессии. Составные части изображения ока Хора использовались в практических расчетах, например при измерении объема сыпучих веществ, таких как зерно.

Метод, которым пользовались египтяне при выполнении простейших арифметических операций, состоял в подсчете итогового количества символов, обозначающих разряды чисел. Единицы складывались с единицами, десятки с десятками и так далее, после чего производилась окончательная запись результата. Если при суммировании получалось более десяти знаков в каком-либо разряде, «лишний» десяток переходил в высший разряд и записывался соответствующим иероглифом. Вычитание производилось таким же способом. Без применения таблицы умножения, которой египтяне не знали, процесс вычисления произведения двух чисел, особенно многозначных, был чрезвычайно громоздким.

Известно, что египтяне знали возведение в степень, а также применяли обратную операцию – извлечение квадратного корня. Кроме того, они имели представление о прогрессии и решали задачи, сводящиеся к уравнениям. Значительных успехов математика Древнего Египта достигла в решении геометрических задач, связанных с потребностями строительства и землемерных работ. О круге задач, которые стояли перед писцами, и о способах их решения мы знаем благодаря тому, что сохранилось несколько письменных памятников на папирусе, содержащих примеры вычислений.

§2.3. Математики Древней Греции

Древние греки были удивительно талантливым народом. Они внесли большой вклад в развитие математики. Известно, что ученые-математики древней Греции были крупнейшими математиками в далеком прошлом.

Пифагор. В Древней Греции жил ученый Пифагор (родился он около 580 г. до н. э., а умер в 500 г. до н. э.). О жизни этого ученого известно немного, зато с его именем связано ряд легенд. Пифагорейцы занимались математикой, философией, естественными науками. Ими было сделано много важных открытий в арифметике и геометрии. Теорема Пифагора имеет богатую историю. Оказывается, она задолго до Пифагора была известна египтянам, вавилонянам, китайцам и индийцам. Доказательство самого Пифагора до нас не дошло. В настоящее время имеется свыше 100 доказательств. Возможно, что одно из них принадлежит Пифагору и его ученикам.

Архимед – вершина научной мысли древнего мира. Учился Архимед в Александрии, где правители Египта Птолемеи собрали лучших греческих ученых и мыслителей, а также основали самую большую в мире библиотеку. Основные работы Архимеда касались различных практических приложений математики, физики, гидростатики и механики. В сочинении "Параболы квадратуры" Архимед обосновал метод расчета площади параболического сегмента, причем сделал это за две тысячи лет до открытия интегрального исчисления. В труде "Об измерении круга" Архимед впервые вычислил число "пи" – отношение длины окружности к диаметру – и доказал, что оно одинаково для любого круга. В наше время имя Архимеда связывают главным образом с его замечательными математическими работами, однако в античности он прославился также как изобретатель различного рода механических устройств и инструментов, о чем сообщают авторы, жившие в более позднюю эпоху. Считается, что Архимед был изобретателем т.н. архимедова винта, который служил для подъема воды на поля и явился прообразом корабельных и воздушных винтов.

Евклид. Древнегреческому ученому Евклиду принадлежат сочинения по механике, оптике, музыке. Известны его заслуги и в астрономии. Евклиду приписываются также несколько теорем и новых доказательств. Из

дошедших до нас сочинений Евклида наиболее знамениты “Начала”, состоящие из 15 книг. В 1-й книге формулируются исходные положения геометрии, а также содержатся основополагающие теоремы планиметрии, среди которых теорема о сумме углов треугольника и теорема Пифагора. При построении правильных многоугольников опять звучит это имя Евклида. XIII книга “Начал” посвящена платоновым телам – правильным многогранникам, красотой которых восхищаемся на уроках стереометрии.

Фалес из Милета. Древнегреческий ученый и государственный деятель, первый из семи мудрецов. Во время путешествий он посетил Египет, где и познакомился с астрономией и геометрией. Зачинатель и родоначальник греческой философии и науки. Считается, что Фалес первым доказал несколько геометрических теорем, а именно:

- вертикальные углы равны;
- треугольники с равной одной стороной и равными углами, прилежащими к ней, равны;
- углы при основании равнобедренного треугольника равны;
- диаметр делит круг пополам;
- угол, вписанный в полуокружность, всегда будет прямым.

Фалес определял высоту предмета по его тени, расстояния до кораблей, используя подобие треугольников.

Эратосфен Киренский (ок. 276 – 194 до н.э.) – разносторонний ученый: математик, астроном, географ, историк и филолог. Прославился благодаря изобретению “решета Эратосфена”. Осуществил первое измерение размеров земли. Измерив длину $1/50$ дуги земного меридиана, Эратосфен вычислил окружность земного шара и получил 25 200 стадий, или 39 960 км, что лишь на 319 км меньше действительного значения.

Герон Александрийский – великий физик, математик, механик и инженер древней Греции. Герона относят к величайшим инженерам за всю историю человечества. Много работ Герона Александрийского было

посвящено Математике. Больше всего в его работах формул по геометрии, задач по вычислению геометрических фигур. Также здесь описывается и знаменитая формула Герона, с помощью которой можно вычислить площадь треугольника по трем сторонам.

Диофант. В III–IV веках нашей эры жил в городе Александрии знаменитый греческий математик Диофант. Почти все математики древности занимались уравнениями. Много внимания им уделял, а главное, много нового внес в способы их решения древнегреческий ученый Диофант. О Диофанте известно очень мало. Есть основание полагать, что он жил около III в. н.э. Одна группа уравнений, так называемые неопределенные уравнения, до сих пор называются диофантовыми уравнениями. Именно для них он нашел способ решения. Главный труд Диофанта – “Арифметика”, по предположению, состоит из 13 книг. Книга Диофанта “Арифметика” содержала большое количество интересных задач, её изучали математики всех поколений. Книга сохранилась до наших дней. В честь Диофанта назван кратер на Луне. В историю математики древней Греции он вошел как автор задач, составленных в стихах.

§2.4. Математика в Индии

Индусам принадлежат две основные заслуги. Первой из них является введение в широкое употребление современной десятичной системы счисления и употребление нуля для обозначения отсутствия данного разряда. Основа этого способа заключается в идее, что одна и та же цифра обозначает единицы, десятки, сотни или тысячи, в зависимости от того, какое место эта цифра занимает. Занимаемое место, в случае отсутствия каких-нибудь разрядов, определяется нулями, приписываемыми к цифрам. Окончательная разработка такой позиционной, системы нумерации, идея которой была у вавилонян, есть величайшая заслуга индусов. Чтобы назвать большое число, индийцам приходилось после каждой цифры произносить название разряда. Это было громоздко, неудобно, и индийцы стали поступать иначе. Например,

число 278 396 читали так: два, семь, восемь, три, девять, шесть – сколько цифр – столько слов. А если в числе не было какого-нибудь разряда, как, например, в числах 206 или 7013, то вместо названия цифры говорили слово «пусто». Чтобы не получалось путаницы, при записи на месте «пустого» разряда ставили точку. Позднее вместо точки стали рисовать кружок, который на языке хинди назывался «сунья», что значит «пустое место». Арабские математики перевели это слово на свой язык. Вместо «сунья» они стали говорить «сифр», а это уже знакомое нам слово. Слово «цифра» по наследству от арабов досталось и нам.

Второй, еще более важной заслугой индийских математиков является создание алгебры, свободно оперирующей не только с дробями, но с иррациональными и отрицательными числами. Одно обычно при столкновении решений задач отрицательные решения считаются невозможными. Вообще следует отметить, что в это время как дробные и иррациональные числа с самого момента своего возникновения связаны с измерением непрерывных величин, отрицательные числа возникают в основном из внутренних потребностей алгебры и лишь позднее получают самостоятельное значение. Индийцы широко употребляли «обыкновенные» дроби. Наше обозначение обыкновенных дробей при помощи числителя и знаменателя было принято в Индии еще в VIII веке до н. э. однако без дробной черты.

В тригонометрии заслугой индийских математиков явилось введение линий синуса, косинуса, синус-верзуса. Индийские математики изобрели алгебру, свободно оперирующую не только с дробями, но и с иррациональными и отрицательными числами. Интересно отметить, что индийские математики интерпретировали понятия о положительных и отрицательных величинах преимущественно при помощи представления об имуществе и долге. Исходя из этого, без достаточно теоретического обоснования они даже знали истолкования действий с отрицательными

числами. Индусские правила действий над целыми числами отличались от наших лишь тем, что все действия начинались слева, с высших разрядов. Индусы писали на дощечках, усыпанных порошком, поэтому им легко было «стереть» написанную цифру заменить новой, если действие над следующим разрядом давало результат, часть которого надо было прибавить к высшему разряду.

Проценты были известны индийцам еще в Vв. Это закономерно, так как в Индии с давних пор счет велся в десятичной системе счисления. Самым ценным вкладом в сокровищницу математических знаний человечества является употребляемый нами способ записи при помощи десяти знаков чисел: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,0. Современные цифры возникли примерно 1500 лет назад в Индии. Это не значит, что они с самого начала имели современный вид. В течение многих столетий, переходя от народа к народу старинные индийские цифры много раз изменялись, пока приняли современную форму. Индусский народ ввел особый знак для обозначения отсутствующего разряда чисел. «Индусы изобрели нечто, чтобы обозначить ничто». Без этого знака – нынешнего нуля наша система счисления не имела бы тех преимуществ перед всеми бывшими и существующими другими системами счисления.

§2.5. Математика шумеров

Шумеры и вавилоняне использовали 60-ричную позиционную систему счисления, увековеченную в нашем делении круга на 360° . Писали они, как и мы, слева направо. Однако запись необходимых 60 цифр была своеобразной. Значков для цифр было всего два, обозначим их Е (единицы) и Д (десятки); позже появился значок для нуля. Цифры от 1 до 9 изображались как Е, ЕЕ, ... ЕЕЕЕЕЕЕЕЕ. Далее шли Д, ДЕ, ... ДДДДЕЕЕЕЕЕЕЕЕ (59). Таким образом, число изображалось в позиционной 60-ричной системе, а его 60-ричные цифры — в аддитивной десятичной. Аналогично записывались дроби. Для популярных дробей $1/2$, $1/3$ и $2/3$ были специальные значки.

Греческие и средневековые европейские математики (в том числе и Коперник), для обозначения дробных частей пользовались вавилонской 60-ричной системой. Благодаря этому, мы делим час на 60 минут и минуты на 60 секунд. При этом надо отметить, что вопреки распространённому мнению, часы, минуты и секунды не использовались в Древнем Вавилоне. Вместо этого использовался «двойной час» длительностью 120 современных минут, а также «время-градус» длительностью $1/360$ дня (т.е. четыре минуты) и «третья часть» длительностью $31/3$ современных секунды (как хелек в современной еврейском календаре).

Значительные достижения вавилонских математиков и астрономов стали фундаментом для науки последующих цивилизаций, и прежде всего — науки древней Греции. Всё же богатая теоретическая основа математики Вавилона не имела целостного характера и сводилась к набору разрозненных приёмов, лишённых общей системы и доказательной базы. Систематический доказательный подход в математике появился только у греков.

§2.6. Математика Древней Руси

Алфавитная система счисления была распространена у древних армян, грузин, греков, арабов, евреев, и других народов. К числу таких систем счисления относится и славянская. У одних славянских народов числовые значения букв устанавливались в порядке следования букв славянского алфавита, у других, в частности у русских, роль цифр играли не все буквы, а только те, которые имеются в греческом алфавите. Над буквой, обозначающей цифру, ставился специальный знак – «титло».

Титло - специальное обозначение. Многие древние народы для написания цифр использовали буквы из своих алфавитов. Славяне не стали исключением. Они обозначали славянские цифры буквами из кириллицы.

В Древней Руси для счета и записи использовались славянские цифры. В этой счетной системе применялись символы в последовательном порядке азбуки. Во многом она схожа с греческой системой написания цифровых

символов. Славянские цифры - это обозначение чисел с помощью букв древних алфавитов - кириллицы и глаголицы.

Такой способ записи чисел, как в алфавитной системе, можно рассматривать как зачатки позиционной системы, так как в нем для обозначения единиц разных разрядов применялись одни и те же символы, к которым лишь добавлялись специальные знаки для определения значения разряда.

Обозначение цифр на письме происходило слева направо. Исключение составляли числа с "11" до "19". Они писались справа налево. Исторически это сохранилось в названиях современных числительных (один-на-дцать, две-на-дцать и т. д., то есть первой стоит буква, обозначающая единицы, второй - десятки).

Славянские цифры, которые обозначали число больше 1000, писались со специальным знаком \neq . Его ставили перед нужной буквой с титло. Если необходимо было написать числительное больше 10 000, использовались специальные знаки.

§2.7. Математика в искусстве

Золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей.

Принято считать, что понятие о золотом делении ввел в научный обиход Пифагор, древнегреческий философ и математик (VI в. до н.э.). Платон также знал о золотом делении. Его диалог “Тимей” посвящен математическим и эстетическим воззрениям школы Пифагора и, в частности, вопросам золотого деления. Одним из красивейших произведений древнегреческой архитектуры является Парфенон (V в. до н. э.). Парфенон имеет 8 колонн по коротким сторонам и 17 по длинным, выступы сделаны целиком из квадратов пентилейского мрамора. В фасаде древнегреческого храма присутствуют золотые пропорции. Отношение высоты здания к его

длине равно 0,618. Если произвести деление Парфенона по “золотому сечению”, то получим те или иные выступы фасада. При его раскопках обнаружены циркули, которыми пользовались архитекторы и скульпторы античного мира. В эпоху Возрождения усиливается интерес к золотому делению среди ученых и художников в связи с его применением как в геометрии, так и в искусстве, особенно в архитектуре. В 1509 г. в Венеции была издана книга Луки Пачоли “Божественная пропорция” с блестяще выполненными иллюстрациями. Леонардо да Винчи также много внимания уделял изучению золотого деления. Он производил сечения стереометрического тела, образованного правильными пятиугольниками, и каждый раз получал прямоугольники с отношениями сторон в золотом делении. Поэтому он дал этому делению название золотое сечение. Так оно и держится до сих пор как самое популярное.

С развитием дизайна и технической эстетики действие закона золотого сечения распространилось на конструирование машин, мебели и т.д. Отношение частей человеческого тела связывались с формулой золотого сечения. Пропорции “золотого сечения” создают впечатление гармонии красоты, поэтому скульпторы использовали их в своих произведениях. Скульпторы утверждают, что талия делит совершенное человеческое тело в отношении “золотого сечения”. Так, например, знаменитая статуя Аполлона Бельведерского состоит из частей, делящихся по золотым отношениям.

Известный русский архитектор М. Казаков в своем творчестве широко использовал “золотое сечение”. Его талант был многогранным, но в большей степени он раскрылся в многочисленных осуществленных проектах жилых домов и усадеб. Например, “золотое сечение” можно обнаружить в архитектуре здания сената в Кремле.

Переходя к примерам “золотого сечения” в живописи, нельзя не остановить своего внимания на творчестве Леонардо да Винчи. Его личность – одна из загадок истории. Сам Леонардо да Винчи говорил: “Пусть никто, не

будучи математиком, не дерзнет читать мои труды". Он снискал славу непревзойденного художника, великого ученого, гения, предвосхитившего многие изобретения, которые не были осуществлены вплоть до XX в. Портрет Монны Лизы (Джоконды) долгие годы привлекает внимание исследователей, которые обнаружили, что композиция рисунка основана на "золотых треугольниках" (точнее на треугольниках, являющихся кусками правильного звездчатого пятиугольника).

В отличие от золотого сечения ощущение динамики, волнения проявляется, пожалуй, сильнее всего в другой простой геометрической фигуре - спирали. Многофигурная композиция, выполненная в 1509 - 1510 годах Рафаэлем, когда прославленный живописец создавал свои фрески в Ватикане, как раз отличается динамизмом и драматизмом сюжета. Рафаэль так и не довел свой замысел до завершения, однако, его эскиз был гравирован неизвестным итальянским графиком Маркантино Раймонди, который на основе этого эскиза и создал гравюру "Избиение младенцев".

Таким образом, настоящее искусство имеет свою теорию. Иногда эту теорию можно выразить в терминах математики, так как она тесно связана практически со всеми разновидностями современного искусства и искусства древних времен. Мы не осознаем, насколько наша жизнь связана с математикой. Даже такие творческие направления деятельности человека, как живопись, архитектура без математических законов не могут существовать и развиваться.

Математика соблюдает пристрастие к точности, к строгому дисциплинарному мышлению. Но ещё в начале XIX века считали самой гуманитарной наукой, и до сих пор её называют искусством. Согласно современным взглядам, математика и изобразительное искусство очень удаленные друг от друга дисциплины, первая - аналитическая, вторая - эмоциональная. Математика не играет очевидной роли в большинстве работ

современного искусства, и, фактически, многие художники редко или вообще никогда не используют даже перспективу.

Данные тематические рассказы могут быть использованы в «пятиминутках» в конце урока, когда дети уже утомлены для закрепления приемов устного счета. Они помогут взбодрить их внимание, повысить заинтересованность в предмете.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Способы быстрого сложения чисел

1. Поразрядное сложение чисел

К разрядам первого слагаемого прибавляют разряды второго слагаемого, начиная с высших (сотни, десятки и т.д.):

$$\text{Пример: } 18 + 49 + 38 + 97 = (10 + 40 + 30 + 90) + (8 + 9 + 8 + 7) = 170 + 32 = 202$$

2. Прибавление к одному числу отдельных разрядов другого числа, всегда начиная с высших.

К разрядам первого слагаемого прибавляют разряды другого слагаемого:

$$\text{Пример: } 89 + 67 = (89 + 60) + 7 = 149 + 7 = 156$$

3. Сложение путем округления

Если слагаемые близки к круглым числам, то их заменяют разностью или суммой между круглым числом и дополнением:

$$\text{Пример: } 2987 + 993 = (3000 + 1000) - (13 + 7) = 4000 - 20 = 3980$$

4. Сложение с использованием свойства группировки слагаемых Слагаемые разбивают на такие группы, которые в сумме дают круглые числа:

$$\text{Пример: } 18 + 56 + 32 = (18 + 32) + 56 = 50 + 56 = 106$$

Если одно слагаемое близко к круглому числу, то его заменяют разностью и дополнением между круглым числом:

$$\text{Пример: } 674 + 89 = 674 + (100 - 11) = 674 + 100 - 11 = 763$$

Если оба слагаемых близки к круглому числу, то они заменяются разностью между круглым числом и дополнением:

$$\text{Пример: } 613 + 598 = 600 + 13 + 600 - 2 = 1211$$

Способы быстрого вычитания чисел

1. Поразрядное вычитание

$$\text{Пример: } 689 - 476 = (600 - 400) + (80 - 70) + (9 - 6) = 200 + 10 + 3 = 213$$

Если число единиц какого-либо разряда вычитаемого больше числа единиц того же разряда уменьшаемого, то последнее число единиц увеличивается на 10 путем заимствования одной единицы следующего высшего разряда уменьшаемого: *Пример: $849 - 376 = (700 - 300) + (140 - 70) + (9 - 6) = 400 + 70 + 3 = 473$*

2. Вычитание с использованием свойства группировки чисел

$$\text{Пример: } (957 + 867) - 657 = (957 - 657) + 867 = 300 + 867 = 1167$$
$$1093 - (1494 - 907) = (1093 + 907) - 1494 = 2000 - 1494 = 506.$$

3. Вычитание путем уравнивания числа единиц последних разрядов уменьшаемого

$$\text{Пример: } 67 - 48 = (67 + 1) - 48 - 1 = (68 - 48) - 1 = 20 - 1 = 19;$$
$$453 - 316 = 453 - (313 + 3) = (453 - 313) - 3 = 140 - 3 = 137.$$

4. Вычитание путем округления уменьшаемого или вычитаемого, или одновременно обоих

Если уменьшаемое и/или вычитаемое близки к круглому числу, то их заменяют разностью или суммой между круглым числом и дополнением:

$$\text{Пример: } 824 - 396 = 824 - (400 - 4) = (824 - 400) + 4 = 424 + 4 = 428;$$
$$395 - 98 = (400 - 5) - (100 - 2) = 400 - 100 - 5 + 2 = 297.$$

Способы быстрого умножения чисел

1. Умножение на 4, 8 и другие четные числа.

Чтобы число умножить на 4, 8, 16 его последовательно удваивают:

$$\text{Пример: } 213 * 8 = (213 * 2) * 4 = (426 * 2) * 2 = 852 * 2 = 1704.$$

2. Умножение на 5 и 50.

Чтобы умножить число на 5, нужно умножить на 10 и разделить на 2:

$$\text{Пример: } 138 * 5 = (138 * 10) : 2 = 1380 : 2 = 690.$$

Чтобы умножить число на 50, нужно умножить его на 100 и полученное произведение разделить на 2:

$$\text{Пример: } 87 * 50 = (87 * 100) : 2 = 4350.$$

3. Умножение на 25.

Чтобы умножить число на 25, нужно умножить его на 100 и полученное произведение разделить на 4:

$$\text{Пример: } 348 * 25 = 348 * 100 : 4 = 8700.$$

4. Умножение на 125.

Чтобы умножить число на 125, нужно умножить его на 1000 и разделить на 8:

$$\text{Пример: } 32 * 125 = 32 : 8 * 1000 = 4000.$$

5. Умножение на 15

Чтобы умножить число на 15, нужно число умножить на 10 и прибавить половину полученного произведения:

$$\text{Пример: } 129 * 15 = 129 * 10 + 1290 : 2 = 1290 + 645 = 1935.$$

6. Умножение на 11

1 способ. Чтобы число умножить на 11, к нему приписывают ноль и прибавляют исходное число:

$$241 * 11 = 2410 + 241 = 2651.$$

2 способ. Следует “раздвинуть” цифры числа, умножаемого на 11, и в образовавшийся промежуток вписать сумму этих цифр, причем если эта сумма больше 9, то, как при обычном сложении, следует единицу перенести в старший разряд:

$34 * 11 = 374$, т.к. $3 + 4 = 7$, семерку помещаем между тройкой и четверкой,
 $68 * 11 = 748$, т.к. $6 + 8 = 14$, четверку помещаем между семеркой (шестерка плюс перенесенная единица) и восьмеркой.

7. Умножение на 22, 33, ..., 99

Чтобы двузначное число умножить на 22, 33, ..., 99, надо этот множитель представить в виде произведения однозначного числа (от 2 до 9) на 11, то есть $33 = 3 * 11$; $44 = 4 * 11$ и т.д. Затем произведение первых чисел умножить на 11.

$$\text{Примеры: } 18 * 44 = 18 * 4 * 11 = 72 * 11 = 792;$$

$$42 * 22 = 42 * 2 * 11 = 84 * 11 = 924;$$

$$13 * 55 = 13 * 5 * 11 = 65 * 11 = 715;$$

$$24 * 99 = 24 * 9 * 11 = 216 * 11 = 2376.$$

8. Умножение двузначного числа на 101 и на 10101

Самое простое правило: «*припишите ваше число к самому себе*». При умножении на число 101, 1001, 10101, число надо повторить дважды/трижды:

$$\text{Пример: } 57 * 101 = 5757$$

$$57 * 1001 = 57057$$

$$89 * 10101 = 898989$$

9. Умножение на 9, 99 и 999

К первому множителю приписать столько нулей, сколько девяток во втором множителе, и из результата вычесть первый множитель:

$$\text{Пример: } 286 * 9 = 2860 - 286 = 2574$$

$$23 * 99 = 2300 - 23 = 2277$$

$$18 * 999 = 18000 - 18 = 17982$$

10. Умножение двузначных чисел 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95 на самих себя. Определяем количество десятков в числе и число, идущее за ним в числовом ряду. Находим их произведение. К полученному результату приписываем 25:

$$\text{Пример: } 65 * 65 = 6 * 7 \text{ и приписать } 25 = 4225$$

11. Умножение числа на 1,5

Чтобы умножить число на 1,5, нужно к исходному числу прибавить его половину.

Например: $34 * 1,5 = 34 + 17 = 51$

12. Перекрестное умножение

Этот способ восходит к грекам и индусам, и в старину назывался «способом молнии» или «умножение крестиком»

Пример: пусть надо перемножить $24 * 32$. Мысленно располагаем числа по следующей схеме, одно под другим.

Теперь последовательно производим следующие действия:

1. $4 * 2 = 8$ – это последняя цифра результата.
2. $2 * 2 = 4$; $4 * 3 = 12$; $4 + 12 = 16$; 6 – предпоследняя цифра результата; 1 запоминаем.
3. $2 * 3 = 6$, да еще удерживая в уме 1-ца, имеем 7-это первая цифра результата. Получаем все цифры произведения: 7,6,8 – 768.

Способы быстрого деления чисел

1. Последовательное деление

Если делитель является составным числом, то разлагаем его на два или большее число множителей, а потом выполняем последовательное деление:

Пример: $720 : 45 = (720 : 9) : 5 = 80 : 5 = 16$

$9324 : 36 = (9324 : 3) : 12 = 3108 : 12 = 259$

2. Деление на 5, 50 и 500

Чтобы число разделить на 5; 50 или 500, надо это число умножить на 2, и затем результат разделить на 10; 100 или 1000 соответственно.

Пример: $21600 : 50 = 21600 * 2 : 100 = 432$

$42400 : 5 = 42400 * 2 : 10 = 8480$

$214000 : 500 = 214000 * 2 : 1000 = 428$

3. Деление на 25.

Чтобы число разделить на 25, надо это число умножить на 4 и разделить на 100:

Пример: $12100 : 25 = 12100 * 4 : 100 = 484$

4. Деление на 125

Чтобы число разделить на 125 надо это число умножить на 8 и разделить на 1000:

$$\text{Пример: } 90:125 = 9000*8 : 1000 = 72$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Правило умножения на 12

Каждую цифру умножают на два по очереди и прибавляют к ней соседнюю цифру. Например, умножим два числа: 263 на 12.

$$263 \times 12$$

$3 \times 2 = 6$ – в единицах будет 6;

$6 \times 2 = 12$ – тут мы должны прибавить соседнее число справа: $12 + 3 = 15$, записываем в десятки 5, а единицу запоминаем;

$2 \times 2 = 4$, прибавляем соседнюю цифру справа $4 + 6 = 10$ и плюс единица, которую мы запомнили: $10 + 1 = 11$ - записываем 1 в сотни, и запоминаем единицу;

Важно: перед двойкой нужно поставить ноль, он также участвует в ходе решения, потому что для него соседней цифрой является двойка.

$0 \times 2 = 0$ и $0 + 2 = 2$, прибавляем ту единицу, что запомнили $2 + 1 = 3$. Итого, по порядку записываем найденные числа с конца: 3156.

Ответ: 3156.

Сложное умножение

При умножении больших чисел нужно обращать внимание на четность – если одно из них является четным, то такие числа можно перегруппировать для облегчения получения ответа. Например, умножим число 64 на 225:

64×225 - перегруппируем эту пару в 32×450 , полученные числа перегруппируем в 16×900 , их перегруппируем в 8×1800 , их в 4×3600 , далее в 2×7200 , и в самом конце получим 14400.

Итого в результате вычислений мы получим: $64 \times 225 = 14400$.

Ответ: 14400.

Возведение в квадрат чисел 5-х и 6-х десятков

Для чисел пятого десятка (от 41 до 49), при возведении их в квадрат действует следующее правило. Сначала число, соответствующее разряду единиц, сложить с 15, и к полученной сумме приписать квадрат числа, которое необходимо добавить к разряду единиц, чтобы в разряде получилось 10. Отметим, что если квадрат – это однозначное число, то перед ним приписывается 0.

Примеры:

$$41^2 = (15 + 1) \times 100 + 9^2 = 1681;$$

$$42^2 = (15 + 2) \times 100 + 8^2 = 1764;$$

$$45^2 = (15 + 5) \times 100 + 5^2 = 2025;$$

$$47^2 = (15 + 7) \times 100 + 3^2 = 2209;$$

Для чисел шестого десятка (от 51 до 59) действует следующее правило: если число разряда единиц сложить с 25 и к этой сумме приписать квадрат числа разряда единиц, то получим искомый квадрат. Например:

$$53^2 = (25 + 3) \times 100 + 3^2 = 2809;$$

$$58^2 = (25 + 8) \times 100 + 8^2 = 3364.$$

Возведение в квадрат двузначных и трёхзначных чисел, оканчивающихся цифрой 5

Если нужно возвести в квадрат двузначное или трехзначное число, заканчивающееся на 5, то нужно число десятков умножить на число, большее на единицу, и к полученному произведению приписать справа число 25. Например:

$$85^2 \rightarrow 8 \times (8 + 1) = 72 \rightarrow 7225$$

Возведение в квадрат трехзначных чисел, оканчивающихся на 25

Для получения квадрата трехзначного числа пишем в конце 625, число

сотен умножаем на 5, у полученного числа последнюю цифру пишем впереди числа 625, а первую цифру запоминаем, после этого число сотен данного числа возводим в квадрат и прибавляем ту цифру, которую только что заполнили, а полученный результат (10) пишем впереди.

Получается такая схема:

$$X25^2 \rightarrow \boxed{}\boxed{}\boxed{}625 \rightarrow X \times 5 = AB \rightarrow \boxed{}\boxed{}B625 \rightarrow X^2 + A = MK \rightarrow MKB625$$

Пример:

$$425^2 \rightarrow \boxed{}\boxed{}\boxed{}625 \rightarrow 4 \times 5 = 20 \rightarrow \boxed{}\boxed{}0625 \rightarrow 4^2 + 2 = 18 \rightarrow 180625$$

Умножение трёхзначного числа на 999

При умножении абсолютно любого трехзначного числа на 999 получается шестизначный результат, причем первые три цифры это умножаемое число, уменьшенное на единицу. Две первые цифры из оставшихся – это «дополнения» цифр умножаемого числа до 9, а последняя будет «дополнением» в разряде единиц до 10.

Примеры:

$$263 \times 999 = 263737;$$

$$975 \times 999 = 975025;$$

$$642 \times 999 = 642358.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Задания на формирование навыков устного счета на пальцах

Дактилономия – вычисления, осуществляемые человеком с помощью сгибания, разгибания или указывания пальцев рук. Зачастую правая рука используется для счета единиц от 1 до 9, а левая для десятков от 10 до 90.

Это методика, позволяющая производить подобные вычисления с использованием пальцев на левой и правой руке. К сожалению, нельзя сказать, что подобный подход позволяет быстро умножать и делить числа. Такой вид счета на пальцах скорее направлен на общее развитие интеллекта человека, чем на широкое применение в быту. К тому же, сложно запомнить и выучить подобную таблицу умножения, так как она видоизменяется в

зависимости от чисел, с которыми проводятся операции. С помощью калькулятора или листка бумаги считать намного проще, чем на пальцах, а потому этот метод не получил широкого распространения [11].

Рассмотрим пример вычисления на пальцах – умножение числа на девять. При этом способе применяются обе руки, нумерация пальцев идет слева направо, считающий смотрит на тыльную сторону ладони.

При умножении на 9 простого числа его обозначает согнутый палец. Результат равен двоичному числу (кроме умножения единицы), первая цифра числа равняется количеству пальцев до согнутого пальца, вторая цифра равняется количеству пальцев после согнутого пальца.

При умножении двухзначного числа на 9 также используют обе руки, при этом раздвигая пальцы в одном месте, отделяя количество десятков. Количество единиц определяется согнутым пальцем, соответствующем нумерации пальцев на руках.

Результат равен трехзначному числу, первая цифра которого равна количеству отодвинутых пальцев, количество десятков равно количеству пальцев от раздвинутых до согнутого пальца, а количество единиц равно оставшимся после согнутого пальца.

Приведем на рис. 1 и рис. 2 примеры умножения на пальцах чисел 4 и 37.



Рис. 1. Умножение простого числа на 9



Рис. 2. Умножение двухзначного числа на 9

Также существует прием таблицы умножения чисел на, 6,7 и 8. Руки располагаются ладонями к считающему, пальцу цифры присвоена цифра от 6 и до 10 начиная с мизинца. Для выполнения умножения необходимо соединить два пальца, соответствующих своим цифрам от 6 до 10. Количество пальцев под соединением соответствует десяткам, пальцы левой руки сверху, умножаем на пальцы правой — это единицы. Приведем пример умножения 6 на 8 на пальцах на рисунке 3.



Рис. 3. Умножения на пальцах с 6 до 8

§3.2. Приемы быстрого устного счета

Рассмотрим основные правила умножения на различные числа. Данные правила можно использовать в пятиминутках, ведь они помогут сформировать необходимые навыки быстрого счета, что очень полезно для обучающихся.

Правило умножения на 12

Каждую цифру умножают на два по очереди и прибавляют к ней соседнюю цифру. Например, умножим два числа: 263 на 12.

$$263 \times 12$$

$$3 \times 2 = 6 \text{ — в единицах будет } 6;$$

$6 \times 2 = 12$ — тут мы должны прибавить соседнее число справа:
 $12 + 3 = 15$, записываем в десятки 5, а единицу запоминаем;

$2 \times 2 = 4$, прибавляем соседнюю цифру справа $4 + 6 = 10$ и плюс единица, которую мы запомнили: $10 + 1 = 11$ - записываем 1 в сотни, и запоминаем единицу;

Важно: перед двойкой нужно поставить ноль, он также участвует в ходе решения, потому что для него соседней цифрой является двойка.

$0 \times 2 = 0$ и $0 + 2 = 2$, прибавляем ту единицу, что запомнили
 $2 + 1 = 3$. Итого, по порядку записываем найденные числа с конца: 3156.

Ответ: 3156.

Сложное умножение

При умножении больших чисел нужно обращать внимание на четность — если одно из них является четным, то такие числа можно перегруппировать для облегчения получения ответа. Например, умножим число 64 на 225:

64×225 - перегруппируем эту пару в 32×450 , полученные числа перегруппируем в 16×900 , их перегруппируем в 8×1800 , их в 4×3600 , далее в 2×7200 , и в самом конце получим 14400.

Итого в результате вычислений мы получим: $64 \times 225 = 14400$.

Ответ: 14400.

Возведение в квадрат чисел 5-х и 6-х десятков

Для чисел пятого десятка (от 41 до 49), при возведении их в квадрат действует следующее правило. Сначала число, соответствующее разряду единиц, сложить с 15, и к полученной сумме приписать квадрат числа, которое необходимо добавить к разряду единиц, чтобы в разряде получилось 10. Отметим, что если квадрат – это однозначное число, то перед ним приписывается 0.

Примеры:

$$41^2 = (15 + 1) \times 100 + 9^2 = 1681;$$

$$42^2 = (15 + 2) \times 100 + 8^2 = 1764;$$

$$45^2 = (15 + 5) \times 100 + 5^2 = 2025;$$

$$47^2 = (15 + 7) \times 100 + 3^2 = 2209;$$

Для чисел шестого десятка (от 51 до 59) действует следующее правило: если число разряда единиц сложить с 25 и к этой сумме приписать квадрат числа разряда единиц, то получим искомый квадрат. Например:

$$53^2 = (25 + 3) \times 100 + 3^2 = 2809;$$

$$58^2 = (25 + 8) \times 100 + 8^2 = 3364.$$

Возведение в квадрат двузначных и трёхзначных чисел, оканчивающихся цифрой 5

Если нужно возвести в квадрат двузначное или трехзначное число, заканчивающееся на 5, то нужно число десятков умножить на число, большее на единицу, и к полученному произведению приписать справа число 25. Например:

$$85^2 \rightarrow 8 \times (8 + 1) = 72 \rightarrow 7225$$

Возведение в квадрат трехзначных чисел, оканчивающихся на 25

Для получения квадрата трехзначного числа пишем в конце 625, число сотен умножаем на 5, у полученного числа последнюю цифру пишем впереди числа 625, а первую цифру запоминаем, после этого число сотен данного

числа возводим в квадрат и прибавляем ту цифру, которую только что заполнили, а полученный результат (10) пишем впереди.

Получается такая схема:

$$X25^2 \rightarrow \square\square\square 625 \rightarrow X \times 5 = AB \rightarrow \square\square B 625 \rightarrow X^2 + A = MK \rightarrow MKB 625$$

Пример:

$$425^2 \rightarrow \square\square\square 625 \rightarrow 4 \times 5 = 20 \rightarrow \square\square 0 625 \rightarrow 4^2 + 2 = 18 \rightarrow 180625$$

Умножение трёхзначного числа на 999

При умножении абсолютно любого трехзначного числа на 999 получается шестизначный результат, причем первые три цифры это умножаемое число, уменьшенное на единицу. Две первые цифры из оставшихся – это «дополнения» цифр умножаемого числа до 9, а последняя будет «дополнением» в разряде единиц до 10.

Примеры:

$$263 \times 999 = 263737;$$

$$975 \times 999 = 975025;$$

$$642 \times 999 = 642358.$$

Также мы предлагаем проводить соревнования между группами обучающихся, во время которых им необходимо выполнить следующие устные вычисления:

1 команда:	2 команда:	3 команда
$41^2 = 1681$	$47^2 = 2209$	$49^2 = 2401$
$532 * 12 = 6384$	$625^2 = 390625$	$741 * 12 = 8892$
$23 * 44 = 1012$	$98 * 41 = 4018$	$66 * 53 = 3498$
$325^2 = 105625$	$324 * 999 = 323676$	$425^2 = 180625$
$592 * 999 = 591408$	$378 * 12 = 4536$	$195 * 999 = 194805$