МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательно учреждение высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Дмитриев Вадим Юрьевич

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ
Зав. кафедрой:
д-р п.н., профессор, Л.В. Шкерина

____
(дата, подпись)
Руководитель:
к.п.н., доцент, Е.А. Аёшина

____
(дата, подпись)

Дата защиты _____________________

Обучающийся:
В.Ю. Дмитриев

____
(дата, подпись)

Оценка ____________________________
(дата, подпись)

Красноярск 2022

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Одно из основных требований к современному обучению в условиях федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (ФГОС ООО) – формирование у учащихся метапредметных результатов, которые включают в себя освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (УУД) [37]. Именно УУД позволяют реализовать основную цель современного школьного образования: научить школьника учиться, то есть сформировать самостоятельную личность.

Проблемой формирования умения решать текстовые задачи занимались известные методисты в области математики: Ю.М. Колягин, Г.И. Саранцев, Д. Пойа, И.В. Ульянова, Л. М. Фридман и др.

К сожалению, большинство задач в школьных учебниках не раскрывают суть рассматриваемых понятий и направлены на отработку формальных, сторон учебного материала, без внимания к содержанию. И получается противоречие между целями образования, сформулированными в требованиях ФГОС ООО, и реалиями школьного урока, и как результат – малая вероятность получить развитую личность, способную к креативному мышлению

Что касается задач на движение, то в практике обучения математике эти задачи еще не заняли достойного места. Нужно отметить, что наблюдается проблема недостаточного количества этих задач. В основном решение этих задач носит эпизодический характер, в результате чего не сформированным остается навык решения задач на движение. Эта проблема позволила сформулировать **актуальность** выбранной темы исследовательской работы.

Проблема исследования: при каких методических условиях обучение учащихся решению задач на движение будет наиболее успешно?

Цель исследования: разработать методику обучения учащихся 5-6 классов решению текстовых задач на движение на основе специально сконструированной рабочей тетради.

Объект исследования: процесс обучения решению текстовых задач на уроках математики в 5-6 классах.

Предмет исследования: методические особенности обучения решению задач на движение на уроках математики в 5-6 классах.

Гипотеза исследования*:* обучение учащихся решению текстовых задач на движение будет успешным, если: увеличить число задач на движение, решаемых на уроках математики, организовать работу в рабочей тетради по решению различных видов задач на движение.

Гипотеза, цель и предмет позволяет сформулировать следующие **задачи:**

- описать проблему обучения учащихся решению текстовых задач;
- рассмотреть методы решения текстовых задач и различные способы решения задач на движение;
- проанализировать опыт обучения учащихся 5-6 классов решению текстовых задач на движение;
- разработать рабочую тетрадь для учащихся 5-6 классов по теме «Текстовые задачи на движение»;
- описать методические особенности обучения учащихся 5-6 классов решению текстовых задач на движение на основе применения рабочей тетради;
- провести опытно-экспериментальную работу по внедрению разработанной методики в процесс обучения учащихся 5-6 классов и оценить её эффективность.

Теоретические основы исследования:

- концепция учебной деятельности (В.В. Давыдов [15], Д.Б. Эльконин [45], А.К. Маркова [28]);
- педагогические основы методики преподавания математики (Ю.К. Бабанский [6], М.В. Егупова [17]);
- психологическая теория умственной деятельности и умственного развития (В.А. Гусев [14], М.И. Зайкин [19], А.Ф. Эсаулов [46]);

- теория обучения решению математических задач (А.К. Артёмов [2-5], О.В. Баринова [8], А.В. Жуков [18], Д.Г. Пойа [27], Л.М. Фридман [39]);
- методика решения текстовых задач (М.А. Бантова [7], А.В. Белошистова [9], Г.И. Саранцев [32], А.Я. Цукарь [41]);
- методика решения задач на движение (Н.Я. Виленкин [12], Л.Г. Петерсон [12], Г.З. Генкин [13], А.В. Шевкин [43; 44]);
- исторический аспект методики решения текстовых задач (Н.В. Каверин [21], Я. Ф. Чекмарёв [42], И.И. Александров и А.И. Александров [1]).

Практическая значимость проведенного исследования заключается в том, что: обосновано содержание деятельности по обучению школьников решению текстовых задач на движение; разработана рабочая тетрадь «Текстовые задачи на движение» и методические рекомендации по работе с ней на уроках математики в 5-6 классах; показана возможность практической реализации данной методики в учебном процессе.

Для достижения целей работы, проверки гипотезы и решения поставленных задач были использованы следующие **методы исследования:** изучение психолого-педагогической литературы по проблеме исследования, обобщение передового педагогического опыта, педагогическое проектирование, проведение педагогического эксперимента.

Опытно-экспериментальная база исследования: МБОУ «Приреченская СОШ», 6 класс.

Структура и объем выпускной квалификационной работы: работа состоит из введения, двух глав, выводов по ним, заключения, списка источников, приложений.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ

1.1. Проблема обучения учащихся решению текстовых задач

Задачи являются средством реализации общеобразовательной, воспитательной и развивающей целей обучения, формирования знаний, умений и навыков учащихся.

Решение текстовых задач – одна из трудных и интересных тем школьного курса математики, с учётом её актуальности и трудности в методическом плане многие авторы привнесли значимое в эту область, это Н. Амнеев, Г.А. Балл, М.И. Бурда, Л.Л. Гурова, В.В. Давыдов, А.Н. Матюшкин [8] и многие другие. По-разному трактовался сам термин «задача», рассмотрим некоторые мнения по этому поводу.

Характеризуя психологическую сторону понятия «задача», по-мнению К.А. Славской, это «не только объективная исходная ситуация, а прежде всего задача, возникающая для человека, то есть объективная исходная проблемная ситуация, объективное исходное соотношение условий и требования, создает несоответствие между ними. Задачу должны рассматривать как особую форму познания действительности. Поэтому она сама выступает как объект, который детерминирует процесс мышления человека» [33].

С другой точки зрения определяет понятие задачи А.Ф. Эсаулов. Он пишет: «Задача – это более или менее определенная система информационных процессов, несогласованное или даже противоречивое отношение между которыми вызывает потребность в их преобразовании. Суть решения как раз и заключается в поисках преодоления путей такой несогласованности» [46].

Р.Е. Басангова определяет задачу как «объект мыслительной деятельности, содержащий требование некоторого практического преобразования или ответа на теоретический вопрос с помощью поиска условий, позволяющих раскрыть связи (отношения) между известными и неизвестными ее элементами» [14].

С методической точки зрения понятие «задача» рассматривается в работах М.И. Бурды, Ю.М. Колягина, В.И. Крупича, И. Саранцева [32].

П.И. Сорокин под задачей понимает «объект мыслительной деятельности, содержащий требование и некоторые условия, при которых это требование должно быть достигнуто» [32].

Возьмём за основу определение задачи, которое даёт Л.П. Стойлова: «Текстовая задача есть описание некоторой ситуации на естественном языке с требованием дать количественную характеристику какого-либо компонента этой ситуации, установить наличие или отсутствие некоторого отношения между её компонентами или определить вид этого отношения» [34, с. 43].

Предпримем попытку обосновать понятие «текстовая задача». Структурно в каждой задаче можно отделить будущие части единой модели:

а) числовые значения множеств или величин – условие, данные в задаче;

б) система связей, отношений, функциональных зависимостей, которые создают общую структуру задачной ситуации и связывают известное в ней и требование «найти»;

в) сам вопрос задачи.

Опишем значение термина «составляющие части задачи». Он включает условие, требование и ответ. Рассмотрим каждую из трёх составляющих, обязательных для любой задачи:

«Условие» – это сюжет задачи, математический рассказ, содержащий числовые данные и связи между ними.

«Требование» или вопрос, или просьба, на которую надо дать обоснованный ответ.

«Ответ» - главная характеристика того, что задача решена, может быть получен в результате решения.

Дна из классификаций текстовых задач – по числу действий. Если задача решается одним действием – её называют простой, если двумя и более действиями – составной.

Задачи являются и предметом, и средством обучения. Они являются основным средством обеспечения связи обучения с жизнью, прикладного направления в обучении, осуществления межпредметных связей.

Формирование умений решать задачи – один из главных и сложных аспектов программы школьного курса математики, что обусловлено многими факторами.

Так, еще Я.А. Коменский отмечал, что прочно усваивается только то, что хорошо обоснованно. Значит, для усвоения решения задачи необходимо учить осознанному выбору пути решения и обоснования действий в задаче.

Сущность деятельности по решению задач состоит в нахождении такой теории, такой системы общих положений, применяя которые к условиям задачи и промежуточным результатам решения, можно в конце ответить на вопрос задачи (удовлетворить требованию задачи) или в отыскании способа ее решения. Процесс решения текстовых задач путем перехода от словесно заданного сюжета, содержащий числовые компоненты и характерную структуру, на язык математической записи рассматривает Н.Б. Истомина [20] в своей методике и применяет в учебниках математики.

Анализ процесса решения текстовой задачи описывали Д. Пойя, Н.А. Бантова и Г.В. Бельтюкова, М.В. Богданович. В основном методисты определяют четыре этапа процесса решения текстовой задачи:

1. Ознакомление с задачей. Анализ текста задачи.
2. Поиск решения задачи.
3. Реализация плана решения задачи. Запись решения и ответа.
4. Работа над задачей после ее решения.

Последний этап предполагает выяснение того, что полученный результат удовлетворяет условию задачи, проверку решения; анализ решения, обоснование приемов решения, рассмотрение других способов решения, исследования задачи и ее решения.

Рассмотрим действия, с помощью которых реализуются этапы решения задачи.

1. Ознакомление с задачей. Анализ текста задачи.

Ознакомиться – это значит, прочитав формулировку задачи, представить себе жизненную ситуацию, которая отражена в ней. Проанализировать текст задачи – это значит выделить условие и вопрос; определить величины, входящие в задачи: данные и искомые, отношения между ними.

Л.М. Фридман предлагает два способа проведения анализа задачи:

1) предметно-содержательный анализ – это работа по содержанию задачи с реальной моделью или создание реальной игровой ситуации;

2) логико-семантический анализ задачи предполагает установление величин, их количественные характеристики и соотнощения между данными велисчинами и той, которую надо отыскать по требованию задачи [39].

А.В. Белошистая утверждает, что в результате логико-семантического анализа текста задачи устанавливается:

1) вид величины;

2) количественное значение каждой величины

3) характер этого количественного значения величины;

4) вид связи между величинами или отношения между ними;

5) выбор главного значения в заданном соотношении;

6) характер любого из задачных соотношений;

7) вид связи между соотношениями [9].

Основная цель первого этапа – понимание задачной ситуации в целом, понимание всех терминов и слов в задаче, понимание условия и требования задачи, и составлении краткой записи условия, при необходимости.

Краткая запись условия задачи может быть составлена в любой, удобной для поиска решения задачи форме: словесная модель, таблица, графическая модель, чертёж, рисунок, схема.

2. Поиск решения задачи.

Поиск решения задачи чаще всего – аналитический или синтетический по логике построения, однако в практике решения составных задач часто используется смешанный, или аналитико – синтетический. Поиск решения может осуществляться другими методами, например, алгебраическим методом или по чертежу, или схеме.

Основная цель второго этапа – составить план решения задачи.

3. Осуществление плана решения задачи. Запись решения и ответы

Осуществление плана решения задачи может осуществляться по-разному в зависимости от дидактических целей. Это может быть устное проговаривание решения или запись решения. Существует несколько способов записи решения задачи: арифметическими действиями или выражением, уравнением, неравенством, логическим рисунком, таблицей, словесным рассуждением.

4. Работа над задачей после ее решения.

Работа над задачей после ее решения может реализовывать разные дидактические цели может иметь следующие виды: проверка правильности решения задачи, исследование полученного решения или ответа, творческая работа над задачей – преобразование текста задачи и др.

М.А. Бантова описывает четыре способа проверки решённой задачи: прикидка ответа на основании имеющихся в задаче данных и соотношений между ними, составление и решение обратных задач, соотнесение полученного результата с данными в условии задачи, решение задачи разными способами [7, с. 134].

С.Е. Царева считает, что «обучение решению задач – это специально организованное взаимодействие учителя и учащихся, цель которого – формирование у учащихся умения решать задачи» [40, с. 105].

Иногда, учитель делает ошибку, заучивая с детьми способы решения и задач до автоматизма. Такой формальный подход к решению задачи не даёт возможности проявить смекалку и не готовит детей к решению нестандартно сформулированных, знакомых по своей логической структуре, задач. Следовательно, можно утверждать: ученики решают, «выполняют действия умственные, предметные, графические, языковые и т.п., направленные на достижение цели: найти ответ на вопрос задачи, в соответствии с условием» [40, с. 102], но часто так и не учатся решать задачи.

Роли текстовых задач всегда интересовала учителей и учеников, и их родителей. Рассмотрим этот вопрос м методической точки зрения. Все существующие по этому вопросу теории можно отнести к двум, различным по своей методической стороне, группам. Первым стоит вопрос: обучение решению задачи – это ответ? Или это процесс поиска ответа?

Сторонники первого направления (И.И. Александров и А.И. Алекандров [1], Н.В. Каверин [21], Я.Ф. Чекмарёв [42]) считают, что необходимо научить решатьопределённые группы типичных задач и все остальные задачи решать по уже изученному алгоритму, отнеся к той или иной группе задач или типу заддач. Подробно и качественно методическая сторона этого подхода описана ы методике М.А. Бантовой [7].

Однако время ставит новые цели, в том числе в области решения задач, поэтому современный подход к решению задачи предполагает другие способы организации самой деятельности на уроке, чтобы ребёнок мог сам «открыть», найти решение задачи, или разные её решения. Существенный вклад в совершенствование и распространение данного методического направления в обучении решению задач внесли работы В.В. Давыдова [15], Л.Г. Петерсона [12], А.К. Артёмова [2-5], Н.Б. Истоминой [20], Т.Е. Демидовой и А.П. Тонких [16], Г.И. Просветовой [31]. При втором подходе к обучению решению задач подбор задач осуществляется с ориентацией на универсальные учебные действия, которые могут формироваться у учащихся при решении той или иной задачи.

Резюмируя сказанное, отметим: в психолого-педагогической литературе существует несколько определений понятию задача; возьмём за основу определение Л.П. Стойловой. Процесс работы над задачей можно представить в виде алгоритма: ознакомление, поиск решения, само решение, ответ, проверка и исследование. Каждый этап имеет свои задачи и методические особенности.

Существует два подхода в обучении решению задач. Каждый из которых имеет свои положительные и отрицательные моменты, и только учитель, работая с определённой группой детей может сделать оптимальный выбор – каким методическим подходом воспользоваться для одостижения одной значимой цели: научить детей решать задачи.

1.2. Методы решения текстовых задач и различные способы решения задач на движение

Процесс решения задачи – это переход от условия задачи к ответу на ее вопрос. Ответ на вопрос задачи или вывод о выполнении требования – результат процесса решения задачи. Задачи и их решение играют в обучении школьников весьма существенную роль и по времени, и по их влиянию на умственное развитие ребенка, решают образовательные, развивающие и воспитательные цели.

В учебнике педагогики под редакцией Ю.К. Бабанского даётся определение методов обучения: «Метод обучения организовывает способы деятельности учителя и учеников, которые обеспечивают эффективное усвоение изучаемого материала. Метод определяет, как должен протекать процесс обучения, какие действия, и в какой последовательности должны выполнять учитель и его ученики» [6].

Различные классификации методов решения задач описаны в методической литературе. Например, Л.П. Стойлова предлагает 4 метода решения и записи решения задач: арифметический метод, алгебраический, графический, практический (предметный) [34, с. 46-49].

Следует различать понятия: «различные методы решения задачи» (арифметический, алгебраический, графический практический) и «различные способы решения задачи» (решение задачи несколькими арифметическими способами, например, на основании свойств арифметических действий);

«различные способы записи решения задачи» (по действиям, выражением, уравнением, и т. д.) [34, с. 8].

Смешивание этих понятий приводит к тому, что, когда действительно нужно решить задачу разными способами, учащиеся не всегда понимают суть задания. Это снижает дидактические возможности такого вида работы над задачей, как решение задач различными способами. Следует отметить, что решения, отличающиеся между собой только порядком выполнения действий, не является разными.

В курсе математики используются следующие методы решения задач:

- практический - предполагает действия с конкретными предметами;
- графический или геометрический использует рисунок, чертёж, схему, таблицу, другие графические модели для решения задачи;
- арифметический - с помощью арифметических действий в виде порядка действий или используя числовое выражение;
- алгебраический - составляется уравнение
- логический - используются индуктивные и дедуктивные правила для вывода и получения ответа;
- комбинированный.

Посмотрим на процесс решения задачи глазами Д.Г. Пойа.

1-й этап – понимание задачи.

2-й этап – составление плана решения.

3-й этап – осуществление плана решения.

4-й этап – проверка полученного решения [27].

Иная структура процесса решения задачи предлагается Л.М. Фридманом: «1. Анализ. 2. Схематическая запись. 3. Поиск способа решения.4. Осуществление решения. 5. Проверка решения задачи. 6. Формулирование ответа задачи. 7. Анализ решения задачи» [39].

Идеи Д.Г. Пойа и Л.М. Фридмана дают лишь общее представление о процессе решения задач, их можно проследить у последователей этих учёных в различных школьных учебниках.

Рассмотрим задачи на движение, их виды.

1. Простые и составные задачи на движение (таблица 1) с сюжетами, связанными с движением тел.

Таблица 1. Простые и составные задачи с сюжетами, связанными с движением тел

№	*Текст задачи*	*Вид задачи*	*Краткая запись*
1	Скорость грузового поезда 35 км/ч, а пассажирского в 2 раза больше. Какова скорость пассажирского поезда?	простая, на увеличение в несколько раз	Гр – 35 км/ч Пас. -? в 2 раза больше
2	Страус эму, убегая от опасности, мчится со скоростью 34 км/ч, а маленький кенгуренок бежит со скоростью только 23 км/ч. На сколько быстрее бежит страус?	простая, на разностное сравнение	Стр. – 34 км/ч На? бол. Кен. – 23 км/ч
3	Туристы за 3 дня прошли 70 км. В первый день - 30 км. Во второй - в 2 раза меньше. Какое расстояние прошли туристы в третий день?	составная, представляющая собой сочетание нескольких простых	1 д. – 30 км 2 д. – в 2 раза мен., чем в 1 д. 70 км 3 д. - ?

2. Собственно задачи на движение (таблицы 2-6):

Таблица 2. Простые задачи на движение

<table>
<tr><th>Основные понятия и обозначения</th><th>Форма краткой записи</th><th>Применяемые формулы</th></tr>
<tr><td>Скорость – v
Время – t
Расстояние (путь) - S</td><td>Таблица</td><td>V = S:t
t = S: v
S = v·t</td></tr>
<tr><td>Велосипедист со скоростью 10 км/ч ехал в течение 3 часов. Какое расстояние он проехал?</td><td>Велосипедист за 3 часа проехал 30 км. С какой скоростью он ехал?</td><td>Велосипедист со скоростью 10 км/ч проехал 30 км. Сколько времени был в пути велосипедист?</td></tr>
<tr><td><table><tr><th>v (км/ч)</th><th>t (ч)</th><th>S (км)</th></tr><tr><td>10</td><td>3</td><td>?</td></tr></table>
10·3=30 (км)
Ответ: 30 км проехал велосипедист.</td><td><table><tr><th>v (км/ч)</th><th>t (ч)</th><th>S (км)</th></tr><tr><td>?</td><td>3</td><td>30</td></tr></table>
30:3=10 (км/ч)
Ответ: со скоростью 10 км/ч ехал велосипедист.</td><td><table><tr><th>v (км/ч)</th><th>t (ч)</th><th>S (км)</th></tr><tr><td>10</td><td>?</td><td>30</td></tr></table>
30:10=3 (ч)
Ответ: 3 часа был в пути велосипедист.</td></tr>
</table>

Таблица 3. Виды задач по типу связей между данными и искомым

№	Виды задач	Форма краткой записи	Основа способа решения	Примеры задач
1	*Нахождение четвертого пропорционального*	таблица	нахождение значения постоянной величины	Теплоход проходит за 4 часа такое же расстояние, какое проходит моторная лодка за 9 часов. Чему равна скорость моторной лодки, если скорость теплохода 36 км/ч?
2	*На пропорциональное деление*	таблица		Автотуристы в первый день были в пути 6 часов, а во второй - 4 часа. Всего они проехали 600 км. Какое расстояние проезжали туристы каждый день, если они ехали с одинаковой скоростью?
3	*Нахождение неизвестных по двум разностям*	таблица		Два самолета летели с одинаковой скоростью. Один самолет был в воздухе 4 часа, а другой - 6 часов. Первый самолет пролетел на 1400 км меньше второго. Какое расстояние пролетел каждый самолет?

Таблица 4. Виды задач на движение для одного объекта

№	Виды задач	Форма краткой записи	Примеры задач
1	Движение в прямом и обратном направлении	таблица	Поезд проехал 400 км со скоростью 50 км/ч, а на обратном пути это расстояние он проехал в 2 раза быстрее. За сколько часов это расстояние проехал поезд на обратном пути?
2	Движение с остановками	таблица	Автомашина прошла сначала 160 км, потом половину этого расстояния. После этого оставалось пройти в 2 раза меньше того, что пройдено. За сколько часов машина прошла весь путь, если средняя скорость ее была 60 км/ч?
		график движения	В выходной день отец и сын решили поехать в гости к друзьям в Тверь. Они сели в автобус, который выехал из Химок в 10 часов утра со скоростью 50 км/ч. Через 2 ч пути автобус сделал остановку на 30 мин, а затем продолжил путь со скоростью 60 км/ч. Через 1 ч после остановки автобус прибыл в Тверь, где отца и сына встречали их друзья. Каково расстояние от Химок до Твери? В котором часу автобус прибыл в Тверь?

Таблица 5. Виды задач на движение для двух объектов

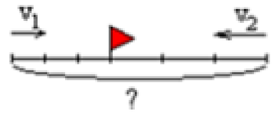
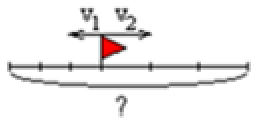
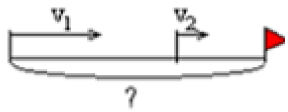
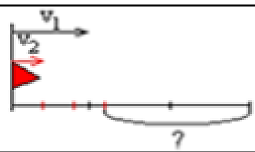
№	*Виды задач*	*Основное понятие*	*Форма краткой записи*	*Обозначения на схеме*
1	Встречное движение	Скорость сближения Vсб. = $V_1 + V_2$		*Расстояние* – отрезком. *Направление* движения – стрелкой. *Место встречи или отправления*– флажком. *Время движения* (если дано) – соответствующим числом равных отрезков, длина каждого из которых равна v.
2	Движение в противоположных направлениях	Скорость удаления Vуд. = $V_1 + V_2$		
3	Движение вдогонку	Скорость сближения Vсб. = $V_1 - V_2$ если $V_1 > V_2$		
4	Движение с отставанием	Скорость удаления Vуд. = $V_1 - V_2$ если $V_1 > V_2$		

Таблица 6. Виды задач по направлению движения

№	*Виды задач*	*Примеры задач*
1	Встречное движение	Из двух поселков выехали одновременно навстречу друг другу два велосипедиста и встретились через 2 часа. Один ехал со скоростью 15 км/ч, а второй со скоростью 18 км/ч. Найдите расстояние между поселками.
2	Движение в противоположных направлениях	Из города одновременно в противоположных направлениях выехали две машины. Скорость первой - 80км/ч. С какой скоростью ехала вторая машина, если через два час расстояние между ними было 340 км?
3	Движение вдогонку	Миша начал догонять Борю, когда расстояние между ними было 100м. Миша идет со скоростью 80м/мин, а Боря - со скоростью 60 м/мин. Через сколько времени мальчики встретятся?
4	Движение с отставанием	Собака гонится за лисицей со скоростью 750 м/мин, а лисица убегает от нее со скоростью 800 м/мин. Каким станет расстояние через 8 мин, если сейчас между собакой и лисицей 600 м?

О роли и трудностях второго этапа работы над задачей, одной из целей которого стоит составление модели краткого условия задач, говорит О.С. Кадрильская. Она характеризует наглядное моделирование как выделение существенных свойств объекта для создания его модели. Метод наглядного моделирования помогает ребенку зрительно представить абстрактные понятия и научиться работать с ним. Задачи на движение – это вид задач, решение которых без наглядной модели не представляется возможным [23].

Главная причина затруднений в восприятии и работе с задачей, по мнению М.И. Зайкина, заключаетсяв *неумении анализировать условие задачи*, непонимание сюжета, невладение должным запасом жизненного и социального опыта [19].

Так, Г.И. Богачева отмечает, что многие учащиеся *затрудняются выделять из условия задачи величины, связанные какими-либо зависимостями*. Это приводит к неумению связать данные в задаче величины в единую математическую структуру, например, составить уравнение [10].

АЛ. Цукарем подмечена трудность в решении сюжетных задач на движение, связанная с необходимостью *представления условия задачи в знаково-символической форме,* что может иметь множество причин, однако главная – недостаточно развитое аналитико – пространственное мышление и незнание различных знаковых математических моделей как простых, так и составных, чтобы воспользоваться их композицией. [41].

Н.Я. Виленкин и Л.Г. Петерсон, приходят к единому выводу, что главная причина этих трудностей связана с тем, что у многих учащихся *отсутствуют представления о происходящих при движении изменениях* [12].

Все перечисленные выше трудности в решении задач на движение есть вероятность нивелировать, используя специальную методику обучения учащихся решению задач. Пользу в решении этих проблем принесут и подобранные методы, и методические приёмы, что в дальнейшем будет отражено во 2 главе.

Таким образом, в рамках данного параграфа: рассмотрены основные методы решения и способы решения текстовых задач, проведена классификация всех задач на движение по различным основаниям: простые и составные, по виду пропорциональной зависимости, по направлению движения; перечислены основные трудности, встречающиеся в процессе решения задач на движение.

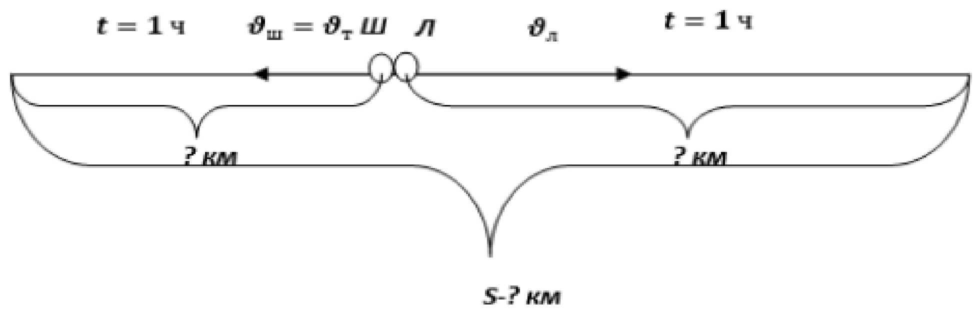
1.3. Анализ опыта обучения учащихся 5-6 классов решению текстовых задач на движение

Задачи на движения не только окружают нас постояно в жизни, но и являются самым распространённым видом задач в школьных учебниках 5-6 класса. Все виды движения можно упорядочить, что было сделано в предыдущей главе, и исходя из этой классификации предпримем попытку рассмотреть иетодические особенности каждого вида задач.

О.С. Кардаильская и А.Д. Гордиенко рассматривают решение задачи на движение, взяв за основу структуру решения задачи по Л.М. Фридману. Рассмотрим, как авторы предлагают осуществлять методику работы над задачей №561 из учебника С.М. Никольского: «Папа и сын плывут на лодке против течения. В какой-то момент сын уронил за борт шляпу. Только через час папа заметил пропажу. Как далеко друг от друга в этот момент находились лодка и шляпа, если собственная скорость лодки 8 км/ч, а скорость течения 3 км/ч?» [26].

1. Анализ задачи. Ставятся акценты на числовых данных и их отнесение к виду величин, вид движения и его направление. Всё это поможет составить представление о задачной ситуации и составить краткую запись условия, используя модель – чертёж.

2. Модель задачи.



3. Поиск способа решения задачи:

- Зная время и скорость, найти путь шляпы;
- Найти скорость лодки против течения, зная скорости её и течения;
- Зная скорость и время, найти путь лодки;
- И ответить на вопрос задачи, выполнив сложение..

4. Осуществление решения задачи:

(1) 3 км/ч · 1 ч = 3 км.

(3) 5 км ч · 1 ч = 5 км.

(4)3 км+ 5 км = 8 км.

5. Проверка способом нахождения скорости удаления шляпы и лодки друг от друга - совпадает с условием задачи.

6. Ответ: 8 км.

7. Анализ решения задачи: «Мы свели решение этой задачи к выполнению четырех простейших арифметических действий, что сильно упрощает задачу и наглядно демонстрирует происходящие в ней действия. Но ее можно было решить немного короче ввиду того, что можно было бы изначально найти скорость удаления объектов и затем эту скорость умножить на время их удаления, но тогда у слабых учащихся могут возникнуть вопросы по этому поводу. В решенной задаче основу решения составляет графическое изображение в виде чертежа» [23].

А.Е. Будикина предлагает рассмотреть *примеры открытых текстовых задач на движение*:

Пример 1. «Расстояние между двумя машинами, едущими по шоссе, 200 км. Первая машина двигается со скоростью 60 км/ч, вторая – 80 км/ч. Чему будет равно расстояние между ними через 1 час? » [23].

Решение.

1) 200 – (60 + 80) = 60 (км)

2) 200 + 60 + 80 = 340 (км)

3) 200 + 60 – 80 = 180 (км)

4) 200 – 60 + 80 = 220 (км)

Ответ: 220 км

Пример 2. «Мотоциклист может проехать расстояние между пунктами за 2 ч, а велосипедист – за 6 ч. Сколько километров проехал каждый, если расстояние между пунктами 60 км?» [23].

Решение.

1) 60 – t · (30 + 10) = 60 – 40 t (км)

2) 60 + 30 · t + 10 · t = 60 + 40 t (км)

3) 60 + 30 · t – 10 · t = 60 + 20 t (км)

4) 60 – 30 · t + 10 · t = 60 – 20 t (км) [23].

Идеи А.Е. Будикиной поддерживает и развивает А.В. Шевкин, уделяя большое внимание арифметическим способам решения текстовых задач, он рассматривает общие вопросы об использовании текстовых задач в процессе обучения математике в школе, в том числе задачи на движение.

Задача 1. «Из пункта *A* в пункт *B*, расстояние между которыми 18 км, одновременно выезжают два велосипедиста. Скорость одного из них на 5 км/ч меньше скорости другого. Велосипедист, который первым прибыл в пункт *B*, сразу же повернул обратно и встретил другого велосипедиста через 1 ч 20 мин после выезда из *A*. На каком расстоянии от пункта *B* произошла встреча?» [11].

*Решение***.** *Способ 1.*

1 ч 20 мин. = $1\frac{1}{3}$ ч.

1) 18·2 = 36 км – расстояние, которое преодолели велосипедисты до встречи.

2)36 : $1\frac{1}{3}$ = 27 (км/ч) – скорость сближения велосипедистов.

3) 27 – 5 = 22 (км/ч) – удвоенная скорость первого велосипедиста.

4) 22 : 2 = 11 (км/ч) – скорость первого велосипедиста.

6) 11 · $1\frac{1}{3}$ = $14\frac{2}{3}$ (км) – путь первого велосипедиста до встречи.

7) 18 - $14\frac{2}{3}$ = $3\frac{1}{3}$ (км)

Способ 2.

1) $5 \cdot 1\frac{1}{3} = 6\frac{2}{3}$ (км) – на столько километров один велосипедист проехал больше, чем другой.

2) $6\frac{2}{3} : 2 = 3\frac{1}{3}$ (км)

Ответ: на расстоянии $3\frac{1}{3}$ км от пункта *В* произошла встреча.

Второй способ решения задачи показывает, что ее текст содержит лишнее условие. Надо обратить внимание на терминологию, используя термин «скорость сближения» [43].

Задача 2. «Моторная лодка проходит расстояние между двумя пунктами *А* и *В* по течению реки за 2 ч, а плот – за 8 ч. Какое время затратит моторная лодка на обратный путь?» [11].

Решение.

Обозначим расстояние $AB = x$ (км).

1) $x : 2 = \frac{x}{2}$ (км/ч)

2) $x : 8 = \frac{x}{8}$ (км/ч)

3) $\frac{x}{2} - \frac{x}{8} = \frac{3x}{8}$ (км/ч)

4) $\frac{3x}{8} - \frac{x}{8} = \frac{x}{4}$ (км/ч)

5) $x : \frac{x}{4} = 4$ (ч)

Ответ: 4 ч затратит моторная лодка на обратный путь.

Можно решить другим способом, при котором весь путь принимается за единицу. Это классический арифметический способ, доставляющий учащимся определенные трудности при пояснении каждого действия. Приведенный выше способ решения задачи с введением буквы *x* нацелен на подготовку учащихся к изучению алгебраических дробей и переходу от арифметических способов решения задачи к алгебраическому. Его ценность заключается в том, что наименования получаемых величин и пояснения действий проще, чем при обозначении расстояния через единицу [44].

Задача 3. «Два туриста, сменяясь, перенесли рюкзак на расстояние 11 км. При этом каждый нес рюкзак по одному часу. Какова скорость второго туриста, если 3 км он проходил на 6 мин медленнее, чем первый турист проходил 2 км?» [23].

Решение.

x (км/ч) - скорость 1-го туриста.

$(11 – x)$ км/ч. - скорость 2-го туриста.

Первый турист 2 км проходил за $\frac{2}{x}$ ч, а второй 3 км проходил за $\frac{3}{11-x}$ (ч), что на 6 мин = $\frac{1}{10}$ (ч) больше, чем $\frac{2}{x}$ ч. Составим уравнение:

$$\frac{3}{11-x} - \frac{2}{x} = \frac{1}{10}\,. \qquad (1)$$

Уравнение (1) имеет единственный положительный корень x=5, поэтому скорость первого туриста 5 км/ч, а скорость второго туриста 11 – 5 = 6 км/ч.

Ответ: 6 км/ч - скорость второго туриста.

Решение этой задачи может вызвать затруднения из-за сложности ситуации, описанной в ней. Некоторым учащимся даже кажется, что описанная в задаче ситуация невозможна. Возможной ошибкой решения будет получение ответа «5 км/ч», что говорит об отсутствии проверки решения.

Если обозначить скорость второго туриста через x км/ч. То получим уравнение:

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{11-x} = \frac{1}{10}\,. \qquad (2)$$

Далее обе части уравнения умножали на общий знаменатель трех дробей $10x\cdot(11 – x)$ и после преобразования получали уравнение

$$x^2 – 61x + 330 = 0. \qquad (3)$$

Уравнение (3) имеет два корня: x_1 = 6 и x_2 = 55. Необходимо обратить внимание на возможную ошибку: зачастую корень x_2 = 55 неправильно называется «посторонним» корнем и отбрасывался, так как такая скорость туриста невозможна. Заметим, что термин «посторонний корень» уже «занят»: это корень уравнения-следствия, не являющийся корнем исходного уравнения. В данном случае уравнение (3) является следствием уравнения (2), но множества корней уравнений (2) и (3) совпадают. То есть число 55 не является посторонним корнем для уравнения (2), но оно действительно не отвечает условию задачи - только по другой причине: при x = 55 скорость первого туриста, равная (11 – x) км/ч, отрицательна [44].

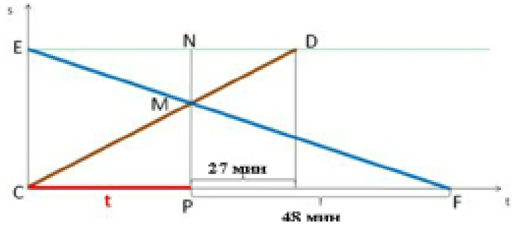
Ещё один способ решения задач на движение – графический. Для решения текстовых задач на движение удобно использовать графики и с помощью различных свойств геометрических фигур определять длины необходимых отрезков.

Г.З. Генкин, рассматривая графический способ, считает, что очень часто в текстовых задачах рассматриваемая величина является произведением двух других. Поэтому, в таких задачах целесообразно перейти к методу площадей, для наглядности представляя такое произведение в виде площади прямоугольника, параллелограмма, или треугольника. Для использования метода необходимо было погрузиться в теорию и изучить некоторые вопросы геометрии и физики: признаки подобия треугольников; равномерное прямолинейное движение и его график; зависимость между величинами время, скорость и расстояние при равномерном прямолинейном движении [13].

В алгебраическом решении задачи используется пропорция – это и натолкнуло на мысль использовать теорию пропорциональных отрезков в геометрических фигурах. Попробуем изобразить графическую модель задачи и решить задачу методами геометрии.

Рассмотрим решение задачи [13].

Задача 1. Два пешехода вышли одновременно из своих сел А и В навстречу друг другу. После встречи первый шел 27 минут до села В, а второй шел 48 минут до села А. Сколько минут они шли до встречи?

Алгебраическое решение	***Геометрическое решение***
Решение. Пусть x – неизвестное время. 1) То расстояние, которое первый прошел за x минут, второй прошел за 48 минут. *Значит, скорость первого в* $\frac{48}{x}$ *раз больше.* 2) То расстояние, которое первый прошел за 27 минут, второй прошел за t минут. *Значит, скорость первого в* $\frac{x}{27}$ *раз больше.* 3) Отношение скоростей не зависит от того, как мы его посчитали. Поэтому числа, полученные в первом и втором наблюдении, можно приравнять: $\frac{48}{x}=\frac{x}{27}$. 4) Решаем пропорцию. $x^2 = 48 \cdot 27$, $x = \sqrt{48 \cdot 27} = \sqrt{16 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 9} = 4 \cdot 3 \cdot 3 = 36$ (мин.). *Ответ.* До встречи они шли 36 минут.	*Решение.*  Рис. 1. Модель задачи 1) $\Delta MFC \backsim \Delta MED$ по первому признаку подобия *(∠C=∠D, ∠E=∠F).* 2) Надо найти в задаче длину отрезка CP *(обозначим его буквой t).* Составим пропорцию: $\frac{DN}{CP}=\frac{EN}{PF}$, используя данные задачи, получим $\frac{27}{x}=\frac{x}{48}$. 3) Решаем пропорцию. $x^2 = 48 \cdot 27$, $x = \sqrt{48 \cdot 27} =. \sqrt{16 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 9} = 4 \cdot 3 \cdot 3 = 36$ (мин.). *Ответ.* До встречи они шли 36 минут.

Решили задачу двумя способами и получили одинаковый ответ. Значит задача решена верно. Преимущества геометрического способа очевидны: способ короче – это очень ценно на контрольной или на ОГЭ и ЕГЭ, где время ограничено; способ проще по логике решения, значит, меньшая вероятность ошибок; способ более понятен, так как задачная ситуация изображена наглядно на чертеже (рис. 1) [13].

Д.Ф. Молдавский продолжает тему графических изображений в процессе решения задач на движение, предлагает следующую работу над задачей.

Задача 1. «Мимо пристани проходит плот. В этот момент в посёлок, находящийся на расстоянии 15 км от пристани, вниз по реке отправляется моторная лодка. Она дошла до посёлка за $\frac{3}{4}$ часа и, повернув обратно, встретила плот на расстоянии 9 км от посёлка. Какова скорость течения реки и скорость лодки относительно воды» [24].

Школьникам было трудно связать данные о расстояниях и времени с движением объектов задачи и представить все это на схеме (рис. 2).

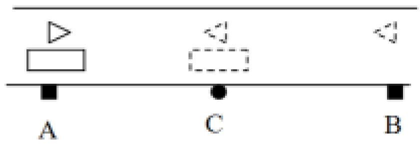


Рис. 2. Модель задачи

Решение упрощается, если рассмотреть движение лодки относительно плота. Демонстрация этого явления на бумажной модели тоже не сразу была воспринята. Такого рода ошибки весьма распространены среди школьников [25].

Итак, рассмотрены методические подходы некоторых авторов к решению задач на движение. Авторы едины в одном: составные задачи на движение представляют трудность в решении на разных этапах работы над задачей и каждый предлагает свой способ выхода из этих трудностей.

Выводы по первой главе

Таким образом, сформулировано определение текстовой задачи, описаны структура задачи и алгоритм работы над задачей, раскрыты цели каждого этапа этого алгоритма. Раскрыто содержание общего и частного методического подхода в процессе работы над текстовой задачей. Сформулировано понятие задачи на движение, проведена классификация видов задач на движение по различным признакам. Описан опыт работы над решением задач на движение педагогов и методистов О.С. Кардаильской и А.Д. Гордиенко, Г.З. Генкина, методика Л.М. Фридмана, С.М. Никольского, А.Е. Будикиной, А.В. Шевкина, Д.Ф. Молдавского. Рассмотрены методические приёмы решения текстовых задач на движение.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ

2.1. Рабочая тетрадь для учащихся 5-6 классов по теме «Текстовые задачи на движение»

Проведенный теоретический анализ проблемы исследования показал, что наиболее перспективным является подход к обучению решению задач на движение, основанный на подборе задач с ориентацией на формирование универсальных учебных действий у учащихся при их решении. Таким образом, необходим пересмотр методики обучения учащихся решению текстовых задач на движение. В настоящем исследовании мы предлагаем использовать в процессе обучения специально разработанную рабочую тетрадь по теме «Текстовые задачи на движение».

Конструкция и содержание рабочей тетради поможет учителю дополнить школьный учебник для 5-6 классов, решая задачи на разные виды движения. Задания в тетради нацелены на формирование и развитие умения решать текстовые задачи на движение. Однако предлагается и алгебраический способ решения. В процессе работы над заданиями рабочей тетради формируются умения:

- выбирать способ записи краткого условия в виде таблицы или чертежа;
- решать задачи разными арифметическими способами и алгебраическим способом;
- выполнять проверку решённой задачи.

Работая с тетрадью, учитель имеет возможность использовать приёмы активизации мыслительной деятельности в процессе работы над задачей.

Рабочая тетрадь включает 6 разделов: «Простые задачи на движение», «Составные задачи на движение», «Задачи на встречное движение», «Задачи на движение в противоположных направлениях», «Задачи на движение в одном направлении» и «Задачи для самостоятельного решения». Каждый раздел начинается с простых задач, которые по силам всем учащимся.

В составленной рабочей тетради взяты задачи из «Арифметики» Л.Ф. Магницкого, классического учебника «Арифметики» А.П. Киселева, и интересные авторские и исторические задачи, а также задачи современных авторов.

Примеры задач из рабочей тетради.

1. Простые задачи на движение.

№1.1. За 3 ч велосипедист проехал 36 км. Сколько километров он проехал за 1 ч? Как называется полученная величина? ____________________

№1.2. Запишите условие в виде таблицы, формулу нахождения неизвестной величины и решение задачи:

А) Пешеход за 3 ч прошел 12 км. Сколько километров он проходил в час? Какова скорость пешехода?

Б) Скорость велосипедиста 12 км/ч. Какой путь он проедет за 3 ч?

В) За сколько часов поезд прошел 180 км, если его скорость 60 км/ч?

скорость	время	расстояние	формула	решение

№1.3. Решите задачу: 15 июля 1923 года из Москвы в Нижний Новгород вылетел аэроплан «Ультиматум». Так была открыта первая трасса Аэрофлота длиной 420 км. Аэроплан летел на высоте 250 м и преодолел все расстояние за 3 ч 30 мин. Найдите скорость аэроплана. Какие условия в задаче лишние?

____

2. Составные задачи на движение.

№2.1. Дана задача: «Два велосипедиста одновременно выехали навстречу друг другу из двух поселков, расстояние между которыми 76 км. Через 2 ч они встретились. Какова скорость каждого велосипедиста, если известно, что скорость одного из них на 3 км/ч меньше другого?»

Сравните разные способы ее решения. Напишите пояснения к каждому действию.

1 способ	2 способ
1) 76:2 = 38 (км/ч)	1)3·2 = 6 (км)
2) 38 - 3 = 35 (км/ч)	2)76 - 6 = 70 (км)
3) 35:2 = 17,5 (км/ч)	3)70:2 = 35 (км)
4) 17,5 + 3 = 20,5 (км/ч)	4)35:2 = 17,5 (км/ч)
	5)17,5 + 3 = 20,5 (км/ч)

При каком способе рассуждения проще?

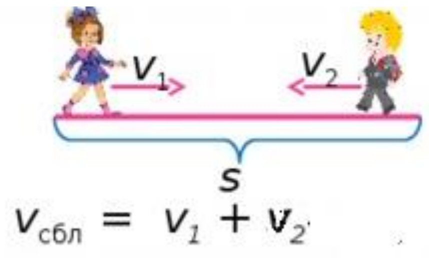
№2.2. Решите задачу, проверьте решение задачи: «Поезд шел со скоростью 70 км/ч. До первой остановки он был в пути 3 часа, а от первой до второй 2 часа. Какое расстояние поезд прошел за это время?».

№2.3. Два автобуса отправились одновременно из города в село, расстояние до которого 72 км. Первый автобус прибыл в село на 15 мин раньше второго. Скорость одного из них на 4 км/ч больше скорости другого. С какой скоростью шел каждый автобус?

№2.4. Решите задачу различными способами (арифметическими и алгебраическими): «Из двух городов вышли одновременно два поезда и встретились через 18 ч. Определите скорость каждого, если расстояние между городами было 1620 км, а скорость первого больше скорости второго на 10 км/ч».

№2.5. Решите задачу различными способами: «Скорость машины 60 км/ч, скорость велосипедиста в 5 раз меньше. Велосипедист проехал от своего села до железнодорожной станции за 2 часа. За какое время может проехать машина это расстояние?».

3. Задачи на встречное движение.



№3.1. А) Из двух сел, расстояние между которыми 36 км, одновременно навстречу друг другу вышли два пешехода. Их скорости 4 км/ч и 5 км/ч. На сколько километров в час пешеходы сближаются друг с другом? (Эту величину называют скоростью сближения.) Какое расстояние будет между ними через 3 ч?

Б) Две машины движутся навстречу друг другу со скоростями 60 км/ч и 80 км/ч. Определите скорость сближения машин.

В) Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 36 км. Скорость первого 10 км/ч, второго 8 км/ч. Через сколько часов они встретятся?

№3.2. Сравните задачи. Решите ту, которую сможете решить. Объясните, почему нельзя решить другую задачу?

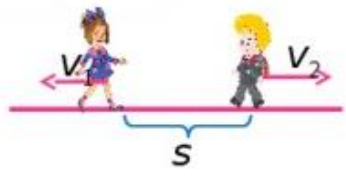
А) Два мотоциклиста едут навстречу друг другу. Скорость одного из них 62 км/ч, а скорость другого 54 км/ч. Через сколько часов мотоциклисты встретятся?	Б) Два мотоциклиста выехали одновременно навстречу друг другу. Скорость одного из них 62 км/ч, а скорость другого 54 км/ч. Через сколько часов мотоциклисты встретятся, если расстояние между ними в начале пути было 232 км?
Решение:	Решение:
Ответ:	Ответ:

№3.3. Решите задачу разными арифметическими способами. Расстояние между двумя городами по железной дороге 720 км. Два поезда одновременно выходят навстречу друг другу и встречаются через 10 ч. Скорость одного поезда на 8 км/ч больше скорости второго поезда. Найдите скорость каждого поезда.

№3.4. Запишите краткое условие в виде чертежа для задачи: «От двух пристаней, находящихся на расстоянии 510 км, отплыли одновременно навстречу друг другу катер и моторная лодка. Встреча произошла через 15 часов. Катер шел со скоростью 15 км/ч. С какой скоростью шла моторная лодка?». Решите задачу. Проверьте решение.

№3.5. Решите различными алгебраическими способами задачу: «Две девочки одновременно побежали навстречу друг другу по спортивной дорожке, длина которой 420 м. Когда они встретились, первая пробежала на 60 м больше, чем вторая. С какой скоростью бежала каждая девочка, если они встретились через 30 с?»

4. Задача на движение в противоположных направлениях.



$$v_{уд} = v_1 + v_2$$

№4.1. А) В противоположных направлениях из одного пункта одновременно вышли два пешехода. Скорость первого 4 км/ч, скорость второго 5 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 3 ч? На сколько километров в час пешеходы удаляются друг от друга? (Эту величину называют скоростью удаления.)

Б) Из одного пункта в противоположных направлениях выехали две автомашины. Их скорости 60 км/ч и 80 км/ч. Определите скорость удаления автомашин.

В) Два грузовых поезда вышли одновременно от одного вокзала в противоположных направлениях. Их скорости 60 км/ч и 70 км/ч. Через сколько часов расстояние между ними будет 260 км?

№4.2. Учащимся была предложена задача: «От пристани в противоположных направлениях вышли 2 теплохода. Через 4 часа они находились друг от друга на расстоянии 224 км. Один из них шел со скоростью 30 км в час. С какой скоростью шел другой теплоход?» и дано задание решить её различными способами. Один ученик выполнил задание так:

1 способ. 1) 224:4 = 56 (км/ч);

2) 56 - 30 = 26 (км/ч).

2 способ. (224 – 30 · 4):4 = 26 (км/ч).

Другой ученик выполнил задание следующим образом.

1 способ. 1) 30·4=120(км);

2) 224-120=104(км);

3) 104:4=26(км/ч).

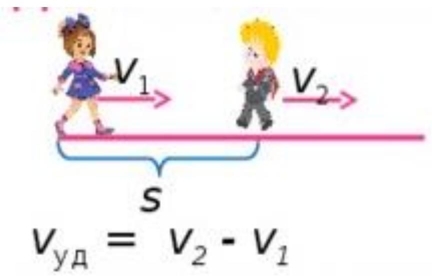
2 способ. (224 - 30 · 4):4 = 26 (км).

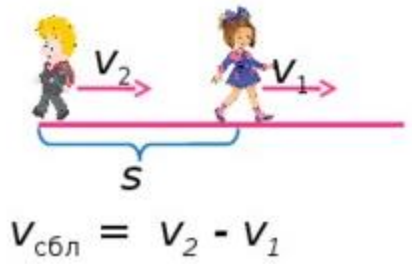
Какой из учеников выполнил задание верно? Обоснуйте ответ.

№4.3. Два всадника одновременно выехали из посёлка в противоположных направлениях. Один из них ехал со средней скоростью 12 км/ч, а другой – 10 км/ч. Через сколько часов расстояние между ними будет 44 км? Какое расстояние пройдет за это время каждый всадник?

5. Задачи на движение в одном направлении.

Движение с отставанием **Движение вдогонку**





№5.1. А) Грузовик и бетономешалка выехали одновременно с базы на стройку. Скорость грузовика 30 км/ч, а бетономешалки 20 км/ч. Какова скорость их удаления друг от друга? Через сколько часов расстояние между ними будет 75 км?

Б) Из двух сёл, расстояние между которыми 30 км, выехали в одном направлении два мотоциклиста. Скорость одного 40 км/ч, другого 50 км/ч. Через сколько часов второй догонит первого, если начали движение они одновременно?

№5.2. Из ниже следуемого списка выберите требования к данному условию и решите полученную задачу: «От дачи на станцию утром отец пошёл на работу, через 2 ч вслед за ним выехал сын на велосипеде. Скорость велосипедиста 10 км/ч, а скорость пешехода 5 км/ч».

Требования:

А) Через какое время велосипедист догонит пешехода?

Б) На каком расстоянии от деревни будет пешеход, когда он встретится с велосипедистом?

В) На сколько времени больше был в пути пешеход, чем велосипедист, до места их встречи?

№5.3. Решите задачу различными способами: «Из двух пунктов, расстояние между которыми 6 км, вышли в одном направлении 2 лыжника. Один из них шел со скоростью 11 км/ч, другой – 8 км/ч. Через сколько часов первый догонит второго лыжника и какое расстояние он пройдет?».

6. Задачи для самостоятельного решения.

№ 6.1 – 6.18 сформулированы в Приложении 1. Фрагмент урока с применением заданий из рабочей тетради приведен в Приложении 2.

2.2. Методические особенности обучения учащихся 5-6 классов решению текстовых задач на движение на основе применения рабочей тетради

Одним из вопросов методики преподавания математики является вопрос формирования у учащихся умений и навыков решения текстовых задач, в том числе задач на движение.

Опишем те трудности, которые возникают у учащихся в процессе решении задач:

1) на первом этапе моделирования, когда надо перевести условие задачи с языка естественного на язык математических моделей: чертёж, таблица, уравнение, и т.д. Самое главное в этом процессе – правильно прочитать условие задачи, разобраться в заданных величинах и связях между ними, на основании чего и составляется математическая модель;

2) недостаточно опыта в логическом рассуждении в процессе поиска решения задачи, и как следствие, отсутствие составленной модели для решения или она составлена неверно, например, уравнение;

3) неумение воспользоваться составленной моделью, например, решить составленное уравнение или составить план действий для нахождения решения;

Задания рабочей тетради дают возможность учителю использовать их на различных этапах урока, например:

- для устной работы (№2.1, № 3.1, №4.1-4.2, №5.1-5.2);
- для самостоятельной и индивидуальной работы (№1.1-1.3);
- для повторения имеющихся знаний (№2.2, №6);
- для работы в группах (№2.4-2.5, №3.3-3.4, №5.3);
- для работы в парах (№3.2, №3.5, №4.3).

Для внеурочной работы можно использовать старинные задачи с историческим содержанием (№6.3-6.8, №6.18, приложение 1). Также эти задачи целесообразно использовать для домашней, контрольной работы.

Рассмотрим методику работы (фрагменты уроков) над заданиями из рабочей тетради.

1. Простые задачи на движение.

Решая устно и письменно простые задачи, необходимо помочь учащимся усвоить:

- понятие скорости - путь, пройденный в единицу времени;
- соотношения между пропорциональными величинами: скорость, время, расстояние;
- нахождение одной из пропорциональных величин по известным двум другим;
- знать формулы, связывающие величины: $v= S:t$; $S= v \cdot t$; $t= S: v$.
- уметь записывать краткое условие задачи в виде таблицы.

2. Составные задачи на движение.

№2.1. Задание формирует осознанность выбора действий при решении задачи. Рассуждения проще в 1-ом способе:

1) 76:2 = 38 (км/ч) – скорость сближения или общая скорость.

2) 38 - 3 = 35 (км/ч) – удвоенная меньшая скорость.

3) 35:2 = 17,5 (км/ч) – меньшая скорость или скорость одного.

4) 17,5 + 3 = 20,5 (км/ч) – большая скорость или скорость второго.

№2.2. Решение задачи:

	Скорость	Время	Расстояние
1 ч.	70 м/ч	3 ч	?
2 ч.		2 ч	

1) 70 · 3 = 210 (км) прошёл за 3 часа.

2) 70 · 2 = 140 (км) прошёл за 2 часа.

3) 210 + 140 = 350 (км)

Ответ: 350 км прошёл поезд за это время.

Модель поиска решения. Поиск решения, который может быть организован с помощью следующих вопросов учителя классу (метод анализа – от вопроса к числовым данным):

- Можем сразу найти всё расстояние? (Нет, не знаем, какое расстояние прошёл каждый).

- А узнать, какое расстояние прошёл поезд между остановками можем? (Да, т. к. знаем скорость и время).

Способы проверки решения задачи:

1) Прикидка как способ проверки не целесообразна, т.к., отвечая на вопрос задачи не обязательно знать, больше или меньше получится расстояние на каждом участке пути.

2) Соотнесение полученных результатов с условием задачи по этой же причине не целесообразен, т. к. в задаче не известно расстояние на участках пути, и ответ сравнивать не с чем.

3) Составление и решение обратных задач.

Для задачи этого типа можно составить две обратных задачи:

	Скорость	Время	Расстояние
1 ч.	70 м/ч	? ч	350 км
2 ч.		2 ч	

	Скорость	Время	Расстояние

1 ч.	70 м/ч	3 ч	350 км
2 ч.		? ч	

	Скорость	Время	Расстояние
1 ч.	?	3 ч	350 км
2 ч.		2 ч	

4) Решение задачи разными способами:

1 способ

70 · 3+70 · 2 = 350 (км).

2 способ

70 · (3+2) = 350 (км).

Этот способ проверки иллюстрирует правило умножения суммы на число.

Выбор способа проверки зависит от дидактических целей, которые ставит учитель:

- если цель повторить распределительное свойство умножения – то надо решать задачу разными способами;

- если цель – закрепить умения решать задачи на связь величин «скорость-время-расстояние», то стоит выбрать для проверки составление и решение обратных задач.

№2.4. Решение задачи:

Скорость	Время	Расстояние
?, на 10 км/ч бол.	18 ч	1620 км
?	18 ч	

1 способ (арифметический)

1) 1620 : 18 = 90 (км/ч) скорость сближения.

2) 90 – 10 = 80 (км/ч) сумма двух меньших скоростей при одинаковой скорости.

3) 80 : 2 = 40 (км/ч) меньшая скорость.

4) 40 + 10 = 50 (км/ч) большая скорость.

2 способ (арифметический)

1) 1620 : 18 = 90 (км/ч) скорость сближения.

2) 90 + 10 = 100 (км/ч) сумма двух больших скоростей при одинаковой скорости.

3) 100 : 2 = 50 (км/ч) большая скорость.

4) 50 - 10 = 40 (км/ч) меньшая скорость.

3 способ (арифметический)

1) 10 · 18 = 180 (км) – разница в пути из-за разницы скоростей.

2) 1620 – 180 = 1440 (км) если бы оба прошли одинаковый путь с м**е**ньшей скоростью.

3) 1440 : 2 = 720 (км) путь, пройденный одним с меньшей скоростью.

4) 720 : 18 = 40 (км/ч) меньшая скорость.

5) 40 + 10 = 50 (км/ч) большая скорость.

4 способ (арифметический)

1) 10 · 18 = 180 (км) – разница в пути из-за разницы скоростей.

2) 1620 + 180 = 1800 (км) если бы оба прошли одинаковый путь с б**о**льшей скоростью.

3) 1800 : 2 = 900 (км) путь, пройденный одним с большей скоростью.

4) 900 : 18 = 50 (км/ч) большая скорость.

5) 50 - 10 = 40 (км/ч) меньшая скорость.

1 способ (алгебраический)

x (км/ч) – скорость 2-го.

(x +10) (км/ч) – скорость 1-го.

$18 \cdot x$ (км) – расстояние до встречи 2-го.

$18 \cdot (x + 10)$ (км) – расстояние до встречи 1-го.

Известно, что всё расстояние 1620 км, значит, можно составить уравнение:

$18 \cdot x + 18 \cdot (x + 10) = 1620;$

$18 \cdot x + 18 \cdot x + 180 = 1620;$

$36 \cdot x + 180 = 1620;$

$36 \cdot x = 1620 - 180;$

$36 \cdot x = 1440$;

$x = 1440 : 36$;

$\underline{x = 40}$ (км/ч) – скорость 2-го.

40 + 10 = 50 (км/ч) – скорость 1-го.

2 способ (алгебраический)

x (км/ч) – скорость 1-го.

(x -10) (км/ч) – скорость 2-го.

$18 \cdot x$ (км) – расстояние до встречи 1-го.

$18 \cdot (x - 10)$ (км) – расстояние до встречи 2-го.

Известно, что всё расстояние 1620 км, значит, можно составить уравнение:

$18 \cdot x + 18 \cdot (x - 10) = 1620$;

$18 \cdot x + 18 \cdot x - 180 = 1620$;

$36 \cdot x - 180 = 1620$;

$36 \cdot x = 1620 + 180$;

$36 \cdot x = 1800$;

$x = 1800 : 36$;

$\underline{x = 50}$ (км/ч) – скорость 1-го.

50 - 10 = 40 (км/ч) – скорость 2-го.

Ответ: 50 (км/ч) – скорость 1-го поезда и 40 (км/ч) – скорость 2-го поезда.

Подготовкой для решения этой задачи будет являться решение задач на соотношение: как изменится расстояние, если скорость увеличится (уменьшится) на несколько единиц, при одинаковом времени; и решение уравнений в несколько действий, с использованием для упрощения уравнения свойства умножения суммы (разности) на число.

№2.5. Главная дидактическая цель данной задачи – научить решать способом, в основе которого лежит обратно-пропорциональная зависимость величин (2 способ).

Решение задачи:

	Скорость	Время	Расстояние
М.	60 км/ч	?	одинаковое
В.	в 5 раз мен.	2 ч	

1 способ

1) 60 :5 = 12 (км/ч).

2) 12 · 2 = 24 (км).

3) 24 :60 = $\frac{24}{60}$ (ч) = 24 мин.

2 способ

2 : 5 = $\frac{2}{5}$ (ч).

60 мин. : 5 · 2 = 24 мин.

Для решения этим способом необходимо задать ряд вопросов, с помощью которых можно подвести к нужному решению:

- если в задаче известно, что скорость велосипедиста в 5 раз меньше скорости автобуса, то что можно сказать о скорости автобуса? (Скорость автобуса в 5 раз больше)

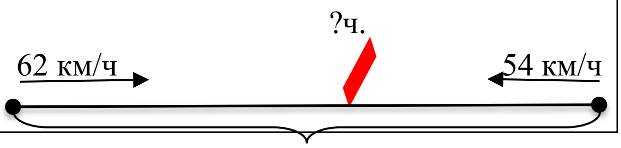
- Если расстояние одинаковое и скорость автобуса в 5 раз больше, то на прохождение этого расстояния времени автобус затратит больше или меньше? (Времени автобус затратит меньше, т.к. скорость его больше)

- Если скорость автобуса в 5 раз больше, то времени он затратит во сколько раз меньше? (Времени автобус затратит в 5 раз меньше, чем велосипедист)

- Если велосипедист затратил 2 часа, то как узнать, сколько времени затратит автобус? (Автобус затратит времени в 5 раз меньше, значит надо 2: 5)

3. Задачи на встречное движение.

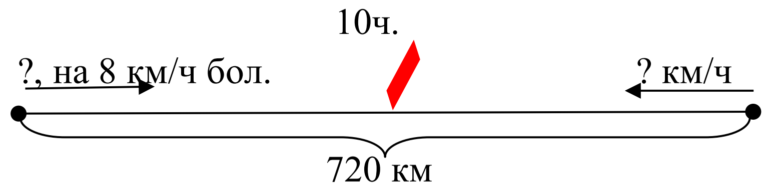
№3.2.

А) Условие в рабочей тетради	Б) Условие в рабочей тетради
Решение: В задаче недостаточно данных для решения: не сказано, когда начали	Решение: 

движение каждый из мотоциклистов, и ничего не сказано о расстоянии.	232 км 1) 62+54 =116 (км/ч) – скорость сближения. 2) 232: 116 = 2 (ч)
Ответ:	Ответ: через 2 часа мотоциклисты встретятся.

№3.3. Решение задачи:

1 способ.



1) 720 : 10 =72 (км/ч) – скорость сближения.

2) (72 – 8) :2 = 32 (км/ч) – скорость 2-го.

3) 72 – 32 = 40 (км/ч) – скорость 1-го.

2 способ.

1) 8 · 10 = 80 (км) – разница в пройденном пути.

2) (720 – 80) : 2 = 320 (км) – проехал 2-й до встречи.

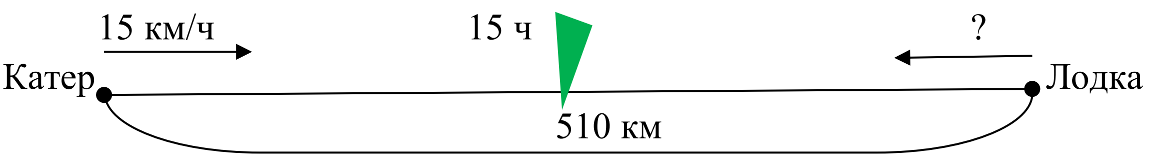
3) 720 – 320 = 400 (км) – проехал 1-й до встречи.

4) 320 : 10 = 32 (км) – проехал 2-й до встречи.

5) 400 : 10 = 40 (км) – проехал 2-й до встречи.

Ответ: 40 км/ч – скорость первого поезда и 32 км/ч – скорость второго поезда.

№ 3.4. Решим задачу, используя в качестве наглядной интерпретации чертёж.



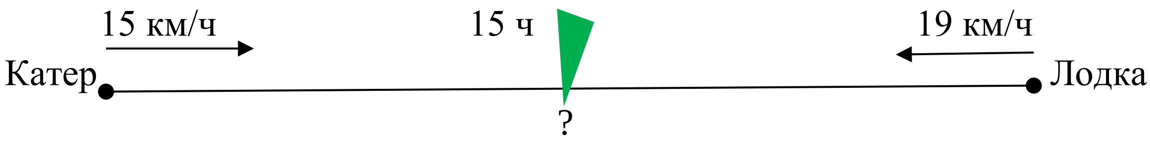
510 :15 – 15 = 19 (км/ч)

Ответ: 19 км/ч – скорость моторной лодки.

Приемы работы над задачей:

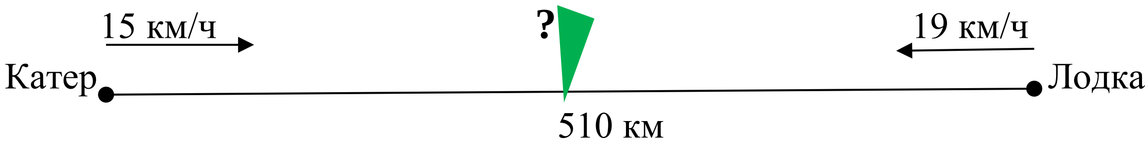
1) Составление и решение обратной задачи.

Для составления и решения обратной задачи надо полученный результат вставить в условие задачи, а одно из данных задачи сделать вопросом. Для этой задачи можно составить три обратные задачи:



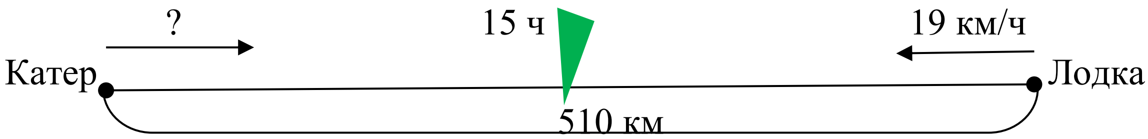
(15 +19) · 15 = 510 (км)

Ответ: 510 км – расстояние между пристанями.



510 : (15 + 19) = 15 (ч)

Ответ: через 15 часов катер и моторная лодка встретятся.



510 :15 – 19 = 15 (км/ч)

Ответ: 15 км/ч – скорость катера.

2) Решение другим способом.

1 способ

510 :15 – 15 = 19 (км/ч).

2 способ

(510 – 15 · 15) : 15 = 19 (км/ч).

3) Подбор вопросов для уточнения связей и зависимости между величинами, входящими в задачу.

- Что значит, «катер и моторная лодка отплыли одновременно»?

- Что означают слова «скорость катера 15 км/ч?

- Если катер и моторная лодка отошли одновременно и навстречу друг другу, то покажите на чертеже, какое расстояние до встречи прошёл каждый из них?

- За какое время прошёл катер это расстояние?

- За какое время моторная лодка прошла это расстояние?

- Зная скорость катера и время в пути, что можно узнать?

- Зная всё расстояние и время в пути обоих, что можно узнать?

- Если катер и моторная лодка двигались навстречу друг другу, то как можно назвать их общую скорость и почему?

- Зная общую скорость, или скорость сближения, и скорость одного из участников движения, что можно узнать?

4) Изменение вопроса в задаче.

1. Измените вопрос в задаче так, чтобы последнее действие было вычитание. (У кого скорость больше и на сколько. Чтобы ответить на этот вопрос, надо сначала найти скорость моторной лодки – 19 км/ч. Затем сравнить две скорости 19 – 15 = 4 (км/ч). Скорость моторной лодки больше на 4 км/ч, чем скорость катера.)

2. Как ещё можно изменить вопрос задачи? (Какое расстояние проплыл до встречи каждый. Для ответа на этот вопрос задачу можно решить разными способами: найдя скорость моторной лодки и не находя этой скорости.

1 способ

1) 15 · 15 = 225 (км) прошёл катер.

2) 510 :15 – 15 = 19 (км/ч) – скорость моторной лодки.

3) 19 · 15 = 285 (км) прошла моторная лодка.

2 способ

1) 15 · 15 = 225 (км) прошёл катер.

2) 510 – 225 = 285 (км) прошла моторная лодка.

№3.5. Решение задачи:

1 способ.

Пусть x (м) – расстояние, которое пробежала 2-я девочка, тогда

x+60 (м) – пробежала 1я девочка.

Т.к. всё расстояние 420 м, то можно составить уравнение:

x + (x+60) = 420;

2x = 420 – 60;

x = 180 (м) - пробежала 2-я девочка.

180 + 60 = 240 (м) - пробежала 1-я девочка.

240 : 30 = 8 (м/с) – скорость 1-й девочки.

180 : 30 = 6 (м/с) – скорость 2-й девочки.

2 способ.

Пусть x (м) – расстояние, которое пробежала 1-я девочка, тогда

x-60 (м) – пробежала 2-я девочка.

x + (x-60) = 420;

2 x = 420 + 60;

x = 240 (м) – пробежала 1-я девочка

240 - 60 = 1800 (м) – пробежала 2я девочка.

240 : 30 = 8 (м/с) – скорость 1-й девочки.

180 : 30 = 6 (м/с) – скорость 2-й девочки.

Ответ: 8 м/с – скорость 1-й девочки; 6 м/с – скорость 2-й девочки.

Для проверки решения задачи можно использовать все известные приёмы проверки, и каждый из них преследует свою дидактическую цель:

1) Составление и решение обратной задачи – учит проверять решённую задачу и совершенствует знания детей в решении различного вида задач на движение, раскрывая взаимосвязь между величинами скорость, время, расстояние.

2) Решение другим способом является одним из способов проверки задачи и развивает логическое мышление детей, показывая, что существует несколько путей поиска правильного решения.

3) Подбор вопросов для уточнения связей и зависимости между величинами, входящими в задачу, помогает на этапе обучения решению задач данного вида.

4) Изменение вопроса в задаче – это один из видов творческой работы над задачей.

Вывод целесообразно использовать любой из приёмов, в зависимости от дидактических целей, уровня подготовленности класса и имеющегося на уроке времени.

4. Задача на движение в противоположных направлениях.

№ 4.2. Первый ученик выполнил задание правильно, он показал два способа рассуждения в процессе поиска решения задачи: - в 1-м способе

1) 224:4 = 56 (км/ч) скорость удаления.

2) 56 - 30 = 26 (км/ч) скорость 2-го теплохода;

- во 2-м способе найдено расстояние, которое прошёл 1-й теплоход и которое прошёл 2-й теплоход, и, по известному расстоянию и времени, найдена скорость 2-го теплохода.

$(224 – 30 \cdot 4):4 = 26$ (км/ч).

Второй ученик выполнил задание неправильно, его решение показывает, что он не усвоил понятия «решить задачу разными способами» и «разные способы записи решения». Ученик решил задачу правильно, но только одним способом, записывая этот способ сначала по действиям, а потом в виде выражения.

№ 4.3. С точки зрения методики эту задачу можно решать как задачу на пропорциональное деление, так и как задачу на движение в противоположных направления.

В задаче на пропорциональное деление речь идёт о трёх величинах – скорость, время, расстояние, связанных прямой пропорциональной зависимостью, потому что при постоянном времени, чем больше скорость, тем больший путь будет пройден. В работе над задачей этот факт можно использовать для прикидки ответа задачи.

Фрагмент урока работы с задачей.

- Прочитайте задачу.

- О каких величинах идёт речь в задаче? (скорость, время, расстояние)

- Запишем кратко условие задачи с помощью таблицы.

	скорость	время	расстояние
1 лыжн.			
2 лыжн.			

- Что известно в задаче? Какая это величина? (Один из всадников шел со средней скоростью 12 км/ч, а другой – 10 км/ч. Это скорости)

- Запишем в таблицу.

- Что ещё известно в задаче? Какая это величина? (Через несколько часов расстояние между ними будет 44 км. Это расстояни.)

- Запишем в таблицу.

- Что в задаче сказано о времени? (Два всадника вышли из поселка одновременно)

- Что значит одновременно? (Значит время их в пути было одинаково)

- Запишем в таблицу.

Какой вопрос в задаче: (В задаче несколько вопросов. Через сколько часов расстояние между ними будет 44 км? Какое расстояние пройдет за это время каждый всадник?)

- Обозначим вопросы в таблице.

<table>
<tr><th></th><th>скорость</th><th>время</th><th colspan="2">расстояние</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>12 км/ч</td><td rowspan="2">одинак. - ?</td><td>?</td><td rowspan="2">44 км</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>10 км/ч</td><td>?</td></tr>
</table>

Прикидка ответа (один из способов проверки решения задачи)

- Сравните скорости всадников. (Скорость 1-го всадника больше)

- Зная, что время одинаковое, а скорость 1-го всадника больше, расстояние он проедет больше или меньше? (Если время одинаковое, то расстояние будет больше у того, у кого больше скорость, т.е. у 1-го всадника)

- Вернёмся к этому прогнозу результата после решения задачи.

Поиск решения задачи методом анализа.

- Можем ответить на вопрос задачи, какое расстояние пройдет каждый всадник? (Нет. Не знаем время)

- А что известно о времени? (Оно было одинаковое для обоих всадников)

- Можем найти время? (Нет, т.к. расстояние дано общее, а общей скорости не знаем)

- Можем найти общую скорость? (Да, т.к. знаем скорость каждого всадника)

- Расскажите план решения задачи.

(1-м действием узнаю общую скорость, действием сложения;

2-м действием узнаю время, разделив расстояние на скорость;

3-м действием узнаю расстояние, которое проехал 1-й всадник, умножив его скорость на время;

4-м действием узнаю расстояние, которое проехал 2-й всадник, умножив его скорость на время, или можно узнать расстояние вычитанием, отняв от общего расстояния расстояние 1-го всадника)

- Запишите решение по действиям.

1) 12+10=22 (км/ч) – общая скорость.

2) 44 : 22=2 (ч) – время в пути.

3) 12 · 2=24 (км) – путь, пройденный 1-м.

4) 10 · 2=20 (км) – путь, пройденный 2-м.

Или

4) 44 – 24=20 (км) – путь, пройденный 2-м.

- Перед решением задачи мы предполагали, что если время одинаковое, то расстояние будет больше у того, у кого больше скорость, т.е. у 1-го всадника. Наше предположение выполнено? (Да)

- Значит задача решена верно. При желании её можно проверить. Как ещё, кроме прикидки можно проверить правильность полученных ответов? (Составить и решить обратную задачу или решить задачу другим способом)

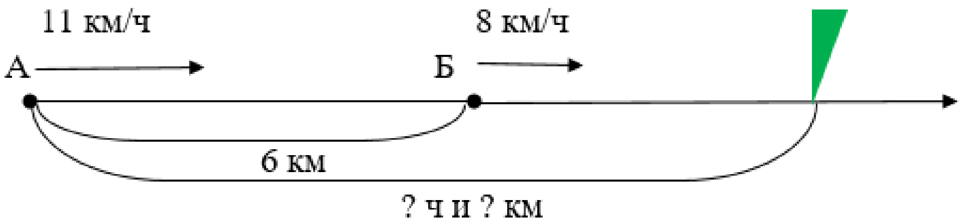
- Какой получился ответ?

- Запишите ответ.

(Ответ: через 2 часа расстояние между всадниками будет 44 км; 22 км пройдет за это время первый всадник и 20 км - второй.)

5. Задачи на движение в одном направлении.

№ 5.3. Решение задачи:



1 способ

1) 11 – 8 = 3 (км/ч) – скорость сближения.

2) 6 : 3 = 2 (ч) – время до встречи.

3) 11 · 2 = 22 (км) – прошёл до встречи 1-й лыжник.

2 способ

Пусть x (ч) – время до встречи, тогда:

11 · x (км) – расстояние, которое до встреч прошёл 1-й лыжник,

8 · x (км) – расстояние, которое до встреч прошёл 2-й лыжник.

Зная, что разница в расстоянии равна 6 км, можно составить уравнение:

$11 \cdot x – 8 \cdot x = 6$; (преобразуем, пользуясь правилом умножения разности на число)

$(11 - 8) \cdot x = 6$;

$3 \cdot x = 6$;

$x = 6 : 3$;

$\underline{x = 2 \text{ (ч)}}$ – время до встречи.

11 · 2 = 22 (км)

Ответ: через 2 часа первый догонит второго лыжника, и он пройдет расстояние 22 км.

Текст беседы, в процессе которой учащиеся придут к правильному решению:

- Посмотрите на наш чертёж, догонит ли 1-й лыжник 2-го? (Да, догонит, т.к. у него скорость больше)

- Почему место, когда 1-й лыжник догонит 2-го обозначено флажком? (Потому что это место их встречи)

- На какое расстояние будут сближаться лыжники каждый час? (На расстояние 11 – 8 = 3 км)

- Как по-другому называется расстояние, пройденное в единицу времени? (Скорость)

- Если лыжники каждый час будут приближаться на 2 км, то как можно назвать эту скорость 2 км/ч? (Это скорость сближения)

- Какое расстояние надо преодолеть 1-му лыжнику, чтобы догнать 2-го? (Расстояние 6 км)

- С какой скоростью будет он преодолевать это расстояние, ведь 2-й лыжник не стоит на месте, а тоже двигается? (Со скоростью сближения 2 км/ч)

- Зная расстояние 6 км, которое надо преодолеть, и скорость сближения, как найти время, когда лыжники встретятся?

- Зная скорость 1-го лыжника и время, которое он был в пути до встречи, что можно узнать?

В качестве наглядности оптимальнее использовать чертёж.

В качестве подготовки можно предложить следующие задания:

1) Решение простых задач, раскрывающих связь величин скорость, время, расстояние.

Задача про лыжника:

Скорость	Время	Расстояние
14 км/ч	2 ч	?
?	3 ч	45 км
18 км/ч	?	36 км

2) Что называют скоростью сближения? (Скорость сближения – расстояние, при котором объекты сближаются за единицу времени)

- Как найти скорость сближения при встречном движении?

- Как найти скорость сближения при движении вдогонку?

3) Нарисуйте схематический чертёж с обозначением скоростей для встречного движения и для движения вдогонку.

Таким образом, рассмотрены все виды задач на движения и методика работы по их решению, разработаны методические рекомендации для учителя по работе с тетрадью «Текстовые задачи на движение», которая будет применяться на формирующем этапе экспериментальной работы.

2.3. Результаты опытно-экспериментальной работы по внедрению разработанной методики в процесс обучения учащихся 5-6 классов

Для проверки гипотезы решались частные задачи, имеющие как теоретический, так и практический характер: разработка рабочей тетради и методических рекомендаций и экспериментальная проверка их эффективности.

Для исследования сформированности умений решать задачи на движение, была проведена опытно – экспериментальная работа.

Задачи исследования:

1) определить критерии и показатели для выявления уровня сформированности умений решать задачи на движение;

2) выявить уровень развития умений по теме «Решение задач на движение» у учащихся 5-6-х классов;

3) подобрать диагностический материал для исследования умений решать задачи на движение у учащихся 5-6-х классов;

В эксперименте принимали участие учащиеся 5-6 классов МБОУ «Приреченская СОШ» в количестве 27 человек.

Эксперимент включал 3 этапа:

- констатирующий;
- формирующий;
- контрольный.

На констатирующем этапе эксперимента нашей целью является выяснение исходного состояния уровня умения решать задачи на движение.

Разработана и проведена самостоятельная работа, состоящая из специально подобранных задач, определены дидактические цели каждого задания. Вариант самостоятельной работы представлен в таблице 1 Приложения 3.

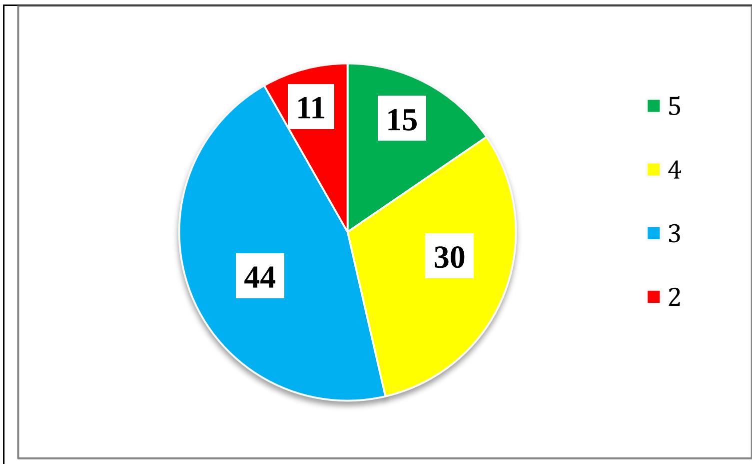
Для проверки и оценки выполненных работ разработаны критерии оценки и шкала оценивания (таблица 7).

Таблица 7. Шкала оценки

№ задания	***Количество баллов***	***Критерии оценки***
1-4	5	Задачи решены верно
	4	В основном задачи решены верно. Допущены ошибки в вычислениях, неточности записи.

	3	Допущены фактические ошибки в решении 2-3 задач.
	2	Задачи решены неверно или совсем не решены.

На этапе констатирующего эксперимента мы выявили уровень знаний и умений, который имеют учащиеся по рассматриваемой теме. Результаты констатирующего этапа описаны в таблице 2 Приложения 3. Результаты констатирующего этапа эксперимента представлены в диаграмме на рис. 3.



«5» - 4 - 15%

«4» - 8 - 30%

«3» - 12 - 44%

«2» - 3 - 11%

Качество знаний - 45%

Уровень обученности – 89%

Рис. 3. Результаты констатирующего этапа эксперимента.

Анализ полученных данных показал, что учащимися были допущены ошибки:

1) в решении простых задач – 15% (4 учащихся);

2) решая задачу на движение навстречу друг другу – 33% (9 учащихся);

3) при решении задачи на движение в противоположных направлениях – 55% (15 учащихся);

4) в процессе решения задачи на движение в одном направлении – 63% (17 учащихся).

Анализируя результаты констатирующего этапа, мы можем сказать, что ученики недостаточно хорошо умеют решать задачи на движение.

Итоги констатирующей части эксперимента позволяют увидеть наличие существенных пробелов в знаниях и умениях учащихся по решению задач на движение.

На формирующем этапе эксперимента нашей целью является проведение практического части исследования. Для реализации этой цели разработаны:

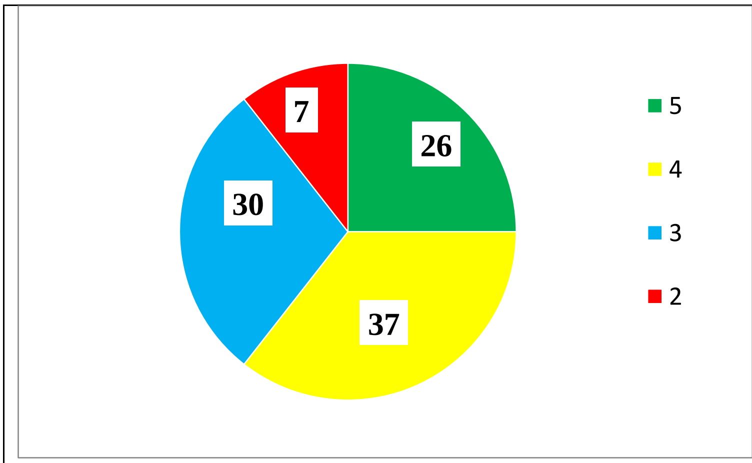
1) рабочая тетрадь для учащихся 5-6 классов по теме «Текстовые задачи на движение» (п. 2.1.);

2) спроектированы методические рекомендации по организации деятельности учащихся 5-6 классов на основе применения рабочей тетради (п. 2.2.).

На формирующем этапе на уроках проводилась работа, описанная в п. 2.2.

В качестве контрольного этапа эксперимента была проведена самостоятельная работа, в которую входили задания, аналогичные заданиям, разработанным для диагностики на констатирующем этапе (таблица 3, Приложение 3).

Для проверки и оценки выполненных работ вновь воспользуемся разработанными критериями и шкалой оценивания в таблице 7. Результаты контрольного этапа представлены в таблице 4 Приложения 3. Результаты контрольного этапа эксперимента представлены в диаграмме на рис. 4.



«5» - 7 - 26%

«4» - 10 - 37%

«3» - 8 - 30%

«2» - 2 - 7%

Качество знаний - 63%

Уровень обученности – 93%

Рис. 4. Результаты контрольного этапа эксперимента.

Работы проанализированы, выявлены ошибки при выполнении самостоятельной работы и сделано обобщение результатов:

1) в решении простых задач – 7% (2 учащихся);

2) решая задачу на движение навстречу друг другу – 19% (5 учащихся);

3) при решении задачи на движение в противоположных направлениях – 41% (11 учащихся);

4) в процессе решения задачи на движение в одном направлении – 41% (11 учащихся).

Получили качественный рост результатов освоения задач на движение и снижение процентов ошибок по всем показателям, в среднем, на 22%.

По итогам эксперимента было проведено сопоставление данных констатирующего и контрольного эксперимента, данные – в таблице 8:

Таблица 8. Обобщенные результаты эксперимента

<table>
<tr><th colspan="3">констатирующий</th><th colspan="3">контрольный</th></tr>
<tr><td>оценки / кол-во</td><td>%</td><td>%</td><td>оценки / кол-во</td><td>%</td><td>%</td></tr>
<tr><td>«5» - 4</td><td>15%</td><td rowspan="2">45%</td><td>«5» - 7</td><td>26%</td><td rowspan="2">63%</td></tr>
<tr><td>«4» - 8</td><td>30%</td><td>«4» - 10</td><td>37%</td></tr>
<tr><td>«3» - 12</td><td>44%</td><td></td><td>«3» - 8</td><td>30%</td><td></td></tr>
<tr><td>«2» - 3</td><td>11%</td><td></td><td>«2» - 2</td><td>7%</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Уровень обученности:</td><td>89%</td><td colspan="2">Уровень обученности:</td><td>93%</td></tr>
</table>

По итогам экспериментальной работы можно сделать вывод: повысился процент успеваемости с 46% до 54%, повысился уровень обученности с 85% до 92%, снизился процент неуспеваемости на 7%.

Таким образом, систематическое решение задач на движение по рабочей тетради способствует формированию у обучающихся умений решать задачи на движение.

Для проведения статистического анализа полученных результатов воспользуемся Т-критерий Вилкоксона.

Подробное описание расчётов и промежуточные результаты статистического анализа с использованием Т-критерия Вилкоксона в Приложении 4.

Сформулируем гипотезы, которые предполагает применение Т-критерия Вилкоксона:

(1) На контрольном этапе показатели превышают аналогичные данные констатирующего этапа.

(2) Показатели на контрольном этапе стали меньше аналогичных показателей контрольного этапа.

Учитывая расчёт по таблицам 1-3 Приложения 4, и по таблице 4 (Приложение 4), можно найти краевые значения для Т-критерия Вилкоксона для n=18:

$$T_{кр}=32\ (p\leq 0.01); \quad T_{кр}=47\ (p\leq 0.05).$$

Получили, что зона значимости будет простираться в левую сторону, так как, если предположить, что «редких», в нашем эксперименте положительных значений нет совсем, тогда всё суммарное значение их рангов будет равно нулю.

Однако в нашем случае эмпирическое значение Т точно окажется в интервале значимости, т.к.:

$$T_{эмп}<T_{кр}(0{,}01).$$

Гипотеза (1), которая была высказана в начале исследования на Т-критерий Вилкоксона, выполняется. Значения после эксперимента больше значений до начала формирующего этапа эксперимента.

Таким образом, гипотеза нашей исследовательской работы – обучение учащихся решению задач на движение будет успешным, если:

- увеличить число задач на движение, решаемых на уроках,
- организовать работу в рабочей тетради по решению различных видов задач на движение – подтвердилась.

Выводы по второй главе

Разработана рабочая тетрадь для учащихся 5-6 классов по теме «Текстовые задачи на движение», включающая задачи по разделам: 1. Простые задачи на движение. 2. Составные задачи на движение. 3. Задачи на встречное движение. 4. Задача на движение в противоположных направлениях. 5. Задачи на движение в одном направлении. 6. Задачи для самостоятельного решения. Разработаны методические рекомендации по организации деятельности с задачами из рабочей тетради.

Опытно-экспериментальное исследование было проведено в 5-6 классах МБОУ «Приреченская СОШ».

На констатирующем этапе эксперимента нашей целью является выяснение исходного состояния уровня умения решать задачи на движение. Проведённая самостоятельная работа включала четыре задания, целью которых было: проверить умение решать простые и составные задачи на движение. Для проверки и оценки выполненных работ была разработана шкала оценивания. Результаты выполнения работы представлены в таблице по каждому ученику и в целом по классу – в диаграмме.

На основании полученных результатов была сформулирована цель формирующей части опытной работы: разработка и решение задач из рабочей тетради. Эта цель была реализована в процессе проведения уроков, фрагменты которых размещены в работе, подбор задач для работы в классе и для домашнего задания, с обязательной проверкой и обсуждением решения.

В качестве контрольного эксперимента была проведена самостоятельная работа, в которую входили аналогичные задания. Результаты контрольного этапа представлены по каждому ученику и по классу в целом – в диаграмме.

Сравнительный анализ результатов исследования показал, что систематическая работа по решению задач на движение повысила процент успеваемости с 45% до 63% и уровень обученности с 89% до 93%, снизился процент неуспеваемости с 11% до 7%.

Проведённый статистический анализ результата с использованием Т-критерия Вилкоксона подтвердил, что показатели после эксперимента превышают значения показателей до опыта.

Разработаны методические рекомендации по работе с тетрадью «Текстовые задачи на движение» для учащихся 5-6 классов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Научить детей решать задачи – это значит научить их: отделять числовые данные задачи; объяснять, что означает каждое число в задаче; выделять вопрос задачи; устанавливать связи между данными и неизвестными значениями величины или между данными и неизвестными величинами; актуализировать знания, на основании которых выбирается арифметическое действие; обосновывать выбор арифметического действия; выполнять арифметическое действие; давать ответ на вопрос задачи; выполнять проверку решения.

В процессе работы над исследованием были рассмотрены теоретические и методические аспекты обучения учащихся 5-6 классов решению текстовых задач на движение. Поставленные на начало исследования задачи были выполнены и получены следующие результаты:

- описана проблема обучения учащихся решению текстовых задач;
- рассмотрены методы решения текстовых задач и различные способы решения задач на движение;
- проанализирован опыт обучения учащихся 5-6 классов решению текстовых задач на движение;
- разработана рабочая тетрадь для учащихся 5-6 классов по теме «Текстовые задачи на движение»;
- описаны методические особенности обучения учащихся 5-6 классов решению текстовых задач на движение на основе применения рабочей тетради;
- проведена опытно-экспериментальная работа по внедрению разработанной методики в процесс обучения учащихся 5-6 классов и проведена оценка её эффективности.

Таким образом, результат экспериментальной работы показал, что гипотеза подтвердилась и теоретически и экспериментальньно. Цель достигнута. Задачи решены.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Александров И.И., Алекандров А.И. Методы решения арифметических задач. М.: Учпедгиз, 1953. 76 с.
2. Артемов А.К. Задачный подход к подготовке учителя к обучению математике // Начальная школа. 2002. № 2. С. 114-118.
3. Артемов А.К. Обучение эвристическим приемам решения математических задач в начальных классах // Развитие личности в процессе обучения и воспитания. Межвуз. сб. науч. тр.; Под ред. А.С. Радионова и др. Пенза: ПГПУ, 1997. С. 82-91
4. Артемов А.К. Теоретико-методические особенности поиска способов решения математических задач // Начальная школа. 1998. № 11. С. 48-54.
5. Артемов А.К. Формирование обобщенных умений решать задачи //Начальная школа. 1992. №2. С. 30 -34.
6. Бабанский Ю.К. Педагогика. М.: Просвещение, 1988. 479 с.
7. Бантова М. А. Методика преподавания математики в начальных классах: учеб. пособие для студ. / М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова. М.: Просвещение, 1984. 335 с.
8. Баринова О.В. Уровневая дифференциация в обучении младших школьников решению текстовых математических задач: Дис. канд. пед. наук: 13.00.02. Саранск, 1999. 187 с.
9. Белошистая А.В. Вопросы обучения решению задач (Методический семинар) // Начальная школа плюс До и После. 2003. № 3. С. 73-79.
10. Богачева Г.И. К методике обучения школьников IV-V классов анализу текстовых задач // Математика в школе. 1984. № 1. С. 37-38.
11. Будикина А.Е. Открытые задачи как средство формирования познавательной компетенции обучающихся на уроках математики в 5-6 классах (на примере текстовых задач на движение) // Преподавание предметов физико-математического цикла в современной школе: Материалы Всероссийской студенческой научно-практической

конференции с международным участием, посвященной памяти Народного Учителя СССР М.А. Алексеева / Якутск, 08.05.2021. Ульяновск: ИП Кеньшенская Виктория Валерьевна (издательство «Зебра»), 2021. С. 11-15.

12. Виленкин Н.Я., Петерсон Л.Г. Использование координатного луча для решения задач на движение // Математика в школе. 1984. № 1. С. 39-41.
13. Генкин Г.З. Геометрические решения алгебраических задач // Математика в школе. 2001. №7. С. 61.
14. Гусев В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике. М.: Академия, 2003. 428 с.
15. Давыдов В.В., Варданян А.У. Учебная деятельность и моделирование. Ереван: Луйс, 1981. 220 с.
16. Демидова Т.Е., Тонких А.П. Теория и практика решения текстовых задач: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. М.: Издательский центра «Академия», 2002. 288 с.
17. Егупова М.В. Практические приложения математики в школе: учеб. пособие для студентов педагогических вузов. М.: Прометей, 2015. 248 с.
18. Жуков А.В. Элегантная математика. Задачи и решения/ А.В. Жуков, П.И. Самолов, М.В. Аппельбаум. М.: Либроком, 2020. 176 с.
19. Зайкин М.И. Визуализация вербальных, графических и символических характеристик сюжетных математических задач в образовательном процессе / М.И. Зайкин, АВ. Пчелин // Вестник Костромского государственного университета им. Н.А. Некрасова. Серия: Педагогика. Психология. Социальная работа. Ювенология. Социокинетика. 2008. Т. 14. № 2. С. 35-39.
20. Истомина Н.Б. Обучение младших школьников решению текстовых задач: сборник статей / сост. Н.Б. Истомина, Г.Г. Шмырева. Смоленск: Ассоциация XXI век, 2005. 272 с.
21. Каверин Н.В. Методы решения арифметических задач в средней школе (V-VI классы) М.: Учпедгиз, 1952. 64 с.

22. Капкаева Л.С. Геометрический метод как средство организации поисковой деятельности школьников в процессе решения алгебраических задач // Современные проблемы науки и образования. 2018. № 6.
23. Кардаильская О.С. Методика формирования математической культуры учащихся при работе с наглядными моделями сюжетных задач / О.С. Кардаильская, А.Д. Гордиенко // Евразийский союз ученых. 2020. № 7-2(76). С. 18-21.
24. Мерзляк А.Г., Полонский В.В., Якир М.С. Неожиданный шаг, или Сто тридцать красивых задач. Киев: Агрофирма «Александрия», 1993. 60 с.
25. Молдавский Д.Ф., Цветкова К.В. Опыт формирования понятий кинематики и умения решать задачи // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2013. №5 (2). С. 142-146.
26. Никольский С.М. Математика. 5-6 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. М.: Просвещение, 2000.
27. Пойа Д.Г. Математика и правдоподобные рассуждения. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1975. 536 с.
28. Посашкова Е.В. Образовательная система Д.Б. Эльконина-В.В. Давыдова Пособие для студентов / под ред. Г. И. Саранцева. М.: Просвещение, 2002. 224 с. Фридман Л.М. Сюжетные задачи по математике: История, теория, методика. М.: Школьная Пресса, 2002. 208 с.
29. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» (Зарегистрирован 05.07.2021 № 64101) (ФГОС ООО) [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107050027 (Дата обращения: 10.04.2022).
30. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. Одобрена решением Федерального учебно-методического

объединения по общему образованию (протокол от 8 апреля 2015 г. № 1/15). [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://минобрнауки.рф/проекты/413/файл/4587/POOP_OOO_reestr_2015_01.doc (Дата обращения: 10.04.2022).

31. Просветов Г.И. Текстовые задачи и методы их решения. М.: Альфа-Пресс, 2010. 48 с.
32. Саранцев Г.И. Методика обучения математике: методология и теория: учеб. пособие для студентов бакалавриата высш. учеб. заведений по направлению «Педагогическое образование» (профиль «Математика»). Казань: Центр инновационных технологий, 2012. 292 с
33. Славская К.А. Детерминация процесса мышления // Исследования мышления в советской психологии. М.: Наука, 1966. С. 175-224.
34. Стойлова Л.П. Теоретические основы начального курса математики: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. Образования. М.: Издательский центр «Академия», 2014. 272 с.
35. Титкова Л.С. Математические методы в психологии. Учебно-методическое пособие. Владивосток: Изд-во Дальневосточного университета, 2002. 85 с.
36. Ульянова И.В. Современные средства обучения учащихся решению математической задачи в контексте реализации ФГОС ООО нового поколения / И.В. Ульянова // Наука и школа. 2017. № 3. С. 68-76.
37. Федеральный государственный образовательный стандарт общего основного общего образования (ФГОС ООО) [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://минобрнауки.рф/документы/543 (Дата обращения: 10.04.2022).
38. Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования. [Электронный ресурс]. Режим доступа:

http://www.uchportal.ru/documents/federalnyj-perechen-uchebnikov-na-2016-2017-uchebnyj-god (Дата обращения: 10.04.2022).

39. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н., Стеценко В.Я. Как научиться решать задачи. М.: Просвещение, 1989. 192 с.
40. Царева С. Е. Обучение решению задач // Начальная школа. 1998. № 1. С. 102-107.
41. Цукарь А.Я. Схематизация и моделирование при решении текстовых задач // Математика в школе. 1998, № 5. С. 48-54
42. Чекмарёв Я.Ф. Методика преподавания арифметики в V-VI классах. М.: Просвещение, 1965, 424 с.
43. Шевкин А.В. Текстовые задачи в школьном курсе математики. – М.: Педагогический университет «Первое сентября», 2009. [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://mat.1sept.ru/view_article.php?ID=200901710 (Дата обращения: 15.04.2022).
44. Шевкин А.В. Текстовые задачи по математике: 5-6. М.: ИЛЕКСА, 2011. 106 с.
45. Эльконин Д.Б. Некоторые аспекты психического развития в подростковом возрасте // Психология подростка: Хрестоматия / Ред. сост. Ю.И. Фролов. СПб.: Питер, 2001. 448 с.
46. Эсаулов А.Я. Психология решения задач: науч.-метод. пособие. М.: Просвещение, 1972. 220 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

6. Задачи для самостоятельного решения

№6.1. А) Расстояние между двумя городами 900 км. Два поезда вышли из этих городов навстречу друг другу со скоростями 60 км/ч и 80 км/ч. На каком расстоянии друг от друга были поезда за 1 ч до встречи? Есть ли в задаче лишнее условие?

Б) Расстояние от села до города 45 км. Из села в город вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Через час навстречу ему из города в село выехал велосипедист со скоростью 15 км/ч. Кто из них в момент встречи будет ближе к селу?

В) Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из двух сел, расстояние между которыми 54 км. Скорость первого 12 км/ч, второго 15 км/ч. Через сколько часов они будут находиться друг от друга на расстоянии 27 км?

№6.2. А) Расстояние между городами А и В равно 720 км. Из А в В вышел скорый поезд со скоростью 80 км/ч. Через 2 ч навстречу ему из В в А вышел пассажирский поезд со скоростью 60 км/ч. Через сколько часов после выхода скорого поезда они встретятся?

Б) Из села вышел пешеход со скоростью 4 км/ч. Через 3 ч вслед за ним выехал велосипедист со скоростью 10 км/ч. За сколько часов велосипедист догонит пешехода?

№6.3. *Старинная задача.* Идет один человек в другой город и проходит в день по 40 верст, а другой человек идет навстречу ему из другого города и проходит в день по 30 верст. Расстояние между городами 700 верст. Через сколько дней путники встретятся?

№6.4. *Старинная задача.* Некий юноша пошел из Москвы к Вологде. Он проходил в день по 40 верст. Через день вслед за ним был послан другой юноша, проходивший в день по 45 верст. Через сколько дней второй юноша догонит первого?

№6.5. *Старинная задача.* Из Москвы в Тверь вышли одновременно два поезда. Первый проходил в час 39 верст и прибыл в Тверь двумя часами раньше второго, который проходил в час 26 верст. Сколько верст от Москвы до Твери?

№6.6. *Задача Алькуина.* Собака гонится за кроликом, находящимся в 150 футах от нее. Она делает прыжок в 9 футов каждый раз, когда кролик прыгает на 7 футов. Сколько прыжков должна сделать собака, чтобы догнать кролика?

№6.7. *Старинная задача.* Собака усмотрела в 150 саженях зайца, который пробегает в 2 мин по 500 сажен, а собака в 5 мин — 1300 сажен. Спрашивается, в какое время собака догонит зайца.

№6.8. *Старинная задача.* Пошел охотник на охоту с собакой. Идут они лесом, и вдруг собака увидела зайца. За сколько прыжков собака догонит зайца, если расстояние от собаки до зайца равно сорока прыжкам собаки и пять прыжков собаки равны шести прыжкам зайца? (Считайте, что собака и заяц делают прыжки одновременно.)

№6.9. Скорый поезд проходит расстояние 900 км между двумя городами за 10 ч, а товарный — за 15 ч. Через сколько часов встретятся поезда, если одновременно выйдут из этих городов навстречу друг другу?

№6.10. Два поезда движутся навстречу друг другу — один со скоростью 70 км/ч, другой со скоростью 80 км/ч. Пассажир, сидящий во втором поезде, заметил, что первый поезд прошел мимо него за 12 с. Какова длина первого поезда?

№6.11. Из двух городов, расстояние между которыми 400 км, одновременно навстречу друг другу выехали два мотоциклиста. Определите их скорости, если известно, что они встретились через 4 ч и что скорость одного на 10 км/ч больше скорости другого.

№6.12.* Папа и сын плыли на лодке против течения. В какой-то момент сын уронил за борт папину шляпу. Только через 15 мин папа заметил пропажу, быстро развернул лодку, и они поплыли по течению с той же собственной скоростью. За сколько минут они догонят шляпу?

№6.13.* Спортсмен плыл против течения реки. Проплывая под мостом, он потерял флягу. Через 10 мин пловец заметил пропажу, повернул обратно и догнал флягу у второго моста. Найти скорость течения реки, если расстояние между мостами 1 км.

№6.14.* Из пункта А в пункт В вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Одновременно с ним из А в В выехал велосипедист со скоростью 10 км/ч. Велосипедист доехал до В, повернул назад и поехал с той же скоростью навстречу пешеходу. Через сколько часов после начала движения они встретятся, если расстояние между А и В равно 30 км?

№6.15.* Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 17 км, выехал велосипедист со скоростью 12 км/ч. Одновременно с ним из А в В вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Велосипедист доехал до 5, повернул и поехал назад с той же скоростью. Через сколько часов после начала движения они встретятся?

№6.16* Расстояние между двумя пунктами 12 км. Из них одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста со скоростями 10 км/ч и 8 км/ч. Каждый из них доехал до другого пункта, повернул и поехал назад с той же скоростью. Через сколько часов после начала движения они встретятся во второй раз?

№6.17* Из пункта А в пункт 5, расстояние между которыми 18 км, одновременно выезжают два велосипедиста. Скорость одного из них на 4 км/ч меньше скорости другого. Велосипедист, который первым прибыл в Я, сразу же повернул обратно и встретил другого велосипедиста через 1 ч 30 мин после выезда из А. На каком расстоянии от пункта В произошла встреча?

№6.18. *Старинная задача.* Два пешехода вышли в одно время навстречу друг другу из двух деревень. Первый может пройти расстояние между двумя деревнями за 8 ч, а второй — за 6 ч. На какую часть расстояния они приближаются за 1 ч?

Приложение 2

Фрагмент урока работы над задачей

Сравните 4 задачи:

А) Велосипедист, скорость которого 12 км/ч и пешеход, скорость которого 4 км/ч движутся навстречу друг другу. Первоначальное расстояние между ними 16км. Через какое время они встретятся?

Б) Велосипедист, скорость которого 12 км/ч движется вдогонку пешеходу, скорость которого 4 км/ч. Первоначальное расстояние между ними 16км. Через какое время велосипедист догонит пешехода?

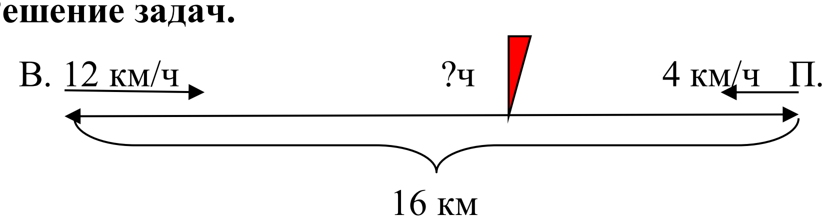
В) Велосипедист, скорость которого 12 км/ч и пешеход, скорость которого 4 км/ч вышли одновременно в одном направлении. Через сколько часов расстояние между ними будет 16 км?

Г) Велосипедист, скорость которого 12 км/ч и пешеход, скорость которого 4 км/ч начали двигаться одновременно из одного пункта в противоположных направлениях. Через какое время расстояние между ними будет 16км?

Сделайте рисунки к задачам. Запишите решение каждой задачи с помощью числового выражения.

1. Решение задач.

А)



16: (12+4) = 1(ч)

Ответ. Велосипедист и пешеход встретятся через 1 час.

Работа с классом.

Анализ условия задачи. Краткая запись условия.

- Прочитайте задачу.
- Какого типа задача? (Задача на движение)

- Изобразим краткое условие задачи в виде чертежа. Обозначим большим отрезком всё расстояние, которое было между велосипедистом и пешеходом.

- Как двигались объекты? (Навстречу друг другу.)

- Что известно в задаче? (Скорость велосипедиста 12 км/ч, скорость пешехода 4 км/ч. Первоначальное расстояние между ними 16км.)

- Покажем эти данные на чертеже.

- Если они двигались навстречу друг другу, то по условию задачи встретятся они? (Да.)

- Обозначим место встречи флажком. К кому ближе будет место встречи – флажок, и почему? (Ближе к пешеходу, так как скорость у него меньше, и значит за одно и тоже время он пройдёт меньшее расстояние)

- Какой вопрос задачи? Обозначим его на чертеже.

Поиск решения методом синтеза.

- Что можно сказать о времени движения велосипедиста и пешехода? (Оно было одинаковым, т.к. они двигались одновременно)

- Зная, скорости велосипедиста и пешехода и что они двигались одновременно навстречу друг другу, какую скорость можно узнать? (Скорость сближения)

- Зная всё расстояние и скорость сближения, что можно узнать? (Время в пути или время до встречи)

План решения.

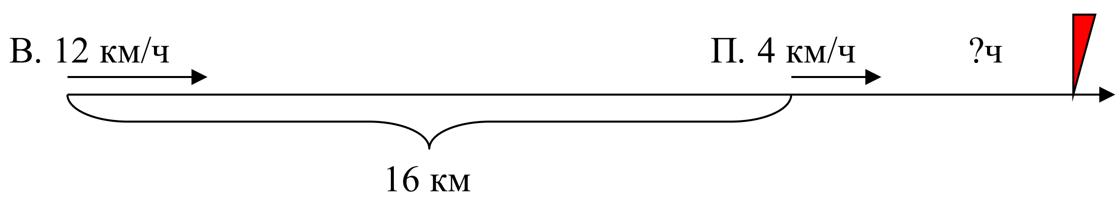
Найдём скорость сближения. Действием сложение.

Найдём время. Для этого расстояние разделим на полученную скорость.

Запись решения в виде выражения.

Запись ответа.

Б)



16: (12 - 4) = 2(ч)

Ответ. Через 2 часа велосипедист догонит пешехода.

Работа с классом.

Анализ условия задачи. Краткая запись условия.

- Прочитайте задачу.

- Изобразим краткое условие задачи в виде чертежа. Обозначим большим отрезком расстояние, которое было между велосипедистом и пешеходом в начале движения.

- Как двигались объёкты? (Велосипедист догонял пешехода.)

- Что известно в задаче? (Скорость велосипедиста 12 км/ч, скорость пешехода 4 км/ч. Первоначальное расстояние между ними 16км.)

- Покажем эти данные на чертеже.

- Если велосипедист догонял пешехода, то по условию задачи встретятся они? (Да.)

- Почему велосипедист догонит пешехода? (Потому что его скорость больше)

- Обозначим предполагаемое место встречи флажком.

- Какой вопрос задачи? Обозначим его на чертеже.

Поиск решения методом синтеза.

- Что можно сказать о времени движения велосипедиста и пешехода? (Оно было одинаковым, т.к. они двигались одновременно)

- Зная, скорости велосипедиста и пешехода и что они двигались одновременно, догоняя друг друга, какую скорость можно узнать? (Скорость сближения)

- Зная всё расстояние и скорость сближения, что можно узнать? (Время в пути или время до встречи)

План решения.

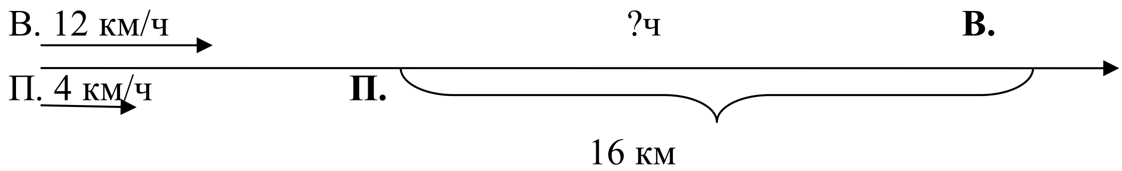
Найдём скорость сближения. Действием вычитания.

Найдём время. Для этого расстояние разделим на полученную скорость.

Запись решения в виде выражения.

Запись ответа.

в)



16: (12 - 4) = 2(ч)

Ответ. Через 2 часа расстояние между ними будет 16 км.

Работа с классом.

Анализ условия задачи. Краткая запись условия.

- Прочитайте задачу.

- Изобразим краткое условие задачи в виде чертежа.

- Как двигались объекты? (Велосипедист догонял пешехода.)

- Что известно в задаче? (Скорость велосипедиста 12 км/ч, скорость пешехода 4 км/ч)

- Покажем эти данные на чертеже.

- За одно и тоже время что будет происходить с участниками движения?

(Велосипедист обгонит пешехода, т.к. скорость велосипедиста больше, и будет удаляться от пешехода.)

- На какое расстояние по условию задачи удалится велосипедист от пешехода? (Расстояние между ними будет 16 км)

- Если велосипедист догонял пешехода, то по условию задачи встретятся они? (Да.)

- Почему велосипедист догонит пешехода? (Потому что его скорость больше)

- Обозначим предполагаемое место встречи флажком.

- Какой вопрос задачи? Обозначим его на чертеже.

Поиск решения методом синтеза.

- Что можно сказать о времени движения велосипедиста и пешехода? (Оно было одинаковым, т.к. они двигались одновременно)

- Зная, скорости велосипедиста и пешехода и что они двигались одновременно, удаляясь друг от друга, какую скорость можно узнать? (Скорость удаления)

- Зная всё расстояние и скорость удаления, что можно узнать? (Время в пути или время до встречи)

План решения.

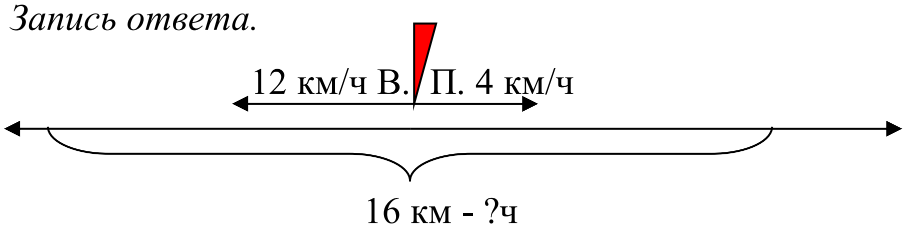
Найдём скорость удаления. Действием вычитания.

Найдём время. Для этого расстояние разделим на полученную скорость.

Запись решения в виде выражения.

Запись ответа.

Г)



16: (12+4) = 1(ч)

Ответ. Через 1 час расстояние между велосипедистом и пешеходом будет 16 км.

Работа с классом.

Анализ условия задачи. Краткая запись условия.

- Прочитайте задачу.

- Изобразим краткое условие задачи в виде чертежа.

- Как двигались объекты? (В противоположных направлениях)

- Что известно в задаче? (Скорость велосипедиста 12 км/ч, скорость пешехода 4 км/ч)

- Покажем эти данные на чертеже.

- За одно и тоже время что будет происходить с участниками движения? (Велосипедист и пешеход будут удаляться друг от друга.)

- На какое общее расстояние по условию задачи удалится велосипедист от пешехода? (Расстояние между ними будет 16 км)

- Какой вопрос задачи? Обозначим его на чертеже.

Поиск решения методом синтеза.

- Что можно сказать о времени движения велосипедиста и пешехода? (Оно было одинаковым, т.к. они двигались одновременно)

- Зная, скорости велосипедиста и пешехода и что они двигались одновременно, удаляясь друг от друга, какую скорость можно узнать? (Скорость удаления)

- Зная всё расстояние и скорость удаления, что можно узнать? (Время в пути или время до встречи)

План решения.

Найдём скорость удаления. Действием сложения.

Найдём время. Для этого расстояние разделим на полученную скорость.

Запись решения в виде выражения.

Запись ответа.

2. Сравнение задач.

- Сравним эти четыре задачи.

- Чем похожи задачи? (Все задачи на движение. Во всех задачах надо найти время по известному расстоянию и найденной скорости. Все задачи решаются в два действия)

- Чем отличаются задачи? (В задачах показаны четыре различных вида движения: навстречу друг другу, «вдогонку», в одном направлении, в противоположных направлениях. В одних задачах находим скорость сближения, а других - скорость удаления, поэтому разные первые действия в задачах и разные ответы.)

Приложение 3

Результаты опытно-экспериментальной работы

Таблица 1. Вариант работы констатирующего этапа

Цель задания	*Содержание задания*
Проверить умение решать простые задачи на движение	Запиши условие в виде таблицы, формулу нахождения неизвестной величины и решение задачи: А) Пешеход за 3 ч прошел 12 км. Сколько километров он проходил в час? Какова скорость пешехода? Б) Скорость велосипедиста 12 км/ч. Какой путь он проедет за 3 ч? В) За сколько часов поезд прошел 180 км, если его скорость 60 км/ч?
Проверить умение решать задачи на встреное движение	Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 36 км. Скорость первого 10 км/ч, второго 8 км/ч. Через сколько часов они встретятся?
Проверить умение решать задачу на движение в противоположных направлениях	От пристани в противоположных направлениях вышли 2 теплохода. Через 4 часа они находились друг от друга на расстоянии 224 км. Один из них шел со скоростью 30 км в час. С какой скоростью шел другой теплоход?»
Проверить умение решать задачу на движение в одном направлении	Из двух пунктов, расстояние между которыми 6 км, вышли в одном направлении 2 лыжника. Один из них шел со скоростью 11 км/ч, другой – 8 км/ч. Через сколько часов первый догонит второго лыжника и какое расстояние он пройдет?

Таблица 2. Результаты констатирующего этапа

№	*ФИ уч-ся*	*Вопросы//набранное количество баллов*				*Сумма баллов*	*Оценка*
		1	*2*	*3*	*4*		
1.	Елизавета Б.	3	3	3	3	12	3
2.	Егор Б.	3	5	4	4	16	4
3.	Анастасия В.	3	3	4	3	13	3
4.	Илья Г	5	5	5	5	20	5
5.	Софья Д.	4	3	3	3	13	3
6.	Кирилл Д	4	3	4	4	15	4
7.	Арсений Ж.	3	3	3	3	12	3
8.	Богдан К.	5	5	5	5	20	5
9.	Алиса К.	3	3	2	2	10	2
10.	Ульяна К.	5	5	5	4	19	5
11.	Анастасия К	5	4	4	4	17	4
12.	Эвелина К.	3	3	2	2	10	2
13.	Наргиля М.	3	3	3	3	12	3
14.	Нелли М.	5	5	4	4	18	5

15.	Егор М.	3	3	3	3	12	3
16.	Орхан М.	3	2	2	2	9	2
17.	Наиль Н.	3	3	3	3	12	3
18.	Полина Н.	4	3	4	4	15	4
19.	Владислава Н.	3	3	4	3	13	3
20.	Артур Н	5	4	4	4	17	4
21.	Артём О.	5	3	3	3	14	3
22.	Виктория Т.	3	3	3	3	12	3
23.	Александр С.	3	3	4	4	14	3
24.	Арсений С.	5	4	4	4	17	4
25.	Виктория Тр.	3	3	4	4	14	3
26.	Полина Т.	5	4	4	4	17	4
27.	Ярослав Ф.	4	3	4	4	15	4

Перевод баллов в оценки:

Количество баллов	***Проценты***	***Оценка***
18 - 20	90 - 100	5
15 - 17	75 - 89	4
12 - 14	55 - 74	3
11 и меньше	54 и меньше	2

Таблица 3. Вариант работы контрольного этапа

Цель задания	***Содержание задания***
Проверить умение решать простые задачи на движение	Запиши условие в виде таблицы, формулу нахождения неизвестной величины и решение задачи: А) За сколько часов поезд прошел 180 км, если его скорость 60 км/ч? Б) Пешеход за 3 ч прошел 12 км. Сколько километров он проходил в час? Какова скорость пешехода? В) Скорость велосипедиста 12 км/ч. Какой путь он проедет за 3 ч?
Проверить умение решать задачи на встреное движение	Два лыжника выехали одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 88 км. Скорость первого 12 км/ч, второго 10 км/ч. Через сколько часов они встретятся?
Проверить умение решать задачу на движение в противоположных направлениях	От вокзала в противоположных направлениях вышли 2 поезда. Через 2 часа они находились друг от друга на расстоянии 220 км. Один из них шел со скоростью 60 км в час. С какой скоростью шел другой поезд?»
Проверить умение решать задачу на движение в одном направлении	Из двух пунктов, расстояние между которыми 4 км, выехали в одном направлении 2 велосипедиста. Один из них шел со скоростью 14 км/ч, другой – 12 км/ч. Через сколько часов первый догонит второго лыжника и какое расстояние он пройдет?

Таблица 4. Результаты контрольного этапа

№	ФИ уч-ся	Вопросы//набранное количество баллов				Сумма баллов	Оценка
		1	2	3	4		
1	Елизавета Б.	4	3	3	3	13	3
2.	Егор Б.	4	5	4	4	17	4
3.	Анастасия В.	4	4	4	3	15	4
4.	Илья Г	5	5	5	5	20	5
5.	Софья Д.	4	4	4	3	15	4
6.	Кирилл Д	4	3	4	4	15	4
7.	Арсений Ж.	4	3	3	3	13	4
8.	Богдан К.	5	5	5	5	20	5
9.	Алиса К.	3	3	3	3	12	3
10.	Ульяна К.	5	5	5	4	19	5
11.	Анастасия К	5	5	4	4	18	5
12.	Эвелина К.	3	3	3	2	11	2
13.	Наргиля М.	3	4	3	3	13	3
14.	Нелли М.	5	5	4	4	18	5
15.	Егор М.	3	3	3	3	12	3
16.	Орхан М.	3	3	2	2	10	2
17.	Наиль Н.	3	4	3	3	13	3
18.	Полина Н.	4	4	4	4	16	4
19.	Владислава Н.	3	3	4	3	13	3
20.	Артур Н	5	4	5	4	18	5
21.	Артём О.	5	4	3	3	15	4
22.	Виктория Т.	3	3	3	3	12	3
23.	Александр С.	3	3	4	4	14	3
24.	Арсений С.	5	4	5	4	18	5
25.	Виктория Тр.	4	3	4	4	15	4
26.	Полина Т.	5	4	4	4	17	4
27.	Ярослав Ф.	4	4	4	4	16	4

Перевод баллов в оценки:

Количество баллов	***Проценты***	***Оценка***
18 - 20	90 - 100	5
15 - 17	75 - 89	4
12 - 14	55 - 74	3
11 и меньше	54 и меньше	2

Приложение 4

Описание расчётов и результаты статистического анализа с использованием Т-критерия Вилкоксона

В «Математических методах в психологии» Л.С. Титкова даёт характеристику и условия применения этого критерия: «Критерий применяется для сопоставления показателей, измеренных в двух разных условиях на одной и той же выборке испытуемых» [35, с.32].

Суть метода состоит в сравнении сдвигов в том и ином направлениях по абсолютной величине. Для этого сначала ранжируются все абсолютные величины сдвигов, а потом суммируются ранги. Если сдвиги в положительную и в отрицательную сторону происходят случайно, то суммы рангов абсолютных значений их будут примерно равны. Если же интенсивность сдвига в одном из направлений перевешивает, то сумма рангов абсолютных значений сдвигов в противоположную сторону будет значительно ниже, чем это могло бы быть при случайных изменениях [35, с.32]

Первоначально исходят из предположения о том, что типичным сдвигом будет сдвиг в более часто встречающемся направлении, а нетипичным, или редким, сдвигом – сдвиг в более редко встречающемся направлении [35, с.32]

Т-критерий Вилкоксона предлагает две гипотезы:

1. Интенсивность сдвигов в типичном направлении не превосходит интенсивности сдвигов в нетипичном направлении.

2. Интенсивность сдвигов в типичном направлении превышает интенсивность сдвигов в нетипичном направлении [35, с.32]

Ограничения в применении Т-критерия Вилкоксона:

1) Минимальное количество испытуемых, прошедших измерения в двух условиях – 5 человек.

2) Максимальное количество испытуемых – 50 человек, что диктуется верхней границей имеющихся таблиц. Критические значения Т приведены ниже в таблице 4.

3) Нулевые сдвиги из рассмотрения исключаются [35, с.32]

Первый шаг в подсчете Т-критерия Вилкоксона– вычитание каждого индивидуального значения «до» из значения «после» выполнен в Таблице 1.

Таблица 1. Первый шаг в подсчете Т-критерия Вилкоксона

№ п/п	До измерения, $t_{до}$	После измерения, $t_{после}$	Разность ($t_{до}$-$t_{после}$)	Абсолютное значение разности
	Констатирующий этап	**Контрольный этап**	**Разность значений**	**Абсолютное значение разности**
1	12	13	1	1
2	16	17	1	1
3	13	15	2	2
4	20	20	0	0
5	13	15	2	2
6	15	15	0	0
7	12	13	1	1
8	20	20	0	0
9	10	12	2	2
10	19	19	0	0
11	17	18	1	1
12	10	11	1	1
13	12	13	1	1
14	18	18	0	0
15	12	12	0	0
16	9	10	1	1
17	12	13	1	1
18	15	16	1	1
19	13	13	0	0
20	17	18	1	1
21	14	15	1	1
22	11	12	1	1
23	14	14	0	0
24	17	18	1	1
25	14	15	1	1
26	17	17	0	0
27	15	16	1	1

Следующий шаг - нахождение разности значений и абсолютной величины этой разности (т.к. разность может быть отрицательным числом) Исключаем нулевые значения и выстраиваем по рангу

Так как в матрице имеются связанные ранги (одинаковый ранговый номер) 1-го ряда, произведем их переформирование. Переформирование рангов производиться без изменения важности ранга, то есть между ранговыми номерами должны сохраниться соответствующие соотношения (больше, меньше или равно). Выбираем ранг не выше 1 и ниже значения равного количеству параметров (в данном случае n = 18). Переформирование рангов производится в таблице 2.

Таблица 2. Таблица рангов после исключения нулевых значений

Номера мест в упорядоченном ряду	***Расположение факторов по оценке эксперта***	***Новые ранги***
1	1	8
2	1	8
3	1	8
4	1	8
5	1	8
6	1	8
7	1	8
8	1	8
9	1	8
10	1	8
11	1	8
12	1	8
13	1	8
14	1	8
15	1	8
16	2	17
17	2	17
18	2	17

Собираем две предыдущие таблицы (Таблица 1 и Таблица 2) в одну – Итоговую таблицу 3

Таблица 3. Итоговая таблица Т-критерия Вилкоксона

До измерения, $t_{до}$	После измерения, $t_{после}$	Разность ($t_{до}$-$t_{после}$)	Абсолютное значение разности	Ранговый номер разности
Констатирующий этап	**Контрольный этап**	**Разность значений**	**Абсолютное значение разности**	**Ранговый номер разности**
12	13	1	1	8
16	17	1	1	8
13	15	2	2	17
13	15	2	2	17
12	13	1	1	8
10	12	2	2	17

17	18	1	1	8
10	11	1	1	8
12	13	1	1	8
9	10	1	1	8
12	13	1	1	8
15	16	1	1	8
17	18	1	1	8
14	15	1	1	8
11	12	1	1	8
17	18	1	1	8
14	15	1	1	8
15	16	1	1	8
			Сумма:	**171**

Найдём сумма по столбцу рангов равна $\sum=171$.

Проверим правильность составления матрицы на основе исчисления контрольной суммы:

Error! (1)

Сумма по столбцу и контрольная сумма равны между собой, значит, ранжирование проведено правильно.

Теперь надо отметить те направления, которые являются *нетипичными,* в данном случае – *отрицательными*. Сумма рангов этих «редких» направлений составляет эмпирическое значение критерия T:

$$T_{эмп}=\sum R_t==0; \quad T_{эмп}=0\ , \qquad (2)$$

так как в таблице нет отрицательных значений.

Таблица 4. Критических значений T-критерия Вилкоксона

n	**p <0,05**	**p <0,01**
5	0	—
6	2	—
7	3	0
8	5	1
9	8	3
10	10	5
11	13	7
12	17	9
13	21	12
14	25	15
15	30	19
16	35	23

17	41	27
18	47	32
19	53	37
20	60	43
21	67	49
22	75	55
23	83	62
24	91	69
25	100	76
26	110	84
27	119	92
28	130	101
29	140	110
30	151	120
31	163	130
32	175	140
33	187	151
34	200	162
35	213	173
36	227	185
37	241	198
38	256	211
39	271	224
40	286	238
41	302	252
42	319	266
43	336	281
44	353	296
45	371	312
46	389	328
47	407	345
48	426	362
49	446	379
50	466	397