

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Кафедра-разработчик

Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА

(МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ)

Направление подготовки: 44.03.05 «Педагогическое образование»

Направленность (профиль) образовательной программы

«Математика и информатика»

(квалификация (степень) – бакалавр)

Красноярск 2022

Рабочая программа дисциплины «Элементарная математика (теория вероятностей, математический анализ)» актуализирована доктором педагогических наук, профессором Л.В. Шкериной

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математического анализа и методики обучения математике в вузе «04 мая 2022, протокол № 8

Заведующий кафедрой  Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева

"12" мая 2022г., протокол №8



Председатель  С.В. Бортновский

Рабочая программа дисциплины «Элементарная математика (теория вероятностей, математический анализ)» актуализирована доктором педагогических наук, профессором Л.В. Шкериной

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математического анализа и методики обучения математике в вузе «12» мая 2021, протокол № 8

Заведующий кафедрой  Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева

"21" мая 2021г., протокол №7



Председатель  С.В. Бортновский

Рабочая программа дисциплины «Элементарная математика (теория вероятностей, математический анализ)» составлена доктором физико-математических наук, профессором Е.Н. Михалкиным; доктором педагогических наук, профессором Л.В. Шкериной

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании выпускающей кафедры математики и методики обучения математике
протокол № 7, 08 мая 2019 г.

Заведующий кафедрой

доктор пед. наук, профессор



Л.В. Шкерина

Одобрено НМСС(Н)

Института математики, физики и информатики

протокол № 8, 16 мая 2019 г.

Председатель



С.В. Бортновский

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочую программу дисциплины
на 2022/2023 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

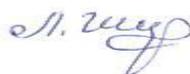
Расширен состав задач по теории вероятностей для организации самостоятельной работы студентов в соответствии с новым ФГОС ООО (2021 г.)

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
4 мая 2022г., протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Шкерина Людмила Васильевна



Одобрено НМС ИМФИ
12 мая 2022 г., протокол №8

Председатель

Бортновский Сергей Витальевич



Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочую программу дисциплины
на 2021/2022 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

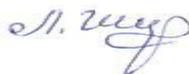
Усилена практическая направленность изучения дисциплины за счет проведения 4 часов лабораторных занятий в виде практических занятий (решение задач практической направленности средствами комбинаторики).

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
12 мая 2021г., протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Шкерина Людмила Васильевна



Одобрено НМС ИМФИ
21 мая 2021 г., протокол №7

Председатель

Бортновский Сергей Витальевич



1. Пояснительная записка

1. Рабочая программа по дисциплине «Элементарная математика (математический анализ и теория вероятностей)» отвечает требованиям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (далее – ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (уровень бакалавр), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 02 марта 2016 г. N 41305 и профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 октября 2013 г. №544н.

Рабочая программа по дисциплине «Элементарная математика (математический анализ и теория вероятностей)» включает пояснительную записку, организационно-методические материалы, компоненты мониторинга учебных достижений обучающихся и учебные ресурсы.

Данная дисциплина «Элементарная математика (математический анализ и теория вероятностей)» включена в список дисциплин обязательной части Б1.ОДП.05.01.01.02 в 9-9А семестрах (5 курс) учебного плана по очной форме обучения.

2. Трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов общего объема времени. 24 час. – лабораторных занятий (в том числе 4 часа проводятся в форме практических занятий). Форма промежуточной аттестации - зачет.

3. **Цель освоения дисциплины:** формирование и развитие знаний, умений и профессиональных компетенций обучающихся в области использования знаний и методов математического анализа и теории вероятностей в решении нестандартных задач школьных курсов математики.

Планируемые результаты обучения

Задачи освоения дисциплины	Планируемые результаты обучения по дисциплине (дескрипторы)	Код результата обучения (компетентность)
<i>Задача:</i> формирование умений обучающихся использовать знания и методы комбинаторики и теории вероятностей для решения нестандартных задач школьных курсов математики.	Знать: основные положения и методы комбинаторики и теории вероятностей, которые востребованы при решении нестандартных задач школьных курсов математики. Уметь: применять методы комбинаторики и теории вероятностей, которые востребованы при решении нестандартных задач школьных курсов математики. Владеть основными способами решения нестандартных задач школьных курсов математики, основанными на методах	Проекция задачи на компетенции ОПК-5. Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в

	комбинаторики и теории вероятностей	обучении. ОПК-6. Способен использовать психолого-педагогические технологии в профессиональной деятельности, необходимые для индивидуализации обучения, развития, воспитания, в том числе обучающихся с особыми образовательными потребностями
Задача: расширение методов решения тригонометрических задач ЕГЭ по математике.	Знать: определение и основные свойства тригонометрических функций. Уметь: решать тригонометрические уравнения и неравенства. Владеть: основными приемами решения тригонометрических уравнений и неравенств.	ОПК-5. Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении.
Задача: расширение методов решения логарифмических и показательных уравнений и неравенств ЕГЭ по математике.	Знать: определение и основные свойства показательной и логарифмической функций. Уметь: решать показательные и логарифмические уравнения и неравенства. Владеть: основными приемами решения логарифмических и показательных и неравенств.	ОПК-6. Способен использовать психолого-педагогические технологии в профессиональной деятельности, необходимые для индивидуализации обучения, развития, воспитания, в том числе обучающихся с особыми образовательными потребностями

<p>Задача: расширение методов решения задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функций, а также нахождения экстремумов функций.</p>	<p>Знать: понятие производной; связь между знакопостоянством производной и монотонностью функции. Уметь: вычислять производную функции, решать рациональные и алгебраические неравенства. Владеть: навыками вычисления производной, а также приемами решения уравнений и неравенств.</p>	<p>ОПК-5. Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении.</p>
<p>Задача: расширение и углубление методов доказательства тождеств и неравенств.</p>	<p>Знать: понятие производной, геометрический смысл производной, основные свойства определенного интеграла. Уметь: вычислять производную функции, неопределенный и определенный интегралы. Владеть: основными приемами вычисления интеграла и производной.</p>	<p>ОПК-6. Способен использовать психолого-педагогические технологии в профессиональной деятельности, необходимые для индивидуализации обучения, развития, воспитания, в том числе обучающихся с особыми образовательными потребностями.</p>

5. В процессе обучения дисциплины будут использоваться разнообразные виды деятельности обучающихся, организационные формы и методы обучения: практические занятия, самостоятельная работа, рейтинговая технология, индивидуальная, фронтальная, групповая формы организации учебной деятельности обучающихся, их сочетание и др.

6. Перечень образовательных технологий: современное традиционное обучение, педагогика сотрудничества, проблемное обучение, информационно-коммуникационные технологии.

1. Организационно-методические документы

1. 1. Технологическая карта освоения дисциплине

по очной форме обучения

(общая трудоемкость дисциплины 3 з.е.)

9 семестр

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контакт т.	Лекции	Лаб.	Практич.	КРЗ	Сам. работы	КРЭ	Контроль
Базовый раздел №1. «Комбинаторика и теория вероятностей».	32	12		12			20		
Тема 1.1. «Комбинаторные методы решения задач школьного курсов математики». <i>Решение практических задач.</i>	16	6		2	4		10		
Тема 1.2. «Методы теории вероятностей в решении школьных задач по математике»	16	6		6			10		
Базовый раздел №2. «Использование свойств функции при решении уравнений и неравенств. Задачи с параметром».	39,75	12		12			27,75		
Тема 2.1. «Использование свойств функции при решении рациональных, иррациональных, логарифмических, а также показательных уравнений и неравенств»	20	8		8			12		
Тема 2.2. «Решение уравнений и неравенств с параметром»	19,75	4		4			15,75		
Форма промежуточной аттестации по учебному плану - ЗАЧЕТ	0,25	0,25				0,25			

ИТОГО	72	24,25	0	20	4	0,25	47,75	0	0
-------	----	-------	---	----	---	------	-------	---	---

А семестр

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контакт т.	Лекции	Лаб.	Практич.	КРЗ	Сам. работы	КРЭ	Контроль
Базовый раздел №3. «Применение производной и интеграла»	35,75	24		24			11,75		
Тема 3.1. «Геометрический смысл производной. Исследование функций с помощью производной»	17	12		12			5		
Тема 3.2. «Применение интегральных методов при доказательстве некоторых задач анализа»	18,75	12		12			6,75		
Форма промежуточной аттестации по учебному плану - ЗАЧЕТ	0,25	0,25				0,25			
ИТОГО	36	24,25	0	24	0	0,25	11,75	0	0
Всего по дисциплине	108	48,5	0	44	4	0,5	59,5	0	0

Образовательная деятельность по образовательной программе проводится:

1) в форме контактной работе.

Контактные часы = Аудиторные часы + КРЗ + КРЭ

Аудиторные часы = Лекции + Лабораторные + Практические.

КРЗ – контактная работа на зачете.

КРЭ – контактная работа на экзамене.

2) в форме самостоятельной работы обучающихся – работы обучающихся без непосредственного контакта с преподавателем;

3) в **иных формах**, определяемых рабочей программой дисциплины.

Контроль – часы на подготовку к экзамену по очной и заочной формам обучения, часы на подготовку к зачету по заочной форме обучения.

ИТОГО часов = контактные часы + самостоятельная работа+ контроль

1.2. Содержание основных разделов и тем дисциплины

Рабочая программа включает содержание дисциплины, распределенного по трем разделам.

Базовый раздел №1. «Комбинаторика и теория вероятностей».

Тема: «Комбинаторные методы решения задач школьного курса математики». Основные правила комбинаторики (сумма и произведение). Размещения. Перестановки. Сочетания. Основные задачи комбинаторики. Основы комбинаторики в школьном курсе алгебры. Комбинаторные задачи. Комбинированные задачи. *Решение практических задач.*

Тема: «Методы теории вероятностей в решении школьных задач по математике». Случайные события. Вероятность случайного события (классическое определение). Вычисление вероятности. Основные теоремы вероятности суммы и произведения независимых и зависимых событий. Геометрическая и статистическая вероятность случайного события. Формула Бернулли. Задачи на вычисление вероятности события. Комбинированные методы решения нестандартных задач на вычисление вероятности случайного события.

Базовый раздел 2. «Использование свойств функции при решении уравнений и неравенств. Задачи с параметром».

Тема: «Использование свойств функции при решении рациональных, иррациональных, логарифмических, а также показательных уравнений и неравенств».

Использование ограниченности, монотонности, а также четности (нечетности) функции при решении уравнений и неравенств.

Тема: «Решение уравнений и неравенств с параметром».

Применение различных методов (геометрических, аналитических) при решении задач с параметром.

Базовый раздел 3. «Применение производной и интеграла»

Тема: «Геометрический смысл производной. Исследование функций с помощью производной».

Исследование различных свойств функций с помощью производной. Доказательство неравенств и тождеств с помощью производной.

Тема: «Применение интегральных методов при доказательстве некоторых задач анализа».

Применение интеграла при доказательстве тождеств и неравенств.

Вычисление площадей фигур с помощью интеграла.

Методические рекомендации по освоению дисциплины (методические материалы)

Основным видом учебной деятельности является решение задач. В рамках каждого занятия студенту предлагается обязательный перечень задач.

По каждой теме проводится проверочная работа. По каждому разделу проводится контрольная работа.

Раздел 1. «Комбинаторика и теория вероятностей».

ЗАНЯТИЕ № 1. Основные правила комбинаторики (сумма и произведение).

Задача 1. Сколько различных трехзначных чисел, в записи которых цифры могут повторяться, можно записать с помощью цифр: 1, 2, 3, 4? (Отв. 64).

Задача 2. Сколько различных трехзначных чисел можно записать с помощью цифр: 5, 6, 7, 8, 9 при условии, что цифры в числе: 1) могут повторяться; 2) должны быть различными? (отв. 125; 60).

Задача 3. Сколько различных трехзначных чисел можно записать с помощью цифр 6, 7, 8, 9, 0 при условии, что цифры в числе: 1) могут повторяться; 2) должны быть различными? (отв. 100; 48).

Задача 4. Из цифр 1, 2, 3, 5 составили все возможные четырехзначные числа (без повторения цифр). Сколько среди них таких чисел, которые больше 2000, но меньше 5000? (отв. 12).

Задача 5. Имеется 6 видов овощей. Решено приготовить салат из трех видов. Сколько различных (по сочетанию видов овощей) вариантов салатов можно приготовить? (отв. 120).

Задача 6. Несколько стран в качестве символа своего государства решили использовать флаг в виде четырех горизонтальных полос, одинаковых по ширине, но разных по цвету: белый, синий, красный, зеленый. У каждой страны свой, отличный от других, флаг.

А) Сколько всего стран могут использовать такую символику?

Б) Сколько всего стран могут использовать такую символику с верхней белой полосой?

В) Сколько всего стран могут использовать такую символику с нижней зеленой полосой?

Г) Сколько всего стран могут использовать такую символику с синей и красной полосами, расположенными рядом? (отв. 24; 6; 6; 12).

Задача 7. В контрольной работе будет 5 задач – по одной из каждой пройденной теме. Задачи будут взяты из общего списка по 10 задач в каждой теме, а всего было пройдено 5 тем. При подготовке к контрольной Никита решил только по 8 задач в каждой теме. Найдите:

А) общее число всех возможных вариантов контрольной работы;

Б) число тех вариантов, в которых Никита умеет решать все пять задач;

В) число тех вариантов, в которых Никита не сможет решить ни одной задачи;

Г) число тех вариантов, в которых Никита умеет решать все задачи, кроме первой.

(отв. 10^5 ; 8^5 ; 2^5 ; $2 \cdot 8^4$).

Задача 8. В клетки квадратной таблицы 2×2 произвольно ставят крестики и нолики.

А) Сколькими способами можно заполнить эту таблицу?

Б) В скольких случаях в левой нижней клетке будет стоять крестик?

В) В скольких случаях в верхней левой и нижней правой клетках будут разные значки?

Г) Решите задачи пунктов А), Б) и В) для таблицы 3×3 . (отв. 2^4 ; 2^3 ; $4+4=8$; Г) 2^9 ; 2^8 ; 2^7+2^7).

Задача 9. Сколькими различными способами можно назначить двух учеников на дежурство по столовой, если в классе 24 учащихся? (отв. 276)

Задача 10. Имеется 7 книг, причем две из них одинаковые, а остальные книги отличаются от этих двух и различны между собой. Сколькими способами можно расставить эти книги на книжной полке при условии, что одинаковые книги в любой последовательности должны стоять рядом? (отв. 720).

Задача 11. Современные пятиборцы в течение двух дней участвуют в соревновании по следующим видам спорта: конкур (кросс на лошадях), фехтование, плавание, стрельба, бег.

А) Сколько существует вариантов порядка прохождения видов соревнования?

Б) Сколько существует вариантов порядка прохождения видов соревнования, если известно, что последним видом должен быть бег?

В) Сколько существует вариантов порядка прохождения видов соревнования, если известно, что последним видом должен быть бег, а первым - конкур?

Г) Сколько существует вариантов, в которых конкур и фехтование не проходят подряд?

(отв. 120; 24; 6; $120-48=72$).

ЗАНЯТИЕ 2. Размещения. $A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-m+1)$.

Задача 1. Из трех стаканов сока – ананасового, брусничного и ананасового – Иван решил последовательно выбрать два. Сколькими способами он может это сделать? (отв. 6).

Задача 2. Сколькими способами могут быть заняты первое, второе и третье места (по одному человеку на место) на соревнованиях, в которых участвуют 6 человек? (отв. 120).

Задача 3. Сколькими способами может разместиться семья из трех человек в четырехместном купе, если других пассажиров в купе нет? (отв. 24).

Задача 5. Из 30 участников собрания надо выбрать председателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать? (отв. 870).

Задача 6. Сколькими способами можно изготовить трехцветный флаг с горизонтальными полосами, если имеется материал 7 различных цветов? (отв. 210).

Задача 7. На странице альбома 6 свободных мест для фотографий. Сколькими способами можно вложить в свободные места: а) 2 фотографии; б) 4 фотографии; в) 6 фотографий? (отв.30; 360; 720).

Задача 8. Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых все цифры различные и первая цифра отлична от нуля? (отв. 544 320).

Задача 9. Номер автомобиля в некотором городе состоит из двух различных букв, взятых из набора М, Н, К, Т, С, и трех различных цифр. Сколько машин можно обеспечить такими номерами? (отв. 14 400).

Задача 10. Сколько команд участвовало в финале первенства, если известно, что каждая команда сыграла с каждой из остальных по одной игре на своем поле и по одной игре на поле соперника, причем всего было сыграно 30 игр? (отв. 6).

Задача 11. Из группы туристов требуется выбрать дежурного и его помощника. Если туристов было бы на одного больше, то возможностей выбора было бы в 1,25 раза больше. Сколько туристов в группе? (отв.9).

Задача 12. Сколькими способами четыре пассажира – Алексеев, Смирнов, Федоров и Харитонов – могут разместиться в 9 вагонах поезда, если: а) все хотят ехать в разных вагонах; б) Алексеев и Смирнов хотят ехать в одном вагоне, а Федоров и Харитонов – в других вагонах, причем различных? (отв. 3024; 504).

ЗАНЯТИЕ 3. Перестановки. $P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!$

Задача 1. Сколькими способами могут встать в очередь в билетную кассу 5 человек? (отв. 120).

Задача 2. Сколькими способами 4 человека могут разместиться на четырехместной лавке? (отв. 24).

Задача 3. У Алексея на обед – первое, второе, третье блюда и пирожное. Он обязательно начнет с пирожного, а все остальное съест в произвольном порядке. Найдите число возможных вариантов обеда. (отв.6).

Задача 4. Четыре друга купили билеты в кино: на 1-е и 2-е места в первом ряду и на 1-е и 2-е места во втором ряду. Сколькими способами друзья могут занять эти места в кинотеатре? (отв. 24).

Задача 5. Ольга помнит, что телефон подруги оканчивается цифрами 5, 2, 4, но забыла, в каком порядке эти цифры следуют. Укажите наибольшее число вариантов, которые ей придется перебрать, чтобы дозвониться подруге? (отв.6).

Задача 6. Сколько шестизначных чисел (без повторения цифр) можно составить из цифр: а) 1, 2, 5, 6, 7; б) 0, 2, 5, 6, 7, 8? (отв. 720; 600).

Задача 7. Сколько среди четырехзначных чисел (без повторения цифр), составленных из цифр 3, 5, 7, 9, таких, которые: а) начинаются с цифры 3; б) кратны 15? (отв. а) 6; б) 6).

Задача 8. Сколькими способами 5 мальчиков и 5 девочек могут занять в театре в одном ряду места с 1 по 10? Сколькими способами они могут это сделать, если мальчики будут сидеть на нечетных местах, а девочки – на четных? (отв. 3 628 800; 14 400).

Задача 9. Сколько различных четных пятизначных чисел, все цифры которых различны, можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5? (отв. 48).

Задача 10. Сколькими способами можно закрасить 6 клеток так, чтобы 2 клетки были покрашены красным цветом, а 4 другие – белым, черным, зеленым и синим (каждым цветом одна клетка)? (отв. 360).

Задача 11. Сколькими способами можно закрасить 6 клеток таким образом, чтобы 3 клетки были красными, а 3 оставшиеся были покрашены (каждая своим цветом) белым, черным или зеленым? (отв. 120).

Задача 12. Сколько четных четырехзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно записать с помощью цифр: а) 1, 2, 3, 7; б) 1, 2, 3, 4? (отв. а) 6; б) 12).

ЗАНЯТИЕ 4. Сочетания.

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Задача 1. В классе 7 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двух для участия в математической олимпиаде? (отв. 21).

Задача 2. Из лаборатории, в которой работает заведующий и 10 сотрудников, надо отправить 5 человек в командировку. Сколькими способами это можно сделать, если: а) заведующий лабораторией должен ехать в командировку; б) заведующий лабораторией должен остаться? (отв. а) 210; б) 252).

Задача 3. В классе учатся 16 мальчиков и 12 девочек. Для уборки территории требуется выделить 4 мальчиков и 3 девочек. Сколькими способами это можно сделать? (отв. 400 400).

Задача 4. В библиотеке читателю предложили на выбор из новых поступлений 10 книг и 4 журнала. Сколькими способами он может выбрать из них 3 книги и 2 журнала? (отв. 720).

Задача 5. Для ремонта школы прибыла бригада из 12 человек. Трех из них надо отправить на четвертый этаж, а четырех – на пятый этаж. Сколькими способами это можно сделать? (отв. 27 720).

Задача 6. В 9 «а» классе учатся 25 учащихся, в 9 «б» - 20 учащихся, а в 9 «в» - 18 учащихся. Для работы на пришкольном участке надо выделить 3 учащихся из 9 «а» класса, 2 – из 9 «б» и одного - из 9 «в». Сколько существует способов выбора учащихся для работы на пришкольном участке? (отв. 7 866 000).

Задача 7. Из колоды в 36 карт вынимают 5 карт. Найдите: а) число всех возможных вариантов выбора; б) число вариантов, при которых среди вынутых карт есть 4 туза; в) число вариантов, при которых все вынутые карты – пики; г) число вариантов, при которых все вынутые карты одной масти? (отв. а)376 992; б) 32; в) 126; г) 504).

Задача 8. По списку в 9 классе 15 девочек и 13 мальчиков. Нужно выделить группу из трех человек для посещения заболевшего одноклассника. Сколькими способами это можно сделать, если: а) все члены этой группы должны быть девочками; б) все члены этой группы должны быть мальчиками; в) в группе должны быть одна девочка и два мальчика; г) в группе должны быть две девочки и один мальчик? (отв. а)455; б) 286; в) 1170; г) 1365).

Задача 9. В оперном театре 10 певцов и 8 певиц, а в опере по замыслу композитора 5 мужских и 3 женских партии. Сколько существует различных певческих составов для спектакля, если известно, что: а) все певцы и певицы прекрасно ладят между собой; б) певцы А и Б ни за что не будут петь вместе; в) певец А будет петь тогда и только тогда, когда будет петь певица В; г) 6 певцов накануне сорвали голос на футболе, и одной певице придется петь мужскую партию? (отв. а) 14 122; б) 10 976; в) 7 056; г) 280).

Задача 10. Двенадцать рабочих надо разбить на три бригады по 4 человека. а) сколько может быть различных составов бригад? б) сколько из них тех, в которых рабочие А, Б, В окажутся вместе? в) сколько из них тех, в которых рабочие Д и Е окажутся вместе? г) сколько из них тех, в которых рабочие А, Б, В по одному окажутся в разных бригадах? (отв. а) 34 650; б) 630; в) 3 150; г) 1 680).

ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА

Комбинированные задачи.

Задача 1. Из 20 вопросов к экзамену Лена 12 вопросов выучила, 5 совсем не смотрела, а в остальных что-то знает, а что-то нет. На экзамене в билете будет три вопроса.

а) сколько существует вариантов билетов?

б) сколько из них тех, в которых Лена знает все вопросы;

в) сколько из них тех, в которых есть вопросы всех трех типов;

г) сколько среди них тех, в которых Лена выучила большинство вопросов?

(отв. а) 1140; б) 220; в) 180; г) 748).

Задача 2. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 составили все возможные трехзначные числа (с повторением цифр). Сколько среди них таких, сумма цифр которых равна: а) 3; б) 4; в) 6? (отв. а) 1; б) 3; в) 10).

Задача 3. Встретились несколько человек и стали здороваться друг с другом. Известно, что рукопожатий было от 60 до 70. Сколько человек встретились, если известно, что:

- а) каждый здоровался с каждым;
 - б) только один человек не здоровался ни с кем;
 - в) только двое не поздоровались между собой;
 - г) четверо поздоровались только между собой?
- (отв. а) 12; б) 13; в) 12; г) 15).

ЗАНЯТИЕ 5. Случайные события.

Задача 1. Перечислить все элементарные равновозможные события, которые могут произойти в результате:

- 1) подбрасывания одной монеты;
- 2) подбрасывание игрального кубика;
- 3) раскручивания стрелки рулетки, поверхность которой разделена на 5 одинаковых секторов, обозначенных буквами А, В, С, Д, Е. (отв.: 1) 2; 2) 6; 3) 5).

Задача 2. Имеется правильная треугольная пирамида – тетраэдр. Одна из ее граней серая, а три другие белые. Тетраэдр бросают на стол и наблюдают за гранью, которой он соприкасается со столом. Являются ли равновозможными события «тетраэдр упал на серую грань» и «тетраэдр упал на серую грань»? (отв.: неравновозможные).

Задача 3. Бросается игральный кубик, у которого:

- 1) две грани окрашены в красный цвет, а четыре – в желтый;
- 2) три грани окрашены в красный цвет, а остальные – в желтый.

Являются ли равновозможными события «выпала желтая грань» и «выпала красная грань»?

Задача 4. Из полной колоды в 36 карт наугад вынимается одна карта. Являются ли равновозможными события:

- 1) «вынута карта красной масти» и «вынута карта черной масти»;
- 2) «вынут король» и «вынута дама»;
- 3) «вынута карта бубновой масти» и «вынута карта червовой масти»;
- 4) «вынута карта пиковой масти» и «вынута карта красной масти»;
- 5) «вынута шестерка треф» и «вынута дама пик»?

Задача 5. Назовите событие, для которого противоположным является такое событие:

- а) на контрольной работе больше половины класса получили пятерки;
- б) все семь пульек в тире у меня попали мимо цели;
- в) в нашем классе все умные и красивые;
- г) в кошельке у меня есть или пять рублей одной монетой, или десять рублей одной купюрой.

Задача 6. Назвать событие, противоположное указанному в данном опыте:

- 1) при бросании монеты выпала решка;
- 2) при бросании игральной кости выпало 5 очков;
- 3) при бросании игральной кости выпало четное число очков;
- 4) Алеша вытащил выигрышный билет в розыгрыше лотереи;
- 5) После раскручивания стрелки рулетки, разделенной на четыре равных сектора, она остановилась на секторе 4;
- 6) Из ящика, в котором лежат 2 белых и 3 черных шара, случайным образом вынут белый шар.

Задача 7. Событие A – на игральной кости выпало меньше 5 очков. Что означает событие \bar{A} ?

Задача 8. Событие B – в результате стрельбы по мишени хотя бы одна пуля попала в цель. Что означает событие \bar{B} ?

Задача 9. Опишите, в чем состоит сумма следующих несовместных событий:

- а) A – учитель вызвал к доске ученика; B – учитель вызвал к доске ученицу;
- б) «Родила царица в ночь, не то сына (событие A), не то дочь (событие B) ...»;
- в) случайно выбранная цифра меньше 5 (событие A), больше 6 (событие B).
- г) из 10 выстрелов в цель попали ровно 7 раз (событие A), не более 6 раз (событие B).

ЗАНЯТИЕ 6. Вероятность случайного события (классическое определение)

Задача 1. Витя забыл две последние цифры номера телефона приятеля и набрал их наугад. Какова вероятность, что он правильно набрал номер телефона? (отв.: 0,01).

Задача 2. В денежно-вещевой на 100000 билетов разыгрывается 1200 вещевых и 800 денежных выигрышей. Какова вероятность: 1) вещевого выигрыша; 2) денежного выигрыша; 3) какого-либо выигрыша?

Задача 3. Какова вероятность того, что при бросании игрального кубика выпадет: 1) одно очко; 2) более трех очков?

Задача 4. В мешке содержатся жетоны с номерами от 1 до 50 включительно. Какова вероятность того, что извлеченный наугад из мешка жетон содержит в написании номера одну цифру 3? (отв.: 0,26).

Задача 5. Из колоды карт (36 листов) наугад выбирается одна карта. Какова вероятность того, что эта карта: 1) шестерка треф; 2) семёрка; 3) король красной масти; 4) карта бубновой масти с числом; 5) карта черной масти с четным числом?

Задача 6. В коробке находятся 3 черных, 4 красных и 5 синих карандашей. Наугад выбирается один карандаш. Найти вероятность того, что вынутый карандаш: 1) черный; 2) красный; 3) синий; 4) не черный; 5) не красный; 6) не синий; 7) зеленый; 8) или черный, или красный, или синий.

Задача 7. Чемодан можно открыть, если правильно набрать шифр 22075 (при наборе шифра цифра каждого разряда может быть любой от 0 до 9). Какова вероятность того, что человек, набрав произвольно номер из пяти цифр, сможет открыть чемодан?
(отв.: 0,00001).

Задача 8. Слово «МАТЕМАТИКА» разделено на отдельные буквы, из них произвольным образом отбираются и выкладываются по порядку четыре буквы. Какова вероятность получения слова «МАМА»? (отв.: $p(A) = \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1}{420}$).

Задача 9. На стол бросают монету и игральный кубик. Какова вероятность того, что: 1) на монете появится орел, а на кубике – 2 очка; 2) на монете появится решка, а на кубике – нечетное число очков? (отв.: $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{4}$).

Задача 10. Брошены две игральные кости – желтая и зеленая. Какова вероятность того, что появятся: 1) на желтой кости 2 очка, на зеленой 3 очка; 2) на одной кости 2 очка, на другой 3 очка; 3) на желтой кости 5 очков; 4) на желтой кости четное число очков; 5) на обеих костях четные очки; 6) на желтой кости число очков кратное 3, а на зеленой – четное число очков; 7) на обеих костях одинаковые очки; 8) очки, сумма которых равна 3; 9) очки, сумма которых не больше 3; 10) очки, сумма которых равна 11; 11) очки, сумма которых равна 10; 12) очки, сумма которых не меньше 10?

Задача 11. Игральную кость бросили дважды. Найдите вероятность того, что: 1) среди выпавших очков хотя бы одна единица; 2) сумма выпавших очков больше 3; 3) сумма выпавших очков меньше 11; 4) произведение выпавших очков меньше 27? (отв.: 1) $\frac{11}{36}$; 2) $\frac{11}{12}$; 3) $\frac{11}{12}$; 4) $\frac{11}{12}$).

ЗАНЯТИЕ 7. Вероятность случайного события (комбинаторные методы)

Задача 1. На четырех карточках написали буквы *о*, *т*, *к*, *р*. Карточки перевернули и перемешали. Затем открыли наугад последовательно одну за другой эти карточки и положили их в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «крот»? (отв. $\frac{1}{24}$).

Задача 2. Взяли четыре карточки. На первой написали букву *o*, на второй *m*, на третьей *s*, на четвертой *n*. Карточки перевернули и перемешали. Затем открыли наугад одну карточку за другой и положили рядом. Какова вероятность того, что в результате получится слово «стоп» или слово «пост»? (отв.: $\frac{2}{24}$).

Задача 3. Чтобы открыть сейф, надо набрать в определенной последовательности пять цифр (без их повторения): 1, 2, 3, 4, 5. Какова вероятность того, что если набирать цифры в произвольном порядке, то сейф откроется? (отв.: $\frac{1}{120}$).

Задача 4. Четыре одинаковых шара пронумеровали числами 1, 2, 3, 4 и сложили в ящик. Случайным образом из ящика извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что шары были извлечены в последовательности: 1) 4, 2, 1, 3; 2) 4, 3, 2, 1.? (отв.: $\frac{1}{24}$).

Задача 5. На каждой карточке написана одна из букв *o*, *n*, *p*, *s*, *m*. Несколько карточек наугад выкладывают одну за другой в ряд. Какова вероятность того, что при выкладывании: а) трех карточек получится слово *rom*; б) четырех карточек получится слово *sort*; в) пяти карточек получится слово *спорт*? (отв.: а) $\frac{1}{60}$; б) $\frac{1}{120}$; в) $\frac{1}{120}$).

Задача 6. В клетки квадратной таблицы 2×2 произвольно ставят крестики и нолики. Найти вероятность того, что: а) будет поставлен ровно один крестик; б) будут поставлены ровно два нолика; в) в левой нижней клетке будет стоять крестик; г) в верхней левой и нижней правой клетках будут разные значки? (отв.: а) $\frac{4}{16}$; б) $\frac{6}{16}$; в) $\frac{8}{16}$; г) $\frac{8}{16}$).

Задача 7. В ящике лежат один белый и три черных шара. Наугад вынимают два шара. Какова вероятность того, что вынуты: 1) два черных шара; 2) белый и черный шар? (отв.: 1) $\frac{3}{6}$; 2) $\frac{3}{6}$; $n = C_4^2$; $m = C_1^1 \cdot C_3^1$).

Задача 8. Четыре билета на елку распределили по жребию между 15 мальчиками и 12 девочками. Какова вероятность того, что билеты достанутся 2 мальчикам и 2 девочкам? (отв.: $n = C_{27}^4$; $m = C_{15}^2 \cdot C_{12}^2$).

Задача 9. В коробке лежат 8 красных карандашей и 4 синих. Из коробки наугад выбирают 5 карандашей. Какова вероятность того, что 3 из них окажутся красными, а 2 – синими? (отв.: $\frac{14}{33}$).

Задача 10. На полке стоит 12 книг, из которых 4 – это учебники. С полки наугад снимают 6 книг. Какова вероятность того, что 3 из них окажутся учебниками? (отв.: $\frac{8}{33}$).

Задача 11. Вы находитесь в круглом зале с 10 дверьми, 5 из которых заперты. Вы выбираете две двери. Найдите вероятность того, что через одну из этих дверей можно выйти из зала, но через другую вернуться уже нельзя. (отв.: $n = C_{10}^2$; $m = C_5^1 \cdot C_5^1$).

ЗАНЯТИЕ 8. Вероятность случайного события (комбинаторные методы)

Задача 1. В коробке «Ассорти» - 20 неразличимых по виду конфет, из которых 12 с шоколадной начинкой и 8 с фруктовой начинкой. Тане разрешили взять две конфеты. Какова вероятность того, что: а) обе конфеты окажутся с шоколадной начинкой; б) обе конфеты – с фруктовой начинкой; в) конфеты - с разными начинками; г) чему равна сумма вероятностей в пунктах а), б), в)? (отв.: а) $\frac{66}{190}$; б) $\frac{28}{190}$; в) $m = C_{12}^1 \cdot C_8^1 = 96$; $\frac{96}{190}$).

Задача 2. Случайным образом одновременно выбирают две буквы из 33 букв русского алфавита, состоящего из 21 согласной, 10 гласных букв и двух букв «ь» и «ъ». Найдите вероятность того, что: а) обе они согласные; б) среди них есть «ь»; в) среди них нет «ь»; г) одна буква гласная, а другая согласная. (отв.: а) $\frac{210}{528}$; б) $\frac{32}{528}$; в) $\frac{469}{528}$; г) $\frac{210}{528}$).

Задача 3. Лотерейный билет содержит 49 чисел. В итоге тиража выигрывают какие-то 6 чисел. Какова вероятность того, что вы верно угадали: а) хотя бы одно число; б) не более одного числа; в) не менее трех чисел; г) 4, 5 или 6 чисел? (отв.: а) $1 - \frac{C_{43}^6}{C_{49}^6} = 0,564$;

б) $\frac{C_{43}^6 + C_{43}^5 \cdot C_6^1}{C_{49}^6} \approx 0,849$; в) $\frac{C_{43}^3 \cdot C_6^3 + C_{43}^2 \cdot C_6^4 + C_{43}^1 \cdot C_6^5 + C_{43}^0 \cdot C_6^6}{C_{49}^6} \approx 0,019$; г) $p \approx 0,001$).

Задача 4. Вы находитесь в круглом зале с 10 дверями, из которых какие-то 4 заперты. Вы случайным образом выбираете две двери. Найдите вероятность того, что: а) вы не сможете выйти из зала; б) вы можете выйти из зала, но вернуться через другую дверь уже не сможете; в) вы сможете выйти через одну, вернуться в зал через другую; г) хотя бы через одну дверь вы сможете выйти из зала. (отв.: а) $\frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$; б) $\frac{C_6^1 \cdot C_4^1}{C_{10}^2} = \frac{8}{15}$; в) $\frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{15}{45}$;

г) $\frac{C_6^2 + C_6^1 \cdot C_4^1}{C_{10}^2}$).

Задача 5. Из колоды в 36 карт случайным образом вытаскивают три карты. Какова вероятность того, что среди них: а) нет пиковой дамы; б) есть пиковая дама? (отв.:

а) $\frac{C_{35}^3}{C_{36}^3} = \frac{11}{12}$; б) $1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$).

Задача 6. В коробке лежит 10 белых и 11 черных шаров. Случайным образом достают пять шаров. Какова вероятность того, что: а) среди этих пяти шаров ровно три белых; б) среди них не менее четырех белых шаров; в) большинство шаров – белые?

(отв.: а) $\frac{C_{11}^2 \cdot C_{10}^3}{C_{21}^5}$; б) $\frac{C_{10}^4 \cdot C_{11}^1 + C_{10}^5}{C_{21}^5}$; в) $\frac{C_{10}^4 \cdot C_{11}^1 + C_{10}^3 \cdot C_{11}^2 + C_{10}^5}{C_{21}^5}$).

Задача 7. Два стрелка независимо друг от друга по одному разу стреляют в мишень. Вероятность попадания в мишень каждого стрелка в отдельности равна 0,9 и 0,3 соответственно. Найти вероятность того, что мишень: а) будет поражена дважды; б) не будет поражена ни разу; в) будет поражена хотя бы один раз; г) будет поражена ровно один раз. (отв.: а) 0,27; б) 0,07; в) 0,93; г) 0,66).

Задача 8. Из колоды в 36 карт вытаскивают две карты и одновременно открывают их. Найти вероятность того, что: а) обе они черной масти; б) обе они пики; в) Обе они трефы; г) одна из них пика, а другая трефа. (отв.: а) $\frac{17}{70}$; б) $\frac{2}{35}$; в) $\frac{2}{35}$; г) $\frac{9}{70}$).

ЗАНЯТИЕ 9. Формула Бернулли.

Задача 1. Вероятность события в одном опыте Бернулли равна 0,7. Пользуясь теоремой Бернулли, составьте формулы для следующих событий: а) при трех независимых повторений опыта наступит ровно два события; б) при четырех независимых повторений опыта наступит ровно два события; в) при пяти независимых повторений опыта наступит ровно три события. Вычислите вероятности в пунктах а) – в). (отв.: а) 0,441; б) 0,2646; в) 0,3087).

Задача 2. Напишите формулы, по которым следует находить вероятность того, что при четырех бросаниях игрального кубика «тройка» выпадет: а) ровно два раза; б) ровно три раза; в) все четыре раза; г) не выпадет ни разу; д) вычислите вероятности всех этих событий. (отв.: а) $6p^2 \cdot q^2$; б) $4p^3q$; в) p^4 ; г) q^4).

Задача 3. Из набора домино случайно вытаскивают одну «доминошку», записывают сумму очков на ней, и возвращают ее обратно. Так делают три раза. Найдите вероятность того, что: а) дубль появляется ровно один раз; б) дубль появляется ровно два раза; в) дубль появляется хотя бы один раз; в) сумма очков на «доминошке» каждый раз больше 9.

(отв.: а) $C_3^1 p q^2$; б) $C_3^2 p^2 q$; в) $C_3^0 p^0 q^3$; г) $C_3^3 p^3 q^0$).

Задача 4.

а) Случайным образом называют десять цифр. Какова вероятность того, что цифра 5 встретится ровно 7 раз?

б) «Хорошо», если наудачу выбранная карта из 36 – не бубновой масти. Карту каждый раз возвращают в колоду. Какова вероятность того, что ровно в 4 случаях из 6 таких вытаскиваний будет «плохо»?

в) Бросание кубика считается удачным, если выпадает 5 или 6 очков. Какова вероятность того, что ровно 3 бросания из 5 будут удачными?

г) Одновременно бросают три различных монеты. «Плохо», если «решек» больше, чем «орлов». Какова вероятность того, что «хорошо» будет ровно в 2 случаях из 4 таких бросаний?

ПОВТОРЕНИЕ.

Задача 5.

5.1. Бросают пару различных монет. Найти вероятность выпадения двух «орлов».

5.2. Бросают игральный кубик. Найти вероятность выпадения числа очков, кратного трем.

5.3. Бросают пару различных кубиков. Найти вероятность выпадения двух четных чисел.

5.4. Из 36 игровых карт берут 5. Найти вероятность того, что среди них нет дамы пик.

Задача 6. В ящике имеется 3 одинаковых по размеру кубика: красный (к), черный (ч), белый (б). Вытаскивая их наугад, кладем три кубика на стол последовательно один за другим. Какова вероятность того, что появится последовательность кубиков «ч б к»?

(отв.: $\frac{1}{3!}$).

Задача 7. Из 4 шаров, пронумерованных числами 1, 2, 3, и 4, наугад выбирают 2 шара. Какова вероятность того, что вынутые шары имеют номера 2 и 3?

(отв.: $\frac{1}{12}$).

Задача 8. В ящике находятся 4 белых и 1 черный шар. Наугад выбирают 2 шара. Найти вероятность того, что вытянуты: а) 2 белых шара; б) белый и черный шары. (отв.: $\frac{6}{10}$; $\frac{4}{10}$).

Задача 9. Брошены 2 игральные кости. Какова вероятность того, что на обеих костях не выпало: 1) по 3 очка; 2) два одинаковых числа очков? (отв.: $\frac{35}{36}$; $\frac{5}{6}$).

Задача 10. Ученик записал в тетради произвольное двузначное число. Какова вероятность того, что сумма цифр этого числа окажется равной 6? (отв.: $\frac{6}{90}$).

ЗАНЯТИЕ 10. Контрольная работа

Ориентировочный вариант

1. Из колоды в 36 карт выбирают 5 карт и потом одновременно открывают их. Найдите: а) число всех возможных вариантов открытых карт; б) число вариантов, при которых среди открытых карт есть 4 туза; в) число вариантов,

при которых все открытые карты – пики; г) число вариантов, при которых все открытые карты одной масти. (отв.: а) C_{36}^5 ; б) C_{32}^1 ; б) C_9^5 ; г) $4 \cdot C_9^5$).

2. В ящике находится 2 белых и 3 черных шара. Наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что этот шар: 1) белый; 2) черный; 3) зеленый; 4) белый или черный?

3. В школьном научном обществе 10 человек: 7 мальчиков и 3 девочки. Случайным образом из членов этого общества выбирают двух учащихся на городскую конференцию. Какова вероятность того, что среди выбранных двух человек окажется хотя бы одна девочка? (отв.: $\frac{C_7^1 \cdot C_3^1 + C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{8}{15}$).

4. На столе лежат 4 синих и 3 красных карандаша. Редактор дважды наугад берет по одному карандашу и обратно их не кладет. Найти вероятность того, что: 1) вторым был взят красный карандаш при условии, что первым был синий; 2) вторым взят синий карандаш при условии, что первым оказался синий. (отв.: а) $\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$; б) $\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$).

5. На заводе, изготавливающем болты, первая машина производит 25%, вторая – 35%, третья – 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5, 4, и 2%. Какова вероятность того, что случайно выбранный болт дефектный? (отв.: $0,25 \cdot 0,05 + 0,35 \cdot 0,04 + 0,40 \cdot 0,02 = 0,0345$).

2. Компоненты мониторинга учебных достижений обучающихся

2.1. Технологическая карта рейтинга дисциплины

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА РЕЙТИНГА ДИСЦИПЛИНЫ

Базовый раздел №1			
Текущий рейтинг-контроль	Проверочная работа № 1	3	5
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа № 1	12	20
Базовый раздел №2			
Промежуточный рейтинг-контроль	Проверочная работа № 2	11	18
Промежуточный рейтинг-контроль	Индивидуальное домашнее задание №1	4	7
Базовый раздел №3			
Промежуточный рейтинг-контроль	Проверочная работа № 3	6	10
Промежуточный рейтинг-контроль	Индивидуальное домашнее задание №2	6	10
Итоговый			30
Итоговый контроль	Зачет	18	30
Итого		60	100

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки

Общее количество набранных баллов	Академическая оценка
Менее 60	не зачтено
60 – 100	зачтено

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В.П. Астафьева»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Кафедра-разработчик: кафедра математики и методики обучения математике

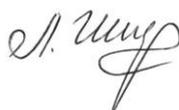
УТВЕРЖДЕНО

на заседании кафедры

Протокол № 8

от 12 мая 2021 г.

Зав.кафедрой Л.В. Шкерина



ОДОБРЕНО

на заседании научно-методического совета
специальности (направления подготовки)

Протокол №7

от 21 мая 2021г.

Председатель С.В. Бортновский



ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной
аттестации обучающихся

Элементарная математика (математический анализ
и теория вероятностей)

(наименование дисциплины/модуля/вида практики)

44.03.05 Педагогическое образование

(код и наименование направления подготовки)

Математика и информатика

(направленность (профиль) образовательной программы)

Бакалавр

(квалификация (степень) выпускника)

Составитель: Шкерина Л.В., профессор, зав. кафедрой математики и МО,
Михалкин Е.Н., профессор кафедры математики и МО

1. Назначение фонда оценочных средств.

1.1. **Целью** создания ФОС дисциплины «Элементарная математика (теория вероятностей, математический анализ)» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. ФОС по дисциплине «Элементарная математика (теория вероятностей, математический анализ)» решает следующие **задачи**:

- формирование умений обучающихся в использовании методов комбинаторики и теории вероятностей в решении нестандартных задач по математике;
- формирование у обучающихся умений в применении различных методов решения как рациональных, так и алгебраических уравнений и неравенств;
- дополнить знания по курсу элементарной математики новыми фактами, необходимыми для решения школьных математических задач;
- сформировать умения применять основные методы решения задач из разных разделов элементарной математики.

1.3. ФОС разработан на основании нормативных **документов**:

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (уровень бакалавриата);
- образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (уровень бакалавриата), направленность (профиль) образовательной программы «Математика»;
- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре - в КГПУ им. В.П. Астафьева.

2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе изучения дисциплины

2.1. Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины:

- способность осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении (ОПК-5);
- способность использовать психолого-педагогические технологии в профессиональной деятельности, необходимые для индивидуализации обучения,

развития, воспитания, в том числе обучающихся с особыми образовательными потребностями (ОПК-6);

2.2. Этапы формирования и оценивания компетенций

Компетенция	Дисциплины, практики, участвующие в формировании данной компетенции	Тип контроля	Оценочное средство/КИМ	
			Номер	Форма
способность осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении (ОПК-5)	<p>Проектирование урока по требованию ФГОС;</p> <p>Дисциплины предметной подготовки ориентированные на достижение результатов обучения;</p> <p>Основы предметно-профильной подготовки ;</p> <p>Элементарная математика (математический анализ и теория вероятностей) ;</p> <p>Современные направления развития научной отрасли (по профилю подготовки) ;</p> <p>Дифференциальные уравнения;</p> <p>Цифровые технологии в оценивании образовательных результатов;</p> <p>Методика обучения и воспитания (по профилю подготовки Математика) ;</p> <p>Модуль 11 "Предметно-практический";</p> <p>Физика;</p> <p>История математики математического образования в России;</p> <p>Модуль 5 "Учебно-исследовательский";</p> <p>Модуль 7 "Педагогическая интернатура";</p> <p>Модуль 9 "Предметно-методический";</p> <p>Учебная практика: ознакомительная практика;</p> <p>Учебная практика: научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы) ;</p> <p>Производственная практика: преддипломная практика;</p> <p>Производственная практика: педагогическая практика интерна;</p> <p>Производственная практика: междисциплинарный практикум;</p> <p>Производственная практика: педагогическая практика ;</p> <p>Выполнение и защита выпускной квалификационной работы</p>	Текущий контроль успеваемости и Промежуточная аттестация	1	Проверочная работа №1
			3	Проверочная работа №2
			6	Индивидуальное домашнее задание №2
			7	Зачет

<p>способность использовать психолого-педагогические технологии в профессиональной деятельности, необходимые для индивидуализации и обучения, развития, воспитания, в том числе обучающихся с особыми образовательными и потребностями (ОПК-6)</p>	<p>Модуль 3 "Здоровьесберегающий"; Основы ЗОЖ и гигиена; Анатомия и возрастная физиология; Безопасность жизнедеятельности; Физическая культура и спорт; Физическая культура и спорт: Элективная дисциплина с по общей физической подготовке/Элективная дисциплина по подвижным и спортивным играм/Элективная дисциплина по физической культуре для обучающихся с ОВЗ и инвалидов) ; Модуль 4 "Теория и практика инклюзивного образования"; Психологические особенности детей с ОВЗ; Современные технологии инклюзивного образования; Проектирование индивидуальных образовательных маршрутов детей с ОВЗ ; Психологические основы педагогической деятельности; Дисциплины предметной подготовки ориентированные на достижение результатов обучения; Основы предметно-профильной подготовки ; Элементарная математика (математический анализ и теория вероятностей) ; Дисциплины методической подготовки ориентированные на достижение результатов обучения; Методика обучения и воспитания (по профилю подготовки Математика) ; Технологии современного образования (по профилю подготовки Математика) ; Школьный практикум по дисциплинам (математика) ; Школьный практикум по дисциплинам (информатика) ; Технологии современного образования (по профилю подготовки Информатика) ; Методика обучения и воспитания (по профилю подготовки Информатика) ; Модуль 11 "Предметно-практический"; Физика; Модуль 6 "Теоретические основы</p>	<p>Текущий контроль успеваемости и Промежуточная аттестация</p>	<p>2</p>	<p>Контрольная работа №1</p>
		<p>Промежуточная аттестация</p>	<p>4</p>	<p>Индивидуальное домашнее задание №1</p>
		<p>Промежуточная аттестация</p>	<p>5</p>	<p>Проверочная работа №3</p>
			<p>7</p>	<p>Зачет</p>

	профессиональной деятельности"; Модуль 7 "Педагогическая интернатура"; Модуль 9 "Предметно-методический"; Учебная практика:технологическая (проектно-технологическая) практика; Производственная практика: педагогическая практика интерна; Производственная практика: междисциплинарный практикум; Производственная практика: педагогическая практика ; Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена; Выполнение и защита выпускной квалификационной работы			
--	--	--	--	--

3.Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1 Фонды оценочных средств включают: проверочные работы, контрольные работы, вопросы к зачету.

3.2. Оценочные средства

3.2.1. Оценочное средство «Проверочная работа № 1»

Критерии оценивания по оценочному средству 7 - вопросы к зачету

Формируемые компетенции	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций	Пороговый уровень сформированности компетенций
		(87 – 100 баллов) отлично	(73 - 86 баллов) хорошо
ОПК-5	Обучающийся проявляет способность осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования	Обучающийся в большинстве случаев проявляет способность осуществлять контроль и оценку формирования результатов	Обучающийся в основном проявляет способность осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования

	обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении
ОПК-6	Обучающийся проявляет способность использовать психолого-педагогические технологии в профессиональной деятельности, необходимые для индивидуализации обучения, развития, воспитания, в том числе обучающихся с особыми образовательными потребностями	Обучающийся в большинстве случаев проявляет способность использовать психолого-педагогические технологии в профессиональной деятельности, необходимые для индивидуализации обучения, развития, воспитания, в том числе обучающихся с особыми образовательными потребностями	Обучающийся в основном проявляет способность использовать психолого-педагогические технологии в профессиональной деятельности, необходимые для индивидуализации обучения, развития, воспитания, в том числе обучающихся с особыми образовательными потребностями

Менее 60 баллов – компетенция не сформирована.

4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

4.1. Фонды оценочных средств включают: проверочные работы, контрольные работы, индивидуальные домашние задания.

4.2. Критерии оценивания (см. в технологической карте рейтинга в рабочей программе дисциплины «Элементарная математика (теория вероятностей, математический анализ)»).

4.2.1. Критерии оценивания по оценочному средству 1 – проверочная работа №1

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	4
Оформление работы	1
Максимальный балл	5

4.2.2. Критерии оценивания по оценочному средству 2 – контрольная работа №1

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	17
Оформление работы	3

Максимальный балл	20
--------------------------	-----------

4.2.3. Критерии оценивания по оценочному средству 3 – проверочная работа №2

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	15
Оформление работы	3
Максимальный балл	18

4.2.4. Критерии оценивания по оценочному средству 4 – индивидуальное домашнее задание №1

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	6
Оформление работы	1
Максимальный балл	7

4.2.5. Критерии оценивания по оценочному средству 5 – проверочная работа №3

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	8
Оформление работы	2
Максимальный балл	10

4.2.6. Критерии оценивания по оценочному средству 6 – индивидуальное домашнее задание №1

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	8
Оформление работы	2
Максимальный балл	10

5. Оценочные средства (контрольно-измерительные материалы)

5.1. Проверочная работа № 1

Задача 1. У Антона шесть друзей. Он может пригласить в гости одного или нескольких из них. Определите общее число возможных вариантов. (отв. 63).

Задача 2. Каждая из 5 подруг собирается вечером пойти либо в кино, либо в театр. Сколькими различными способами эти пять подруг смогли бы провести вечер? (отв. 24).

Задача 3. Из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 составили все возможные трехзначные числа (без повторения цифр). Сколько среди них таких, сумма цифр которых равна: а) 6; б) 9? (отв. а) 14; б) 16).

Задача 4. «Вороне как-то Бог послал кусочек сыра», брынзы, колбасы, сухарика и шоколада. «На ель Ворона взгромоздясь, позавтракать совсем уж было собралась, да призадумалась»: а) если есть кусочки по очереди, то из скольких вариантов придется выбирать; б) сколько получится «бутербродов» из двух кусочков; в) если съесть сразу три кусочка, а остальные спрятать, то из скольких вариантов придется выбирать; г) сколько получится вариантов, если какой-то кусочек все-таки бросить Лисе, а потом ответить на вопрос пункта а)? (отв. а) 120; б) 10; в) 10; г) 120).

Задача 5. «Проказница Мартышка, Осёл, Козел и косолапый Мишка затеяли сыграть квартет». Сколькими способами они могут: а) по одному сесть за выбранные четыре инструмента; б) выбрать 5 инструментов из 12 данных; в) по одному сесть за какие-то 4 из выбранных 5 инструментов из 12 данных; г) выгнать одного, не имеющего слуха, и потом сыграть на каких-то 3 из выбранных 5 инструментов из 12 данных? (отв. а) 24; б) 792; в) 120; г) 40).

Критерии оценивания проверочной работы № 1.

Критерии оценивания проверочной работы № 1	Баллы
Обучающийся решает все задачи	5
Обучающийся решает четыре задачи	4
Обучающийся решает три задачи	3

5.2. Контрольная работа № 1

Ориентировочный вариант

1. Из колоды в 36 карт выбирают 5 карт и потом одновременно открывают их. Найдите: а) число всех возможных вариантов открытых карт; б) число вариантов, при которых среди открытых карт есть 4 туза; в) число вариантов, при которых все открытые карты – пики; г) число вариантов, при которых все открытые карты одной масти.

2. В ящике находится 2 белых и 3 черных шара. Наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что этот шар: 1) белый; 2) черный; 3) зеленый; 4) белый или черный?

3. В школьном научном обществе 10 человек: 7 мальчиков и 3 девочки. Случайным образом из членов этого общества выбирают двух учащихся на

городскую конференцию. Какова вероятность того, что среди выбранных двух человек окажется хотя бы одна девочка?

4. На столе лежат 4 синих и 3 красных карандаша. Редактор дважды наугад берет по одному карандашу и обратно их не кладет. Найти вероятность того, что: 1) вторым был взят красный карандаш при условии, что первым был синий; 2) вторым взят синий карандаш при условии, что первым оказался синий.

5. На заводе, изготавливающем болты, первая машина производит 25%, вторая – 35%, третья – 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5, 4, и 2%. Какова вероятность того, что случайно выбранный болт дефектный?

5.3. Проверочная работа № 2

1. Функция $f(x)$, заданная на всей числовой оси, при всех действительных x и y удовлетворяет условию $f(x) + f(y) = 2f\left(\frac{x+y}{2}\right)f\left(\frac{x-y}{2}\right)$.

Верно ли, что функция $f(x)$ обязательно четная?

2. При каком значении a уравнение $\sqrt{4|x| - x^2} = a$ имеет ровно 4 корня?

3. Положительные числа x и y таковы, что $x^5 - y^3 \geq 2x$. Докажите, что $x^3 \geq 2y$.

4. Решите неравенство

$$\log_7 \left((5^{-x^2} - 5)(5^{-x^2+16} - 1) \right) + \log_7 \left(\frac{5^{-x^2} - 5}{5^{-x^2+16} - 1} \right) > \log_7 (5^{13-x^2} - 4)^2.$$

5. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \log_2(100 - x^2) \leq 2 + \log_2(x + 1) \\ \log_{0,3}(2|x + 5| + |x - 11| - 30) < 1 \end{cases}$$

5.4. Индивидуальное домашнее задание № 1

1. Найти наибольшее значение параметра a , при котором уравнение

$$(2a - 5)x^2 + 2(3 + 3a)x + (3a + 3) = 0$$

имеет единственный корень.

2. Найти все значения параметра a при которых уравнение $\frac{2 - \sin^2 x}{1 + \sin x} = a$ имеет на отрезке $[0; 2\pi]$ ровно один корень.

3. Решите неравенство $2 \sin^2 x - 7 \sin x + 3 > 0$.

4. Решить уравнение $2 \sin x - 1 = x^2 - 4x + 8$.

5. При каких a система
$$\begin{cases} (x - a)^2 + 2 - 3(x - a) \leq 0 \\ x - 3a > 0 \end{cases}$$
 не имеет решений?

6. Найти все положительные a , при которых система $\begin{cases} y = (a+3)x^2 + 2ax - a - 3 \\ y^2 = x^2 \end{cases}$ имеет ровно 4 различных решения.

5.5. Проверочная работа №3

1. Под каким углом пересекаются параболы $y = 3x^2 + 2x + 1$ и $y = x^2 + \frac{1}{3}x + 1$?
2. Найдите все точки кривой $y = \frac{x+3}{1-x}$, в каждой из которых касательная к ней образует угол 45° с положительным направлением оси абсцисс.
3. На параболе $y = x^2$ найдите точку М, наименее удаленную от прямой $y = x - 3$.
4. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, имеющего наибольшую площадь среди всех треугольников, у которых сумма длин одного из катетов и гипотенузы постоянна.
5. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $f(x) = \left| \frac{1+x}{1-x} \right|$, $x \in [-2; 0]$.
6. Требуется изготовить закрытый цилиндрический бак объемом V . Какими должны быть его размеры, чтобы на его изготовление ушло наименьшее количество материала?

5.6. Индивидуальное домашнее задание № 2

1. Исследуйте функцию $y = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x}$ и постройте ее график.
2. График функции $y = kx + k + 1$ ($k > 0$) пересекает ось абсцисс в точке А. А ось ординат в точке В. Найдите наименьшее значение площади треугольника.
3. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, имеющего наибольшую площадь среди всех треугольников, у которых сумма длин одного из катетов и гипотенузы постоянна.
4. Круг радиуса R разделен на два сегмента прямой l , отстоящей от центра круга на расстоянии h . Среди всех прямоугольников, вписанных в меньший из этих сегментов, найдите прямоугольник с наибольшей площадью.
5. Тело массой 3 кг движется прямолинейно по закону $s(t) = t^3 + t^2 - 2t - 4$. Найдите кинетическую энергию тела через 2 секунды после начала движения.
6. Докажите неравенство $\ln(1+x) < x$, $x > 0$.

5.7. Вопросы к зачету

1. Событие достоверное и невозможное. Элементарное событие. Противоположное событие, совместные и несовместные события. Действия над событиями.
2. Классическое определение вероятности.
3. Геометрическое определение вероятности.
4. Зависимые и независимые события. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
5. Формула полной вероятности и формула Байеса.
6. Понятие функции одной переменной дифференцируемой в точке. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.
7. Условие постоянства функции.
8. Условия монотонности и строгой монотонности функций.
9. Экстремумы функции одной переменной. Необходимое условие существования экстремума.
10. Неопределенный интеграл, его свойства.
11. Таблица основных интегралов.
12. Метод непосредственного интегрирования, примеры.
13. Метод замены переменной. Примеры.
14. Метод интегрирования по частям. Примеры.
15. Квадрируемость криволинейной трапеции. Вычисление площади произвольной плоской фигуры.
16. Понятие кубического тела. Объем кубического тела.
17. Кубическая поверхность цилиндра.
18. Вычисление объемов тел вращения.

3. Учебные ресурсы

3.1. Карта литературного обеспечения дисциплины

Наименование	Место хранения/ электронный адрес	Кол-во экземпляров/точек к доступа
ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА		
Вентцель, Елена Сергеевна. Теория вероятностей [Текст] : учебник для студентов / Е.С. Вентцель. - 10-е изд., стереотип. - М. : Академия, 2005. - 576 с	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	47
Вентцель, Елена Сергеевна. Задачи и упражнения по теории вероятностей [Текст] : учебное пособие для студ. вузов / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. - 6-е изд., стереотип. - М. : Академия, 2005. - 448 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	32
Гусев, В.А. Практикум по элементарной математике: Геометрия [Текст] : учебное пособие для студентов физ.-мат.- спец. пед. ин-тов и учителей / В. А. Гусев, В. Н. Литвиненко, А. Г. Мордкович. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1992. - 352 с. : ил.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	37
Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. - 2-е изд. - Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К ^о », 2016. - 472 с. : ил. - Библиогр.: с. 433-434 - ISBN 978-5-394-02108-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453249	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА		
Ельчанинова, Г.Г. Элементарная математика : учебное пособие / Г.Г. Ельчанинова, Р.А. Мельников ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Елецкий	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ

государственный университет им. И.А. Бунина. - Елец : Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2016. - Ч. 4. Геометрия. Начальные сведения. Треугольник. - 93 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-94809-852-4. - ISBN 978-5-94809-853-1 (ч. 4) ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=498154		
Майер, Роберт Адольфович. Сборник индивидуальных тестовых заданий по теории вероятности и математической статистике [Текст] : рекомендовано методсоветом ВУЗа / Р.А. Майер, М.В. Литвинцева, А.В. Ванюрин. - 2-е изд., доп. - Красноярск : РИО КГПУ, 2004. - 92 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	102
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ		
Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб. пособие для студентов вузов-9-е изд., стер. [Текст] : рекомендовано Мин.образования / Гмурман В.Е. - М. : Высш. шк., 2004. - 404 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	30
Мордкович, Александр Григорьевич. События. Вероятности. Статистическая обработка данных [Текст] : доп. параграфы к курсу алгебры 7-9кл. общеобразоват. учр. / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. - М. : Мнемозина, 2003. - 112 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	15
ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ И ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ		
Гарант [Электронный ресурс]: информационно-правовое обеспечение : справочная правовая система. – Москва, 1992.	Научная библиотека	локальная сеть вуза
Elibrary.ru [Электронный ресурс] : электронная библиотечная система : база данных содержит сведения об отечественных книгах и периодических изданиях по науке, технологии, медицине и образованию / Рос. информ. портал. – Москва, 2000– .	http://elibrary.ru	Свободный доступ

3.3.2. Карта материально-технической базы дисциплины

Аудитория	Оборудование
для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-10	Проектор-1шт, учебная доска-1шт
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-12	учебная доска-1 шт.
для самостоятельной работы	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд.1-01 Отраслевая библиотека	Копир-1шт
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-02 Читальный зал	Компьютер-10шт., принтер-1шт Альт Образование 8 (лицензия № ААО.0006.00, договор № ДС 14-2017 от 27.12.2017