МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. Астафьева»

А.А. Кужугет, И.В. Трусей, В.А. Адольф

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ И КАЧЕСТВЕННАЯ ОБРАБОТКА ДАННЫХ В ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ СФЕРЫ ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ, СПОРТА И ЗДОРОВЬЯ

Учебное пособие

КРАСНОЯРСК
2022

ББК 75
К 889

Рецензенты:
Доктор педагогических наук, профессор КГПУ им. В.П. Астафьева
Н.Ф. Ильина
Доктор педагогических наук, профессор кафедры физической подготовки
Сибирского юридического института
Министерства внутренних дел Российской Федерации
М.Д. Кудрявцев

Кужугет А.А., Трусей И.В., Адольф В.А.
К 889 Количественная и качественная обработка данных в педагогических исследованиях сферы физической культуры, спорта и здоровья: учебное пособие / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2022. – 174 с.

ISBN 978-5-00102-555-9

Пособие посвящено анализу и статистической обработке количественных и качественных данных спортивно-педагогических исследований и их интерпретации. Раскрываются особенности организации и обработки результатов научно-исследовательской деятельности в области физической культуры, спорта и здоровья. Рассмотрены особенности организации деятельности обучающихся при прохождении практик по научно-исследовательской работе.

Содержание разделов пособия соответствует основным требованиям ФГОС ВО по формированию универсальных и общепрофессиональных компетенций у обучающихся. Учтены ключевые компетенции, формируемые у обучающихся в образовательном процессе по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование.

Предназначено для обучающихся, магистрантов, аспирантов, преподавателей вузов и колледжей, учителей физической культуры и других специалистов, занимающихся научно-исследовательской деятельностью в области педагогики и физического воспитания.

ББК 75

ISBN 978-5-00102-555-9

Оглавление

Введение 5

Глава 1. Теоретические основы организации педагогического исследования в сфере физической культуры и спорта 9
1.1. Основы статистической обработки данных 9
1.2. Методы педагогического исследования 10
1.3. Методы исследования в физической культуре и спорте 21
1.4. Измерение в педагогических исследованиях 27
 1.4.1. Шкалы измерений 29
 1.4.2. Точность и погрешность измерения 37

Глава 2. Выборочный метод в спортивно-педагогических исследованиях 40
2.1. Общая характеристика выборки 40
2.2. Ранжирование данных. Вариационные ряды. 45
2.3. Виды распределений 47
2.4. Характеристика центральной тенденции выборки 50
2.5. Характеристика вариации выборки 53
2.6. Проверка статистических гипотез и уровень значимости 58

Глава 3. Количественные методы статистического анализа 64
3.1. Характеристика количественных методов 64
3.2. Параметрический t-критерий Стьюдента 68
3.3. Критерий Фишера для сравнения дисперсий 74
3.4. Автоматизированный расчет критерия Стьюдента и Фишера в пакете «Анализ данных» MS Office Excel 77
3.5. Критерий Вилкоксона (W) 83
3.6. Критерий Манна–Уитни (U) 91
3.7. Критерий Крускала–Уоллиса (H) 94

Глава 4. Корреляционный и регрессионный анализ 101
4.1. Корреляционный анализ 102
 4.1.1. Общая характеристика корреляции 102
 4.1.2. Парный линейный коэффициент корреляции Пирсона 105
 4.1.3. Ранговый коэффициент корреляции Спирмена 108
 4.1.4. Корреляционный анализ в Excel 110

4.2. Регрессионный анализ 113
4.2.1. Общая характеристика регрессии.. 113
4.2.2. Расчет коэффициентов регрессии.. 116
4.2.3. Регрессионный анализ в Excel 124

Глава 5. Статистическая обработка качественных показателей 128
5.1. Виды качественных показателей в физической культуре и спорте 128
5.2. Методы квалиметрии для оценки качественных показателей... 130
5.3. Метод экспертных оценок 136

Глава 6. Графическое представление и интерпретация данных 141
6.1. Графическое представление данных после статистической обработки 141
6.2. Интерпретация данных спортивно-педагогических исследований 147

Краткий словарь терминов... 155

Список использованных источников 160

Приложение 163

Ни одно человеческое исследование
не может называться истинной
наукой, если оно не прошло через
математические доказательства.

Леонардо да Винчи

Введение

Ученый В.С. Фарфель говорил: «Наука – это в первую очередь точное знание, собирание фактов, объективная обоснованность заключений. И во всем этом присутствуют цифры, содержащие сведения как практического, так и научного характера. Однако с цифрами надо уметь обращаться и вовремя в нужном месте применять их». В.М. Зациорский предупреждал, что статистика в некоторых моментах анализа научных данных может стать опасным инструментом при заключении выводов, так как за каждой цифрой стоит индивидуальный результат, показанный спортсменом, и усреднять этот показатель, подводить под какие-то модели тоже не всегда бывает оправданно и нужно. Тем не менее без применения методов математической статистики невозможна обработка данных, полученных в ходе эксперимента, формулировка выводов, имеющих прикладное значение для самых различных областей человеческой деятельности, в том числе и в области физической культуры и спорта.

Математическая статистика – это раздел математики, посвященный методам сбора, анализа и обработки статистических данных для научных и практических целей. Научно-педагогические исследования в процессе учебно-тренировочного цикла в области физического воспитания и спорта направлены на выявление эффективности той или иной методики. При этом эффект в виде двигательных умений и навыков выступает в роли своеобразного индикатора, свидетельствующего о преимуществах и недостатках методов, приемов, средств и других педагогических воздействий на занимающихся. Контроль и последующее управление в каждом из этих направлений невозможен без сопоставления данных, их оценки и анализа. Для этого используют математико-статистические методы. К тому же при проведении педагогического эксперимента в области физической культуры и спорта также не обойтись без математической статистики.

Специалист, занимающийся исследованиями в конкретной области физкультуры или спорта, предлагает новый подход к решению определенной задачи, например, новую методику подготовки спортсменов данной квалификации и, соответственно, должен доказать справедливость своей гипотезы (Адольф и Фоминых, 2017). Чтобы глубже понять ее роль, рассмотрим типичную схему педагогического эксперимента, проводимого в области физической культуры или спорта (Адольф и Степанова, 2018). Традиционная схема эксперимента заключается в том, что набираются две группы испытуемых: контрольная и экспериментальная. Группы должны быть одинаковые по факторам, имеющим важное значение для цели исследования (пол, возраст, квалификация, специализация). Контрольная группа тренируется по традиционной общепринятой методике, а экспериментальная – с элементами тех нововведений, которые предлагает исследователь. После определенного этапа подготовки проводится контрольное обследование и по его результатам судят об эффективности предлагаемой методики. Вывод о преимуществах новой методики может быть установлен только при достоверной разнице в результатах обследования на соответствующем уровне значимости.

Уже на этапе отбора в контрольную и экспериментальную группы исследователю приходится сталкиваться с целым рядом вопросов: какова должна быть численность групп и как должны отбираться кандидаты в эти группы, можно ли утверждать, что по уровню подготовленности спортсмены в обеих группах одинаковы или уже на этапе отбора одна из групп существенно отличается от другой?

Интуитивно исследователь понимает, что чем больше численность группы, тем убедительней должны быть результаты эксперимента. Но увеличение численности групп связано с возрастанием организационных, материальных, временных и других затрат, поэтому понятно стремление уменьшить эти затраты. Ответить на вопрос о достаточности групп нельзя без анализа целей эксперимента и без помощи формальных методов математической статистики.

Статистические данные представляют собой данные, полученные в результате обследования большого числа объектов (выражены в числах). После проведения контрольных наблюдений исследователь получает фактический материал, представляющий собой большой объем числовых данных, по которым сделать конкретные выводы непосредственно практически невозможно. Здесь используют методы описательной статистики, которые позволяют провести обработку первичных данных и получить некоторые обобщающие показатели, которые дают возможность делать выводы (Трусей и др., 2021). В качестве обобщающих числовых показателей используются средние значения и характеристики варьирования экспериментальных данных. Получив эти показатели для двух групп, исследователь видит, что они различаются. Но возникает вопрос: насколько достоверны эти различия? Можно ли объяснить эти различия действием предлагаемых исследователем нововведений или эти различия – случайность, обусловленная сильной вариативностью испытуемых? Здесь не обойтись без применения математических методов проверки статистических гипотез.

Перечисленными методами не исчерпывается круг задач, решаемых при конкретных исследованиях с использованием методов математической статистики. Иногда целью исследования является установление наличия и степени взаимосвязи между спортивным результатом и определенными показателями тренированности, между силой мышц и скоростью их сокращения, между спортивными достижениями в одном и другом виде спорта и др. Подобные задачи решаются с помощью методов корреляционного анализа.

Таким образом, при решении исследовательских, познавательных и профессиональных задач используются различные методы математической статистики, тем самым обеспечивая достоверность полученных результатов.

Глава 1.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ В СФЕРЕ ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ И СПОРТА

1.1. Основы статистической обработки данных

Статистика – отрасль знаний, наука, в которой излагаются общие вопросы сбора, измерения, мониторинга, анализа массовых количественных или качественных данных и их сравнение. Объектом статистики являются массовые однородные явления, которые отличаются друг от друга, т.е. варьируют по единичному показателю. Предмет статистики – оценка статистических совокупностей с применением специальных математико-статистических методов. Статистическое исследование представляет собой сложный, продолжительный процесс, позволяющий получить представление о том или ином явлении, изучить его размер, уровень, выявить закономерности и т.д.

Выделяют три основных этапа статистических исследований.

1. *Статистическое наблюдение* – планомерный и систематический процесс сбора данных, характеризующих изучаемый объект.

– Объекты наблюдения должны быть одинаковыми (однородными);

– число объектов наблюдения должно быть достаточным, чтобы можно было выявить закономерности и обобщить их свойства.

2. *Статистическая сводка и группировка* результатов наблюдения.

3. *Анализ статистического материала* – исследуются структура, динамика и взаимосвязи явлений или процессов, используются соответствующие математико-статистические методы.

Отличительная черта педагогических исследований – качественный характер полученных данных. Статистические методы позволяют качественную информацию перевести в количественную и оценить. Лишь обработка количественных данных и полученные при этом выводы могут объективно доказать или опровергнуть выдвинутую гипотезу. Для гарантии корректной статистической обработки данных важен подбор методов исследования, позволяющих собрать фактический материал, информации о предмете исследования.

1.2. Методы педагогического исследования

При изучении педагогических явлений применяются как общенаучные, так и специальные методы исследования. *Метод* – это способ теоретического или экспериментального исследования какого-либо явления или процесса. Подбор методов – важный этап научно-исследовательской работы, который гарантирует достоверность результата (Адольф и Степанова, 2021; Адольф и др., 2021). Неправильно подобранный метод может исказить результаты исследования и привести к неправильным выводам. В современной науке происходит постоянный поиск новых, более точных и быстрых методов исследования. В педагогических исследованиях обычно применяется ряд общенаучных и специальных методов, которые делятся на две крупные группы: теоретические и эмпирические. К теоретическим методам исследования относят – анализ и синтез, индукция и дедукция, сравнение, аналогия, абстракция и др. (Адольф и Степанова, 2011; Трусей и др., 2021). Наиболее часто применяемые в педагогике эмпирические методы – наблюдение, беседа и интервьюирование, анкетирование, тестирование, измерение, педагогический эксперимент и др.

Наблюдение представляет собой целенаправленное восприятие какого-либо педагогического явления, с помощью которого исследователь вооружается конкретным фактическим материалом или данными. Для того чтобы внимание исследователя не рассеивалось и было сосредоточено, прежде всего, на особо интересующих его сторонах наблюдаемого явления, заранее тщательно разрабатывается программа наблюдения, четко выделяются объекты наблюдения, предусматриваются способы регистрации тех или иных ожидаемых событий. Например, познавательную активность обучающихся можно изучать, опираясь на такие показатели, как темп усвоения учебной информации, объем усвоенной информации, личная заинтересованность, включенность в образовательный процесс и др. (Бережнова, 2017).

При использовании данного метода для удобства ведется регистрация результатов наблюдений в виде протокола, дневника, либо аудио- и видеозаписи. Протокол наблюдений представляет собой текстовую запись, воспроизводящую полностью или частично ход проведенного занятия. В ряде случаев, когда наблюдатель производит выборочное наблюдение за отдельными учащимися или фиксирует лишь отдельные интересующие его моменты, у него оказывается заполненной та или иная таблица. Не существует строгих регламентаций по работе с протоколами наблюдений, они служат примерным ориентиром в исследовательской работе. Самое важное при работе с протоколами и другими видами записи – уметь выделить данные, содержащие определенную информацию, найти причины тех или иных особенностей работы обучаемых на разных этапах работы над учебным материалом.

Беседа применяется как самостоятельный, так и дополнительный метод исследования для получения дополнительной информации или разъяснений того, что не было достаточно ясным при наблюдении. Она также проводится по заранее намеченному плану с выделением вопросов, подлежащих выявлению. Беседа ведется в свободной форме без записи ответов собеседника в отличие от интервьюирования (разновидности метода беседы), перенесенного в педагогику из социологии. При интервьюировании исследователь строго придерживается заранее намеченных вопросов, задаваемых в определенной последовательности. Ответы при этом открыто записываются.

Особое значение имеют данные, сообщенные в ходе беседы учителем, участвующим в эксперименте, проводившим занятие по предложенной ему методике. В случае положительной оценки экспериментатор получает, таким образом, подтверждение своего замысла, укрепляется его вера в то предположение (гипотезу), на котором основывается эксперимент. В случае отрицательных суждений или отдельных замечаний очень важно знать общее отношение учителя к предложенной ему методике, не был ли он уже заранее настроен против, проявлял ли готовность выполнить план-программу ведения занятий, разработанную экспериментатором. В любом случае все замечания должны быть тщательно записаны, изучены и обдуманы. Следует отметить, что замечания предубежденного учителя имеют особую ценность, так как он скорее увидит слабые места или недоработки в новой методике, нежели увлеченный данной идеей учитель-энтузиаст, сам горячо стремящийся к успеху.

Анкетирование – письменный опрос испытуемых. Более продуктивный и эффективный способ опроса, при этом удобный в обработке информации. Выделяют три типа анкет. Открытая анкета содержит вопросы без готовых ответов, предполагается, что респондент должен вписать свой вариант ответа. В анкетах закрытого типа испытуемому дается возможность выбора готовых ответов. Также возможен вариант смешанной анкеты, в которой содержатся вопросы открытого и закрытого типа. Как правило, анкетирование применяется с целью получения таких данных, которые исследователь не может получить другим путем.

Общая методика обработки анкетных данных сводится к их тщательному подсчету, проведению внимательного анализа всех случаев заметного совпадения, разнобоя в данных, разброса. Анкетные данные могут помочь выявлению возможных причин дачи разнородных ответов и более четко проявляющихся тенденций, которые могут указывать на определенную закономерность, связанную как с особенностями восприятия учащихся, так и с особенностями предлагаемой методики или организацией занятий с учащимися.

Эффективность беседы, интервьюирования, анкетирования – трех основных методов выявления суждений, отношений, оценок и сбора другого интересующего исследователя фактического материала во многом зависит от содержания и формы задаваемых вопросов, тактичного объяснения их цели и назначения. В частности, рекомендуется, чтобы вопросы были посильными, однозначными, краткими, ясными, объективными, т.е. не содержали бы в скрытом виде внушения, вызывали бы интерес и желание отвечать и т.п.

Существенную часть исследовательской работы составляет наблюдение, проводимое по специально разработанной программе, а также сбор определенных данных, для чего применяются тестирование, контрольные работы и т.д. *Тестирование* – часто применяемый в педагогике метод, позволяющий оценить сформированность знаний, умений и навыков у обучающегося. При этом следует отметить, что сама процедура составления педагогического теста достаточно сложная и требует от составителя знания, как учебного материала, так и методики составления тестовых заданий. *Валидность теста* – адекватность и действенность – важнейший критерий его доброкачественности, показывающий, насколько тест отражает то, что должен оценивать (Тесленко, 2003). В связи с этим исследователю необходимо хорошо ориентироваться в видах тестов и методике их построения (Адольф и Степанова, 2018; Адольф и Адольф, 2021). В физической культуре под тестированием также понимают оценку сформированности двигательных качеств (сила, ловкость, быстрота и т.д.), уровня физической подготовленности и др.

Анализ результатов контрольных работ. Особое значение имеет сбор и интерпретация данных, полученных на контрольных работах (текущих, итоговых, отсроченных). Для экспериментатора огромное значение имеет количественный и качественный анализ всех допущенных обучаемыми ошибок. Надежность и информативность этих данных во многом зависит от того, что и как проверялось, т.е. адекватны ли контрольные вопросы и задания содержанию, целям и задачам обучения, так ли они поставлены, то ли они выявляют, что действительно может служить показателем усвоения знаний. Поскольку это действительно вопрос, представляющий весь смысл проверки качества усвоения, остановимся очень кратко на некоторых основных положениях, связанных с методикой проведения контрольных работ.

В настоящее время распространено выделение в учебном материале небольших единиц, усвоение которых затем проверяется дифференцированно в зависимости от их значимости и весомости. Такими единицами могут быть новые понятия, вводившиеся в процессе изучения темы или раздела, по которому дается контрольная работа, отдельные умения или навыки. Необходимо отметить, что для осуществления правильного подбора заданий, проверяющих действительное усвоение самого главного и существенного, важно проведение предварительной оценки каждой из выделенных единиц учебной информации. Эта оценка производится с учетом их значимости и весомости в общей системе знаний, умений и навыков по данной учебной дисциплине. Ряд исследователей вводят числовые коэффициенты – «веса» заданий, соответствующих важности значимости проверяемых с их помощью знаний, которые затем учитываются при подсчете числовых характеристик правильных и неправильных ответов. Если такие «веса» не вводятся, должна быть соблюдена определенная пропорция в количестве заданий, проверяющих более значимый материал. Для большей надежности проверки знаний можно вообще не давать заданий на проверку усвоения второстепенного по значимости учебного материала, выявляя усвоение единиц учебной информации, отнесенных лишь к 1 и 2 категориям.

При сборе массовых данных контроля при эксперименте большое значение имеет и форма, в которой даются контрольные задания. При ограниченном числе испытуемых задания, направленные на проверку усвоения самого основного и существенного, могут даваться в любой форме, т.е. могут требовать развернутых ответов, обоснований и т.п. При сборе массового материала большой популярностью пользуются тесты или задания тестового типа, т.е. требующие или очень краткого ответа, или выбора ответа из числа данных. При проведении контрольных работ-тестов возможно использовать некоторые простейшие приспособления для убыстрения подсчета числа правильных или неправильных ответов.

Анализ ошибок. Огромное значение для выявления усвоенных знаний и сформулированных умений и навыков имеет работа по анализу ошибок, допускаемых учащимися в контрольных работах. При правильном подборе и заранее продуманной нацеленности заданий некоторые характеристики выявляются сразу же при изучении ответов, данных на соответствующую группу вопросов (например, имеющих целью выявить объем знаний, прочность, осмысленность и т.д.). Количество ошибок служит важным показателем для выявления, как качества усвоения знаний, так и эффективности предлагаемой методики. Например, отсутствие ошибок в ответах на определенные задания может свидетельствовать не только о хороших знаниях обучаемых, но и служить сигналом о том, что задания слишком легкие. Отдельные ошибки чаще всего носят случайный характер, но могут свидетельствовать о каких-либо пробелах в знаниях тех или иных учащихся, а также о каких-либо характерных особенностях протекания у них различных познавательных процессов. Появление ошибок в ответах по тому или иному вопросу у многих обучаемых свидетельствует о какой-то закономерности, причиной появления которой может служить: недостаточная проработанность учебного материала; неточности в формулировке заданий; нечеткость исходных данных или даже какие-либо технические причины (опечатки, пропуск знака и т.д.). В ряде случаев ошибки могут быть вызваны особенностями психологии восприятия или других психических процессов, связанных с познавательной деятельностью обучаемых. Приведем примеры некоторых типовых ошибок с указанием причины их появления.

При анализе ошибок, особенно при заданиях с выбором ответа, часть ошибок может объясняться с осторожностью, например, если вообще не выбран ни один вариант ответа. Пропуск заданий может, однако, свидетельствовать и о недостаче времени (задание было пропущено, чтобы потом над ним подумать, а времени не хватило). Невыполнение последних заданий довольно часто говорит именно о нехватке времени, отведенного на выполнение контрольной работы.

При заданиях с выбором ответа имеется всегда и элемент случайности, риска (угадал – не угадал). Общая же методика анализа ошибок при сборе массового материала складывается из выполнения следующих действий:

– производится общий подсчет количества ошибок по каждому вопросу;

– выделяются задания: а) в ответах, на которые было допущено мало ошибок (или вообще не было ошибок); б) были лишь отдельные ошибки; в) было много ошибок; г) которые не были выполнены большинством обучаемых;

– по выявленным группам заданий проводится анализ возможных причин появления ошибок, которые могут носить частно-методический характер (быть связанными с недостатками методики объяснения и закрепления конкретного учебного материла); могут проистекать от недостатков предлагаемой методики; носить психологический характер; быть чисто случайными;

– делаются педагогические и методические выводы, направленные на внесение соответствующих изменений в структуру предлагаемой системы занятий по формированию того или иного знания.

Другой метод сбора фактических данных – *изучение педагогической документации*, характеризующей учебно-воспитательный процесс в том или ином учебном заведении (журналов учета успеваемости, посещаемости, личных дел и медицинских карт обучаемых и т.д.). В этих документах зафиксированы многие объективные данные, помогающие установить ряд характеристик, причинные связи, выявить некоторые зависимости. Изучение письменных, графических творческих работ обучаемых является методом, вооружающим исследователя ценными данными, характеризующими индивидуальность каждого обучаемого, его отношение к работе, наличие тех или иных способностей.

Измерение – метод научного познания, основанный на определении численного значения некоторой величины посредством единицы измерения. Дает точные количественно определенные сведения об окружающей действительности. При проведении измерения важным является *точность*. Точность определяет ценность научной информации и зависит от усердия исследователя, применяемых им методов и измерительных приборов.

Наиболее важный этап в работе с применением указанных выше методов – анализ и научная интерпретация собранных данных, умение исследователя перейти от конкретных фактов к более общим выводам, а в некоторых случаях дать прогноз развития интересующего его процесса. Однако для того, чтобы судить об эффективности тех или иных педагогических взаимодействий или ценности методических находок, сделанных практическими работниками, а тем более для того, чтобы давать какие-либо рекомендации относительно применения тех или иных нововведений в массовой практике, рассмотренных методов недостаточно, так как они улавливают в основном лишь чисто внешние связи между отдельными сторонами изучаемого педагогического явления. Поэтому значительное внимание уделяется *педагогическому эксперименту* – специальным образом организованной проверке того или иного метода или приема для определения его эффективности. В отличие от изучения реально сложившегося опыта с применением методов, регистрирующих лишь то, что уже существует, эксперимент всегда предполагает создание нового опыта, в котором активную роль должно играть предполагаемое и проверяемое нововведение.

Необходимость в эксперименте возникает тогда, когда учеными выдвигается какая-либо новая идея или предположение, требующее проверки, или же тогда, когда необходимо научно проверить интересный опыт, педагогические находки практиков, подмеченные и выделенные исследователем, дать им объективную оценку. Эксперимент необходим и тогда, когда нужно проверить разные точки зрения или суждения по поводу одного и того же педагогического явления или метода, уже подвергавшегося проверке, сопоставить их результаты и сделать выводы о том, какие из них более доказательны. Нужен он и тогда, когда необходимо найти наиболее рациональные и эффективные пути внедрения в практику обязательного или признанного положения, указания, постановления.

Одно из основных условий применения педагогического эксперимента в школе – проведение его без нарушения нормального хода учебного процесса, когда есть достаточно оснований полагать, что проверяемое нововведение может способствовать повышению эффективности обучения и воспитания или хотя бы не вызовет нежелательных последствий. Такой эксперимент называется естественным экспериментом. Научно обоснованное предположение о возможной эффективности того или иного проверяемого экспериментально нововведения называется научной гипотезой.

Таким образом, в основе педагогического эксперимента всегда лежит научная гипотеза, а сам эксперимент проводится с целью ее проверки. Если она выведена лишь на основании теоретического анализа и рассуждений и не имеет пока опоры в реальном опыте, то создание этого опыта в соответствии с выдвигаемым теоретическим положением может быть названо созидающим экспериментом. Первый этап эксперимента, когда изучается лишь общая реакция обучаемых на нововведение, а также выявляется отношение к исследованию преподавателя, называется поисковым, или разведывательным экспериментом. Иногда его еще называют *констатирующим экспериментом*. В ходе констатирующего эксперимента исследователь также выявляет уровень овладения обучаемыми теми разделами программы, на которые он будет опираться в ходе проведения экспериментальной работы.

По получении предварительных данных, подтверждающих вероятность и обоснованность выдвигаемой гипотезы, возможно проведение *сравнительного (формирующего) эксперимента*, т.е. такого эксперимента, когда в одном классе (или с одной группой обучаемых) работа проводится с применением нового метода, а в другом, при прочих, примерно равных условиях, работа ведется как обычно. Данные сравнительного эксперимента могут считаться надежными лишь тогда, когда обеспечена максимальная эквивалентность условий работы с обучаемыми обеих групп. Например, занятия ведутся одним преподавателем, в ту же смену, класс или группа примерно одинакового состава по успеваемости и другим показателям, характеризующим познавательные процессы и т.п. Различными должны быть лишь сравниваемые методы или приемы работы. *Контрольный эксперимент* является итоговым и его целью является оценка результативности педагогического воздействия. Как правило, для контроля применяются те же тесты, что и на констатирующем этапе исследования. Это позволяет провести сравнительный анализ показателей до и после формирующего воздействия.

Очень важен в научном отношении этап анализа собранных данных, их теоретического осмысления и обобщения. На этом этапе экспериментатор старается отделить случайное и частное от необходимого и существенного, стремясь обнаружить регулярность или порядок, которому следует целая масса индивидуальных случаев, вскрыть внутренние связи между ними, установить некоторую закономерность. При проведении такого анализа исследователь задумывается, прежде всего, о том, какова причинно-следственная зависимость между применяемыми методами или приемами воздействия и получаемыми результатами. В ходе анализа данных экспериментатор также ищет причины, объясняющие появление некоторых неожиданных, непредвиденных результатов, определяет условия, при которых наступало то или иное явление, стремится отделить то специфическое, что могло оказать влияние лишь в данном конкретном случае и что нетипично для других и т.п. Для проведения анализа данных и их интерпретации составляются таблицы, вычерчиваются диаграммы, графики, кривые зависимостей.

1.3. Методы исследования в физической культуре и спорте

Для исследований в области физической культуры и спорта также применяются общенаучные и частные методы. В зависимости от условий исследования, частные методы можно разделить на три группы:

– Обследование организма, находящегося в состоянии покоя. Оценивается функциональное состояние организма, антропометрические показатели, психологические тесты и др. Эта группа позволяет выявить грубые отклонения от нормы, которые видны даже в состоянии покоя.

– Обследование, проводимое при выполнении испытуемым физической нагрузки. Для сравнения показателей дается стандартная физическая нагрузка (степ-тест, велоэргометрия, челночный бег и др.). Специфическая особенность этих тестов заключается в выполнении непредельной нагрузки.

– Обследование испытуемого, который выполняет тесты с максимальной нагрузкой. Тесты позволяют оценить реакцию организма на высокие нагрузки.

Первые две из названных групп тестов используются для исследования детей и взрослых, не занимающихся спортом, а также спортсменов. Третья группа тестов используется исключительно для оценки спортсменов, у которых организм адаптирован к высоким нагрузкам. Все испытания организма испытуемого под нагрузкой проводятся в присутствии медицинских работников. Основными измеряемыми и контролируемыми показателями в научных исследованиях по физической культуре и спорту являются (Трусей и др., 2021):

– показатели, характеризующие *физическую подготовленность* испытуемого (сила, быстрота, выносливость, гибкость и ловкость);

– антропометрические показатели, характеризующие *физическое развитие* испытуемого (длина и масса тела, окружности и т.д.);

– показатели, характеризующие *функциональное состояни*е организма (пульс, артериальное давление, жизненная емкость легких и др.) и *физическую работоспособность*;

– биомеханические *параметры спортивной техники* (выполнение гимнастических упражнений и др.).

Рассмотрим подробнее некоторые группы методов.

Оценка физического развития. Физическое развитие – процесс изменения естественных морфофункциональных свойств организма в течение индивидуальной жизни, важнейший индикатор здоровья детей и взрослых, обусловленный внутренними факторами и условиями жизни. Для анализа показателей физического развития применяют антропометрические методы исследования. Антропометрия включает три группы методов: соматоскопические, соматометрические и физиометрические.

Соматоскопия (soma – тело, scopia – вижу) – метод, основанный на осмотре и описании телосложения, внешнего облика человека. Методы соматоскопии исторически возникли раньше, и применялись во врачебной практике для описания состояния больного. В исследованиях в области физической культуры и спорта соматоскопия проводится для получения общего впечатления о физическом развитии обследуемого. Как правило, носит весьма субъективный характер и зависит от представлений и практического опыта исследователя. В качестве примера использования соматоскопического метода можно привести метод оценки состояния опорно-двигательного аппарата, степень жироотложения, степень полового созревания, состояние кожных покровов, слизистых глаз и полости рта, зубную формулу и др. В настоящее время в большинстве случаев методы соматоскопии заменяются методами соматометрии и физиометрии, которые осуществляются с использованием инструментов и являются более точными.

Соматометрия (soma – тело, metrov – мера, измерение) – оценка морфологических особенностей тела; точные измерения на живых людях, с использованием установленных антропометрических точек, стандартных методов, инструментария. В методах соматометрии обязательно используется специальный инструментарий. Обычные показатели соматометрии – измерение роста, массы тела, окружностей тела и др.

Физиометрия (φύσις – природа) – оценка показателей основных функциональных систем организма (сердечно-сосудистой, респираторной, нервной). Для измерения физиометрических показателей требуется специальный инструментарий. К типичным физиометрическим методам относится динамометрия, спирометрия, спирография, велоэргометрия и др. Основные физиометрические показатели: сердечно-сосудистой системы (пульс, артериальное давление и др.), дыхательной системы (объемы дыхания, ЖЕЛ и др.), психофизиологические показатели (простая и сложная зрительно-моторная реакция, тепинг-тест и др.).

Оценка функционального состояния. *Функциональное состояние* (ФС) – комплекс показателей, определяющий уровень жизнедеятельности организма, системный ответ организма на физическую нагрузку. Уровень *функционального состояния организма* – это интегральный показатель, определяющийся уровнем функционального состояния всех основных органов и функциональных систем. Также важно понимать особенности взаимосвязи функциональных систем организма в поддержании высокого уровня общей физической работоспособности (Бордуков и др., 2021):

1) уровень ФС каждой функциональной системы должен находиться в оптимальном соотношении с определенным уровнем ФС других функциональных систем организма;

2) максимальный уровень ФС организма в целом определяется максимальным уровнем ФС его самого слабого звена (функциональной системы), и, таким образом, эта последняя будет лимитировать работу всего организма.

Оценку функционального состояния организма осуществляют в состоянии покоя организма – *фоновое состояние.* Однако это дает только частичную информацию, поэтому при исследованиях в области физической культуры и спорта оценка функционального состояния систем осуществляется как в состоянии покоя, так и при физической нагрузке.

Тестирование в физической культуре и спорте проводится по определенным правилам. Тестом называется измерение или испытание, проводимое с целью определения функционального состояния или физических способностей испытуемого. Процесс испытаний называется тестированием, полученное в итоге измерения числовое значение – результатом тестирования (или результатом теста). Например, бег на 100 м – это тест, процедура проведения забегов и хронометража – тестирование, время бега – результат теста.

Безнагрузочный функциональный тест – это тест для оценки функционального состояния организма в спокойном состоянии. *Нагрузочный функциональный тест* – это тест для оценки функционального состояния организма на фоне физической нагрузки. В научных исследованиях наряду с термином «тест», применяется термин «проба», являющийся синонимичным понятием. Отличия заключаются в том, что «тест» применяется в психолого-педагогической области, «проба» – в медицинских исследованиях. Чтобы результат, полученный при проведении функциональной пробы, был максимально информативным, к ней предъявляется ряд требований:

– проба должна быть стандартной и надежной, т.е. воспроизводимой при сохранении неизменными функционального состояния испытуемого и внешних условий проведения теста;

– проба должна быть нагрузочной, т.е. должна вызывать сдвиги в исследуемой системе;

– нагрузка должна быть эквивалентной нагрузкам, возникающим в реальных жизненных условиях;

– проба должна быть объективной и безвредной, не вызывать болезненных ощущений у испытуемого.

Идеальная проба характеризуется соответствием заданной работы привычному характеру двигательной деятельности обследуемого и тем, что не требует от него освоения специальных навыков. Нагрузка должна быть достаточной, чтобы вызывать преимущественно общее, а не локальное утомление. Немаловажное качество функциональной пробы – это время проведения, а также отсутствие негативного отношения и отрицательных эмоций обследуемого. В зависимости от этого, а также от задания, которое стоит перед исследуемым, различают три группы двигательных тестов (табл. 1).

Таблица 1

Виды контрольных тестов (по В.М. Зациорскому, 1978)

Название теста	Задание спортсмену	Результаты теста	Пример
Контрольные упражнения	Показать максимальный результат	Двигательное достижение	Бег на 1500 м, время бега
Стандартные функциональные пробы	Одинаковое для всех, дозируется а) по величине выполненной работы; б) по величине физиологических сдвигов	Физиологические или биомеханические показатели при стандартной работе. Двигательные показатели при стандартной величине физиологических сдвигов	Регистрация ЧСС при стандартной работе 1000 кгм/мин. Скорость бега при ЧСС 160 уд/мин, проба PWC 170
Максимальные функциональные пробы	Показать максимальный результат	Физиологические или биомеханические показатели	Определение максимального кислородного долга или максимального потребления кислорода

Оценка физической работоспособности организма. *Физическая работоспособность* – это способность человека выполнять максимально возможный объем механической работы в течение определенного времени. Различают общую и специальную физическую работоспособность. *Общая физическая работоспособность* – это уровень развития физических качеств и способностей, не свойственных данному виду спорта, но прямо или косвенно влияющих на достижения в избранном виде спорта. *Специальная физическая работоспособность* – это уровень развития физических способностей, соответствующих специальным требованиям избранной спортивной специализации. Под специальной работоспособностью понимаются реальные функциональные возможности организма человека к эффективному выполнению конкретной мышечной деятельности.

Физическая работоспособность является интегральным показателем функционального состояния и функциональной подготовленности испытуемого.

Для определения физической работоспособности применяются прямые и косвенные методы исследования. Прямые методы основаны на определении количества работы, которую может выполнить испытуемый. На практике чаще применяются при обследованиях спортсменов и не подходят для оценки функционального состояния организма, которые не занимаются спортом. Косвенные показатели физической работоспособности являются более простыми в определении, в то же время ухудшаются значительно раньше, чем ее прямые критерии, что позволяет своевременно менять уровень физической нагрузки. Наиболее известные косвенные методы исследования физической работоспособности – проба Руфье, тест Новакки, определение максимального потребления кислорода, тест PWC-170, проба Летунова, Гарвардский степ-тест и др. (Бордуков и др., 2021).

В физической культуре и спорте, кроме измерений длины, высоты, времени, массы и других физических величин, приходится оценивать и так называемые качественные показатели: техническое мастерство, выразительность и артистичность движений и т.п. нефизические величины. Для данной группы методов имеются свои специфические методы статистической обработки (Глава 5).

1.4. Измерение в педагогических исследованиях

В общем виде под *измерением* понимают нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств. В отличие от других научных областей, в физической культуре термин «измерение» трактуется в самом широком смысле, так как в данной области недостаточно измерять только физические величины.

Помимо физических величин (время, масса, сила и т.д.), подлежат измерению педагогические, психологические, социальные, биологические показатели, которые по своему содержанию нельзя назвать физическими (Трифонова, 2016).

Измерение физической величины – это нахождение опытным путем связи между измеряемой величиной и единицей измерения данной величины, производимое, как правило, с помощью специальных технических средств. Наличие различных приборов и технических устройств, применяемых в исследованиях специалистами педагогических, биомедицинских и психологических дисциплин спорта, позволяет получать информацию более чем о трех тысячах отдельных параметров. Все параметры, измеряемые в науке о спорте, подразделяются на четыре уровня:

– интегральные, отражающие суммарный (кумулятивный) эффект функционального состояния различных систем организма (например, спортивное мастерство);

– комплексные, относящиеся к одной из функциональных систем организма спортсмена (например, физическая подготовленность);

– дифференциальные, характеризующие только одно свойство системы (например, силовые качества);

– единичные, раскрывающие одну величину (значение) отдельного свойства системы (максимальная сила мышц).

При измерении используются общепринятые единицы измерений (метры, секунды, килограммы и т.п.) Международная система единиц (Systeme International d'Unites – франц.) с сокращенным названием «SI», в русской транскрипции – СИ. Она была принята в 1960 г. XI Генеральной конференцией по мерам и весам. В настоящее время в систему СИ входят семь основных единиц: длина – метр (L), масса – килограмм (M), время – секунда (T), сила тока – ампер (I), термодинамическая температура – кельвин (Θ), количество вещества – моль (N), сила света – кандела (J).

В работах основоположников спортивной метрологии В.М. Зациорского, М.А. Годика, В.В. Иванова и др. для проведения спортивно-педагогических измерений предлагались основные и производные единицы измерений. Также широко используются в практике внесистемные единицы (энергия – в калориях, давление – в миллиметрах ртутного столба и др.) (Зациорский, 1982).

В педагогических и психологических измерениях измерители могут быть идеальными. Действительно, чтобы определить, сформировано или не сформировано у обучаемого конкретное умственное действие, необходимо сравнить действительное с необходимым. В этом случае, необходимое – это идеальная модель, существующая в голове учителя. Следует заметить, что только некоторые педагогические явления могут быть замерены. Большинство же педагогических явлений не поддаются измерению, поскольку отсутствуют их эталоны. Для измерения качественных показателей используют косвенные показатели. Суть применения косвенных показателей заключается в том, что измеряемое свойство или признак изучаемого явления связывают с определенными материальными свойствами, а величину этих материальных свойств принимают за показатель соответствующих нематериальных явлений. Например, эффективность нового метода обучения оценивают успеваемостью учащихся, качество работы ученика – количеством допущенных ошибок, трудность изучаемого материала – величиной затраченного времени, развитие психических или нравственных черт – числом соответствующих поступков или проступков и т.д.

1.4.1. Шкалы измерений

Для удобства обработки все измеренные величины необходимо привести к единому виду, так называемой *шкале измерений*. Шкала измерения в статистике – это способ представления измеренных показателей и их группировка для проведения статистических манипуляций. В зависимости от типа оцениваемых показателей выделяют четыре вида шкал:

– для представления качественных показателей – наименований (номинальная) и порядковая (ранговая);

– для представления количественных показателей – интервальная и отношений.

Стоит отметить, что количество статистических операций, которые можно проводить с данными, представленными в разных шкалах, возрастает в ряду: наименований, порядковая, интервальная и отношений.

Шкала наименований (номинальная или классификационная шкала) – это самая простая из всех шкал. Построение этой шкалы основано на группировке объектов, явлений в соответствующие классы в зависимости от проявления у них определенных признаков или свойств. Каждому классу дается наименование или числовое обозначение. Например, всех студентов вуза в зависимости от факультета, можно подразделить на следующие классы: математики, физики, химики, биологи и т.д. Или можно подразделить обучающихся по полу, месту жительства (село, город), возрасту и т.д. При решении конкретных педагогических задач испытуемых можно подразделить на группы по типу: верно – неверно решил задание/тест, выполнил – не выполнил, согласен – не согласен, нравится – не нравится и т.п.

Необходимым и достаточным условием для применения шкалы наименований является наличие такого критерия, пользуясь которым, исследователь может однозначно отличить один объект от другого. Приписывание чисел производится произвольно, и их величина и порядок не имеют никакого значения. Они используются только в качестве ярлыков, позволяющих отличить один класс явлений от другого. Более того, цифры можно заменить другими символами, например, буквами и т.п.

Например, математики – 1, физики – 2, биологи – 3, химики – 4 и т.д. При таких измерениях математическая обработка манипулирует с цифрами, характеризующими количество объектов, попавших в каждый класс.

Результаты измерений, производимых по шкале наименований, допускают несколько статистических операций. Прежде всего, это подсчет числа объектов в каждом классе и выявление простого или процентного отношения этого числа к общему числу рассматриваемых объектов. Несмотря на определенную примитивность шкалы наименований, измерения с ее помощью могут быть использованы для проверки некоторых статистических гипотез и вычисления показателей корреляции качественных признаков. Данные, полученные в результате анкетирования, часто представляются в виде шкалы наименований (рис. 1).

Возраст, лет	Мальчики	Девочки
10–12	4 (13 %)	5 (20 %)
12–14	7 (23 %)	5 (20 %)
14–16	9 (30 %)	7 (28 %)
16–18	10 (34 %)	8 (32 %)
Всего	*30*	*25*

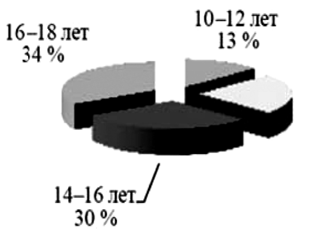


Рис. 1. Ответы мальчиков

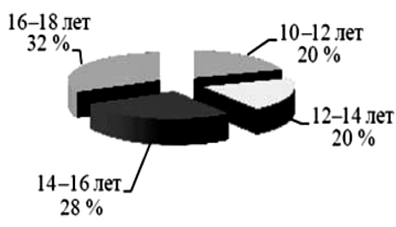


Рис. 2. Ответы девочек

Рис. 1. Пример математической обработки данных, представленных в шкале наименований

Порядковая шкала (или ранговая). Измерение в таких шкалах возможно тогда, когда исследователь может обнаружить в предметах различие степеней признака или свойства. Чем сильнее у членов квалификационной группы выражено исследуемое качество, тем большее число ему приписывается (иногда принимается обратный порядок). Порядковая шкала не только задает некоторую классификацию на множестве объектов, но и устанавливает определенный порядок между квалификационными группами. Приписываемые группам числовые значения обычно называют уровнями. Процесс приписывания чисел в порядке возрастания или убывания изучаемого признака группы принято называть *ранжированием*. Например, можно проранжировать спортсменов разного уровня квалификации: МС – 1, КМС – 2, I взрослый разряд – 3, II взрослый разряд – 4, II взрослый разряд – 5.

Результатом измерений является нестрогое упорядочение объектов. В такой шкале «измеряются» уровни физической подготовленности, возрастные группы, эмоциональные состояния, уровни утомляемости, успешность обучения. Часто, когда совокупность не очень большая, в такой системе измерения удается ранжировать не группы, а сами члены совокупности, приписывая каждому индивиду свой порядковый номер (ранг). Такая шкала только упорядочивает объекты, как правило, не образуя классификационные группы.

Естественно, что в порядковых шкалах уже не имеют смысла арифметические операции над шкальными значениями, например, сложение, вычитание или деление твердости минералов, уровни квалификации или спортивных достижений. Тем более не имеет смысла среднее арифметическое уровней. В них уже нельзя говорить о том, на сколько или во сколько раз одна измеряемая величина больше (меньше) другой величины.

Эту шкалу целесообразно применять в тех случаях, когда можно установить определенный порядок по типу: выше-ниже, больше-меньше, лучше-хуже и т.п., и невозможно при этом измерить величину этой разницы.

Измерения по шкале порядка позволяют использовать ряд статистических критериев, основанных на расчете *медианы*, представляющей меру центральной тенденции группы объектов, что выгодно отличает порядковую шкалу от шкалы наименований. На рисунке 2 представлен пример порядковой шкалы, где уровень функционального состояния дыхательной системы девочек начальной школы проранжирован как плохой, средний, хороший и представлен в виде процентного соотношения.

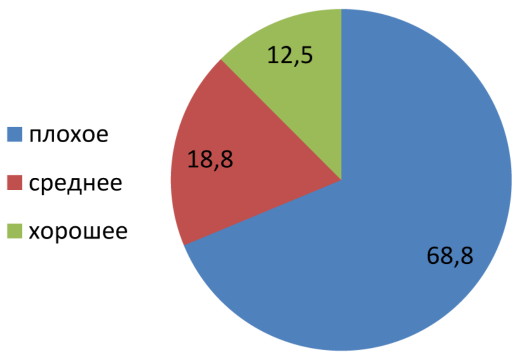


Рис. 2. Пример математической обработки данных, представленных в порядковой шкале

Интервальная шкала. Интервальные шкалы отличаются от шкал отношений тем, что в них начало отсчета выбирается произвольно. Таким образом, в ней не существует ни естественного начала отсчета, ни естественной единицы измерения. Переход от одной интервальной шкалы к другой осуществляется изменением единицы измерения и сдвигом начала отсчета. Если единицу измерения умножить на положительное число k, то все шкальные значения измеряемой величины (шкальные значения), как и в предыдущем случае, разделятся на число k. Если после этого начало отсчета сдвигается на L единиц новой шкалы в положительном ее направлении, то от всех полученных после выполнения первого шага значений надо отнять число L. Если сдвиг осуществлялся влево, то число L прибавляется. К таким шкалам относится, например, шкала температур по Цельсию. При переходе от нее к шкале Кельвина все шкальные значения умножаются на единицу, и к ним прибавляется одно и то же число 273. Легко проверить, что в интервальной шкале уже не выполняется закон постоянства отношений. Пусть, например, два тела нагреты: первое до 600ºС, а второе до 300ºС, и, следовательно, отношение температур первого ко второму равно 2. При переходе в шкалу Кельвина мы получим значения 3330K и 3030K, отношение которых равно 1,1. В то же время в шкале интервалов выполняется закон сохранения равенства дистанций. Интервальную шкалу с фиксированной единицей измерения (рост в сантиметрах, возраст в годах, доход в рублях, стаж в годах) часто называют шкалой разностей.

В интервальной шкале числа упорядочены по рангам и разделены определенными интервалами. При проведении математических операций можно определить величину различия признаков: на сколько единиц один объект или явление отличается от другого. Для такого измерения четко устанавливается единица измерения. В таблице 2 представлен пример, в котором порядковая шкала (выделена синим цветом) соотнесена с интервальной (выделена красным цветом).

Таблица 2

Ранговая и интервальные шкалы, в которых представлены данные по физическому развитию

Рост, см	Оценка уровня физического развития на основе весо-ростового индекса				
	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий
До 175 см	4,7–5,3	2,7–2,9 4,1–4,6	3,8–4,0	3,5–3,7	3,0–3,4
176–200 см	4,8–5,3	3,2–3,5 4,8–5,2	4,5–4,7	4,2–4,4	3,8–4,1

Шкала отношений отличается от интервальной шкалы только тем, что в ней строго определено положение нулевой точки. Нулевая точка здесь указывает на полное отсутствие измеряемого свойства. Также обязательно присутствуют единицы измерения. В процессе исследования приходится иногда менять единицу измерения, при этом преобразуется шкала, оставаясь шкалой отношений. Например, если в шкале для измерения массы единицу измерения в один грамм заменить единицей в один килограмм, то все шкальные оценки уменьшатся в тысячу раз. Аналогично изменяется и дистанция между любой парой величин, т.е. разность их шкальных значений. Отсюда следует, что при умножении единицы измерения на положительное число k отношение шкальных значений двух величин, как и отношение дистанций двух пар величин, не изменяется, являясь, как говорят в математике, инвариантами преобразований шкалы отношений. Отсюда следует, что, если дистанции между двумя парами величин были равны до рассмотренного выше преобразования шкалы отношений, то они будут равны и после такого преобразования. Это свойство называют законом сохранения равенства дистанций.

Заметим также, что в шкале отношений над шкальными значениями можно выполнять и осмысленно интерпретировать все арифметические операции и вычислять величины, важные для анализа изучаемого явления.

Примеры данных, представляемые в шкале отношений, приведены ниже:

– измерения роста и веса;
– дальности метания снарядов;
– длины и высоты прыжков;
– динамометрия кисти;
– продолжительность бега;
– число попаданий в цель;
– количество подтягиваний и т.п.

Для данных, представленных в шкале отношений, нет никаких ограничений в использовании математического аппарата. Стоит отметить, что при исследовании одного предмета или явления можно одновременно использовать разные шкалы (рис. 3).

Рис. 3. Примеры представления данных в разных шкалах

Таким образом, для представления качественных данных применяют номинальную и порядковую шкалы. Данные шкалы позволяют провести так называемую оцифровку данных, т.е. качественные признаки представить в виде цифр. Качественным признакам присваивают некое их числовое выражение. Оцифровка не придает качественным признакам всех свойств, которыми обладают числа, однако это позволяет проводить простые математические операции и получать выводы. В отличие от вышеназванных шкал, интервальная и относительная шкалы, описывающие количественные данные, не ограничены в применении математических методов. Данные шкалы позволяют обрабатывать различные числовые данные, используя любые математические операции.

1.4.2. Точность и погрешность измерения

Никакое измерение не может быть выполнено абсолютно точно – всегда есть ошибка измерения. Необходимо стремиться к тому, чтобы эта ошибка была разумно минимальна. *Точность измерения* – это степень приближения результата измерения к действительному значению измеряемой величины. *Погрешность (ошибка) измерения* – разность между полученным при измерении значением и действительным значением измеряемой величины. Термины «точность измерения» и «погрешность измерения» имеют противоположный смысл.

В целом все погрешности измерений можно разделить на систематические и случайные (рис. 4.). *Систематическая* погрешность – составляющая погрешности, остающаяся постоянной или же закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же величины. *Случайная* погрешность – это составляющая погрешности, изменяющаяся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины.

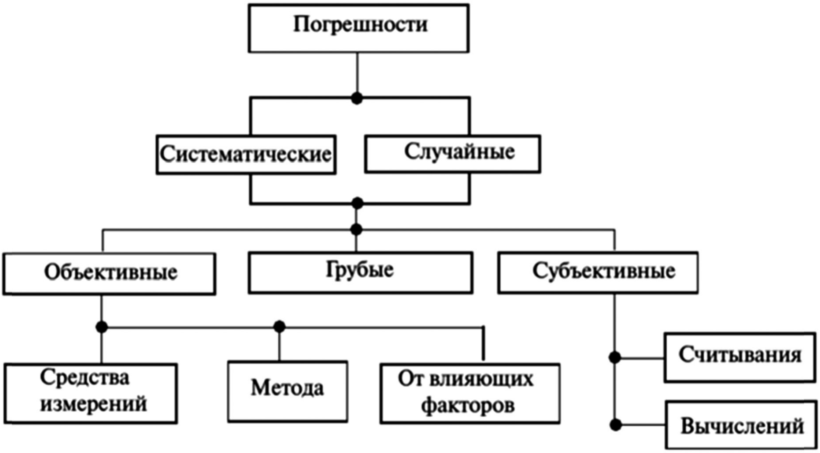


Рис. 4. Виды погрешностей измерений

Объективная погрешность – это составляющие погрешности, не зависящие от действий исследователя. *Субъективная погрешность* – это составляющие погрешности, зависящие от действий исследователя. Эта погрешность практически отсутствует при использовании автоматических средств измерений. *Грубая погрешность* – это погрешности, существенно превышающие по своему значению оправдываемые объективными условиями измерений систематические и случайные погрешности. *Промахи* возникают, как правило, из-за неверных действий исследователя или неисправности аппаратуры. Во всех случаях промахи не являются характеристикой измерений и их необходимо отбросить. *Методическая погрешность* обусловлена несовершенством применяемого метода измерений и неадекватностью используемого математического аппарата. Инструментальная погрешность вызывается несовершенством средств измерения (измерительной аппаратуры), несоблюдением правил эксплуатации измерительных приборов. Она обычно приводится в технической документации на средства измерений.

Методология любого научного исследования стремится к снижению погрешности измерения, для получения результата, максимально приближенного к действительности. Это достигается за счет разных методов: метод повторных измерений, выборочный метод и др. Большое внимание уделяется развитию и совершенствованию аппаратных методов исследования, которые являются более точными и практически исключают субъективные погрешности.

Глава 2.

ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД В СПОРТИВНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

2.1. Общая характеристика выборки

Выборочный метод – один из основных методов статистики. Экспериментатор в большинстве случаев изучает какую-то определенную выборку людей, которая всегда отбирается из большей по численности группы – генеральной совокупности. **Генеральная совокупность** – это совокупность всех возможных объектов, подлежащих статистическому исследованию. Например, длина тела студентов одного института физической культуры – выборочная совокупность, а длина тела студентов всех институтов физической культуры России – генеральная; в то же время длина тела студентов России – выборка по отношению к генеральной совокупности – ко всем студентам земного шара. Генеральная совокупность может быть конечной (количество мужчин на планете) или бесконечной (количество звезд в космосе). **Выборка** – это любая подгруппа элементов, выделенная из генеральной совокупности для проведения эксперимента. При этом отдельный индивид из выборки, если речь идет о людях, называется испытуемым или респондентом.

Объем выборки, обычно обозначаемой буквой ***n***, может быть любым, но не меньшим чем два респондента. В статистике различают малую ($n<30$), среднюю $30<n<100$ и большую выборку ($n>100$). Такие три уровня точности весьма условно с практической точки зрения можно разделить следующим образом. Уровень точности «ориентировочное знакомство» соответствует пилотному (пробному) исследованию, «исследование средней точности» – подойдет для исследования, результаты которого можно будет опубликовать в качестве научной статьи с последующим более глубоким изучением, а «исследование повышенной точности» – для диссертационного исследования и формирования окончательных заключений.

Как убедиться, что исследования, проведенные на выборке, отражают характеристики генеральной совокупности? Именно с этой целью разработано множество *методов статистического анализа.* В итоге исследовательскую деятельность можно свести к нескольким этапам:

– формирование выборки;

– проведение экспериментальной работы;

– статистическая обработка полученных результатов;

– и, если это позволяют результаты статистического анализа, распространение выводов на всю генеральную совокупность.

Если в исследовании участвуют все представители изучаемой генеральной совокупности, то такое исследование называется *полным*, или *сплошным*. Предполагается, что полное обследование генеральной совокупности позволяет получить исчерпывающую информацию об изучаемых объектах и закономерностях. Однако в большинстве случаев нет необходимости в сплошном исследовании, или оно в принципе невозможно. В таком случае проводят *частичное*, или *выборочное* исследование – на выборке. Выборочное исследование является основной в экспериментальной работе и позволяет сократить время и затраты труда.

Основная задача выборочного метода сводится к тому, чтобы организовать выборку. Здесь доминирует принцип, согласно которому необходимо обеспечить возможность всем объектам генеральной совокупности в равной степени быть избранными в выборку. Выделяют разные способы организации выборки (Трифонова и Еркомайшвили, 2016):

1. Собственно случайный отбор – из генеральной совокупности отбираются единицы выборки случайно (согласно жеребьевке или по таблице случайных чисел).

2. Механический отбор – генеральная совокупность делится на столько групп, сколько единиц должно войти в выборку, из каждой группы произвольно выбирается одна единица, которая и входит в выборку.

3. Типический отбор – генеральная совокупность делится на произвольное количество равноценных групп, затем из каждой группы отбирается одна (или несколько) единиц по принципу собственно случайного отбора.

4. Серийный (гнездовой) отбор – в этом случае отобранными в генеральную совокупность единицами являются группы, генеральная совокупность делится на большое число групп, которые рассматриваются как единицы.

При таких подходах к организации выборки и достаточно большом объеме выборки параметры последней стремятся к параметрам генеральной совокупности. В зависимости от целей и задач исследования выборки могут быть связанными или несвязанными. *Несвязанные*, или *независимые* выборки – это две независимые друг от друга группы (например, контрольная и экспериментальная). *Связанные*, или *зависимые* выборки – это выборки, в которых измеряемые параметры зависят друг от друга. Например, исследование параметров, характеризующих психоэмоциональное состояние замужних женщин (выборка 1) и их мужей (выборка 2). На практике чаще всего связанная выборка это одна и та же выборка до и после воздействия (экспериментальная группа до и после педагогического эксперимента), такую выборку еще называют *парной*. В данном случае «зависимость» означает, что полученные результаты измерения некоторого свойства, проведенные на одной выборке, оказывают влияние на другую. Для связанных и несвязанных выборок применяются разные методы статистической обработки данных.

Требования к выборке. К выборке применяется ряд обязательных требований, определяемых, прежде всего, целями и задачами исследования (Колпакова и Кужугет, 2015). Так, одно из важных требований – это *однородность* выборки. Однородность выборки предполагает, что все респонденты выборки имеют схожие характеристики: возраст, пол, состояние здоровья, уровень интеллекта и т.д. в зависимости от целей исследования. Это значит, что исследователь, изучая подростков, не может включать в эту же выборку взрослых людей. Напротив, исследование, выполненное методом возрастных срезов, принципиально предполагает наличие разновозрастных испытуемых. В этом случае должна соблюдаться однородность выборки, но уже по другим критериям, в первую очередь таким, как возраст и пол.

Второе важное требование – *репрезентативность* выборки. Репрезентативность (от франц. representative – показательный) – соответствие характеристики полученных в результате выборочного наблюдения показателям, характеризующим всю генеральную совокупность. **Репрезентативная (представительная) выборка** – это такая выборка, в которой все основные признаки представлены приблизительно в той же пропорции и с той же частотой, что и в исследуемой генеральной совокупности (рис. 5). Иными словами, репрезентативная выборка представляет собой меньшую по размеру, но точную модель той генеральной совокупности, которую она должна отражать. Расхождение между показателями выборки и генеральной совокупности называется о*шибка репрезентативности*.

Рис. 5. Формирование репрезентативной выборки

Если выборка испытуемых по своим характеристикам репрезентативна генеральной совокупности, то есть основания, что полученные при ее изучении результаты надо распространить на всю генеральную совокупность. Это распространение результатов называется **генерализуемостью** выборки. С этой целью применяются методы статистики, позволяющие подтвердить или опровергнуть генерализуемость выборки.

Таким образом, вопрос о том, в какой степени по выборочной совокупности можно судить о генеральной, принадлежит к числу важнейших теоретических и практических вопросов статистики. При этом необходимо обратить внимание на ряд аспектов. Очевидно, нельзя распространить выводы, полученные на основании исследования выборочной совокупности учеников средней школы, на студентов, и наоборот. Аналогично, результаты исследования, проведенного в специализированной школе, нельзя распространить на учеников массовой школы, результаты исследования, проведенного среди людей определенной специальности, определенного образования и т.д. Задачей исследования всякой совокупности является получение статистических характеристик или показателей, которые позволяют судить о данной совокупности в целом, о различиях внутри нее и об отличии ее от других, близких к ней совокупностей.

2.2. Ранжирование данных. Вариационные ряды

Для обработки полученных данных изначально осуществляется их группировка. Наиболее простая форма статистической группировки – это **ранжирование** данных – расстановка результатов измерений в порядке возрастания или убывания. Предположим, что у 100 студентов института физической культуры измерили рост. Неупорядоченные и ранжированные результаты измерений в сантиметрах представлены в таблице 3. Во второй строке представлены измеряемые показатели измерения, то есть случайным образом – неупорядоченная выборка. Третья строка – выборка упорядоченная или ранжированная.

Таблица 3

Неупорядоченная и ранжированная выборка при измерении роста студентов (n = 100)

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	…	100
Рост, см (неупорядоченная)	172	185	167	172	178	198	185		169
Рост, см (ранжированная)	167	169	172	172	178	185	185		200

Для дальнейшей обработки данных важно знать, как часто исследуемый признак встречается в выборке. Для этого строят *вариационный ряд* – это двойной столбец ранжированных чисел, где слева стоит собственно показатель (x_i), а справа – его количество или частота (n_i) (табл. 4). Сумма частот называется объемом совокупности, то есть общим числом исходных данных.

Таблица 4

Пример вариационного ряда

x_i (рост, см)	n_i (количество)
155	1
164	2
168	20
175	50
180	35
190	5
200	1

Этот ряд измерений можно представить не только в виде таблицы, но и графически. Графическое изображение вариационного ряда называется *полигоном распределения* (рис. 6). Чтобы построить полигон распределения частот, необходимо отложить по абсциссе численные значения показателей, по ординате – частоты.

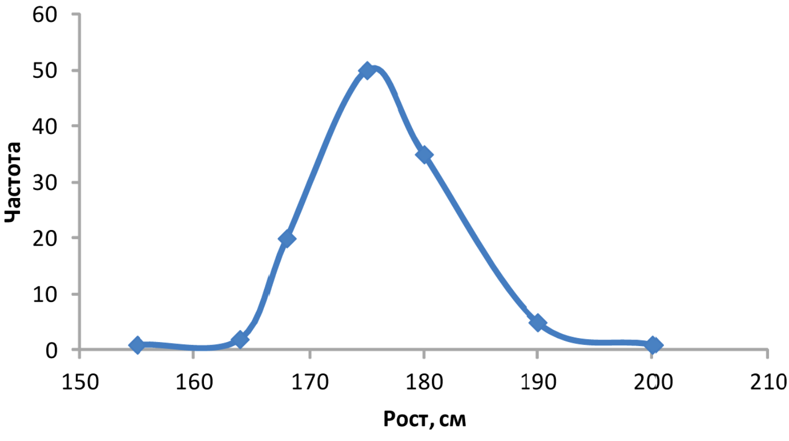


Рис. 6. Полигон распределения частот

Если использовать интервальный ряд, то гистограмма будет выглядеть как ряд «столбиков», наиболее высокие из них располагаются в середине ряда (рис. 7).

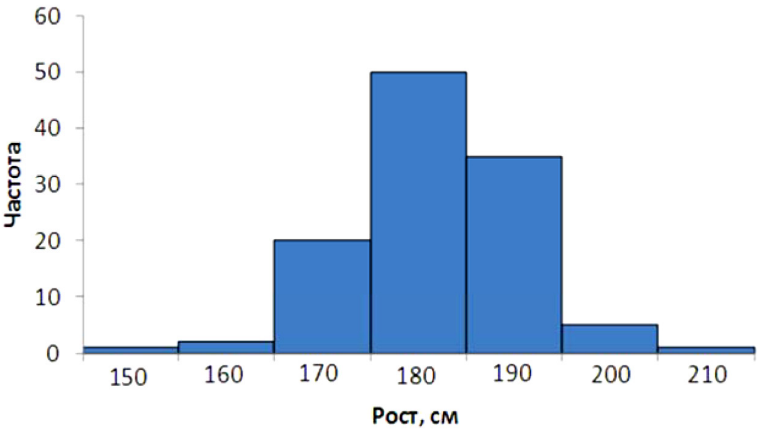


Рис. 7. Гистограмма распределения частот

Такое распределения частот встречаемости значений исследуемых признаков с одной вершиной называется *нормальным распределением*. Однако могут встречаться и другие виды распределений.

2.3. Виды распределений

Нормальное (Гауссово) распределение – идеальный стандарт распределения измеряемых значений, когда крайние значения встречаются редко и частота встречаемости постепенно повышается от крайних к серединным значениям признака (рис. 8). Нормальным такое распределение называется потому, что оно очень часто встречалось в естественно-научных исследованиях и казалось «нормой» всякого массового проявления признаков. Это распределение следует закону, открытому в разное время: Муавром в 1733 г. в Англии, Гауссом в 1809 г. в Германии и Лапласом в 1812 г. во Франции. Закон нормального распределения имеет следующую формулировку: «Если индивидуальная изменчивость некоторого свойства есть следствие действия множества причин, то распределение частот для всего многообразия проявлений этого свойства в генеральной совокупности соответствует кривой нормального распределения» (Наследов А. Д., 2007, с. 51). График нормального распределения представляет симметричную колоколообразную кривую.

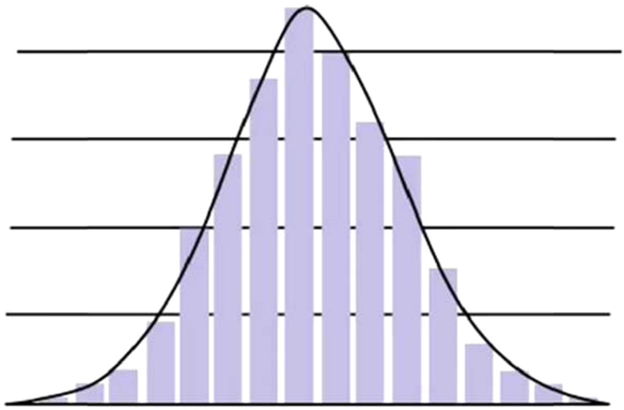


Рис. 8. Нормальное (Гауссово) распределение

В целом распределением называется закономерность встречаемости признака и разных его значений. Кривые распределения бывают одновершинные и многовершинные (рис. 9). Форма распределения является некоторой обобщенной характеристикой выборки. Распределение частоты полученных результатов в виде графиков и гистограмм дает важную предварительную информацию о форме распределения признака, а именно о том, какие значения встречаются реже, какие чаще, насколько выражена изменчивость признака. *Равномерное распределение* – когда все значения встречаются с одинаковой частотой. *Симметричное* *распределение* – когда с одинаковой частотой встречаются крайние значения признака. *Асимметричное распределение* – может быть левосторонним (когда преобладает частота малых значений) или правосторонним (когда преобладает частота больших значений).

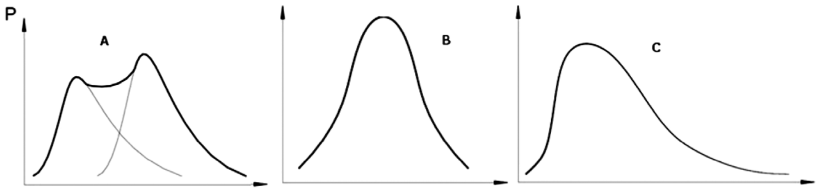


Рис. 9. Виды распределений: многовершинное распределение (A), симметричное распределение (B), ассиметричное распределение (C)

Когда вероятность события (P) очень мала (исчисляется сотыми и тысячными долями единицы), распределение частот таких событий становится крайне асимметричным и называется *распределением Пуассона* (Лакин, 1990). Распределение Пуассона – частный случай биномиального распределения. Оно, как и любое такое распределение, приближается в известной ситуации (при возрастании числа a≈np) к нормальной кривой (рис. 10).

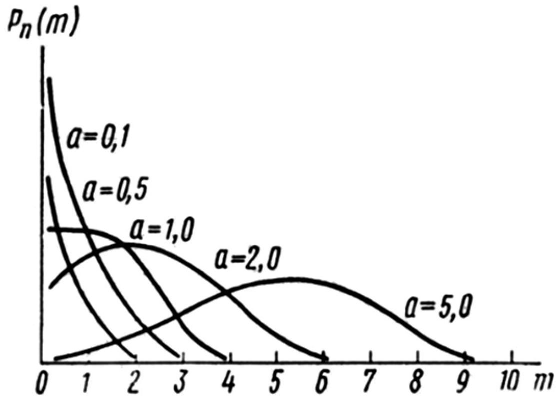


Рис. 10. Распределение Пуассона для разных значений a (по Г.Ф. Лакину, 1990)

Стоит отметить, что эмпирические распределения никогда точно не совпадают с теоретическими, поскольку носят выборочный характер. Однако этого и не требуется, чтобы наблюдаемое распределение аппроксимировать (соотнести) к теоретическому, достаточно, чтобы эмпирическое и теоретическое распределения частот значимо не различались по известным критериям различий (обычно используется для этих целей критерий χ^2) (Лакин, 1990; Майер и др., 2008). В статистике для обработки данных, имеющих нормальное распределение, применяются *параметрические методы*, для других видов распределения – *непараметрические методы*. И те и другие методы имеют свои преимущества и недостатки. Причем параметрические критерии могут оказаться более мощными, чем непараметрические, но только в том случае, если признак измерен по интервальной шкале и нормально распределен.

2.4. Характеристика центральной тенденции выборки

Вариационные ряды могут различаться по центральным характеристикам и по тому, насколько тесно располагаются вокруг центра все варианты ряда, т.е. по вариативности. Центральные характеристики выборки: мода, медиана и среднее арифметическое.

Мода (M_o) – значение во множестве наблюдений, которое встречается особенно часто (рис. 11). Используется там, где необходимо получить общие представления о распределении. Например, при изготовлении детской мебели за основу берется мода (рост, масса – чаще встречающаяся в данной возрастной группе); в вариационной пульсометрии анализируется мода ЧСС.

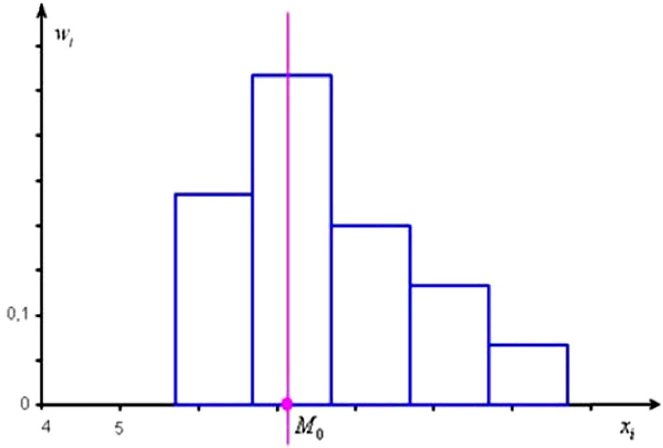


Рис. 11. Мода на гистограмме

Медиана (M_e) – это число, обозначающее середину множества чисел, т.е. половина чисел (50 %) имеют значение большие, чем медиана и половина (50 %) меньшие, чем медиана. Для расчета медианы необходимо произвести следующие действия: проранжировать числовой ряд (расставить числовые данные в порядке возрастания или убывания) и рассчитать порядковый номер медианы по формуле:

$M_e = \dfrac{n+1}{2}$, где n – это общее число измерений.

Среднее арифметическое ($X_{ср}$) для неупорядоченного ряда рассчитывают по формуле:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n},$$

где $\sum$ – знак суммирования численных показателей от первого показателя до n-го.

Пример определения моды, медианы и среднеарифметического в ряду: 9,15,2,14,9,3,11,7,10.

1. Наиболее часто встречающееся значение в нашем числовом ряду 9, значит, его частота составляет 2, отсюда находим, что $M_о = 9$.

2. Чтобы найти медиану ($M_е$), необходимо:

– проранжировать числовой ряд: 2,3,5,7,9,9,10,11,14;

– рассчитать порядковый номер медианы по вышеобозначенной формуле:

$$Me = \frac{9+1}{2} = 5,$$

– следовательно, порядковый номер искомой медианы в ранжированном ряду – 5, это число 9, т.е. $M_е = 9$.

3. Определим среднее арифметическое ($\bar{x}$) по формуле:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{9+15+2+14+9+3+11+7+10}{9} = \frac{70}{9} = 7{,}78 = 8.$$

Таким образом, среднее арифметическое в приведенном примере равно 8.

При идеальном нормальном распределении мода, медиана и среднее арифметическое совпадают ($M_о = M_е = X_{ср}$) (рис. 12).

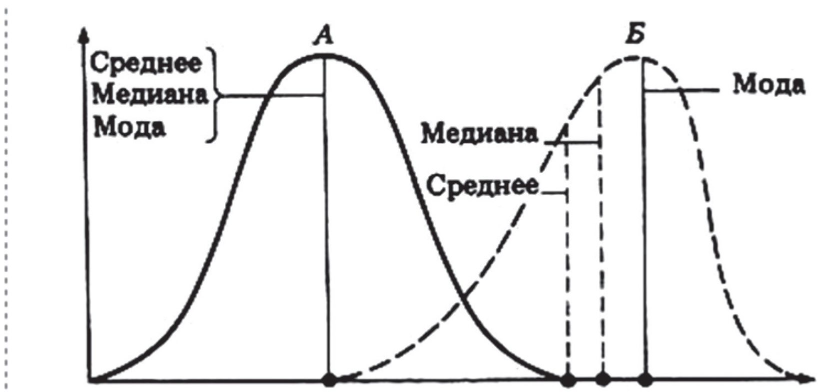


Рис. 12. Расположение моды, медианы и среднего арифметического в симметричных и ассиметричных распределениях

В ассиметричных распределениях центральные тенденции выборки различаются. Асимметрия бывает правосторонней ($M_o < M_e < X_{ср}$) и левосторонней ($M_o > M_e > X_{ср}$). Асимметрия распределения может возникать вследствие того, что имеется какой-либо внешний фактор, приводящий к смещению центральных показателей выборки, или природа исследуемых явлений такова, что имеет место асимметричное распределение. Также асимметрия может быть связана с неправильным формированием выборки, подбором методики исследования и др. В этом случае необходимо скорректировать количественные и качественные характеристики выборки, методы исследования или использовать непараметрические статистические критерии.

2.5. Характеристика вариации выборки

Ряд данных характеризуется не только средними значениями, но и размахом отклонений от средних величин, т.е. *вариацией (колеблемостью) результатов вокруг среднего.* Вариация значений признака представляет наибольший интерес при исследовании социально-экономических явлений и процессов. *Вариация* – колеблемость, многообразие, изменяемость величины признака у отдельных единиц совокупности. Она возникает в результате того, что индивидуальные значения признака складываются под влиянием разнообразных факторов (условий), которые по-разному сочетаются в каждом отдельном случае. Колеблемость выборки позволяют описать:

– дисперсия (σ^2);
– стандартное отклонение (σ);
– стандартная ошибка (m).

Дисперсия (σ^2) – значение отклонения всех измеренных значений от средней арифметической, *возведенное в квадрат*.

Дисперсия для генеральной совокупности рассчитывается по формуле:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum(\bar{x} - x_i)^2}{n}.$$

Если исследование проводят на малых выборках, где n ≤ 30, то дисперсия будет рассчитываться немного по-другому:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum(\bar{x} - x_i)^2}{n - 1}.$$

Алгоритм расчета дисперсии выглядит следующим образом:

1. Вносят в таблицу данные измерений, где n – порядковый номер измерения, x_i – значение показателя.

n	x_i	$\bar{x} - x_i$	$(\bar{x} - x_i)^2$
1	9		
2	5		
3	2		
4	14		
5	9		
6	3		
7	11		
8	7		
9	10		

2. Рассчитывают среднее арифметическое ($\bar{x}$): $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 8.$

3. Находят разность между средним арифметическим и каждым значением (заполняют третий столбец).

n	x	$\bar{x} - x_i$	$(\bar{x} - x_i)^2$
1	9	8-9= -1	
2	5	3	
3	2	6	
4	14	-6	
5	9	-1	
6	3	5	
7	11	-3	
8	7	1	
9	10	-2	

4. Находят квадраты этих разностей, т.е. заполняют четвертый столбец.

n	x	$\bar{x} - x_i$	$(\bar{x} - x_i)^2$
1	9	8-9= -1	1
2	5	3	9
3	2	6	36
4	14	-6	36
5	9	-1	1
6	3	5	25
7	11	-3	9
8	7	1	1
9	10	-2	4

5. Находят сумму квадратов отклонений: $\Sigma\ (\bar{x} - x_i)^2$, суммируя величины квадратов разностей.

n	x	$\bar{x} - x_i$	$(\bar{x} - x_i)^2$
1	9	8-9= -1	1
2	5	3	9
3	2	6	36
4	14	-6	36
5	9	-1	1
6	3	5	25
7	11	-3	9
8	7	1	1
9	10	-2	4
			Σ = 122

6. Теперь рассчитываем дисперсию по формуле:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum(\bar{x} - x_i)}{n - 1} = \frac{122}{8} = 15{,}25.$$

Чем больше дисперсия, тем больше изменчивость данных относительно центральных тенденций выборки. Дисперсия позволяет рассчитать главную статистическую характеристику вариативности (колеблемости) – *среднее квадратическое отклонение*, которое в статистике принято называть *стандартным отклонением.* **Стандартное отклонение** (σ) – среднее арифметическое всех отклонений в положительную и отрицательную стороны. Для расчета стандартного отклонения используется формула:

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum(\bar{x} - x_i)^2}{n - 1}}.$$

Стандартное отклонение характеризует степень отклонения отдельных измерений (вариант) от среднего арифметического в абсолютных единицах, т.е. имеет те же единицы измерения, что отдельные значения показателя (признака). Произведем расчет для нашего случая:

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum(\bar{x} - x_i)^2}{n - 1}} = \sqrt{15{,}25} = 3{,}9.$$

Наиболее важным общим свойством разных кривых нормального распределения является одинаковая доля площади под кривой между одними и теми же двумя значениями признака, выраженными в единицах стандартного отклонения (рис. 13). Для любого нормального распределения существуют следующие соответствия между диапазонами значений и площадью под кривой:

Хср ± 1 σ соответствует 68 % (точно – 68,26 %) площади;
Хср ± 2 σ соответствует 95 % (точно – 95,44 %) площади;
Хср ± 3 σ соответствует 100 % (точно – 99,72 %) площади.

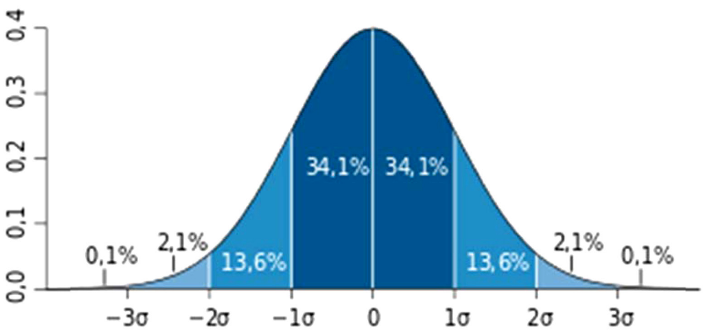


Рис. 13. Кривая нормального распределения

Для характеристики относительной вариативности признака используется коэффициент вариации (V):

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} * 100\ \%.$$

Коэффициент вариации указывает, какую долю составляет стандартное отклонение от средней арифметической ряда, и позволяет сравнить вариативность разноименных признаков (длина тела – см, масса тела – кг). Например, при расчете коэффициента вариации для этих признаков в одной из задач получены следующие значения: для длины тела V = 3,4 %, для массы тела V = 10,2 %. Отсюда следует, что такой признак, как масса тела, варьирует вокруг своего среднего значения в значительно большей степени, чем длина тела вокруг своего среднего арифметического. В нашем примере коэффициент вариации будет равен 48,8 %.

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} * 100\ \% = \frac{3{,}9}{8} * 100\ \% = 48{,}8\ \%.$$

В статистических исследованиях также широко применяется стандартная ошибка, или средняя квадратическая ошибка средней арифметической. Рассчитывается по формуле:

$$m_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

где σ – стандартное отклонение, n – объем выборки (число испытуемых).

Стандартная ошибка характеризует вариативность выборочных средних арифметических вокруг средней арифметической *генеральной совокупности*. Ее еще называют ошибкой репрезентативности. Произведем расчет для нашего случая:

$$m_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{3{,}9}{\sqrt{9}} = \frac{3{,}9}{3} = 1{,}3.$$

Стандартная ошибка тем выше, чем больше абсолютные показатели изменчивости (дисперсия и стандартное отклонение), и тем меньше, чем больше объем выборки n. Большие выборки (n³30) обеспечивают обычно низкое значение ошибки репрезентативности. При оформлении результатов стандартная ошибка записывается вместе со средним арифметическим: $\bar{x} \pm m_x$, в нашем случае 8±1,3.

Таким образом, в приведенном примере характеристики вариационного ряда выглядят следующим образом: σ_x=3,9; V_x=48,8%; m_x=1,3; $\bar{x} \pm m_x = 8 \pm 1{,}3$.

Показатели вариации играют важную роль в статистическом анализе данных. От дисперсии зависит точность и достоверность расчетов. Чем больше дисперсия, тем больше стандартное отклонение – разброс в выборке от средних значений. Разброс зависит от размеров выборки, чем больше выборка, тем меньше разброс.

Таким образом, при помощи расчетов числовых характеристик выборки можно решать много задач в области физической культуры, спорта здоровья, производя анализ какого-либо процесса или явления. При этом наиболее распространенными из них будут задачи, носящие анализирующий, разделяющий, нормативный и сравнительный характер.

2.6. Проверка статистических гипотез и уровень значимости

Статистический анализ выборки проводится для того, чтобы оценить исследуемые параметры генеральной совокупности. В спорте часто при анализе какого-либо явления приходится по некоторым измерениям показателя делать обобщающий вывод. Например, после тренировочного занятия 15 легкоатлетов у трех наблюдается неполное восстановление. Можно ли на этом основании судить о трудности тренировочного процесса, или это случайность?

Наверное, если такой неприятный факт случится со всеми 15 спортсменами, сомнений в неправильном построении занятия не будет. Следовательно, в данном случае можно говорить о представительности (*репрезентативности*) выборки, на основании которой можно сделать вывод. Этот же вопрос можно сформулировать иначе: сколько испытуемых необходимо обследовать, чтобы получить достоверные результаты измерений? Это очень важно исследователям, так как является необходимостью научно решаемых задач. А так как почти во всех случаях выборочного наблюдения параметры генеральной совокупности остаются неизвестными, то о них приходится судить по выборочным данным, т. е. гипотетически, так как выборочные показатели являются величинами случайными. Сравнение выборок, в большинстве случаев, проводят с целью выяснить, принадлежат ли они к одной и той же генеральной совокупности или к разным. Экспериментальная задача сводится к двум позициям:

– сравнить исследуемые параметры в экспериментальной группе до и после;

– сравнить параметры в контрольной и экспериментальной группах.

Поэтому такие вопросы, как сравнение результатов различных групп, оценка точности результатов измерений, оценка достоверности коэффициентов взаимосвязи и другие, решаются с использованием некоторых приемов проверки статистических гипотез. **Статистической гипотезой (Н)** называется проверяемое математическими методами предположение о виде неизвестного распределения, или о числовых параметрах известных распределений. Например, статистическими являются гипотезы:

1) генеральная совокупность распределена по закону Пауссона;

2) дисперсии двух нормальных совокупностей равны между собой.

Эти две различные статистические гипотезы. В первой гипотезе сделано предположение о виде неизвестного распределения, во второй – о параметрах двух известных распределений.

Принимаемое по умолчанию предположение о том, что не существует связи между двумя наблюдаемыми событиями, феноменами – *нулевая гипотеза*. Нулевую гипотезу обозначают через H_0, обычно это наиболее очевидная и правдоподобная гипотеза (хотя это вовсе не обязательно), в противовес к которой рассматривают *альтернативную* (H_1).

Пример статистических гипотез:

А) Нулевая гипотеза (H_0) – предполагается, что новый комплекс упражнений (методика обучения) недостаточно хорошо разработан и незначительно повлияет на результат прыжков в длину с разбега, а различия в средних значениях контрольной и экспериментальной групп (если они выявятся), будут обусловлены только действием случайностей.

Б) Альтернативная гипотеза (H_1) – предполагается, что нововведения успешно решат задачу обучения в экспериментальной группе, а полученные данные будут превосходить результаты контрольной группы.

При сравнении статистических характеристик почти никогда не встречается случая их абсолютного равенства. В силу каких-то случайных или закономерных причин значения их отличаются друг от друга. Задача при проверке гипотез состоит в том, чтобы отличить случайные влияния от закономерных.

При проверке статистической гипотезы решение экспериментатора никогда не принимается с уверенностью, т.е. всегда существует некоторый риск принять неправильное решение. Оценка степени этого риска и представляет собой суть проверки статистической гипотезы. Ясно, что исключить на 100 % этот риск невозможно. Но экспериментатор может выбрать вероятность или **уровень значимости (Р),** или **Р-значение**, который характеризует вероятность отклонения, признаваемого невозможным в силу лишь случайных причин. **Уровень значимости** (уровень достоверности, уровень надежности, доверительный уровень) – это пороговая вероятность ошибки, заключающейся в отклонении нулевой гипотезы. Обозначают буквой Р или α.

Но если выводы, которые предстоит сделать по результатам проверки гипотез, связаны с большой ответственностью, то рекомендуется выбирать α =0,01 или α = 0,001.

В противоположность уровню значимости, **доверительная вероятность** (коэффициент надежности) – это вероятность того, что в условиях данного эксперимента полученные данные можно считать надежными (достоверными) (рис. 14). Фактически доверительная вероятность показывает вероятность того, что истинное значение измеряемой величины лежит внутри некоторого интервала (доверительный интервал). Если Р=0,05, или 5 %, то доверительная вероятность 0,95, или 95 %. Чем меньше Р, тем выше вероятность, что различия между средними не случайны.

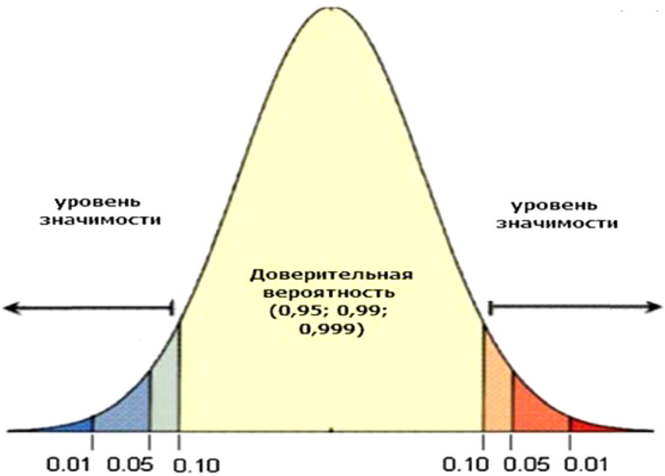


Рис. 14. Графическое представление уровня значимости и доверительной вероятности

Самыми распространенными уровнями являются: 0,001; 0,01; 0,05. В большинстве спортивно-педагогических исследований в практике достаточным считается, если Р меньше или равен 0,05. Уровень 0,05 означает, что выборочное значение может встретиться в среднем не чаще чем 5 раз в 100 наблюдениях, т.е. вероятность случайной ошибки составляет менее 5 %.

Следует особо подчеркнуть, что любая гипотеза должна формулироваться, а уровень значимости α задаваться исследователем всегда до получения экспериментальных данных, по которым эта гипотеза будет проверяться.

Методы, с помощью которых для каждой выборки формально точно определяются, удовлетворяют ли выборочные данные нулевой гипотезе или нет, называются **критериями значимости** (статистический критерий, критерий) – это случайная величина, которая служит для проверки статистических гипотез. Наиболее известные критерии – критерий Фишера, t-критерий Стьюдента и др.

Критерии значимости подразделяются на три типа:

1. Критерии значимости, которые служат для проверки гипотез о параметрах распределений генеральной совокупности (чаще всего нормального распределения). Эти критерии называются параметрическими.
2. Критерии, которые для проверки гипотез не используют предположений о распределении генеральной совокупности. Эти критерии не требуют знания параметров распределений, поэтому называются непараметрическими.
3. Особую группу критериев составляют критерии согласия, служащие для проверки гипотез о согласии распределения генеральной совокупности, из которой получена выборка, с ранее принятой теоретической моделью (чаще всего нормальным распределением).

Процедура проверки гипотез обычно сводится к тому, что по выборочным данным вычисляется значение некоторой величины, называемой статистикой критерия, или просто критерием, который имеет известное стандартное распределение (нормальное и т.п.). Найденное значение критерия сравнивается с критическим (граничным) значением критерия, взятым из соответствующих таблиц, и по результатам сравнения делается вывод: принять гипотезу или отвергнуть. Если в результате расчета статистического критерия было получено Р-значение меньше уровня значимости, то нулевая гипотеза отклоняется, а соответствующие результаты признаются статистически значимыми.

Таким образом, систематизируем все сказанное и запишем основные этапы проверки гипотезы:

1. Формулировка гипотезы (нулевая гипотеза), которую в дальнейшем необходимо принять или отклонить.

2. Выбор уровня значимости.

3. Определение выборочного значения статистических характеристик (на основе измерения или наблюдения выборочной совокупности).

4. Выбор критерия для проверки статистической гипотезы.

5. Сравнение расчетного значения с критическим значением критерия для выбранного уровня значимости и принятие или отклонение гипотезы.

Следует подчеркнуть разницу между статистической значимостью и практической значимостью. Заключение о практической значимости всегда делается человеком, изучающим данное явление. И здесь истинным критерием является опыт и интуиция исследователя, а статистические критерии значимости – лишь формально точный инструмент, используемый в исследовании. Чем больше исследователь знает об изучаемом явлении, тем точнее будет сформулированная им гипотеза, и тем точнее будут выводы, сделанные с помощью критериев значимости.

Глава 3.

КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ МЕТОДЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

3.1. Характеристика количественных методов

В спортивной деятельности важен контроль за состоянием спортсмена, тренировочными нагрузками, техникой выполнения движений, спортивными результатами и поведением спортсмена на соревнованиях. Контроль и последующее управление в каждом из этих направлений невозможен без сопоставления данных, их оценки и анализа. Для научного анализа и оценки используют математико-статистические методы. Предметом исследования статистики является оценка статистических совокупностей с применением специальных математико-статистических методов. Массовые статистические совокупности посредством математических операций приводятся к более простым значениям, от применения которых не происходит потеря исходной информации. Таким образом, большие совокупности чисел заменяются несколькими параметрами, несущими в себе всю исходную информацию. Сжатие информации до обозримых размеров позволяет проанализировать исследуемое явление и дать ему адекватную оценку, что невозможно осуществить при рассмотрении всей статистической совокупности.

Все эти рассуждения имеют место в практике исследований в области физической культуры и спорта. Изначально происходит сбор исходных данных в виде статистической совокупности, где ее единичные показатели отражают достижения конкретного спортсмена, а их варьирование свидетельствует об индивидуальном различии спортсменов по измеряемому показателю. Далее с помощью математических операций осуществляется статистическая группировка, рассчитываются параметры выборки. Таким образом, *статистическое исследование* – это сложный и продолжительный процесс, позволяющий получить представление о том или ином явлении, изучить его размер, уровень, выявить закономерности и т.д.

Выделяют три основных этапа статистических исследований:

1. Формирование *статистической совокупности (статистическое наблюдение)* – планомерный и систематический процесс сбора данных, характеризующих изучаемый объект. Чаще всего оно преследует практическую цель – получение достоверной информации для выявления закономерностей развития явлений и процессов. Оно должно удовлетворять следующим требованиям:

– объекты наблюдения (в нашем случае испытуемые) должны быть одинаковыми (однородными) с точки зрения их свойств (квалификация, специализация, возраст, стаж занятий и др.);

– число объектов наблюдения должно быть достаточным, чтобы можно было выявить закономерности и обобщить их свойства.

2. *Статистическая сводка* и группировка результатов наблюдения. Они являются важной подготовительной частью к статистическому анализу данных. Этот этап предусматривает:

– систематизацию (группировку) данных;

– оформление определенных статистических таблиц.

3. *Анализ статистического материала.* Статистический анализ является заключительной стадией статистического исследования. В процессе статистического анализа исследуются структура, динамика и взаимосвязи явлений

или процессов. Его проводят с использованием соответствующих математико-статистических методов (Майер и др., 2008; Колмакова и Ванюрин, 2008).

Важный этап – выбор метода статистики. Чтобы правильно выбрать статистический метод, необходимо, прежде всего, учитывать характер интересующего нас признака (количественный или качественный), размер выборки, а также вид распределения, которому подчиняются данные. Для статистического анализа данных, соответствующих нормальному распределению, применяются *параметрические критерии*. Для анализа малых выборок или данных, которые соответствуют другим видам распределения, применяются *непараметрические критерии*. Непараметрические критерии имеют более простые алгоритмы расчета и не зависят от вида распределения (подходят для всех видов распределения). При этом параметрические критерии являются более точными и имеют большую разрешающую способность, чем непараметрические. Во всех случаях, когда распределение не отличается от нормального, рекомендуется применять параметрические критерии. При статистической обработке выборок малого размера иногда параметрические критерии показывают отрицательный результат, тогда рекомендуется применять непараметрические. Если статистическая обработка данных дает одинаковый результат при использовании параметрических и непараметрических критериев, это гарантирует, что полученные выводы правильные. Рассмотрим основные статистические критерии, применяемые в спортивной метрологии.

Разрешающая мощность критериев Стьюдента и Фишера велика в случае, когда анализируемые данные соответствуют нормальному распределению. В случае, когда распределение данных отличается от нормального или малых выборок, применяются непараметрические критерии.

В их основе лежит сравнение не самих средних значений выборок, а порядковых чисел в ранжированном ряду.

Стоит отметить, что непараметрические критерии применимы не только к *независимым выборкам, но и непараметрическим зависимым выборкам* (критерий Вилкоксона) экспериментальных данных, при этом показатели должны быть измерены с помощью порядковой шкалы (качественной или количественной).

Представим, что исследователь провел измерения какого-либо критериального показателя у учащихся экспериментальной и контрольной групп. Например, количества первичных баллов, полученных при выполнении теста. Естественно, в каждой из групп будет наблюдаться индивидуальный разброс значений показателя. Возникает вопрос: существует ли значимое различие между двумя наборами значений, перекрывающее разброс в пределах каждого из наборов? Ответ на него не даст сопоставление неких усредненных по каждой группе показателей (например, среднего числа набранных баллов), поскольку все равно потребует доказательства статистическая достоверность выявленных различий. Для решения подобных задач и применяются методы, рассматриваемые в данном параграфе.

В общем виде проверяемые гипотезы могут быть сформулированы следующим образом:

H_0: Различие уровней признаков в сопоставляемых выборках отсутствует (не превышает индивидуального статистического разброса).

H_1: Имеется достоверное различие уровней признака (различие превышает статистический разброс).

Если имеются только две сопоставляемые независимые выборки, то в отношении них возможно лишь решение задачи о существовании достоверных различий признака. Если же имеется большее число независимых выборок (больше трех групп), которые различаются, например, продолжительностью исследуемого воздействия, то критерии из рассматриваемой группы позволят выявить существование достоверной тенденции изменения показателя (или отсутствие таковой). К критериям данной группы относятся:

– W-критерий Вилкоксона, используемый при сравнении связанных и несвязанных выборок.

– U-критерий Манна–Уитни – достаточно мощный критерий для двух выборок, основанный на сопоставлении рангов;

– H-критерий Крускала–Уоллиса – позволяет оценить существование различий уровня признака одновременно у трех и более выборок без указания направления изменений при переходе от одной группе к другой.

Далее будут рассмотрены наиболее мощные из вышеперечисленных – критерии Стьюдента, Фишера, Манна–Уитни для двух выборок, Вилкоксона, критерий Крускала–Уоллиса.

3.2. Параметрический t-критерий Стьюдента

Критерий Стьюдента разработан В. Госсетом, который свои работы печатал под псевдонимом Student (Лакин, 1990). Данный критерий применяется при анализе как малых ($n<30$), так и больших выборок. Выделяют два основных случая, когда необходимо рассчитать критерий Стьюдента, отличающиеся условиями эксперимента. В первом случае критерий применяют для проверки гипотезы о равенстве средних двух несвязанных (независимых) выборок – *t-критерий Стьюдента для несвязанных выборок*. В этом случае есть контрольная и экспериментальная (опытная) группы, количество испытуемых в которых может быть различно. Во втором случае осуществляется сравнение двух связанных (зависимых) выборок, как правило, это одна и та же выборка до и после эксперимента, такой критерий называют *t-критерием Стьюдента для связанных выборок*. Для данных случаев расчет t-критерия Стьюдента будет осуществляться по разному алгоритму.

Т-критерий Стьюдента для несвязанных выборок. Статистика критерия для случая несвязанных, независимых выборок вычисляется по формуле:

$$t_{\text{эмп}} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sigma_{x-y}},$$

где $\bar{x}, \bar{y}$ – средние арифметические в экспериментальной и контрольной группах, σ_{x-y} – стандартная ошибка разности средних арифметических. Находится из формулы:

$$\sigma_{x-y} = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 + (y_i - \bar{y})^2}{n_1 + n_2 - 2} * \langle\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\rangle};$$

где n_1 и n_2 объемы первой и второй выборки. Если $n_1 = n_2$, то стандартная ошибка разности средних арифметических будет считаться по формуле:

$$\sigma_{x-y} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 + (y_i - \bar{y})^2}{(n-1) * n};$$

где n – величина каждой из выборок.

Подсчет числа степеней свободы осуществляется по формуле:

$$k = n_1 + n_2 - 2.$$

При численном равенстве выборок k = 2n – 2.

Далее необходимо сравнить полученное значение $t_{\text{эмп}}$ с критическим значением t-распределения Стьюдента ($t_{\text{крит}}$) (Приложение 1). Если $\mathbf{t_{\text{эмп}}<t_{\text{крит}}}$, то нулевая гипотеза H_0 о равенстве выборок принимается. В противоположном случае нулевая гипотеза отвергается и принимается альтерна-

тивная гипотеза H_1, утверждающая, что между выборками есть различия.

Рассмотрим пример использования t-критерия Стьюдента для несвязанных и неравных по численности выборок. В экспериментальной и контрольной группах учащихся получены следующие результаты контрольного тестирования по учебному предмету:

Первая группа (экспериментальная) $n_1 = 11$ человек	Вторая группа (контрольная) $n_2 = 9$ человек
12 14 13 16 11 9 13 15 15 18 14	**13 9 11 10 7 6 8 10 11**

Нулевая гипотеза (H_0) предполагает, что учащиеся экспериментальной группы показывают такой же уровень знаний, как и контрольной. Соответственно, альтернативная гипотеза H_1 – уровень знаний в контрольной и экспериментальной группах отличается. Общее количество членов выборки: $n_x = 11$, $n_y = 9$.

Произведем расчет средних арифметических по формуле, приведенной в разделе 2.5: $\bar{x} = 13{,}636$; $\bar{y} = 9{,}444$. Стандартное отклонение (раздел 2.6) составляет $\sigma_x = 2{,}460$; $\sigma_y = 2{,}186$.

По формуле рассчитываем стандартную ошибку разности арифметических средних:

$$\sigma_{x-y} = \sqrt{\frac{60{,}545 + 38{,}222}{11 + 9 - 2} * \langle\frac{1}{11} + \frac{1}{9}\rangle} = 1{,}053.$$

Считаем статистику критерия:

$$t = \frac{13{,}636 - 9{,}444}{1.053} = 3{,}981.$$

Сравниваем полученное в эксперименте значение t с табличным значением с учетом степеней свободы, равных числу испытуемых минус два (18). Табличное значение $t_{крит}$

равняется 2,1 при допущении возможности риска сделать ошибочное суждение в пяти случаях из ста (уровень значимости = 5 %, или 0,05). Если полученное в эксперименте значение $t_{эмп}$ превышает табличное $t_{крит}$, то есть основания принять альтернативную гипотезу (H_1) о том, что учащиеся экспериментальной группы показывают в среднем более высокий уровень знаний. В эксперименте $t_{эмп}$ = 3,981 табличное значение $t_{крит}$ = 2,10, таким образом, эмпирическое значение t-критерия превышает табличное – 3,981 > 2,10.

Основные вопросы, которые возникают при расчете t-критерия:

1. Что если полученное в опыте значение $t_{эмп}$ окажется меньше табличного? Тогда надо принять нулевую гипотезу о том, что между выборками нет разницы.

2. Доказано ли преимущество экспериментального метода? Не столько доказано, сколько показано, потому что с самого начала допускается риск ошибиться в пяти случаях из ста (p = 0,05). Результаты нашего эксперимента могли быть одним из этих пяти случаев. Но (β = 95 %) возможных случаев говорит в пользу альтернативной гипотезы, а это достаточно убедительный аргумент в статистическом доказательстве.

3. Что если в контрольной группе результаты окажутся выше, чем в экспериментальной? Поменяем, например, местами, сделав $\bar{x}$ средней арифметической экспериментальной группы, а $\bar{y}$ – контрольной:

$$t = \frac{9{,}444 - 13{,}636}{1{,}053} = -3{,}981.$$

Отсюда следует вывод, что новый метод пока не проявил себя с хорошей стороны по разным, возможно, причинам. Поскольку абсолютное значение 3,981 > 2,1, принимается вторая альтернативная гипотеза (H_2) о преимуществе традиционного метода.

Т-критерий Стьюдента для связанных выборок. В практике физической культуры и спорта довольно часто встречается ситуация, когда измерения проводятся на одних и тех же испытуемых, спортсменах, например до и после тренировочного цикла. При этом стараются определить, изменилось ли состояние спортсменов. В таких случаях выборки всегда равночисленны ($n_x = n_y$), а все измерения могут быть объединены в пары (каждая пара – это результаты измерений на одном человеке в начале и конце эксперимента). Подобные выборки называют связанными: между данными первого и второго измерения может быть взаимосвязь.

При сравнении двух малых групп с зависимыми вариантами методом Стьюдента расчет t-критерия проводится по формуле:

$$t = \frac{|z| \cdot \sqrt{n \cdot (n-1)}}{\sqrt{\sum (z_i - z)^2}};$$

где $z_i = x_i - y_i$; $|\bar{z}| = |\bar{x}| - |\bar{y}|$; n – число испытуемых.

Расчет числа степеней свободы в данном случае, т. к. $n_x = n_y$, производится по формуле:

$$k = 2 \cdot (n-1).$$

После того как произведен расчет t-критерия Стьюдента и числа степеней свободы, из таблицы t-критерия Стьюдента (Приложение 1) находится критическое значение t-критерия для трех порогов доверительной вероятности β и уровней значимости α. Если $t_ф < t_{st}$ (минимального значения из таблицы), то между данными двух выборок не наблюдается достоверности различий, то есть они примерно равные по данному показателю, и, следовательно, предложение о различиях в показателях выборок оказывается ошибочным. Если же $t_ф \geq t_{st}$, т. е. расчетная величина t-критерия соответствует табличным данным или выше их, то говорят о достоверности различий при определенной степени доверительной вероятности.

Рассмотрим пример. С помощью метода Стьюдента определить достоверность различий в показателях роста у 11 учеников первого класса, проведенных в начале и конце учебного года, если данные выборок таковы:

Начало года: x_i , см ~ 136; 130; 127; 132; 125; 138; 120; 131; 118; 123; 128.

Конец года: y_i, см ~ 139; 135; 131; 136; 128; 142; 125; 135; 122; 124; 132.

Алгоритм решения:

1. Данные тестирования заносим в рабочую таблицу и сделаем необходимые расчеты.

X_i	y_i	$z_i = (x_i - y_i)$	$(z_i - \bar{z})$	$(z_i - \bar{z})^2$
136	139	-3	-3 + 4 = 1	1
130	135	-5	-5 + 4 = -1	1
127	131	-4	-4 + 4 = 0	0
132	136	-4	-4 + 4 = 0	0
125	128	-3	-3 + 4 = 1	1
138	142	-4	-4 + 4 = 0	0
120	125	-5	-5 + 4 = -1	1
131	135	-4	-4 + 4 = 0	0
118	122	-4	-4 + 4 = 0	0
123	124	-1	-1 + 4 = 3	9
128	132	-4	-4 + 4 = 0	0
$\bar{x}$ =128	$\bar{y}$ =132	$\bar{z}$ =-4		$\sum(z_i - \bar{z})^2$ =13

2. На основании расчета средних величин выборок $\bar{x} = 128$ см < $\bar{x} = 132$ см выдвигаем рабочую гипотезу, что в течение учебного года у исследуемых наблюдается достоверное увеличение показателей длины тела.

3. Подтвердим выдвинутое предположение расчетом величины t-критерия Стьюдента, используя вышеприведенную формулу:

$$t = \frac{|z| \cdot \sqrt{n \cdot (n-1)}}{\sqrt{\sum(z_i - z)^2}} = \frac{|3| \cdot \sqrt{9 \cdot (9-1)}}{\sqrt{196}} = \frac{3 \cdot \sqrt{72}}{14} = 1{,}82.$$

4. Рассчитаем число степеней свободы по формуле:

$$k = 2 \cdot (n - 1) = 2 \cdot (9 - 1) = 16.$$

5. Сравним расчетное значение t-критерия ($t_ф$ = 1,82) с табличным значением для k = 16 при α = 5 % (β = 95%). Так как $t_ф = 1,82 < t_{st} = 2,12$ для k = 16 при β = 95 %, то делаем вывод, что различия в показателях кистевой динамометрии правой и левой рук у исследуемой группы недостоверны.

3.3. Критерий Фишера для сравнения дисперсий

Оценка генеральных параметров с помощью выборочных данных делается с помощью F-критерия Фишера. Данный критерий указывает о наличии или отсутствии достоверного различия в двух дисперсиях. Критерий Фишера применяется при сравнении показателей рассеивания выборок, а именно для установления равенства (или неравенства) двух выборочных дисперсий, принадлежащих к одной и той же генеральной совокупности. F-критерий Фишера применяется для больших (n > 30) и малых выборок (n < 30). Он функционально связан с вероятностью, имеет непрерывную функцию распределения и зависит от чисел степеней свободы сравниваемых дисперсий. Характерным для F-критерия оказывается то, что он полностью определяется выборочными дисперсиями и не зависит от генеральных переменных.

Используя символ σ^2 для обозначения дисперсии всех элементов генеральной совокупности, обозначим символом σ_1^2 дисперсию генеральной совокупности, к элементам которой применена экспериментальная методика, и символом σ_2^2, если применена традиционная методика. Приняв такую символику, нулевую гипотезу можно записать в виде: $H_0 - \sigma_1^2 = \sigma_2^2$, а альтернативную в виде: $H_1 - \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$.

Для проверки нулевой гипотезы H_0 против альтернативной гипотезы H_1 используется критерий Фишера F ν_1, ν_2, представляющий отношение двух выборочных дисперсий: S_1^2 и S_2^2, а именно F $\nu_1, \nu_2 = S_1^2/S_2^2$, где ν_1, ν_2 – степени свободы каждой из сопоставляемых выборок.

Когда верна гипотеза H_0 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, выборочное распределение $F = S_1^2/S_2^2$ критерия Фишера представляет собой F-распределение Фишера со степенями свободы $\nu_1 = n_1 - 1$ и $\nu_2 = n_2 - 1$, где n_1 и n_2 – численность выборок. При $\nu = 4$ и $\nu = 25$ – кривая распределения Фишера принимает вид, изображенный на рисунке 15.

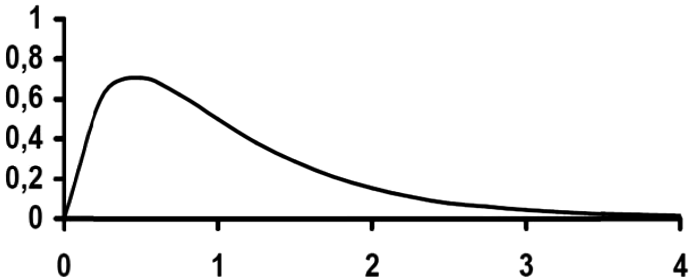


Рис. 15. Кривая распределения Фишера

Верхние критические точки этого распределения приведены в таблицах Приложений 2 и 3, в которых степени свободы обозначены соответственно буквами k и n. Например, при n = 4 и k = 25 на уровне статистической значимости α = 0,05 верхнее критическое значение критерия Фишера равно 2,8. Нижнее критическое значение при тех же условиях вычисляется по правилу: ${}_{1-\alpha}F_{n,k} = \frac{1}{{}_{\alpha}F_{k,n}}$, откуда следует, что для его вычисления нужно сначала, пользуясь той же таблицей Приложения 2, найти верхнее критическое значение критерия Фишера при n = 25 и k = 4. Оно равно 5,7. Теперь остается найти число, обратное 5,7, которое будет в этом случае равно 1/5,7 = 0,18, оно и будет нижней критической точкой (Майер и Колмакова, 2008).

Алгоритм определения критерия Фишера F

1. Находим критерий Фишера F по формуле:

$F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$, где σ_1^2 и σ_2^2 – дисперсии сравниваемых выборок.

Условием критерия Фишера является то, что числитель должен всегда быть больше знаменателя, то есть число F всегда больше единицы.

2. Задаем доверительную вероятность – 0,95 и определяем число степеней свободы для обеих выборок: $k_1 = n_1$-1; $k_2 = n_2$-1.

3. По таблице находим критическое значение критерия $F_{кр}$.

4. Осуществляем сравнение критериев F и $F_{кр}$ (Приложение 2).

5. Делаем выводы:

– если $F > F_{кр}$, то различие между выборками статистически достоверно;

– если $F < F_{кр}$, то различие между выборками статистически недостоверно (Начинская, 2011).

Пример. Сравниваются два разных изложения одной и той же темы в двух учебниках. Исследователя интересует, какое из них ведет к меньшей дисперсии в получаемых учащимися оценках. С этой целью исследователь из состава учащихся пяти восьмых классов (125 человек), которые в данном случае составляют генеральную совокупность, случайным образом сформировал две группы по 20 человек каждая. Отобранные учащиеся самостоятельно изучали предложенную им тему: первая группа – по первому учебнику, вторая – по второму. Качество усвоения тестируется в десятибалльной системе. По результатам тестирования вычисляются выборочные средние и дисперсии.

Предположим, что в результате эксперимента установлено, что в первой группе дисперсия равна S_1^2 = 4,34, а во второй – S_2^2 = 2,36. Какой вывод должен быть сделан в этом случае? Критерий проверки дает следующий результат:

$$F = : \frac{S_2^1}{S_2^2} = \frac{4.34}{2.36} = 1{,}839.$$

Верхнее критическое значение двустороннего критерия Фишера при α=0,05 и $n_1 = n_2$ =20, обозначаемое символом $_{0,025}F_{19,19} = 2{,}1$.

Так как количество отобранных элементов (40) составляет более чем одну двадцать пятую часть от генеральной совокупности (125), то вводим поправочный коэффициент $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$, который в данном случае равен $\sqrt{\frac{125-40}{125-1}}$ =0,825. Умножив на него верхнее критическое значение, получим 1,733. Так как вычисленное значение F = 1,839 больше верхнего критического значения 1,733 и, следовательно, попадает в правую часть критической области, то нулевую гипотезу можно отклонить на уровне значимости α = 0,05, и, следовательно, на этом уровне можно утверждать, что изложение, принятое в первом учебнике, ведет к большей дисперсии, чем изложение, принятое во втором учебнике. Этот вывод можно распространить на всю генеральную совокупность (Колмаков и Ванюрин, 2008).

3.4. Автоматизированный расчет критерия Стьюдента и Фишера в пакете «Анализ данных» MS Office Excel

В рамках этого раздела рассмотрим основные методы статистического анализа и их проведение с помощью пакета «Анализ данных» программы Microsoft Office Excel. Анализ данных – это программная надстройка, которая доступна при установке Excel или ее можно включить дополнительно в «Надстройках». Для этого необходимо во вкладке

«Файл» выбрать опцию «Параметры» и в открывшемся диалоговом окне во вкладке «Надстройки» поставить галочку напротив пункта «Пакет анализа». После подключения в «Надстройках» пакет «Анализ данных»»» будет доступен из вкладки «Данные» (рис. 16).

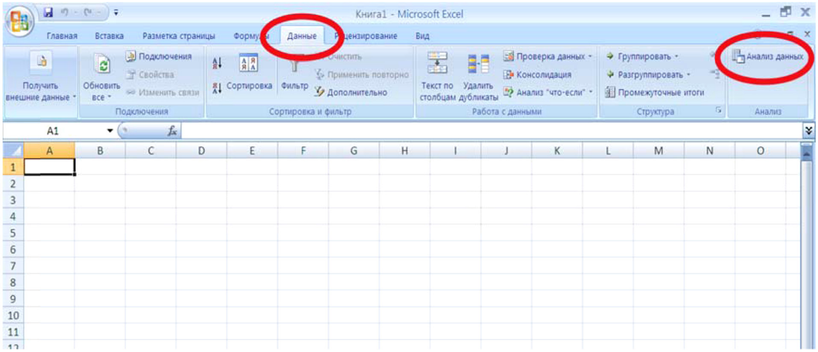


Рис. 16. Размещение пакета «Анализ данных» в MS Office Excel

При нажатии на кнопку «Анализ данных» открывается диалоговое окно с методами статистического анализа, доступными для проведения в Excel (рис. 17). Для перехода к конкретному методу можно дважды щелкнуть левой кнопкой мышки на название метода или выделить метод щелчком мышки и нажать кнопку ОК.

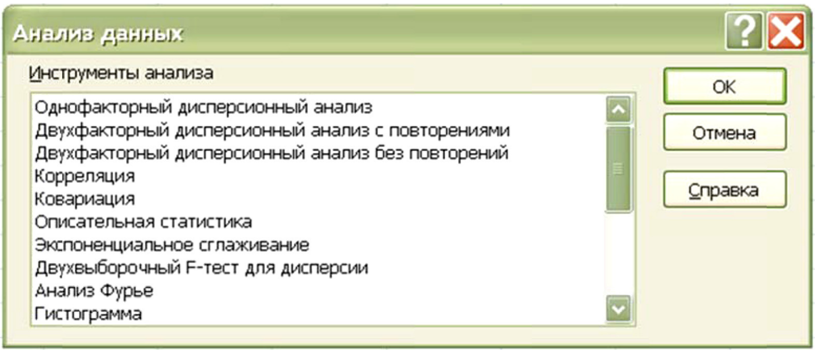
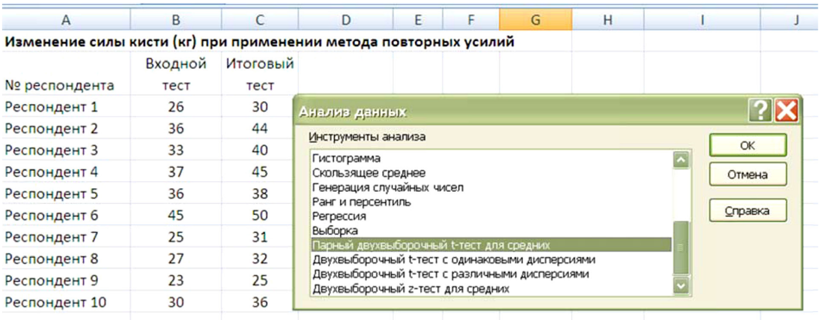


Рис. 17. Диалоговое окно «Анализ данных» в MS Office Excel

В пакете «Анализ данных» имеется три t-теста: Парный двухвыборочный t-тест для средних, Двухвыборочный t-тест с одинаковыми дисперсиями, Двухвыборочный t-тест с различными дисперсиями. *Парный двухвыборочный t-тест для средних* применяется, когда исследователю нужно сравнить одни и те же объекты «до» и «после» какого-либо воздействия (Хижняк, Пучкова, 2019). Это – так называемые *парные зависимые* выборки, или парные зависимые наблюдения. Например, нужно оценить изменение силы кисти у школьников при применении «Метода повторных усилий» на уроках физической культуры. В диалоговом окне «Анализ данных» нужно выбрать пункт «Парный двухвыборочный t-тест для средних» и нажать ОК (рис. 18).



Изменение силы кисти (кг) при применении метода повторных усилий

№ респондента	Входной тест	Итоговый тест
Респондент 1	26	30
Респондент 2	36	44
Респондент 3	33	40
Респондент 4	37	45
Респондент 5	36	38
Респондент 6	45	50
Респондент 7	25	31
Респондент 8	27	32
Респондент 9	23	25
Респондент 10	30	36

Рис. 18. Парный двухвыборочный t-тест для средних

В открывшемся диалоговом окне нужно заполнить все необходимые поля (рис. 19). Интервал переменной 1 – это часть листа, где размещены результаты входного теста, и интервал переменной 2 – часть листа с результатами итогового теста. Интервалы выделяются так, чтобы захватить название тестов, при этом необходимо поставить «галочку» напротив «Метки». Далее нужно выбрать место на листе, где будут размещены результаты анализа, поэтому ставим «галочку» напротив опции «Входной интервал» и указываем адрес ячейки.

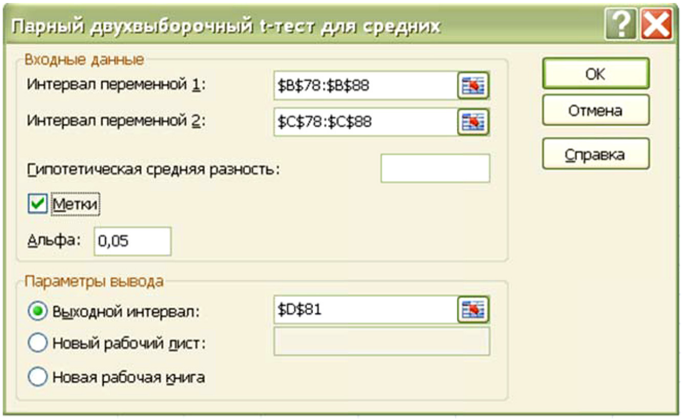


Рис. 19. Заполнение диалогового окна «Парный двухвыборочный t-тест для средних»

После заполнения всех необходимых пунктов в диалоговом окне необходимо нажать кнопку ОК, и в указанной ячейке появятся результаты проведенного анализа (рис. 20).

14	Парный двухвыборочный t-тест для средних		
15			
16		Входной тест	Итоговый тест
17	Среднее	31,8	35,8
18	Дисперсия	46,84444444	40,4
19	Наблюдения	10	10
20	Корреляция Пирсона	0,908237677	
21	Гипотетическая разность средних	0	
22	df	9	
23	t-статистика	-4,411287733	
24	P(T<=t) одностороннее	0,000846214	
25	t критическое одностороннее	1,833112923	
26	P(T<=t) двухстороннее	0,001692428	
27	t критическое двухстороннее	2,262157158	

Рис. 20. Результаты «Парного двухвыборочного t-теста для средних

Для проведения анализа используются строки «Среднее» и «P(T<=t) двухстороннее». Результаты анализа позволят установить, что, например, после применения методики сила кисти у школьников повысилась, среднее арифметическое увеличилось с 31,8 до 35,8 кг. Определить, связано ли увеличение силы кисти с применением метода повторных усилий или оно носит случайный характер позволяет Р-критерий «P(T<=t) двухстороннее». В статистике этот показатель называют *Р-значение*, или *уровень значимости*.

В приведенном примере Р=0,001692…, это означает, что вероятность случайной разницы в изменении силы кисти составляет 0,001692 или, если перевести в проценты, – 0,169 %. Эти показатели свидетельствуют о том, что с вероятностью 99,83 % различия между входным и контрольным тестами не случайны. Чем меньше Р, тем выше вероятность того, что различия между средними показателями не случайны. На практике достаточным считается, *если Р меньше или равно 0,05*.

Двухвыборочный t-тест с одинаковыми дисперсиями или Двухвыборочный t-тест с различными дисперсиями применяются тогда, когда нужно сравнить независимые выборки или независимые наблюдения (Хижняк и Пучкова, 2019). Например, есть необходимость сравнить показатели физической подготовленности в контрольной группе и экспериментальной, которая занимается по особой методике, или оценить морфофункциональные показатели у двух групп разных возрастов.

Применение одного из двух тестов зависит от того, равны или не равны дисперсии у исследуемых выборок. Для того чтобы это проверить, в «Пакете анализа» имеется специальный тест «Двухвыборочный F-тест для дисперсии» (рис. 21).

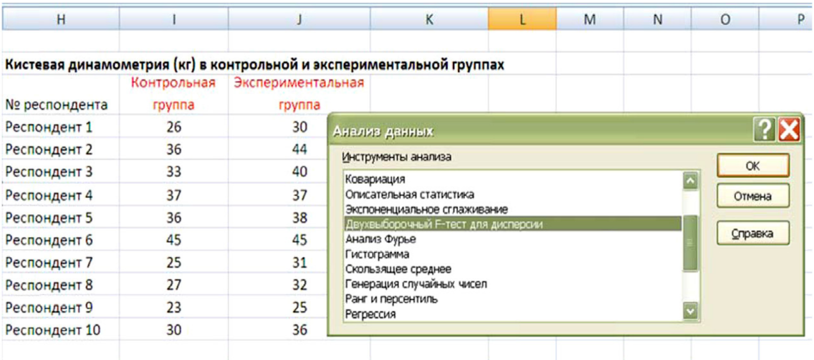


Рис. 21. Тест «Двухвыборочный F-тест для дисперсии» в Пакете анализа

Далее необходимо заполнить все поля в открывшемся диалоговом окне, как это уже было показано ранее (рис. 22). Переменными в приведенном примере являются данные контрольной и экспериментальной групп. Выбрать место для выходного интервала и нажать ОК. После чего, в указанном месте появляются результаты проведенного анализа (рис. 23).

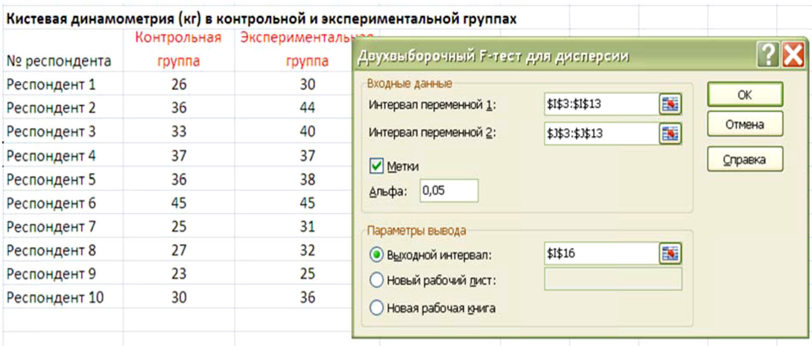


Рис. 22. Заполнение полей диалогового окна «Двухвыборочный F-тест для дисперсии»

Двухвыборочный F-тест для дисперсии		
	Контрольная группа	*Экспериментальная группа*
Среднее	31,8	35,8
Дисперсия	46,84444444	40,4
Наблюдения	10	10
df	9	9
F	1,159515952	
P(F<=f) одностороннее	0,414556758	
F критическое одностороннее	3,178893105	

Рис. 23. Результаты «Двухвыборочного F-теста для дисперсии»

Далее анализируется разница между группами с помощью P-критерия (в данном случае это «P(F<=f) одностороннее»), которое составляет 0,414556…, что гораздо больше, чем 0,05, т.е. различия между дисперсиями в контрольной и экспериментальной группах статистически незначимы. Следовательно, в дальнейшем для сравнения данных выборок необходимо использовать Двухвыборочный t-тест *с одинаковыми дисперсиями*. В противоположном случае необходимо было применять Двухвыборочный t-тест *с различными дисперсиями*. Алгоритм анализа в данных тестах аналогичный тому, что описан для «Парного двухвыборочного t-теста для средних».

3.5. Критерий Вилкоксона (W)

Одним из наиболее простых и распространенных непараметрических критериев является W-критерий Вилкоксона, используемый при сравнении несвязанных и связанных выборок. Он позволяет определить направленность изменений (увеличение или снижение) и выраженность изменения измеряемого параметра в выборке. Рекомендуется для выборок умеренной численности (численность каждой выборки от 12 до 40).

При установлении достоверности различий между данными независимых выборок применение W-критерия Вилкоксона основано на единственном предположении: выборки получены из однотипных непрерывных распределений. При этом вид распределения генеральных совокупностей X и Y никак не оговаривается. Допущение о непрерывности распределений может быть принято, когда исследуемый признак имеет большое число возможных градаций.

Если выдвигается утверждение о том, что функции распределения обеих генеральных совокупностей одинаковы F(x)=F(y), то обе выборки получены из одной и той же генеральной совокупности, и эффект обработки отсутствует.

Поскольку функции распределения F(x) и F(y) равны, то, следовательно, равны и характеристики положения этих распределений (среднее значение и медиана). Поэтому если эффект оценивается по различию средних арифметических двух выборок, то нулевую гипотезу можно было бы записать в виде: H_0: $\mu_x = \mu_y$. В этом случае критерий Вилкоксона является непараметрическим аналогом t-критерия для независимых выборок. Но если эмпирическое распределение получается сильно асимметричным, то среднее арифметическое теряет свою практическую ценность (оно плохо отражает среднее значение признака), и в этих случаях более подходящей характеристикой положения является медиана *Me.*

Одним из ценных свойств ранговых критериев является и то, что они могут применяться к данным, выраженным в шкале порядков или в шкале наименований. Для таких данных вычисление среднего арифметического не имеет смысла, а в качестве характеристики положения также используется Ме. Поэтому гипотезу H_0 для непараметрических критериев обычно записывают в виде: H_0: $Me_x = Me_y$. Эта запись относится к медианам генеральных совокупностей, хотя здесь используется тот же символ *Me,* что и для выборочной медианы. В частном случае, когда распределение симметричное (нормальное), эта запись эквивалентна H_0: $\mu_x = \mu_y$, так как для симметричных распределений среднее значение и *Me* совпадают.

Альтернатива – H_1: $Me_x \neq Me_y$ (это двусторонняя альтернатива). Ее применяют тогда, когда нет уверенности в знаке ожидаемого различия (допускается как положительный, так и отрицательный эффект обработки). Если нужно доказать, что результаты в экспериментальной группе выше, чем в контрольной, то можно сформулировать и одностороннюю альтернативу, например, H_1 : $Me_y > Me_x$.

Если учесть, что сравниваемые выборки получены из однотипных непрерывных распределений, то последовательность применения W-критерия Вилкоксона будет следующей. Данные двух выборок объединят в одну и ранжируют в порядке возрастания. Отдельно рассчитывают суммы рангов первой и второй выборок (R_x и R_y). Для контроля правильности подсчета сумм рангов выборок рассчитывается общая сумма рангов по формуле:

$$R = R_x + R_y \frac{n \cdot (n+1)}{2},$$

где n – объем объединенной выборки, равный $n_x + n_y$; R_x и R_y – суммы рангов выборок X и Y.

Далее меньшую из сумм рангов (R_x или R_y) принимают в качестве эмпирического значения критерия ($W_ф$) и сравнивают с критическим значением (W_{st}) критерия Вилкоксона (Приложение 3) для уровня значимости α и при объеме выборок n_1 и n_2. Если $W_ф > W_{st}$ нулевая гипотеза о принадлежности выборок к однотипным непрерывным распределениям отбрасывается, т.е. различие считается статистически значимым на уровне значимости α. В противном случае, если $W_ф \leq W_{st}$, то различие статистически незначимо.

Рассмотрим применение W-критерия Вилкоксона на конкретном примере. В двух группах исследуемых произведен расчет показателей индекса Руфье. Необходимо определить, наблюдаются ли различия в полученных результатах, если данные выборок таковы:

x_i , усл.ед. ~ 18,3; 10,8; 7,4; 7,8; 13,2; 6,4; 15,4; 5,4; 7,1 (n_x = 9).

y_i, усл.ед. ~ 8,8; 8,8; 2,8; 14,8; 14,2; 17,1; 7,9; 7,8; 11,9; 15,3 (n_y = 10).

Алгоритм решения:

1. Производим расчет рангов и значений медиан (Me_x и Me_y), проранжировав данные выборок в порядке возрастания.

x_i ~ 5,4; 6,4; 7,1; 7,4; 7,8; 10,8; 13,2; 15,4; 18,3

ранги: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

y_i ~ 2,8; 7,8; 7,9; 8,8; 8,9; 11,9; 14,2; 14,8; 15,3; 17,1

ранги: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Тогда $R\ Me_x = \frac{9+1}{2} = 5$; $R\ Me_y = \frac{10+1}{2} = 5{,}5$

Me_x=7,8; $Me_y = \frac{8{,}9+11{,}9}{2} = 10{,}4.$

2. Рабочая гипотеза: т.к. $Me_x = 7{,}8 < Me_y = 10{,}4$, то предположим, что полученные показатели индекса Руфье в группе X выше, чем в группе Y (H_0: $Me_x < Me_y$). Выбираем уровень значимости α = 0,05.

3. Объединяем обе выборки в одну, объем которой будет $n = n_x + n_y = 19$. Ранжируем объединенную выборку, располагая данные в порядке возрастания, и заносим в рабочую таблицу. При этом отмечаем данные, относящиеся к одной из выборок (все равно какой), например второй.

1	2	3	1	2	3
№ п/п	x_i, y_i	R	№ п/п	x_i, y_i	R
1	2,8	1	11	10,8	11
2	5,4	2	12	11,9	12
3	6,4	3	13	13,2	13
4	7,1	4	14	14,2	14
5	7,4	5	15	14,8	15
6	7,8	6,5	16	15,3	16
7	7,8	6,5	17	15,4	17
8	7,9	8	18	17,1	18
9	8,8	9	19	18,3	19
10	8,9	10			

4. Находим ранги R_i объединенной выборки. Отмечаем ранги, относящиеся ко второй выборке, подчеркиванием.

5. Производим расчет сумм рангов выборок X и Y, учитывая, что общая сумма рангов рассчитывается по вышеуказанной формуле:

$$R = R_x + R_y = \frac{n \cdot (n+1)}{2} = \frac{19 \cdot 20}{2} = 190;$$

R_x=80.9; R_y=109.5.

6. Меньшую сумму рангов (R_x) принимаем в качестве расчетного значения W-критерия Вилкоксона: $W_ф = R_x = 80,5$.

7. Из Приложения 3 находим критическое значение W-критерия Вилкоксона при уровне значимости $\alpha = 0,05$ и при объемах выборки $n_1 = 9$ и $n_2 = 10$ (в Приложении 3. n_1 и n_2 – меньший и больший объемы выборок показателей x и y), для которых $W_{st} = 65$.

Вывод: т.к. $W_ф = 80,5 > W_{st} = 65$ для $n_1 = 9$ и $n_2 = 10$ при $\alpha = 5$ %, следовательно, различия в показателях индекса Руфье у двух групп исследуемых достоверно значимы по первому порогу доверительной вероятности $\beta = 95$ %, т.е. данный показатель выше в группе X, чем в группе Y.

Как видно из примеров, применение критерия Вилкоксона основано на очень простых вычислениях сумм рангов.

Это характерно для всех ранговых критериев. В то же время эффективность этого критерия довольно высока. Если он применяется для сравнения выборок из нормальных генеральных совокупностей, то при неограниченном увеличении объема выборок эффективность его равна 0,95. Это означает, что при $n = 1000$ критерий Вилкоксона имеет такую же мощность (т.е. с такой же вероятностью правильно обнаруживает различие), как и оптимальный для этого случая t-критерий при $n = 950$. Если же распределения несимметричны, то эффективность критерия Вилкоксона может быть и значительно больше, чем t-критерия.

В тех случаях, когда сравниваемые выборки взаимосвязаны друг с другом, т.е. представлены рядами сопряженных попарно вариант, для оценки достоверности различий в предположении нормальности распределения разностей результатов измерений используется t-критерий для связанных выборок. Если же предположение о нормальности не делается, то в таких случаях часто применяется непараметрический критерий W-критерий Вилкоксона для связанных выборок, являющийся непараметрическим аналогом упомянутого t-критерия.

Нулевая гипотеза H_0 в данном случае – это утверждение о том, что распределение разностей $d_i = x_i - y_i$ связанных пар наблюдений x_i и y_i является симметричным относительно нуля. Вид распределения при этом не имеет значения. Это означает, что медиана распределения разностей (Me_d) и среднее значение (μ_d), в том случае, если оно может быть определено, равны нулю, т.е. $H_0 : Me_d = 0$.

Альтернатива H_1: $Me_d \pm 0$ в двустороннем случае, когда допускается как положительный, так и отрицательный эффект обработки. Можно сформулировать и одностороннюю альтернативу, например, $H_1 : Me_d > 0$.

Методика использования критерия Вилкоксона сводится к следующему. Сначала находятся разности между парными вариантами сопряженных рядов (d_i); при этом учитываются знаки разностей. Затем эти разности (по абсолютным величинам) ранжируют и определяют их ранги (R_i). Ранги суммируются отдельно с положительными и отрицательными знаками. Причем, если разность между парными вариантами равна нулю, она в расчет не принимается, т.е. исключается, и число наблюдений (n) уменьшается.

Меньшая сумма рангов, независимо от знака, принимается в качестве расчетного значения критерия Вилкоксона ($W_ф$) и сравнивается с критическим, указанным в таблице (Приложение 3) для уровня значимости α и числа парных наблюдений n, которое не должно быть меньше 6. Если $W_ф < W_{st}$, т.е. табличное (стандартное) значение критерия W превышает его фактическое значение (меньшую сумму рангов), это указывает на достоверность наблюдаемых различий. В противном случае, если $W_ф \geq W_{st}$, нулевая гипотеза сохраняется и различия, наблюдаемые между рядами сопряженных вариант, признаются статистически недостоверными.

Пример. В группе из 10 легкоатлетов на двух этапах годичного цикла тренировки произведена регистрация результатов в беге на 500 м. Определить достоверность различий методом Вилкоксона в полученных результатах, если данные выборок таковы:

первый этап: x_i, с. ~ 77,1; 76,8; 77,8; 80,0; 79,4; 75,9; 78,4; 76,6; 78,1; 78,9.

второй этап: y_i, с. ~ 77,0; 76,2; 78,0; 79,2; 79,4; 75,4; 78,0; 76,7; 77,9; 78,2.

Алгоритм решения

1. Полученные данные заносим в рабочую таблицу и рассчитываем разности показателей первого и второго тестирования.

№ п/п	x_i	y_i	$d_i = x_i - y_i$	Ранги (Rd_i)
1	77,1	77,0	0,1	3(+)
2	76,8	76,2	0,6	7(+)
3	77,8	78,0	-0,2	2(–)
4	80,0	79,2	0,8	9(+)
5	79,4	79,4	0	
6	75,9	75,4	0,5	6(+)
7	78,4	78,0	0,4	5(+)
8	76,6	76,7	-0,1	1(–)
9	78,1	77,9	0,2	4(+)
10	78,9	78,2	0,7	8(+)

2. Производим расчет разностей $d_i = x_i - y_i$, вычисляем значение медианы разностей (Me_d) и выдвигаем рабочую гипотезу.

Рабочая гипотеза: т.к. $Me_d = 0,4 > 0$, то предположим, что результаты в беге на 500 м на втором этапе у исследуемой группы выше, чем на первом.

3. Ранжируем разности показателей по абсолютным величинам, отбросив пары с нулевыми разностями (объем выборки теперь n = 10 –1 = 9). Отмечаем ранги, относящиеся к положительным и отрицательным значениям разностей.

4. Рассчитываем суммы рангов отрицательных и положительных разностей R(–) и R(+), учитывая, что общая сумма рангов разностей рассчитывается по вышеуказанной формуле:

$$R = R(-) + R(+) = \frac{n \cdot (n+1)}{2} = \frac{9 \cdot 10}{2} = 45;$$

R(-)=3; R(+)=42.

5. Меньшую сумму рангов R(–) принимаем в качестве значения W-критерия (Wф = 3), сравниваем с табличным значением для n = 10 при α = 1 % (Приложение 3) и сделаем вывод.

Вывод: т.к. $W_ф = 3 < W_{st} = 4$ для n = 10 при α = 1 %, то с уверенностью β = 99 % можно говорить о том, что результаты в беге на 500 м у исследуемой группы достоверно выше на втором этапе тренировки, чем на первом.

3.6. Критерий Манна–Уитни (U)

Данный критерий предназначен для проверки достоверности различий между двумя независимыми выборками по уровню признака, измеренного по шкале порядка. Общая идея метода состоит в том, что значениям признака приписываются ранги, причем ранжирование осуществляется сразу по обеим выборкам. Затем по рангам вычисляется экспериментальное значение U-критерия (порядок вычисления и расчетная формула приведены ниже), который отражает степень перекрытия интервалов значений рангов в двух выборках; чем меньше $U_{эксп}$, тем меньше перекрытие интервалов и, следовательно, тем более вероятно, что различие достоверно. Для проверки гипотез $U_{эксп}$ сопоставляется с табличным критическим значением (Приложение 4). Выбирается в зависимости от объемов выборок и статистической значимости: при $U_{эксп} > U_{кр}$ принимается H_0, в противном случае – H_1.

Ограничения применимости U-критерия:

1) объем выборок должен быть не менее трех (n_1, $n_2 \geq 3$); допускается существование всего двух наблюдений в одной из выборок, но при этом во второй их должно быть не менее пяти ($n_1 = 2$, $n_2 \geq 5$);

2) объем каждой из выборок не должен превышать 60 (это связано с ограниченностью таблиц критических значений).

На практике при объемах выборок, превышающих 20 наблюдений, целесообразнее применить иные методы (например, φ-критерий Фишера), поскольку при большом числе градаций уровня признака становится затруднительным ранжирование данных.

Пример (количественная порядковая шкала измерения признака): в двух группах испытуемых с $n_1 = 8$, $n_2 = 10$ проводилось тестирование среди студентов по истории развития олимпийского движения с максимально возможным числом баллов 100. Фактически набранные учащимися баллы представлены в таблицах. Можно ли утверждать, что уровни освоения истории в этих группах различаются?

Группа 1			Группа 2		
№	Фамилия	баллы	№	Фамилия	баллы
1	А	55	1	АА	45
2	Б	37	2	ББ	24
3	В	35	3	ВВ	72
4	Г	85	4	ГГ	70
5	Д	68	5	ДД	35
6	Е	35	6	ЕЕ	28
7	Ж	49	7	ЖЖ	68
8	З	62	8	ЗЗ	38
			9	ИИ	45
			10	КК	56

Гипотеза: H_0 – различие в уровне усвоения истории между обеими группами отсутствует. H_1 – студенты из группы 1 имеют более высокий уровень усвоения по истории.

Комментарий: количество учащихся в группах различное, однако, если посчитать средние значения числа набранных баллов в группах, они окажутся равными $x_1 = 53{,}3$ и $x_2 = 48{,}1$ баллов, что дает основания для выдвижения гипотезы H_1. U-критерий позволяет ее проверить, поскольку условия применимости метода выполнены.

Возможный порядок решения задачи в пакете программ MS Excel:

1) заготовить таблицу с колонками: «№», «Группа», «Фамилия», «Балл», «Ранг», «Общий №»; занести в нее экспериментальные данные по группам друг под другом; очевидно, при этом общий номер изменяется от 1 до $n_1 + n_2$ (в нашем примере – до 18); колонка – «Ранг» пока пуста;

2) используя инструмент «Сортировка», переупорядочить данные в колонках «Группа», «Фамилия», «Балл» по возрастанию значения числа баллов, не затрагивая колонки «№», «Ранг» и «Общий №» – именно эта ситуация показана ниже;

3) в ячейки колонки «Ранг» вручную ввести ранги, определив их (при определении ранга удобно использовать числа из колонки «Общий №»); подсчитать сумму рангов и сопоставить с контрольной суммой для проверки корректности ранжирования; при совпадении сумм перейти к следующему пункту;

4) вычисление значения $U_{эксп}$ производится в следующем порядке:

– в ячейки H5 и H6 занести значения n_1 и n_2, соответственно;

– в ячейках H7 и H8 подсчитывается сумма рангов по каждой из групп (R_1 и R_2);

– формула для расчета R_1 приведена на схеме; для расчета R_2 нужно скопировать формулу из ячейки H7 в H8 и заменить в ней «1» на «2»;

– в ячейке H9 выбирается R_m – наибольшая из сумм рангов R_1 и R_2;

– в H10 заносится число элементов той выборки, у которой оказалась наибольшей сумма рангов (в рассматриваемом примере $R_m = R_2$ и, следовательно, $n_m = n_2 = 10$;

В ячейке H11 вычисляется значение $U_{эксп}$ по формуле:

$$U_{эксп} = n_1 * n_1 + \frac{n_m(n_m+1)}{2} - R_m.$$

Значение $U_{кр}$ определяется по таблице 1 (Приложение 4) для выбранной значимости (в нашем примере $p \le 0{,}05$); меньшее из n_1, n_2 выбирается по горизонтали, большее – по вертикали; их пересечение дает критическое значение $U_{кр}$ (в рассматриваемом примере для $n_1=8$ и $n_2=10$ находим: $U_{кр} = 20$). Сопоставление $U_{эксп}$ и $U_{кр}$ позволяет принять или отвергнуть экспериментальную гипотезу; в нашем случае $U_{эксп} > U_{кр}$, следовательно, H_1 отвергается и принимается H_0 – достоверное различие в уровнях усвоения истории в сопоставляемых группах отсутствует (вопреки различию средних показателей!).

=СУММЕСЛИ($B$2:$B$19;1;$E$2:$E$19)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	№	Гр.	Фам.	Балл	Ранг	Общ. №			
2	*1*	2	ББ	24	1	1	**(SR)к =**	**171**	
3	*2*	2	ЕЕ	28	2	2	***SR = (SR)к***		
4	*3*	1	В	35	4	3			
5	*4*	1	Е	35	4	4	**n1 =**	**8**	
6	*5*	2	ДД	35	4	5	**n2 =**	**10**	
7	*6*	1	Б	37	6	6	**R1 =**	**80,5**	
8	*7*	2	ЗЗ	38	7	7	**R2 =**	**90,5**	
9	*8*	2	АА	45	8,5	8	**Rm =**	**90,5**	
10	1	2	ИИ	45	8,5	9	**(n)m =**	**10**	
11	2	1	Ж	49	10	10			
12	3	1	А	55	11	11			
13	4	2	КК	56	12	12	**Uэксп =**	**44,5**	
14	5	1	З	62	13	13	***Uкр =***	***20***	
15	6	1	Д	68	14,5	14	**Uэксп > Uкр**		
16	7	2	ЖЖ	68	14,5	15			
17	8	2	ГГ	70	16	16			
18	9	2	ВВ	72	17	17			
19	10	1	Г	85	18	18			
20					***SR =***	***171***			

=F19*(F19+1)/2

=ЕСЛИ(H9=H7;H5;H6)

=МАКС(H7:H8)

=H5*H6+H10*(H10+1)/2-H9

3.7. Критерий Крускала–Уоллиса (Н)

Критерий Крускала–Уоллиса (Н-критерий) применяется для оценки различий по степени выраженности анализируемого признака одновременно между тремя, четырьмя и более выборками. Он позволяет выявить степень изменения признака в выборках, не указывая, однако, на направление этих изменений. Критерий основан на том принципе, что чем меньше взаимопересечение выборок, тем выше уровень значимости Н. Следует подчеркнуть, что в выборках может быть равное количество испытуемых, хотя в приведенных ниже задачах приводится одинаковое число испытуемых в выборках.

Работа с данными начинается с того, что все выборки условно объединяются по порядку встречающихся величин в одну выборку и значениям этой объединенной выборки проставляются ранги. Затем полученные ранги проставляются исходным выборочным данным и по каждой выборке отдельно подсчитывается сумма рангов. Критерий построен на следующей идее – если различия между выборками незначимы, то и суммы рангов не будут существенно отличаться одна от другой и наоборот.

Рассмотрим *пример*: четыре группы испытуемых выполняли тест Бурдона в разных экспериментальных условиях. Задача в том, чтобы установить – зависит ли эффективность выполнения теста от условий или, иными словами, существуют ли статистически достоверные различия в успешности выполнения теста между группами. В каждую группу входило четыре испытуемых.

Решение: Число ошибок показателя переключаемости внимания в процентах дано в таблице:

№ испытуемых п/п	1 группа	2 группа	3 группа	4 группа
1	23	45	34	21
2	20	12	24	22
3	34	34	25	26
4	35	11	40	27
Суммы	112	102	123	96

Для дальнейшей работы с критерием необходимо выстроить все полученные значения в один столбец по порядку и проставить им ранги.

Данные	Ранг	Данные	Ранг
11	1	26	9
12	2	27	10
20	3	34	12
21	4	34	12
22	5	35	12
23	6	40	14
24	7	40	15
25	8	45	16
Сумма рангов 136			

Проверим правильность ранжирования. Общая сумма рангов равна 136, и по формуле:

$$\text{Сумма рангов } 1 + 2 + 3 \ldots + N \frac{N(N+1)}{2},$$

где N – количество ранжируемых признаков, она также составляет

$$\frac{16 * 17}{2} = 136,$$

следовательно, ранги проставлены правильно.

Следующий этап в подсчете $H_{эмп}$ состоит в распределении данных вновь на исходные группы, но уже с полученными рангами.

№ п/п	1 группа	Ранги	2 группа	Ранги	3 группа	Ранги	4 группа	Ранги
1	23	6	45	16	34	12	21	4
2	20	3	12	2	24	7	22	5
3	34	12	24	12	25	8	26	9
4	35	14	11	1	40	15	27	10
Суммы	112	35	102	31	123	42	96	31

Теперь можно подсчитать величину $H_{эмп}$ по формуле:

$$H_{эмп} = \frac{12}{N(N+1)} \sum \frac{R^2}{n} - 3(N+1),$$

где N – общее число ранжируемых признаков; n – число членов в каждой отдельной выборке; R – квадраты сумм рангов по каждой выборке.

Подставляем данные таблицы 77 в формулу 76 и получаем:

$$H_{эмп} = \frac{12}{16+17}\left[\frac{35 * 35}{4} + \frac{31 * 31}{4} + \frac{42 + 42}{4} + \frac{28 + 28}{4}\right] - 3 = 121.$$

При определении критических значений критерия Н применительно к четырем и более выборкам используют таблицу в Приложении 5. Приложения для критерия хи-квадрат, подсчитав предварительно число степеней свободы *v* для с = 4. Тогда *v* = с – 1 = 4 – 1 = 3. Находим по таблице в Приложении 5.

Полученное эмпирическое значение Н-критерия оказалось существенно меньше критического значения для 5 % уровня. Следовательно, можно утверждать, что различий по показателю переключаемости внимания между группами нет.

Переформулируем полученный результат в терминах нулевой и альтернативной гипотез, поскольку между показателями, измеренными в четырех разных условиях, существуют лишь случайные различия, то принимается нулевая гипотеза H_0, т.е. гипотеза о сходстве. Иными словами, различные условия проведения теста Бурдона не влияют на показатели переключаемости внимания.

Подчеркнем, что если использовать критерии, позволяющие сравнивать только два ряда значений, то полученный выше результат потребовал бы шести сравнений – первая выборка со второй, третьей и т.д.

Для более полного знакомства с критерием Н решим следующую задачу:

Анализируя результаты предыдущей задачи, исследователь обратил внимание, что наименьшей суммарной величиной рангов обладает последняя выборка испытуемых. Предположив, что данные этой выборки повлияли на полученный результат, он исключил данные четвертой группы из расчетов и проверил наличие различий только между первыми тремя группами.

Решение. Представим исходные данные сразу в виде таблицы:

№	1 группа	2 группа	3 группа
1	23	45	34
2	20	12	24
3	34	34	25
4	35	11	40
Суммы	112	102	123

Объединим все данные в один столбец и проставим им ранги.

Данные	Ранги	Данные	Ранги
11	1	34	8
12	2	34	8
20	3	34	8
23	4	35	10
24	5	40	11
25	6	41	12
Сумма рангов 78			

Подсчитаем правильность ранжирования суммы рангов из таблицы (равна 78). По формуле:

$$\text{Сумма рангов } 1 + 2 + 3 \ldots + N \frac{N(N+1)}{2}.$$

Сумма рангов равняется:

$$\frac{12 * 13}{2} = 78.$$

Таким образом, сумма рангов совпадает и можно утверждать, что ранги проставлены правильно.

Снова разобьем обобщенный ряд на исходные группы, но уже с рангами и сделаем это в таблице:

№ п\п	1 группа	Ранги	2 группа	Ранги	3 группа	Ранги
1	23	4	45	12	34	8
2	20	3	12	2	24	5
3	34	8	34	8	25	6
4	35	10	11	1	40	11
Суммы	112	25	102	23	123	30

Теперь можно подсчитать величину $H_{эмп}$ по формуле:

$$H_{эмп} = \frac{12}{N(N+1)}\sum\frac{R^2}{n} - 3(N+1).$$

Подсчет дает следующее:

$$H_{эмп} = \frac{12}{12+13}\left[\frac{25*25}{4} + \frac{23*23}{4} + \frac{30+30}{4}\right] - 3 + 13 = 0{,}5.$$

В тех случаях, когда сравниваются три выборки по критерию Н, критические величины этого критерия находятся по таблице Приложения 5. В данной задаче соответствующее значение $H_{кр}$ для выборки размером n_1=4, n_2=4 и n_3=4 составляют 5,68 для Р=0,05 и 7,59 для Р=0,01.

Следовательно, полученные различия по тесту Бурдона, но теперь уже между тремя группами вновь незначимы. Иными словами, четвертая группа не оказала значимого влияния на общий результат. В терминах статистических гипотез мы вновь должны принять гипотезу H_0 – об отсутствии различий и отклонить гипотезу H_1.

Для пользования критерия Крускала–Уоллиса Н необходимо соблюдать следующие условия:

1. Измерение должно быть проведено в шкале порядка, интервалов или отношений.

2. Выборки должны быть независимыми.

3. Допускается разное число испытуемых в сопоставляемых выборках.

4. При сопоставлении трех выборок допускается, чтобы в одной из них было n = 3, а в двух других n = 2. Однако в таком случае различия могут быть зафиксированы лишь на 5 % уровне значимости.

Таким образом, описанные выше методики расчета позволяют установить достоверность различий статистических характеристик между двумя и тремя рядами измерений как в случае несвязанных выборок (две группы испытуемых), так и в случае связанных выборок (измерения проводятся с одной группой испытуемых через интервал времени). Выбор методики определяется задачами исследования. Следовательно, в любом научно-педагогическом исследовании в области спорта не могут быть сделаны адекватные выводы без грамотной статистической обработки результатов эксперимента (как, впрочем, и в других исследованиях, связанных с массовыми измерениями).

Глава 4.

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ И РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

В практических исследованиях часто возникает ситуация, когда у каждой варианты измерен не один показатель, а больше. Возникает необходимость, установить, есть ли взаимосвязь между данными показателями. Наличие взаимосвязи между показателями позволяет правильно объяснять наблюдаемые закономерности. Для оценки взаимосвязи между показателями в статистике применяются корреляционный и регрессионный анализы.

В математике для описания связей между переменными величинами используют понятие функции *f*, которая ставит в соответствие каждому определенному значению независимой переменной (x) определенное значение зависимой переменной (y). Полученная зависимость обозначается как y = f(x), где x является аргументом, а y – соответствующим ему значением функции f(x). Такого рода однозначные зависимости между переменными величинами x и y называют функциональными. Хорошо известен пример функциональной зависимости пройденного пути от скорости и времени из школьного курса, которая описывается уравнением S =VT, где S – путь, V – скорость, T – время. При этом, зная две из переменных величин, всегда можно найти третью. Такая тесная (функциональная) связь между анализируемыми показателями, которую можно описать с помощью уравнения функции, в статистике определяется посредством *регрессионного анализа*.

Но подобные однозначные или функциональные связи между переменными величинами встречаются далеко не всегда. Известно, например, что в среднем между длиной и массой тела человека наблюдается положительная связь (как правило, чем больше длина, тем больше масса). Однако из этого правила имеются исключения, когда относительно низкие люди имеют избыточный вес, и, наоборот, астеники, при высоком росте имеют малый вес. Причиной подобных исключений является то, что каждый биологический, физиологический или психологический признак определяется воздействием многих факторов средовых, генетических, социальных, экологических и т.д. Поэтому связи между такими признаками имеют не функциональный, а статистический характер. Такого рода зависимость между переменными величинами называется корреляционной, для определения которой применяется *корреляционный анализ*. Корреляционный анализ не вскрывает причинного характера связи, он дает лишь оценку силы, или тесноты связи. Для вскрытия причинного характера связи между явлениями (переменными, признаками) используют регрессионный анализ.

4.1. Корреляционный анализ

4.1.1. Общая характеристика корреляции

Корреляционная связь (от лат. *correlatio* «соотношение») – статистическая взаимосвязь двух или более случайных величин (либо величин, которые можно с некоторой допустимой степенью точности считать таковыми). В упрощенном варианте корреляционную связь называют *корреляцией*. При этом изменение значений одной измеряемой величины (x) сопровождается систематическим изменением значений другой величины (y). Корреляционная зависимость слабее, чем функциональная, поэтому ее нельзя описать с помощью математической функции (уравнения функции).

Функциональные связи легко обнаружить и измерить на единичных и групповых объектах, однако этого нельзя проделать с корреляционными связями, которые можно изучать только на представительных выборках методами математической статистики. Корреляционные связи между измеренными признакам делятся на те же виды, что и регрессионные, подробное описание которых представлено в разделе 4.2.1. Так, корреляция бывает линейной и нелинейной, положительной и отрицательной, сильной и слабой (рис. 24). Возможна ситуация, когда между переменными невозможно установить какую-либо зависимость. В этом случае говорят об отсутствии корреляционной связи. Подчеркнем, однако, что нередко встречаются задачи, в которых традиционная и наиболее часто встречающаяся в спортивных исследованиях линейная корреляционная связь отсутствует, в то время как имеется высокозначимая криволинейная связь, например, полиномиальная или гиперболическая.

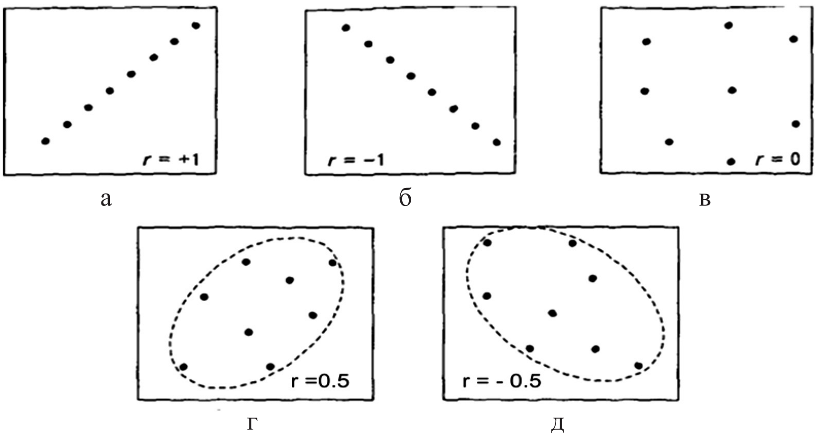


Рис. 24. Корреляционные поля, соответствующие разным значениям коэффициента корреляции: а – положительная функциональная связь; б – отрицательная функциональная связь; в – отсутствует связь; г – слабая положительная корреляционная связь; д – слабая отрицательная корреляционная связь

Задача корреляционного анализа – определение степени сопряженности между изучаемыми признаками. Для этого в основном рассчитывают коэффициенты корреляции, которые представляют в виде таблицы корреляций. Степень взаимосвязи одного показателя с другим и ее направление позволяет оценить коэффициент корреляции (r). Абсолютная величина колеблется от -1 до + 1. Если r имеет знак:

– «+», то взаимосвязь положительная;

– «-», то отрицательная взаимосвязь.

Чем ближе значение коэффициента r к единице, тем связь сильнее, чем ближе к 0, тем она слабее. Если коэффициент корреляции колеблется:

– от 0,20 до 0,49 – связь слабая;

– от 0,50 до 0,69 – связь средняя;

– от 0,70 до 0,99 – сильная связь.

Если коэффициент корреляции изменяется в пределах 0,19–0,09, говорят об очень слабой статистической взаимосвязи, при приближении r к нулевым значениям – отсутствии корреляции.

Для определения коэффициента корреляции применяются разные методы, выбор которых зависит от исходных данных. В первую очередь – это характер статистической зависимости – линейная или нелинейная и тип распределения (параметрические и непараметрические критерии). Для определения вида корреляционной зависимости можно построить график, как показано рисунке 24.

Стоит учитывать, что иногда возможны *ложные корреляции*. Ложная корреляция возникает, когда две независимых (друг от друга!) величины меняются синхронно или почти синхронно. Попытка вычисления коэффициента корреляции даст очень высокое и часто очень достоверное значение. Это может подтолкнуть к ложным выводам о наличии причинно-следственной связи между явлениями, которой в реальности нет. Ложные корреляции, так же как вызывающие их факторы, могут быть выявлены только в результате глубокого теоретического анализа структуры связей между переменными.

4.1.2. Парный линейный коэффициент корреляции Пирсона

Коэффициент корреляции Пирсона (r) – параметрический показатель, характеризующий степень линейной взаимосвязи между двумя выборками. Для вычисления коэффициента сравнивают средние и стандартные отклонения результатов двух измерений и используют следующие формулы, которые выводятся друг из друга:

$$\mathrm{r} = \frac{\sum(\bar{\mathrm{x}} - \mathrm{x_i}) * (\bar{\mathrm{y}} - \mathrm{y_i})}{\sum(\bar{\mathrm{x}} - \mathrm{x_i})^2 * (\bar{\mathrm{y}} - \mathrm{y_i})^2}$$

$$r = \frac{\sum(\acute{x} - x_i) * (\acute{y} - y_i)}{\sigma_x * \sigma_y * n}$$

Порядок вычислений коэффициента корреляции следующий:

1. Вычислить $\bar{x}$ и $\bar{y}$.
2. Вычислить разности между $(\bar{x} - x_i)$ и $(\bar{y} - y_i)$.
3. Вычислить произведения этих разностей $(\bar{x} - x_i) \cdot (\bar{y} - y_i)$.
4. Вычислить сумму квадратов разностей для каждого показателя $\sum(\bar{x} - x_i) \cdot (\bar{y} - y_i)$.
5. Вычислить σ_x и σ_y. Σ_x и Σ_y.
6. Подставить в формулу все цифры.
7. Вычислить r.

Коэффициент корреляции широко используется в практике тестирования для определения информативности и надежности тестов. Рассмотрим следующий пример:

Необходимо выяснить, существует ли связь между длиной нижних конечностей (x) и результатом прыжка в высоту (у). Для этого надо рассчитать коэффициент корреляции по описанному выше порядку. Ниже приведены результаты измерений длины нижних конечностей студентов и результаты их тестирования.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x (см)	95	98	100	110	115	90	106	120	105	95	115	115
y (см)	140	140	145	145	150	135	145	160	150	145	155	160

Для расчета заполняют таблицу:

n	x	y	$(\bar{x} - x_i)$	$(\bar{y} - y_i)$	$(\bar{x} - x_i)^2$	$(\bar{y} - y_i)^2$	$(\bar{x} - x_i)^2 * (\bar{y} - y_i)^2$
1	95	140					
2	98	140					
3	100	145					
4	110	145					
5	115	150					
6	90	135					
7	106	145					
8	120	160					
9	105	150					
10	95	145					
11	115	155					
12	115	160					

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{1263}{12} = 105{,}3 = 105\ см$$

$$\bar{y} = \frac{\sum x}{n} = \frac{1770}{12} = 147{,}5 = 148\ см$$

2. Находят разность между средним значением и каждым значением в выборке для каждого показателя $(\bar{x} - x_i)\ и\ (\bar{y} - y_i)$. Затем определяют квадраты этих разностей:

$$(\bar{x} - x_i)^2 \text{ и } (\bar{y} - y_i)^2.$$

3. После рассчитывают произведение этих разностей $(\acute{x} - x_i) * (\acute{y} - y_i)$.

n	x	y	$(\bar{x} - x_i)$	$(\bar{y} - y_i)$	$(\bar{x} - x_i)^2$	$(\bar{y} - y_i)^2$	$(\bar{x} - x_i)^2 * (\bar{y} - y_i)^2$
1	95	140	10	8	100	64	80
2	98	140	7	8	49	64	56
3	100	145	5	3	25	9	15
4	110	145	-5	3	25	9	-15
5	115	150	-10	-2	100	4	20
6	90	135	15	13	225	169	195
7	106	145	-1	3	1	9	-3
8	120	160	15	-12	225	144	-180
9	105	150	0	-2	0	4	0
10	95	145	10	3	100	9	30
11	115	155	-10	-7	100	49	70
12	115	160	-10	-12	100	144	120
					Σ=1050	Σ=678	Σ=388

4. Когда таблица заполнена, суммируют каждый из трех последних столбцов:

$$\sum(\bar{x} - x_i)^2 \text{ , } (\bar{y} - y_i)^2 \text{и } (\bar{x} - x_i) * (\bar{y} - y_i).$$

5. Подставляют в формулу все значения и вычисляют **r**:

$$r = \frac{\sum(\bar{x} - x_i) * (\bar{y} - y_i)}{\sum(\bar{x} - x_i)^2 * (\bar{y} - y_i)^2} = \frac{338}{\sqrt{1050 * 678}} = \frac{338}{844} = 0{,}46.$$

Вывод: т.к. r = 0,46, можно утверждать, что корреляционная взаимосвязь присутствует, она положительная и слабая по силе. Это значит, что, чем длиннее нижние конечности, тем результат прыжка в высоту будет лучше, однако эта взаимосвязь выражена очень слабо.

4.1.3. Ранговый коэффициент корреляции Спирмена

Наряду с линейным коэффициентом корреляции для измерения тесноты связи между двумя признаками часто используются менее точные, но более простые по расчету коэффициенты корреляции рангов (или ранговые коэффициенты корреляции). Ранговые коэффициенты корреляции применяются, когда имеет место нелинейный характер связи. С их помощью определяют взаимосвязь показателей, измеренных в шкале порядка. В данном разделе рассмотрим ранговый коэффициент корреляции Спирмена. Он основан на корреляции не самих значений изучаемых признаков, а их рангов. Обозначается буквой ρ и вычисляется по формуле:

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot \Sigma d\mathrm{I}}{n(n^2 - 1)},$$

где $\Sigma d^2 = \Sigma(d_x - d_y)^2$ – квадрат разности рангов данной пары показателей x и y; n – число измерений (объем выборки).

Рассмотрим для примера оценку взаимосвязи показателей: x – место, занятое в лыжной гонке с общим стартом; y – число стартов до настоящих соревнований в подобных гонках этого сезона. Все прочие условия (возраст, квалификация, спортивный стаж и др.) примерно одинаковы. Результаты наблюдений представлены в табл. 5 (столбцы 1 и 3). Так как показатели измерены в шкале порядка, вычислим значение рангового коэффициента корреляции.

Алгоритм вычисления рангового коэффициента Спирмена

1. Проранжируем показатели x и y (упорядочим и припишем порядковые номера). Так как x уже упорядочен и обозначает соответствующие ранги, перепишем его значения в столбец 4. Показателю y присваиваем ранги следующим образом: значению 10 – ранг 1; 9 – $(2 + 3)/2 = 2{,}5$; 8 – ранг 4; 7 – ранг 5 и т.д. (столбец 5 табл. 5).

Таблица 5

Расчет рангового коэффициента Спирмена

№ п/п	x	y	d_x	d_y	$d_x - d_y$	$(d_x - d_y)^2$
1	2	3	4	5	6	7
1	1	9	1	2,5	−1,5	2,25
2	2	10	2	1	1	1
3	3	8	3	4	−1	1
4	4	7	4	5	−1	1
5	5	9	5	2,5	2,5	6,25
6	6	4	6	7,5	−1,5	2,25
7	7	4	7	7,5	−0,5	0,25
8	8	3	8	9,5	1,5	2,25
9	9	5	9	6	3	9
10	10	3	10	9,5	0,5	0,25
Σ	—	—	—	—	—	25,5

2. Вычислим разность рангов $d_x - d_y$ (столбец 6).
3. Вычислим квадрат разности $d^2 = (d_x - d_y)^2$ (столбец 7).
4. Вычислим сумму квадратов разности Σd^2 (= 25,5).
5. Вычислим значение ρ по формуле:

$$\rho = 1 - \frac{6 * \sum dI}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 * 25{,}5}{10(10^2 - 1)} = 1 - 0{,}154 = 0{,}846.$$

Значение ρ = 0,846 характеризует сильную положительную взаимосвязь. Таким образом, опыт, накопленный в подобных гонках, достаточно сильно определяет успешность выступления при прочих равных условиях.

Достоинством ранговых коэффициентов корреляции является простота вычисления. Поэтому ими удобно пользоваться для быстрой оценки взаимосвязи, когда показатели не могут быть измерены точно, но могут быть ранжированы.

Коэффициент ранговой корреляции целесообразно использовать в следующих случаях:

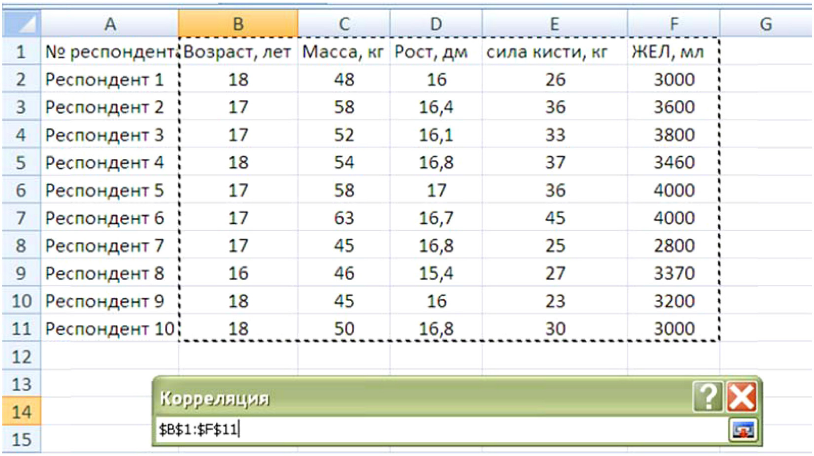
1. Если экспериментальные данные представляют собой точно измеренные значения признаков X и Y и требуется быстро найти приближенную оценку коэффициента корреляции. Тогда даже в случае двумерного нормального распределения генеральной совокупности можно воспользоваться коэффициентом ранговой корреляции вместо точного коэффициента корреляции Пирсона. Вычисления будут существенно проще, а точность оценки генерального параметра ρ с помощью коэффициента r_{xy}^{s} при больших объемах выборки составляет 91,2 % по отношению к точности оценки по коэффициенту корреляций.

2. Когда значения x_i и (или) y_i заданы в порядковой шкале (например, оценки судей в баллах, места на соревнованиях, количественные градации качественных признаков), т.е. когда признаки не могут быть точно измерены, но их наблюдаемые значения могут быть расставлены в определенном порядке.

4.1.4. Корреляционный анализ в Excel

Функционал пакета «Анализ данных» в Excel позволяет рассчитывать парный коэффициент линейной корреляции (коэффициент Пирсона). Для того чтобы открыть корреляционный анализ, нужно зайти в пакет «Анализ данных» и выбрать пункт «Корреляция» (рис. 17). В открывшемся диалоговом окне корреляционного анализа нужно выбрать входной интервал (рис. 25). Имеет смысл включать все измеренные показатели, также нужно выделить строку, которая содержит их название.

Далее необходимо поставить галочку в пункте «Метки в первой строке» и выбрать ячейку для выходного интервала – место на листе, где будут размещены результаты корреляционного анализа (рис. 26).



	A	B	C	D	E	F	G
1	№ респондент	Возраст, лет	Масса, кг	Рост, дм	сила кисти, кг	ЖЕЛ, мл	
2	Респондент 1	18	48	16	26	3000	
3	Респондент 2	17	58	16,4	36	3600	
4	Респондент 3	17	52	16,1	33	3800	
5	Респондент 4	18	54	16,8	37	3460	
6	Респондент 5	17	58	17	36	4000	
7	Респондент 6	17	63	16,7	45	4000	
8	Респондент 7	17	45	16,8	25	2800	
9	Респондент 8	16	46	15,4	27	3370	
10	Респондент 9	18	45	16	23	3200	
11	Респондент 10	18	50	16,8	30	3000	
12							
13							
14							
15							

Рис. 25. Выбор входного интервала
для проведения корреляционного анализа

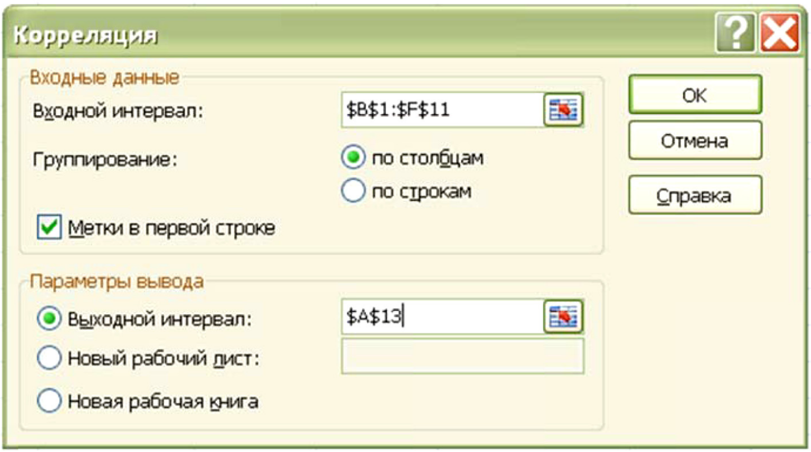


Рис. 26. Заполнение разделов при проведении корреляционного анализа

После нажатия кнопки ОК в выбранном месте появляется таблица с результатами корреляционного анализа (матрица корреляций) (рис. 27). В таблице отображены коэффициенты корреляции (r), представляющие собой численное выражение корреляционной связи.

	A	B	C	D	E	F
1	№ респондент	Возраст, лет	Масса, кг	Рост, дм	сила кисти, кг	ЖЕЛ, мл
2	Респондент 1	18	48	16	26	3000
3	Респондент 2	17	58	16,4	36	3600
4	Респондент 3	17	52	16,1	33	3800
5	Респондент 4	18	54	16,8	37	3460
6	Респондент 5	17	58	17	36	4000
7	Респондент 6	17	63	16,7	45	4000
8	Респондент 7	17	45	16,8	25	2800
9	Респондент 8	16	46	15,4	27	3370
10	Респондент 9	18	45	16	23	3200
11	Респондент 10	18	50	16,8	30	3000
12						
13		*Возраст, лет*	*Масса, кг*	*Рост, дм*	*Сила кисти, кг*	*ЖЕЛ, мл*
14	Возраст, лет	1				
15	Масса, кг	-0,12391225	1			
16	Рост, дм	0,32284952	0,506021	1		
17	Сила кисти, кг	-0,15393513	0,964046	0,490301	1	
18	ЖЕЛ, мл	-0,37763607	0,822364	0,160326	0,80247686	1

Рис. 27. Результаты корреляционного анализа в Excel

В приведенном примере можно отметить сильную корреляционную взаимосвязь между массой тела и силой кисти, r = 0,96 (рис. 28). Также отмечается довольно сильная корреляционная связь между ЖЕЛ и массой тела человека, а также ЖЕЛ и силой кисти, r приближается к 0,8. В остальных случаях коэффициент корреляции был менее 0,5, что свидетельствует о слабой корреляционной взаимосвязи между параметрами. Например, с увеличением возраста имеется тенденция к снижению ЖЕЛ, но взаимосвязь между этими параметрами очень слабая, r=0,38. Таким образом, корреляционный анализ позволяет выявить взаимосвязь между исследуемыми параметрами выборки.

4.2. Регрессионный анализ

4.2.1. Общая характеристика регрессии

Как уже было сказано выше, в математике зависимость между переменными величинами выражают с помощью уравнения функции, в статистике ее называют *регрессией* (от лат. regressio – движение назад). Регрессия описывает изменение функции в зависимости от изменений одного или нескольких аргументов. *Регрессионный анализ* – это статистический метод, позволяющий оценить отношения между переменными и смоделировать изменение данных показателей.

Практическое применение регрессионного анализа в области физической культуры и спорта может быть разнообразным. Например, оценить изменение результативности спортсмена по годам и спрогнозировать результат на следующие годы; оценить прирост показателей физической подготовленности (отдельного показателя) от 5 к 9 классу (в период обучения в средней школе). На рис. 28 рассмотрены прямые регрессии набранных очков нападающих (хоккей) по четырем Первенствам России. По регрессионным графикам можно спрогнозировать, какие спортсмены будут показывать более высокий результат в следующем сезоне.

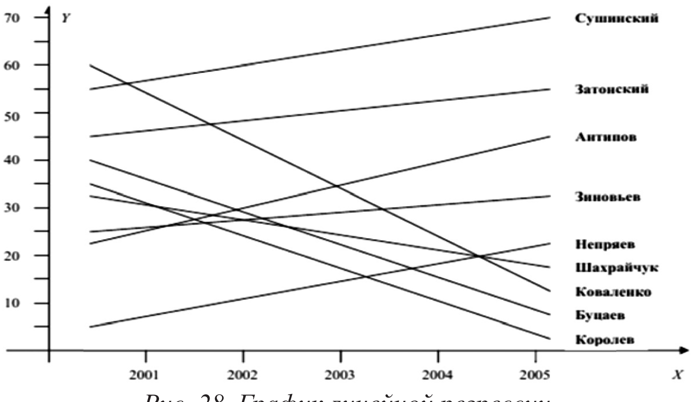


Рис. 28. График линейной регрессии между количеством набранных очков и годом

Относительно числа учитываемых признаков регрессия может быть: *простой* – между двумя переменными, и *множественной* – между зависимой переменной Y и несколькими независимыми переменными: X_1, X_2,...X_m. В зависимости от характера взаимодействия исследуемых показателей регрессия бывает *линейной* и *нелинейной* (экспоненциальной, параболической и др.) (рис. 29). По характеру отношений между зависимой и независимыми переменными регрессия может быть *непосредственной,* когда причина оказывает прямое воздействие на следствие, и *косвенной*, когда независимая переменная действует через другую. Также иногда в статистике может быть определена *ложная* регрессия, когда признаки никак не связаны, но математические вычисления показывают ее наличие, такие нонсенс-регрессии возникают при формальном подходе к исследованию и отбрасываются. Для выражения регрессионной зависимости применяют эмпирические и теоретические ряды, графики регрессии, а также уравнения и коэффициенты регрессии. Ряды регрессии, особенно их графики, дают наглядное представление о форме и тесноте связи между признаками.

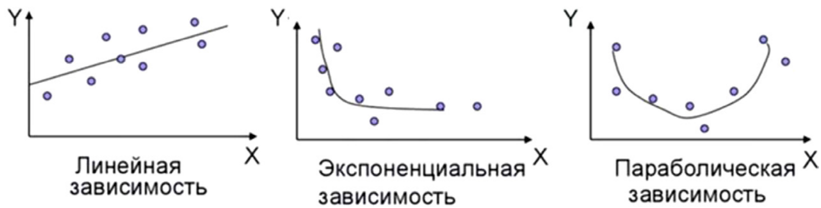


Рис. 29. Линейная и нелинейные регрессионные зависимости

По силе взаимодействия между показателями регрессионная связь может быть *сильной* или *слабой.* Чем ближе эмпирические данные располагаются к рассчитанным теоретически, тем сильнее регрессионная связь (рис. 30). По виду взаимодействия факторов регрессия бывает *отрицательной* (описывает обратную зависимость) и *положительной* (описывает прямую зависимость).

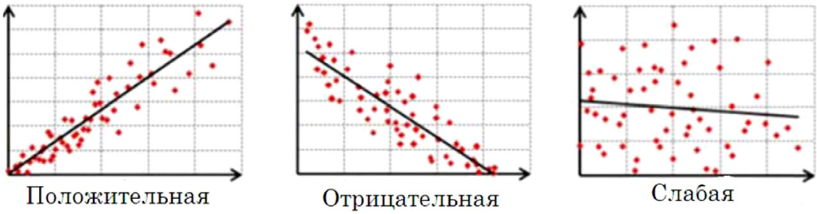


Рис. 30. Виды регрессионных зависимостей по направлению и силе взаимодействия

На практике чаще приходится иметь дело с линейной регрессией. Простейший вариант линейной регрессии описывается в виде уравнения:

$$y = a + bx.$$

В этом уравнении параметр а – свободный член; графически он представляет отрезок ординаты (у) в системе прямоугольных координат. Параметр b называется коэффициентом регрессии. С точки зрения аналитической геометрии b – угловой коэффициент, определяющий наклон линии регрессии по отношению к осям, координат. В области регрессионного анализа этот параметр является ключевым и показывает, на сколько в среднем величина одного признака (у) на единицу меры изменяется при изменении признака (х). Коэффициенты регрессии рассчитываются в результате выполнения регрессионного анализа для каждой независимой переменной и позволяют оценить силу и тип взаимосвязи независимой переменной по отношению к зависимой. Положительный знак перед коэффициентом регрессии указывает на прямую зависимость между изучаемыми признаками, отрицательный – на обратную зависимость.

4.2.2. Расчет коэффициентов регрессии

Наглядное представление о коэффициенте регрессии и о положении линий регрессии Y по X и X по Y в системе прямоугольных координат дает рисунок 31. Линии регрессии, как показано на рисунке 31, пересекаются в точке 0 ($\bar{x}$, $\bar{y}$), соответствующей средним арифметическим значениям связанных друг с другом признаков Y и X. Линия AB, проходящая через эту точку, изображает полную (функциональную) зависимость между переменными величинами Y и X, когда коэффициент регрессии r = 1. Чем сильнее связь между Y и X, тем ближе линии регрессии к AB, и, наоборот, чем слабее связь между варьирующими признаками, тем более удаленными оказываются линии регрессии от AB. При отсутствии связи между признаками, когда r = 0, линии регрессии оказываются под прямым углом (90°) по отношению друг к другу.

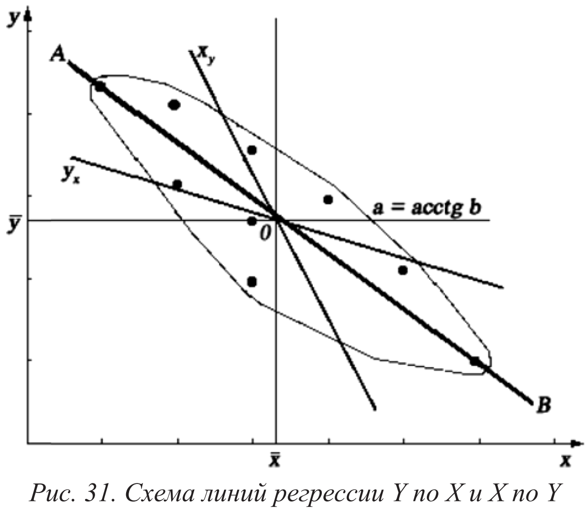


Рис. 31. Схема линий регрессии Y по X и X по Y в системе прямоугольных координат

Уравнение регрессии тем лучше описывает зависимость, чем меньше рассеяние диаграммы, чем больше теснота взаимосвязи. Уравнение прямой линии пригодно для описания только линейных зависимостей. В случае нелинейных зависимостей математическая запись может отображаться уравнениями параболы, гиперболы и др. Необходимо также отметить, что коэффициент регрессии дает лишь количественную меру связи, но ничего не говорит о причинах зависимости. Определить эти причины – дело самого исследователя.

Как уже было определено выше, в случае линейной зависимости уравнение регрессии является уравнением прямой линии. Таких уравнений два:

$Y = a_1 + b_{y/x} \cdot \bar{Y}$ – прямое,

$Y = a_2 + b_{y/x} \cdot \bar{Y}$ – обратное,

где a и b – коэффициенты, или параметры, которые надлежит определить.

Коэффициенты регрессии b имеют размерность, равную отношению размерностей изучаемых показателей X и Y, и тот же знак, что и коэффициент корреляции. Значение коэффициента регрессии b вычисляется по формуле:

$$b_{y/x} = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{\sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2}.$$

Коэффициенты регрессии b имеют размерность, равную отношению размерностей изучаемых показателей X и Y, и тот же знак, что и коэффициент корреляции.

Коэффициенты α определяются по формуле:

$$\alpha_1 = \bar{Y} - b_{y/x} \cdot \bar{X} \text{ и } \alpha_2 = \bar{X} - b_{\frac{y}{x}} \cdot \bar{Y}.$$

Чтобы вычислить эти коэффициенты, надо просто в уравнения регрессии подставить средние значения анализируемых переменных. Для оценки качества уравнений регрессии вычисляются остаточные средние квадратические отклонения (или абсолютные погрешности уравнений) по формуле:

$$\sigma_{y/x} = \sigma_y \cdot \sqrt{1 - r^2}; \sigma_{x/y} = \sigma_x \cdot \sqrt{1 - r^2}.$$

Эти оценки абсолютны и, следовательно, не могут быть сравнимы друг с другом. Поэтому вводят оценки относительной погрешности уравнений, которые выражаются в процентах и служат для точности предсказания (прогнозирования) результатов одного показателя по заранее известным значениям другого. Относительные погрешности уравнений регрессии определяются по формуле:

$$\sigma_{y/x} = \frac{\sigma_{y/x}}{\bar{y}} \cdot 100\ \%$$

$$\sigma_{x/y} = \frac{\sigma_{x/y}}{\bar{x}} \cdot 100\ \%$$

Значение этой оценки, если r = ±1, равно нулю и, если r = 0, максимально. Остаточное среднее квадратическое отклонение характеризует колеблемость Y относительно линии регрессии по X в прямом уравнении регрессии и, наоборот, в обратном случае. Следовательно, чем меньше величина относительной погрешности уравнения регрессии, тем точнее будет оно осуществлять прогноз значений одного показателя по заранее известным значениям другого.

Связь между коэффициентами регрессии и корреляции

Между коэффициентом корреляции и параметром парной линейной регрессии существует зависимость, которая применительно к выборочным оценкам может быть представлена следующим образом:

$$b = r * \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sigma_{\bar{y}}},$$

где $\sigma_{\bar{x}}$ и $\sigma_{\bar{y}}$ – средние квадратические ошибки.

Приведенное выражение позволяет оценить параметр регрессии без решения системы нормальных уравнений при условии, что коэффициент корреляции уже определен.

На основе вышеприведенной формулы легко показать, что выборочный коэффициент корреляции равен среднему геометрическому выборочных коэффициентов регрессии.

Эмпирические ряды регрессии Y по X и X по Y изображаются в виде линейного графика, при построении которого наиболее точным является использование способа наименьших квадратов, предложенного в 1806 г. К. Гауссом и независимо от него А. Лежандром. В основу этого способа положена теорема, согласно которой сумма квадратов отклонений вариант (x_i) от среднего арифметического ($\bar{x}$) есть величина наименьшая, т.е. $\Sigma\ (x_i - \bar{x})^2$. Отсюда и название метода, который нашел широкое применение не только в биологии, но и в технике. Мы уже говорили об этом методе и применяли его, когда находили параметры a и b линейной регрессии, отыскивая эмпирическое уравнение.

При графическом изображении эмпирического уравнения регрессии (например, показатели роста и веса 10 исследуемых спортсменов), представленного на рисунке 32, используется следующая последовательность:

1. Определив форму и направление взаимосвязи между эмпирическими данными на основе данных расчета нормированного коэффициента корреляции, производят расчет уравнений регрессии (прямого и обратного) по формуле:

$$y_x = \bar{y} + \frac{\sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2} \cdot (x - \bar{x});$$

$$x_y = \bar{x} + \frac{\sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum(y_i - \bar{y})^2} \cdot (y - \bar{y}).$$

2. Подставляя в конечный вид уравнений, выражающих зависимость между переменными величинами Y и X, эмпирические данные x_i и y_i находят координаты точек линий регрессии для усредненных значений y_x и x_y.

3. На графике, выполненном в прямоугольной системе координат, на оси x откладывают значения переменных x_i, на оси y – значения y_i и отмечают точками рассчитанные координаты линий регрессии для усредненных значений y_x и x_y (рис. 32).

4. Две линии регрессии на графике пересекаются в точке M с координатами средних значений показателей x_i и y_i.

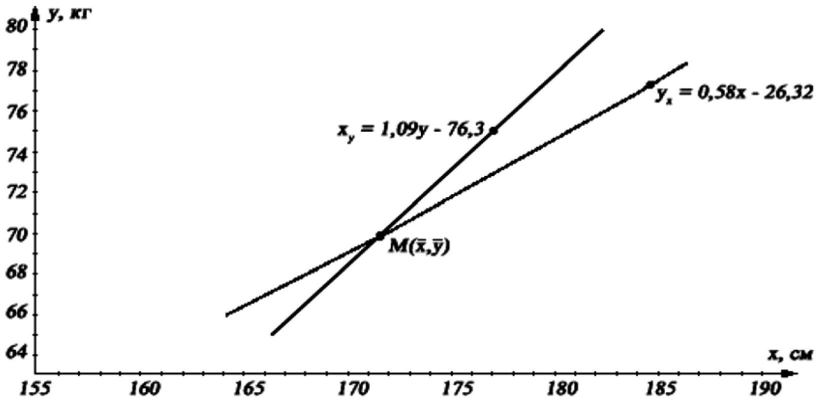


Рис. 32. Графическое изображение эмпирического уравнения регрессии

График линий регрессии отражает ряды теоретически ожидаемых значений функции по известным значениям аргумента. При этом, чем сильнее взаимосвязь между величинами x_i и y_i, тем меньше угол между линиями регрессии. При $r = \pm 1$ линии уравнения регрессии либо совпадают, либо расположены параллельно, так как корреляционная зависимость между признаками в этом случае переходит в функциональную. И, наоборот, чем слабее зависимость между признаками, тем больше угол между линиями на графике. При $r = 0$ линии регрессии расположены перпендикулярно.

Пример. Рассчитать и построить график уравнения прямолинейной регрессии для показателей роста и веса

8 исследуемых и сделать вывод о точности расчета уравнений, если данные выборок таковы:

x_i, см ~ 166; 180; 173; 174; 185; 179; 168; 171;

y_i, кг ~ 63; 75; 70; 70; 73; 75; 65; 70.

Решение.

1. Данные тестирования заносим в рабочую таблицу и сделаем соответствующие расчеты.

x_i	$(x_i-\bar{x})$	$(x_i-\bar{x})^2$	y_i	$(y_i-\bar{y})$	$(y_i-\bar{y})^2$	$(x_i-\bar{x})\cdot(y_i-\bar{y})$
166	-9	81	63	-7	49	63
180	5	25	75	5	25	25
173	-2	4	70	0	0	0
174	-1	1	70	0	0	0
185	10	100	73	3	9	30
179	4	16	75	5	25	20
168	-7	49	65	-5	25	35
171	-4	16	70	0	0	0
$\bar{x}=$ 175		$\sum(x_i-\bar{x})^2$ = 292	$\bar{y}=$ 70		$\sum(y_i-\bar{y})^2$ = 133	$\sum(x_i-\bar{x})\cdot(y_i-\bar{y})$ = 173

2. Рассчитаем значение нормированного коэффициента регрессии по формуле:

$$r_{xy}^{P}=\frac{\sum(x_i-\bar{x})\cdot(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2\cdot\sum(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{173}{\sum\sqrt{292\cdot133}}=\frac{173}{197.07}\approx 0{,}88.$$

3. Произведем расчет конечного вида уравнений парной линейной регрессии по формуле:

$$y_x=\bar{y}+\frac{\sum(x_i-\bar{x})\cdot(y_i-\bar{y})}{\sum(x_i-\bar{x})^2}\cdot(x-\bar{x})=70+\frac{173}{292}\cdot(x-175)\approx$$

$$\approx 70+0{,}59x-103{,}25\ \approx 0{,}59x-33{,}25;$$

$$x_y=\bar{x}+\frac{\sum(x_i-\bar{x})\cdot(y_i-\bar{y})}{\sum(y_i-\bar{y})^2}\cdot(y-\bar{y})=175+\frac{173}{133}\cdot(y-70)\approx$$

$$\approx 175+1{,}3y-91\approx 1{,}3y+84.$$

То есть yx = 0,59x – 33,25; xy = 1,3y + 84.

4. Рассчитаем абсолютные погрешности уравнений регрессии по формуле:

$$\sigma_{y/x} = \sigma_y \cdot \sqrt{1 - r^2} = \sqrt{\frac{292}{7}} \cdot \sqrt{1 - 0{,}7744} \approx 3{,}07 \text{ кг};$$

$$\sigma_{x/y} = \sigma_x \cdot \sqrt{1 - r^2} = \sqrt{\frac{133}{7}} \cdot \sqrt{1 - 0{,}7744} \approx 2{,}07 \text{ см}.$$

5. Рассчитаем относительные погрешности уравнений регрессии по формуле:

$$\sigma'_{y/x} = \frac{\sigma_{y/x}}{\bar{y}} \cdot 100\ \% = \frac{3{,}07}{70} \cdot 100\ \% \approx 4{,}39\ \%;$$

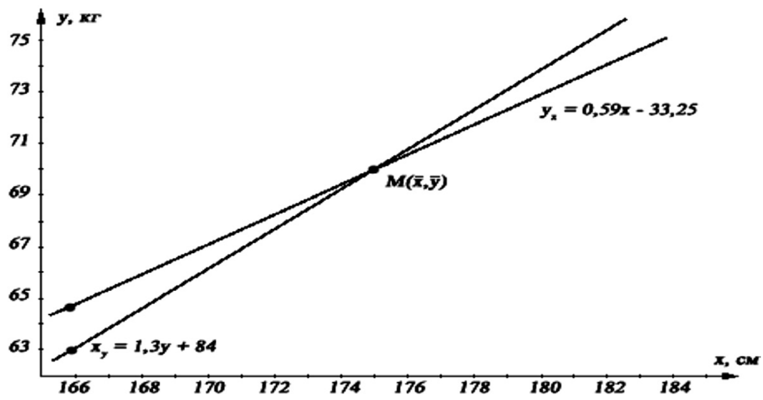
$$\sigma'_{x/y} = \frac{\sigma_{x/y}}{\bar{x}} \cdot 100\ \% = \frac{2{,}07}{175} \cdot 100\ \% \approx 1{,}18\ \%.$$

6. Для графического представления зависимости между признаками рассчитаем координаты линий регрессии, подставив в конечный вид уравнений регрессии данные любого исследуемого (например, первого из списка).

Тогда:

1. при x = 166 см y = 64,69 кг ≈ 64,7 кг;
2. при y = 63 кг x = 165,9 см ≈ 166 см.

7. Построим график данного уравнения регрессии и сделаем вывод.



Вывод: 1) с уверенностью в 99 % можно утверждать, что в исследуемой группе наблюдается тесная положительная взаимосвязь между показателями роста и веса, т.к. $r_{xy} = 0,88 > r_{st} = 0,83$ для $k = 6$ (Приложение 6); 2) относительная погрешность $x_y = 1,3y + 84$ меньше (1,18 %), следовательно, более точно прогнозировать показатель роста исследуемых по данным их веса; 3) на графике линии уравнения регрессии располагаются под острым углом, так как значения коэффициента корреляции близки к единице.

Коэффициент детерминации

Квадрат коэффициента корреляции называется коэффициентом детерминации (D), и в некоторых случаях тесноту взаимосвязи определяют на основании его расчета, который производится по формуле:

$$D = r^2 \cdot 100\ \%.$$

Этот коэффициент определяет часть общей вариации одного показателя, которая объясняется вариацией другого показателя. Иначе говоря, коэффициент детерминации является мерой определенности линейной регрессии. Чем больше коэффициент детерминации, тем меньше наблюдаемые значения y_i при каждом значении x_i отклоняются от линии регрессии Y на X, тем точнее определена линия регрессии. Так, например, если $r = 0,90$, то $D = 81$ % общего рассеяния значений y_i (характеризуемого дисперсией $\sigma^2_{x/y}$) можно объяснить линейной связью с изменяющимися значениями x_i.

Пример. Студенты (10 чел.) первого курса, специализирующиеся в легкой атлетике, были подвергнуты испытаниям в следующих контрольных упражнениях (тестах): беге с ходу на дистанции 30 м (результаты в секундах – x_i) и тройном прыжке с места (результаты в метрах – y_i). Определить тесноту взаимосвязи между данными проведенных тестов с помощью расчета коэффициента детерминации.

Алгоритм решения

1. Данные тестирования заносим в рабочую таблицу и сделаем необходимые расчеты.

x_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	y_i	$(y_i - \bar{y})$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$
3,5	-0,13	0,0169	8,05	0,72	0,5184	-0,094
3,6	-0,03	0,0009	7,34	0,01	0,0001	0,000
3,6	-0,03	0,0009	7,37	0,04	0,0016	-0,001
3,6	-0,03	0,0009	7,77	0,44	0,1936	-0,013
3,8	0,17	0,0289	7,04	-0,29	0,0841	-0,049
3,7	0,07	0,0049	7,17	-0,16	0,0256	-0,011
3,9	0,27	0,0729	6,50	-0,83	0,6889	-0,224
3,4	-0,23	0,0529	8,15	0,82	0,6724	-0,189
3,6	-0,03	0,0009	6,98	-0,35	0,1225	0,010
3,6	-0,03	0,0009	6,97	-0,36	0,1296	0,011
$\bar{x}$=3,63		$\sum(x_i - \bar{x})^2$=0,181	$\bar{y}$=7,33		$\sum(y_i - \bar{y})^2$=2,4368	$\sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - {}^-y)$=-0,560

2. Рассчитаем значение нормированного коэффициента корреляции Пирсона, используя формулу:

$$r_{xy}^{P} = \frac{\sum(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum(y_i - \bar{y})^2}} = \frac{-0,560}{\sum\sqrt{018 \cdot 2,4368}} = \frac{-0,560}{0,664} \approx 0,84.$$

3. Рассчитаем для вычисленного значения r = -0,84 значение коэффициента детерминации, используя формулу:

$$D = (-0,84)^2 \cdot 100\ \% = 70,56\ \%.$$

Вывод: следовательно, только 70,56 % взаимосвязи спортивного результата в беге на 30 м и в тройном прыжке объясняется их взаимовлиянием. Остальная часть (100 % – 70,56 % = 29,44 %) вариации объясняется влиянием других неучтенных факторов.

4.2.3. Регрессионный анализ в Excel

Автоматизированные программы позволяют значительно упростить проведение статистической обработки данных. Для проведения регрессионного анализа можно использовать функционал Excel Microsoft Office. Рассмотрим один из способов проведения регрессионного анализа на примере. Оценим наличие функциональной зависимости между массой тела и жизненной емкостью легких испытуемых. Для наглядности можно построить точечную диаграмму, как это показано на рисунке 33. Анализируя данные рисунка «на глаз», видно, что между массой тела и ЖЕЛ имеется зависимость. Для того чтобы выяснить, кажется нам или эта зависимость действительно имеется, проведем регрессионный анализ.

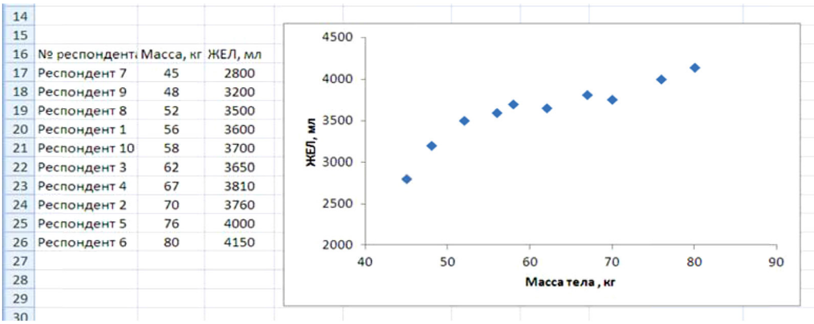


Рис. 33. Построение точечной диаграммы на основе эмпирических данных

Для того чтобы построить график регрессии, выделяем ряд точечных данных на графике (правой клавишей мышки) и выбираем «Добавить линию тренда» (рис. 34). После чего на графике появляется линия, представляющая функциональную зависимость между анализируемыми показателями.

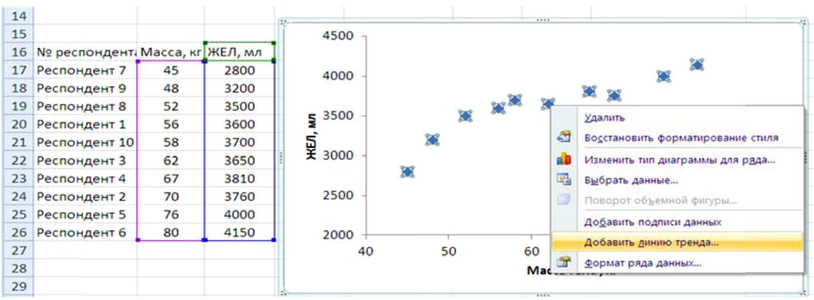
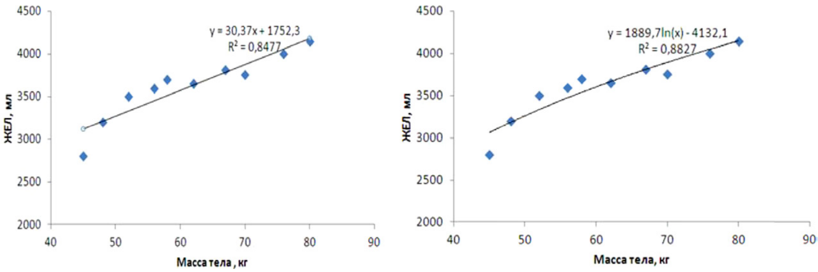


Рис. 34. Алгоритм добавления графика регрессии на диаграмме

По умолчанию в Excel строится линейная регрессия (рис. 35 (а). Если правой клавишей мышки выделить линию тренда и выбрать «Формат линии тренда», то откроется диалоговое окно, в котором можно изменить параметры регрессии (рис. 36). В частности, можно выбрать вид линии тренда (регрессии). На рисунке 35(б) представлена логарифмическая регрессия. Если в диалоговом окне «Формат линии тренда» поставить галочку напротив функций «показывать уравнение на диаграмме» и «показать величину достоверности …», то на графике также будет отражаться уравнение регрессии.



а б

Рис. 35. Графики линейной и регрессионной зависимости с уравнением регрессии

Коэффициент детерминации (R^2) показывает, насколько хорошо точки (эмпирические данные) ложатся на «линию тренда», также он показывает долю случаев, при которых изменения x приводят к изменению y. Чем выше коэффициент детерминации, тем точнее теоретическая кривая описывает эмпирические данные. Изменение коэффициента детерминации в диапазоне 0,8–1 свидетельствует о том, что построенная теоретическая модель на высоком уровне описывает эмпирические данные. Модели достаточного качества имеют коэффициент детерминации от 0,5 до 0,8, а диапазон 0–0,5 говорит о плохом качестве модели. В нашем примере оба графика регрессии достаточно хорошо описывают данные, но логарифмическая регрессия точнее, т.к. $R^2 = 0,88$, при линейной зависимости – $R^2 = 0,85$. Исходя из коэффициента детерминации, при логарифмической зависимости в 88 % случаев увеличение массы тела приводит к увеличению ЖЕЛ, при линейной – 85 %.

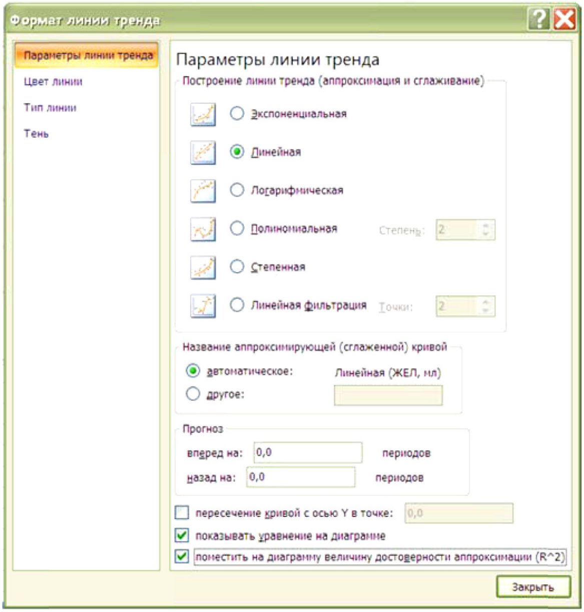


Рис. 36. Диалоговое окно «Формат линии тренда»

Таким образом, регрессионный анализ проводится для получения по экспериментальным данным регрессионных моделей, представляющих собой экспериментальные модели. Задачей регрессионного анализа является определение параметров экспериментальных моделей объектов прогнозирования или исследования, т.е. определение коэффициентов уравнений моделей при выбранной их структуре.

Регрессионный анализ нельзя использовать для определения наличия связи между переменными, поскольку наличие такой связи и есть предпосылка для применения анализа.

Глава 5.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА КАЧЕСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

5.1. Виды качественных показателей в физической культуре и спорте

Качественными называются показатели, которые не имеют определенных единиц измерения. Качественные показатели в большинстве случаев используются в технико-эстетических видах спорта (спортивная и художественная гимнастика, фигурное катание, фристайл и др.). Выделяют два вида качественных показателей: эстетические показатели и показатели исполнительского мастерства.

Эстетические показатели формируются на основе модели эстетического отношения человека к действительности. Они отражены в правилах соревнований и представляют следующие стороны исполнения упражнений:

– состав элементов соединений (сложность, оригинальность);

– соподчиненность элементов и их целостность (логичность частей и композиции в целом, равномерность распределения трудности элементов в композиции, отсутствие тривиальных связок и композиционных стереотипов);

– динамичность исполнения (формирование соединений из нескольких элементов и каскадов, смена темпа выполнения элементов);

– художественное оформление композиции (экспрессия движений – умение сочетать движения с музыкой; соответствие композиции современному стилю; артистизм – внесение в движения смысловых оттенков мимикой и жестами; художественные приемы – повторы, контраст, элементы неожиданности).

Показатели исполнительского мастерства характеризуют умение показать физические, спортивно-технические возможности спортсмена и передать их в художественном оформлении при выполнении композиции в целом. Уровни исполнительского мастерства соответствуют спортивным разрядам и званиям. Кроме того, имеет место понятие «высшее исполнительское мастерство». Комплексным показателем исполнительского мастерства является красота движений. Основными составляющими красоты считаются изящность и грация. Назовем компоненты красоты, служащие частными показателями исполнительского мастерства:

– зрелищность – способность создавать общее зрительное впечатление;

– эффектность – впечатление от отдельных моментов выступления;

– гармоничность – согласованность разных качеств, частей целого;

– естественность – легкость, непринужденность, непосредственность, простота;

– техничность – максимальная эффективность движений спортсмена, уровень владения совокупностью необходимых двигательных навыков;

– выразительность – способность выражать в движении мысль, чувство, настроение;

– музыкальность – соответствие движений характеру музыки, соблюдение темпа и ритма произведения.

Кроме перечисленных, показателями исполнительского мастерства являются культура движений, виртуозность, точность, пластичность, элегантность, изящество и др.

Для количественной оценки качественных показателей используются методы квалиметрии и метод экспертных оценок.

5.2. Методы квалиметрии для оценки качественных показателей

Квалиметрия (лат. qualitas – качество, metron – мера) – это раздел метрологии, изучающий количественные методы оценки качественных показателей. Идея квалиметрических методов состоит в том, что исходные данные выражаются через определенные числа, с которыми впоследствии и производятся расчеты. Измерение качества – это установление соответствия между характеристиками таких показателей и требованиями к ним. При этом требования (эталон качества) не всегда могут быть выражены в однозначной и унифицированной для всех форме. Специалист, который оценивает выразительность движений спортсмена, мысленно сопоставляет то, что он видит, с тем, что он представляет как выразительность. На практике, однако, качество оценивается не по одному, а по нескольким признакам. При этом наивысшая обобщенная оценка не обязательно соответствует максимальным значениям по каждому признаку. В последние годы, например, резко повысился темп выполнения упражнений в художественной гимнастике. Не исключено, что он повысится еще больше, но тогда, возможно, ухудшатся другие характеристики упражнения. Поэтому при оценке необходимо учитывать взаимосвязь разных качественных признаков. В основе квалиметрии лежат четыре основных исходных положения:

– качество зависит от ряда свойств, образующих «древо качества» (например, древо качества исполнения упражнений в фигурном катании состоит из трех уровней – высшего, среднего, низшего), то есть необходимо найти составляющие элементы данного качества, их оценить, затем дать оценку всему показателю;

– любое качество или его элементы можно измерить с помощью экспертов, применив специально разработанные шкалы;

– каждое свойство (качество) определяется двумя числами: относительным показателям К и вместимостью М. Относительный показатель характеризует выявленный уровень измеряемого свойства, а вместимость – сравнительную важность разных показателей (пример: фигурист получил за технику исполнения оценку Кс = 5,6 балла, а за артистизм – оценку $К_т$ = 5,4 балла. Весомость техники исполнения и артистизма признаны одинаковыми ($М_с = М_т$ = 1,0). Поэтому общая оценка $Q = М_сК_с + М_тК_т$ составила 11,0 балла). Сумма вместимостей свойств на каждом уровне равна единице (или 100 %).

Для выявления компонентов, влияющих на качество техники на примере бега на короткие дистанции, было проведено анкетирование 24 тренеров детских спортивных школ центра олимпийской подготовки по легкой атлетике, которые назвали основные критерии, влияющие на качество техники, и оценили степень их важности, что позволило разработать количественные критерии, представленные в таблице 6.

Таблица 6

Количественная оценка степени важности двигательных действий (на примере спринтерского бега)

Компоненты двигательных действий	Количественные критерии
Положение головы	2
Положение туловища	2
Работа рук	2
Степень напряжения туловища и рук	3
Постановка стопы на опору	4
Положение ОЦМ при амортизации	5
Угол сгибания в коленном суставе при амортизации	3
Угол сгибания в коленном суставе при отталкивании	4
Положение стопы при отталкивании	1
Угол и направление ОЦМ при отталкивании	5
Амплитуда и скорость движения бедра маховой ноги	2
Угол разведения бедер	1
Степень захлеста голени	1
Амплитуда сведения бедер	4
Подготовка к опоре	1
Длина шага	5

Оценка степени важности проводилась по 5-балльной шкале. Исходя из анализа результатов анкетирования было сформировано шесть наиболее информативных критериев, значительно влияющих на качество техники спринтерского бега. Затем группе ведущих тренеров по легкой атлетике было предложено присвоить этим критериям коэффициенты весомости при условии, что их общая сумма должна быть равна единице. В результате опроса и анализа мнений участников интервьюирования предложенные критерии получили коэффициенты весомости (табл. 7).

Таблица 7

Коэффициенты весомости выбранных критериев

Критерии для оценки качества двигательных действий	Коэффициент весомости
Постановка стопы на опору и угол коленного сустава при амортизации	0,1
Угол и направление отталкивания при разгибании коленного и тазобедренного суставов	0,2
Высота подъема бедра маховой ноги и амплитуда сведения и разведения бедер в фазе полета	0,1
Положение головы и туловища, степень их напряжения	0,1
Движения рук, плечевого пояса и степень свободы движения	0,2
Ширина шага и амплитуда колебания ОЦМ	0,3

Полученные данные легли в основу формирования протокола, в котором отражаются результаты проведенной экспертизы и последующего квалиметрического анализа (табл. 8). Как видно из приведенных данных, тренер оценивает каждый предложенный компонент техники в баллах. Затем, с использованием известных математических методов (Толстых и др., 2018) определяется взвешенная оценка каждого компонента путем умножения выставленной балльной оценки на коэффициент весомости. В завершение путем арифметического сложения оценок за каждый компонент выставляется комплексная оценка.

Таблица 8

Образец протокола результатов квалиметрического анализа техники бега

Критерии для оценки	Коэф. весомости	Результаты квалиметрического анализа					
		номер спортсмена					
		1		2		3	
		баллы	взвеш. оценка	баллы	взвеш. оценка	баллы	взвеш. оценка
Постановка стопы на опору и угол коленного сустава при амортизации	0,1	7	0,7	5	0,5	8	0,8
Угол и направление отталкивания при разгибании коленного и тазобедренного суставов	0,2	6	1,2	6	1,2	6	1,2
Высота подъема бедра маховой ноги и амплитуда сведения и разведения бедер в фазе полета	0,1	9	0,9	6	0,6	5	0,5
Положение головы и туловища, степень их напряжения	0,1	8	0,8	9	0,9	8	0,8
Движения рук, плечевого пояса и степень свободы движения	0,2	7	1,4	7	1,4	5	1,0
Ширина шага и амплитуда колебания ОЦМ	0,3	6	1,8	9	2,7	7	2,1
Сумма баллов с учетом коэффициента весомости / без него		43	6,8	42	7,3	39	6,4
Место с учетом коэффициента весомости / без него		1	2	2	1	3	3
Оценка	Выше 8 – отлично. От 6 до 8 – хорошо. От 4 до 6 – удовл. Ниже 4 – неудовл.	хорошо		хорошо		хорошо	

Квалиметрическая оценка качества не может быть получена без предварительной экспертизы, проводимой путем сравнения оцениваемой техники с эталоном (Лысенко и др., 2019). В качестве эталона для сравнения взяты видеограммы бега рекордсменов мира в беге на 100 метров У. Болта и Д. Феликса. Техника выполнения основных предложенных компонентов бегового шага близка к идеалу и оценивается в 10 баллов. При использовании предложенного метода экспертизы и комплексной оценки качества спринтерского бега все предложенные компоненты (критерии) техники должны быть преобразованы и приведены к одной размерности. Предлагается оценивать каждый предложенный критерий по десятибалльной шкале (табл. 9).

Таблица 9

Результаты коэффициента согласованности оценки абсолютной эффективности деятельности эксперта

	Группа / Подгр.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\bar{X}$	σ
Коэф. соглас.	а	0,27	0.32	0,3	0,18	0,23	0,23	0,29	0,12	0,31	0,241	0,066
	б	0,62	0,57	0,65	0,49	0,72	0,53	0,64	0,58	0,62	0,602	0,069
Абсол. эффект.	а	0,23	0,17	0.24	0,15	0,21	0,25	0,27	0,18	0,25	0,214	0,043
	б	0,59	0,68	0,58	0.61	0.67	0,56	0,58	0,56	0,61	0,594	0,042

При определении комплексного показателя качества компонента балльные оценки корректируются коэффициентом его весомости, предложенным в таблице 9. Таким образом, алгоритм предложенного варианта метода экспертизы и квалиметрического анализа двигательных действий имеет следующий вид:

– изучение предлагаемых компонентов, шкал для их оценивания и выведение коэффициентов весомости (по результатам протокола);

– ознакомление с техникой бега рекордсменов мира в беге на 100 метров (просмотр видеограмм);

– изучение видеограммы бега обследуемого спортсмена;

– оценка в баллах предлагаемых критериев путем аналитического сопоставления выполняемых спортсменом технических компонентов с подобными характеристиками рекордсменов мира и занесение полученного результата в протокол (балльная оценка компонента);

– преобразование присвоенных балльных значений в соответствии с их коэффициентом весомости (взвешенная оценка компонента);

– сложение результатов взвешенных оценок всех компонентов и получение суммарной комплексной оценки техники анализируемого спортсмена (результаты вносятся в протокол);

– сравнение выведенной суммарной комплексной оценки с эталонными критериями и проведение анализа техники двигательных действий обследуемого спортсмена.

Знание и умение оценить степень важности компонента позволяют более глубоко разобраться в особенностях техники выполнения отдельных фаз движения и перейти от констатации фактов к общей оценке и повышению уровня своего педагогического мастерства (Лысенко и др., 2019). Иначе говоря, проведенная экспертиза неразрывно связана с диагностикой, результаты которой, по мнению специалистов, являются основой профессионального роста (Белых и др., 2015 Алдарова и др., 2016). Практическая реализация эффективности предлагаемого метода оценки качества техники спринтерского бега на практических занятиях. Были отобраны 30 видеограмм спринтерского бега студентов университета, демонстрирующих различный уровень технической подготовки. На практических занятиях каждая из 9-ти учебных групп делилась на две подгруппы, состоящие из 8 человек. Каждый член подгруппы располагался у персонального компьютера и проводил экспертизу техники спринтерского бега 8-ми отобранных преподавателем спортсменов. Перед началом проведения эксперимента со студентами проведен инструктаж по методике проведения экспертизы и оценке качества техники с демонстрацией техники бега рекордсменов мира в беге на 100 метров. Первой подгруппе предложено провести экспертизу методом предпочтения. Последующий анализ результатов проведенных экспертиз позволил выявить абсолютную эффективность работы каждого студента в качестве эксперта и оценить степень согласованности оценок в каждой подгруппе. Как показал анализ полученных результатов (таблица 9), степень согласованности работы студентов в качестве экспертов техники спринтерского бега достоверно выше в подгруппах, применявших предложенный вариант метода оценки. Проведенная статистическая обработка абсолютной эффективности деятельности студентов в качестве экспертов показывает, что уровень и качество проведенных экспертиз значительно выше при применении предложенного метода оценки качества техники спринтерского бега. Данный вариант метода оценки и квалиметрического анализа качества спринтерского бега достаточно надежен, информативен и дает более точную комплексную оценку качества техники беговых шагов по сравнению с известными методами предпочтения и парного сравнения. В то же время предлагаемый метод позволяет не только провести сравнительный анализ качества техники различных спортсменов, дать комплексную оценку и выявить лучших, но и предоставляет возможность проведения глубокого дифференциального анализа изучаемых критериев.

5.3. Метод экспертных оценок

Экспертной называется оценка, получаемая путем выяснения мнений специалистов. Примерами экспертизы могут служить судейство в гимнастике и фигурном катании на коньках, конкурс на лучшую научную работу и т.п. *Эксперт* – это профессионал, специалист, досконально знающий объект исследования в какой-либо отрасли науки, искусства, техники, обладающего специальными знаниями. Заключение эксперта, специализирующегося на изучении определенных вопросов, может быть более значимо, чем измерения и расчеты. Экспертами, как правило, являются очень опытные специалисты, поэтому их мнение может быть принято или за результат, или в качестве анализа изучаемого объекта, или как прогноз ситуации, явления.

Подбор экспертов – важный этап экспертизы, так как от него зависит достоверность полученных данных. Экспертом может быть человек: обладающий высоким уровнем профессиональной подготовки; способный к критическому анализу прошлого и настоящего и к прогнозированию будущего; психологически устойчивый, не склонный к соглашательству. Профессиональная компетентность эксперта определяется по степени близости его оценки к среднегрупповой и по результатам решения тестовых задач. Для объективной оценки компетентности экспертов могут быть составлены специальные анкеты, отвечая на вопросы которых в течение строго определенного времени, кандидаты в эксперты должны продемонстрировать свои знания.

Другой подход к отбору экспертов основан на определении эффективности их деятельности. Абсолютная эффективность деятельности эксперта определяется отношением числа случаев, когда эксперт верно предсказал дальнейший ход событий, к общему числу экспертиз, проведенных данным специалистом. Например, если эксперт участвовал в десяти экспертизах и шесть раз его точка зрения подтвердилась, то эффективность деятельности такого эксперта равна 0,6. Относительная эффективность деятельности эксперта – это отношение абсолютной эффективности его деятельности к средней абсолютной эффективности деятельности группы экспертов. Объективная оценка пригодности эксперта определяется по формуле:

$$\Delta M = M - M_{ист},$$

где $M_{ист}$ – истинная оценка; M – оценка эксперта.

Желательно иметь однородную группу экспертов, но если это не удается, то для каждого из них вводится ранг. Очевидно, что эксперт представляет тем большую ценность, чем выше показатели его деятельности. Для повышения качества экспертизы стараются повысить квалификацию экспертов путем специального обучения, тренировок и ознакомления с более обширной объективной информацией по анализируемой проблеме. Судей во многих видах спорта можно рассматривать как своеобразных экспертов, оценивающих мастерство спортсмена (например, в гимнастике) или ход поединка (например, в боксе).

Метод экспертных оценок может трактоваться как аналитический метод или как метод на прогноз (это зависит от постановки задачи и содержания экспертизы). Для осуществления экспертных оценок приглашаются, как правило, несколько экспертов. Метод экспертных оценок заключается в том, чтобы установить согласованность мнений экспертов. С этой целью мнения экспертных оценок должны быть выражены в каких-либо условных единицах: баллах, очках, процентах, рангах и т.д. Процедура метода экспертных оценок подготавливается заранее и включает в себя следующие этапы:

1) определяется проблема экспертизы;

2) определяется численная мера представления мнения экспертов;

3) подбирается группа экспертов;

4) определяется содержание и форма проведения экспертизы;

5) осуществляется процедура экспертизы;

6) обрабатывается полученная информация, подводятся итоги экспертных оценок.

Эксперты выражают свое мнение об объекте в условных единицах, которые составляют вариационный ряд, где определяют среднюю арифметическую величину (для основной оценки изучаемого объекта) и среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации (они указывают на согласованность или несогласованность). Наиболее эффективным показателем является коэффициент вариации, который не должен превышать 15 %. При $V > 15$ % мнения экспертов следует считать различными, а экспертизу – несостоявшейся. Например, семь экспертов выражают свое мнение о технике игры в защите волейболиста по трехбалльной системе (табл. 10).

Таблица 10

Мнения экспертов о технике игры волейболиста в защите

№ п/п	Эксперты	Баллы, x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	1	5	0,7	0,49
2	2	4	−0,3	0,09
3	3	4	−0,3	0,09
4	4	5	−0,7	0,49
5	5	3	−1,3	1,69
6	6	4	−0,3	0,09
7	7	5	0,7	0,49
Σ	—	30	—	3,43

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{30}{7} \approx 4,3; \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})I}{n}} = \frac{3,43}{7} = 0,7;$$

$$V = \frac{\sigma_x \cdot 100\ \%}{\bar{x}} = \frac{0,7 \cdot 100\ \%}{4,3} \approx 16,3\ \%.$$

Показатели метода свидетельствуют о том, что волейболист в защите имеет хорошую технику ($\bar{x} = 4,3$), но мнения экспертов не согласованы: V > 15%. Связь между мнениями экспертов можно установить при помощи рангового коэффициента корреляции. Если коэффициент корреляции окажется высоким, то есть мнения экспертов тесно коррелируют между собой, то экспертизу можно считать состоявшейся. Высоким считается коэффициент, превышающий величину 0,8.

Существует *несколько способов* проведения экспертизы:

Ранжирование – состоит в определении относительной значимости объектов экспертизы на основе их упорядочения.

Обычно наиболее предпочтительному объекту приписывается наивысший (первый) ранг, наиболее предпочтительному – последний ранг.

После оценивания объект, получивший у экспертов наибольшее предпочтение, получает наименьшую сумму рангов. Напомним, что в принятой оценочной шкале ранг определяет только место объекта относительно других объектов, подвергающихся экспертизе. Но оценить, как далеко эти объекты отстоят друг от друга, ранжирование не позволяет. В связи с этим метод ранжирования применяется сравнительно редко.

Метод непосредственной оценки объектов по шкале, когда эксперт помещает каждый объект в определенный оценочный интервал, последовательно сравнивая факторы.

Сравнение объектов экспертизы с помощью этого метода проводится следующим образом:

1) вначале они ранжируются в порядке значимости;

2) наиболее важному объекту приписывается оценка, равная единице, а остальным (тоже в порядке значимости) – оценки меньше единицы – до нуля;

3) эксперты решают, будет ли оценка первого объекта превосходить по значимости все остальные. Если да, то оценка «веса» этого объекта увеличивается еще больше; если нет, то тогда принимается решение уменьшить его оценку;

4) эта процедура повторяется до тех пор, пока не будут оценены все объекты.

Метод парного сравнения основан на попарном сравнении всех факторов. При этом каждой сравниваемой паре объектов устанавливается наиболее весомый (он оценивается баллом 1). Второй объект этой пары оценивается в 0 баллов.

Глава 6.

ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ДАННЫХ

6.1. Графическое представление данных после статистической обработки

Важный этап научно-исследовательской работы – это оформление и наглядное представление полученных данных. В большинстве случаев для облегчения анализа данные представляют в виде таблиц или диаграмм. Диаграмма – это графическое представление статистически обработанных табличных данных. Диаграммы являются средством наглядного представления данных и облегчают выполнение сравнений, выявление закономерностей и тенденций данных. Существуют разные виды диаграмм, наиболее распространенные: гистограммы, графики, круговые диаграммы, точечные диаграммы, пузырьковые диаграммы, кольцевые диаграммы и т.д. Для построения диаграмм удобнее использовать специализированные программы. Например, пакет MS Office Excel позволяет строить все основные виды диаграмм (рис. 37).

Рассмотрим наиболее частые диаграммы, используемые для наглядного представления данных, полученных в результате статистического исследования.

Гистограмма (или столбчатая диаграмма) – один из видов графического изображения статистического распределения каких-либо величин по количественному признаку. Гистограмма представляет собой совокупность смежных прямоугольников, построенных на прямой линии, и используется для сравнения нескольких величин в нескольких точках.

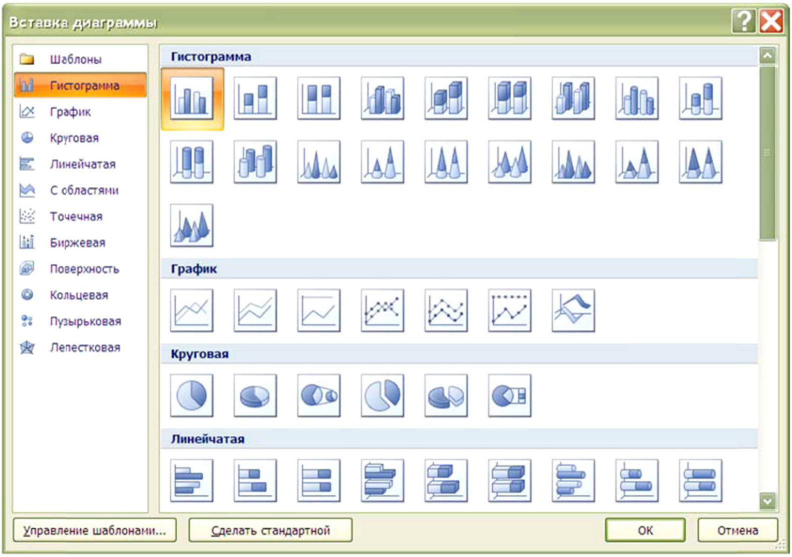


Рис. 37. Диалоговое окно «Вставка диаграмм» в MS Office Excel

Столбчатые диаграммы используют тогда, когда хотят проиллюстрировать динамику изменения данных во времени или распределения данных, полученных в результате статистического исследования. Если в ходе статистического исследования проведена группировка одинаковых данных и для каждой группы указана соответствующая частота (или относительная частота), то при построении столбчатой диаграммы каждая группа изображается на столбчатой диаграмме прямоугольником, высота которого при выбранном масштабе равна соответствующей частоте (или относительной частоте) (рис. 38).

График – это линейная диаграмма, применяемая для наглядного изображения зависимости какой-либо величины от другой. Данный вид диаграммы рассматривали при изучении регрессионных зависимостей, когда линия графика дает наглядное представление о характере изменения функции (рис. 39). При этом количественная мера фактора является аргументом, а значение параметра – функцией этого аргумента.

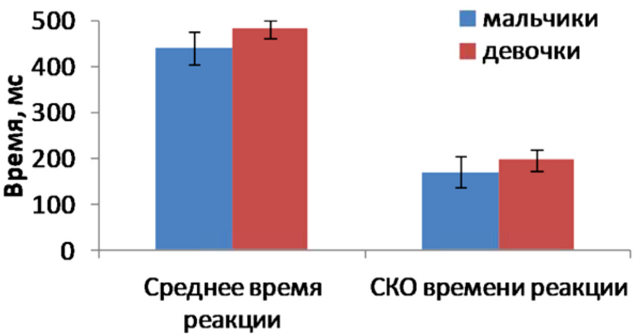


Рис. 38. Представление данных в виде столбчатой диаграммы

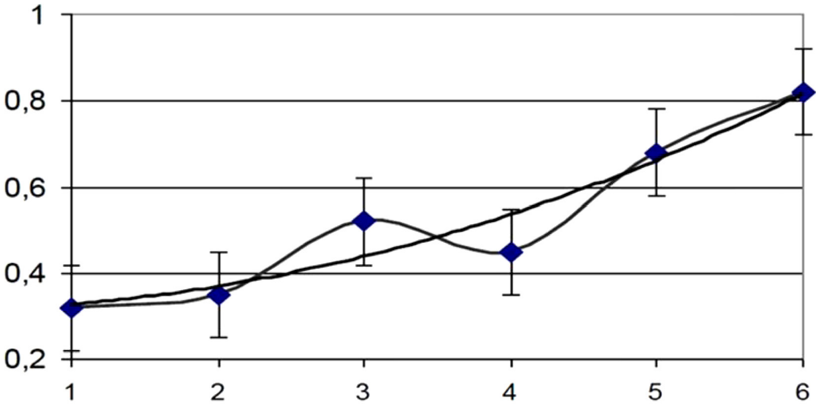


Рис. 39. График линейной зависимости

Линейные диаграммы используются для характеристики вариации, динамики и взаимосвязи. Линейные графики строятся на координатной сетке. Геометрическими знаками служат точки и отрезки прямой, которые последовательно соединяют в линию. Чаще всего линейные диаграммы используют для отображения общей тенденции и характера развития какого-либо феномена. В этом случае на оси абсцисс наносят характеристики времени (дни, месяцы и т.д.), а на оси ординат – значения показателя.

Другим примером, требующим объяснений, является построение графика в виде ломаной (рис. 40). Дело в том, что в точке излома оказывается не определенной производная функции, график которой строится. Отсутствие производной (а она характеризует быстроту изменения значений функции при изменении аргумента) – ситуация весьма необычная и труднообъяснимая. Поэтому построение подобных графиков следует считать крайне нежелательным или даже вообще неприемлемым. Для этого, как уже говорилось, на втором шаге работы Мастера диаграмм нужно выбирать подтип со сглаживающей кривой по экспериментальным точкам.

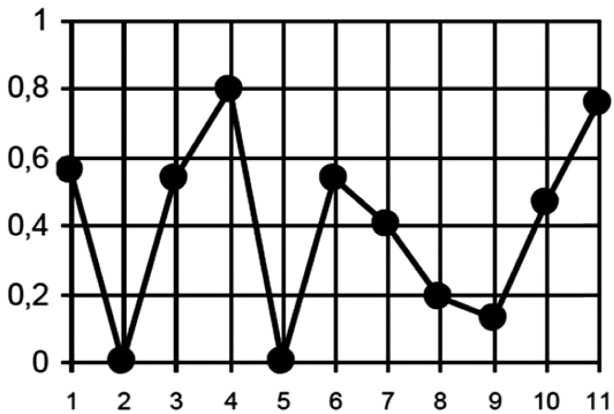


Рис. 40. Пример графика в виде ломанной кривой

Таким образом, в педагогике значение функции можно считать проявлением некоторой объективно существующей закономерности при условии, задаваемым аргументом. Связь между аргументом и функцией может носить детерминистский (однозначный) характер или быть вероятностной (стохастической). Визуализировать существующую связь можно посредством графиков.

Приведем некоторые рекомендации по представлению результатов эксперимента в виде графиков (Стариченко, 2004). Графиком можно иллюстрировать только изменение связанных между собой данных; независимые данные на графике отображаться не могут. Например, нельзя строить график успеваемости от номера (или фамилии) учащегося; показателей инновационных проектов от их номеров и т.п. – к сожалению, подобные примеры можно найти в диссертационных исследованиях. Для представления подобных данных следует использовать другие диаграммы. Масштаб графика и границы изменения аргумента и функции должны устанавливаться такими, чтобы график занимал всю отведенную для него прямоугольную область.

Также необходимо обратить внимание, что при нанесении на диаграммы, представленные в виде графика или гистограммы, экспериментальных точек должна указываться *погрешность измерения*. Погрешность изображается в идее планок (пределов), как это представлено на рисунке 41.

Для отображения пределов погрешностей в пакете MS Excel (2016) нужно щелкнуть правой кнопкой мыши по любой экспериментальной точке, нанесенной на диаграмме, и в выпадающем меню выбрать Формат предела погрешностей (рис. 41).

Круговая диаграмма служит для сравнения нескольких величин в одной точке. Особенно полезна такая диаграмма, если величины в сумме составляют нечто целое (100 %). Круговые диаграммы удобно использовать для наглядного изображения соотношения между частями исследуемой совокупности (рис. 42).

При приведении диаграммы в исследовательской работе необходимо в тексте обсудить все особенности и детали рисунка и соотнести с цифрами. Это совершенно очевидное на первый взгляд положение, к сожалению, часто не выполняется.

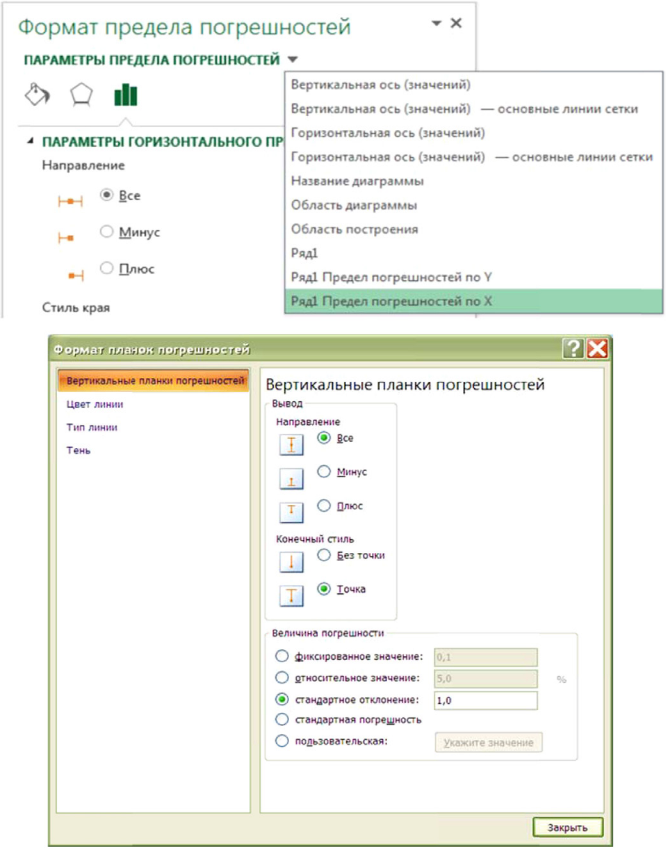


Рис. 41. Форматирование предела погрешностей в MS Office Excel

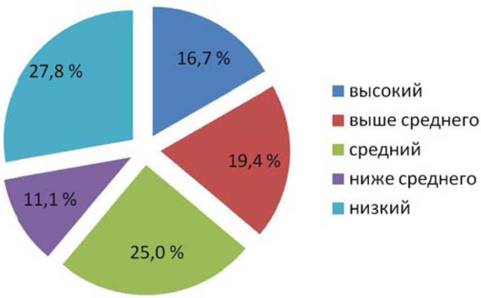


Рис. 42. Данные, представленные в виде круговой диаграммы

Таким образом, в исследовательской деятельности обязательно нужно обращать внимание на важность графического представления результатов эксперимента. Грамотная визуализация данных делает их более наглядными и убедительными, позволяет увидеть такие особенности результатов, которые могут не просматриваться по числовым значениям. Умение корректно и выразительно представлять итоги своего исследования является одним из свидетельств зрелости экспериментатора (Б.Е. Стариченко, 2004).

6.2. Интерпретация данных спортивно-педагогических исследований

Интерпретация (лат. interpretatio «разъяснение, толкование; перевод») – это совокупность значений (смыслов), придаваемых элементам (выражениям, формулам, символам и т.д.) какой-либо теории. Интерпретация данных состоит в превращении полученных данных в показатели – количественные и качественные. В ее процессе проводится оценка путем соотнесения результатов исследования с проблемой, гипотезой, целью и задачами исследования. В основе объяснения результатов всегда лежат предположения автора исследования и теоретические положения, составляющие модель исследования. Именно при объяснении полученных числовых величин подтверждаются или опровергаются предположения по поводу поведения или характеристик объекта в изучаемой теме.

При интерпретации могут использоваться следующие способы соотнесения данных:

– со знаниями и установками исследователя – оценка исследователя, которая отражает позицию, основанную на знании конкретной обстановки, предыдущем опыте;

– внутреннее соотнесение – сравнение между собой элементов числового ряда по двум или более признакам.

Например, можно сравнить распределение учащихся школы, среди которых есть сторонники и противники предпрофильной подготовки по признаку осознанности выбора профессии. Эта процедура дает возможность однозначно интерпретировать принцип группировки, когда в числовом ряде выделяется наибольшая величина (модальная). Соотнесение заключается в ранжировании групп, т.е. расположении величин от большего к меньшему по их значению; – внешнее соотнесение – сравнение между собой изучаемых групп в соотнесении с некоторыми внешними признаками, факторами. Такое соотнесение чаще всего проводится в опытно-экспериментальной работе, когда проводится изучение того, как влияют условия или средства эксперимента на изучаемую переменную, и с этой целью формируются контрольная и экспериментальная группы.

Интерпретация нужна для того, чтобы информация преобразовалась в знание. Интерпретируя те или иные объекты, явления, исследователь выявляет различные аспекты полученной о них информации, оценивает ее возможности в решении задач исследования, выдвигает предположения о причинах явления, о возможных мотивах участников педагогической ситуации и т.д.

С традиционной точки зрения интерпретация представляет собой процесс анализа, синтеза и оценки информации с целью определения ее важности и полезности для конкретного исследования. Наряду с другими приемами интерпретация – важная составляющая методов спортивно-педагогического исследования. В интерпретации информации выделяют такую последовательность действий:

– предположения;

– определение достоверности информации;

– рефлексия и «процеживание информации» (что в полученной информации отражает собственную точку зрения исследователя, является следствием стереотипов, предвзятости и т.д.);

– организация информации;

– сравнение с данными других источников, с другими ситуациями и т.п.;

– анализ;

– выявление причины и следствия;

– синтез;

– выводы;

– оценка информации для подтверждения или опровержения гипотезы исследования.

Используя в спортивно-педагогическом исследовании эмпирические данные, термины, теоретические выводы, положения, закономерности других наук, необходимо:

– во-первых, выявить, «расшифровать» тот смысл, который заключается в данном выводе, положении, закономерности с точки зрения «иной» науки;

– во-вторых, выявить педагогический смысл этого вывода, положения, закономерности.

Интерпретация любого знания в спортивно-педагогическом исследовании должна носить гуманитарный характер. Иначе говоря, осмысливать и истолковывать данные других наук следует с позиций их соотнесенности с проблемами человека. В процессе интерпретации необходимо постоянно соотносить научное знание и эмпирический опыт, поскольку гуманитарное знание основано на признании уникальности каждого человека, которая может быть постигнута не в рамках научных закономерностей, а только опытным путем. При интерпретации результатов исследования следует проявлять объективность и не приписывать себе слишком больших заслуг во влиянии на объекты исследования.

Рассмотрим наиболее типичные ошибки, допускаемые при интерпретации.

1. Обобщение по отношению к объектам. Предположим, что опытно-экспериментальная работа проведена на 30 испытуемых – подростках в возрасте от 12 до 15 лет, в том числе 10 мальчиков, 20 девочек, принадлежащих к семьям из среднего класса, жителям крупного города, обучающихся в общеобразовательной школе. Нужно решить следующую проблему, на какую популяцию распространить результаты? Предельным обобщением будет отнесение выводов ко всем учащимся общеобразовательных школ. Ограничителями обобщения выступают характеристики популяции: 1) биологические и 2) социокультурные. К основным биологическим характеристикам относятся пол, возраст, раса, конституциональные особенности, физическое здоровье. Социокультурные особенности – уровень образования и уровень доходов испытуемых, классовая принадлежность и т.д. Следовательно, выводы можно распространить только на ту группу, которая обозначена в описании выборки. Даже на жителей других населенных пунктов эти выводы можно распространять с большим допущением и только в том случае, если в ходе планирования исследования формирования экспериментальной выборки соблюдалось требование репрезентативности.

Для проверки выводов, во-первых, проводят дополнительные эксперименты на группах представителей той же популяции, не вошедших в первоначальную выборку. Во-вторых, стремятся максимально увеличить в уточняющих экспериментах численность экспериментальной и контрольных групп.

2. Условия исследования. В какой мере влияют на результаты опытно-экспериментальной работы условия деятельности испытуемого? На этот вопрос нельзя ответить, ограничившись проведением одного эксперимента. Исследователь должен варьировать в последующих эксперимен-

тальных сериях дополнительные переменные, чтобы установить, являются ли результаты инвариантными.

3. Экспериментатор. При проведении опытной работы исследователь может неосознанно влиять на ее ход – немного по-иному вести себя в экспериментальном классе, выделять тех или иных учащихся и т.д. Влияние личностных черт, мотивации, компетентности исследователя часто проявляется в ходе эксперимента. Для того чтобы этого избежать, необходимо либо проводить работу на очень больших выборках, либо привлекать к проведению работы других педагогов.

Кроме цели и гипотезы исследования, при интерпретации важно опираться на критерии и показатели оценки результатов. Именно они позволят определить значимость результата.

По завершении работы на этапах обобщения и интерпретации переходят к оформлению результатов исследования.

1. Необходимо следовать требованиям к оформлению текста (поля, размер шрифта, интервал, требования к оформлению графиков, таблиц, приложений, списков литературы, ссылок и т.д.), обозначенным в методических рекомендациях.

2. Структура большинства работ:

– введение, в котором определяется актуальность и новизна исследования, его научный аппарат;

– первая глава, посвященная теоретическому анализу проблемы и разработке собственной модели исследования;

– вторая глава, в которой описывается ход и результаты опытно-экспериментальной работы;

– третья глава – может быть по условиям написания выпускной квалификационной работы;

– заключение, в котором делаются основные выводы исследования;

– список использованных источников;

– приложения.

3. При оформлении таблиц, графиков, гистограмм необходимо обращать внимание на то, что они:

– должны максимально отражать результаты исследования;

– не должны быть перегруженными;

– должны быть снабжены подписями всех граф и условных обозначений;

– в них необходимо легко ориентироваться и находить сравниваемые величины;

– текст не должен быть перегружен таблицами и гистограммами, при необходимости часть из них помещается в приложения.

4. Все таблицы, графики и гистограммы должны иметь словесное описание и выводы.

5. При написании работы серьезное внимание следует уделить ее языку и стилю. В основе текста лежит формально-логический способ изложения, для которого характерны смысловая законченность, целостность и связность, специальная терминология и фразеология. Работа должна быть внимательно вычитана.

Моделирование – воспроизведение характеристик некоторого объекта на другом объекте, который называется моделью. Между моделью и оригиналом существует отношение ограниченного подобия, форма которого ясно выражена: в процессе научного познания модель заменяет оригинал; изучение модели дает информацию об оригинале. Модель – результат синтеза выделенных в процессе анализа существенных признаков диагностируемого объекта.

Модель – это система объектов или знаков, воспроизводящая некоторые существенные свойства системы-оригинала. Само исследование невозможно без параллельного моделирования, т.е. выделения существенных моментов исследуемого объекта в совокупности их взаимосвязей и взаимозависимостей.

Идеализация – мыслительный акт, связанный с образованием некоторых абстрактных объектов, принципиально не осуществимых в опыте и действительности. Идеализированные объекты служат средством научного анализа реальных объектов, основой для построения теории этих объектов.

Модели в спортивно-педагогическом исследовании являются именно такими идеализированными объектами. Истинная наука, как известно, возможна лишь на основании абстрактного мышления, последовательных рассуждений, протекающих в логической и языковой формах в виде понятий, суждений, выводов.

Важнейшим средством моделирования в педагогических исследованиях является аналогия.

Аналогия (от греч. analogia – пропорция, соразмерность) – соответствие элементов, совпадение ряда свойств или какое-либо иное отношение между объектами, явлениями и процессами, дающее основание для переноса информации, полученной при исследовании одного объекта – модели, на другой – прототип (так называемое отношение объективного подобия). Под аналогией понимается также мыслительная операция – умозаключение о принадлежности объекту, явлению или процессу определенного признака, свойства или отношения на основе сходства в существенных признаках с другим объектом (явлением, процессом).

В современной науке аналогия трактуется не как формальное умозаключение, а как эвристический вывод, дающий выход на новое знание.

Здесь особенно важно «сходство несходного», т.е. умение находить принципиальное, существенное сходство в предметах и явлениях, внешне друг с другом несхожих (так называемая аналогия противоположностей).

Выводы по аналогии в спортивно-педагогическом исследовании носят вероятностный характер, однако корректное выделение линий, по которым проводится сопоставление, позволяет существенно повысить уровень достоверности таких выводов и выстроить эффективные модели образовательных феноменов.

Другим средством конструирования моделей является дедуктивное моделирование. Исследователь исходит из самых общих положений, составляющих модель. Статистически, с помощью выбранного математического аппарата эта модель проверяется. Применение дедуктивного (математического) моделирования тесно связано с глубоким познанием сущности явлений и процессов, углублением теоретических основ спортивно-педагогического исследования.

В процессе моделирования мы получаем новое знание о каком-либо объекте. Базой вывода при этом служит модель, т.е. некоторая известная система отношений, присущая другому объекту или абстрактной конструкции. Это становится возможным благодаря следующим функциям модели:

– формально упорядочивает, структурирует имеющиеся данные;

– визуализирует представления о структуре изучаемого объекта;

– дает возможность перехода к методикам и технике сбора данных, к диагностическим процедурам.

Главный результат построения исследовательской модели, которая упорядочивает представления о причинно-следственных взаимозависимостях между компонентами исследуемого объекта, закономерностях процесса его становления, – прогноз развития.

Прогностические выводы (о зоне ближайшего развития, о возможных затруднениях и т.д.) становятся основанием для выбора оптимальной стратегии обучения и воспитания, помощи в преодолении объективных затруднений в развитии. Как правило, рекомендуется разбивать прогноз на отдельные периоды, чтобы впоследствии можно было его конкретизировать и уточнять (Е.Г. Костенко и др., 2019).

Краткий словарь терминов

Альтернативная гипотеза (H_1) – гипотеза с утверждением о том, что в действительности между генеральными совокупностями есть различие.

Анализ – это теоретический метод научного познания, основанный на изучении предмета путем мысленного или практического расчленения его на составные элементы (части объекта, его признаки, свойства, отношения, характеристики, параметры и т.д.).

Аналогия – метод научного умозаключения, при котором познание предметов и явлений осуществляется на основании их сходства с другими.

Валидность теста – адекватность и действенность теста, важнейший критерий его доброкачественности, показывающий, насколько тест отражает то, что должен оценивать.

Варианты (x_i; y_i) – отдельно взятый член вариационного ряда или числовое значение варьирующего признака.

Вариационный ряд – ряд ранжированных значений признака, в котором указана повторяемость или частота отдельных значений (вариант) в данной совокупности.

Варьирование – отклонение от чего-либо, наиболее общая форма проявления изменчивости.

Величина – количественное выражение всего, что можно измерить и исчислить.

Вероятность – мера объективной возможности ожидаемого результата.

Выборка (n – объем выборки) – часть генеральной совокупности или количество случаев (вариант), взятых для наблюдения, изучения.

Генеральная совокупность – исходная совокупность или абсолютное количество объектов, которая существует в наличии вообще.

Гистограмма – изображение вариационного ряда в виде столбиковой диаграммы, в которой высоты прямоугольников соответствуют частотам разрядов.

Группировка – первичная обработка неупорядоченного набора чисел, полученного в ходе экспериментальной работы.

Дедукция – метод логического умозаключения от общего к частному, когда сначала исследуется состояние объекта в целом, а затем его отдельных элементов.

Дисперсия – показатель вариации эмпирических данных.

Доверительный интервал – промежуток между границами, называемыми доверительными, в котором с той или иной вероятностью содержится параметр, оцениваемый по данным выборочного наблюдения.

Достоверность – то, что не вызывает сомнений; уверенность, с которой судят о генеральных параметрах по результатам выборочных наблюдений.

Измерение – установление соответствия между изучаемыми явлениями, с одной стороны, и числами, с другой; приписывание чисел вещам в соответствии с определенными правилами.

Информативность теста – степень точности теста, с какой он измеряет свойство, для оценки которого используется.

Квалиметрия – раздел метрологии, изучающий вопросы измерения и количественной оценки качественных показателей.

Компетентность – интегральная характеристика деловых и личностных качеств специалиста, отражающая уровень знаний, умений и навыков, достаточных для осуществления профессиональной деятельности, принятия решений.

Компетенция (лат. *compete* – добиваться, соответствовать, подходить) – совокупность определенных знаний, умений, навыков, в которых человек осведомлен, обладает познаниями и опытом.

Контроль – взаимозависимость между варьирующими признаками.

Корреляция – взаимозависимость между варьирующими признаками.

Критерий – показатель, позволяющий судить о надежности выводов относительно принятой гипотезы, ожидаемого результата.

Математическая статистика – наука о математических методах систематизации и использования статистических данных для научных и практических выводов.

Медиана – результат измерения, занимающий центральное значение в выборке.

Метрология – наука об измерениях.

Мода – наиболее часто встречающаяся величина.

Моделирование – метод научного познания, в котором изучаемый предмет или явление заменяются на его аналог (модель), содержащий существенные черты характеристики оригинала.

Мониторинг физического состояния (здоровья) – это комплекс мер, направленных на наблюдение, изучение, анализ, оценку и прогнозирование состояния здоровья, физического развития и физической подготовленности тестируемых.

Научный результат – продукт научной деятельности, содержащий новые знания или решения и зафиксированный на любом информационном носителе.

Непрерывные величины – величины, принимающие любые значения в определенном интервале.

Нулевая гипотеза (H_0) – гипотеза, основанная на утверждении, что между двумя генеральными совокупностями нет ожидаемого различия.

Ранг (Ri) – порядковый номер ранжированных значений признака.

Ранжирование – расположение числовых значений признака в порядке их возрастания или убывания.

Репрезентативная (или представительная) выборка – это такая выборка, в которой все основные признаки генеральной совокупности представлены приблизительно в той же пропорции и с той же частотой, с которой данный признак выступает в данной генеральной совокупности.

Репрезентативность – соответствие характеристик выборки характеристикам популяции или генеральной совокупности в целом. Репрезентативность определяет, насколько возможно обобщать результаты исследования с привлечением определенной выборки на всю генеральную совокупность, из которой она была собрана.

Респондент – лицо, принимающее участие в научном исследовании, другими словами – испытуемый.

Синтез – метод изучения объекта в его целостности, в единстве и взаимной связи его частей. Методы синтеза и анализа тесно связаны друг с другом.

Сравнение – метод научного познания, посредством которого устанавливаются сходства и различие изучаемых предметов и явлений с уже известными.

Среднее арифметическое ($\bar{x}$ $\bar{y}$) – среднее значение признака, сумма отклонений от которого выборочных значений признака равна нулю (с учетом знака отклонения).

Стандартное отклонение (G – генеральное стандартное отклонение; S – выборочное стандартное отклонение) – положительный корень квадратный из дисперсии.

Статистический критерий – правило, обеспечивающее принятие истинной и отклонение ложной гипотезы с заранее заданной вероятностью.

Степень свободы (f) – числа, показывающие количество свободно варьирующих элементов статистической совокупности, способных принимать любые произвольные значения.

Теоретические методы научного познания – опираются на научные гипотезы, теории, законы, на основе чего формируются логические следствия, сопоставления различных гипотез и теорий.

Тестирование – часто применяемый в педагогике метод, позволяющий оценить сформированность знаний, умений и навыков у обучающегося.

Физическое здоровье – это состояние органов и систем органов, жизненных функций организма.

Физическое развитие – это динамический процесс изменений размеров тела, его пропорций, телосложения, мышечной силы и работоспособности.

Физическое состояние – интегральный статический показатель основных антропометрических признаков на момент обследования ребенка (чаще применяется в медицинской практике).

Функциональная взаимосвязь – строгое соответствие каждого значения одного показателя определенному значению другого.

Функциональное состояние – комплекс показателей, определяющий уровень жизнедеятельности организма, системный ответ организма на физическую нагрузку.

Функциональные пробы – определенный вид нагрузки, предъявляемый человеку с целью выявления функциональных резервов отдельных систем и всего организма, состояния здоровья, скрытых патологий.

Функциональный резерв организма – диапазон надежности функционирования отдельных органов, систем организма или организма в целом.

Частота – абсолютная частота отдельных вариант, показывающая, как часто они встречаются в данной совокупности.

Частотность – относительная частота отдельных вариант, выражаемая в долях единицы или в процентах к общему числу наблюдений.

Шкала – элемент счетной системы, который позволяет отнести исследуемый объект к определенной группе.

Эксперимент – это метод научного познания, при помощи которого исследуются явления реально-предметной действительности в определенных (заданных) воспроизводимых условиях путем их контролируемого изменения.

Эмпирические методы научного познания – основаны на наблюдении, эксперименте, а также систематизации и описании полученных результатов познания.

Список использованных источников

1. Адольф В.А., Адольф К.В. Организация междисциплинарных научных исследований // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 12-4 (82). С. 338–341.
2. Адольф В.А., Степанова И.Ю. Магистерская диссертация: на пути становления профессионала в сфере образования: учебно-методическое пособие / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2011. 244 с.
3. Адольф В.А., Степанова И.Ю. Организация продуктивной научно-познавательной деятельности аспиранта (по направлению «Образование и педагогические науки»): учебное пособие / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2018. 268 с.
4. Адольф В.А., Степанова И.Ю. Развитие методологической культуры исследователя через решение разноуровневых профессиональных задач // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 12-4 (82). С. 342–346.
5. Адольф В.А., Фоминых А.В. Конкурентоспособность выпускника современного вуза: монография / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2017. 280 с.
6. Адольф В.А. Вовлечение работников образовательных организаций в подготовку будущих педагогов: монография / В.А. Адольф, М.С. Зайцева, А.И. Кондратюк, Н.Е. Строгова, Н.Ф. Яковлева. Красноярск: Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева, 2021. 248 с.
7. Алдарова Л.М. Здоровьесберегающее образование: современные факторы развития: монография / Л.М. Алдарова, Н.К. Артемьева, С.П. Аршинник и др. Самара: Офорт, 2016. 205 с.
8. Белых С.И. Самоконтроль студентов во время самостоятельных занятий физическим воспитанием и спортом // Ученые записки университета имени П.Ф. Лесгафта. 2015. № 9 (127). С. 57–67.
9. Бережнова Е.В., Краевский В.В. Основы учебно-исследовательской деятельности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. 11-е изд., стер. М.: Академия, 2017. 128 с.

10. Бордуков М.И., Сидоров Л.К., Трусей И.В. Управление физической работоспособностью при занятиях физической культурой и спортом: учебное пособие / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2021. 208 с.
11. Ермолаев О.Ю. Математическая статистика для психологов. М.: Флинт, 2003.
12. Зациорский В.М. Спортивная метрология. Педагогический контроль в тренировочном процессе: учебное пособие. М., 1978. 52 с.
13. Капилевич Л.В. Научные исследования в физической культуре: учебное пособие. Томск: Томский государственный университет, 2013. 184 с.
14. Колмакова Н.Р., Ванюрин А.В. Статистическое сопровождение педагогического эксперимента: учебное пособие / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2008.
15. Колпакова Т.В., Кужугет А.А. Математическая статистика для студентов ИФКСиЗ им. И.С. Ярыгина: учебное пособие / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2015. 68 с.
16. Костенко Е.Г., Мирзоева Е.В., Лысенко В.В. Анализ и статистическая обработка данных спортивно-педагогических исследований: монография. Чебоксары: Среда, 2019. 132 с. URL: https://phsreda.com/e-articles/103/Action103-33291.pdf
17. Лакин Г.Ф. Биометрия: учебное пособие для университетов. М.: Высшая школа, 1919. 352 с.
18. Лысенко В.В., Артемьева Н.К., Павельев И.Г., Остриков А.П. Квалиметрическая оценка качества двигательных действий на примере спринтерского бега // Физическая культура, спорт, наука и практика. 2019. № 4. С. 87–93.
19. Майер Р.А., Колмакова Н.Р., Ванюрин А.В. Статистическое сопровождение педагогического эксперимента: учебное пособие / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2008.
20. Начинская С.В. Спортивная метрология: учебник для студ. высш. проф. образования. М.: Академия, 2011. 240 с.
21. Петров П.К. Математико-статистическая обработка и графическое представление результатов педагогических исследований с использованием информационных технологий: учебное пособие. Ижевск: Изд-во «Удмуртский университет»,

2013. 179 с. URL: https://lfk.sportedu.ru/sites/lfk.sportedu.ru/files/mat.statistika_posobie_petrov.pdf
22. Письменные работы студента специальности «Физическая культура»: учебное пособие / В.Р. Кузекевич, Л.И. Слонимская, В.В. Ефремов. Иркутск: Изд-во Иркут. гос. пед. ун-та, 2004. 128 с.
23. Сидоренко Е.В. Методы статистической обработки в психологии. СПб.: Социально-психологический центр, 1996.
24. Спортивная метрология: учебник для институтов физической культуры / под общ. ред. В.М. Зациорского. М.: Физкультура и спорт, 1982.
25. Стариченко Б.Е. Обработка и представление данных педагогических исследований с помощью компьютера / Урал. гос. пед. ун-т. Екатеринбург, 2004. 218 с.
26. Статистика: курс лекций / под ред. В.Г. Ионина. Новосибирск: Изд-во НГАЭиУ. М.: Инфра-М, 2000.
27. Тесленко В.И. Педагогическое тестирование: теория и практика: учебное пособие к спецкурсу. Красноярск: РИО КГПУ, 2003. 186 с.
28. Толстик Н.В., Матегорина Н.М. Статистика. Ростов-на-Дону: Феникс, 2000.
29. Толстых О.С., Костенко Е.Г., Костенко А.П. Обработка экспериментальных данных в физической культуре и спорте средствами современных информационных технологий // Педагогические науки. 2018. № 4 (91). С. 29–31.
30. Трифонова Н.Н., Еркомайшвили И.В. Спортивная метрология: учебное пособие; науч. ред. Г.И. Семенова; М-во образования и науки Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2016. 112 с.
31. Трусей И.В., Бордуков М.И., Сидоров Л.К. Научно-исследовательская работа магистранта в области физической культуры и здоровьесбережения: учебно-методическое пособие / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2021. 112 с.
32. Урбах В.Ю. Статистический анализ в биологических и медицинских исследованиях. М.: Медицина, 1975.
33. Хижняк С.В., Пучкова Е.П. Математические методы в агроэкологии и биологии: учеб. пособие / Краснояр. гос. аграр. ун-т. Красноярск, 2019. 240 с.

Стандартные значения t-критерия Стьюдента (Г.Ф. Лакин, 1990)

Число степеней свободы	Уровень значимости, p				
	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	6,31	12,7	31,82	63,66	
2	2,92	4,30	6,97	9,93	31,60
3	2,35	3,18	4,54	5,84	12,94
4	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
5	2,02	2,57	3,37	4,03	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,96
7	1,90	2,37	3,00	3,50	5,41
8	1,86	2.31	2,90	3,36	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,06	4,32
13	1,77	2.16	2,65	3.01	4,22
14	1,76	2,15	2,62	2,98	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	4,02
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,97
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,75
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,73
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,71
27	1,70	2,05	2,47	2,77	3,69
28	1,70	2,05	2,47	2,76	3,67
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,65
	1,64	1,96	2,33	2,58	3,29

Приложение 2

Стандартные значения F-критерия Фишера

Таблица 1

Значения верхних критических точек $\mathbf{F_{n,k}}$ **распределения Фишера** на уровне значимости: $\alpha = 0{,}05$. Значения нижней граничной точки вычисляются по соответствующему значению верхней по правилу: ${}_{1-\alpha}F_{n,k} = \dfrac{1}{{}_{\alpha}F_{k,n}}$

k \ n	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	20	30	50	∞
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,8	8,8	8,7	8,7	8,7	8,6	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	6,0	6,0	5,9	5,9	5,8	5,7	5,7	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,8	4,7	4,7	4,6	4,6	4,5	4,4	4,4
6	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,1	4,1	4,0	3,9	3,8	3,8	3,7	3,7
7	5,6	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,7	3,6	3,6	3,5	3,4	3,4	3,3	3,2
8	5,3	4,6	4,1	3,8	3,7	3,6	3,4	3,3	3,3	3,2	3,2	3,1	3,0	2,9
9	5,1	4,3	3,6	3,6	3,5	3,4	3,2	3,1	3,1	3,0	2,9	2,9	2,8	2,7
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	3,1	2,9	2,9	2,8	2,7	2,7	2,6	2,5
11	4,8	4,0	3,6	3,4	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,7	2,6	2,5	2,4
12	4,8	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3
13	4,7	3,8	3,4	3,2	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2
14	4,6	3,7	3,3	3,1	3,0	2,9	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1
15	4,5	3,7	3,3	3,1	2,9	2,8	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3	2,3	2,2	2,1
16	4,5	3,6	3,2	3,0	2,9	2,7	2,6	2,5	2,4	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0
17	4,5	3,6	3,2	3,0	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,2	2,1	2,0
18	4,4	3,5	3,2	2,9	2,8	2,7	2,5	2,4	2,3	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9
19	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,3	2,1	2,1	2,0	1,9
20	4,3	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,4	2,3	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,8
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,8	1,8	1,6
50	4,0	3,2	2,8	2,6	2,4	2,3	2,1	2,0	1,9	1,9	1,8	1,7	1,6	1,4
∞	3,8	3,0	2,6	2,4	2,2	2,1	1,9	1,8	1,7	1,7	1,6	1,5	1,3	1,0

Таблица 2

Значения верхних критических точек $\mathbf{F_{n,k}}$ **распределения Фишера** на уровне значимости: α = 0,01

k \ n	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	20	30	50	∞
3	34,1	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,5	27,2	27,1	26,9	26,7	26,5	26,4	26,1
4	21,2	18,8	16,7	16,0	15,5	15,2	14,8	14,7	14,4	14,2	14,0	13,8	13,7	13,5
5	16,3	13,3	12,1	11,4	11,0	10,7	10,3	10,1	9,9	9,8	9,6	9,4	9,2	9,0
6	13,4	10,9	9,8	9,2	8,8	8,5	8,1	7,9	7,7	7,6	7,4	7,2	7,1	6,9
7	12,3	9,6	8,5	7,9	7,5	7,2	6,8	6,6	6,4	6,3	6,1	5,9	5,9	5,7
8	11,3	8,7	7,6	7,0	6,6	6,4	6,0	5,8	5,7	5,6	5,4	5,2	5,1	4,9
9	10,6	8,0	7,0	6,4	6,1	5,8	5,5	5,3	5,1	5,0	4,8	4,6	4,5	4,3
10	10,0	7,9	6,6	6,0	5,6	5,4	5,1	4,9	4,7	4,6	4,4	4,3	4,1	3,9
11	9,7	7,2	6,2	5,7	5,3	5,1	4,7	4,5	4,4	4,3	4,1	3,9	3,8	3,6
12	9,3	6,9	6,0	5,4	5,1	4,8	4,5	4,3	4,2	4,1	3,9	3,7	3,6	3,4
13	9,1	6,7	5,7	5,2	4,9	4,6	4,3	4,1	4,0	3,9	3,7	3,5	3,4	3,2
14	8,9	6,5	5,6	5,0	4,7	4,5	4,1	3,9	3,8	3,7	3,5	3.3	3,2	3,0
15	8,7	6,4	5,4	4,9	4,6	4,3	4,0	3,8	3,6	3,5	3,3	3,2	3,1	2,9
16	8,5	6,2	5,3	4,8	4,4	4,2	3,9	3,7	3,5	3,5	3,3	3,1	3,0	2,8
17	8,4	6,1	5,2	4,7	4,3	4,1	3,8	3,6	3,5	3,4	3,2	3,0	2,9	2,7
18	8,3	6,0	5,1	4,6	4,2	4,0	3,7	3,5	3,4	3,3	3,1	2,9	2,8	2,6
19	8,2	5,9	5,0	4,5	4,2	3,9	3,6	3,4	3,3	3,2	3,0	2,9	2,7	2,5
20	8,1	5,8	4,9	4,4	4,1	3,9	3,6	3,4	3,2	3,1	2,9	2,8	2,6	2,4
30	7,6	5,4	4,5	4,0	3,7	3,5	3,2	3,0	2,8	2,7	2,5	2,4	2,2	2,0
50	7,2	5,1	4,2	3,7	3,4	3,2	2,9	2,7	2,6	2,5	2,3	2,1	1,9	1,7
∞	6,6	4,6	3,8	3,3	3,0	2,8	2,5	2,3	2,2	2,1	1,9	1,7	1,5	1,0

Критические значения W-критерия Вилкоксона для независимых выборок

Уровень значимости 0,05

n_2 \ n_1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4			10											
5		6	11	17										
6		7	12	18	26									
7		7	13	20	27	36								
8	3	8	14	21	29	38	49							
9	3	8	15	22	31	40	51	63						
10	3	9	15	23	32	42	53	65	78					
11	4	9	16	24	34	44	55	68	81	96				
12	4	10	17	26	35	46	58	71	85	99	115			
13	4	10	18	27	37	48	60	73	88	103	119	137		
14	4	11	19	28	38	50	63	76	91	106	123	141		
15	4	11	20	29	40	52	65	79	94	110	127	145	160	
16	4	12	21	31	42	54	67	82	97	114	131	150	164	185
17	5	12	21	32	43	56	70	84	100	117	135	154	169	
18	5	13	22	33	45	58	72	87	103	121	139			
19	5	13	23	34	46	60	74	90	107	124				
20	5	14	24	35	48	62	77	93	110					

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
									Уровень значимости 0,01					
5				15										
6			10	16	23									
7			10	17	24	32								
8		6	11	17	25	34	43							
9		6	11	18	26	35	45	56						
10		6	12	19	27	37	47	58	71					
11		6	12	20	28	38	49	61	74	87				
12		7	13	21	30	40	51	63	76	90	106			
13		7	14	22	31	41	53	65	79	93	109	125		
14		7	14	22	32	43	54	67	81	96	112	129		
15		8	15	23	33	44	56	70	84	99	115	133	147	
16		8	15	24	34	46	58	72	86	102	119	137	151	171
17		8	16	25	36	47	60	74	89	105	122	140	155	
18		8	16	26	37	49	62	76	92	108	125			
19	3	9	17	27	38	50	64	78	94	11				
20	3	9	18	28	39	52	66	81	97					

Критические значения W-критерия Вилкоксона для сопряженных пар

n	α		n	α		n	α	
	0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
6	1		13	18	11	20	53	39
7	3		14	22	14	21	60	44
8	5	1	15	26	17	22	67	50
9	7	3	16	31	21	23	74	56
10	9	4	17	36	24	24	82	62
11	12	6	18	41	29	25	90	69
12	15	8	19	47	33			

Критические значения U-критерия Манна-Уитни

Значения $U_{кр}$ приведены для уровня статистической значимости $p \leq 0{,}05$.

n_2 \ n_1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
3	-	0													
4	-	0	1												
5	0	1	2	4											
6	0	2	3	5	7										
7	0	2	4	6	8	11									
8	1	3	5	8	10	13	15								
9	1	4	6	9	12	15	18	21							
10	1	4	7	11	14	17	20	24	27						
11	1	5	8	12	16	19	23	27	31	34					
12	2	5	9	13	17	21	26	30	34	38	42				
13	2	6	10	15	19	24	28	33	37	42	47	51			
14	3	7	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61		
15	3	7	12	18	23	28	33	39	44	50	55	61	66	72	
16	3	8	14	19	25	30	36	42	48	54	60	65	71	77	83
17	3	9	15	20	26	33	39	45	51	57	64	70	77	83	89
18	4	9	16	22	28	35	41	48	55	61	68	75	82	88	95
19	4	10	17	23	30	37	44	51	58	65	72	80	87	94	101
20	4	11	18	25	32	39	47	54	62	69	77	84	92	100	107
21	5	11	19	26	34	41	49	57	65	73	81	89	97	105	113
22	5	12	20	28	36	44	52	60	69	77	85	94	102	111	119
23	5	13	21	29	37	46	55	63	72	81	90	99	107	116	125
24	6	13	22	31	39	48	57	66	75	85	94	103	113	122	131
25	6	14	23	32	41	50	60	69	76	86	98	108	118	128	137
26	6	15	24	33	43	53	62	72	82	93	103	113	123	133	143
27	6	15	25	35	45	55	65	75	86	96	107	118	128	139	150
28	7	16	26	36	47	57	68	79	89	100	111	122	133	144	156
29	7	17	27	38	48	59	70	82	93	104	116	127	139	150	162
30	7	17	28	39	50	62	73	85	96	108	120	132	144	156	168

Критические значения критерия (H) Крускала–Уоллиса для разных сочетаний n_1, n_2, n_3

Объемы выборок					Объемы выборок					Объемы выборок				
n_1	n_2	n_3	H	p	n_1	n_2	n_3	H	p	n_1	n_2	n_3	H	p
2	1	1	2 7000	0 600	4	4	1	6 6667	0 010	5	4	1	6 9545	0 008
2	2	1	3 6000	0 200				6 1667	0 022				6 8400	0 011
2	2	2	4 5714	0 067				4 9667	0 048				4 9855	0 044
3	1	1	3 2000	0 300				4 8667	0 054				4 8600	0 056
3	2	1	4 2857	0 100				4 1667	0 082				3 9873	0 098
			3 8571	0 133				4 0867	0 102				3 9600	0 102
3	2	2	5 3272	0 029	4	4	2	7 0364	0 006	5	4	2	7 2045	0 009
			4 7143	0 048				6 8727	0 011				7 1182	0 010
			4 5000	0 087				5 4545	0 046				5 2727	0 049
			4 4643	0 105				5 2364	0 052				5 2682	0 050
3	3	1	5 1429	0 043				4 5545	0 098				4 5409	0 098
			4 5714	0 100				4 4455	0 103				4 5182	0 101
			4,0000	0,129	4	4	3	7 1439	0 010	5	4	3	7 4449	0 010
3	3	2	6 2500	0 011				7 1364	0 011				7 3949	0 011
			5 3611	0 032				5 5985	0 049				5 6664	0 049
			5 1369	0 081				5 5758	0 051				5 6308	0 060
			4 5556	0 100				4 5455	0 099				4 5487	0 099
			4 2500	0 121				4 4773	0 102				4 5231	0 103
3	3	3	7 2000	0 004	4	4	4	7 6538	0 008	5	4	4	7 7604	0 009
			6 4889	0 011				7 5385	0 011				7 7440	0 011

Объемы выборок				
n_1,	n_2	n_3	H	p
			5 6889	0 029
			5 6000	0 050
			5 0967	0 086
			4 6222	0 100
4	1	1	3 5714	0 200
4	2	1	4 8214	0 057
			4 5000	0 076
			4 0179	0 114
4	2	2	6 0000	0 014
			5 3333	0 033
			5 1250	0 052
			4 4583	0 100
			4 1667	0,105
4	3	1	5 8333	0 021
			5 2083	0 050
			5 0000	0 057
			4 0558	0 093
			3 8889	0 129
4	3	2	6 4444	0 008
			6 3000	0 011
			5 4444	0 046
			5 4000	0 051
			4 5111	0 098
			4 4444	0 102
4	3	3	6 7455	0 010
			6 7091	0 013
			5 7909	0 046
			5 7273	0 050
			4 7091	0 092
			4 7000	0 101
			5 6923	0 049
			5 6538	0 054
			4 6539	0 097
			4 5001	0 104
5	1	1	3 8571	0 143
5	2	1	5 2500	0 036
			5 0000	0 048
			4 4500	0 071
			4 2000	0 095
			4 0500	0 119
5	2	2	6 5333	0 008
			6 1333	0 013
			5 1600	0 034
			5 0400	0 056
			4 3733	0 090
			4 2933	0 122
5	3	1	6 4000	0 012
			4 9800	0 048
			4 8711	0 052
			4 0178	0 095
			3 6400	0 123
5	3	2	6 9091	0 009
			6 8218	0 010
			5 2509	0 049
			5 1055	0 052
			4 6509	0 091
			4 4945	0 101
5	3	3	7 0788	0 009
			6 9818	0 011
			5 6485	0 049
			5 5152	0 051
			4 5333	0 097
			4 4121	0 109
			5 6571	0 049
			5 6176	0 050
			4 6187	0 100
			4 5527	0 102
5	5	1	7 1091	0 009
			6 8364	0 011
			5 1273	0 046
			4 6091	0 053
			4 1091	0 086
			4 0364	0 105
5	5	2	7 3385	0 010
			7 2692	0 010
			5 3385	0 047
			5 2462	0 051
			4 6231	0 097
			4 5077	0 100
5	5	3	7 5780	0 010
			7 5429	0 010
			5 7055	0 046
			5 6264	0 051
			4 5451	0 100
			4 5363	0 102
5	5	4	7 8229	0 010
			7 7914	0 010
			5 6657	0 049
			5 6429	0 050
			4 5229	0 099
			4 5200	0 101
5	5	5	8 0000	0 009
			7 9800	0 010
			5 7800	0 049
			5 6600	0 051
			4 5800	0 100
			4 5000	0 102

Приложение 6

Критические значения нормированного коэффициента корреляции ($r^p_{x,y}$), соответствующие уровням значимости (α) и объему выработки (n)

Степени свободы $k = n - 2$	Уровни значимости α		Степени свободы $k = n - 2$	Уровни значимости α	
	5%	1%		1%	5%
5	0,75	0,87	27	0,37	0,47
6	0,71	0,83	28	0,36	0,46
7	0,67	0,80	29	0,36	0,46
8	0,63	0,77	30	0,35	0,45
9	0,60	0,74	35	0,33	0,42
10	0,58	0,71	40	0,30	0,39
11	0,55	0,68	45	0,29	0,37
12	0,53	0,66	50	0,27	0,35
13	0,51	0,64	60	0,25	0,33
14	0,50	0,62	70	0,23	0,30
15	0,48	0,61	80	0,22	0,28
16	0,47	0,59	90	0,21	0,27
17	0,46	0,58	100	0,20	0,25
18	0,44	0,56	125	0,17	0,23
19	0,43	0,55	150	0,16	0,21
20	0,42	0,54	200	0,14	0,18
21	0,41	0,53	300	0,11	0,15
22	0,40	0,52	400	0,10	0,13
23	0,40	0,51	500	0,09	0,12
24	0,39	0,50	700	0,07	0,10
25	0,38	0,49	900	0,06	0,09
26	0,37	0,48	1000	0,06	0,09
	α			α	
	0,05	0,01		0,05	0,01

Критическое значение критерия χ^2 для уровней значимости $p \leq 0{,}05$ и $p \leq 0{,}01$ при разном числе степеней свободы γ

	p			*p*			*p*	
v	0,05	0,01	*v*	0,05	0,01	*v*	0,05	0,01
1	3 841	6 635	35	49 802	57 342	69	89 391	99 227
2	5 991	9 210	36	60 998	58 619	70	90 631	100 425
3	7 815	11 345	37	52 192	59 892	71	91 670	101 621
4	9 488	13 277	38	53 384	61 162	72	92 808	102 816
5	11 070	15 086	39	54 572	62 428	73	93 945	104 010
6	12 592	16 812	40	55 758	63 691	74	95 081	105 202
7	14 057	18 475	41	56 942	64 950	75	96 217	106 393
8	15 507	20 090	42	58 124	66 208	76	97 351	107 562
9	16 919	21 666	43	59 304	67 459	77	98 484	108 771
10	18 307	23 209	44	60 481	68 709	78	99 617	109 958
11	19 675	24 725	45	61 656	69 957	79	100 749	111 144
12	21 026	26 217	46	62 830	71 201	80	101 879	112 329
13	22 362	27 688	47	64 001	72 443	81	103 010	113 512
14	23 685	29 141	48	65 171	73 683	82	104 139	114 695
15	24 966	30 578	49	66 339	74 919	83	105 267	115 876
16	26 298	32 000	50	67 505	76 154	84	105 395	117 057
17	27 587	33 409	51	68 669	77 386	85	107 522	118 236
18	28 989	34 805	52	69 832	78 616	86	108 648	119 414
19	30 144	36 191	53	70 993	79 843	87	109 773	120 591
20	31 410	37 566	54	72 153	81 089	88	110 898	121 767
21	32 671	38 932	55	73 311	82 292	89	112 022	122 942
22	33 924	40 289	56	74 488	83 513	90	113 145	124 116
23	35 172	41 638	57	75 624	84 733	91	114 268	125 289

Окончание Приложения 7

	p			p			p	
ν	0,05	0,01	ν	0,05	0,01	ν	0,05	0,01
24	36 415	42 980	58	76 778	85 960	92	115 360	126 462
25	37 652	44 314	59	77 931	87 166	93	116 511	127 633
26	38 885	45 642	60	79 082	88 379	94	117 632	128 803
27	40 113	46 983	61	80 232	89 591	95	118 752	129 973
28	41 337	48 278	62	81 381	90 802	98	119 871	131 141
29	42 557	49 588	63	82 529	92 010	97	120 990	132 309
30	43 773	50 992	64	83 675	93 217	98	122 108	133 476
31	44 985	52 191	65	84 821	94 422	98	123 225	134 642
32	46 194	53 486	66	85 966	95 626	100	124 342	135 807
33	47 400	54 776	67	87 108	98 828			
34	48 602	58 081	68	88 250	98 028			

Учебное издание

Артыш Аракчааевич Кужугет
Ирина Валерьевна Трусей
Владимир Александрович Адольф

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ И КАЧЕСТВЕННАЯ ОБРАБОТКА ДАННЫХ В ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ СФЕРЫ ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ, СПОРТА И ЗДОРОВЬЯ

Учебное пособие

Редактор *А.П. Малахова*
Корректор *М.А. Исакова*
Верстка *Н.С. Хасаншина*

660049, Красноярск, ул. А. Лебедевой, 89.
Редакционно-издательский отдел КГПУ им. В.П. Астафьева,
т. 217-17-52, 217-17-82

Подписано в печать 19.04.22. Формат 60х84 1/16.
Усл. печ. л. 10,9. Бумага офсетная.
Тираж 300 экз. Заказ № 04-РИО-003

Отпечатано в типографии «Литера-принт»,
т. 295-03-40