МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования

«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Сысуева Ксения Алексеевна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

КОМПЬЮТЕРНОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ» С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКИ GEOGEBRA

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой
д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина

____

(дата, подпись)

Научный руководитель
канд. физ.-мат. наук, В.В. Абдулкин

____

(дата, подпись)

Дата защиты
03.07.2021 г.
Обучающийся Сысуева К.А.

____

Оценка_________________________________

Прописью

Красноярск 2021

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. Отличительной чертой современного этапа развития общества является его информатизация. Чтобы соответствовать требованиям современности, школа должна подготовить выпускников, обладающих способностью применять информационные технологии информационные технологии.

Информационное пространство, в котором живут дети, существенно изменилось за последние десятилетия, выросла роль аудиовизуальной подачи информации и уменьшилась роль ее текстового представления. Соответственно изменились предпочтения учеников к форме подачи информации.

Использование компьютерных технологий на уроках математики активизирует обучающихся, возбуждает их внимание и тем самым помогает их развитию, содействует более крепкому усвоению материала [5, 6, 15, 30, 43], дает возможность экономить время. То обстоятельство, что математике присуща большая абстрактность, описывает и характер средств наглядности, и особенности применения их.

Статистика показывает [26], что современных школьников не сложно научить вычислять производную, находить ее в точке, применять к исследованию функции, но для успешного усвоения темы «Производная» необходимо в самом начале найти правильный путь введения понятия производной, ввести на доступном уровне учебный материал. Если на данном шаге ученик сможет применить определение производной для ее нахождения, продемонстрировать геометрический и физический смыслы, то и дальше он сможет видеть ее в прикладных направлениях. Поэтому, для преподавателя важно использовать, при изучении темы «Производная» компьютерную поддержку, чтобы сделать обучение интересным и наглядным.

Анализ литературы по проблемам изучения темы «Производная» с использованием ИКТ позволяет выявить тот факт, что этот аспект не получил глубокого освещения. И относится это в первую очередь к наглядности процесса обучения математики. Вопрос о разработке применения компьютерной поддержки на уроках математики при изучении темы «Производная» остается открытым, что обуславливает один из аспектов актуальности работы.

Цель работы – разработка компьютерной поддержки при решении заданий на уроках математики по теме «Производная».

Объектом исследования является процесс обучения математике школьников в 10-11 классах.

Предметом исследования является компьютерное сопровождение темы "Производная" с помощью применения системы динамической математики GeoGebra.

Для реализации цели решались следующие ***задачи***:

1. Анализ учебно-методической и научной литературы по теме исследования.
2. Сравнительный анализ систем динамической математики с целью выбора оптимальной программы для организации компьютерного сопровождения.
3. Разработка компьютерных моделей в системе динамической математики GeoGebra для организации компьютерного сопровождения темы «Производная».
4. Апробация разработанного компьютерного сопровождения.

Методы, используемые в работе: анализ учебно-методической литературы, сравнение, обобщение педагогического опыта по использованию систем компьютерной алгебры в школе.

Теоретическая значимость работы заключается в раскрытии возможностей системы GeoGebra, которые могут быть использованы на уроках математики при изучении темы «Производная».

Практическая значимость работы заключается в исследовании особенностей использования системы GeoGebra при решении алгебраических и геометрических задач.

Структура работы: работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованных источников.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ВНЕДРЕНИЯ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ПРОЦЕСС КОМПЬЮТЕРНОЙ ПОДДЕРЖКИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ»

1.1 Подходы к изложению и изучении темы «Производная» в средней школе

Производная - это базовое понятие математического анализа, изучаемое в курсе средней школы. Разделы математического анализа в школьной программе были не всегда: в начале 20-го века в некоторых школьных программах впервые ввели элементы высшей математики [28]. С 1949 года теорию пределов на постоянной основе стали изучать в 9 классе, а в 1956 году в программу включили тему «Учение о производной». В рамках нее изучалось понятие производной, обучали дифференцированию элементарных функций, применение производной к исследованию свойств функции. В 60-х и 70-х годах программа была пересмотрена и часть изучаемой информации по данной теме исключили из программы [37, 38].

В текущее время в 10 - 11 классах изучается производная и ее применение, интегралы и первообразная, элементы аналитической геометрии в пространстве и на плоскости.

Обучение математике - это действенное средство формирования личности. Достичь конкретной цели - прочного и сознательного усвоения ее содержания – можно только в ситуации, если в базу обучения будут положены определенные положения, вытекающие из основных закономерностей дидактики, подтвержденные опытом преподавания. Поэтому, выбор учебного пособия, для преподавателя – это одна из важнейших составляющих для успешного усвоения темы учениками.

В школьных учебниках есть разные подходы к изложению темы «Производная». Тут пойдет речь о вариантах изложения этой темы в учебниках для классов с углубленным изучением математики и учебниках для общеобразовательных школ.

В учебниках А.Г.Колмогорова [1] изучение темы «Производная» начинается с введения основного понятия, определения производной. Изучение данной темы происходит в конце 10 класса и на ее изучение отводится около 40 часов. Теория в учебнике очень скудная, что усложняет изучение материала самостоятельно.

У Александра Григорьевича Мордковича введение темы «Производная» практически полностью совпадает с учебником для профильного уровня [3]. Отличие состоит в том, что в учебнике для общеобразовательных школ и классов не изучаются следующие понятия: производные высших порядков; производная обратных функций; сложная функция; не рассматривается применение производной для доказательства тождеств и неравенств. По программе базового уровня отводится 27 часов на изучение темы «Производная» [27]. В этих двух книгах довольно много теории, писатель старается объяснять материал простым языком, но из-за этого теряется строгость определений.

В учебниках Сергея Михайловича Никольского понятие производной вводится на базе определения предела, изучаемого до этого. Все определения, теоремы, следствия имеют доказательства. Терминология имеет строгую формулировку, строгую доказательную структуру, больше остальных учебников приближен к первым разделам вузовского курса математического анализа. Учебник рассчитан на обучение на базовом и профильном уровнях. Работать по учебнику можно вне зависимости от того, по каким учебникам проводилось обучение до 10 класса, так как в начале года предполагается повторение наиболее важных вопросов программы девятилетней школы. Рабочая программа предполагает 24 часа на изучение данной темы [2].

У Наума Яковлевича Виленкина, изучение темы «Производная начинается с введения понятия функции, дифференцируемой в точке, после этого доказывается теорема о том, что функция дифференцируема в точке тогда и только тогда, когда существует предел [9]. После, переходит к геометрическому смыслу производной: описывается движение материальной точки по оси с постоянной скоростью и предлагается учащимся самостоятельно построить график этого движения. Затем определяются понятия приращения функции и дифференцирования функции, нахождение критических точек. На изучение данной темы у Виленкина отводится 32часа. Теоретический материал изложен на очень высоком уровне, что может вызывать некоторую сложность в понимании.

Итак в изложении темы «Производная» можно выделить несколько моментов:

В учебнике Колмогорова по данной теме очень мало теоретического материала, что затрудняет изучение темы самостоятельно.

Учебник Никольского имеет очень большой выбор различных заданий для успешной подготовки к экзаменам – это отлично помогает в дифференцированном обучении. Можно работать как на базовом, так и на профильном уровне. Изучение программного материала заканчивается в первом полугодии, а затем идет обобщение и систематизация знаний и умений, что позволяет обеспечить подготовку к ЕГЭ в спокойном темпе. В данном учебнике так же имеется много теории и примеров для самостоятельной работы учащихся. Темы составлены так, что изучение происходит постепенно: от самых легких заданий до более высоких и сложных. Его можно использовать в профильных классах, потому что задания, которые, есть в учебнике это позволяют.

Учебник Мордковича разделен на базовый и профильный уровень, считается одним из популярных среди преподавателей. Теории предостаточно, но некоторые темы изложены примитивным языком и из-за этого теряется строгость определений. На тему «Производная» отводится, около 27 часов, по изучаемой теме.

Учебник под редакцией Виленкина может использоваться как в средних общеобразовательных школах, так и в классах и школах с углубленным теоретическим и практическим изучением математики и ее приложений. Теоретический материал изложен на очень высоком уровне, что может вызывать некоторую сложность в понимании.

Практически в большинстве своем весь материал алгебры и математического анализа представляет собой схему серпантина и от стиля изложения материала программы зависит успех всего обучения, и он же определяет методику. Анализ

ЕГЭ за 2019 год показал, что по статистике, задачи на производную успешно решило всего около 56,8% учеников [44]. Это говорит о том, что остальная часть школьников не умеют работать с производной.

Одной из причин не успешности детей в изучении этой темы, является отсутствие у них возможности наглядного изучения материала. Одним из альтернативных решений в устранении этой проблемы может стать использование компьютерной поддержки различных математических программ, таких как Geogebra, Живая математика, Математический конструктор, Maxima, и т.д.

1.2 Использование компьютерных программ при изучении производной в школьном курсе математике

Понятие производной и построенное на нём дифференциальное исчисление является одним из элементов математического анализа, которые включены в школьную программу.

В разных учебниках к этому понятию приходят различными путями, но так или иначе при этом рассматривают её геометрический и физический смысл. Благодаря широкому применению производной усиливается прикладная направленность курса, расширяется класс решаемых задач, учащиеся могут увидеть элементарные применения производной в физике, химии, экономике и др [45].

Преподавателю необходимо отводить важную роль наглядным представлениям о производной. При изучении данной темы начинают проявляться трудности, связанные с осуществлением предельных переходов под знаком производной, другие же ученики не замечают связи между скоростью и производной. Все это снижает качество успеваемости, как на уроках алгебры, так и на уроках физики. Поэтому очень важно придать изложению больше наглядности и конкретный характер.

С использованием средств ИТ процесс обучения дает возможность сделать его не стандартным и увлекательным, изменяя привычную картину обучения, сразу же решается вопрос наглядности, появляется возможность самостоятельно найти учебный материал в интернете , обеспечивается объективность в оценке знаний учащихся, снижается трудозатратность процесса составления контрольных и экзаменационных работ. А также, компьютер готовит обучающихся к жизни в современных реалиях, к анализу большого потока информации и принятию решений. Также Федеральным государственным образовательным стандартом среднего (полного) общего образования предусмотрены требования к предметным результатам освоения курса математики, которые должны отражать: «владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач» [43] Педагогическая целесообразность использования ИКТ заключается в:

- быстрая обратной связи между пользователем и средствами IT-продуктов;
- возможности изменять и дополнять содержание материала;
- компьютерная визуализация учебной информации;
- автоматизация процессов вычислительной деятельности
- автоматизация процессов обработки результатов учебного процесса [34-36, 39, 46].

Существуют разные тестовые продукты, в частности, такие как: «Ktor»; «Tester» и др. Есть тесты с выбором ответа и коротким ответом. В текущее время 2-ой тип теста, вероятно, является более приемлемым, так как задачи с выбором ответа отменены в едином государственном экзамене по математике. Необходимо обучить учащихся умению давать ответ на данный вопрос, а не выбирать наиболее подходящий.

Например, учащимся предлагается выполнить тест по заданной теме. После выполнения заданий, ученик сразу же получает оценку результата своей работы. И учитель, и ученик видят ошибки именно при выполнении задания, над которым нужно работать в ходе изучения нового материала. Такой процесс обучения удобен для работы на дому; если учащиеся пропустят урок на эту тему, они могут подготовить этот материал дома, самостоятельно.

Учащиеся могут использовать сеть интернет для написания рефератов, поиска необходимой дополнительной информации при подготовке материала для различных образовательных проектов, участию в дистанционных олимпиадах, дистанционном обучении и т. д.

Преподаватель может применять презентационные материалы на своих уроках математики на основе таких программных продуктов, как: Maple – компьютерной математической системы; компьютерной среды GeoGebra. Программный продукт GeoGebra устанавливает связь между геометрией и алгеброй в совершенно новой визуальной форме. Учащиеся могут видеть и представлять необходимые математические образы. Особенностью GeoGebra является создание живых рисунков, сопровождающих объяснение материала и решение задач. Используя её, можно помогать ученикам сопоставлять абстрактным понятиям привычные геометрические образы, в частности при изучении производной, строить касательные, исследовать влияние параметров на вид графика функции и сопоставлять это с аналитическим рассмотрением задач.

Практика использования средств ИТ подтвердила теоретические предположения, что они содействуют: развитию аналитических способностей (изучение информационных моделей, сравнение, обобщение); развитию психологических функций (логическое мышление, память, внимание, воображение, восприятие); формированию коммуникативных способностей; развитию умения строить информационные модели изучаемых процессов; развитию умения предвидеть результаты принимаемых решений и делать правильные выводы; готовность к самостоятельной работе.

С внедрением средств информационных технологий повысился интерес у учеников к математике, также обеспечивается объективность в оценке знаний учащихся, снижается трудоемкость процесса составления контрольных и экзаменационных работ.

Использование ИКТ на уроке способствует повышению качества знаний, расширения горизонтов школьной математики. «Технические достижения не стоят ровным счетом ничего, если педагоги не в состоянии их использовать. Чудеса творят не компьютеры, а учителя!» - отмечает Крейг Барретт, и, наверное, с этим стоит согласиться.

Таким образом, включение элементов математического анализа и, в частности, производной в школьный курс математики несомненно важно, оно способствует расширению кругозора и знаний учащихся о приложениях математики к другим дисциплинам. Однако, само по себе, понятие производной, и вообще математический анализ, могут некоторым учащимся показаться излишне абстрактными и непонятными, именно поэтому важно обсуждать на уроках геометрический смысл изучаемых понятий, их прикладную направленность, и, наконец, использовать средства ИТ, для того чтобы и визуализировать эти понятия, а также подталкивать учащихся к самостоятельной исследовательской работе эти средства.

В связи с вышесказанным, можно сделать вывод, что с помощью использования информационных технологий на уроках математики при изучении темы «Производная» можно успешно преодолеть все трудности, возникающие при изучении этой темы.

1.3 Сравнительный анализ систем динамической математики

Перед введением в практическую деятельность, преподавателя математики, информационных технологий, в первую очередь необходимо выбрать на основе каких программных продуктов необходимо применять презентационные материалы.

Самыми распространенными динамическими средами, применяемые в российских школах, на уроках математики являются Живая математика, Математический конструктор и Geogebra. Под динамической средой будем подразумевать программу, которая позволяет создавать компьютерные модели и чертежи, а также свободно работать с ними, изменять и просматривать. Проведем сравнительных анализ каждой из сред и выделим фаворита из перечисленных программ.

Живая математика [13] – это среда моделирования и представления чертежей, графиков и прочих объектов математики. При помощи этой программы можно решать задачи геометрии, алгебры, тригонометрии, стереометрии, мат анализа.

Среду живую математику можно установить на операционную систему Windows, MacOS. Программа не является свободно распространяемой, лицензия на одно рабочее место составляет примерно 5000р. Необходимо отметить, что есть бесплатная демоверсия программы сроком на 10 дней.

Живая математика довольно проста в освоении, имеет интуитивно понятный интерфейс и большой набор возможностей для построений на плоскости, преобразований и работы с ними. Большая часть методических рекомендации от создателей программы охватывают планиметрический материал, работе с ними посвящена большая часть времени. В программе легко выполнять как элементарные построения (точка, луч, отрезок, прямая и т.д.) так и более сложные модели, которые можно использовать для демонстрации в работе по геометрии за 7-9 класс.

Касательно стереометрии, то здесь возможности Живой математики ограничены – в среде нет 3D-полотна, что делает работу с построением пространственных фигур затруднительным. Построить объемное тело можно проведя доп. построения, которые далее можно будет скрыть.

На рисунке 1 показаны все дополнительные построения для задания системы координат и 3D-полотна.

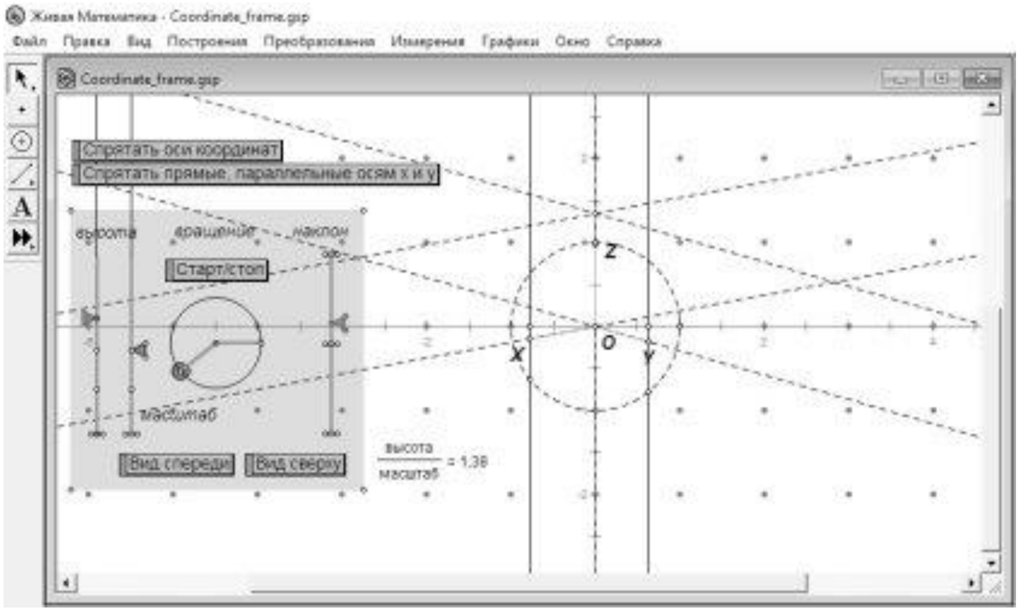

Рис.1 - 3D-полотно в среде Живая математика

Например, для того, чтобы построить точку в заданной системе координат, необходимо задать числовые параметры равные координатам точки, а после чего применить к ним инструмент Точка по координатам. Задав точки-вершины пространственного тела, их необходимо соединить отрезками.

Такой подход является трудоемким и время затратным, а также вариант выполнение построений по координатам не всегда удобен в работе.

Математический конструктор (МК) – это российская разработка фирмы 1С в области интерактивной динамической среды для образования. Программа предназначена для конструирования, моделирования и виртуальных математических экспериментов.

Это программное обеспечение тоже не является свободно распространяемым – стоимость лицензионного соглашения около 980 рублей [41], но лицензию можно использовать на неограниченное число устройств.

Математический конструктор можно устанавливать на различные операционные системы такие как: Windows, Linux, MacOS, IOS, Android. Так же есть возможность на сайте производителя использовать онлайн версию, однако ее возможности ограничены.

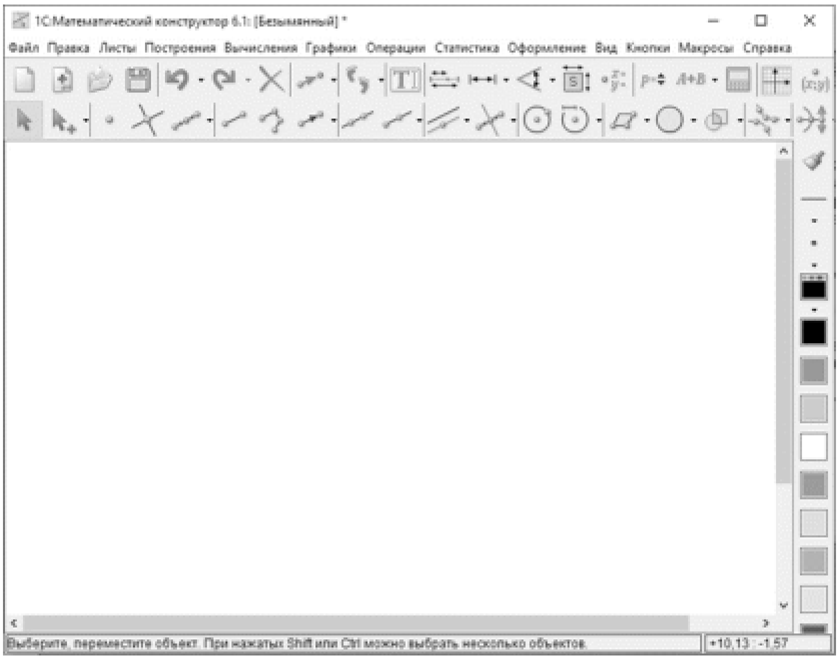

Рис.2 - Рабочее окно среды Математический конструктор

Как и в Живой Математике, возможности МК широки в области работы с плоскими объектами – геометрические построения, вычисления, измерения, создание графиков и т.п.

Интерфейс Живого конструктора так же несложен, на рисунке 1.3.2 представлено рабочее окно, где в верхней части расположена панель инструментов, а в правой – элементы дизайна, которые позволяют выбрать цвет инструмента, стиль построений. Основную часть занимает рабочее полотно.

Но и у этой программы ограничена возможность работы с пространственными объектами, нет поддержки интерактивного 3D-поля.

GeoGebra [42] – это динамическое программное обеспечение, которое визуализирует связь между геометрией и алгеброй. Программа позволяет установить взаимосвязи между буквенными и числовыми выражениями, равенствами и неравенствами с фигурами, их свойствами, расположением объектов относительно друг другу и т.д.

Маркус Хоэнвартер (Markus Hohenwarter) австрийский математик – является создателем Geogebra. Первый выпуск программы был в 2001, а с 2002 года, она практически ежегодно завоёвывает множество образовательных наград в Европе и в США [4].

Официальный сайт программы - www.geogebra.org. Для работы необходима програмная платформа Java. Так же следует отметить, что Geogebra можно пользоваться онлайн.

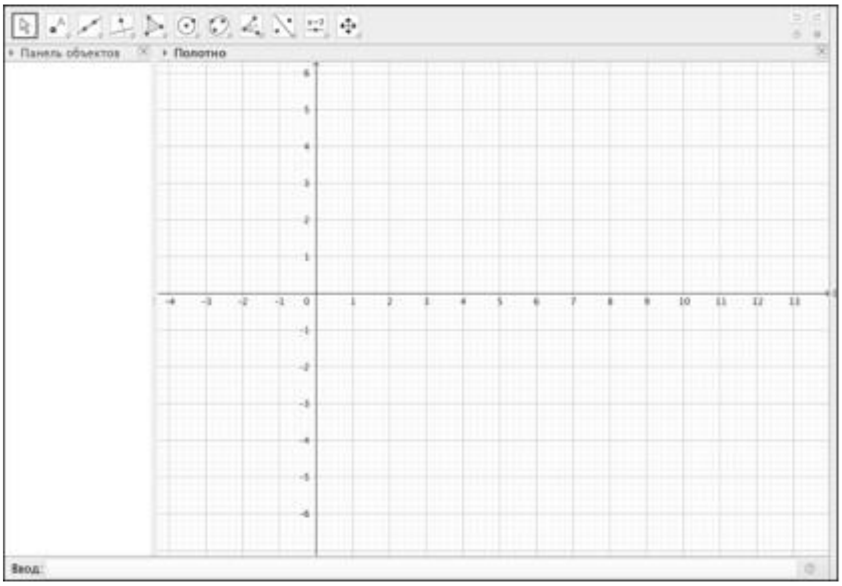

Рис. 3 - Рабочее окно среды GeoGebra

Одним из основных преимуществ Geogebra является то, что она распространяется бесплатно, и может беспрепятственно использоваться на домашних ПК и в школах. Имеет удобный и эргономичный [40] интерфейс, переводится на разные языки мира, так же может свободно устанавливаться на различные операционные системы, такие как Windows, Linux, MacOS. Имеется возможность установки на смартфоны и планшеты с ОС iOS и Android, так же можно работать онлайн на сайте. На рисунке 1.3.3 представлено рабочее поле GeoGebra.

Пользователю доступно конструирование точек, отрезков, векторов, прямых, многоугольников, сечений, а также функций и их изменений. В свою очередь непосредственно можно вводить уравнения и координаты, можно работать с переменными чисел, точек, находить производные и интегралы.

На основе проведённого выше анализа трёх динамических сред математического моделирования, у Geogebra выделены неоспоримые преимущества для работы преподавателя математики.

Выводы к главе 1

Анализ учебников математики средней школы показал, что во многом различные подходы к изучению темы «Производная» схожи, но также имеются и различия. Это свидетельствует о том, что у авторов нет единого мнения относительно последовательности изложения, глубины, структуры и т.д. Учебник Никольского оказался более удачным для изучения алгебры и начала математического анализа, т.к. по нему можно работать вне зависимости от того, по каким учебникам работали ранее и все изложение материала идет в первом полугодии, что обеспечивает подготовку к ЕГЭ в спокойном темпе.

Статистика за 2019 год, показала, что задачи на производную успешно решает всего около 56,8% учеников, что говорит о том, что остальная часть не умеет работать с производной. Одним из альтернативных решений в устранении этой проблемы может стать использование компьютерной поддержки, которая обеспечит наглядность и как следствие, лучшее усвоение материала.

В параграфе 1.2 изложена целесообразность использования ИКТ на уроках математики. С помощью информационных технологий, можно решать различные трудности возникающие у учеников, при изучении темы «Производная», т.к. это позволяет придавать изложению больше наглядности и конкретных характер. Так же в этом параграфе были выделены преимущества использования компьютерных программ, как для учеников, так и для преподавателей.

Далее были рассмотрены наиболее популярные динамические системы для использования презентационных материалов на уроках математики – Живая математика, Математический конструктор, Geogebra. Среди них была отмечена Geogebra, т.к. она является бесплатной, свободно распространяемой, что обеспечивает легкий доступ к установке ученикам и преподавателю, а также она имеет 3D- платформу, что обеспечивает простой процесс работы с чертежами и графиками.

ГЛАВА 2. КОМПЬЮТЕРНОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ» С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКИ GEOGEBRA

2.1. Компьютерное сопровождение темы «Производная» с помощью системы динамической математики GeoGebra

Тема «Производная» - является одной из основных в школьном курсе алгебры и начала анализа. При ее изучении рассматривается большой круг вопросов: определение производной, ее физический и геометрический смысл, правила дифференцирования, исследование функций и т.д.

На сегодняшний день производная и ее применение изучается в 10-11 классах. По программе Никольского ее проходят в середине одиннадцатого, и на нее отводится 25 часов [33].

Содержание программы:

1. Понятие производной
2. Производная суммы. Производная разности.
3. Производная произведения. Производная частного.
4. Производные элементарных функций.
5. Производная сложной функции.
6. Максимум и минимум функции.
7. Уравнения касательной.
8. Приближенные вычисления.
9. Возрастание и убывания функций.
10. Производные высших порядков.
11. Экстремум функции с единственной критической точкой.
12. Задачи на максимум и минимум.
13. Построение графиков функции с применением производной.

Изучение темы начинается с решения «задач, приводящих к понятию производной», по примеру Фихтенгольца [48], тогда же выводится формула углового коэффициента касательной. В параграфе 4.1 теория и задачи сводятся к решению задач на нахождение механического и геометрического смысла производной, приращению аргумента и приращению функции, а также нахождению производной в некоторых точках.

Имеет смысл сопровождать компьютерной поддержкой изложение теоретического материала при выведении формулы тангенса наклона касательной и упражнения, направленные на его нахождение.

Для этого была создана модель 1 «Тангенс» которая предназначена для графического представления угла наклона касательной и работает следующим образом: на кривой отмечаем точку А с координатами (x,y) и точку С с координатами (x+$\Delta x; y+\Delta y$), через них, с помощью инструмента «Касательная» проводим касательную к графику. Видим что секущая образует с OX положительный угол β, Выводим формулу тангенса.

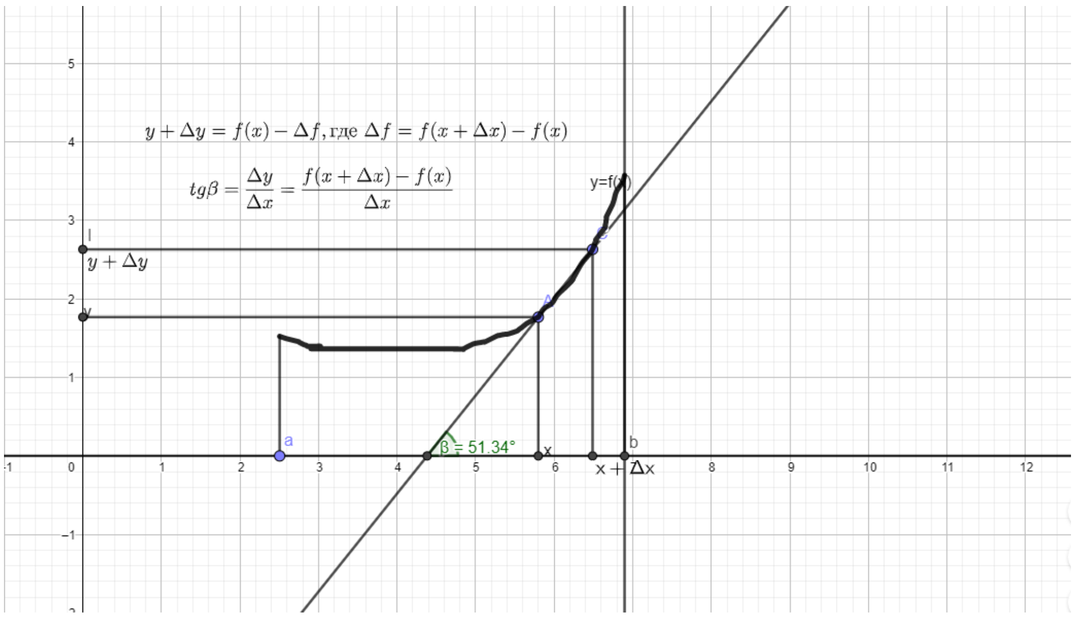

Рис. 4 – Модель 1 «Тангенс»

На стр. 94 учебника «Алгебра и начало анализа» есть пример 3, который в ходе объяснения материала рекомендуется параллельно решению показывать в Geogebra.

Пример 3. Найдем тангенс угла наклона касательной к графику функции $y = 0{,}5x^2 - 2x + 4$ в точке с абсциссой x=0.

Модель 2 «Угол наклона касательной» предназначена для графического решения примера 3, принцип ее работы заключается в построении графика функции $y = 0{,}5x^2 - 2x + 4$, построении прямой x=0, и к их точке пересечения C, построении касательной. Благодаря инструменту «угол наклона» мы можем сразу сказать, чему равна касательная в этой точке и, следовательно, тангенс.

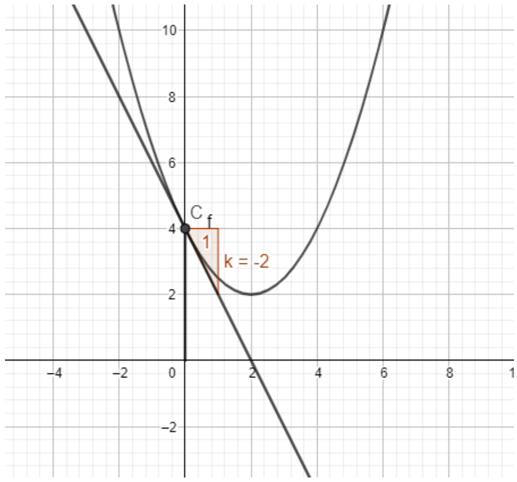

Рис. 5 – Модель 2 «Угол наклона касательной»

Материал в параграфе 4.2 направлен на выведение правил дифференцирования. Тут делается упор на запоминание формул и решение задач по этим формулам, поэтому компьютерное сопровождение не требуется. Но в решении упражнений можно продемонстрировать зависимость производной от ее функции.

4.17 Найдите производную функции в любой точке x$\in R$, $y = x^2 + x$

Это модель позволяет графически сопровождать решение задания 4.17, благодаря ей мы можем сказать что производная это прямая вида $y = kx + b$, а вычислив ее - $y' = 2x + 1$, мы можем проверить правильность найденного решения подставив в формулу любые числа и сопоставить их с графиком производных.

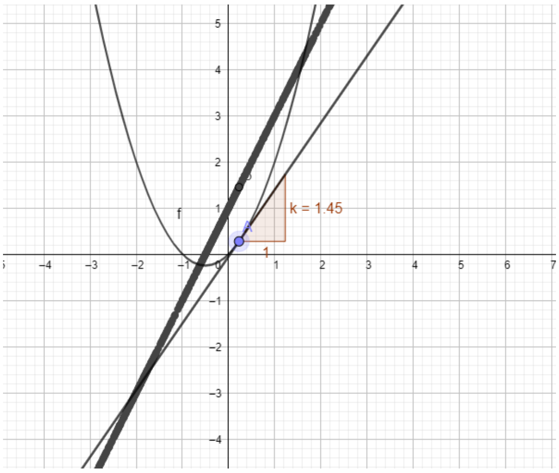

Рис. 6 – Решение задания 4.17

4.20 Вычислите значение производной функции f(x) в точке x=0, если $f(x) = 4x^3 - 3x^2 - 2x$

С помощью данной модели можно продемонстрировать графическое решение упражнения. На рисунке 7 имеем график функции и ее производной, точка В с координатой x=0 принимает единственное значение в точке -2. Следовательно значение производной в это точке равно -2.

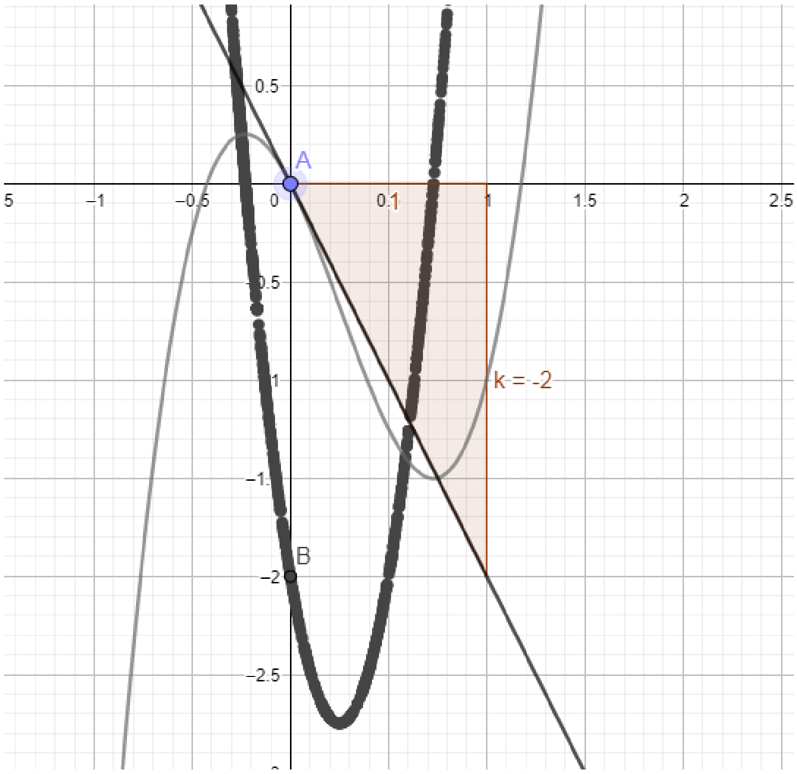

Рис. 7 – Решение задания 4.20

В следующем параграфе можно сопровождать теоретический материал при доказательстве теоремы о непрерывности функции имеющей производную, и удостоверится что обратное утверждение не верно.

Для сопровождения теоретического материала этого параграфа была создана модель 3 «Производная графиков различных функций», которая работает следующим образом: после построения графика функции $ax^d + bx + c$ и ее производной, перемещая ползунки, мы будем видеть, как меняется производная в зависимости от функции. На основании различных графиков можно предположить, что там, где функция непрерывна она имеет производную, а затем проверить эту гипотезу в учебнике.

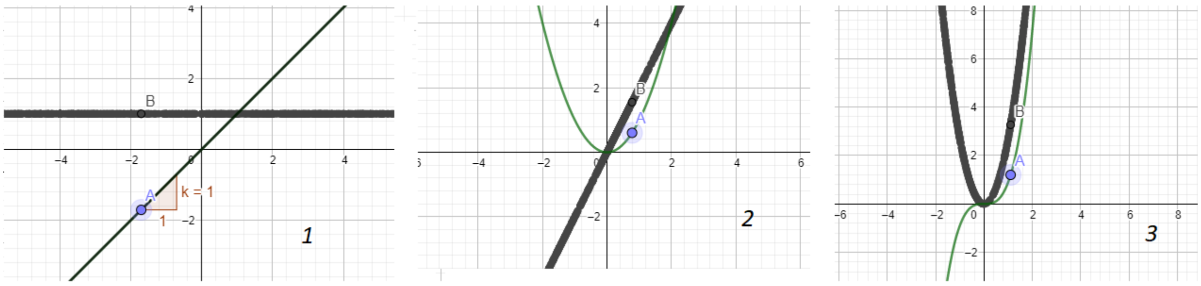

Рис. 8 – Модель 3 «Производная графиков различных функций»

Так же в этой теме с помощью Geogebra удобно демонстрировать решение заданий направленных на построение графиков функции.

4.24 Постройте график функции $\sqrt[2]{x^2 + 6x + 9}$

Графически решить такое задание можно сразу в программе: построив график функции. И на основании него сделать вывод о том, что обратная теорема не верна, т.е. функция непрерывна, но в некоторых точках она не имеет производную.

Работает данная модель достаточно просто: необходимо задать функцию, точку на ней, касательную и угол наклона, а затем построив другую точку B с координатами B=(x(A), k) выбрать функцию «Оставлять след». Тогда перемещая нашу первую точку, мы будем видеть, как B вычерчивает график производной к ней.

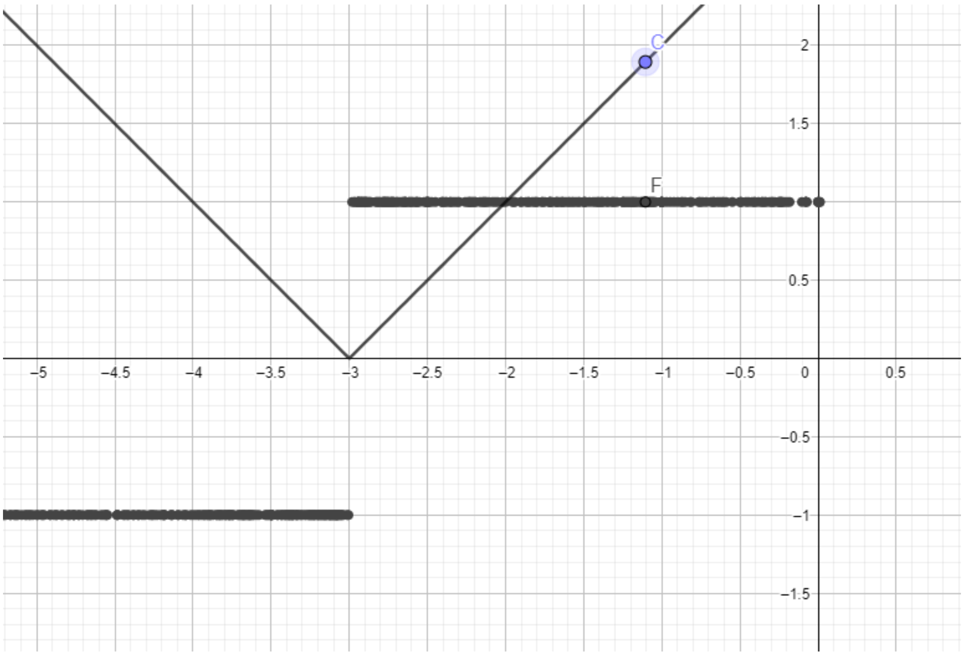

Рис. 9 – Решение задания 4.24

Параграф 4.4. как и 4.2 направлен выведение правил дифференцирования (вычисление производной произведения и частного функций) поэтому сопровождение не требуется, однако в упражнениях на вычисление производной можно показывать графическое решение.

4.34 Вычислите значение производной функции f(x) в указанной точке x_0, если $f(x) = \frac{5}{x^2+1}$ $x_0 = 0$.

Такие задания отлично подходят для проверки решения учащихся и их графического решения.

Для ответа на это задание нам также, как и в параграфе 4.3, требуется задать функцию и вычертить производную к ней. Проведем прямую x=0 и с помощью функции «Пересечения» найдем нужную точку А. Производная в этой точке будет равна нулю.

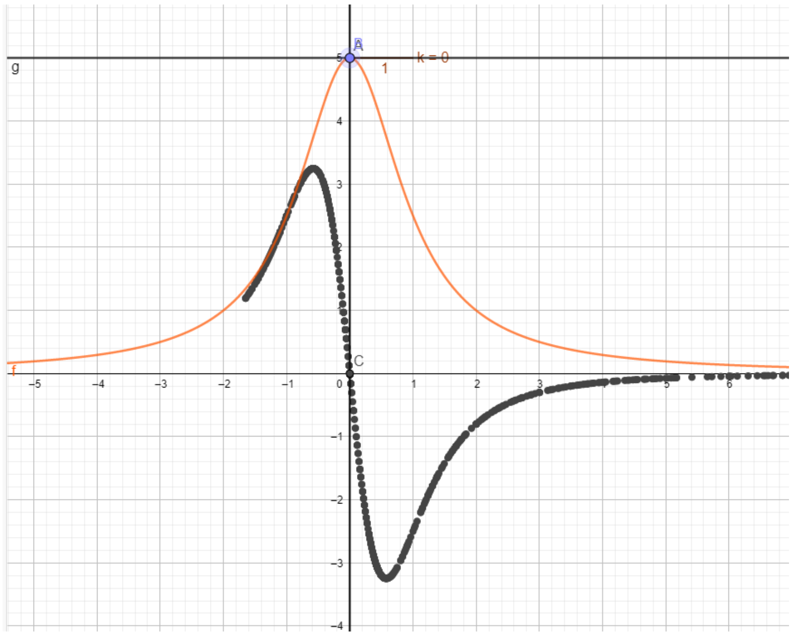

Рис. 10 – Решение задания 3.34

С помощью компьютерного сопровождения можно еще раз убедиться, что формулы которые вывели в параграфе 4.5 верные, а при выводе формул производных некоторых функций, а именно e^x, $\sin x$ и $\cos x$, можно предложить школьникам глядя на производную графика функции и саму функцию самостоятельно разобраться чему она равна.

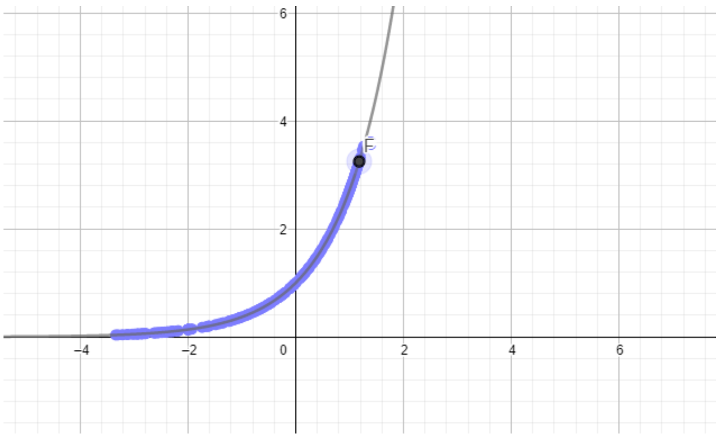

Рис. 11 – График функции e^x и ее производной

Данная модель показывает, что график e^x полностью совпадает с самой производной, значит $(e^x)' = e^x$. Для ее работы требуется построить график функции, задать на ней произвольную точку, например, A. Провести к этой точке касательную и угол наклона. Затем задать точку F с координатами (x(A), k) и выбрать функцию «оставлять след». Перемещая точку A, мы видим, что F вычерчивает график производной идентичный с A.

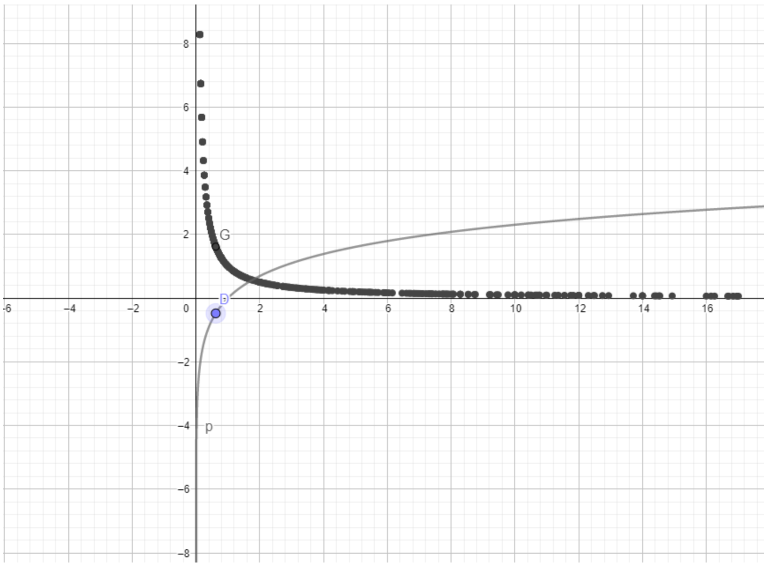

Рис.12 – график функции $\ln x$ и ее производной

Аналогично предыдущей функции строим график ln x и наблюдаем за вычерчиванием ее производной.

В параграфе 4.6 использовать компьютерное сопровождение не требуется, т.к. весь материал направлен на решение задач по формуле сложной производной.

Наглядно изобразить как строятся графики производных обратных тригонометрических функций можно в параграфе 4.7. Демонстрация таких упражнений отлично развивает абстрактное мышление.

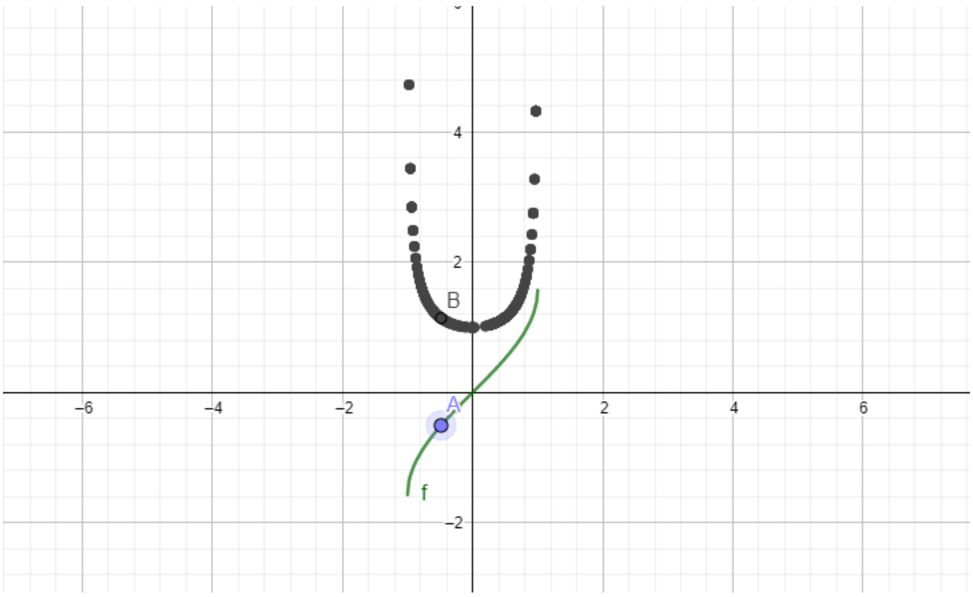

Рисунок 13 – график функции $\arcsin x$ и ее производной

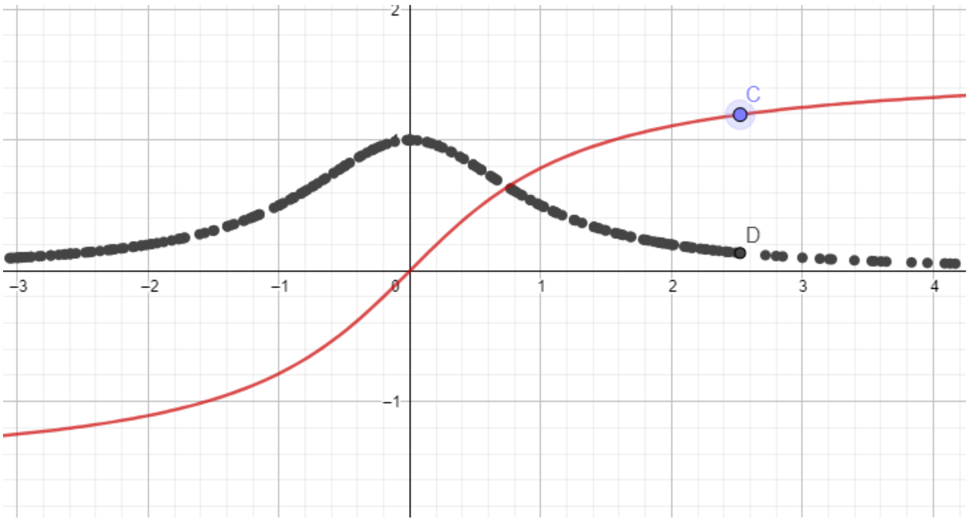

Рис.14 – график функции arctg x и ее производной

Эти две модели работают по такому же принципу: задается формула функции, на графике отмечается любая точка А, к ней проводится касательная и угол наклона. После задается другая точка с координатами (x(A), k), выбираем функцию «оставлять след» и перемещая А, вторая будет вычерчивать производную.

Следующая глава начинается с определения точки максимума и минимума, теоретический материал по этой теме можно сопровождать с помощью системы динамической математики Geogebra.

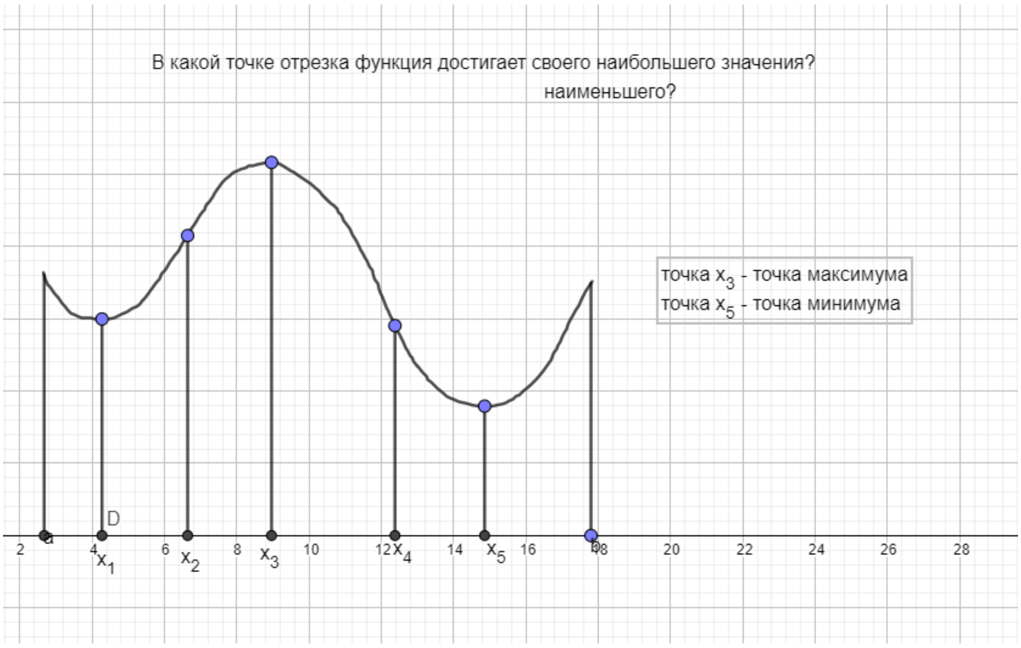

Рис. 15 – Компьютерное сопровождение теоретического материала

С помощью инструмента «фигура от руки» рисуем кривую отмечая на ней различные точки $x_1, x_2, \dots, x_n$. Такую модель можно использовать для подведения под понятие точек экстремума. С помощью наводящих вопросов ученики могут предположить, что точка в которой функция достигает наибольшего значения называется максимумом, а там, где меньшего – минимумом и проверить эту гипотезу в учебнике.

После изучения теории, в программе можно строить графики различных функций и предлагать учащимся отыскать точки экстремума, а после этого проверить утверждение «производная в точке максимума/минимума равно нулю» и обратное ему. Параллельно теории рекомендуется демонстрировать на экране решение примеров 1,2,3 графическим способом.

Пример 1. Вычислим максимум и минимум функции $f(x) = x^3 - 3x^2$ на отрезке [-1, 4]

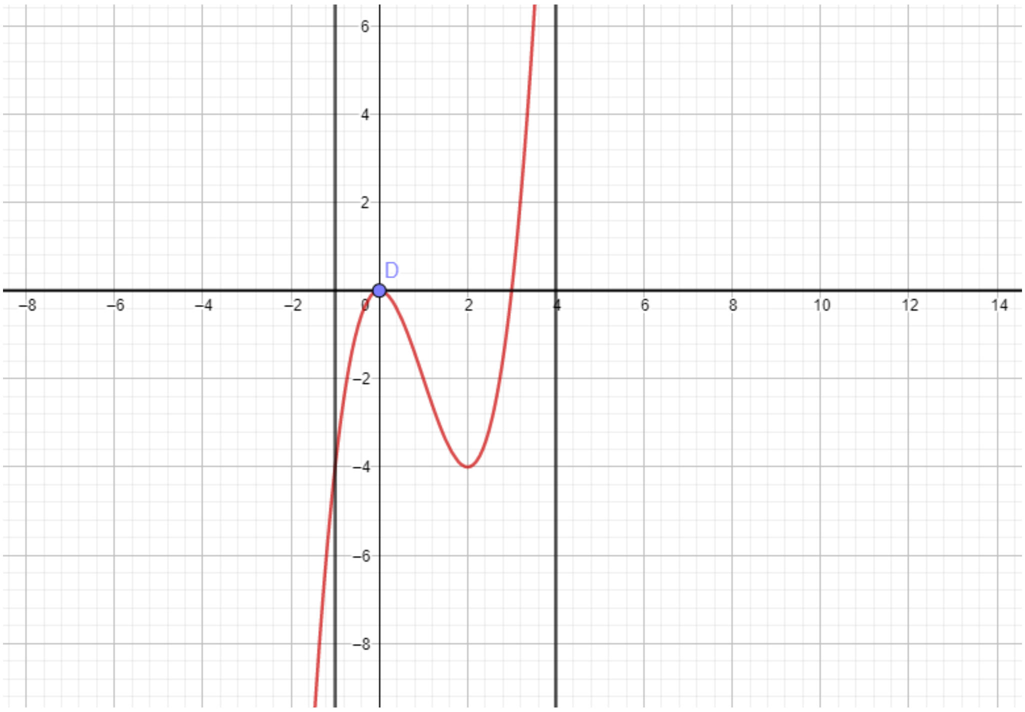

Рис. 16 – Демонстрация графического решения примера 1

Пример 2. Найдем максимум и минимум функции $f(x) = |x - 2|$ на отрезке [0, 6]

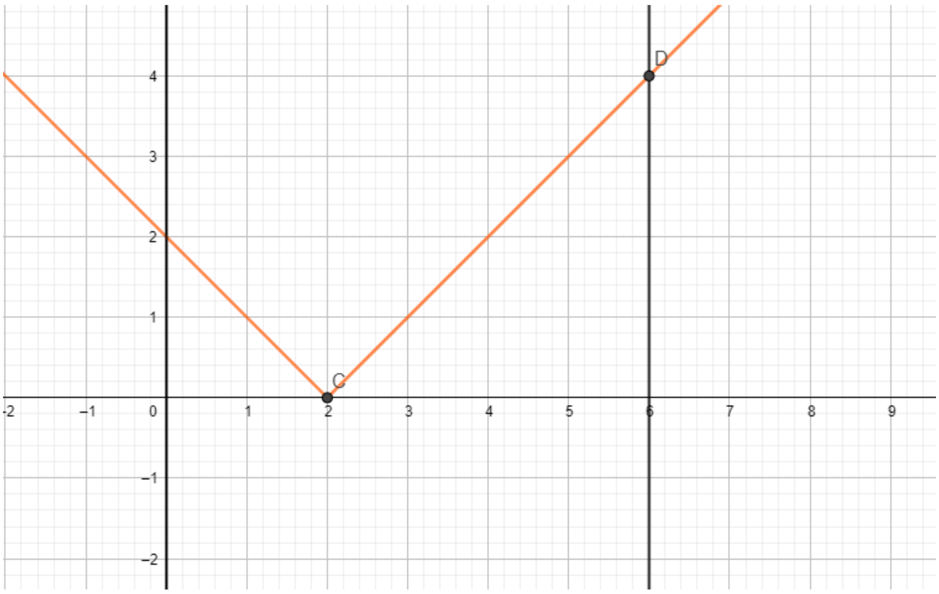

Рис. 17 – Демонстрация графического решения примера 2

Эти две модели работают следующим образом: строим график функции, ограничивающие отрезки, находим точки экстремума и обозначаем их координаты.

В параграфе 5.2 речь идет об уравнении касательной к графику функции, теорию можно сопровождать той же разработкой что и в параграфе 4.1. Удобно при разборе примеров 1,2,3 показывать их графическое решение. А также, как и в прошлых параграфах, использовать программу для решения или проверки упражнений.

Пример 1. Напишем уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2$, проходящей через точку графика с абсциссой $x_0 = -2$

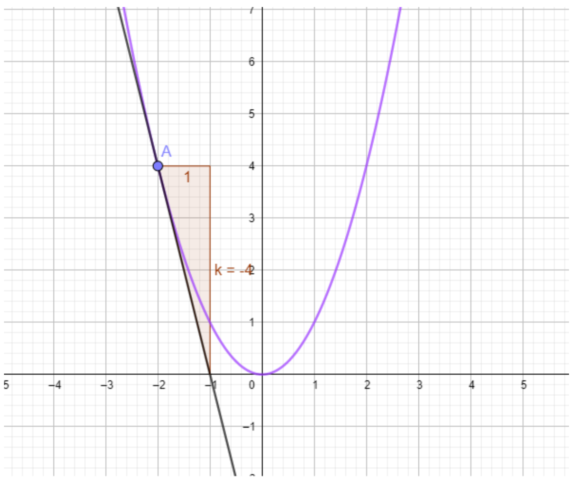

Рис. 18 – Компьютерное сопровождение примера 1

Строим параболу $f(x) = x^2$ и прямую $x = -2$, инструментом «Пересечение» отмечаем точку А и строим к ней касательную. Следующий пример работает по такому же принципу.

Пример 2. Напишем уравнение касательной к графику функции $f(x) = -x^2 + 6x - 7$, параллельной прямой $y = 4x + 5$.

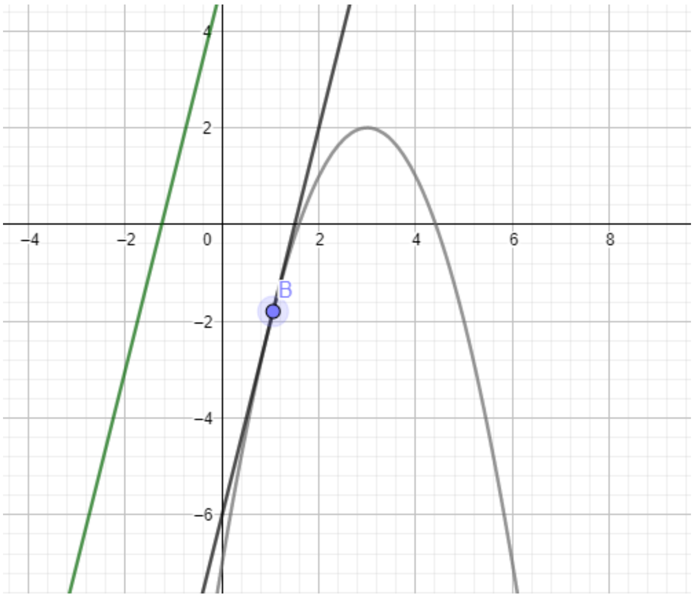

Рис. 19 – Компьютерное сопровождение примера 2

Пример 3. Напишем уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2$, проходящей через точку М (-1;3).

Этот пример рекомендуется сначала решить, а потом использовать Geogebra для проверки. Для этого необходимо расставить найденные точки, в которых прямые касаются графика и проверить действительно ли они являются касательными проходящими через точку М (-1;3).

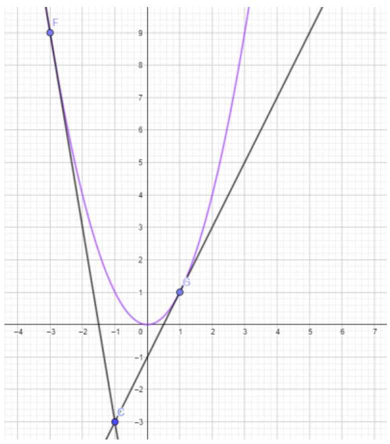

Рис.20 – Компьютерное сопровождение примера 3.

Параграф 5.3 полностью направлен на изучение формул приближенных значений и решения заданий по ним, поэтому в данном случае использовать компьютерное сопровождение не целесообразно.

А вот в следующем параграфе удобно делать проверку упражнений, направленных на закрепление теоремы Лагранжа и Ролля.

4.45 Не вычисляя производной, объясните почему внутри указанного отрезка f(x) имеет точку, в которой производная этой точки равно нулю, если

а) $f(x) = -x^3 + 3\,x$, [-1; 2]

б) $f(x) = \ x^3 + 3\,x^2$

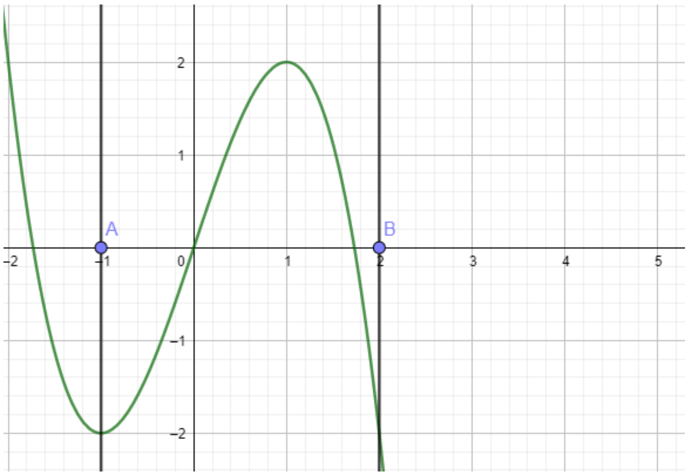

Рис. 21 – Графическое решение задания 4.45а

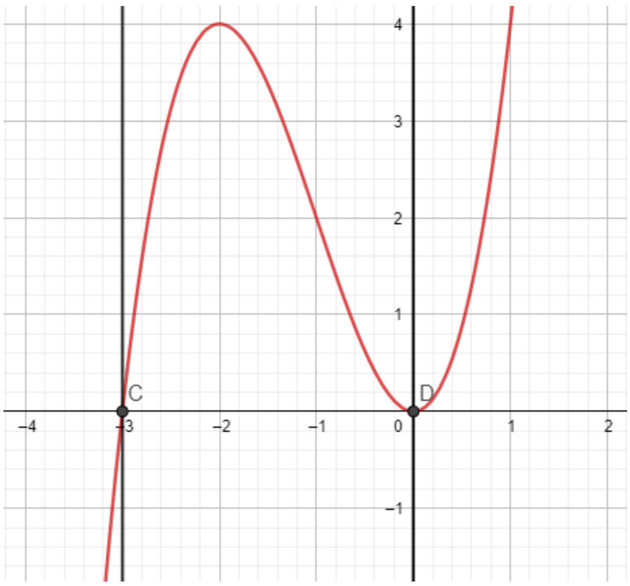

Рис. 22 – Графическое решение задания 4.45б

Аналогично рисункам 18 и 19 из параграфа 5.2 задаем формулы функций и ограничивающие отрезки, глядя на график находим точки максимума или минимума. Делаем вывод, что функция на заданном отрезке имеет точку экстремума, значит в этой функции производная будет равна нулю.

Материал в параграфе 5.5. начинается с определения убывающей и возрастающей функции, теорию можно сопровождать разработкой из 5.1 (рисунок 15). Удобно доказывать теорему о возрастании и убывании производной внутри промежутка и нахождение точек экстремума с помощью демонстрации примера 3 из учебника. Благодаря графическому сопровождению, изучение этого параграфа проходит быстрее, так как не нужно тратить время на рисование графиков на доске, в программе также сразу можно построить график производной. Этот материал можно изучать одновременно с точками экстремума, так как эти темы взаимосвязаны.

Пример 3. Найдем промежутки возрастания (убывания) и точки локального экстремума функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

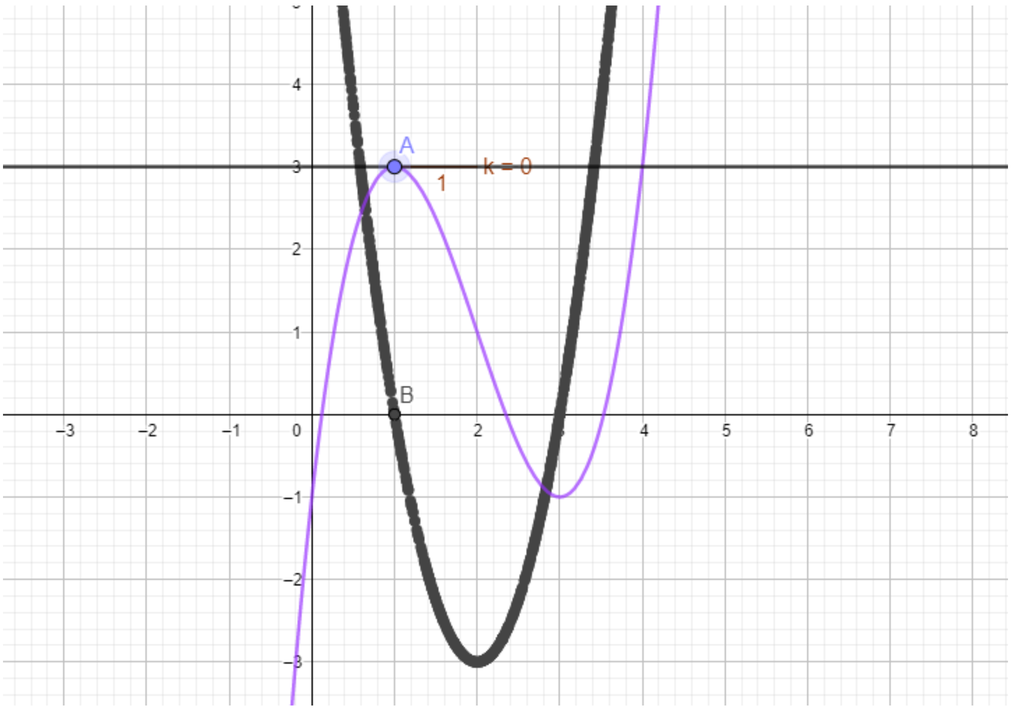

Рис. 23 – Графическое сопровождение теории и решения примера 3

Благодаря визуальному решению можно сразу сказать, что функция возрастает на промежутках $(-\infty; 1] \cup [\,3; +\infty)$ и убывает на $[\ 1;3\ ]$. Точками локального экстремума будут точка А (1; 3) и точка В (3,-1). Данную модель рекомендуется использовать для того, чтобы убедиться, что задание другим методом решено верно.

Следующая тема – изучение производных высших порядков. Весь материал параграфа направлен на работу с формулами и физическими величинами, поэтому компьютерное сопровождение не требуется.

В параграфе 5.7 с помощью демонстрации примера на стр.139 можно дать определение выпуклых и вогнутых функций (у Никольского нет понятия «вогнутая» он определяет их как выпуклые вверх и вниз). С помощью Geogebra мы так же можем построить график второй производной: предварительно ее нужно вычислить, а затем скрыв график функции, но оставить опорные точки. Таким образом мы покажем саму функцию и график ее второй производной.

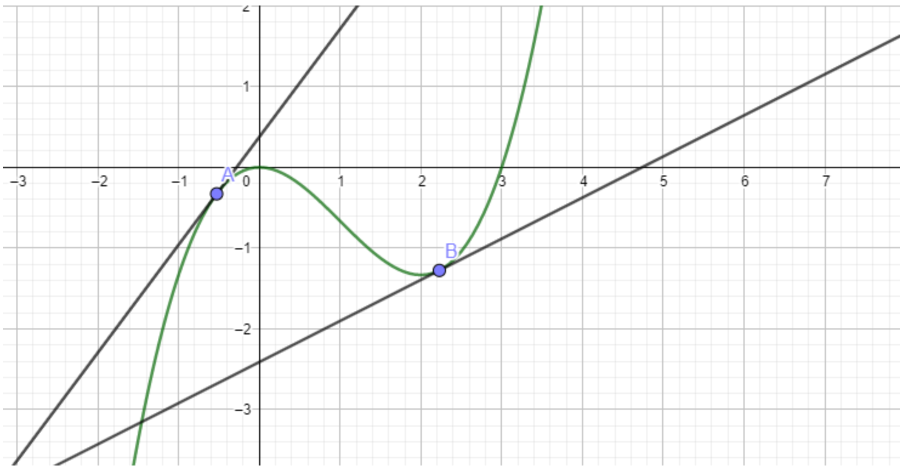

Рис. 24 – Демонстрация выпуклой вверх и вниз функции

Данная модель создана для сопровождения теоретического материала, в точке A функция выпукла вверх, а в точке B – вниз.

Тему «Экстремум функции с единственной критической точкой» так же удобно изучать с помощью компьютерного сопровождения Geogebra. Для этого необходимо нарисовать с помощью инструмента «фигура от руки» графики функций и с помощью команды «Extermum» отметить точки максимума и минимума. Легко сопровождать теорию сразу же строя графики и отмечая на них нужные точки.

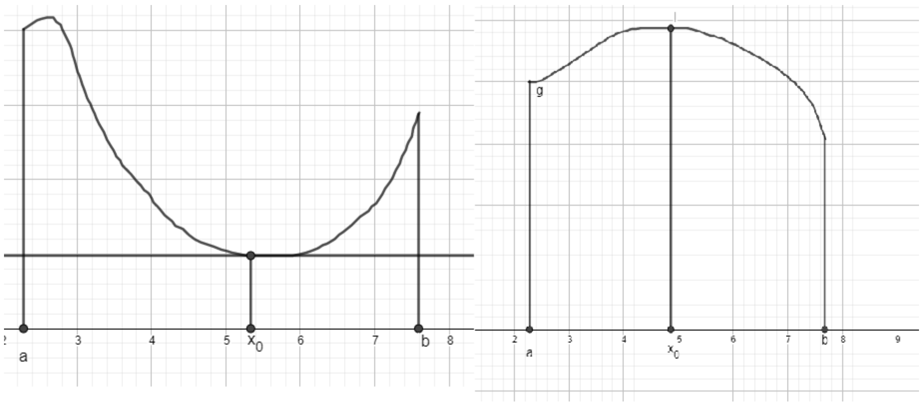

Рис. 25– Графическое сопровождение теории параграфа 5.8

В этой теме Geogebra будет помощником для проверки найденных точек экстремума, ведь с ее помощью можно легко построить графики нужных функций и точки максимума и минимума. Построение таких графиков развивает абстрактное мышление и понимание того, почему в некоторых заданиях есть отрезки, ограничивающие функцию.

Пример 1. Найдем максимум функции $f(x) = x + \frac{1}{x}$ на интервале (-∞; 0)

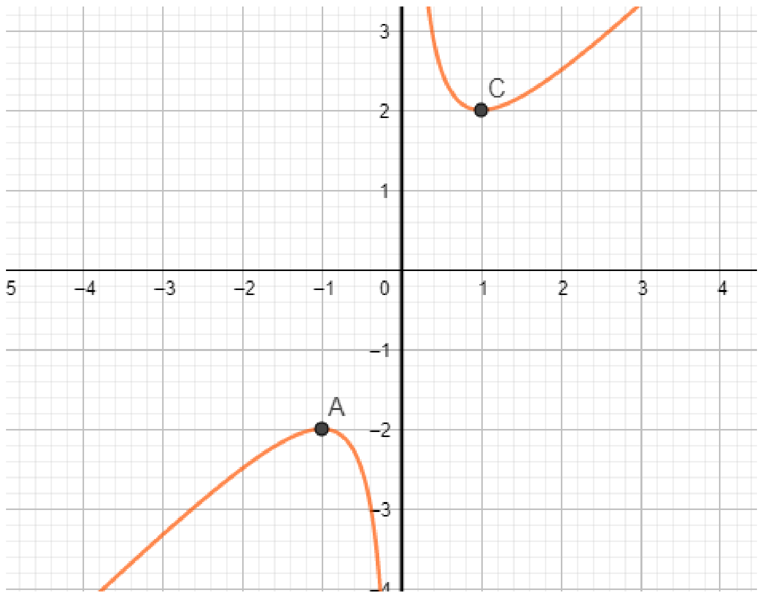

Рис. 26 – Модель 4 «Графическое сопровождение примера 1»

В строке «ввод» записываем $f(x) = x + \frac{1}{x}$, отмечаем с помощью команды «Extermum» экстремумы, и находим координаты точки А в зависимости от указанного интервала.

Параграф 5.9 состоит из задач на нахождение точек экстремума, в этой теме аналогично 5.8 можно использовать Geogebra в качестве самопроверки.

Задачи на первый взгляд не содержат явных упоминаний функций, однако мы можем выразить ее из условия задачи.

Задача 1. Из чисел отрезка $\left[-\frac{3}{2};\ 2\right]$ найдем такое, для которого разность утроенного числа и его куба наименьшая.

Для графического решения необходимо сначала выразить функцию. Обозначим неизвестное за x, тогда утроенное число будет 3x, куб этого числа x^3, а их разность $3x - x^3$. Задаем в Geogebra формулу $f(x) = 3x - x^3$, отмечаем прямые $l = -\frac{3}{2}, g = 2$, которые будут ограничивать наш график. Наименьшей разностью будет точка минимума. С помощью «Extermum» находим его.

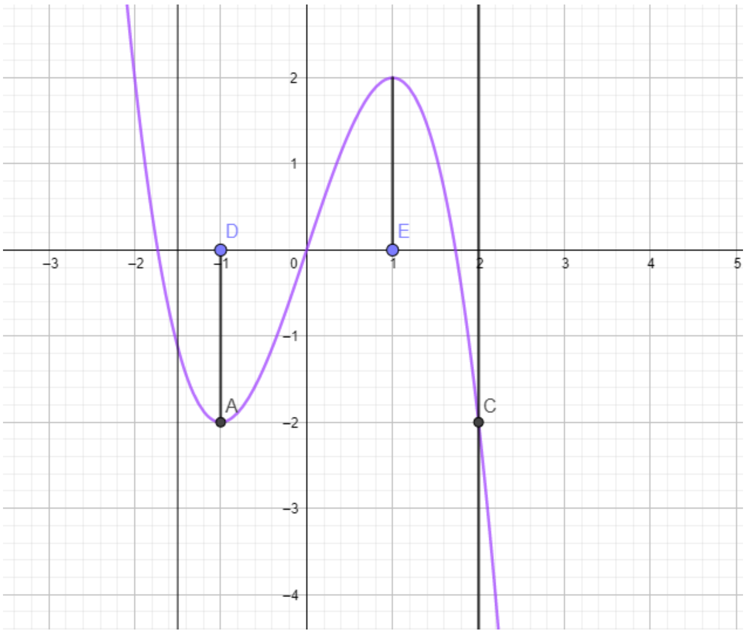

Рис.27 – Графическое решение задачи 1.

Задание 5.92 Число 54 представлено в виде суммы трех положительных слагаемых. Первое в два раза больше второго. Какими должны быть эти слагаемые, чтобы их произведение было наибольшим?

Для того чтобы составить функцию, нам необходимо выразить слагаемые: первое - 2x, второе - x, третье – 54-2x-x. Искомая функция будет равна их произведению: $f(x) = 2x \cdot x \cdot (54 - 2x - x) = 108x^2 - 6x^3$. Построим график этой функции и аналогично предыдущему примеру найдем точки экстремума.

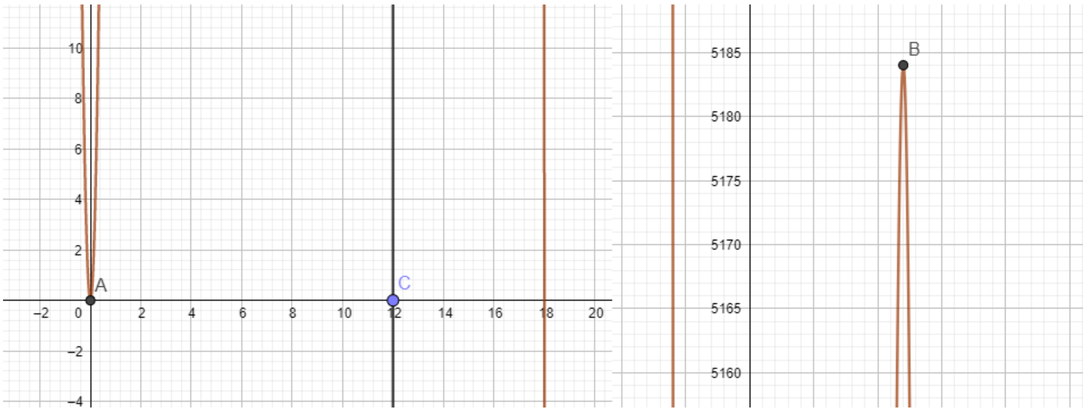

Рис. 28 – Графическое решение задания 5.92

Экстремумы функции расположены в точках (0,0) и (12, 5184), следовательно, наибольшее слагаемое будет x=12.

В следующем параграфе речь идет об исследовании функций и в этой теме особенно важно использовать компьютерное сопровождение, т.к. практически в каждом упражнении просят построить график функции. Преподавателю это сократит время работы, а ученики смогут проверить себя.

Пример 3. Исследуем функцию $\frac{4}{(x-1)^2}+x-3$ и построим график.

Рис. 29 – Модель 5 «Графическое решение примера 3».

Данная модель направлена на сопровождение решения упражнений по теме «Исследование функций» и работает следующим образом: строим график $f(x)=\frac{4}{(x-1)^2}+x-3$, обозначаем точки экстремума и анализируем где функция убывает и возрастает. Следующая модель работает по такому же принципу.

Задание 5.114 Исследуйте на монотонность и экстремумы функцию и постройте ее график: $y = x^3 - 3x^2 - 1$

Рис. 30 – Графическое решение задания 5.114

В живой математике Geogebra, можно не только строить графики, но и вычислять производную с помощью калькулятора.

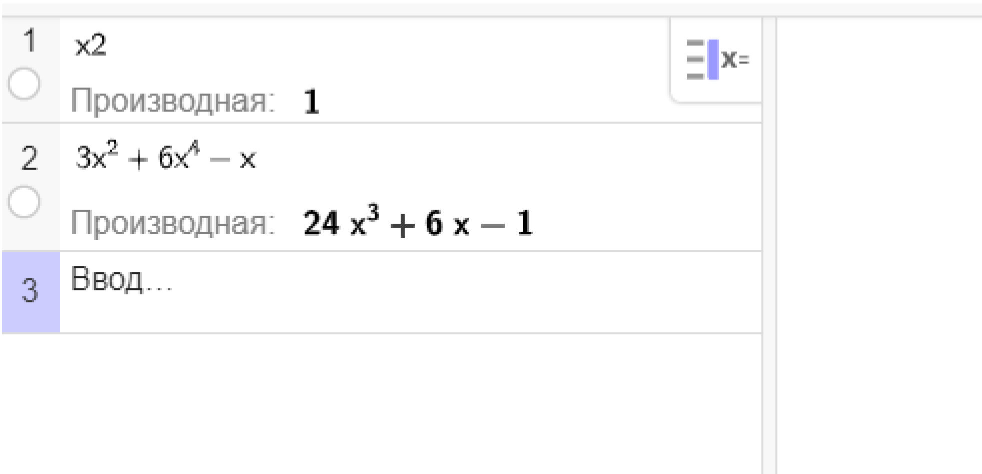

Рис 31. – Калькулятор CAS Geogebra

Обобщая все вышесказанное: динамическая математика Geogebra отлично вписывается в рамки проведения занятий, в частности сопровождения изучения материала по учебнику С.М. Никольского. Инструменты этой программы будут востребованы при освоении нового материала и демонстрации решения различных задач. Преподавателю это существенно сократит затраты времени на уроке при построении графиков, так проверки домашних работ.

Мы разработали несколько универсальных моделей, которые можно использовать на любом этапе изучения темы.

Задачи на производную является одним из наиболее сложных для понимания школьников. Существенную помощь при изучении этой темы может оказать использование динамической среды GeoGebra для создания анимационных чертежей, сопровождающих изложение материала.

Программа GeoGebra может быть использована при решении различных заданий как в качестве тренажера и повторения изученного материала, так и при подготовке к ЕГЭ и самопроверке учеников.

2.2 Апробация компьютерного сопровождения темы «Производная» с помощью системы динамической математики GeoGebra

Для выявления целесообразности внедрения компьютерного сопровождения темы «Производная» с помощью динамической математики GeoGebra была проведена опытно-экспериментальная работа (исследование), состоящая из двух этапов:

- Формирующий этап эксперимента подразумевал внедрение в проведение уроков математики по теме «Производная» компьютерного сопровождения с помощью динамической математики GeoGebra.
- Контрольный этап эксперимента - проведение диагностики уровня знаний по данной теме, обработку и интерпретацию полученных данных и подведение итогов исследования.

Так как тема для учащихся была новой, то уровень знаний на момент начала эксперимента был нулевой.

Цель эксперимента: рассмотреть влияние интерактивных методов обучения на уроках математики с помощью сервиса Geogebra на качество обучения учащихся в ходе изучения темы «Производная».

Диагностика проводилась на базе муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения г. Красноярска «Средняя общеобразовательная школа №56», были выбраны два 11 класса: экспериментальная группа – 11 «Б» класс, контрольная группа - 11 «В» класс.

На формирующем этом этапе эксперимента проводилось внедрение компьютерного сопровождения темы «Производная» при работе только с экспериментальным классом (11 «Б»).

Итак, у нас имелась экспериментальная группа, состоящая из 16 человек, и контрольная группа, состоящая из 20 человек, измерение на контрольном этапе заключалось в определении уровня знаний путем проведения контрольной работы состоящей из семи задач.

Контрольная работа состояла из двух вариантов, задания были распределены в одинаковой степени по сложности, за каждое из заданий ученик получал один балл, максимум за работу можно было набрать 10 баллов.

Вариант 1:

1.Найти производную функции

а) $f(x)=x(x^2-4)$ (1 балл)

б) $f(x)=x\sqrt{3x}$ (1 балл)

в) $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ (1 балл)

г) $f(x)=x^4\sin 2x$ (1 балл)

2. Найти значение производной функции $f(x)=3x+tgx$ в точке $x_0=\dfrac{\pi}{6}$ (1 балл)

3. Решить уравнение $f'(x)=0$, где $f(x)=x^3-3x^2+3x-4$ (1 балл)

4. Решить неравенство $g'(x)>0$, где $g(x)=(1-5x)^2$ (1балл)

5. Решить уравнение $f'(x)=g'(x)$, если известно, что $f(x)=4\sqrt{x}$, $g(x)=\dfrac{1}{3}x-5$ (1 балл)

6. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x)=4-3x+0{,}5x^2$ в точке с абсциссой $x_0=2$ (1 балл)

7. На рисунке 32 изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0. (1 балл)

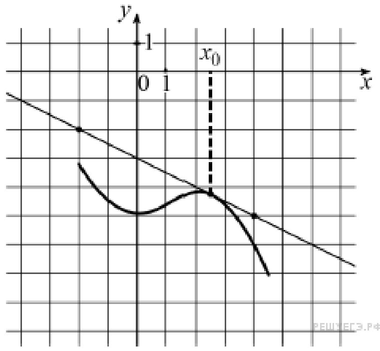

Рис. 32 – График функции

Вариант 2:

1.Найти производную функции

а) $f(x) = x^2(x+5)$ (1 балл)

б) $f(x) = x^2\sqrt{2x}$ (1 балл)

в) $f(x) = \dfrac{x+2}{x+1}$ (1 балл)

г) $f(x) = x^5 cos 3x$ (1 балл)

2. Найти значение производной функции $f(x) = 2x + 3tgx$ в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{3}$ (1 балл)

3. Решить уравнение $f'(x) = 0$, где $f(x) = x^3 + 9x^2 + 27x - 5$ (1 балл)

4. Решить неравенство $g'(x) > 0$, где $g(x) = (3-4x)^2$ (1балл)

5. Решить уравнение $f'(x) = g'(x)$, если известно, что $f(x) = 6\sqrt{x}$, $g(x) = \dfrac{1}{2}x + 7$ (1 балл)

6. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - 4x - 5$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$ (1 балл)

7. На рисунке 33 изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0. (1 балл)

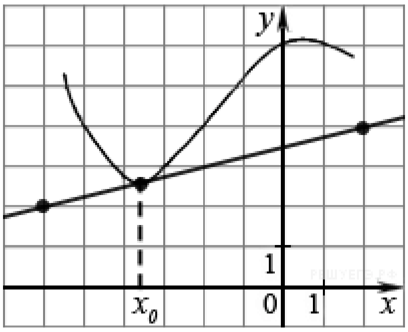

Рис. 33 – График функции

После был проведён анализ полученных данных и были сделаны соответствующие выводы. Результаты измерений уровня знаний в контрольной и экспериментальной группах после эксперимента приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты контрольного этапа педагогического эксперимента

Контрольная группа (число правильно решенных задач после окончания эксперимента)	Экспериментальная группа (число правильно решенных задач после окончания эксперимента)
6	7
7	7
5	9
7	5
8	8
3	7
9	10
4	10
7	10
5	10
7	9
10	8
8	10
4	9
1	8
4	7
10	-
0	-

8	-
9	-

В ходе констатирующего этапа эксперимента были разработаны характеристики четырех уровней знаний по теме «Производная». Мы ранжировали детей по следующим границам оценки: 10 баллов – высокий уровень знаний, 7-9 – средний и 6-4 – низкий, если уровень был меньше либо равен 3 это значит, что он остался нулевой (таблица 2).

Таблица 2 – Ранжирование детей по уровню знаний

	Нулевой	Низкий	Средний	Высокий
Контрольная группа	2 человека	7 человек	9 человек	2 человека
Экспериментальная группа		1 человек	10 человек	5 человек

Определим достоверность совпадений и различий для экспериментальных данных с помощью критерия χ^2. Этот метод позволяет оценить статистическую значимость различий двух или нескольких относительных показателей [29]:

$\chi^2_{\text{эмп}} = N \cdot M \cdot \sum_{i=1}^{L} \frac{\left(\frac{n_i}{N} - \frac{m_i}{M}\right)^2}{n_{i+}m_i}$, где N – кол-во человек в экспериментальной группе, M – кол-во человек в контрольной, L = 4 (уровень знаний «нулевой», «низкий», «средний» и «высокий»)

В нашем случае:

$$\chi^2_{\text{эмп}} = 16 \cdot 20 \cdot \left[\frac{\left(0 - \frac{2}{20}\right)^2}{0+2} + \frac{\left(\frac{1}{16} - \frac{7}{20}\right)^2}{1+7} + \frac{\left(\frac{10}{16} - \frac{9}{20}\right)^2}{10+9} + \frac{\left(\frac{5}{16} - \frac{2}{20}\right)^2}{5+2}\right] = 7{,}986325216$$

Теперь полученное значение необходимо сравнить с $\chi^2_{\text{крит}}$. В таблице 3 указаны значения для каждого L. Если, $\chi^2_{\text{крит}} \geq \chi^2_{\text{эмп}}$ то характеристика сравниваемых выборок совпадает с уровнем значимости 0,05; если $\chi^2_{\text{крит}} \leq \chi^2_{\text{эмп}}$, то делается вывод: "достоверность различий характеристик сравниваемых выборок составляет 95%".

Таблица 3 – значения для критерия χ^2.

Критические значения критерия χ^2 для уровня значимости $\alpha = 0{,}05$

L-1	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
$\chi^2_{\text{крит}}$	*3,84*	*5,99*	*7,82*	*9,49*	*11,07*	*12,59*	*14,07*	*15,52*	*16,92*

L-1=3, следовательно $\chi^2_{\text{крит}} = 7{,}82$, $\chi^2_{\text{эмп}}$ =*7,986325216*. Делаем вывод, что $\chi^2_{\text{крит}} \leq \chi^2_{\text{эмп}}$, следовательно эффект изменений обусловлен именно применением экспериментальной методики обучения с вероятностью 95%.

Результаты этого исследования показывают, что влияние интерактивных методов обучения на уроках математики с помощью сервиса Geogebra положительно влияют на качество обучения в ходе изучения темы «Производная».

Выводы к главе 2

На примере анализа учебника С.М. Никольский было доказано, что компьютерное сопровождение темы «Производная» с помощью системы динамической математики Geogebra, отлично вписывается в рамках проведения занятий, не меняя структуры календарно-тематического плана.

Было создано 27 различных моделей позволяющие оказывать компьютерную поддержку при изучении «Производная». Они универсальны и их можно использовать на любом типе урока: освоения новых знаний, систематизации знаний, закрепления изученного и т.д.

Инструменты динамической математики Geogebra будут полезны как для преподавателя: сокращение времени на рисование графиков, автоматическая проверка, встроенный калькулятор, разработка индивидуальных заданий и т.д. Так и для учеников: автоматическая проверка, возможность самопроверки, решение заданий различными методами и т.п.

В последнем параграфе изложена опытно-экспериментальная работа по внедрению разработанного компьютерного сопровождения данной темы с помощью динамической математики GeoGebra. На основании результатов исследования, был сделан вывод, что влияние интерактивных методов обучения на уроках математики с помощью сервиса Geogebra положительно влияет на качество обучения в ходе изучения темы «Производная».

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Производная - это базовое понятие математического анализа, изучаемое в курсе средней школы. Данная тема нашла довольно широкое применение во многих науках: в алгебре; в физике; в тригонометрии; в геометрии; астрономии; химии; аэродинамике; биологии и т.д.

Анализ методологической литературы показал, что понятие производной является одной из наиболее сложных для понимания школьников в рамках средней школы. Для исследования возможностей изложения материала по теме «Производная» в средней школе по математике, были проанализированы учебники различного уровня. Для дальнейшего сопровождения темы был выбран учебник С.М. Никольского.

Трудности, связанные с пониманием определений и смыслов связаны с недостаточно наглядным изложением материала и решить эту проблему позволяют средства ИКТ.

На сегодняшний день существует множество различных программ позволяющие придать математике визуализацию и на фоне остальных выделяется Geogebra, т.к. она бесплатная, свободно распространяемая, и содержит интуитивно-понятный интерфейс.

В работе рассмотрены возможности использования систем компьютерной алгебры GeoGebra при решении задач по математике. Разработаны универсальные модели, которые позволяют преподавателю сэкономить время на рисование графиков на доске, а также обеспечить учеников максимальной наглядностью.

И в заключительной части был проведен эксперимент, который показал, что влияние компьютерного сопровождения с помощью Geogebra положительно влияет на качество обучения учащихся в ходе изучения темы «Производная».

Таким образом, задачи выполнены, цель исследования достигнута.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Алгебра и начала анализа [Текст]: Учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын и др.; Под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 2007. – 384 с.: ил.

2. Алгебра и начала анализа [Текст]: Учеб. для 11 кл. общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин.– М.: Просвещение, 2007.– 383 с.: ил.

3. Алгебра и начала анализа 10-11 кл. [Текст]: Учеб. для общеобразоват. учреждений. / А.Г. Мордкович, И.М. Смирнова, Л.О. Денищева и др.; Под ред. А.Г. Мордковича. – М.: Мнемозина, 2002.– 375 с.: ил.

4. Алышова Н. С. Использование программы Geogebra на уроках математики. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.gramota.net/materials/1/2013/1/5.html.

5. Беспалько, В. П. Образование и обучение с участием компьютеров // Издательство Московского психолого-социального института. – Воронеж, 2002. – 94с.

6. Борисова, Н.В. Образовательные технологии как объект педагогического выбора // Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов.– М.: 2000. – 132с.

7. Быкова А. А. Применение интернет ресурсов на уроках математики. Интерактивные формы обучения. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://arinaalekceevna.ucoz.com/publ/primenenie_internet_resursov_na_urokakh_matematiki_interaktivnye_formy_obuchenija/1-1-0-6..

8. Вейль, Г. Математическое мышление // Г. Вейль. – М.: «Наука», 1989 г. – 253с.

9. Виленкин, Н.Я. Алгебра и математический анализ. 10 кл. [Текст] : Учеб. пособие для шк. и кл. с углубл. изуч. математики / Н.Я. Виленкин, О.С. Ивашев-Мусатов, С.И. Шварцбурд.– М.: Мнемозина, 2006.– 335 с.

10. Виноградов И.М. Элементы высшей математики / И.М. Виноградов.– М.: Наука, 1999. – 507 с.

11. Волкова Е.А. Научно-методические подходы к использованию интерактивных средств обучения в подготовке будущих учителей //Научные исследования: от теории к практике. – 2015. –Т.1. – № 2 (3). – С.174-176.

12. Галкин Е.В. Краткая история математики: Учебное пособие для педагогических университетов и педагогических институтов / Е.В. Галкин. – Челябинск, 2003. – 229 с.

13. Живая математика. Сборник методических материалов. — М.: Институт Новых Технологий. — 176 с.

14. Жуманова, Г. Т. Некоторые пути изучения понятия производной в школьном курсе математики / Г. Т. Жуманова, А. М. Аликова. — Текст: непосредственный // Молодой ученый. — 2017. — № 4.1 (138.1). — С. 50-55.

15. Загвязинский В.И. Исследовательская деятельность педагога: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В.И. Загвязинский. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 176 с.

16. Зиатдинов Р.А. Геометрическое моделирование и решение задач проективной геометрии в системе GeoGebra //Материалы конференции «Молодежь и современные информационные технологии», Томский политехнический университет, г. Томск. – 2010.– С.168-170.

17. Зиатдинов Р.А. О возможностях использования интерактивной геометрической среды Geogebra 3.0 в учебном процессе //Материалы 10-й Международной конференции «Системы компьютерной математики и их приложения» (СКМП-2009). – СмолГУ, г. Смоленск.– 2009.– С. 39-40.

18. Из истории создания производной. [Электронный ресурс]. – URL: https://www.sites.google.com/a/school-134.ru/obrazovanie-v-skole-ucitel-nechaeva-a-e/proekt-igra-proizvodnaa-v-ekonomike/iz-istorii-sozdania-proizvodnoj (Дата обращения: 1.09.2020).

19. Использование информационно-коммуникационных технологий на уроках математики. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://videouroki.net/filecom.php?fileid=98697689. (Дата обращения: 26.04.2021)

20. Клейн, Ф. Лекции о развитии математики в 19 столетии // Ф. Клейн. – М.: «Наука», 1989 г. – 233с.

21. Ларин С.В. Электронное издание «Компьютерная анимация в математике в среде GeoGebra». – 2014. – КГПУ, электронная библиотечная система.

22. Ларин, С.В. Вычисления с помощью виртуальных геометрических инструментов / С.В. Ларин // Математика в школе. – №8. – 2007. – с.35-43.

23. Ларин, С.В. Формулы для нахождения площадей сегментов кривых второго порядка / С.В. Ларин // Математика в школе. – №1. – 2015. – с.26-35.

24. Маркушевич, А.И. Комплексные числа и конформные отображения // А.И. Маркушевич – М.: Наука, 1980.

25. Мащенко М.В. Развитие учебной мотивации у младших школьников с помощью ИКТ // Учебные записки ИИО РАО. – М.: Институт информатизации образования 2005. №16. С. 62-65.

26. Методика обучения высшей математике в средней школе России: история становления. Хрестоматия: Для студ. физико-мат. фак. высш. учеб. заведений / Сост., - Елец: ЕГУ им., 20с.

27. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала анализа. 10 кл. [Текст]: Учеб. для общеобразоват. учреждений (профильный уровень) / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов.– М.: Мнемозина, 2006.– 287 с.: ил.

28. Никитина Е.А. Проблемы, возникающие при изучении темы «Производная и её применение» // Материалы X Международной студенческой научной конференции «Студенческий научный форум» [Электронный ресурс]. URL: https://scienceforum.ru/2018/article/2018002719 (дата обращения: 13.08.2020).

29. Новиков Д.А. «Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи)». М.: МЗ-Пресс, 2004. – 67 с.

30. Панюкова, С.В. Использование информационных и коммуникационных технологий в образовании. (Учебно-методическое пособие) // Издательский дом «Академия». - М.: 2010. – 200с.

31. Петров, В.А. Производная на службе у техники // Математика в школе. – 2006. – №8. – С.20-24.

32. Полат, Е.С. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования // Е.С. Полат, М.В. Моисеева, А.Е. Петров, М.Ю. Бухаркина. – М.: Академия, 2005. – 272 с.

33. Рабочая программа к учебнику «Алгебра и начала математического анализа» 11 класс Никольский [Электронный ресурс]. – URL: https://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2019/11/30/rabochaya-programma-k-uchebniku-algebra-i-nachala-0 (Дата обращения: 26.04.2021)

34. Роберт, И.В. Теория и методика информатизации образования (психолого-педагогический и технологический аспект) // 2-е издание, дополненное. – М.: ИИО РАО, 2008. – 274 с.

35. Роберт, И.В., Козлов, О.А. Концепция комплексной, многоуровневой и многопрофильной подготовки кадров информатизации образования. – М.: ИИО РАО, 2005. – 274 с.

36. Роберт, И.В., Панюкова, С.В., Кузнецов, А.А., Кравцова, А.Ю. Информационные и коммуникационные технологии в образовании: Учебно-методическое пособие для педагогических вузов. – М.: Изд-во ИИО РАО, 2006. – 259 с.

37. Саввина О.А. Становление и развитие обучения высшей математике в отечественной средней школе. Автореф. дис. д-ра пед. наук. М., 2003.

38. Саввина О.А. Очерки о преподавании высшей математики в средних учебных заведениях России. Ч.1 (XVIII- первая половина XIX вв.): Монография. - М.: МПУ, ЕГУ, 20с.

39. Сайков, Б.П. Организация информационного пространства образовательного учреждения: практическое руководство. – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний. 2005 г. – 74 с.

40. Сайт среды GeoGebra [Электронный ресурс] URL: https://www.geogebra.org/about (Дата обращения: 30.08.2020)

41. Сайт среды Математический конструктор [Электронный ресурс] URL: http://obr.1c.ru/mathkit/ (дата обращения: 30.08.2020)

42. Система динамической геометрии GeoGebra. Электронный ресурс. – URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/GeoGebra. (Дата обращения: 30.08.2020)

43. Смирнова С.И., Орлова Т.И. Роль информационных технологий при изучении основ математического анализа в школе // Математическое образование в школе и вузе: теория и практика. Материалы VI Международной научно-практической конференции. –2016. – с.103-106.

44. Средний процент выполнения заданий ЕГЭ по математике. [Электронный ресурс]. – URL: https://4ege.ru/matematika/58303-sredniy-procent-vypolneniya-zadaniy-ege-po-matematike.html (Дата обращения: 24.04.2021)

45. Тагаева, Е. А. Возможности использования программы GeoGebra при решении задач по алгебре и началам математического анализа в средней школе / Е. А. Тагаева // Учебный эксперимент в образовании. – 2018. – № 1. – С. 48–52.

46. Уваров, А. Ю. Информатизация школы: вчера, сегодня, завтра. –М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2011. – 424 с.

47. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования [Электронный ресурс]. – URL : http://минобрнауки.рф/документы/2365 (Дата обращения: 24.04.2021).

48. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. – Москва: Наука, 1968. – Т.1.– 290с.

49. Фунтиков Р. А. Построение эллипса, гиперболы и параболы как конических сечений и линий плоскости в динамической среде GeoGebra. Курсовая работа. М: МПГУ, 2017.

50. Фунтиков, Р. А. Обзор и сравнительный анализ динамических сред «Живая математика», «Математический конструктор» и «GeoGebra» / Р. А. Фунтиков. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2018. — № 33 (219). — С. 8-11.

51. Шилов Г.Е. Математический анализ (функции одного переменного). – М.: «Наука», 1969 г. – 125с.