

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В.П. АСТАФЬЕВА (КГПУ им. В.П. Астафьева)

Факультет начальных классов
Выпускающая кафедра теории и методики начального образования

Чорнопольская Вероника Алексеевна

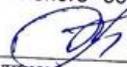
ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕОРИИ ГРАФОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В
НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы Начальное образование и русский язык

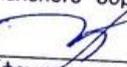
ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. Кафедрой: кандидат педагогических наук, доцент
кафедры теории и методики начального образования
Басалаева М.В.

21.06.21 

(дата, подпись)

Руководитель: кандидат педагогических наук, доцент
кафедры теории и методики начального образования
Басалаева М.В.

21.06.21 

(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

Дата защиты 29.06.2021

Обучающийся: Чорнопольская В.А. 

Оценка

отлично

(прописью)

Красноярск
2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕОРИИ ГРАФОВ В ПРАКТИКЕ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ.....	6
1.1. Сущность понятия «граф».....	6
1.2. Психологические особенности младших школьников при обучении элементам теории графов.....	9
1.3. Методические особенности организации освоения и применения понятия графа в начальной школе.....	14
Выводы по 1 главе.....	23
ГЛАВА 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ АКТУАЛЬНОГО УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ УМЕНИЯ ПРИМЕНЯТЬ ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ.....	25
2.1. Описание и выбор критериев умения применять элементы теории графов.....	25
2.2. Результаты исследования актуального состояния сформированности умений применять язык графов в учебно-познавательной деятельности младших школьников.....	28
2.3. Описание комплекса упражнений, направленного на коррекцию актуального состояния сформированности умения применять элементы теории графов.....	33
Выводы по 2 главе.....	42
Заключение.....	44
Список использованных источников.....	48
Приложения.....	52

ВВЕДЕНИЕ

Всю жизнь человека окружают не только буквы и цифры, но и самые различные изображения. Это и картины, и фото, и произведения искусств всевозможных стилей, а еще огромное количество схем. Схемы сопутствуют нам всюду, они появляются на логотипах фирм, дорожных символах, картах, в различных настольных играх. Невозможно не вспомнить схему движения автобуса, но ведь это всего линия с точками, вблизи с которыми написаны наименования остановок. Большинство подобных схем носят название - графы.

Язык теории графов не представляет особых сложностей для использования. Люди часто используют графы, когда рисуют всевозможные дискретные объекты (населенные пункты, станки, станции, приборы, атомы и т.д.) обозначая их точками, кругами, квадратами, а связи между ними – в виде линий.

Использование графов в процессе обучения младших школьников способствует повышению наглядности изучения учебной информации, при которой изучаемые объекты заменяются их знаковым изображением.

Одним из требований ФГОС к результатам освоения основной образовательной программы по математике является: «Развитие основ логического, знаково-символического и алгоритмического мышления».

В примерную программу по математике, созданную в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом начального общего образования включен раздел «Работа с информацией», который призван научить младших школьников извлекать, анализировать и обрабатывать информацию. Одной из математических моделей графического представления информации является граф.

Граф можно представить в виде простого геометрического рисунка. Именно эта особенность позволяет вводить элементы теории графов в курс

математики в начальных классах. Рисуя граф, ученик работает со знаковым моделированием.

Исследование и разработка методов и технологий обучения элементам теории графов остается одной из актуальных проблем школьного математического образования.

Цель исследования: разработать комплекс заданий , позволяющий использовать элементы теории графов в процессе обучения математики в начальной школе.

Объект исследования: процесс обучения младших школьников использовать элементы теории графов в начальной школе.

Предмет исследования: актуальный уровень сформированности умения использовать элементы теории графов и способы его изменения.

Гипотеза: в процессе освоения начального курса математики у обучающихся сформировано умение использовать элементы теории графов, характеризующееся следующими критериями:

- 1) когнитивный ;
- 2) деятельностный.

Эти критерии потенциально сформированы у обучающихся 3 класса преимущественно на среднем уровне.

Задачи исследования:

1. Анализ и синтез психолого-педагогической и методической литературы по теме исследования;
2. Определение критериев изучения актуального уровня сформированности умения использовать элементы теории графов;
3. Проведение констатирующего эксперимента;
4. Проведение математической обработки результатов исследования и представление их в виде таблиц и диаграмм;
5. Проведение содержательного анализа результатов исследования и подтверждение или опровержение гипотезы.

6. Разработка комплекса упражнений, направленных на изменение актуального уровня развития умения использовать элементы теории графов.

Методы исследования: анализ и синтез психолого-педагогической и методической литературы по теме, констатирующий эксперимент.

Экспериментальная база: МБОУ Гимназия №16 г. Красноярск

Глава 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕОРИИ ГРАФОВ В ПРАКТИКЕ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ.

1.1. Сущность понятия «граф»

Теория графов- «раздел дискретной математики, рассматривающий множества с заданными на них отношениями между элементами» [12]. Когда мы хотим визуально показать отношения между парами объектов , то мы обращаемся к граф- моделям.

В школьном курсе математики теория графов не изучается как обязательный компонент, но при анализе учебников всех классов, можно найти задания, которые намного проще и нагляднее решить с помощью языка теории графов.

«По мнению практикующих учителей математики, такой раздел как теория графов, обладает большим потенциалом для интеллектуального развития обучающихся».

Существует три основных подхода к введению понятия граф. «Граф представляет собой непустое множество точек и множество отрезков, оба конца которых принадлежат заданному множеству точек» [5]. Несколько иное определение: «граф состоит из конечного множества вершин и симметричного антирефлексивного бинарного отношения на этом множестве вершин»[15]. И, наконец, «граф состоит из конечного множества вершин, конечного множества ребер и отношения инцидентности между вершинами и ребрами, такого, что всякое ребро инцидентно двум вершинам» [21].

Теория графов предлагает модели для всякой системы с бинарными отношениями. «Если в изучаемом явлении выделить непустое множество каких-то элементов и множество бинарных отношений, заданных на первом множестве, то, как только удастся разумно соотнести вершинам графа интересующие нас объекты, а ребрам – отношения между ними, полученный граф становится математической моделью изучаемого явления, а свойства графа отражают структурные свойства этого явления» [20].

Использование элементов теории графов выступает:

- «как средство визуализации при обучении математике;
- как средство углубления и обогащения содержания программы;
- как средство усиления взаимосвязей учебных дисциплин;
- как средство развития прикладного направления математики».

Изучение основ и способов использования языка теории графов должно проходить при изучении основного курса математики, в процессе использования языка теории графов в обучении математике. «При постепенном его введении, по мере необходимости и целесообразности, он будет «работать» на протяжении всего обучения математике» [19].

«Составление графов в процессе решения многих задач - увлекательное занятие, которое может значительно повысить интерес учеников к предмету» [10].

Рассмотрим некоторые задачи, при решении которых целесообразно использовать язык теории графов.

Задача 1. « При встрече Коля, Лола , Ира и Дима обменялись приветствиями. Лола с Колей, Ира с Димой, Дима с Колей , Лола с Ирой, Ира с Колей и Дима с Лолой. Все ли друзья обменялись приветствиями друг с другом?».

Решение:

Вершины графа - это имена людей. По условию задания совмещаем две вершины : Лола- Коля, затем Ира- Дима и тд. В результате чего получится граф-модель, из анализа которой будет видно, все ли друзья взаимно обменялись приветствиям (рис.1).

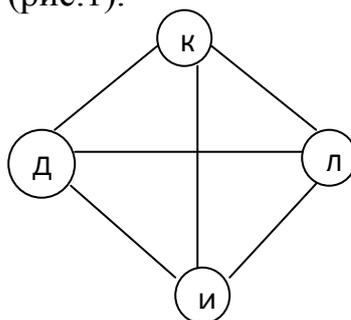
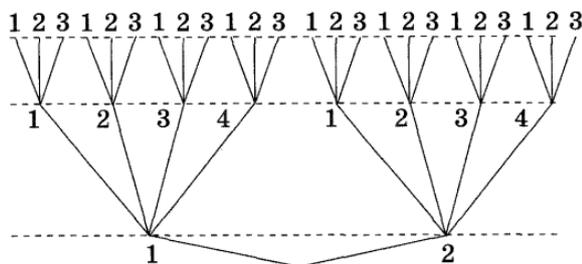


Рисунок 1

Задача 2. У Маши две куклы, четыре зайчика и три шарика. Она хочет выбрать из этих игрушек одну куклу, одного зайчика и один шарик. Сколько у неё есть вариантов выбора?

Решение: Сначала используются варианты выбора из кукол - их 2, затем зайчики- из 4, и последние шарики - их 3(рис. 2).



Ответ: 24 варианта.

Рисунок 2

Задача 3. Сравни числа попарно. Изобрази недостающие стрелки.

Решение: Необходимо попарно сравнить 6 чисел. Первая пара уже указана и становится явно , что показано отношение меньше. Сравниваем дальше: $10 < 28$; $28 < 45$; $45 > 8$; $8 < 13$ и $13 > 5$. Стрелка будет исходить от числа, которое меньше, в сторону большего. В результате получаем граф- модель (рис. 3).

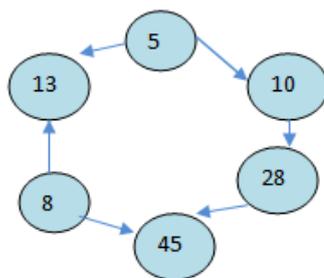


Рисунок 3

Выше указаны далеко не все разновидности задач, которые можно встретить в школьных учебниках по математике, и, которые требуют к себе особого подхода к решению, а именно: построение графа – как модели для решения задачи.

1.2. Психологические особенности младших школьников при обучении элементам теории графов.

«Младший школьный возраст является вершиной детства. В современной периодизации психического развития к нему относят период от 6-7 до 9-11 лет».

В этом возрасте происходят значительные изменения в жизни, у ребенка появляются: новые требования, новая социальная роль- ученик, принципиально новый вид деятельности и новые возможности. Меняется восприятие собственного пространства в системе отношений. Меняются интересы, ценности ребенка, весь его образ жизни.

Ведущая деятельность в младшем школьном возрасте — учебная деятельность.

«Школьное обучение отличается не только особой социальной значимостью деятельности ребенка, но и опосредованностью отношений со взрослыми образцами и оценками, соблюдением общих для всех правил, усвоением научных концепций» [39].

Дети приходят в школу уже с достаточными знаниями и умениями, а также с определенным уровнем развития познавательных процессов, это и позволяет им наблюдать за объектами, проводить анализ и синтез. «Это предъявляет определенные требования к уровню интеллектуального развития ребенка, который должен иметь планомерное и фрагментарное восприятие, элементы теоретического подхода к изучаемому материалу, обобщенные формы мышления и основные логические операции, смысловое запоминание» [11].

Основное направление развития мышления в школьном возрасте - переход от конкретно-образного к словесно-логическому мышлению. «В отличие от дошкольника, при решении задач, основанных на спонтанно сформированных представлениях о чувственно воспринимаемых свойствах вещей или на «концепциях повседневной жизни», усвоенных в общении со

взрослыми, ученик должен учитывать те свойства вещей, которые отражаются и закладываются в форме, которая является истинно научным понятием» [25].

Развитие мышления ребенка проходит ряд последовательных этапов. С рождения у ребенка преобладает наглядно-действенное мышление, когда ребенок не умея еще разговаривать, изучает окружающее через восприятие и действие. Следующий этап присущ дошкольному возрасту и характеризуется преобладанием наглядно-образного мышления и возникновением словесно-логического, когда предметы сопоставляются с соответствующими словами. Таким образом, «ребенок приобретает способность мыслить, пусть пока только в рамках своего опыта» [44].

В развитии мышления младших подростков можно выделить 2 основных этапа. Первый этап характеризуется тем, что мыслительная работа во многом напоминает мышление ребенка дошкольного возраста. Связано это с тем, что обучающиеся 1-2 классов описывают объекты ограниченно, ориентируясь только на основной внешний признак. Выводы школьников основаны на визуальных предположениях, данных в восприятии. «Обоснование вывода осуществляется не на основе естественных аргументов, а путем прямого соотнесения суждения с воспринимаемой информацией» [16].

Второй этап характеризуется тем, что к 3 классу мышление переходит на вторую ступень. На этой ступени ребенок способен выделять существенные связи и отношения между явлениями. Также развивается понятийное мышление, благодаря которому ребенок оперирует понятиями, сначала это происходит на уровне конкретики, а затем абстрагируется и становится более обобщенным. «В этом развитии решающую роль играет учебная деятельность, расширяющая круг знаний детей» [31].

В процессе школьного обучения возникает особая задача- усвоение научных идей и концепций, изучение законов природы и общества. Освоение

родовых связей, классификацией, моделирования начинается с 3 класса. Все это служит для развития логического мышления.

Умение классифицировать конкретные предметы и явления развивает у младших школьников новые сложные формы интеллектуальной работы, которые постепенно отрываются от восприятия и становятся относительно самостоятельным процессом работы над учебным материалом, процессом, который обретает свои пути и методы. В конце второго этапа большинство школьников обобщают ранее накопленные идеи, используя интеллектуальный анализ и синтез.

Хотя дети приходят в школу с хорошо развитыми процессами восприятия, их восприятие в учебной деятельности сводится только к распознаванию и названию форм и цветов. Восприятие первоклассника содержит конкретные особенности, вызванные неумением анализировать свойства воспринимаемых предметов, вследствие чего восприятие синкретично и не дифференцировано. «Более того, в определенном возрасте восприятие прочно связано с чувствами, поэтому ученик обращает внимание в основном на то, что вызывает эмоциональную реакцию, а не на то, что принципиально важно, но не вызывает впечатлений» [22].

В процессе наблюдения восприятие становится синтезирующим и связывающим, сознательным, целенаправленным наблюдением за объектом. Так как перед учеником появляются определенные задачи, правила, концентрация внимания на основном и второстепенном.

С первых же дней обучения предъявляются очень высокие требования к вниманию. В соответствии с инструкциями учителя ребенок должен направлять и обращать внимание на такие предметы, которые не обладают какими-либо чертами особой привлекательности или необычности.

В младшем школьном возрасте внимание ребенка становится произвольным, однако это происходит не сразу. Достаточно длительное время, особенно в начальных классах, сильным и конкурирующим с произвольным остается непроизвольное внимание детей. Они обращают свое

внимание в основном на то, что им непосредственно интересно, что выделяется яркостью и необычностью (непроизвольное внимание). Условия школьной работы с первых дней требуют от ребенка следить за такими предметами и усваивать такие сведения, которые в данный момент его могут не интересовать. Постепенно ребенок учится направлять и устойчиво сохранять внимание на нужных, а не просто внешне привлекательных предметах[24].

Произвольное внимание первоклассников неустойчиво, так как они еще не имеют внутренних средств саморегуляции. В следствие этого опытный учитель прибегает к разнообразным видам учебной работы, сменяющим друг друга на уроке и не утомляющим детей.

Во II—III классах почти все ученики уже обладают произвольным вниманием, концентрируя его на любом материале, объясняемом учителем или имеющемся в книге. Произвольность внимания, умение преднамеренно ориентировать его на ту или иную задачу — важное приобретение младшего школьного возраста.

В формировании произвольного внимания важна четкая организация деятельности ребенка. Посылая ему такие закономерности, указывающие на такие внешние средства, с помощью которых он начинает управлять собственным сознанием. Например, при решении примера используется алгоритм. «Четкая последовательность его выполнения организует внимание детей, помогает в концентрации внимания» [33].

Распределение внимания у первоклассников также еще недостаточно развито, в частности, ребенку непросто распределить внимание между выполнением учебного задания и собственным поведением. Родители и учителя иногда ошибочно принимают неспособность младшего ученика распределить свое внимание как отвлечение или недисциплинированность. Однако, учебная деятельность быстро развивает это свойство. На протяжении всего младшего школьного возраста внимание развивается, и к 4 классу школы объем, устойчивость и концентрация внимания у детей почти

такие же, как у взрослого. С другой стороны, переключение внимания младшего школьника хорошо развито и позволяет чередовать различные виды деятельности.

Систематическая учебная деятельность может помочь детям развить такой важный интеллектуальный навык, как воображение. «В процессе обучения очень полезно развлекательное воображение, так как без него невозможно воспринимать и понимать учебный материал» [11].

«Большая часть информации, предоставляемой младшим школьникам учителем и учебником, представлена в виде описаний, картинок и диаграмм». Каждый раз ученикам приходится воссоздавать для себя картину реальности (поведение персонажей рассказа, прошлые события, пейзажи, наложение геометрических фигур в пространстве и т.д.).

Развитие способности делать это проходит через два ключевых этапа. «Первоначально воссозданные изображения довольно неопределенно характеризуют реальный объект, они бедны деталями. Эти изображения статичны, потому что они не отображают изменения и действия предметов, их взаимосвязи». Для построения таких изображений требуется словесное описание или изображение (очень конкретное по содержанию). «По окончании второго класса, а затем в третьем, начинается второй этап. Во-первых, количество знаков и свойств в изображениях значительно увеличивается. Они приобретают необходимую полноту и конкретность, что происходит в основном за счет воссоздания в них элементов действий и взаимосвязей самих предметов». Первоклассники чаще всего представляют себе только начальное и конечное состояние движущегося объекта. Ученики третьего класса могут успешно изобразить множество промежуточных состояний объекта, как прямо указанных в тексте, так и подразумеваемых характером самого движения. «Обучающиеся имеют возможность воссоздавать образы реальности без их конкретного описания или без специальной конкретизации, руководствуясь памятью или общей схемой-графом»[14]

1.3. Методические особенности организации освоения и применения понятия граф в начальной школе.

«Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования отмечает, что в результате изучения всех без исключения предметов в начальной школе выпускники должны приобрести первичные навыки работы с информацией» [43].

Умение работать с информацией – это универсальное учебное действие, необходимое на уроках по всем предметам начиная с первого класса.

Формирование навыков обработки информации включает: обучение поиску и локализации информации, фиксации информации, представлению полученных результатов и их обобщение.

Н.Г. Мальцева, анализируя примерные образовательные программы начального образования [36], выделяет 3 уровня работы с текстом:

- «поиск информации и понимание прочитанного;
- преобразование и интерпретация информации;
- оценка информации».

«Под поиском и пониманием прочитанного подразумевается умение находить факты в тексте, разделять основную идею определения предмета текста на части, сравнивать предметы; неявно организовывать представленную информацию; использовать разные типы чтения: ознакомительное, изучающее, поисковое, выбирать нужный вид чтения в соответствии с его целью; ориентироваться в словарях и справочниках. Школьники также могут научиться использовать формальные элементы текста, чтобы находить нужную информацию, работать с несколькими источниками информации, а также сравнивать информацию из нескольких источников».

Преобразование и интерпретация информации связаны с умением пересказывать текст; соотносить факты с общей идеей текста, устанавливать

несложные связи; формулировать простые выводы; сравнивать и обобщать информацию, содержащуюся в разных частях текста. Ученики могут научиться извлекать отрывки из прочитанных текстов с учетом цели их дальнейшего использования; писать небольшие письменные заметки по тексту, отзывы о прочитанном.

Оценка информации связана с умением выражать оценочные суждения и свою точку зрения на прочитанный текст; оценивать содержание, языковые характеристики и структуру текста; определять место и роль серии изображений в тексте; сомневаться в достоверности; участвовать в образовательном диалоге при обсуждении прочитанного или услышанного текста. «Обучающиеся могут научиться сравнивать разные точки зрения; соотносить позицию автора с собственной точкой зрения; выявлять достоверную (противоречащую) информацию при работе с одним или несколькими источниками» [42].

«Данные умения применимы не только к текстовой информации, а также к информации, представленной другими различными способами (рисунок, графические и символические модели, схема, таблица, диаграмма)» [26].

В результате предметной подготовки у младших школьников необходимо формировать основы знакового моделирования при работе с информацией. Большим образовательным и развивающим потенциалом обладает учебный предмет «Математика».

«Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования отмечает, что в результате изучения математики у младших школьников должны быть сформированы такие образовательные результаты, как: овладение основами наглядного представления данных и процессов; приобретение начального опыта применения математических знаний для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач» [43].

Успех решения многих задач заключается в их удачном переводе на язык математики, то есть язык формул, уравнений, неравенств, функций, графиков и т.д. Результат такого перевода – математическая модель.

Нередко в повседневной жизни мы используем математические модели графического представления различной информации, так например, для структурирования и упорядочивания данных составляем таблицы или для наглядного представления некоторого явления, процесса, ситуации – рисуем картинку, используя схемы, графы, математические фигуры.

Из чего же складывается умение применять язык графов в учебно-познавательной деятельности младших школьников?

С.Л. Рубинштейн под умением понимает, «элементы деятельности, позволяющие что-либо делать с высоким качеством, например точно и правильно выполнять какое-либо действие, операцию, серию действий или операций» [34].

Согласно определению П.Я. Гальперина, «умение - это процесс деятельности, индивидуальные действия, которые человек осознанно осваивает и выполняет» [9].

Умения в целом представляют собой сознательно контролируемые части деятельности. Умения возникают в результате координации навыков, их интеграции в системы через действия, которые находятся под сознательным контролем. Регулируя такую деятельность, осуществляется оптимальный контроль умений. Он заключается в обеспечении безошибочного и гибкого выполнения действий, т.е. получения в результате достоверного результата действия. Умения, в отличие от навыков, всегда основаны на активной интеллектуальной деятельности и обязательно связаны с мыслительными процессам.

«Одно из основных качеств, связанных с умениями, заключается в том, что человек способен изменять структуру умений - навыки, операции и действия, входящие в состав навыков, последовательность их выполнения, сохраняя неизменным конечный результат» [32].

В структурную характеристику умений входят система умственных, практических действий.

Суть умений по И.Я. Лернеру [9] заключается в «подготовке обучающихся к самоорганизации обучения и соответствующей познавательной деятельности». Лернер делит их на 3 группы в зависимости от их роли в учебном процессе. Первая группа - субъектная. Это умения по отдельным учебным дисциплинам. Навыки второй группы- способы усвоения разных типов содержания (восприятие, осознание, запоминание, проявление творческого поиска). Третья группа включает навыки, которые представляют собой способы организовать свои действия для усвоения содержания дисциплины.

К непосредственно математическим умениям относятся: умение вычислять, умение анализировать содержание задачи, умение работать с информацией и др.

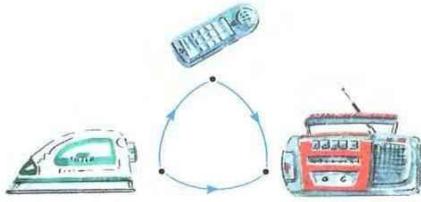
В учебниках математики для начальной школы (Рудницкая В.Н. «Начальная школа 21 века», Г.В. Дорофеев «Перспектива», М.И. Башмаков «Планета знаний») предусмотрено целенаправленное формирования умений работы с информацией.

Например , в учебниках Рудницкой В.Н. «Начальная школа 21 века» в первом классе имеют место задания с ориентированными графами [35]. Данные графы учат строить высказывания о парах чисел , предметов , показывают отношения « больше - меньше» , «дороже- дешевле» (рис. 4; 5).



Рисунок 4

17. Синяя стрелка заменяет слово *дешевле*. Составь все предложения о парах предметов.



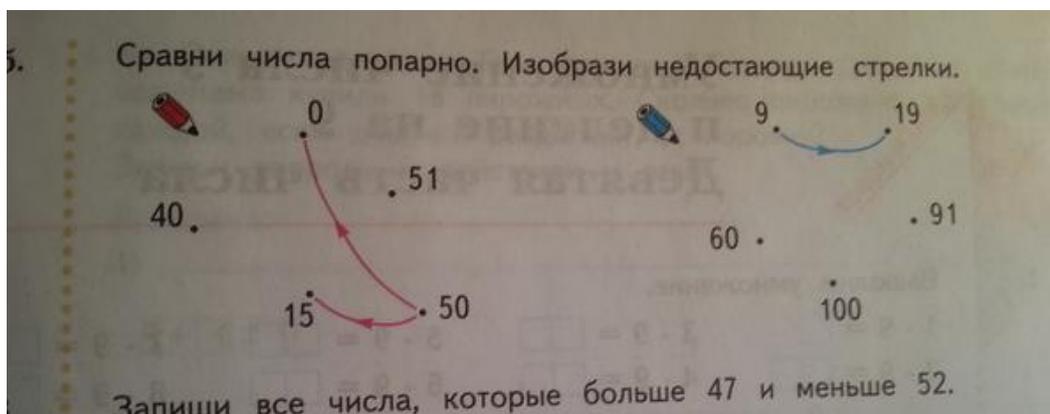
18. Красная стрелка заменяет слово *дороже*. Составь все предложения о парах вещей.



Рисунок 5

Во втором классе появляются задания на построение ориентированного графа. Построение графа учит мыслить логически, определять правильные связи между данными числами, объектами (рис. 6)

Сравни числа попарно. Изобрази недостающие стрелки.



Запиши все числа, которые больше 47 и меньше 52.

Рисунок 6

В учебниках третьего класса данного УМК также имеются задания, основанные на знании теории графов. К ним относится решение задач, при решении которых требуется построить граф-модель.

Например: Отец поймал меньше лещей, чем сын, но больше чем дочь. Изобрази отношение синими стрелками. Кто из троих поймал меньше всего лещей?

Правильно построенный граф , а также верно изображенные связи , непременно приведут к правильному ответу .

Элементы теории графов встречаются и в УМК «Перспектива» автором которого является Г.В. Дорофеев [13]. В учебниках второго и третьего класса встречаются задания , решение которых заключается в рассмотрении граф- модели, ребра которой имеют числовые значения . Задача обучающихся верно изучить граф, посчитать все возможные варианты и дать правильный ответ (рис.7)



Рисунок 7.

В результате изучения раздела «Работа с информацией» обучающиеся научатся:

- «получать информацию из изображения, текста, графа, диаграммы, практической ситуации и интерпретировать ее в виде текста задания, числового выражения, диаграммы, рисунка;

- укомплектовать группу объектов по идентифицированной модели;
- изменить объект согласно модели, указанной на схеме».

Обучающийся получит возможность научиться:

- «читать простейшие готовые схемы, графы, таблицы;
- выявлять простейшие закономерности, работать с данными».

УМК «Планета знаний». «Данная рабочая программа составлена на основе Программы общеобразовательных учреждений». Курс математики разработан с учетом общих учебных задач, которые определены

государственным стандартом содержания начальной школы и отражены в ее примерной (базовой) программе курса математики. «Учебный материал на каждый учебный год структурирован по тематическому принципу - он разделен на несколько больших разделов, которые, в свою очередь, разделены на несколько предметных областей». Выбор содержания основан на стандарте начального школьного образования и традиции изучения математики в начальной школе. «Учитываются необходимость преемственности с дошкольной и средней школой, индивидуальные особенности учащихся и предоставление возможностей для развития математических навыков учащихся» [4].

Одним из пунктов общеучебных задач данного УМК является формирование на доступном уровне умений работать с информацией, представленной в разных видах (текст, рисунок, схема, символическая запись, модель, таблица, диаграмма).

«Выпускник научится понимать информацию, представленную в виде текста, схемы, графа, таблицы, диаграммы; дополнять графы недостающими данными, достраивать граф- модели».

В учебниках данного УМК работа с графами представлена в таких заданиях (задание 1; 2):

3. Маршрут кольцевой велосипедной гонки проходит через пункты А, В и С. Расстояния между пунктами указаны на плане.

а) Каково расстояние от старта до пункта С?
б) Каково расстояние от пункта С до финиша?
в) Какова длина всего маршрута?
г) На сколько расстояние от пункта С до старта больше расстояния от С до финиша?



The diagram shows a ring-shaped route on a light green background. The route is a closed loop with three points: A, B, and C. The distance from A to B is 60 km, from B to C is 70 km, and from C to A is 90 km. The start and finish are both at point A.

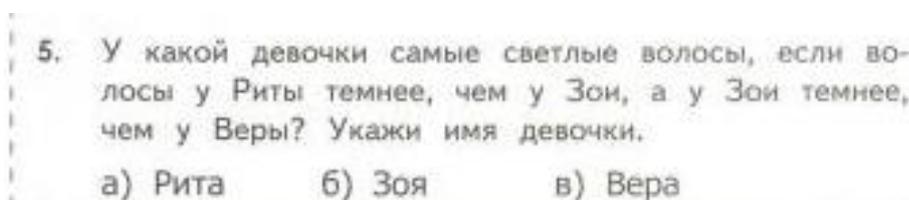
Задание 1

Выполняя задания, обучающиеся учатся искать ответы на поставленные вопросы, а также производить арифметические действия; развивают логическое мышление.



Задание 2

Помимо заданий представленных в различных УМК, задания включающие в себя элементы теории графов, также представлены и в математических олимпиадах (задание 3) [41].



Задание 3

Выполнение задания требует построения ориентированного графа, и поиска ответа на поставленный вопрос.

В учебниках различных УМК представлены упражнения, в которых используются элементы теории графов, но этого недостаточно. В ходе работы с данным типом упражнений, у обучающихся могут возникнуть трудности. Необходимо обращать внимание на степень овладения обучающимися теоретической базы, а также на то, что обучающиеся могут испытывать трудность в использовании граф-моделей. Мы предполагаем, что данные трудности можно решить с помощью комплекса упражнений.

При обучении младших школьников математике используются элементы теории графов. При этом учащиеся должны не только получить представления о графе, его составляющих (вершина, дуга, ребро), но и познакомиться с различными видами графов, научиться использовать графы в процессе решения задач из различных предметных областей.

Вывод по 1 главе.

Анализ требований к образовательным результатам младших школьников обуславливает необходимость формирования у них основ знакового моделирования в ходе учебно-познавательной деятельности. Одним из инструментов знакового моделирования являются графы.

Особенность теории графов, которая фактически ставит вопрос о введении ее элементов в школьные уроки математики, - это умение изобразить граф геометрически - в виде простого, удобного в использовании рисунка.

При построении графических рисунков, соответствующих определенному явлению, мы имеем дело с так называемым моделированием знаков. При обучении элементам теории графов младших школьников, необходимо учитывать законы и принципы дидактики, а также их возрастные особенности.

В ходе изучения специальной литературы и имеющегося педагогического опыта в области использования графов в процессе обучения младших школьников, приходим к выводу о том, что большинство специалистов в этой области отмечают, что использование графовых моделей способствует повышению наглядности изучения учебной информации и развитию основ логического, знаково-символического и алгоритмического мышления обучающихся.

Нами был проведен анализ школьных практик, связанных с обучением работе с элементами теории графов, в ходе которого выяснилось, что в рассмотренных УМК предусмотрены задания для формирования умений работать с информацией. Не смотря на это, в большинстве УМК данных заданий не достаточно или они вовсе отсутствуют, что мешает обучающимся более полно ознакомиться с теорией графов.

Таким образом, если в содержание математической подготовки младших школьников включать элементы теории графов, то это будет

способствовать развитию навыков знакового моделирования и обработки информации.

Глава 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ АКТУАЛЬНОГО УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ УМЕНИЯ ПРИМЕНЯТЬ ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ.

2.1. Описание и выбор критериев умения применять элементы теории графов

«Критерий— признак, на основании которого производится оценка, определение или классификация чего-либо; мерило оценки» [6].

Мендыгалиева А.К выделяет такие критерии при работе с информацией [29]:

1. «умение находить информацию и понимать прочитанное;
2. преобразование и интерпретация информации;
3. оценка информации».

Сельденкова М.А. выделяет следующие критерии и предлагает оценивать работы учащихся по пяти бальной шкале [37].

«5 баллов: обучающийся проявил творческие способности в работе, мыслит образно, умеет обращаться с разными источниками и видами информации, самостоятельно решил задачу, не прибегая к помощи.

4 балла: обучающийся использовал приемы, которые использовали другие ученики, 1-2 раза обращался за помощью к учителю.

3 балла: обучающийся продуктивно думает, но работает по шаблону, 3-4 раза обращался за помощью к учителю, имеет проблемы с систематизацией и оформлением задания.

2 балла: обучающийся воспроизводит информацию механически, на всех этапах он работает только под руководством учителя.

1 балл: обучающийся может работать только вместе с учителем по особой методике, так как слабо владеет речью, обладает низким уровнем всех мыслительных операций».

Митрахович О. А. выделяет такие критерии работы с информацией [30]:

1. «Поиск необходимой информации.
2. Выделение и фиксирование необходимой информации.
3. Систематизирование информации.
4. Сопоставление элементов.
5. Анализ полученной информации.
6. Обобщение полученной информации».

По каждому критерию выделяется уровень: высокий, средний и низкий.

Условием диагностики уровня сформированности умения применять язык графов в учебно-познавательной деятельности младших школьников является определение критериев и их показателей. Для исследования изучаемого объекта традиционно выбирались следующие критерии : когнитивный и деятельностный. Под когнитивным критерием понимается знание основ языка теории графов. А под деятельностным критерием понимается владение приёмами знакового моделирования на языке графов. (таблица 1).

Таблица 1

Критерии и показатели уровня сформированности умений применять язык графов в учебно-познавательной деятельности младших школьников

<i>Критерий</i>	<i>Уровень сформированности (показатели)</i>		
	<i>высокий</i>	<i>средний</i>	<i>низкий</i>
Когнитивный	обучающийся может перечислить структурные элементы графа, определить его вид	обучающийся имеет представление о понятии «граф»	обучающийся не имеет представления о понятии «граф»
Деятельностный	обучающийся правильно строит математическую модель на языке теории графов,	обучающийся допускает не точности или ошибку при построении	обучающийся не владеет основами языка теории графов, не может применить язык

	правильно решает задачи на языке теории графов и обосновано получает правильный ответ	математической модели на языке теории графов	теории графов к решению задач
--	---	--	-------------------------------

Критерии для оценки выполнения заданий, представлены в таблицах (Таблица 2/ Таблица 3):

Таблица 2

Критерии для оценки задания № 1	Баллы
На все поставленные вопросы о структуре и видах графа даны верные ответы	2
Ответы содержат 1-2 ошибки	1
Ответ не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Таблица 3

Критерии для оценки задания № 2, 3	Баллы
Решение верное	2
При решении допущены неточности	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

2.2. Методика проведения констатирующего исследования актуального уровня сформированности умения применять элементы теории графов

Исследование актуального состояния сформированности умений применять язык графов в учебно-познавательной деятельности младших школьников проходило на базе школы МБОУ Гимназия №16. В нем приняли участие 18 человек в возрасте 9-10 лет, обучающиеся 3 класса. Обучение математике осуществляется по УМК «Перспектива».

Исследование заключалось в выполнении обучающимися диагностических заданий. Серия диагностических работ проводилась на уроках математики длительностью 5-10 минут.

Для определения уровня по когнитивному критерию было использовано задание, цель которого заключалась в том, что обучающиеся должны были ответить на поставленные вопросы, тем самым показать, что им известно о понятии "граф". Для данной методики использовался бланк с вопросами, на котором школьники писали свои ответы. Задание отобразили в приложении А(задание 1).

Для определения уровня по критерию "умение строить математические модели на языке теории графов" было использовано задание, целью которого было построение графа по заданным условиям. Работа выполнялась на индивидуальных бланках. Задание отобразили в приложении А(задание 2).

Для определения уровня по критерию "умение решать задачи с помощью графов" было использовано задание, в котором обучающиеся должны были решить задачу с помощью графа. Работа так же выполнялась на индивидуальных бланках. Задание отобразили в приложении А(задание 3).

Анализ полученных результатов выполнения 1 задания оценивался с учетом следующих критериев: если обучающийся не дал ответы на вопросы или допускал 3 и более ошибок, то он получал 0 баллов; если ответ был дан, но допущены 1-2 ошибки, то 1 балл, а если обучающийся давал все верные ответы, то ему давалось 2 балла. Таким образом, максимальное количество баллов, которое можно было набрать за выполнение всей работы – 2.

С заданием №1 не справились 50% учеников. Следовательно, у них низкий уровень знаний о элементах теории графов. Средний уровень показали 33% обучающихся. Остальные показали высокий уровень по когнитивному критерию. Во время выполнения данного задания обучающиеся, которые показали низкий результат за помощью к учителю не обращались, один ученик не приступил к работе. Полученные результаты мы отобразили в приведенной ниже диаграмме, а также в приложении Б.

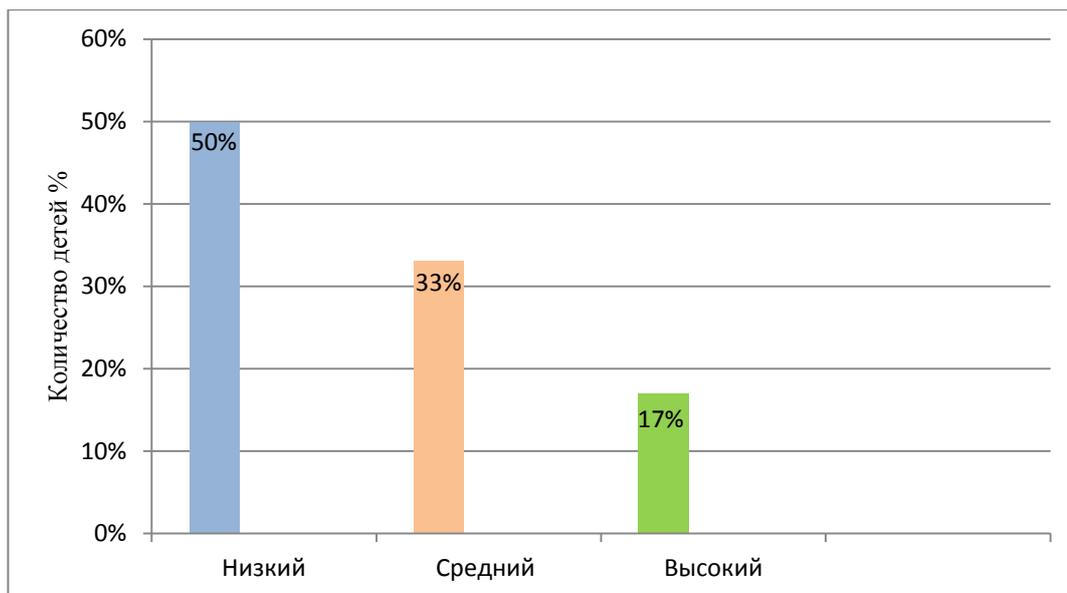


Рисунок 8. Диаграмма сформированности знаний в области теории графов у младших школьников (когнитивный критерий)

Анализ полученных результатов выполнения задания №2 оценивался с учетом следующих критериев: если обучающийся не смог изобразить модель графа, то получал 0 баллов; если граф был изображен, но при этом допущены ошибки, то школьник получал 1 балл, а если граф был изображен абсолютно верно, то он получал 2 балла.

С заданием №2 на высоком уровне справились 56% детей. Средний уровень показали 22% учащихся, 22% обучающихся не справились с выполнением задания. В ходе анализа данного задания, выяснилось, что все дети, показавшие в первом задании средний результат, при выполнении данного задания показали высокий уровень. Один обучающийся, который в

первом задании показал низкий уровень, в данном выполнил задание без ошибок. Полученные результаты мы отобразили в приведенной ниже диаграмме, а также в приложении Б.

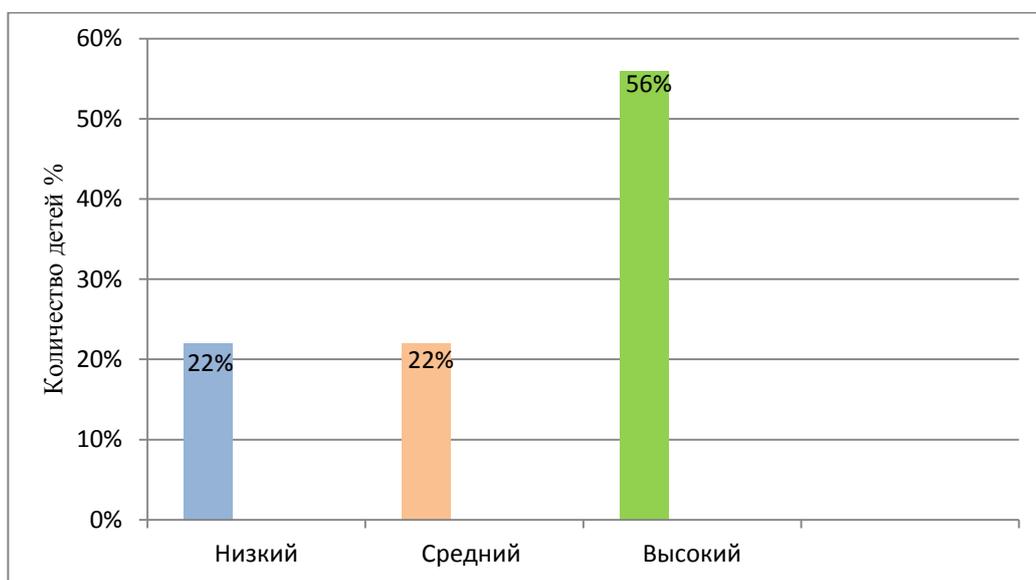


Рисунок 9. Диаграмма уровня сформированности умений строить математические модели на языке теории графов (деятельностный критерий)

Полученные результаты выполнения задания №3 оценивались с учетом следующих критериев: если обучающийся не мог применить язык теории графов к решению задач, то получал 0 баллов; если обучающийся допускал не точности или ошибку при решении задач, либо не до конца доводит решение на языке теории графов, то получал 1 балл, а если обучающийся правильно решал задачу на языке теории графов и обосновано получал правильный ответ, то получал 2 балла.

С заданием №3 не справились 28% учеников. Средний уровень показали 50% обучающихся, в основном, они не доводили решение до конца. Остальные обучающиеся выполнили задание на высоком уровне. В ходе анализа выяснилось, что некоторые обучающиеся даже не приступили к выполнению задания. А обучающиеся, показавшие высокий уровень, справились с заданием быстрее остальных. Полученные результаты мы отобразили в приведенной ниже диаграмме, а также в приложении Б.

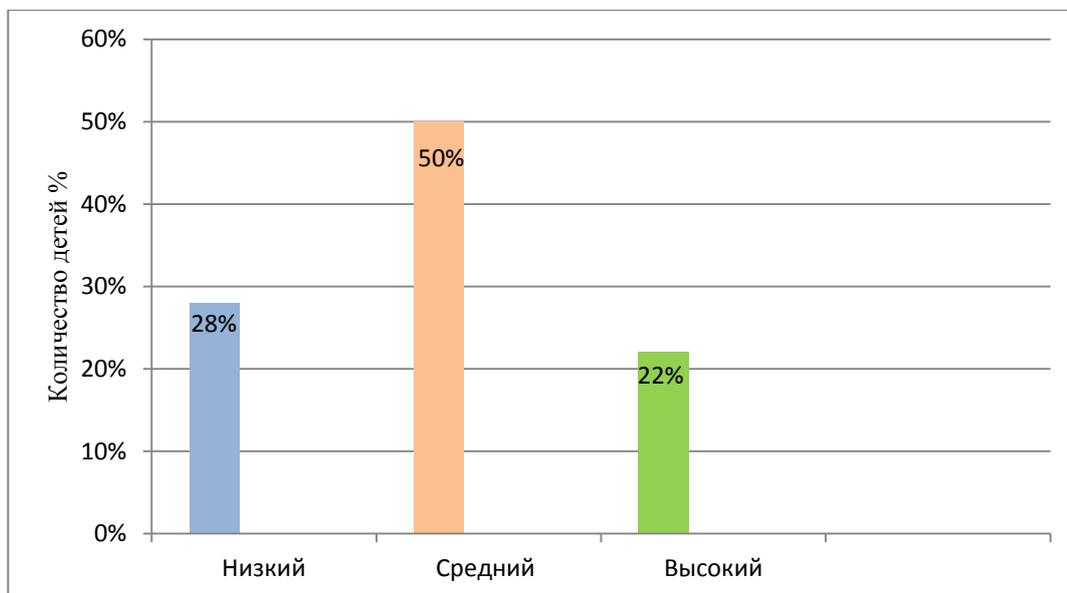


Рисунок 10. Диаграмма сформированности умений решать задачи с помощью графов (деятельностный критерий)

В совокупности максимально обучающиеся могли заработать 6 баллов.

Полученные результаты оценивались по трем уровням:

- низкий (0 - 1 балл).
- средний (2 – 4 балла),
- высокий (5 - 6 баллов).

Таким образом, на констатирующем этапе эксперимента, мы установили, что у 22% обучающихся высокий уровень сформированности исследуемых умений, у большинства (50%) обучающихся – средний уровень, а у 28% обучающихся – низкий уровень. Полученные результаты мы отобразили в приведенной ниже диаграмме, а также в приложении Б.

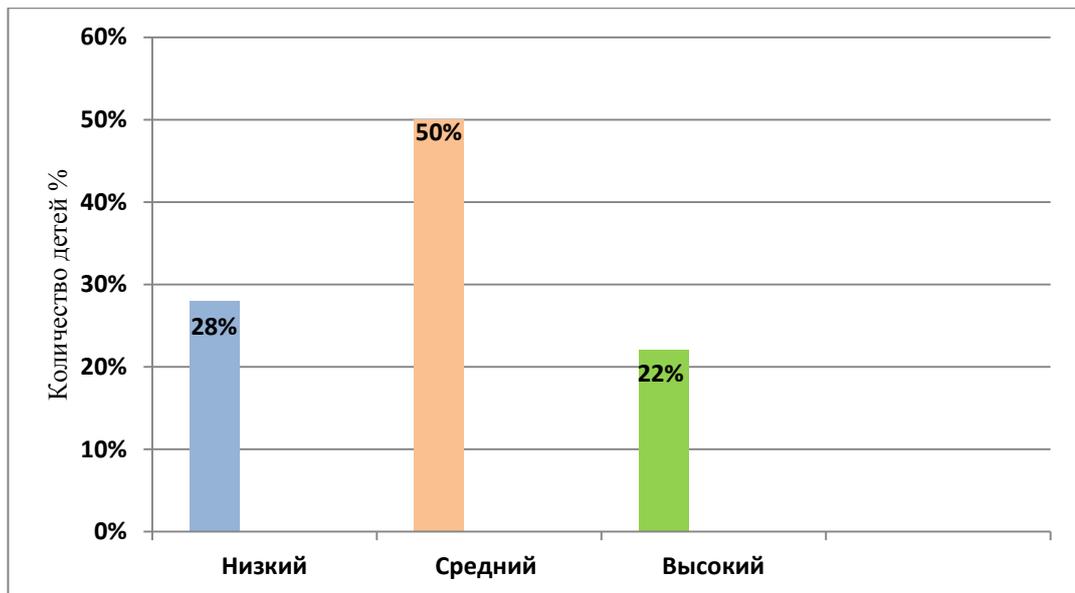


Рисунок 11. Диаграмма сформированности умений применять язык графов в учебно-познавательной деятельности младших школьников

Полученные результаты исследования свидетельствуют о необходимости проведения специальной работы по повышению уровня развития умений применять язык графов в учебно-познавательной деятельности младших школьников.

2.3. Результаты исследования актуального состояния сформированности умений применять язык графов в учебно-познавательной деятельности младших школьников

По результатам изучения актуального уровня сформированности умения работать с элементами теории графов у обучающихся 3 классов, мы пришли к выводу, что в развитии данного умения есть дефициты.

В ходе проверки работ по критерию умение решать задачи с помощью графов, было выявлено, что среди обучающихся, которые показали низкий и средний уровни, были те кто не доводили решение задачи до конца, т.е. не отвечали на поставленные вопросы. Некоторые обучающиеся, отвечая на вопрос, продолжали неверно достраивать граф- модель: чертили лишнее ребро и по модели получившегося графа отвечали на вопрос, который, в свою очередь, был не верный. Так же при решении данного типа заданий необходимо соблюдать внимательность и аккуратность, чего не учли младшие школьники, в ходе выполнения задания небрежно и грязно построенные граф- модели помешали обучающимся дать верные ответы на вопросы. Данные факты позволяют предположить, что задание данного типа было невнимательно выполнено младшим школьником, а также обучающиеся не умеют анализировать связи, которые представляет граф- модель.

По когнитивному критерию обучающиеся не совсем удачно справились с предложенным заданием. Были допущены ошибки, связанные с непониманием, незнанием теоретических основ. Наличие подобных ошибок объясняется тем, что обучающиеся не до конца усвоили теоретический материал, но при этом, зная алгоритм работы с другими заданиями, и используя этот опыт, младшие школьники более удачно выполняли задания связанные с построением граф- модели.

Мы проанализировали специальную литературу на предмет выявления способов решения обнаруженных проблем в сложившейся образовательной практике.

Волобуева К.С. считает, что «первые задания, которые можно предлагать по теме графы, должны быть такого типа : определить, на что похож граф; построить граф из подручных средств; определить, что такое вершина и ребро; перерисовать граф на лист и определить, сколько вершин и ребер у граф- модели. Далее можно рассмотреть работу в парах: обучающиеся строят друг для друга граф- модели, обмениваются и перерисовывают, затем возвращают работы и проверяют их» [8]. Затем даются более углубленные знания и происходит переход непосредственно к решению задач. Такие вполне доступны детям 3 классов.

В начальных классах основной школы целесообразно проводить пропедевтическую работу по подготовке учащихся к знакомству с элементами теории графов. Кроме того, первоначальные понятия теории графов помогают обучающимся в поиске решения задач, как программных, так и повешенной трудности. Как известно, отсутствие необходимой наглядности при решении задач является основным тормозом к осознанным мыслительным действиям, а соблюдение детьми определенной точности и аккуратности при построении граф- схем имеет важное значение. «Грубый чертеж мешает видеть скрытые в условии задачи закономерности, на которых основано решение» [2].

Баракина Т.В. определяет в целом следующие требования к знаниям, навыкам и умениям учащихся при изучении элементов логики в начальной школе, а именно при изучении элементов теории графов:

- «получить представление о графе и его компонентах (вершина, дуга, ребро);
- знать типы графов (взвешенные, древовидные, блочные);
- научиться использовать графики в процессе решения задач в различных предметных областях».

«Следует отметить, что термин «граф» не обязательно вводить в начальной школе, важно научить детей использовать графы для решения некоторых задач, а также читать информацию, записанную в форме графа, и

записывать ее» [3]. Этот навык также важен для всех, кто работает с информацией: часто, информация, содержащаяся в большом тексте, может быть представлена в виде небольшого графа, удобного для чтения и понимания.

«Своеобразным средством контроля усвоения элементов теоретического материала в математической секции может стать викторина, завершающая цикл учебных занятий» [40].

Тимофеева О.П. считает, что «на первом занятии по введению графов в математический курс рекомендуется рассмотреть примеры задач, приводящих к графам, историю возникновения теории графов и ее применения в различных сферах деятельности»[38]. Выполненные задания должны наводить учащихся на мысль, что их решения имеют некоторое сходство друг с другом за счет использования похожих рисунков и схем. «Следующие уроки должны быть посвящены изучению основных понятий теории графов (граф, ребро, вершина), а также рассмотрению способов определения графов».

В результате обучающимся необходимо научиться составлять графы в соответствии с заданными условиями. Некоторые типы графов, можно рассмотреть на отдельных уроках. Все концепции должны сопровождаться рассмотрением конкретных примеров.

Полученные данные исследования, а так же анализ современной методической литературы, пособий, задачник таких авторов, как О.Б. Богомолова [7], Е.И. Игнатьев [17], Л.П. Ловас [23], О.И. Мельников [27; 28] позволяет разработать комплекс упражнений, направленный а работу с возможными затруднениями у обучающихся при работе с элементами теории графов. Комплекс упражнений представлен в приложении Г.

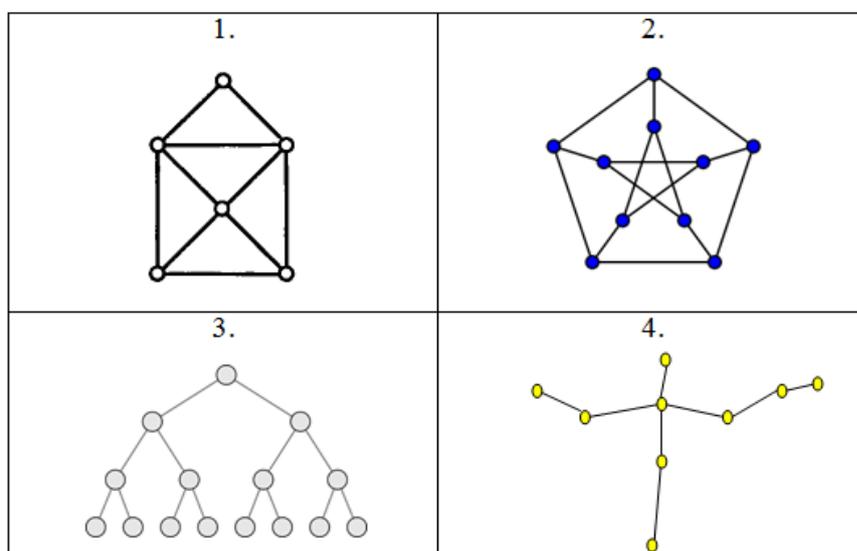
Данный комплекс решает несколько проблем.

Одна из них - это недостаток знаний по теме. Задания данного блока будут включать в себя изучение основных понятий (граф, вершина,

ребро/дуга, виды графов: ориентированный/ неориентированный, замкнутый/незамкнутый). Для того чтобы обучающиеся смогли лучше запомнить теоретический материал, нами была составлена специальная карточка, на которой кратко и ясно изложена вся необходимая информация (приложение В).

Работу с графами необходимо начинать с простых задания типа: определите на что похож граф; постройте граф из подручных средств.

Задание: определите на что похож граф (задание 4).



Задание 4

Данные изображения транслируются на экране , а обучающиеся , в свою очередь, высказывают свои предположения. Естественно , правильных или неправильных ответов не будет, обучающие проявляют свою фантазию и творческое мышление , визуалью запоминая образ граф- моделей.

После того как обучающиеся будут визуалью представлять, что такое граф , можно переходить непосредственно к изучению основных понятий. На данном этапе полезно создание памяток, пособий, таблиц в которых будет указана вся необходимая информация.

Другая проблема-это недостаток опыта в использовании граф-моделей. На данном этапе необходимо делать акцент на структурном анализе граф-моделей. Анализ условий заданной ситуации и самой граф- модели позволяет

верно определять и указывать связи между объектами. Возможные виды упражнений :

1. Постройте модель графа для следующей ситуации.

Задание: На бумаге нарисованы 4 точки. Соедините их линиями (т.е. нарисуйте граф) так, чтобы из каждой точки выходило 3 линии. Раскрасить эти линии графа тремя цветами так, чтобы из каждой вершины (т.е. точки) выходили линии трех разных цветов (рис 12).

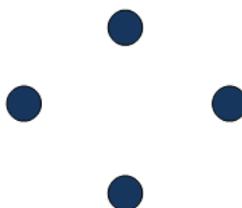


Рисунок 12

Решение :

Работа проходит в два этапа:

1. Обучающимся необходимо выбрать одну точку и соединить ее тремя линиями с оставшимися точками. Данную работу повторить с каждой точкой. На данном этапе работа выполняется простым карандашом.

2. Полученную граф- модель, которая имеет 4 вершины, каждая из которых имеет ровно по три выходящих ребра, необходимо оформить цветом. По условию, берутся три любых цвета , и каждой линии присваивается свой цвет . Важно , чтобы каждая точка имела три разных цвета. Примерный результат на рисунке 13.

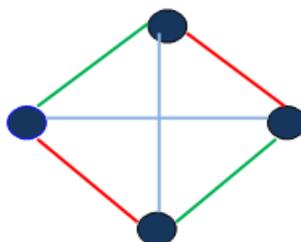


Рисунок 13

2. Используя граф модель, посчитай сколько вершин/ребер она имеет.

Задание: посчитайте сколько ребер и вершин имеет данная граф-модель (рис 14).

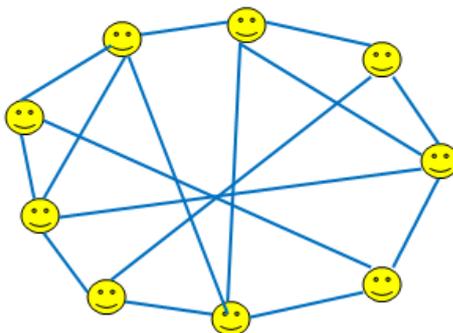


Рисунок 14

В результате должно получиться 9 вершин и 16 ребер.

Для решения задания данного типа, необходимо владеть знаниями о структурных элементах графа. Важно отличать вершины (точки) и ребра (линии).

3. Сравни граф -модели по количеству вершин/ребер.

Задание: Сравните графы по количеству всех составляющих и составьте неравенство.

Решение: Обучающимся раздается карточка с заданием. Необходимо посчитать сколько вершин и ребер имеет первая модель графа ,а затем вторая. Полученные данные записать в нужное окошечко. После чего нужно произвести общий подсчет составляющих и верно составить неравенство. Верно заполненная таблица изображена на таблице 4.

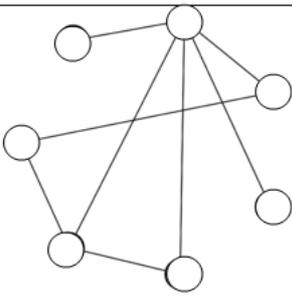
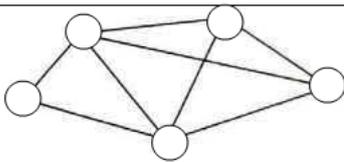
Сравните графы по количеству всех составляющих. Составьте неравенство.			
 <p style="text-align: center;">1</p>		 <p style="text-align: center;">2</p>	
7 вершин 8 ребер		5 вершин 8 ребер	
	15	>	13

Таблица 4

4. Решите задачу используя граф-модель. Задания данного типа содержат в себе две части :

1. построение граф- модели;
2. ответ на заданный вопрос.

Задание: 13 героев мультфильмов стоят в кружок и играют в мяч. Каждый кидает мяч своему соседу через одного (с любой стороны). Соедините линиями тех, кто может кинуть друг другу мяч. Если в начале игры мяч у Вовки, через сколько перебрасываний он может попасть к Пяточку?

Решение :

1. Для того чтобы изобразить все возможные пути мяча нужно выбрать одного игрока ,затем вправо или влево провести линии учитывая, что мяч передается через одного игрока.

2. Для того чтобы ответить на вопрос, необходимо посчитать, по готовому чертежу, через сколько перебрасываний мяч попадет от Вовки к Пяточку. Если первое перебрасывание Вовка сделает вправо (красные линии),то через 10 перебрасываний мяч окажется у Пяточка. Если первое перебрасывание бедет сделано влево (черные линии), то Пяточек получит

мяч через 3 перебрасывания. Верно составленная граф- модель изображена на рисунке 16.

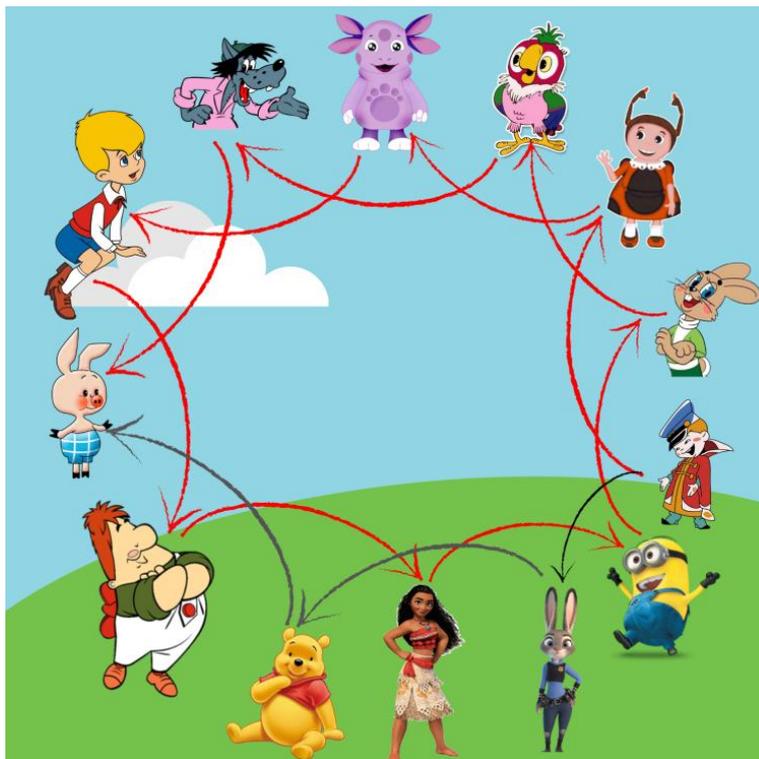


Рисунок 16

Используя граф- модели можно решать и традиционные задачи.

А) На столе лежало 5 конфет, Катя съела 2 конфеты, а остальные оставила брату. Сколько конфет Катя оставила брату?

Б) Морской теплоход плыл со скоростью 64 км/ч. Сколько километров проплыл морской теплоход за 4 часа?

В) На день рождения Кати, 6 ее друзей принесли по 3 шарика. Сколько шариков подарили кате?

Г) Вася пробежал 320 метров, а Федя на 140 метров больше. Сколько метров пробежал Федя?

Таким образом любую задачу в одно действие можно изобразить в виде граф- модели. Где, закрашенные кружочки - это данные задачи, а не закрашенные - это результат действия (рис. 17).



Рисунок 17

Задачи, решаемые в два действия решаются аналогично.

А) В парк отправили 8 машин с деревьями. В каждой машине было 15 связок по 3 саженца. Сколько саженцев отправили на посадку в парк (рис. 18)?



Рисунок 18

Б) На зиму семья заготовила 6 банок смородинового варенья, а земляничного на 3 банки больше. Сколько всего банок с вареньем заготовили на зиму (рис. 19) ?

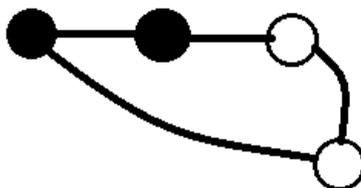


Рисунок 19

Вводить элементы теории графов можно на уроках, как один из способов визуализации, при изучении отношения больше/меньше. Приведенные выше примеры могут использоваться при изучении числовых выражений, а также для тех детей, которые затрудняются решать примеры и задачи традиционным способом. Теорию графов, с успехом, можно включить во внеурочную деятельность и показать, как с ее помощью можно быстро решать «сложные» задачи.

Вывод по 2 главе.

Нами был проведен констатирующий эксперимент, в процессе проведения которого был определен актуальный уровень сформированности умений применять язык графов в учебно-познавательной деятельности младших школьников.

Констатирующий эксперимент проводился на базе школы МБОУ Гимназия №16. В нем приняли участие 18 человек в возрасте 9-10 лет (обучающиеся 3 класса).

Для оценки и измерения уровня сформированности умений применять язык графов в учебно-познавательной деятельности младших школьников были разработаны специальные диагностические задания.

Проанализированы критерии работы с информацией, осуществлен выбор критериев: когнитивный (знание основ языка теории графов) и деятельностный (владение приемами знакового моделирования на языке теории графов).

По результатам констатирующего эксперимента было выявлено, что у 22% обучающихся высокий уровень сформированности исследуемых умений, у большинства (50%) обучающихся – средний уровень, а у 28% обучающихся – низкий уровень. Материалы полученные в результате проведения эксперимента мы отобразили на диаграмме.

При анализе работ обучающихся были выделены следующие проблемы:

1. недостаток знаний по теме;
2. недостаток опыта в использовании граф- моделей.

Ошибки допускались при ответе на вопросы, в чертежах, а также обучающиеся давали неверные или вообще не давали ответы при решении задачи.

Полученные данные исследования, а так же анализ современной методической литературы позволил разработать комплекс упражнений,

направленный на работу с возможными затруднениями у обучающихся при работе с элементами теории графов.

Данный комплекс включает в себя изучение теоретических основ и применение этих знаний на практике.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Цель выпускной квалификационной работы состояла в выявлении особенностей развития умения применять элементы теории графов в курсе начальной школе.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить комплекс взаимосвязанных задач.

Мы изучили психолого- педагогическую, методическую литературу и выяснили, что представляет собой граф и в каких условиях он может быть использован. Также изучили и описали психо- возрастные особенности обучающихся при работе с информацией на уроках математики. Проведенный анализ различных УМК показал, что в учебниках встречаются отдельные задания, но в целом данная тема не изучается. Поэтому некоторые вопросы понимания и отработки умения применять элементы теории графов оказались для младших школьников довольно сложными. Исходя из этого, мы пришли к выводу, что проблема формирования умения применять элементы теории графов актуальна и требует дальнейшего исследования.

Важно отметить, что в прямом виде работа с графами встречается чаще всего в развивающих программах. Но учитель, по своему усмотрению, может подвести граф под задание. Так же логические задачи, решение которых, лучше всего представлять наглядно в виде чертежей, рисунков, схем встречаются в олимпиадных работах.

В ходе исследования нами был проведен констатирующий эксперимент, в процессе проведения которого был определен актуальный уровень развития формирования умения применять элементы теории графов на уроках математики у младших школьников. Были исследованы такие критерии как: когнитивный и деятельностный, которые в свою очередь включают в себя: освоение теоретической базы, а также применение знаний для решения практических задач.

Констатирующий эксперимент проводился на базе школы МБОУ Гимназия №16. В нем приняли участие 18 человек в возрасте 9-10 лет (обучающиеся 3 класса).

В ходе эксперимента обучающиеся выполняли задания, по выделенным нами критериям, различной сложности. Для определения уровня по когнитивному критерию использовался бланк с вопросами, на котором школьники писали свои ответы. Для определения уровня по критерию "умение строить математические модели на языке теории графов" было использовано задание, целью которого было построение графа по заданным условиям. Для определения уровня по критерию "умение решать задачи с помощью графов" было использовано задание, в котором обучающиеся должны были решить задачу с помощью графа.

Анализ и синтез проходят через все решение задачи. Сначала обучающиеся делают анализ содержания задания. Затем, перечитывая, обучающиеся выделяют данные и стараются уловить взаимосвязи между ними. Далее делают акцент на вопросе. При работе над вопросом ,важно , что б ученик уловил в каком отношении эта величина находится с заданными величинами. А что бы облегчить весь этот процесс, учитель использует наглядность в виде- рисунка чертежа или графа. Это и является неким алгоритмом решения логической задачи.

На констатирующем этапе эксперимента, мы установили, что у 22% обучающихся высокий уровень сформированности исследуемых умений, у большинства (50%) обучающихся – средний уровень, а у 28% обучающихся – низкий уровень. Данные исследования представлены в виде таблиц и диаграмм.

В ходе проверки работ по критерию умение решать задачи с помощью графов, было выявлено, что среди обучающихся, которые показали низкий и средний уровни, были те кто не доводили решение задачи до конца, т.е. не отвечали на поставленные вопросы. Некоторые обучающиеся, отвечая на вопрос, продолжали неверно достраивать граф- модель: чертили лишнее

ребро и по модели получившегося графа отвечали на вопрос, который, в свою очередь, был не верный.

По когнитивному критерию обучающиеся допускали ошибки, связанные с непониманием, незнанием теоретических основ.

Наличие подобных ошибок объясняется тем, что обучающиеся не до конца усвоили теоретический материал, но при этом, зная алгоритм работы с другими заданиями, и используя этот опыт, младшие школьники более удачно выполняли задания связанные с построением граф- модели.

На основании результатов констатирующего эксперимента и анализа методической литературы мы предлагаем комплекс специальных упражнений для решения данной проблемы. В данный комплекс входит карточка с теоретической базой, а также два типа заданий:

- первый тип: задания на построение граф- модели по заданным условиям;
- второй тип: решение задач с дополнительным построением граф- модели.

Использовать задания можно как в учебной, так и во внеурочной деятельности.

Таким образом, задачи, поставленные, в данной выпускной квалификационной работе были выполнены, тем самым цель исследования была достигнута.

Основные результаты исследования отражены в следующих публикациях:

1. Чернопольская В.А. Использование комплекса специальных упражнений для работы с элементами теории графов у обучающихся третьего класса. / В.А. Чернопольская // Современное начальное образование: проблемы и перспективы развития: материалы региональной научно-практической конференции. Красноярск, 25 – 26 апреля 2021 г. [Электронный ресурс] / отв. ред. Е.В. Гордиенко; ред. кол. – Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2021

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ:

1. Альсина К. Карты метро и нейронные связи. Теория графов. / Пер. с исп.- М.: Де Агостини, 2014 г.
2. Аммосова Н. В., Коваленко Б. Б. Использование теории графов в математическом образовании школьников.— МКО – 2009, т. 1, стр. 123–132 .
3. Баракина Т.В. Возможности изучения элементов логики на уроках математики и информатики в начальной школе <http://school2100.com/upload/iblock/0c1/0c1e1c80738354e14ddfc3654481b690.pdf>
4. Башмаков М.И., Нефёдова М.Г. Учебники по математике для 1- 4 кл.: учеб. для общеобразов. орг.: в 2-х ч./ Башмаков М.И., Нефёдова М.Г. – М.: АСТ: Астрель, – 2011
5. Березина Л.Ю. Графы и их применение: Пособие для учителей.- М.: Просвещение, 1979.- 143 с.
6. Бим-Бад Б.М. Педагогический энциклопедический словарь / Б. М. Бим-Бад. — М., 2002. С. 295
7. Богомолова, О.Б. Логические задачи – М., 2005
8. Волобуева К. С. Графы в школьном курсе математики. ЖУРНАЛ ПЕДАГОГ [Электронный ресурс] / Волобуева К. С. – Электрон. журн.- - Новокузнецк, 2018 – Режим доступа: <https://zhurnalpedagog.ru/servisy/publik/publ?id=10324> , свободный.
9. Гальперин П.Я. Методы обучения и умственное развитие ребенка. М., 1985.
10. Глухова А.К, «Элементы теории графов в школьном курсе математики» , диссертация, Москва, 2016.
11. Давыдов В.В. Возрастная и педагогическая психология: учебник для студентов пед. ин-тов /В.В. Давыдов, Т.В. Драгунова, Л.Б. Ительсон и др.; Под ред. А.В. Петровского. 2-е изд., испр. и доп. М.: Просвещение, 1979. 288 с.

12. Домнин Л.Н. Элементы теории графов: учеб. пособие/ Л.Н.Домнин. - Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2007.- 144 с.
13. Дорофеев Г. В., Миракова Т. Н., Бука Т. Б. Учебники по математике для 1- 4 кл.: учеб. для общеобразов. орг.: в 2-х ч./ Дорофеев Г. В., Миракова Т. Н., Бука Т. Б. – М.: Просвещение, – 2011
14. Дубровина И.В., Акимова М.К., Борисова Е.М. - Рабочая книга школьного психолога. - Москва: Просвещение, 1991 – 303 с.
15. Емеличев В.А. и др. Лекции по теории графов / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. – М.: Наука, 1990.
16. Зеньковский В.В. Психология детства. - Екб.: Деловая книга, 1995. – 348с. (239 - 264 с.)
17. Игнатъев Е.И. В царстве смекалки – М.: Наука, 1981
18. Истомина Н.Б. Уроки математики: Методические рекомендации к учебнику для 1 класса: Пособие для учителей / Н.Б. Истомина, Е.С. Немкина, С.В. Попова, З.Б. Редько. – Смоленск: Ассоциация XXI век, 2013. – 244 с.
19. Кейв М.А. Дискретная математика для будущего учителя: уч. пос.- Красноярск: КГПУ им В.П. Астафьева, 2009.
20. Кейв М.А. Дискретная математика: учебное пособие [электронное издание]. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2016.
21. Кирсанов М. Н. Графы в Maple. Задачи, алгоритмы, программы. — М.: Издательство ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 168 с.
22. Леонтьев А.Н. Лекции по общей психологии: уч. пособие / А.Н. Леонтьев. – М.: Смысл, 2000. – 509 с.
23. Ловас Л.П. Прикладные задачи по теории графов – М.: Мир, 1998
24. Люблинская А.А. Учителю о психологии младшего школьника – М.: Просвещение, 1977. – с 224.
25. Маклаков А.Г. Общая психология. Учебник для вузов; СПб: Питер, 2008 – 583 с .
26. Медведев Н. Умение работать с информацией / Н. Медведев // <http://tehread.ru>

27. Мельников О.И. Занимательные задачи по теории графов, уч.-Метод. Пособие/ Изд-е 2-е, стереотип.- Минск: НТОО «ТетраСистемс», 2001
28. Мельников, О.И. Незнайка в стране графов. – М.: КомКнига/URSS, 2006.
29. Мендыгалиева А.К. Работа с информацией на уроках математики в начальной школе // Воспитание и обучение: теория, методика и практика : материалы VIII Междунар. науч.–практ. конф. (Чебоксары, 6 нояб. 2016 г.) / редкол.: О.Н. Широков [и др.] – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2016. – С. 88-90.
30. Митрахович О. А. К вопросу о формировании информационных умений школьников // Инновационные ресурсы развития современного урока: Материалы XII Международной научно-практической конференции, 21-23 апреля 2009 г. Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2009. Ч.1. С. 156-163.
31. Нагорнова А.Ю., Денисова Г.М., Карпеев С.А., Стрюкова Г.А., Гнедова С.Б., Еремина Л.И., Абрамова О.А. Основы педагогики и психологии младшего школьника: коллективная монография. У., 2012.- 329 с.
32. Немов Р.С. Психология. В 3-х т. Кн. 2. - М., 2001, 686 с.
33. Обухова Л.Ф. Возрастная психология: учебник для вузов. - М.: Высшее образование; МГППУ, 2009. – 460с. – (Основы наук).
34. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. — Т. II. — М.,1989.
35. Рудницкая В.Н., Кочурова Е.Э., Рыдзе О.А., Юдачева Т.В. Учебники по математики для 1- 4 кл.: учеб. для общеобразов. орг.: в 2-х ч./ Рудницкая В.Н., Кочурова Е.Э., Рыдзе О.А., Юдачева Т.В. – М.: Вентана-Граф, - 2009
36. Савинов Е.С. Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения. Начальная школа / сост. Е. С. Савинов. — М.: Просвещение, 2010
37. Сельденкова М. А. Оценка уровня сформированности умений и навыков работы с информацией / М. А. Сельденкова // <http://psyhoinfo.ru/>

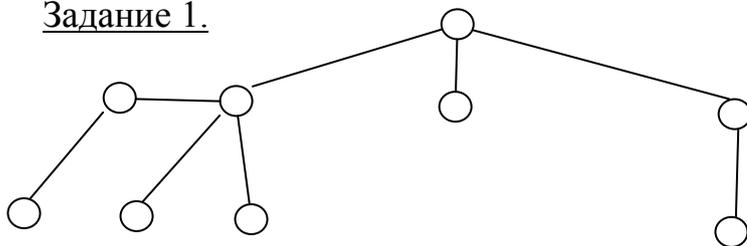
38. Тимофеева, О. П. Методические рекомендации по изучению элементов теории графов на факультативных занятиях / О. П. Тимофеева. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2019. — № 8 (246). — С. 192-193. — URL: <https://moluch.ru/archive/246/56623/> (дата обращения: 18.12.2020).
39. Толстых А.В. Возраст жизни. — М., 1998.
40. Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки: сборник научно-методических статей. Выпуск 17 – Саратов: ООО «Издательский центр «Наука», 2019. – 99 с.
41. Фарков, А.В. Математические олимпиады в школе. 5-11 класс. – М., 2004
42. Фатеева Т. С. Умение работать с информацией как планируемый результат обучения младшего школьника
43. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования / М-во образования и науки РФ. – М.: Просвещение, 2010
44. Шаповаленко И. В. Возрастная психология. М.: Гардарики, 2005.- 349 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А.

Задание для диагностики уровня сформированности навыков знакового моделирования на языке теории графов у младших школьников.

Задание 1.



1. Сколько вершин имеет данный граф? _____
2. Сколько ребер имеет данный граф? _____
3. Какого вида данный граф? _____
4. Имеет ли данный граф дуги? _____

Задание 2.

Соедините точки линиями (т.е. нарисуйте граф) так, чтобы из каждой точки выходило 3 линии.



Задание 3.

Между населенными пунктами Готэм- Сити, Изумрудный город, Зверополис и Простоквашино построены дороги. Необходимо узнать самый короткий путь от Готэм- Сити до Простоквашино. Передвигаться можно только по дорогам , протяженность которых указана в таблице.

	Г	И	<u>З</u>	<u>П</u>
Г				
И	2			
<u>З</u>		1		
<u>П</u>		8	4	

Ответ:

Таблица А. Протокол программы исследования по когнитивному критерию

Обучающийся	Количество баллов	Уровень
№1	0	Низкий
№2	2	Высокий
№3	1	Средний
№4	1	Средний
№5	0	Низкий
№6	0	Низкий
№7	2	Высокий
№8	1	Средний
№9	0	Низкий
№10	0	Низкий
№11	0	Низкий
№12	2	Высокий
№13	0	Низкий
№14	1	Средний
№15	0	Низкий
№16	1	Средний
№17	1	Средний
№18	0	Низкий

Таблица Б. Протокол программы исследования по критерию умение
 построить математические модели на языке теории графов.

Обучающийся	Количество баллов	Уровень
№1	0	Низкий
№2	2	Высокий
№3	2	Высокий
№4	2	Высокий
№5	0	Низкий
№6	1	Средний
№7	2	Высокий
№8	2	Высокий
№9	0	Низкий
№10	2	Высокий
№11	1	Средний
№12	2	Высокий
№13	1	Средний
№14	2	Высокий
№15	0	Низкий
№16	2	Высокий
№17	2	Высокий
№18	1	Средний

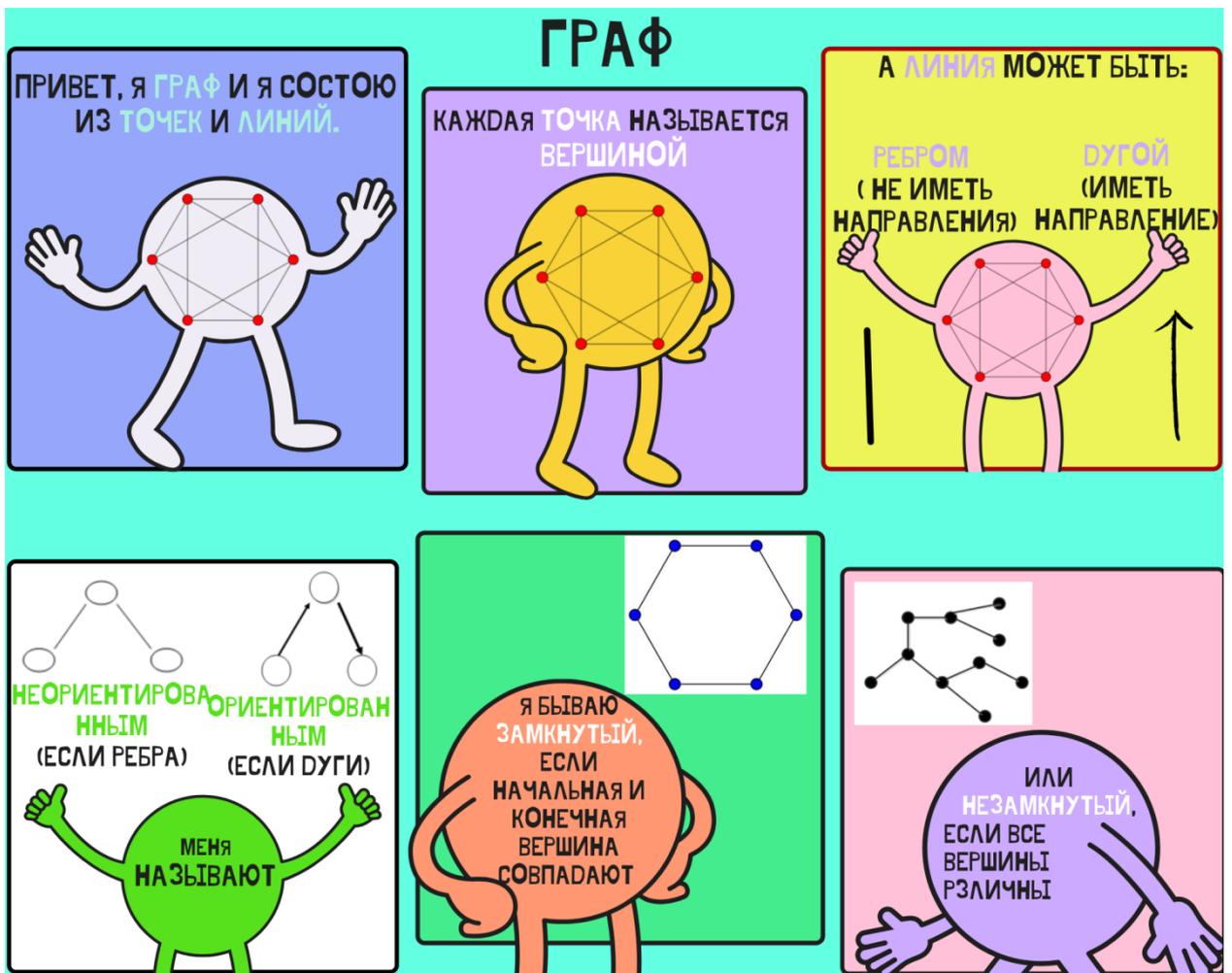
Таблица В. Протокол программы исследования по критерию умение решать задачи с помощью графов.

Обучающийся	Количество баллов	Уровень
№1	0	Низкий
№2	2	Высокий
№3	1	Средний
№4	2	Высокий
№5	0	Низкий
№6	0	Низкий
№7	2	Высокий
№8	1	Средний
№9	0	Низкий
№10	1	Средний
№11	1	Средний
№12	2	Высокий
№13	1	Средний
№14	1	Средний
№15	0	Низкий
№16	1	Средний
№17	1	Средний
№18	1	Средний

Таблица Г. Общий уровень сформированности умения применять элементы теории графов.

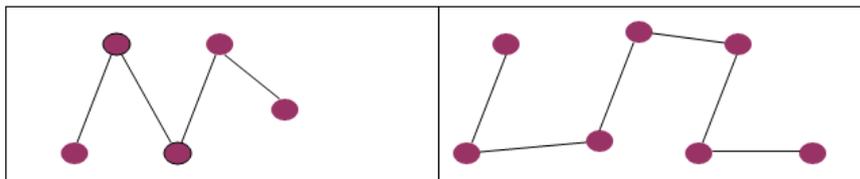
Обучающийся	Количество баллов	Уровень
№1	0	Низкий
№2	6	Высокий
№3	4	Средний
№4	5	Высокий
№5	0	Низкий
№6	1	Низкий
№7	6	Высокий
№8	4	Средний
№9	0	Низкий
№10	3	Средний
№11	2	Средний
№12	6	Высокий
№13	2	Средний
№14	4	Средний
№15	0	Низкий
№16	4	Средний
№17	4	Средний
№18	2	Средний

Карточка с теоретическими основами языка теории графов.

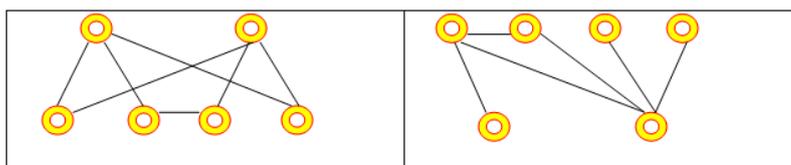


Банк заданий с элементами теории графов.

Задание 1. Укажите какая из представленных граф-моделей имеет больше вершин.



Задание 2. Укажите какая из представленных граф-моделей имеет больше ребер.

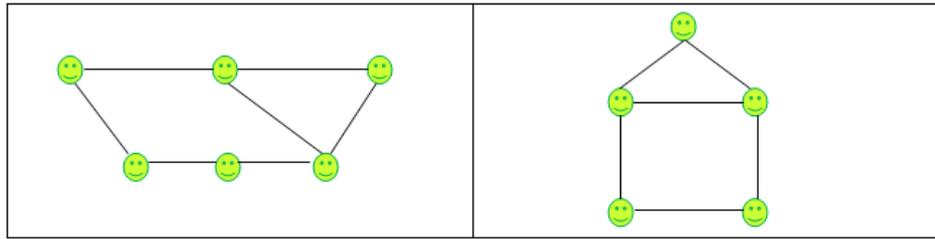


Задание 3. Изобразите ориентированный граф состоящий из 5 вершин и 10 ребер.

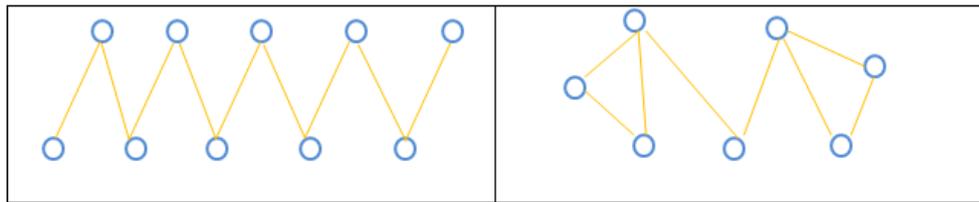
Задание 4. Сравните граф-модели по количеству составляющих и составьте неравенство.

<u>Неравенство</u>				
<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="width: 30px; height: 20px;"></td> <td style="width: 30px; height: 20px;"></td> <td style="width: 30px; height: 20px;"></td> </tr> </table>				

Задание 5. Укажите какая из представленных граф-моделей имеет меньшее количество составляющих элементов.



Задание 6. Укажите какая из представленных граф-моделей имеет большее количество составляющих элементов.



Задание 7. Сравните граф-модели по количеству составляющих и составьте неравенство.



Задание 8. Изобразите неориентированный замкнутый граф.

Задание 9. Изобразите незамкнутый граф (количество вершин и ребер выберите на свое усмотрение).

Задание 10.

Ответьте на вопросы:

А) Из чего состоит граф-модель?

Б) Могут ли в неориентированном графе содержаться дуги?

В) Верно ли , что незамкнутым называется граф начальная и конечная вершина которого совпадают?

Задание 11. На бумаге нарисованы 5 точек. Соедините их линиями (т.е. нарисуйте граф) так, чтобы из каждой точки выходило 2 линии.



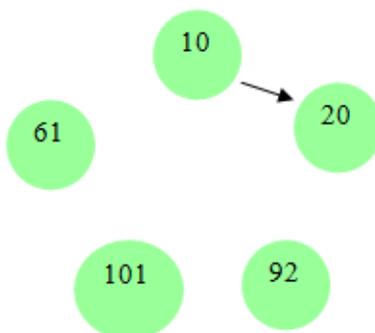
Задание 12. Постройте модель графа .

«В зоопарке обитают три жирафа Айк , Бил, Вуд. Жираф Айк питается только листьями деревьев, жираф Бил любит полакомиться фруктами и сеном, а жираф Вуд любит употреблять все вместе».

Задание 13. Постройте модель графа .

«Два одноклассника завели себе по три черепахи, у каждой черепахи по 2 хозяина. Нарисуйте всю эту компанию и проведите линии от каждого хозяина к каждому его питомцу».

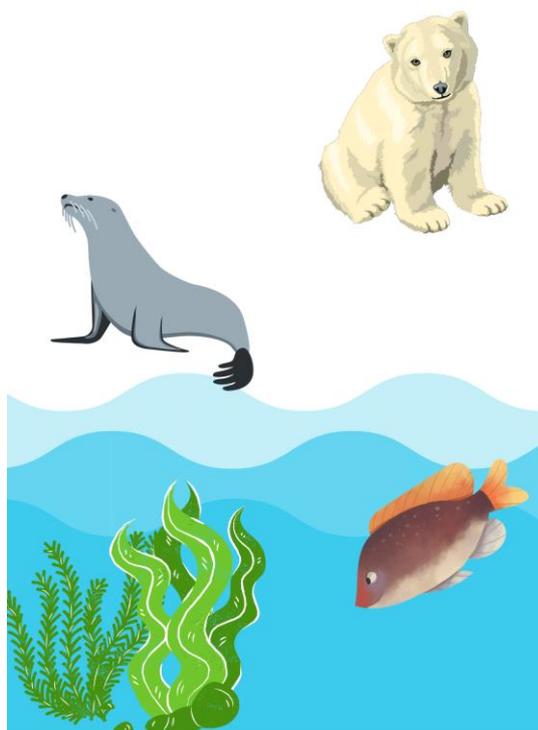
Задание 14. Сравни числа попарно. Изобрази недостающие стрелки.



Задание 15. Постройте модель графа .

«В школьной столовой купили Маша и Вера купили два пирожка и два чая. Нарисуй этот обед и проведи синие линии между пирожками, красные - между чаем и зеленые - от пирожка к чаю».

Задание 16 . Составьте цепь питания.



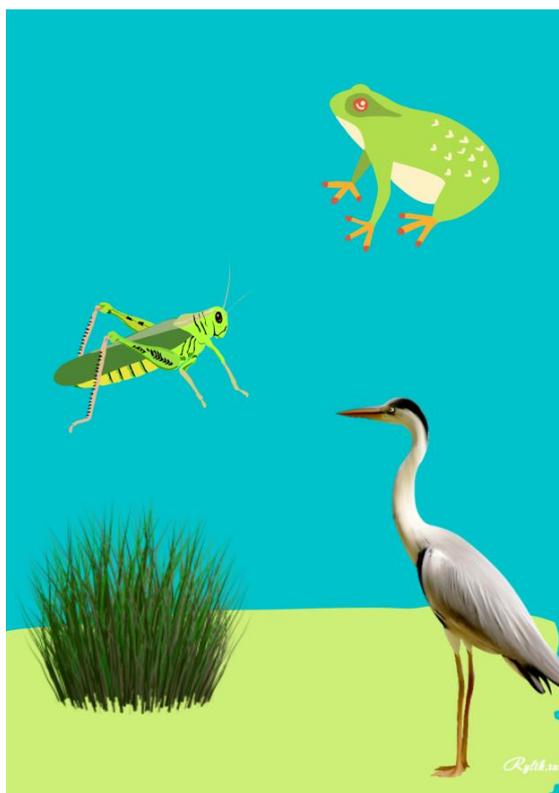
Задание 17. Постройте модель графа .

« При встрече Лёня, Оля , Рита и Паша обменялись приветствиями. Оля с Лёней, Рита с Пашей, Паша с Лёней, Оля с Ритой, Рита с Лёней и Паша с Олей».

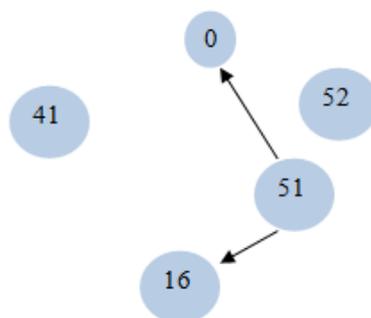
Задание 18. Постройте модель графа.

« На почте работают почтальоны Егор ,Олег и Вова. Они обслуживают участки У1, У2, У3, У4, У5, У6, У7. Известно , что Егор обслуживает участки У3 и У7. Олег обслуживает участки У1, У4, а Вова обслуживает остальные участки».

Задание 19. Составьте цепь питания.



Задание 20. Сравни числа попарно. Изобрази недостающие стрелки.



Задание 21. Апельсин тяжелее киви, но легче яблока. Киви тяжелее черешни. Какой фрукт самый тяжелый?

Задание 22. Решите задачу с помощью граф- модели.

«На школьной ярмарке продавали напитки , выпечку, игрушки и книги. Олеся купила чай и пирожок, Данил купил матрешку и пирожное, Миша купил сказки Пушкина, а Алена купила по одной позиции в каждом отделе? Кто из друзей купил книгу? Чего было больше всего куплено?»

Задание 23. Решите задачу с помощью граф- модели.

«В Татышев- парке можно взять в прокат ролики, велосипед, самокат и лонгборд. Таня взяла в прокат ролики, Влад взял лонгборд, но затем заменил его на самокат, Ира и Катя взяли велосипеды. Какой вид транспорта использовался чаще?»

Задание 24. Ответь на вопрос используя граф-модель.

«Женя дружит с Кириллом,

Кирилл дружит с Таней,

Таня дружит с Женей,

Женя дружит с Вовой.

У кого больше друзей?»

Задание 25. Решите задачу с помощью граф- модели.

«Между городами А,В, С, D , Е построены дороги. Необходимо узнать самый короткий путь из города А до города Е. Передвигаться можно только по дорогам , протяженность которых указана в таблице.»

	А	В	С	D	Е
А					
В	10				
С		12			
D		14	4		
Е				9	

Задание 26. Решите задачу с помощью граф- модели.

«Круизный лайнер совершает кругосветное путешествие. Судно плавает по следующим маршрутам: Сингапур- Пхукет, Пхукет-Гоа, Гоа- Мумбаи,

Мумбаи- Дубай, Дубай-Рим, Рим- Сингапур. Сколько остановок нужно сделать лайнеру , что бы попасть из Сингапура в Мумбаи?»

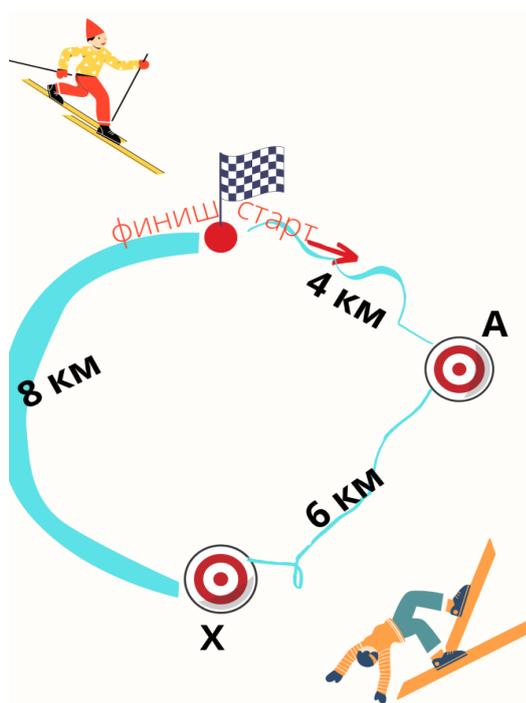
Задание 27. Решите задачу с помощью граф- модели.

«В Новый год собрались все члены семьи : мама, папа, их дети Вика и Олег, а также из деревни приехали бабушка и дедушка. После боя курантов каждый член семьи подарил подарок каждому члену семьи. Сколько всего подарков было подарено?»

Задание 28. Ответь на вопросы используя граф- модель.

Маршрут гонки по биатлону проходит через остановки для стрельбища А и Х. Расстояния между остановками указано на плане.

- А) Каково расстояние от старта до пункта Х?
- Б) Каково расстояние от пункта Х до финиша?
- В) Какова длина всего маршрута?
- Г) На сколько расстояние от пункта Х до старта больше расстояния от пункта Х до финиша?



Задание 29. Решите задачу с помощью граф- модели.

«В кафе «Синнабон» испекли булочки с корицей, шоколадные и с карамелью. Друзья пришли на обед и купили булочки: Витя купил с корицей и карамелью, Даша купила шоколадную, Марина выбрала булочку с корицей, а Леша купил все три вида булочек. Булочек с какой начинкой купили больше всего ?»

Задание 30. Решите задачу с помощью граф- модели.

« Между городами Красноярского края : А, Г, Е, Ж, Н, У есть 6 непересекающихся между собой дорог А и Г, Н и У, Г и Ж, Е и У, Н и Е, Ж и А. Можно ли по этим дорогам проехать из города Г в город У?»