

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования

«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики  
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

**СУЯРКОВА ЕЛЕНА АНДРЕЕВНА**

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

**ФАКУЛЬТАТИВНЫЙ КУРС «ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ  
ВЫРАЖЕНИЙ» ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 9  
КЛАССОВ**

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование  
Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой  
д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина  
« 02.06 » 2021г. Л. Шкерина  
(дата, подпись)

Научный руководитель  
канд. пед. наук, доцент Н.А. Журавлева  
« 02.06 » 2021г. Н.А. Журавлева

Дата защиты 03.07.2021 г.

Обучающийся Суяркова Е.А.

« 02.06 » 2021г. Суяркова Е.А.

Оценка \_\_\_\_\_

Прописью

**Красноярск 2021**

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ.....	8
1.1. Современные тенденции развития отечественного математического образования .....	8
1.2. Линия тождественных преобразований школьного курса математики классов .....	9 13
1.3. Содержание и особенности преобразования рациональных выражений 30	
Вывод по главе 1 .....	33
ГЛАВА 2. ОРГАНИЗАЦИЯ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ФАКУЛЬТАТИВНОГО КУРСА «ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ».....	34
2.1. Комплекс заданий на преобразование рациональных выражений в 9 классе .....	36
2.2. Конспекты занятий факультативного курса «Преобразование рациональных выражений» .....	43
2.3. Результаты опытно-экспериментальной работы.....	52
Выводы по главе 2.....	65
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	66
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	67
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	72

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность.** С формулировками «преобразование выражений», «упрощение выражений», «рациональные приемы счета» учащиеся знакомятся в средней школе. В отличие от других заданий, которые учащиеся решают на протяжении всех лет обучения на уроках математики, задания на преобразования выражений предполагают прямое применение математических методов, как инструмента. То есть данные задания потому и вводятся в рассмотрение в средней школе, чтобы показать, что подходить к изучению предмета надо осознанно, не решать по шаблону, а размышлять и применять математические методы рационально и обдуманно. Заученные правила так и останутся мертвым грузом, если не развить умение решать рационально, закрепив тем самым навык не просто находить решение, а находить его оптимально, выделяя из множества всевозможных.

Распространенной и одной из ведущих проблем современного обучения в школе остается вопрос развития у обучающегося самостоятельности. Самостоятельности мышления, умения без помощи учителя анализировать задачу, решать её, делать соответствующие логические выводы. В последние годы в образовательном сообществе говорят о том, что необходимо школьников готовить не только к государственной итоговой аттестации, но и ежедневно развивать их интеллектуальные способности, тренировать их мыслить продуктивно, качественно и самостоятельно. Только через умение решать нестандартные задачи, умение обходиться без наводящих вопросов учителя возможно, полноценно развить личность учащегося и вывести образование на новый уровень развития. Но все это начинается, как и сама математика, с числа. Именно обучение учащихся не просто считать, а делать это удобным способом, не сразу браться за задания, а поразмыслив над ним, выбрать эффективный способ решения, может привести к вышеперечисленным результатам и повысить уровень математической культуры школьника.

Начиная с младшей школы, авторы учебников, учебно-методических комплексов стараются разнообразить задания основного материала, вводя в него упражнения, содержащие элементы рационального счета. Во всех учебниках математики, рекомендованных Федеральным государственным образовательным стандартам, показываются приемы вычислений, рассчитанные на упрощение и преобразование выражений, на умение не просто высчитать в столбик, а найти оптимальный способ получить результат. Именно такой подход к вычислениям позволяет развить умение видеть красоту математики не только в ее количественных соотношениях, но и в умении находить закономерности и логические связки в выборе метода решения.

На протяжении нескольких лет большое внимание уделяется олимпиадному движению школьников, кружковой работе, внеурочной деятельности учащихся, работе с одаренными детьми. Но целью должно стать не обучение отдельной категории учащихся особым видам задач, а систематическое обучение всех школьников умению мыслить продуктивно, понимать задачу, как средство своего интеллектуального развития и способа развить настойчивость, трудолюбие. И это должно быть доступно каждому ребенку без исключения. Следовательно, обучение школьников на всех ступенях изучения математики приемам рационального счета может способствовать их развитию как культурному, так и интеллектуальному, что само по себе и является вопросом актуальным и требует детального рассмотрения в учительском сообществе.

Создание факультативного курса обусловлено тем, что оно поможет устранить **противоречия**:

- между требованиями программы по математике и потребностями обучающихся в дополнительном материале и использовании полученных знаний на практике.

Необходимость разрешения отмеченного противоречия и определяет **проблему исследования**, заключающуюся в поиске результативных

методических решений по подготовке обучающихся к преобразованию рациональных выражений в условиях факультатива.

Актуальность обозначенной проблемы позволили определить тему исследования: «Факультативный курс «Преобразование рациональных выражений» по математике для обучающихся 9 классов».

**Объектом исследования** является процесс обучения учащихся 9 классов по математике

**Предметом исследования** изучение приемов преобразования рациональных выражений на факультативных занятиях по математике.

**Целью исследования** разработать и апробировать факультативный курс «Преобразований рациональных выражений» для учащихся 9 классов.

**Гипотеза:** если в процессе проведения факультатива «Преобразование рациональных выражений» использовать комплекс заданий, то это будет способствовать формированию вычислительных приемов, которые являются основой для формирования математической культуры и успешного обучения школьника.

В связи с поставленной целью в данной работе был выделен круг **задач:**

1. Изучить современные тенденции развития отечественного математического образования с целью определения необходимости и актуальности при обучении математики приемов рационального счета.
2. Проанализировать содержание и особенности преобразований рациональных выражений в школьном курсе математики 9 классов.
3. Разработать комплекс заданий для факультативного курса «Преобразование рациональных выражений».
4. Разработать несколько занятий факультативного курса «Преобразование рациональных выражений» и провести опытно-экспертную работу по их апробации.

В данной работе были использованы следующие **методы исследования:**

1. Анализ учебной литературы
2. Изучение научно-методической литературы по проблеме исследования
3. Сравнение данных
4. Сопоставление и анализ результатов

**Методологическая и теоретическая основа исследования.** При написании данной работы были использованы учебники математики, рекомендованные Министерством просвещения Российской Федерации и входящие в федеральный перечень учебников; методические рекомендации к учебникам выбранных авторов; дидактические материалы к учебникам; сборники рабочих программ по алгебре для 9 класса общеобразовательных учреждений.

#### **База и выборка исследования.**

Источники для исследования, использование в данной работе:

- теоретическая база (учебники, педагогическая литература)- позволили автору ответить на вопросы, о чём вообще тема, в чём её объект и предмет, составить гипотезу исследования;
- методическая база (УМК, методические рекомендации учителям, сборники рабочих программ) – помогли автору ответить на вопрос, какими действиями (методами) можно выполнить исследование во всех его частях;
- нормативная база (Федеральные Законы, Примерная основная образовательная программа основного общего образования), которые помогли ответить на вопрос, каким законодательством регулируется тема исследования.

#### **Практическая значимость исследования**

Данное исследование позволит проанализировать и обобщить информацию о преобразованиях рациональных выражений в школьном курсе математики 9 класса, выделить основные темы данной линии среди аналогичных тем, изучаемых ранее.

## **Описание структуры ВКР**

Работа состоит из введения, основной части, в которую входят две главы с разделами: теоретических сведений по изучаемой теме и практических результатов, куда так же входят результаты опытно-экспериментальной работы, заключения и списка использованных источников.

Ко всем главам и разделам есть краткие выводы.

# ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

## 1.1. Современные тенденции развития отечественного математического образования

Образование продолжает оставаться одним из самых важных аспектов человеческой деятельности, важнейшим социальным институтом. Оно быстрее всех реагирует на изменения, которые происходят в обществе. На сегодняшний день среди таких основных изменений является изменение самого характера профессиональной деятельности, высокая скорость обмена информацией и ее всевозрастающие объемы, новые требования к знаниям и умениям, к тому, что может делать человек и, что не маловажно, как он способен быстро реагировать на стремительно меняющийся мир.

Сегодня от деятельности человека все больше требуется творческой и инновационной активности, практически направленного результата. Практически повсеместно- как в центральных регионах, так и в отдаленных городах нашего государства становится нормой жизни умение существовать в изменяющихся условиях, что ставит перед человеком задачу- уметь решать постоянно возникающие нестандартные вопросы; быстро реагировать и находить решения в конфликтных ситуациях; иметь навыки коммуникативного взаимодействия; быстро ориентироваться в той или иной ситуации; обладать аналитическим и критическим мышлением. То есть, можно подытожить, что характерным признаком нашего времени является повышенная профессиональная мобильность и постоянная активная позиция в общественной жизни каждого индивидуума. Современному человеку, как никогда ранее, в течение всей жизни приходится, возможно, неоднократно менять сферу занятости, иметь широкий круг интересов, осваивать новые профессии и постоянно самообразовываться [37].

Так же необходимо сказать, что современное общество, поэтому и называют информационным, что на первый план сегодня выходит умение работать с информацией. Это то новое, главное умение, которое открывает

для человека уникальные возможности в различных отраслях профессиональной деятельности, в том числе и в сфере образования.

Кроме того, жизнь каждого из нас не так давно поменялась в сторону дистанционного образования и поэтому сегодня, как никогда ранее, растет потребность в правильно организованных дистанционных занятиях. Для того чтобы учителю организовать такие занятия, недостаточно уже знать устройство персонального компьютера, иметь базовые навыки работы с ним или выбирать использовать или нет средства информационных и коммуникационных технологий на уроке. Выбор один – учитывать и активно применять современные направления развития техники и информационных технологий. Сейчас, как никогда ранее, многие методические инновации в образовании связаны с применением интерактивных методов обучения.

Сегодня учитель не может ограничиваться только теми знаниями, которые он получил в процессе профессиональной подготовки или на курсах повышения квалификации. Этим стационарным знаниям ему не хватит. Только постоянное самообразование, поиск единомышленников и обмен опытом, желание овладеть новыми умениями и навыками. Это касается не только учительской профессии, но и отражает общий подход современного человека к образованию.

Обратимся к школьному образованию. Если говорить об общем образовании, то именно в нем закладывается тот фундамент, на основе которого будет строиться дальнейшее образование человека. Что можно сказать об основе общего образования и его основных критериях? Какие условия повышения эффективности учебного процесса и улучшения качества знаний учащихся преобладают в современном мире? Перечислим некоторые из них:

- Содержание общего образования должно строиться на базе фундаментальных научных знаний, которые формируют у человека представления об общих закономерностях окружающего мира.

- Установление и реализация межпредметных связей в процессе преподавания учебных предметов.
- Такая подготовка школьника в школе, при которой показана и постоянно используется тесная связь между предметами, необходимая для понимания принципов устройства и использования современной техники, восприятия научных технических понятий и идей.
- Развитие логического мышления учащихся, что способствует усвоению предметов гуманитарного цикла.
- Практические умения и навыки математического характера необходимы для трудовой и профессиональной подготовки школьников.
- Обучение ученика самостоятельно добывать знания, перерабатывать их и применять для решения задач, возникающих в жизни.
- Развитие способностей человека успешно действовать в различных жизненных и профессиональных ситуациях.

Все вышеперечисленные и другие идеи заложены в виде требований к освоению программ общего среднего образования Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования (ФГОС ОО).

Нужно заметить, что определение новых целей и задач общего образования в России, представленных в ФГОС ОО [31], исходит, с одной стороны, из тех изменений, которые происходят в российском обществе, но, с другой стороны, из таких процессов, которые происходят в системах образования других стран.

Что касается математического образования в основной и старшей школе, то основными его задачами является формирование общих представлений о математике как существенной части культуры современного общества, роли математических знаний в деятельности человека этого общества. Математика является языком науки и техники. С её помощью моделируются и изучаются явления и процессы, происходящие в природе.

Кроме того, формирование системы предметных знаний, овладение языком математики и приобретение опыта использования математических знаний, в том числе при решении задач практического характера, рассматриваются как основные предметные результаты образования в области математики.

Перспективы дальнейшего развития системы образования России могут состоять в нижеследующем:

- В основной школе- главная цель состоит в овладении различными стратегиями учебной деятельности в процессе изучения математики и показе возможностей применения математики в разных областях.
- В старшей школе - овладение предметным содержанием как базой для продолжения образования по соответствующим специальностям.

Достижение главной цели математического образования в основной школе меняет акценты в организации процесса обучения математике на этой ступени. Особое внимание должно быть уделено овладению учащимися самостоятельной учебно-познавательной деятельностью. Для этого необходимо включать учащихся в разнообразные виды учебно-познавательной деятельности для решения интересных для них задач, которые имеют практическую или личностную значимость.

Важно отметить, что в современной системе образования Российской Федерации появляются, развиваются и постоянно реализовываются различные педагогические теории обучения. Большое влияние оказывает на педагогическую практику направление нетрадиционного обучения, среди которого выделяется проблемное обучение.

Теория проблемного обучения появилась в педагогической практике не так давно. В ее основе лежит задача (проблема), которую учащимся предлагается решить, проанализировать учебный материал и самостоятельно извлечь новую информацию. Если коротко охарактеризовать принцип проблемного обучения, то о нём можно сказать словами Конфуция: «Скажи мне- и я забуду, научи – и я запомню, вовлеки меня – и я научусь». Целью

проблемного обучения ставиться не столько предложить учащимся готовые знания, сколько научить их эти знания добывать самостоятельно и осознанно, понимая, что знания - это не просто порции информации, а постоянный творческий процесс [36].

Не смотря на то, что на сегодняшний момент проблемная технология обучения признается Министерством просвещения Российской Федерации как современная и ведущая, но на деле существуют сложности в организации проблемного обучения - начиная от организации урока заканчивая подготовкой кадров и подбором УМК, которые могли бы облегчить учителю подготовку материалов уроков.

Чтобы использовать новые технологии в обучении математике в школе и следовать тенденциям развития математического образования, необходимо построить такую цепочку взаимодействия учителя и ученика на уроке, при которой учитель будет четко видеть и сможет показать учащимся связь каждой темы с предыдущей, сможет уделить на уроке внимание реальной практической жизни. Когда темы и раздела курса математике в школе будут рассматриваться учащимися не как набор разрозненных фактов, а как целостная картина мира, вот тогда обучении математике и дальнейшее развитие отечественного математического образования будет стабильно и может выйти на качественно новый уровень развития.

Поэтому автор данной работы попытается рассмотреть тождественные преобразования рациональных выражений именно с позиции всего вышеперечисленного; подготовить необходимую теоретическую базу по данной теме и попытаться показать в традиционной форме и в виде проблемного урока (постановки задачи ученикам и ее совместного решения) в рамках факультативного времени, какие преобразования выражений существуют в школьной программе выпускного девятого класса, и как их эффективно выполнять.

Для начала рассмотрим линию тождественных преобразований в школьном курсе математики 9 классов.

## **1.2. Линия тождественных преобразований школьного курса математики 9 классов**

В федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования [31] отмечается, что учащиеся должны уметь:

1) владеть символьным языком алгебры, приёмами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств; умения моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат;

9) развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, компьютера, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах;

12) развитие алгоритмического мышления, необходимого для профессиональной деятельности в современном обществе; развитие умений составить и записать алгоритм для конкретного исполнителя; формирование знаний об алгоритмических конструкциях, логических значениях и операциях; знакомство с одним из языков программирования и основными алгоритмическими структурами - линейной, условной и циклической;

Все перечисленные умения автор попытается увязать при создании комплекса упражнений для конспектов занятий факультативного курса «Преобразование рациональных выражений».

Согласно Примерной программы среднего общего образования по предмету «Математика: алгебра и начала математического анализа» [33] учащийся 7-9 классов **научится:**

**Выполнять тождественные преобразования:**

- Выполнять несложные преобразования для вычисления значений числовых выражений, содержащих степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем;

- выполнять несложные преобразования целых выражений: раскрывать скобки, приводить подобные слагаемые;
- использовать формулы сокращенного умножения (квадрат суммы, квадрат разности, разность квадратов) для упрощения вычислений значений выражений;
- выполнять несложные преобразования дробно-линейных выражений и выражений с квадратными корнями.

### **В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

- понимать смысл записи числа в стандартном виде;
- оперировать на базовом уровне понятием «стандартная запись числа».

А так же учащийся получит **возможность научиться** в 7-9 классах для обеспечения возможности успешного продолжения образования на базовом и углубленном уровнях

### **Тождественные преобразования:**

- Оперировать понятиями степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем;
- выполнять преобразования целых выражений: действия с одночленами (сложение, вычитание, умножение), действия с многочленами (сложение, вычитание, умножение);
- выполнять разложение многочленов на множители одним из способов: вынесение за скобку, группировка, использование формул сокращенного умножения;
- выделять квадрат суммы и разности одночленов;
- раскладывать на множители квадратный трехчлен;
- выполнять преобразования выражений, содержащих степени с целыми отрицательными показателями, переходить от записи в виде степени с целым отрицательным показателем к записи в виде дроби;
- выполнять преобразования дробно-рациональных выражений: сокращение дробей, приведение алгебраических дробей к общему

знаменателю, сложение, умножение, деление алгебраических дробей, возведение алгебраической дроби в натуральную и целую отрицательную степень;

- выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни;
- выделять квадрат суммы или разности двучлена в выражениях, содержащих квадратные корни;
- выполнять преобразования выражений, содержащих модуль.

### **В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

- выполнять преобразования и действия с числами, записанными в стандартном виде;
- выполнять преобразования алгебраических выражений при решении задач других учебных предметов.

В соответствии с Законом «Об образовании» в РФ (ст. 12 п. 7) организации, осуществляющие образовательную деятельность, реализуют эти требования в образовательном процессе с учётом примерной основной образовательной программы, как на основе учебно-методических комплектов соответствующего уровня, входящих в Федеральный перечень Министерства образования и науки РФ, так и с возможным использованием иных источников учебной информации (учебно-методические пособия, образовательные порталы и сайты и др.) [30]

Для анализа структуры изучения данной темы и ее соответствию выше изложенным критериям, были рассмотрены три УМК, входящие в федеральный перечень учебников. Рассмотрены примерные рабочие программы **базового уровня** изучения «Алгебры», в которых раскрываются темы, связанные с преобразованием рациональных выражений с целью последующего сравнения программ и учебников.

По результатам сравнения программа была составлена таблица «Сравнительная характеристика фрагментов примерных программ». В ней собраны сведения об авторах УМК, а так же приведена схема изучения

соответствующих разделов и тем, с указанием количества часов, выделяемых на каждую тему, количеством письменных работ по теме. Дано полное перечисление названий тем, а так же приведены основные виды деятельности ученика (на уровне учебных действий).

С целью анализа подачи данной темы в учебниках математики старшей школы, были рассмотрены и проанализированы материал трех учебников, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендованных для общеобразовательных организаций.

Для исследования были выбраны следующие учебники:

1. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин Н.М. Алгебра, 9 класс, учебник для общеобразовательных организаций/ С.М.Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, Н.М.Шевкин.- М., Просвещение, 2017. –265 с.[6]
2. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б. Алгебра, 9 класс, учебник для общеобразовательных организаций авторы/ Ю. Н. Макарычев, Н.Г.Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова.- М., Просвещение, 2017. -387 с.[7]
3. Колягин Ю.М., Ткачёва М.В., Фёдорова Н.Е.. Алгебра, 9 класс, учебник для общеобразовательных организаций/Ю.М.Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова.- М., Просвещение, 2014. -304 с.[8].

Теперь перейдем к сравнению материала в учебниках по заданным темам, а также их соответствию примерной рабочей программой основного общего образования (далее, Программа). Сравнение и анализ будем проводить по следующим критериям:

**1. Содержание обучения:**

- Перечень тем (разделов, пунктов), представленных в учебниках

**2. Схема изучения темы (план изучения темы)**

**3. Требования к математической подготовке (примеры заданий, реализующих требования, представленные в Программе, в**

частности, наличие заданий из повседневной жизни и необходимых при изучении других учебных предметов, а так же предусмотрено ли развитие алгоритмического мышления, необходимого для профессиональной деятельности в современном обществе).

#### **4. Уровень доказательности теоретического материала:**

- Наличие строгих определений, наличие наглядных иллюстраций
- Наличие строгих доказательств или правдоподобных объяснений
- Наличие решенных заданий для закрепления нового материала

#### **5. Система закрепления учебного материала:**

- Наличие упражнений на прямое закрепление, наличие наглядных иллюстраций
- Уровень сложности упражнений: прямое применение теоретического материала или требования перестройки известного алгоритма
- Перечень типов задач на закрепление

Все учебники базового уровня, 9 класс. Результаты сравнения представлены ниже:

- 1) Авторы УМК                      Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И.,  
Суворова С.Б.[]

#### **Содержание обучения**

Перечень (разделов, представленных в учебниках)	тем (пунктов), в	1) Квадратный трехчлен (Глава 1. Раздел 2)
		▪ Квадратный трехчлен и его корни- п.3
		▪ Разложение квадратного трехчлена на множители- п.4
		2) Построение графика квадратичной функции

(выделение квадрата двучлена из трёхчлена)

Раздел 3, п.7 )

3) Корень n-ой степени (Раздел 4, п.9)

4) Степень с рациональным показателем  
(Раздел 4, п.11)

Все темы изучаются в рамках раздела «Квадратичная функция». В данном разделе закладывается фундамент для изучения свойств квадратичной функции. Вводится понятие «квадратный трёхчлен». Учащиеся знакомятся с таким преобразованием, как выделение квадрата двучлена из квадратного трёхчлена. Доказывается теорема о разложении квадратного трёхчлена  $ax^2 + bx + c$ , имеющего корни  $x_1$  и  $x_2$ , на множители  $a(x-x_1)(x-x_2)$ . Учащиеся выполняют различные задания, в которых эта теорема находит применение, в частности задания на сокращение дробей.

В пункте 9 «Корень n-й степени» учащиеся знакомятся с обозначением  $\sqrt[n]{a}$ . Они узнают, что при нечётном n выражение  $\sqrt[n]{a}$  имеет смысл при любом значении a, а при чётном n это выражение имеет смысл лишь при  $a \geq 0$ .

В главе I представлен ещё один дополнительный пункт-«Степень с рациональным показателем». Некоторое представление о степени с дробным показателем учащиеся получили при ознакомлении с приёмом вычисления корней

n-й степени с помощью калькулятора. Теперь эти сведения систематизируются и дополняются. Разъясняется, какой смысл имеет выражение  $a^{\frac{m}{n}}$  где a- положительное число,  $\frac{m}{n}$ -дробное число.

Номер главы,	с	Глава 1.
которой начинается	8 часов	
изучение данной темы	Контрольная работа -2	
Количество часов,	Полное соответствие темам	Примерной рабочей
отведенных на	программы	
изучение		
Количество		
предусмотренных		
письменных работ		
<b>Схема изучения темы</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Квадратный трёхчлен; разложение квадратного трёхчлена на множители.</li> <li>▪ Степень с рациональным показателем и её свойства.</li> <li>▪ Квадратные корни. Свойства арифметических квадратных корней и их применение к преобразованию числовых выражений и вычислениям.</li> </ul>	

### Требования к математической подготовке

Наличие заданий из Имеются задачи практического содержания повседневной жизни и (например, задача № 71 про полет выпущенной из необходимых при лука стрелы) изучении других При изучении пункта 9 расширяются учебных предметов представления учащихся о возможностях использования калькулятора

Наличие заданий на при выполнении вычислений.  
 развитие Присутствуют практические задания на развитие  
 алгоритмического алгоритмического мышления в виде заданий на  
 мышления написание программ вычисления корня  $n$ -ой  
 степени на калькуляторе.  
 Формируются свойства степеней с  
 рациональными показателями и приводятся  
 примеры применения этих свойств.

### Уровень доказательности теоретического материала

Наличие строгих При доказательстве теоремы о разложении  
 определений, наличие квадратного трехчлена на множители  
 наглядных напоминается учащимся формулировка теоремы  
 иллюстраций Виета. Доказывается, что если квадратный  
 трёхчлен не имеет корней, то его нельзя разложить  
 на множители, являющиеся многочленами первой  
 степени. На этом примере учащиеся встречаются с  
 таким приёмом доказательства, как рассуждение от  
 противного. Применение доказанной в данном  
 пункте теоремы иллюстрируется в авторских  
 примерах 1-3.Используется связь с предыдущей  
 темой, при изучении каждой темы приводятся  
 определения, свойства степеней с их  
 доказательством, изложение материала опирается  
 на графические интерпретации, затем идут  
 разобранные примеры в каждом параграфе  
 учебника.  
 В пункт 11 включены некоторые упражнения на  
 преобразование выражений, содержащих степени с  
 рациональными показателями.

## Система закрепления учебного материала

Наличие упражнений на закрепление, наглядных иллюстраций	Учащиеся выполняют различные задания на прямое разложение квадратных трёхчленов на множители и использование этого преобразования для сокращения дробей.
Уровень сложности упражнений: прямое применение теоретического материала или требования перестройки известного алгоритма	Учащиеся овладевают умением выполнять несложные задания на нахождение значений корней $n$ -й степени, указывать два последовательных целых числа, между которыми заключено значение выражения вида $\sqrt[n]{a}$ при заданных значениях $n$ и $a$ , учатся находить в несложных случаях значение выражения $\sqrt[n]{a}$ с помощью калькулятора.
Перечень типов задач на закрепление	Материал пункта 11 («Степень с рациональным показателем») может быть рекомендован учащимся, интересующимся математикой, для самостоятельного изучения.[25]
Авторы УМК	Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин Н.М.

## Содержание обучения

Перечень тем (разделов, пунктов), представленных в учебниках	1) Корень степени $n$ (Глава 2, Раздел 5) <ul style="list-style-type: none"><li>▪ Понятие корня степени <math>n</math>- п.1</li><li>▪ Корни чётной и нечётной степеней- п.2</li><li>▪ Арифметический корень- п.3</li><li>▪ Свойства корней степени <math>n</math>- п.4</li><li>▪ Корень степени <math>n</math> из натурального числа - п.6</li></ul>
--	--

- Иррациональные уравнения- п.7

2) Дополнения к главе 2

- Понятие степени с рациональным показателем
- Свойства степени с рациональным показателем

Все темы изучаются в рамках раздела «Степень числа»

В пункте 7 вводится понятие иррационального уравнения и напоминается понятие уравнения-следствия, на конкретных примерах показывается решение иррациональных уравнений переходом к уравнению-следствию, объясняется, что если при решении уравнения был выполнен переход к его следствию, то требуется проверить, все ли корни уравнения-следствия являются корнями исходного уравнения. Этот метод уже был рассмотрен в 8 классе в других ситуациях.[18]

Номер главы,	с	Глава 2.
которой начинается	21 час	
изучение данной темы	Контрольная работа -1	
Количество часов,	Полное соответствие темам	Примерной рабочей
отведенных на	программы	
изучение		
Количество		
предусмотренных		
письменных работ		
<b>Схема изучения темы</b>	▪	Свойства функции $y = x^n$ с иллюстрацией их на графике.

- Определение корня степени  $n$  из числа
- Определение знака  $\sqrt[n]{\phantom{x}}$   
-корня степени  $n$  из числа
- Свойства корней для решения задач.
- Нахождение значения корней, используя таблицы, калькулятор.
- Доказательство иррациональности корней в несложных случаях.

### **Требования к математической подготовке**

Наличие заданий из Задачи с практическим содержанием представлены повседневной жизни и мало. В основном это только историческая справка необходимых при в конце изучаемого раздела. В ней излагается изучении других история изучения корней и степени с учебных предметов рациональным показателем. Данный материал, по замыслу авторов учебника, способствует

Наличие заданий на формирование ответственного отношения к развитию учению, готовности и способности алгоритмического учащихся к саморазвитию и самообразованию на мышления основе мотивации к обучению и познанию, выбору дальнейшего образования на базе ориентировки в мире профессиональных предпочтений, осознанному построению индивидуальной образовательной траектории с учётом устойчивых познавательных интересов.

При изучении пункта 5.6.\* расширяются представления учащихся о возможностях использования калькулятора при выполнении вычислений.

Присутствуют практические задания на развитие

алгоритмического мышления в виде заданий на написание программ вычисления корня  $n$ -ой степени на калькуляторе.

Формируются свойства степеней с рациональными показателями и приводятся примеры применения этих свойств.

### **Уровень доказательности теоретического материала**

Наличие строгих определений, наглядных иллюстраций	Главный методический принцип, положенный в основу изложения теоретического материала, заключается в том, что ученик за один раз должен преодолевать не более одной трудности. Поэтому каждое новое понятие формируется, каждое новое умение отрабатывается сначала в чистом виде, затем трудности совмещаются, что позволяет учащимся контролировать процесс и результат учебной деятельности.
Наличие строгих доказательств или правдоподобных объяснений	В пункте 5.1 приводится словесное определение корня степени $n$ ( $n \in \mathbb{N}$ , $n \geq 2$ ) из числа. С помощью определения вычисляются корни степени $n$ из некоторых чисел. Эти примеры показывают, что надо рассматривать два случая: $n$ — чётное число и $n$ — нечётное число. Из приведённых примеров, получается вывод, который в следующем пункте доказывается графическим методом.
Наличие решенных заданий для закрепления нового материала	Графические интерпретации теоретического материала скудные. Наглядные иллюстрации практически отсутствуют [21].

### **Система закрепления учебного материала**

<p>Наличие упражнений на прямое закрепление, наличие наглядных иллюстраций</p> <p>Уровень сложности упражнений: прямое применение теоретического материала или требования перестройки известного алгоритма</p> <p>Перечень типов задач на закрепление</p>	<p>Структура учебника организована таким образом, что сначала идут задания для повторения. Затем задания на закрепление и есть задания на доказательство.</p> <p>Аналогично теоретическому принципу, выстроена и система упражнений. Сложность заданий в каждом пункте нарастает линейно: учитель определяет сам, на какой ступеньке лестницы сложности он может остановиться со своим классом или с конкретным учеником. Одна из особенностей системы упражнений в учебниках заключается в том, что для каждого нового действия или приёма решения в учебниках имеется достаточное число упражнений, которые не перебиваются упражнениями на другие темы.</p>
---	--

Авторы УМК

Колягин Ю.М., Ткачёва М.В., Фёдорова Н.Е.

### Содержание обучения

<p>Перечень (разделов, представленных в учебниках)</p>	<p>тем (пунктов), в</p>	<p>1) Степень с рациональным показателем</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Степень с целым показателем - п.1</li> <li>▪ Арифметический корень натуральной степени - п.2</li> <li>▪ Свойства арифметического корня - п.3</li> <li>▪ Степень с рациональным показателем - п.4</li> <li>▪ Возведение в степень числового неравенства - п.5</li> </ul>
--	-------------------------	---

В этой главе постепенно расширяется понятие арифметического корня - от квадратного до корня

любой натуральной степени, а также расширяется понятие степени числа - от степени с натуральным показателем до степени с действительным показателем.

Понятия степеней с рациональным и иррациональным показателями вводятся лишь ознакомительно. Более подробное изучение этих понятий учащимся предстоит в старших классах.

Аналогично с арифметическим корнем  $n$ -й степени учащихся знакомят только для того, чтобы можно было ввести понятие степени с рациональным показателем и далее аргументировано говорить о степенной функции. Более детальное изучение темы, обучение преобразованиям выражений, содержащих корни  $n$ -й степени, относится к курсу математики старших классов.

Номер главы, с которой начинается изучение данной темы	с Глава 2. 16 часов Контрольная работа -1
Количество отведенных часов, на изучение	Полное соответствие темам Примерной рабочей программы
Количество предусмотренных письменных работ	
<b>Схема изучения темы</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Сравнение и упорядочивание степени с целыми иррациональными показателями.</li><li>▪ Выполнение вычислений с рациональными</li></ul>

числами

- Вычисление значения степеней с целым показателем.
- Определение арифметического корня натуральной степени из числа.
- Вычисление приближённого значения корней, используя при необходимости калькулятор
- Оценка корней.
- Свойства арифметического корня для преобразования выражений.
- Определение корня третьей степени.
- Нахождение значения кубических корней, при необходимости используя калькулятор.
- Исследование свойства кубического корня, проводя числовые эксперименты с использованием калькулятора, компьютера.
- Сравнение степени с разными основаниями и равными показателями.

### **Требования к математической подготовке**

Наличие заданий из В учебнике имеются практические и прикладные повседневной жизни и задачи, а также имеется материал для написания и необходимых при представления исследовательских работ по теме. изучении других Рассмотрение логарифмов числа проводится в учебных предметов ознакомительном плане; показывается, что с помощью калькулятора можно приближённо

Наличие заданий на находить десятичный логарифм числа  $b > 0$ , т. е. развитие корень уравнения  $10^x = b$

алгоритмического

мышления

### Уровень доказательности теоретического материала

Наличие строгих определений, наличие наглядных иллюстраций

Стоит отметить своеобразную структуру данного учебника. Она отличается от структуры ранее рассмотренных учебников авторов Макарычева Ю.Н. и Никольского С.М. Текст каждого

параграфа сопровождается:

Наличие строгих доказательств или правдоподобных объяснений

-краткой формулировкой предметных, метапредметных и личностных целей изучения материала параграфа;

Наличие решенных заданий для закрепления нового материала

- перечнем понятий и умений, необходимых для успешного овладения новым содержанием

- развивающими, историческими, занимательными диалогами и беседами;

-системой устных вопросов и заданий, позволяющих проверить усвоение теоретического материала;

-вводными упражнениями, которые учитель может включить в устную работу в начале уроков по теме;

-трёхуровневой системой упражнений.

Степень с иррациональным показателем поясняется на конкретном примере, так как строгое её определение не предусмотрено школьной программой.

Подчеркивается лишь, что степень с иррациональным показателем и положительным основанием обладает всеми основными

свойствами степени [17].

### Система закрепления учебного материала

Наличие упражнений на прямое закрепление, наличие наглядных иллюстраций

Для проведения уроков обобщения, предшествующих выполнению контрольных работ, имеются рубрики *В этой главе вы узнали, Устные вопросы и задания, Проверь себя!*

Уровень сложности упражнений: прямое применений теоретического материала или требования перестройки известного алгоритма

Перечень типов задач на закрепление

Как видно из анализа учебного материал, в учебниках 9 класса тема «Преобразования рациональных выражений» представлена в основном темами «Корень  $n$ -ой степени» и «Степень с рациональным показателем». В параграфах всех учебников рассматриваются свойства корня  $n$ -ой степени и степени с рациональным показателем и преобразования с их использованием. Наиболее полный и не обремененный строгими доказательными выкладками (которые предусмотрены для изучения в старших классах) является материал учебника авторов Колягина Ю.М., Ткачёвой М.В., Фёдоровой Н.Е.[23], учебник же автора Никольского С.М. содержит мало наглядного материала и много теоретических выкладок, что усложняет понимание изучаемого материала на базовом уровне.

### **1.3. Содержание и особенности преобразования рациональных выражений**

Курс алгебры 7-9 классов нацелен в основном на выполнение несложных преобразований для вычисления значений числовых выражений, содержащих степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем. Так же эффективные приемы вычислений могут быть применены для преобразования целых выражений: раскрытия скобок, приведения подобных слагаемых. В 7 классе учащиеся учатся использовать формулы сокращенного умножения (квадрат суммы, квадрат разности, разность квадратов) для упрощения вычислений значений выражений.

В 8-9 классах смогут выполнять несложные преобразования дробно-линейных выражений и выражений с квадратными корнями, выделять квадрат суммы или разности двучлена в выражениях, содержащих квадратные корни, выполнять преобразования выражений, содержащих модуль.

В отличие от предыдущих классов обучения, применение приемов рационального вычисления в 7-9 классах носит подготовительный характер. То есть, если раньше, умение применять свойства действий над числами и прочие вычисления, способствовало более эффективной и комфортной работе с числами, то в рамках курса алгебры, владение вышеперечисленными навыками способствует умению решать сложные уравнения и неравенства, а так же их системы (сводить их к простейшим путем равносильных преобразований), составлять математические модели текстовых задач, доказательстве тождеств и т.п.

Но как в предыдущих классах, применение рациональных приемов вычисления все так же нацелено на привитие культуры вычислений, пониманию, что математика логична и последовательна и прежде чем приступать к решению, необходимо проанализировать решение и подобрать оптимальный путь ее решения.

Приведем название разделов школьного курса математики 9 класса, в которых рассматривается содержание и особенности преобразований рациональных выражений. Для этого выделим некоторые критерии:

1. Название раздела
2. Краткое содержание изучаемой темы
3. Особенности изучения темы
4. Предметные цели обучения

Как уже было сказано выше, преобразования в 9 классе представлены двумя основными темами, поэтому рассмотрим каждую из них по отдельности.

### **1. Степень рациональным показателем**

2. Расширяется понятие степени числа -от степени с натуральным показателем до степени с действительным показателем. Понятия степеней с рациональным и иррациональным показателями вводятся лишь ознакомительное. Более подробное изучение этих понятий учащимся предстоит в старших классах.

3. Расширение понятий о степени осуществляется таким образом, чтобы сохранились их основные свойства. Это позволяет производить преобразования по уже известным правилам. Вводится степень с целым показателем через равенство  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ , где  $n$ - натуральное число. Все это позволяет распространить известные свойства с натуральным показателем на степень с целым показателем. Далее, еще более расширяется круг преобразований введение формулы  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ , где  $a > 0$ ,  $m$ -целое число,  $n$ -натуральное число,  $n \geq 2$ .

Предполагается, что в соответствии с требованиями стандарта применение свойств степени с рациональным показателем не является обязательным для всех учащихся (даже в простейших случаях). Степень с иррациональным показателем поясняется на конкретном примере, так как строгое её определение не

предусмотрено школьной программой. Важно только подчеркнуть, что степень с иррациональным показателем и положительным основанием обладает всеми основными свойствами степени.

4.

- расширение понятия степени, обобщение и систематизация свойств степени;
- формирование умений выполнять устные, письменные, инструментальные вычисления значений степеней с целым показателем, корней третьей степени с применением соответствующих свойств;
- развитие умений выполнять преобразования выражений, применяя свойства.

### **1. Арифметический корень натуральной степени**

2. Ознакомление учащихся с понятием арифметического корня натуральной степени и его свойствами.

3. Вообще с арифметическим корнем  $n$ -й степени учащихся знакомят в 9 классе только для того, чтобы можно было ввести понятие степени с рациональным показателем и далее аргументировано говорить о степенной функции. Более детальное изучение темы, обучение преобразованиям выражений, содержащих корни  $n$ -й степени, относится к курсу математики старших классов. Поэтому на изучение данной темы не отводится много часов и изучение в основном проходит по схеме: ознакомление с теоретическим материалом, разбор традиционных заданий (представленных в учебнике или в дидактических материалах), рассмотрение доказательств свойств и затем выполняются упражнения из учебника, а задания на применение свойств корня натуральной степени для преобразований и вычислений рассматривается в основном на примерах корней третьей и четвёртой степеней, это же относится и к приближённому вычислению корней с помощью калькулятора.

4.

- развитие понятия корня  $n$ - степени;
- формирование умений выполнять устные, письменные, инструментальные вычисления значений выражений, использующих корни  $n$ -ой степени с применением соответствующих свойств;
- развитие умений выполнять преобразования выражений, применяя свойства.

### **Вывод по главе 1**

Итак, в данной главе были рассмотрены основные документы, регламентирующие уровень подготовки выпускников школ и какими базовыми навыками должны они обладать, чтобы хорошо ориентироваться в окружающем быстроизменяющемся мире, быть успешными в профессиональной деятельности и иметь достаточно высокий уровень математической культуры, необходимый для дальнейшей жизнедеятельности. Согласно обозначенным выделенным требованиям данных рекомендаций, были проанализированы основные приемы вычислений в 9 классе, где подавляющее большинство преобразований приходится на выполнение несложных преобразований для вычисления значений числовых выражений, содержащих степени с натуральным показателем, степени с целым отрицательным показателем, несложные преобразования дробно-линейных выражений и выражений с квадратными корнями.

На основе выделенных в данной главе приемов вычислений в следующей главе будут показаны возможности организации учебного процесса по преобразованию рациональных выражений. Будет составлен комплекс заданий трех уровней и приведены примеры занятий по проведению уроков по исследуемой теме.

## **ГЛАВА 2. ОРГАНИЗАЦИЯ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ФАКУЛЬТАТИВНОГО КУРСА «ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ»**

Рабочая программа факультативного курса по математике для 9 класса «Преобразование рациональных выражений» составлена на основе Примерной программы основного общего образования (базовый уровень) с учетом требований федерального компонента государственного стандарта общего образования по математике.

Для закрепления у обучающихся знаний, умений и навыков, полученных в курсе математики основной школы, предлагается данный курс. Рабочая программа факультативного курса разработана с учетом положения, что результатом освоения основной образовательной программы основного общего образования должна стать математическая компетентность выпускников, т.е. они должны овладеть специфическими для математики знаниями и видами деятельности, научиться преобразованию рациональных выражений и применению преобразования выражений при решении задач, а также овладеть математической терминологией, ключевыми понятиями, методами и приемами.

Цель факультативного курса:

- 1) обобщение, систематизация, углубление математических знаний, необходимых для применения в практической деятельности;
- 2) интеллектуальное развитие учащихся, формирование логического мышления, характерных для математической деятельности в целом и необходимых человеку для полноценного функционирования в обществе;
- 3) формирование представления о математике как части общечеловеческой культуры
- 4) развитие практических навыков и умений;

5) подготовка к итоговой аттестации в форме ГИА.

### Задачи курса:

- повторить и закрепить знания, умения и навыки, полученные в 5-8 и 9 классах;
- развить способность самоконтроля: времени, поиска ошибок в планируемых проблемных заданиях;
- сформировать спокойное, уравновешенное отношение к экзамену;
- вести планомерную подготовку к экзамену;
- закрепить математические знания, которые пригодятся в обычной жизни и при продолжении образования;

Курс факультативного занятия по математике «Преобразование рациональных выражений» предназначен для дополнительных занятий с учащимися в 9 классе.

Данная рабочая программа составлена на основе федерального компонента государственного стандарта основного общего образования.

Курс рассчитан на 17 часов. Занятия проводятся один раз в две недели.

### Тематическое планирование

№ п/п	Содержание учебного материала	Кол-во часов
1.	Арифметические действия. Сравнение чисел.	1
2.	Отношения. Пропорции. Проценты.	1
3.	Числовые подстановки в буквенные выражения. Формулы	1
4.	Буквенные выражения.	1
5.	Степень с целым показателем.	1
6.		1
7.	Степень рациональным показателем	1
8.		1

9.	Многочлены. Преобразование выражений.	1
10.	Алгебраические дроби	1
11.	Арифметический корень натуральной степени	1
12.		1
13.	Преобразования рациональных выражений	1
14.	Преобразования, использующие формулы сокращенного умножения.	1
15.	Преобразования, использующие разложение на множители (метод группировки, вынесение общего множителя за скобки)	1
16.	Преобразования, использующие приведение действия с алгебраическими дробями	1
17.	Итоговый урок. Решение заданий из ОГЭ по математике	1

## **2.1. Комплекс заданий на преобразование рациональных выражений в 9 классе**

В работе был составлен комплекс заданий, которые могут быть использованы при проведении уроков факультативного курса по преобразованию рациональных выражений.

В комплекс упражнений вошли задания трех уровней:

- задания как для устной работы;
- задания для закрепления материала;
- задания, целью которых является подготовка к государственной итоговой аттестации в 9 классе.

Комплекс заданий построен по двум основным темам на преобразования рациональных выражений, рассмотренных в предыдущей главе.

Комплекс заданий на преобразования выражений включает задания как на повторение ранее изученного материала, так и задания, непосредственно связанные с новой темой.

Для устной работы учащимся 9 класса предлагаются задания на арифметические действия с обыкновенными и десятичными дробями (приведение дробей с общему знаменателю, преобразование обыкновенной дроби в десятичную, если это представляется возможным (учащиеся должны сразу понимать – возможно ли перевести конкретную обыкновенную дробь в десятичную или это не представляется для этой дроби возможным; основное свойство дроби; возведение дроби в степень; возведение отрицательного числа в четную (нечетную) степень,; действия над степенями и пр.). Такие задания призваны повторить основные базовые знания по преобразованию числовых и буквенных выражений, которые известны из курса математики прошлых лет.

Важно отметить, что работа с темой «Арифметический корень» дается учащимся сложнее, чем работа по теме «Степень с рациональным показателем». Поэтому формируя умения преобразовывать числовые и буквенные выражения с корнями, не нужно стремиться сразу давать устные упражнения на вынесение множителя из-под знака корня. Учащиеся должны осмысленно применять свойства корней, что повышает надежность усвоения материала. Здесь важно отработать умение видеть и анализировать – существует ли выражение, в записи которого встречается арифметический квадратный корень, т.е. учащиеся должны научиться различать конструкции вида  $\sqrt{-5}$  и  $\sqrt{-(-5)}$  и понимать отличия – почему первое выражение не может существовать, а второе существует и т.п.

Задания для закрепления материала содержат задания, в которых необходимо преобразовать выражение, в некоторых случаях – подставить вместо неизвестного его значение и найти числовое значение буквенного выражения, преобразовывать выражение, содержащие корни, решать

квадратные уравнения (полные и неполные) и пр. Все эти задания позволяют учащимся не просто закрепить новые знания, но и подготовиться к будущему экзамену по математике. Задания на упрощение выражений, как правило, повышенного уровня сложности, и могут встречаться в экзаменационных материалах в заданиях части 2 экзамена (ОГЭ по математике).

### Тема 1. Степень с рациональным показателем

#### 1) Задания для устной работы

##### 1. Вычислите:

a)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

b)  $1 : \frac{8}{9}$

c)  $\left(\frac{1}{3}\right)^4$

d)  $(2 \cdot 10^2)^2$

##### 2. Найдите значение выражения:

a)  $9^2$

f)  $-5^2$

b)  $(-1)^5$

g)  $(-5)^2$

c)  $-4^2$

h)  $0^7$

d)  $\left(\frac{1}{16}\right)^2$

i)  $(0,3)^3$

e)  $5^3$

j)  $14^{18} : 14^{16}$

##### 3. Найдите число обратное данному:

$$\frac{11}{9}; -0,3; \frac{x}{y}; \frac{1}{a}; \frac{3}{z}$$

##### 4. Представьте выражение в виде степени:

a)  $x^m \cdot x^n$

b)  $\frac{a^8}{a^3}$

c)  $\frac{1}{a^{10}}$

##### 5. Представьте в виде дроби:

a)  $x^{-2}$

- b)  $2b^{-1}$
- c)  $2c^{-1}b$
- d)  $(x + y)^{-4}$

2) Задания для закрепления материала

1. Преобразуйте выражение в степень:

a)  $\frac{5^{-7}5^{-8}}{5^{-13}}$

b)  $\frac{5,4 \cdot 10^7}{0,9 \cdot 10^6}$

c)  $\frac{6^{-4} \cdot 6^{-9}}{6^{-12}}$

2. Представьте в виде степени и найдите числовое значение выражения:

a)  $\frac{a^{-9}}{a^{-2}a^{-5}}$  при  $a = \frac{1}{3}$

b)  $\frac{b^{-6}}{b^{-2}b^{-3}}$  при  $a = \frac{3}{4}$

3. Упростите:

a)  $(x^{-2} - y^{-2}) \cdot (x^{-4} + x^{-2}y^{-2} + y^{-2})$

b)  $(x^{-3} - y^{-2}x^{-1} - x^{-1}y^{-2} + y^{-3}) : (x^{-3}y^{-3})$

3) задания, целью которых является подготовка к государственной итоговой аттестации в 9 классе

На основном государственном экзамене 9 класса (ОГЭ) преобразование рациональных выражений, представлено в двух заданиях- задании № 8, где необходимо преобразовать выражение и найти потом его значение, и в задании повышенного уровня № 20, где так же необходимо преобразовать алгебраическое выражение. Приведем некоторые примеры из открытого банка заданий ОГЭ:

a) Найдите значение выражения  $a^{12} \cdot (a^{-4})^4$  при  $a = -\frac{1}{2}$ .

b) Найдите значение выражения  $\left(\frac{1}{5a} + \frac{1}{7a}\right) \cdot \frac{a^2}{4}$  при  $a = 7,7$ .

с) Сократите дробь  $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$

д) Упростите выражение:  $\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n}$

е) Найдите значение выражения:  $\frac{(3x)^3 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 2x^5}$  при  $x = 5$ .

## Тема 2. Арифметический корень натуральной степени

1) Задания для устной работы

1. Возведите в квадрат числа:

a) 0

f) 0,06

b) 7

g) -1,1

с)  $\frac{3}{9}$

h) -17

d)  $1\frac{2}{3}$

i)  $\pi$

e) 0,2

j)  $\sqrt{9}$

k)  $(\sqrt[3]{-8})^3$

2. Представьте числа в виде квадрата числа:

1; 0,0001; 0,64;  $\frac{169}{289}$ ;  $4223^4$ ;  $1,5^6$

3. Представьте в виде куба числа:

$\frac{27}{125}$ ; -0,001;  $(-3)^6$ ;  $(-2)^{12}$ ;  $-2^3$

4. Упростите выражение:

$\sqrt{(\sqrt{3} - 3)^2}$ ;  $\sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}$ ;  $\left(\sqrt{(\sqrt{3} - 3)}\right)^2$

5. Имеет ли смысл выражение:

a)  $\sqrt{-1}$

b)  $\sqrt[3]{-1}$

с)  $-\sqrt{-9}$

d)  $\sqrt{(-3)^2}$

e)  $\sqrt{-(-3)^2}$

f)  $\sqrt{-\left(-\frac{49}{100}\right)}$

6. При каких знаменаниях а имеет смысл выражение:

a)  $\sqrt{a}$

b)  $\sqrt{a^2}$

c)  $\sqrt{-a}$

d)  $-\sqrt{a}$

e)  $\sqrt{\frac{1}{a}}$

f)  $\left(\sqrt{\frac{1}{a}}\right)^2$

7. Вычислите:

a)  $(-\sqrt{11})^2$

b)  $-(\sqrt{2,1})^2$

c)  $-(-\sqrt{11})^2$

d)  $-\sqrt{(-3)^2}$

8. Решите уравнение:

a)  $x^2 - 4 = 0$

b)  $x^2 + 625 = 0$

c)  $x^3 = 8$

1.  $x^4 - 16 = 0$

2) Задания для закрепления материала

1. Является ли следующая запись записью арифметического корня.

Решить с комментированием:

a)  $\sqrt[3]{-2}$

b)  $-\sqrt[4]{3}$

c)  $^{-4}\sqrt{103}$

d)  $\sqrt[3]{(-2)^2}$

e)  $\sqrt[4]{(-7)^3}$

2. Вынесите множитель из- под знака корня:

a)  $\sqrt[3]{40}$

b)  $\sqrt[5]{-64}$

3. Упростите выражения:

a)  $\sqrt[3]{48} - \sqrt[3]{750} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{162}$

b)  $30\sqrt[3]{\frac{1}{12}} - \frac{7}{2}\sqrt[3]{\frac{2}{3}} + 5\sqrt[3]{144}$

4. Преобразуйте выражения и найдите их сумму при допустимых значениях переменной:

$$\sqrt[6]{((p-2)^6}; \sqrt[6]{((p-7)^6}; \sqrt[6]{((p-1)^6}$$

5. Упростите вычисления:

a)  $\sqrt{2^4\sqrt{4\sqrt{4}}}$

b)  $\sqrt{2^3\sqrt{2}} : \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$

c)  $\sqrt[3]{32^4\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2^4\sqrt{4^3\sqrt{4}}}$

Для подготовленных учащихся можно предложить такой вариант задания:

6. Упростите выражение:

a)  $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}} \cdot a^{-\frac{1}{8}}$

b)  $\sqrt{z\sqrt{z\sqrt{z\sqrt{z}}}} : z^{-\frac{3}{16}}$

3) задания, целью которых является подготовка к государственной итоговой аттестации в 9 классе

На основном государственном экзамене 9 класса (ОГЭ) преобразование рациональных выражений, представлено в двух заданиях- задании № 8, где

необходимо преобразовать выражение и найти потом его значение, и в задании повышенного уровня № 20, где так же необходимо преобразовать алгебраическое выражение. Приведем некоторые примеры из открытого банка заданий ОГЭ:

1. Найдите значение выражения  $28ab + (2a - 7b)^2$  при  $a = \sqrt{15}$ ,  $b = \sqrt{8}$

2. Найдите значение выражения  $\frac{16x-25y}{4\sqrt{x}-5\sqrt{y}} - \sqrt{y}$  если  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3$

3. Найдите значение выражения

$$\frac{8ab}{a+8b} \cdot \left( \frac{a}{8b} - \frac{8b}{a} \right)$$

при  $a = 8\sqrt{3} + 7$ ,  $b = \sqrt{3} - 3$

4. Упростите выражение  $\frac{\sqrt{\sqrt{10}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{10}+2}}{\sqrt{24}}$

5. Какое из чисел больше:  $\sqrt{6} + \sqrt{10}$  или  $3 + \sqrt{7}$

В данной главе был выстроен комплекс упражнений, которые могут пригодиться при изучении преобразований рациональных выражений девятиклассниками в рамках факультативного занятия. Данный комплекс включает в себя как задания, которые могут быть использованы в устной работе, изучении нового материала, так и для закрепления уже изученного материала, а так же для проведения контрольных и обобщающих уроков по теме.

## **2.2. Конспекты занятий факультативного курса «Преобразование рациональных выражений»**

Материал по теме «Степень с рациональным показателем», а соответственно и опирающийся на нее материал по программе не является обязательным для изучения в основной школе и будет подробно разбираться старших классах. Однако представление об основных математических фактах, изложенных в этих параграфах, необходимо для дальнейшего изучения курса

алгебры 9 класса. В связи с этим можно разобрать материал в ознакомительном плане на уроках факультативных занятий.

С этой целью можно провести нестандартный урок, заранее подготовив необходимый прикладной материал на компьютере или интерактивной доске, а также рабочие листы с заданиями, которые учащиеся будут заполнять частично по ходу лекции, частично дома, прочитав необходимый материал по учебнику. Можно провести и традиционный урок ознакомления с новым материалом.

В данной работе будет показан урок нестандартного характера, урок – проблема, с целью посмотреть на результаты письменных работ до урока и после. То есть будет реализована попытка посмотреть, какие результаты показывали учащиеся до факультативного урока-обобщения и после него. Результаты такой опытно – экспериментальной работы будут показаны ниже.

Конспект урока получения нового знания, согласно приведенному выше календарно-тематическому планированию, может выглядеть приблизительно так:

1. **Ф.И.О. преподавателя**
2. **Предмет:** математика
3. **Класс:**9
4. **Урок №:**7
5. **Дата:**
6. **Тема урока:** "Степень с рациональным показателем» тема 7.
1. **Учебник** Колягин Ю.М., Ткачёва М.В., Фёдорова Н.Е.. Алгебра, 9 класс, учебник для общеобразовательных организаций/Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова.- М., Просвещение, 2014. -378 с.
7. **Цели:**

- 7.1. Извлечение корня  $n$ -ой степени из числа  $a^m$ , если  $\frac{m}{n}$  – целое число.
- 7.2. Определение степени с дробным показателем.
- 7.3. Возведение в степень числа 0
- 7.4. Свойства степени с рациональным показателем
- 7.5. Сравнение чисел
- 7.6. Решение уравнений с неизвестными в показатели степени

## 8. Планируемые результаты:

- *личностные*: осознание роли математических знаний и умений в повседневной жизни;
- *метапредметные*: освоить знания, относящиеся к смежным с математикой предметам;
- *предметные*: уметь выполнять различные преобразования выражений

9. **Тип урока:** комбинированный.

10. **Формы работы учащихся:** индивидуальные, коллективные.

11. **Оборудование:** учебник, рабочие тетради, таблицы, схемы.

## 12. Структура и ход урока

### I. Организационный момент

### II. Подготовительная работа (устная работа)

Группа учащихся работает с подводящим заданием (проблемой), в котором необходимо вычислить значение выражения:

1)  $\sqrt[3]{5^6}$

На карточках заготовлены «подсказки», которые могут сориентировать учащихся и настроить на ход решения. Предлагается проследовать по цепочке рассуждений и получить результат. Необходимо поставить вместо ... и знака вопроса соответствующее выражение.

Цепочка рассуждений на карточке с заданием может выглядеть следующим образом: «Вы знаете, что  $5^6 = (5^2)^3$ . Следовательно,  $\sqrt[3]{5^6} = \sqrt[3]{\dots}$ . Значит,  $\sqrt[3]{5^6} = 5^?$ ».

2) Аналогично разбирается задание  $\sqrt[4]{5^{-12}}$ , но уже без цепочки – подсказки.

После того, как работающая с этим заданием группа учащихся закончит вычисления, результат их работы демонстрируется на весь класс и учитель проводит проверку результата работы, корректирует решение и исправляет ошибки, если таковые имеются.

### III. Сообщение темы урока

1. Определение степени с дробным показателем. Учащимся предлагается заполнить пропуски, пользуясь, прежде всего, результатами задания 1, которое они только обсудили с учителем, материалом учебника по данной теме.

$$a^{\frac{m}{n}} = \underline{\hspace{2cm}}, \text{ где } a \underline{\hspace{2cm}},$$

$$m - \underline{\hspace{2cm}}, n - \underline{\hspace{2cm}}$$

Затем предлагается поразмышлять, почему  $m$  и  $n$  должны быть именно такими числами.

Затем дается упражнение на закрепление материала:

$$16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3} = \sqrt[4]{(2^?)^?} = \sqrt[4]{\dots} = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$27^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{27^{-2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27^?}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

Далее лучше делать перерыв и познакомить учащихся с историей возникновения степени с дробным показателем, к примеру, или появлением обозначения радикала. Для этого можно использовать интернет-источники, а можно воспользоваться историческими сведениями из приведенных в данной работе учебниках. Так, например, в учебнике авторов Колягина Ю.М., Ткачёва М.В., Фёдорова Н.Е.. имеются «Диалоги об истории» [16].

В учебнике авторов исторические сведения вынесены в отдельный раздел «Исторические сведения». На странице 252 есть параграф «О степенях», материал которого может быть использован для развития познавательного интереса учащихся по изучаемой теме.

Затем предлагается учащимся выполнить упражнения дома, оставив для них место в тетрадях. Т.е. предлагается провести небольшую исследовательскую работу и результаты оформить письменно:

$$0^n = \underline{\hspace{2cm}}, \text{ где } \quad 0^{\frac{m}{n}} = \underline{\hspace{2cm}}, \text{ где } \frac{m}{n} > 0$$

n-натуральное число

$$0^{-n} = \underline{\hspace{2cm}}, \text{ где } \quad 0^{\frac{m}{n}} = \underline{\hspace{2cm}}, \text{ где } \frac{m}{n} < 0$$

n-натуральное число

Затем можно предложить учащимся подготовить сообщения, доклады по изучаемой теме. Можно воспользоваться, если таковые имеются, познавательными рубриками учебника. Так, к примеру, в учебнике авторов Колягина Ю.М., Ткачёва М.В., Фёдорова Н.Е. имеются рубрики «Шаг вперед», в которых в ненавязчивой форме предлагается информация, выходящая за рамки изучаемой темы, позволяющие расширить и углубить знания по изучаемой теме [16].

#### IV. Работа по теме урока

Затем учитель вводит степень с иррациональным показателем на примере  $3^{\sqrt{2}}$ :

$$\sqrt{2}; 1,4; 1,41; 1,414; \dots$$

$$3^{\sqrt{2}}; 3^{1,4}; 3^{1,41}; 3^{1,414}; \dots$$

$$3^{\sqrt{2}} \approx 4,7288044.$$

Выполнить упражнения на преобразование выражений, опираясь на свойства степени:

1)  $2^{2-3\sqrt{5}} \cdot 8^{\sqrt{5}} = 2^{2-3\sqrt{5}} \cdot (2^3)^{\sqrt{5}} = \underline{\hspace{4cm}}$

2)  $(5^{1+\sqrt{2}})^{1-\sqrt{2}} = 5^{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = 5^?$

Затем предлагается задания по группам- придумать аналогичные задания, а прежде вспомнить и записать следующие свойства:

Для любых рациональных чисел  $p$  и  $q$  и любых  $a > 0$ ,  $b > 0$  верны равенства:

1)  $a^p \cdot a^q =$  \_\_\_\_\_

2)  $a^p : a^q =$  \_\_\_\_\_

3)  $(a^p)^q =$  \_\_\_\_\_

4)  $(ab)^p =$  \_\_\_\_\_

5)  $\left(\frac{a}{b}\right)^p =$  \_\_\_\_\_

Первая группа учащихся приводит примеры на использование данных свойств слева - направо, другая группа наоборот – справа - налево.

Когда материал будет достаточно усвоен и повторен необходимый для преобразований теоретический материал, можно дать более сложные задания на преобразование выражений, содержащих степени с рациональными показателями.

## V. Работа над задачами

1. Вычислите:

a)  $10^{\frac{2}{5}} \cdot 10^{-\frac{1}{2}} \cdot 10^{0,1}$

b)  $3^0 \cdot 3 \cdot 9^{0,4} \cdot \sqrt[5]{3}$

2. Сократите дробь:

a)  $\frac{3+3^{\frac{1}{2}}}{3-\frac{1}{2}}$

b)  $\frac{x-y}{\frac{1}{x^2+y^2}}$

Обязательно в рамках факультативного занятия необходимо предложить учащимся задания на уничтожение иррациональности в знаменателе дроби. Т.к. такие задания могут быть на экзамене в 9 классе. Так же данное преобразование пригодится в старших классах.

a)  $\frac{2}{3\sqrt{3}}$

e)  $\frac{1}{3+\sqrt{2}}$

b)  $\frac{2}{\sqrt[3]{3}}$

f)  $\frac{\sqrt{3+\sqrt{2}}}{\sqrt{3-\sqrt{2}}}$

c)  $\frac{n^4}{\sqrt[7]{n^6}}$

g)  $\frac{1}{\sqrt[3]{a+\sqrt[3]{b}}}$

d)  $\frac{a}{\sqrt{a-b}}$

h)  $\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3+\sqrt{5}}}}$

Для показания связи с преобразованиями, которые учащиеся совершают в 9 классе и теми, которые они изучали в предыдущих классах, можно предложить комбинированные задания в которых необходимо разложить на множители двучлены, воспользовавшись формулами сокращенного умножения.

#### VI. Повторение ранее изученного материала

1)  $9+4\sqrt{2} = 8 + 2 \cdot 2\sqrt{2} + 1 = (2\sqrt{2} + 1)^2$

По приведенному образцу предложить сделать следующие задания:

2)  $21-4\sqrt{5} = \underline{\hspace{2cm}}$

3)  $25-4\sqrt{6} = \underline{\hspace{2cm}}$

#### VII. Подведение итогов урока. Домашнее задание

В качестве домашней работы можно предложить так же разноуровневые задания. Базового уровня домашняя работа может состоять из того, что необходимо заполнить пропуски в тех местах урока, которые остались не заполненными, домашнее задание повышенного уровня сложности может состоять в том, чтобы заинтересованные учащиеся придумали аналогичные задания, с которыми они познакомились на уроке. А на следующем факультативном занятии данные задания можно предложить остальным учащимся.

Важно не забывать, что преобразования – это не отдельная тема по программе, а линия тождественных преобразований является одной из четырех основных содержательных линий школьного курса алгебры. Тогда учащимся необходимо в качестве повторения изученного материала предлагать различные комбинированные упражнения на разные виды преобразований.

Классический (традиционный) фрагмент факультативного занятия показан в приложении А. Такой урок хорошо сопровождать мультимедийной презентацией, что позволит довольно таки сложный материал по теме оформить наглядно и увлекательно.

Так же приведем фрагмент урока по повторению преобразований рациональных выражений, изученных в курсе алгебры 7-9 класса:

### **Тема. Повторение. Преобразования рациональных выражений.**

Цели урока:

- 1) Повторить основные виды преобразований
- 2) Подготовиться к предстоящей аттестации по математике
- 3) Развивать познавательный интерес учащихся

Ход урока:

В ходе данного урока учащимся предлагается повторить и закрепить знания по основным преобразованиям за курс алгебры 7-9 класса и подготовиться к государственной итоговой аттестации (ОГЭ). Для этого учащихся можно поделить на группу (например, по рядам) и в каждом ряду выделить ответственных за теоретическую базу, тех, кто будет непосредственно решать задания, и тех, кто потом сможет донести свое решение до одноклассников. Итак, в каждой группе будет еще несколько микро групп. Учащиеся таким образом смогут повторить гораздо больший по объему материал - и тот, который достался им в качестве основного, и тот, который донесут до них их одноклассники.

Приблизительно преобразования по группам можно разбить следующим образом:

1. Преобразования, использующие формулы сокращенного умножения.

а) Упростите выражение  $\frac{a^2+4a}{a^2+8a+16}$  и найдите его значение при  $a = -2$ .

б) Упростите выражение  $(2 - c)^2 - c(c + 4)$ , найдите его значение при  $c=0,5$ .

с) Найдите значение выражения  $(a^3 - 25a) \left( \frac{1}{a+5} - \frac{1}{a-5} \right)$  при  $a=-39$

2. Преобразования, использующие приведение действия с алгебраическими дробями (приведение к общему знаменателю, к примеру).

а) Представьте в виде дроби выражение  $\frac{10x}{2x-3} - 5x$  и найдите его значение при  $x=0,5$ .

б) Упростите выражение  $\frac{xy+y^2}{15x} \cdot \frac{3x}{x+y}$  и найдите его значение при  $x=18$  и  $y=7,5$

с) Найдите значение выражения  $\left( \frac{b}{a} - \frac{a}{b} \right) \cdot \frac{1}{b+a}$  при  $a=1$ ,  $b = \frac{1}{3}$

д) Найдите значение выражения  $39a-15b+25$ , если  $\frac{3a-6b+4}{6a-3b+4} = 7$

3. Преобразования, использующие разложение на множители (метод группировки, вынесение общего множителя за скобки)

а) Разложите на множители:  $x^2y + 1 - x^2 - y$ .

б) Сократите дробь  $\frac{x^2-3x-2}{5x^2+2x}$

с) Сократите дробь  $\frac{x^3+2x^2-9x-18}{(x-3)(x+2)}$

Важно постоянно напоминать учащимся, что как в предыдущих классах, применение рациональных приемов вычисления все так же нацелено на привитие культуры вычислений, пониманию, что математика логична и последовательна и прежде чем приступать к решению, необходимо проанализировать решение и подобрать оптимальный путь ее решения.

Так же можно, забегаая вперед, рассказать девятиклассникам, что порою традиционные методы решения влекут за собой скрупулезные преобразования, длинные цепочки рассуждений. Само решение часто длинное и требует высокой концентрации внимания, собранности, что не всегда удается учащимся, особенно на экзаменах, где и время ограничено, и помимо данного задания есть и другие повышенного и высокого уровня сложности. Поэтому в старшей школе они будут изучать такие

преобразования, которые будут не просто заданиями в учебнике, а позволят им возможность сэкономить время и силы на экзамене для решения других заданий.

Можно привести примеры преобразований, которые будут изучены учащимися в старших классах, чтобы еще раз подчеркнуть важную роль приемов рациональных вычислений и умения упрощать и оптимизировать расчеты.

Например, можно упомянуть, что в старших классах они при решении уравнений смогут выполнять лишь те преобразования, которые не приводят к потере корней, а при решении неравенств осуществлять лишь равносильные преобразования, т.е. учащийся поймут, что важно не только решать, но и развивает умений самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать свою деятельность.

Итак, в рамках данного раздела был подобран разнообразный материал по проведению уроков как в стандартной форме, так и в форме более плотного сотрудничества с учащимися. Преимущества и недостатки обеих форм можно будет увидеть по результатам опытно- экспериментальной работы.

### **2.3. Результаты опытно-экспериментальной работы**

#### **1. Подготовка к экспериментальной работе (первый этап опытно-экспериментальной работы)**

Опытно-экспериментальная работа состояла из трех этапов и была проведена в 9А классе школы №1 села Агинского

Таблица 1

Список 9 класса

№ п/п	Фамилия учащегося	Присутствие в классе на момент проведения эксперимента дата/ Средний балл по математике на момент проведения
----------	-------------------	---

		эксперимента
1	Обучающийся 1	4,75
2	Обучающийся 2	4,75
3	Обучающийся 3	4,8
4	Обучающийся 4	5
5	Обучающийся 5	2,75
6	Обучающийся 6	4,18
7	Обучающийся 7	4
8	Обучающийся 8	4,45
9	Обучающийся 9	5
10	Обучающийся 10	3,75
11	Обучающийся 11	4,1
12	Обучающийся 12	3,9
13	Обучающийся 13	4,44
14	Обучающийся 14	4,2
15	Обучающийся 15	3,9
16	Обучающийся 16	3,8
17	Обучающийся 17	4,25
18	Обучающийся 18	3,8
19	Обучающийся 19	2,9

На первом этапе были проведены наблюдения за деятельностью учащихся, а именно класс, состоящий из 19 человек, был поделен на 2 группы. Группы были сформированы таким образом, чтобы учащиеся, входящие в каждую из них имели в среднем одинаковый уровень успеваемости. Для этого в таблице 1 был дополнительно занесет средний балл по математике (по алгебре) на момент проведения эксперимента. То есть в каждой группе были собраны как учащиеся, имеющие высокие результаты обучения, так и учащиеся удовлетворительными и низкими

результатами по математике. Список образовавшихся групп приведен в таблице 2.

Таблица 2

Две группы учащихся 9 класса

Группа 1		Группа 2	
№ п/п	Фамилия учащегося	№ п/п	Фамилия учащегося
1	Обучающийся 2	1	Обучающийся 9
2	Обучающийся 3	2	Обучающийся 4
3	Обучающийся 11	3	Обучающийся 7
4	Обучающийся 17	4	Обучающийся 13
5	Обучающийся 6	5	Обучающийся 14
6	Обучающийся 12	6	Обучающийся 15
7	Обучающийся 10	7	Обучающийся 16
8	Обучающийся 19	8	Обучающийся 5

Затем с каждой группой было проведены занятия по теме «Степень с рациональным показателем» таким образом:

- С группой 1 занятие было проведено в традиционной форме в рамках урока алгебры, когда учитель сам вводил определения и напоминал свойства степени, затем учащиеся выполняли упражнения на закрепление. Форма урока представлена в виде презентации (Приложение А)
- С группой 2 было проведено занятие непосредственно на уроке алгебры и затем факультативное занятие по теме в нестандартной форме, конспект которого приведен на страницах 35-40. Материал был подготовлен на карточках в печатной варианте и на доске.

На втором этапе было предложено ответить на вопросы анкеты, которая содержала вопросы по прошедшему уроку. Вопросы, на которые отвечали учащиеся, приведены в Приложении Б.

На третьем этапе проведено тестирование для оценки степени усвоения материала у групп учащихся после проведения экспериментальной работы. Образцы заданий представлены Приложении В. Задания оставались на основе [18] и того комплекса заданий на преобразование рациональных выражений в 9 классе, которые были приведены в разделе 2.1. главы 2. Задания были одинаковыми для обеих групп учащихся. В конце тестирования задавался вопрос- легко ли было решать задания или были трудности (если да, то было предложено кратко описать их).

Последний третий этап опытно-экспериментальной работы проводился с целью отследить овладение знаниями и навыками преобразования выражений, содержащих степени, групп учащихся, которые изучали тему только в рамках урока, и на дополнительных уроках (факультативных занятиях) по математике. И таким образом оценить целесообразность проведения факультативных уроков в нетрадиционной форме и их влияние (если оно есть) на усвояемость материала и его влияние на качество результатов по изучаемой теме.

## 2. Результаты анкетирования учащихся (второй этап опытно-экспериментальной работы)

Таблица 3

### Результаты анкеты- рефлексии учащихся 9 класса

№ п / п	Фамилия учащегося	Но мер гру пп ы	2	3	5	6.1	6.2.	6.3.	6.4.	6.5.	7.1.	7.2.	7.3.	7.4.	7.5	Сумма баллов
			1	2	1	5	5	5	5	5	1	1	1	3	2	
Максимальное кол-во баллов за задание			1	2	1	5	5	5	5	5	1	1	1	3	2	37
1	Обучающийся 2	1	1	1	1	0	4	0	5	3	1	1	1	101	1 0	21
2	Обучающийся 3		1	2	1	0	5	0	3	3	1	0	1	111	1	21

														0	
3	Обучающийся 11	1	1	0	0	3	0	5	5	1	1	1	100	1	21
4	Обучающийся 17	1	1	0	0	5	0	4	3	1	1	0	000	0	17
5	Обучающийся 6	1	1	0	0	3	0	3	3	1	0	0	100	0	13
6	Обучающийся 12	1	1	0	3	0	0	0	0	0	1	0	100	1	8
7	Обучающийся 10	1	0	0	2	0	0	1	4	0	0	0	000	0	9
8	Обучающийся 19	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	000	0	1
Количество учащихся обозначивших свою позицию		8	6	2	2	5	0	6	6	5	4	3	6	6	
9	Обучающийся 9	1	2	1	5	5	4	5	4	1	1	1	111	1	35
1 0	Обучающийся 4	0	1	1	5	5	5	5	5	1	1	1	111	1	35
1 1	Обучающийся 7	0	2	1	4	5	3	5	5	1	1	1	101	1	32
1 2	Обучающийся 13	0	2	1	5	5	5	5	5	1	1	0	100	1	33
1 3	Обучающийся 14	0	1	1	4	5	4	5	4	1	1	1	111	1	31
1 4	Обучающийся 15	1	2	1	5	3	4	1	4	1	1	0	101	1	27
1 5	Обучающийся 16	0	1	1	5	2	5	2	4	0	1	1	011	0	25
1 6	Обучающийся 5	0	0	1	5	0	5	0	3	0	0	1	100	0	16
Количество учащихся обозначивших свою		2	7	8	8	7	8	7	8	6	7	6	8	8	

позицию																			
---------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Как видно из таблицы 3, что учащиеся, у которых урок проходил не только на основном уроке алгебры, а дополнительно к уроку еще и на факультативном занятии, в постановке проблемы, которую надо решить по предложенному образцу, т.е. в совместной тесной работе учителя и учащихся, ответили, что такой тип проведения урока для них не привычен и нов (только 2 человека из второй группы написали в анкете, что они знакомы с такой формой урока, против 8 учащихся первой группы, которым всем был привычен урок).

На вопрос о теоретическом материале и урока и степени его сложности для учащихся, почти все учащиеся группы Iи группы II согласились, что материал был им понятен. В случае с группой I это могло быть из-за формы подачи урока, т.е. дети привыкли, что они записывают, повторяют правила и определения из учебника, в случае группы II, где изложение теоретического материала шло во время всего урока, переключаясь не только с пассивным запоминанием нового, но и с тем, что учащиеся сами искали теоретический материал по изучаемой теме, можно предположить, что степень усвояемости материала все же в группе II выше.

Еще большую разницу можно увидеть между группами, начиная с пятого вопроса, где учащимся предложено было ответить на вопрос - много ли они работали самостоятельно на уроке. Оказалось, что все учащиеся второй группы почувствовали вовлечение в учебный процесс, в то время, когда только некоторые учащиеся группы первой согласились, что работали самостоятельно. И, если посмотреть, то это слабые учащиеся, которые работали по индивидуальным карточкам.

На вопрос по формам проведения урока, заметно по учащимся двух групп, что работать коллективно или группами все же предпочитают слабые учащиеся, а учащиеся высокомотивированные предпочитают индивидуальную и самостоятельную работу.

Интересный с точки зрения самоанализа пункт анкеты под номером 7, где учащимся предлагается проследить за своей реакцией на урок. Видно, что группе I были учащиеся, которые не смогли ясно сформулировать свое эмоциональное состояние на уроке. Т.е. данные учащиеся неуверенно в своих силах, сомневаются, смогли ли продуктивно провести урок и вынести из него пользу. В то время, как среди учащихся второй группы таких учащихся нет-каждый смог хоть немного, но сформулировать свои чувства после окончания урока. Полученное домашнее задание группой II расценено как понятное, полезное и интересное, в то время, как учащиеся не смогли так полно оценить уровень и содержание домашнего задания. Это связано с тем, что группе I было предложено задание в стандартно формате- номера из учебника, а группе II было предложено заполнить пропуски, оставшиеся в новом материале после окончания урока, что само по себе ведет к любознательности и стремлению узнать новое.

Третий этап состоял из многоуровневой контрольной работы, которая предусматривала задания базового, повышенного и высокого уровня сложности. Но так как курс факультативный, то внимание учащихся было нацелено не на оценку, а на то, чтобы они могли осмысленно и аргументировано ответить на вопрос в конце проверочной работы- какие трудности они испытывали при написании работы, в какой мере пригодился ли им материал урока, на котором они познакомились с данной темой.

### 3. Результаты проверочной работы (третий этап опытно-экспериментальной работы)

Как было отмечено выше, учащимися обеих групп была написана одна и та же проверочная работа, образец которой представлен в приложении В. Время написания проверочной работы -45 минут. В работе были представлены три уровня заданий: базовый, повышенный и высокий. Заданий базового уровня- 2, повышенного -1 и высокого -1. Задания подбирались таким образом, чтобы каждый учащийся смог преодолеть порог успешности, набрав хотя бы минимальное количество баллов.

Критерии оценивания приведены в таблице 4:

Таблица 4

Критерии оценивания заданий письменной работы

№ задания	Уровень сложности	Балл за задание
1	Базовый	1
2 (2 задания)	Базовый	1+1=2
3 (2 задания)	Повышенный	2+2=4
4	Высокий	3
5	Высокий	3
Итого можно набрать за работу		<b>13 баллов</b>

Перевод баллов в оценки по пятибалльной шкале представлен в таблице 5.

Таблица 5

Перевод баллов в оценку (по пятибалльной шкале)

Кол-во баллов	13-12	11-9	8-5	4-0
Оценка	5	4	3	2

После проведения письменных работ были составлены таблицы результатов. В каждую таблицу вносились данные о ребёнке (его фамилия, номер варианта), баллы, набранные по каждому из заданий, суммарный балл за всю работу и полученная оценка. Так же в таблицах фиксировалось, сколько учащихся справилось с заданием. Суммарный балл и перевод баллов в оценку, количество человек, справившихся с заданием, а так же выделение результатов с оценкой «5» и «2» считался автоматически с помощью встроенных функций табличного процессора

Microsoft Excel. Результаты письменной работы группы I приведены в таблице 6.

Таблица 6

Результаты письменной работы в 9 класс группа I

№ п/п	учащегося	№ варианта	Номер задания							Всего баллов за работу	Оценка за работу
			1	2а	2б	3а	3б	4	5		
1	Обучающийся 2	1	1	1	1	2	0	0	0	5	3
2	Обучающийся 3	2	1	1	1	2	2	0	0	7	3
3	Обучающийся 11	1	1	1	1	0	2	0	0	5	3
4	Обучающийся 17	2	1	0	1	2	2	0	0	6	3
5	Обучающийся 6	1	0	1	0	0	2	0	3	6	3
6	Обучающийся 12	2	1	1	1	0	0	0	0	3	2
7	Обучающийся 10	1	1	0	0	2	2	0	0	5	3
8	Обучающийся 19	2	1	0	0	0	0	0	0	1	2
Всего справились, чел			7	5	5	4	5	0	1		

Результаты письменной работы группы II приведены в таблице 7. Обе таблицы имеют одинаковый формат и фиксируют учащихся, получивших

оценку 5 («отлично») и 2 («неудовлетворительно»). Файл с таблицами подсчета содержится в отдельном документе данной работы.

Таблица 7

Результаты письменной работы в 9 класс группа II

№ п/п	Ф учащегося	№ варианта	Номер задания							Всего баллов за работу	Оценка за работу
			1	2а	2б	3а	3б	4	5		
1	Обучающийся 9	1	1	1	1	2	2	3	3	13	5
2	Обучающийся 4	2	1	1	1	2	2		3	10	4
3	Обучающийся 7	1	1	1	1	2	2	0	0	7	3
4	Обучающийся 13	2	1	1	1	2	2	0	3	10	4
5	Обучающийся 14	1	1	1	1	2	2	0	3	10	4
6	Обучающийся 15	2	1	1	1	2	2	0	0	7	3
7	Обучающийся 16	1	1	1	1	2	2	0	0	7	3
8	Обучающийся 5	2	1	1	1	0	0	0	0	3	2
Всего справились, чел			8	8	8	7	7	1	4		

Итак, результаты письменной работы по группам представлен в таблице 8 и таблице 9.

Таблица 8

Процентное соотношение оценок группы I к общему количеству учащихся, писавших работу

Оценка	"2"	"3"	"4"	"5"
Кол-во	2	6	0	0
%	25%	75%	0%	0%

Таблица 9

Процентное соотношение оценок группы II к общему количеству учащихся, писавших работу

Оценка	"2"	"3"	"4"	"5"
Кол-во	1	3	3	1
%	13%	38%	38%	13%

По данным, приведенным в таблицах 8 и 9 видно, что учащиеся группы II в целом лучше справились в предложенными заданиями письменной работы. У них меньше двоек (13 % против четверти учащихся группы I), у значительно меньше троек за работу, более трети классы написали работу с хорошими результатами, один человек написал работу на 5. В то время, как среди учащихся первой группы не нашлось учащихся, которые справились с работой на оценки «4» и «5». На рисунке 3 представлен график – сравнение результатов по группам. График наглядно демонстрирует, что красная кривая (результаты письменной работы группы II) в первых двух точках (оценки «2» и «3») лежит ниже синей кривой (результаты письменной работы группы I), и выше нее в двух других (оценки «4» и «5»). Так же следует обратить внимание, что разбег между точками графика, имеющими одни и те же абсциссы, говорит о том, что результаты учащихся группы II в сравнение с результатами учащихся группы I значительно лучше.

Сравнительный анализ написания письменной работы по группам

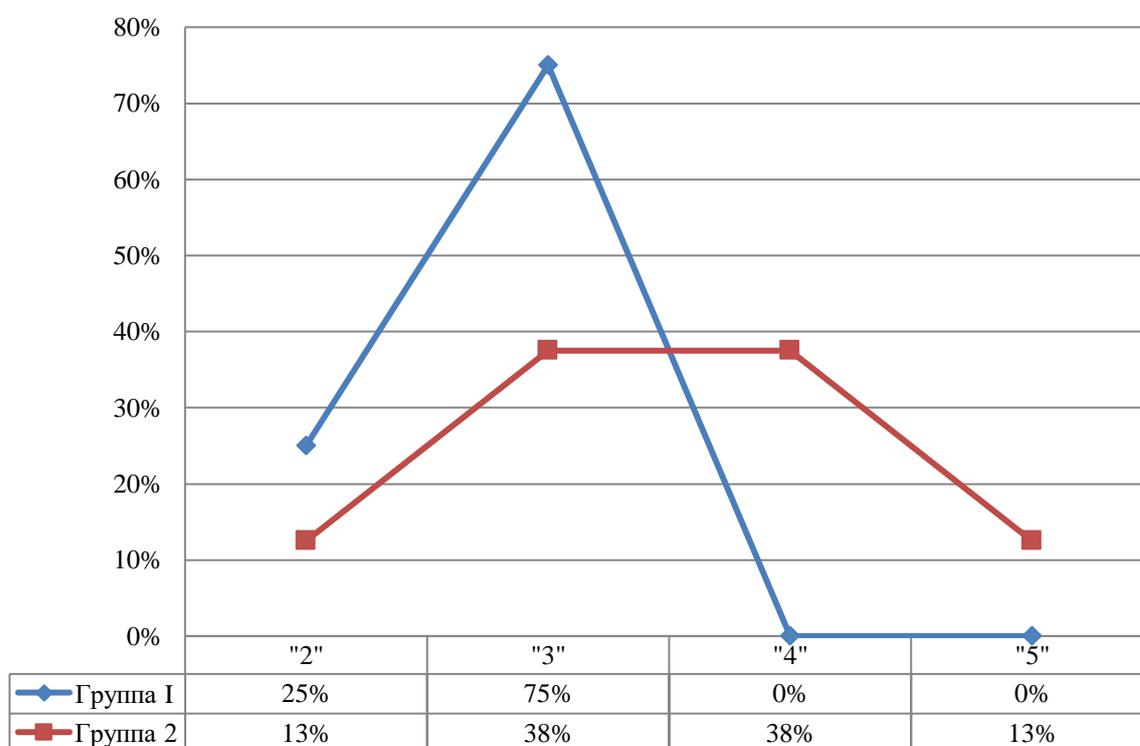


Рисунок 3- Сравнительный анализ написания письменной работы по группам

Далее, на рисунке 4 представлена гистограмма сравнения количества учащихся по группам, которые смогли выполнить то или иное задание письменной работы.

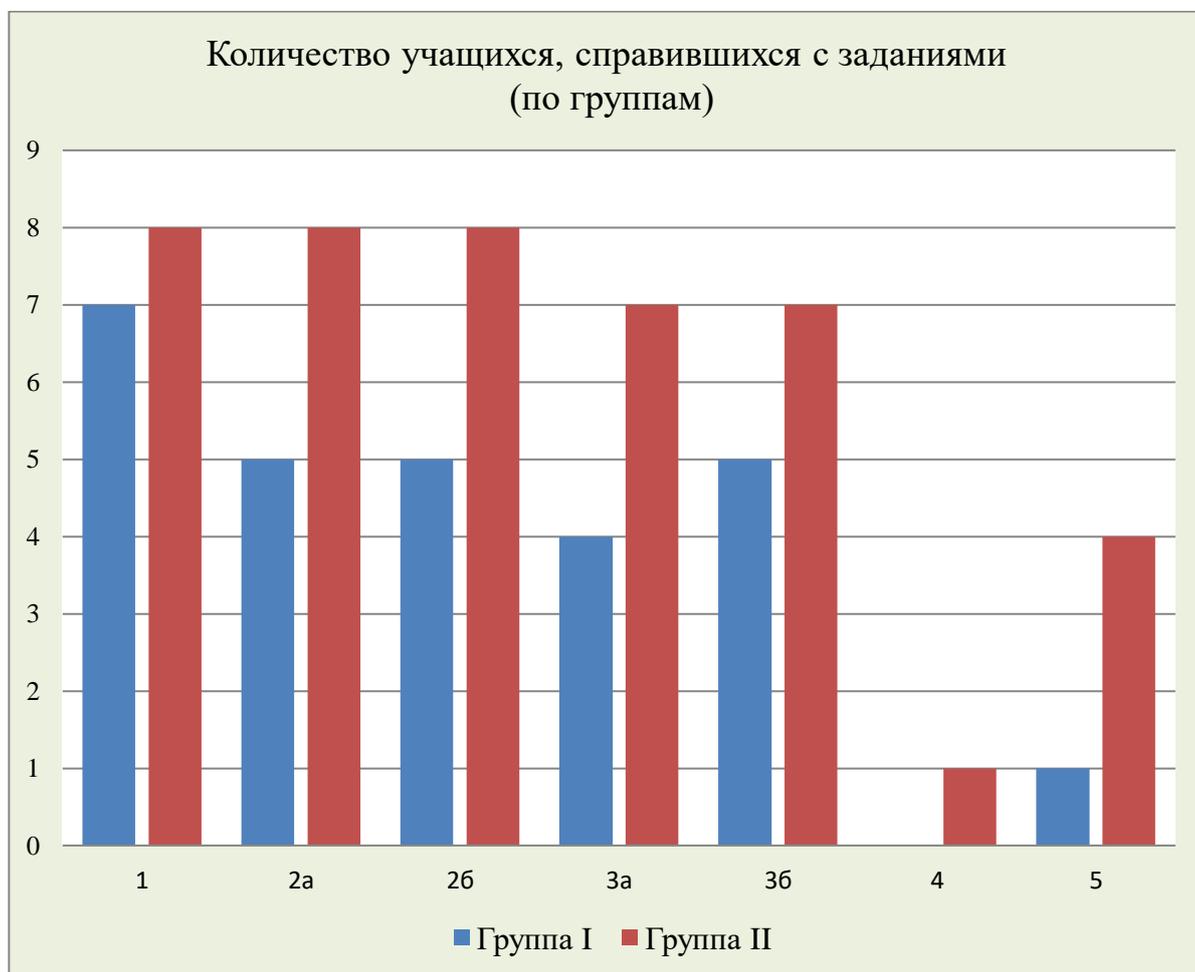


Рисунок 4- Гистограмма количества учащихся, справившихся с заданиями (по группам)

На диаграмме видно, что учащиеся группы II приступили ко все заданиям, и нет ни одного задания, которое хотя бы один ученик не попытался решить. В то время, как никто из учащихся первой группы не смог решить задание №4, в котором надо было упростить выражение, содержащее корни и степени с рациональным показателем. Все без исключения задания письменной работы были продуктивнее решены учащимися группы II.

Выводы можно сделать следующие. В ходе проведенных трех этапов экспериментальной работы были установлена связь между формой, в которой проходил урок, и вовлеченностью девятиклассников в учебный процесс, а также качеством усвоения материала с развитием познавательных способностей учащихся. Так же можно сделать вывод, что проведение урока по преобразованию выражений в рамках традиционного урока алгебры дает более низкие результаты обучающихся, чем проведение к основному уроку еще и дополнительных занятий по преобразованию выражений в рамках факультативного курса.

## **Выводы по главе 2**

В данной главе была сделана попытка проанализировать учебники алгебры 9 класса на предмет содержания в них материалов, которые могут провести факультативные занятия по преобразованию рациональных выражений. Затем было предложено комплекс заданий на применения преобразований выражений в 9 классе, в том числе и заданий из предыдущих лет.

Затем были разработаны конспекты уроков в нескольких формах. На основе этого проведена опытно-экспериментальная работа, которая показала, что такие непростые темы, как преобразование рациональных выражений в 9 классе лучше проводить в нетрадиционной форме урока, вовлекая учащихся в процесс обучения как можно шире, помогая им понять, что преобразования рациональных выражений является важной темой, и умение вычислять рационально приводит к лучшим результатам и вообще более увлекательно при изучении математики.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе исследования были рассмотрены основные документы, регламентирующие уровень подготовки выпускников школ и какими базовыми навыками должны они обладать, чтобы хорошо ориентироваться в окружающем быстроизменяющемся мире, быть успешными в профессиональной деятельности и иметь достаточно высокий уровень математической культуры, необходимый для дальнейшей жизнедеятельности. Выстроена закономерность изучения данной темы в средней школе, выделены темы, которые изучаются в 9 классе по преобразованию выражений, проведен анализ учебного материал в учебниках 9 класса тема «Преобразования рациональных выражений»,

Представлен образец тематического планирования по факультативному курсу, а также составлен комплекс заданий по проведению факультативных занятий. Разработаны конспекты уроков в разных форматах для факультатива.

Проведена опытно-экспериментальная работа, которая показала, что такие непростые темы, как преобразование рациональных выражений в 9 классе лучше проводить в нетрадиционной форме урока, вовлекая учащихся в процесс обучения как можно шире, помогая им понять, что преобразования рациональных выражений является важной темой, и умение вычислять рационально приводит к лучшим результатам.

Полученные практические результаты исследования могут быть использованы учителями математики при проведении факультативных занятий в 9 классе в рамках изучения и повторения темы «Преобразования рациональных выражений», а также при подготовке учащихся с Государственной итоговой аттестации (ОГЭ по математике).

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Александров А.Д., Колмогоров А.Н., Лаврентьев М.А. Математика: ее содержание, методы и значение: в 3 т. / Редакционная коллегия член-корр. АН СССР А.Д. Александров, академик А.Н. Колмогоров, академик М.А. Лаврентьев.- Москва, Издательство Академии наук СССР, 1956.- 295 с.
2. Бунимович Е.А., Кузнецова Л.В., Минаева С.С. и др. « Математика. Арифметика. Геометрия», учебник для общеобразовательных организаций с приложением на электронном носителе/ Е.А. Бунимович, Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева и др, -М., Просвещение, 2014 г.- 240 с.
3. Бунимович Е.А., Кузнецова Л.В., Минаева С.С. и др Рабочие программы. Предметная линия учебников «Сфера». Математика. 5-6 классы: пособие для учителей общеобразовательных организаций/ 3-е издание, - М., Просвещение, 2014 г- 265 с.
4. Бурмистрова Т.А. сост., Алгебра. Сборник рабочих программ. 9 класс: учебное пособие для общеобразовательных организаций : базовый и углубленный уровни / [сост. Т. А. Бурмистрова]. -2-е изд., перераб. – М., Просвещение, 2018. – 149 с.
5. Бурмистрова Т.А. сост., Алгебра. Сборник рабочих программ. 7 класс: учебное пособие для общеобразовательных организаций : базовый и углубленный уровни / [сост. Т. А. Бурмистрова]. -2-е изд., перераб. – М., Просвещение, 2018. – 143 с.
6. Бурмистрова Т.А. сост., Сборник рабочих программ. Математика. 5-6 классы: пособие для учителей общеобразовательных организаций/ 3-е издание, - М., Просвещение, 2014 г- 80 с.
7. Бурмистрова Т.А. сост.,Алгебра. Сборник рабочих программ. 8 класс: учебное пособие для общеобразовательных организаций : базовый и

- углубленный уровни / [сост. Т. А. Бурмистрова]. -2-е изд., перераб. – М., Просвещение, 2018. – 117 с.
8. Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С., Шварцбурд С.И. «Математика, 5 класс», учебник для общеобразовательных организаций/ Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков., С.И.Шварцбурд, - Москва, «Просвещение», 2017 год. –265 стр.
  9. Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С., Шварцбурд С.И. «Математика, 6 класс», учебник для общеобразовательных организаций/ Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков., С.И.Шварцбурд, - М., Просвещение, 2017 год. –289 с.
  - 10.Колягин Ю.М., Ткачёва М.В., Фёдорова Н.Е.. Алгебра, 8 класс, учебник для общеобразовательных организаций/Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова.- М., Просвещение, 2014. -304 с.
  - 11.Колягин Ю.М., Ткачёва М.В., Фёдорова Н.Е.. Алгебра, 9 класс, учебник для общеобразовательных организаций/Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова.- М., Просвещение, 2014. -378 с.
  - 12.Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры / В.С. Крамор. - М., Просвещение, 1996. -320 с.
  - 13.Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б. Алгебра, 8 класс: учебник для общеобразовательных организаций авторы/ Ю. Н. Макарычев, Н.Г.Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова.- М., Просвещение, 2019. -387 с.
  - 14.Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б. Алгебра, 9 класс: учебник для общеобразовательных организаций авторы/ Ю. Н. Макарычев, Н.Г.Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова- М., Просвещение, 2016. -415 с.
  - 15.Махмутов М.И. Проблемное обучение. Основные вопросы теории :труды действ. членов и членов корреспондентов АПН СССР /Акад. пед. наук СССР М.И. Махмутов. – М, Педагогика, 1975 г. - 213 с.

16. Миндюк Н.Г., Шлыкова И.С., Алгебра 9 класс: методические рекомендации/ Н.Г.Миндюк, И.С. Шлыкова, - М., Просвещение, 2017. – 269 с.
17. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин Н.М. Алгебра, 9 класс: учебник для общеобразовательных организаций/ С.М.Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, Н.М.Шевкин- М., Просвещение, 2018 –265 с.
18. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин Н.М. Алгебра, 8 класс: учебник для общеобразовательных организаций/ С.М.Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, Н.М.Шевкин- М., Просвещение, 2017 –265 с.
19. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин Н.М. Алгебра, 7 класс: учебник для общеобразовательных организаций/ С.М.Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, Н.М.Шевкин- М., Просвещение, 2018 –265 с.
20. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин Н.М. Алгебра, 6 класс: учебник для общеобразовательных организаций/ С.М.Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, Н.М.Шевкин- М., Просвещение, 2016 –265 с.
21. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин Н.М. Алгебра, 5 класс: учебник для общеобразовательных организаций/ С.М.Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, Н.М.Шевкин- М., Просвещение, 2016 –265 с.
22. Осмоловская И.М. Организация дифференцированного обучения в современной общеобразовательной школе/И.М. Осмоловская, -В.: НПО МОДЭК, 2015 г. – 135 с.
23. Рывкин А.А., Рывкин А.З., Хренов Л.С. Справочник по математике для учащихся средних специальных учебных заведений/ А.А. Рывкин, А.З. Рывкин, Л.С. Хренов.- М., Высшая школа, 1970. -556с.

- 24.Селевко Г.К. и др. Дифференциация обучения/ Г.К.Селевко, - Ярославль, Прокол, 2016 г.- 151 с.
- 25.Фёдорова Н. Е., Ткачёва М. В. Алгебра. Методические рекомендации. 7 класс: пособие для учителей общеобразовательных организаций / Н. Е. Фёдорова, М. В. Ткачёва. — М., Просвещение, 2018 год. -224 с.
- 26.Фёдорова Н. Е., Ткачёва М. В. Алгебра. Методические рекомендации. 8 класс: пособие для учителей общеобразовательных организаций / Н. Е. Фёдорова, М. В. Ткачёва. — М., Просвещение, 2018 год. -177 с.
- 27.Фёдорова Н. Е., Ткачёва М. В. Алгебра. Методические рекомендации. 9 класс: пособие для учителей общеобразовательных организаций / Н. Е. Фёдорова, М. В. Ткачёва. — М., Просвещение, 2018 год. -354 с.
- 28.Шестаков, С.А. ЕГЭ 2019. Математика. Неравенства и системы неравенств. Задача 15 (профильный уровень): учебно-методическое пособие/С.А. Шестаков.- М.: МЦНМО, 2019.- 352 с.
- 29.Ященко, И.В. Я сдам ЕГЭ! Математика. Модульный курс. Методика подготовки. Ключи и ответы: учебное пособие, профильный уровень/ И.В. Ященко.- М.: Просвещение, 2017.-384 с.

### Документы

- 30.Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 N 273-ФЗ (последняя редакция) [Электронный ресурс]: [сайт]. – Режим доступа:  
[http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_140174/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/)
- 31.Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. Приказ Мин. образования и науки РФ от 17.12. 2010 №1897. [Электронный ресурс]: [сайт]. – Режим доступа:  
[https://www.preobra.ru/attachments/1/62/5775b2-7a83-4989-85b2-5e1534301fc8/%D0%A4%D0%93%D0%9E%D0%A1\\_%D0%9E%D0%9E%D0%9E.pdf](https://www.preobra.ru/attachments/1/62/5775b2-7a83-4989-85b2-5e1534301fc8/%D0%A4%D0%93%D0%9E%D0%A1_%D0%9E%D0%9E%D0%9E.pdf)

32. Методические рекомендации для образовательных организаций о преподавании математики в 2020– 2021 учебном году) [Электронный ресурс]: [сайт]. – Режим доступа: <http://iro23.ru/metodicheskie-rekomendacii-dlya-oo-krasnodarskogo-kрая-o-prepodavanii-uchebnyh-predmetov-v-2020>
33. Примерная основная образовательная программа основного общего образования (в редакции протокола № 3/15 от 28.10.2015 федерального учебно-методического объединения по общему образованию). [Электронный ресурс]: [сайт]. – Режим доступа: <https://sudact.ru/law/primernaia-osnovnaia-obrazovatelnaia-programma-osnovnogo-obshchego-obrazovaniia/>

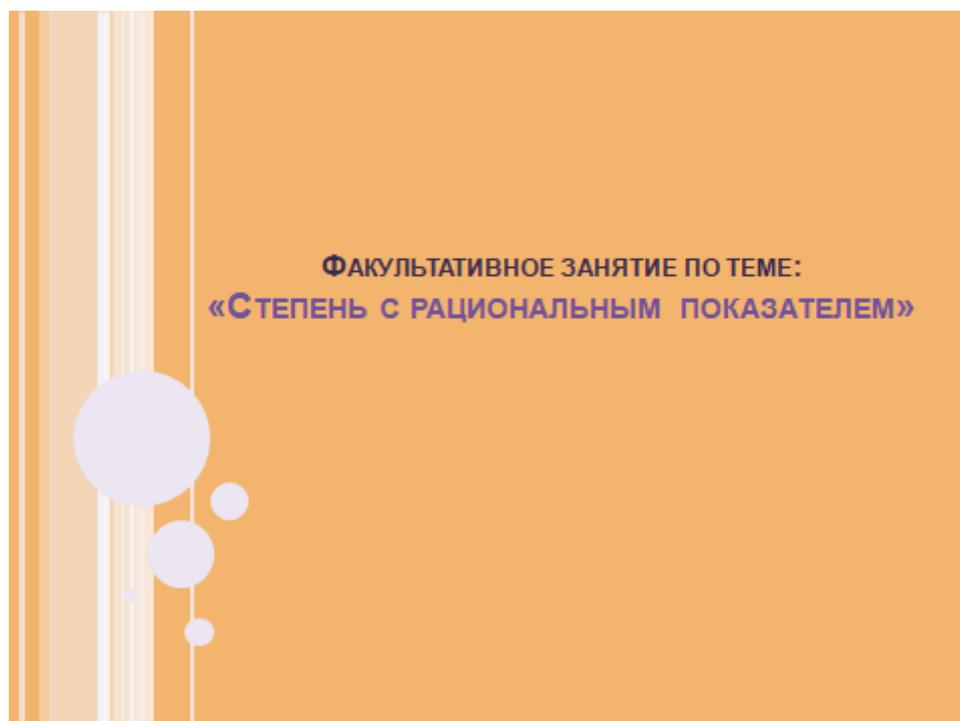
#### **Электронные ресурсы**

34. Образовательный портал для подготовки к экзаменам: официальный сайт.- Москва. – URL: <https://ege.sdamgia.ru/> (дата обращения: 15.04.2021).
35. Статья в педагогическом терминологическом словаре: сайт педагогического терминологического словаря, URL: <https://rus-pedagogical-dict.slovaronline.com/>(дата обращения: 26.03.2021)
36. Лернер И. Я. Проблемное обучение/ И. Я. Лернер. - М., Знание, 1974 г. - 64 с.
37. Оконь В. Основы проблемного обучения/ В. Оконь. – М., Просвещение, 1968 г.- 123с.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение А

Традиционное факультативное занятие по теме «Степень с рациональным показателем» (элементы урока)



#### Цели урока:

- обобщить и систематизировать знания по данной теме;
- проверить умения применять свойства степеней с рациональным показателем на практике;
- формирование интереса к предмету.



ПУСТЬ КТО-НИБУДЬ  
ПОПРОБУЕТ ВЫЧЕРКНУТЬ  
ИЗ МАТЕМАТИКИ СТЕПЕНИ, И  
ОН УВИДИТ, ЧТО БЕЗ НИХ  
ДАЛЕКО НЕ УЕДЕШЬ

М. В. Ломоносов

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

**Определение.** Если  $a$  — положительное число,  $\frac{m}{n}$  —  
дробное число ( $m$  — целое,  $n$  — натуральное), то  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ .

$$0,7^{\frac{3}{8}} = \sqrt[8]{0,7^3}, \left(\frac{1}{3}\right)^{1,3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{13}{10}} = \sqrt[10]{\left(\frac{1}{3}\right)^{13}}, 5^{-\frac{1}{6}} = 5^{\frac{-1}{6}} = \sqrt[6]{5^{-1}}.$$

Вычислите:

а)  $-32^{\frac{1}{5}}$

д)  $8^{\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{5}}$

б)  $(27 \cdot 64)^{\frac{1}{3}}$

е)  $\frac{8^{\frac{1}{3}}}{9^{\frac{1}{2}}} - 5$

в)  $\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{1}{4}}$

ж)  $(7 - \sqrt{22})^{\frac{1}{2}} (7 + \sqrt{22})^{\frac{1}{2}}$

г)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$

з)  $\left(64^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$

### Повторим свойства степени

Если  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $s$  и  $t$  – произвольные рациональные числа, то:

$$a^s \cdot a^t = a^{s+t}$$

$$a^s : a^t = a^{s-t}$$

$$(a^s)^t = a^{st}$$

$$(ab)^s = a^s b^s$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^s = \frac{a^s}{b^s}$$

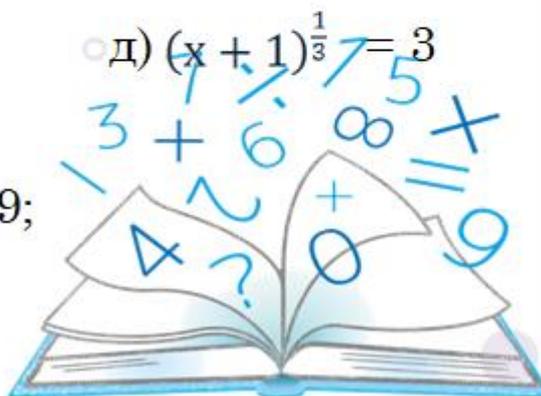


Назовите корень уравнения:

а)  $x^6 = 729$ ;      г)  $x^{\frac{1}{4}} = 3$

б)  $x^{\frac{1}{2}} = 5$ ;      д)  $(x + 1)^{\frac{1}{3}} = 3$

в)  $2x^3 + 5 = 49$ ;



## РЕШАЕМ УПРАЖНЕНИЯ № 1

Представьте степень с дробным показателем в виде корня:

а)  $3^{\frac{1}{2}}$ ,  $5^{\frac{2}{3}}$ ,  $0,2^{0,5}$ ,  $7^{-0,25}$ ;

б)  $x^{\frac{3}{4}}$ ,  $a^{1,2}$ ,  $b^{-0,8}$ ,  $c^{\frac{2\frac{2}{3}}{3}}$ ;

в)  $5a^{\frac{1}{3}}$ ,  $ax^{\frac{3}{5}}$ ,  $-b^{-1,5}$ ,  $(2b)^{\frac{1}{4}}$ ;

г)  $(x-y)^{\frac{2}{3}}$ ,  $x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}}$ ,  $3(a+b)^{\frac{2}{3}}$ ,  $4a^{\frac{1}{2}} + ax^{\frac{3}{4}}$ .



## РЕШАЕМ УПРАЖНЕНИЯ № 2

Представьте в виде степени с рациональным показателем:

а)  $c^{\frac{1}{2}}c^{\frac{1}{3}}$ ;      г)  $d^5d^{\frac{1}{2}}$ ;      ж)  $z^5 : z^{-\frac{1}{2}}$ ;      к)  $(a^2)^{\frac{4}{9}}$ ;  
б)  $b^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}$ ;      д)  $x^{-2} : x^{\frac{3}{2}}$ ;      з)  $m^{\frac{1}{3}} : m^2$ ;      л)  $(c^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}}$ ;  
в)  $a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{1}{6}}$ ;      е)  $y^{\frac{5}{6}} : y^{\frac{1}{3}}$ ;      и)  $(b^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}}$ ;      м)  $(p^3)^{-\frac{2}{9}}$ .



## РЕШАЕМ УПРАЖНЕНИЯ № 3

Упростите выражение:

а)  $(a^{0,4})^{\frac{1}{2}} \cdot a^{0,8}$ ;      в)  $a(a^{-1,2})^{\frac{3}{4}}$ ;  
б)  $(x^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{3}} \cdot x^{1,6}$ ;      г)  $(a^{0,8})^{-\frac{3}{4}} \cdot (a^{\frac{2}{5}})^{-1,5}$ .



## ЗАДАНИЯ ИЗ ОГЭ 2021

- 1. Вычислите:  $5^{11} \cdot 7^9 : 35^9$

$$a^{12} \cdot (a^{-4})^4$$

- Придумайте 4 аналогичных задания

- 2. Найдите значение выражения:

$$\frac{(3x)^3 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 2x^5}$$



## РЕШАЕМ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Страница учебника 67-68

№ 196  
№ 197  
№ 198



Анкета-рефлексия по итогам факультативного занятия по теме «Степень с рациональным показателем»

№ вопроса	Содержание вопроса	Критерии оценивания ответа
1	Чем вы занимались на уроке?	<i>Ответ учащегося</i>
2	Форма урока, по которой проходило занятие вам знакомо? Когда-то раньше уроки проходил в такой форме?	Да- 1 балл Нет- 0 баллов
3	Теоретический материал был достаточно понятно изложен?	Да, все понятно- 2 балла Частично-1 балл Нет- 0 баллов
4	Какие трудности ты испытывал на уроке?	<i>Ответ учащегося</i>
5	Вы много работали самостоятельно?	Да- 1 балл Нет- 0 баллов
6	Какие формы работы на уроке тебе нравятся больше всего? (поставь баллы от 0 до 5):	
	6.1. Индивидуальная	
	6.2. По карточкам	
	6.3. Работа в парах (группах)	
	6.4. Самостоятельная (делает весь класс)	
	6.5. Коллективная (работает весь класс)	
7	Оцени и дай характеристику по следующим критериям своей работы на уроке:	
	7.1. На уроке я работал:	Активно- 1 балл Пассивно-0 баллов
	7.2. Своей работой на уроке я:	Доволен -1 балл

продолжение Приложения Б

- Не доволен – 0  
баллов
- 7.3. Урок для меня показался: Коротким- 1 балл  
Длинным- 0 баллов
- 7.4. Материал урока мне был: Понятен- 1 балл  
Не понятен- 0 баллов  
Полезен-1 балл  
Бесполезен- 0 баллов  
Интересен-1 балл  
Не интересен- 0  
баллов
- 7.5. Домашнее задание мне кажется: Легким-1 балл  
Трудным- 0 баллов  
Интересным- 1 балл  
Неинтересным0  
баллов
- 8 Если хочешь, напиши свое мнение об уроке (поделиться впечатлением, выскажи пожелания и т.п.)

Образец задания письменной проверочной работы

Вариант -1

Вариант -2

Базовый уровень

1. Вычислите:

$$5^{-8} \cdot 5^{10} - 7^{-3} : 7^{-5} + \left(\left(\frac{3}{4}\right)^2\right)^{-1} \quad 3^{-9} \cdot 3^{-12} - 6^{-7} : 6^{-9} + \left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}\right)^2$$

2. Упростить и вычислить при  $a=1$  ( $x=-1$ ):

$$\begin{array}{ll} (x^{-1} + y^3)^2 - 2y^3 \cdot x^{-1} & (x^2 - y^{-1})^2 + 2y^{-1} \cdot x^2 \\ \frac{5a^{-6} \cdot 3(\sqrt{a^3})^4}{a^{-3}} & \frac{5a^{-6} \cdot 3(\sqrt{a^3})^4}{a^{-3}} \end{array}$$

Повышенный уровень

3. Сравните числа:

$$\begin{array}{ll} \left(\frac{7}{9}\right)^5 \text{ и } (0,67)^5 & \left(\frac{5}{7}\right)^7 \text{ и } (0,71)^7 \\ \left(1\frac{3}{7}\right)^2 \text{ и } (0,7)^{-2} & \left(1\frac{2}{3}\right)^{-3} \text{ и } (0,6)^{-3} \end{array}$$

Высокий уровень

4. Упростить выражение:

$$\left(1 - 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b^{-1}} + ab^{-1}\right) : \frac{1 - \sqrt{ab^{-1}}}{b} \quad \left(x^{-1}z + 2\sqrt{z} \cdot \sqrt{x^{-1}} + 1\right) : \frac{1 + \sqrt{zx^{-1}}}{x}$$

5. Решите уравнение:

$$2^{8-x^2}=4^x \quad 3^{x^2-15}=9^x$$