МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Кафедра математики и методики обучения математике

ЧЕРКАСОВА ВАЛЕНТИНА НИКОЛАЕВНА

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ У ОБУЧАЮЩИХСЯ 9 КЛАССА В ОБЛАСТИ КОМБИНАТОРИКИ

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы
Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой
проф., д-р пед. наук Шкерина Л.В.
____
Научный руководитель
канд. пед. наук, доцент Кейв М.А.
____
Дата защиты
____
Обучающийся Черкасова В.Н.
____
____
Оценка________________________

Красноярск 2021

Оглавление

Введение

В соответствие с письмом Министерства образования Российской Федерации от 23.09.2003 г «О внедрении элементов комбинаторики, статистики и теории вероятности в содержание математического образования основной школы» с 2003-2004 учебного года началось в обязательном порядке изучение элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в основной школе. Элементы комбинаторики и теории вероятности входят в содержание итоговой государственной аттестации выпускников общеобразовательных школ.

Анализ результатов итоговой аттестации и наблюдение за реальной практикой обучения математике показывают, что некоторые обучающиеся не обладают прочными знаниями в области комбинаторики и испытывают затруднения при решении комбинаторных задач. Поиск и разработка результативных технологий формирования математической грамотности у обучающихся в области комбинаторики на сегодня остается одной из актуальных проблем школьного математического образования.

Тема выпускной квалификационной работы посвящена методике обучения основам комбинаторики обучающихся 9 класса.

Цель исследования: разработка методики формирования математической грамотности у обучающихся 9 класса в области комбинаторики.

Объект исследования: математическая подготовка обучающихся 9 класса.

Предмет исследования: дидактические условия формирования математической грамотности у обучающихся в области комбинаторики.

В основу нашего исследования положена **гипотеза**: если в процессе математической подготовки обучающихся 9 класса применять специальную методику обучения основам комбинаторики, то это будет способствовать формированию математической грамотности.

Для реализации поставленной цели и проверки гипотезы исследования решались следующие **задачи**:

1. Охарактеризовать понятие «математическая грамотность» и описать роль, место и значение элементов комбинаторики для формирования математической грамотности у обучающихся 9 класса.
2. Разработать диагностическую карту для оценки и измерения уровня сформированности математической грамотности у обучающихся 9 класса;
3. Описать основные дидактические условия формирования математической грамотности у обучающихся 9 класса в области комбинаторики;
4. Разработать цикл уроков по теме «Элементы комбинаторики» в рамках математической подготовки обучающихся 9 класса.
5. Провести педагогический эксперимент, проанализировать и описать его результаты.

Глава 1. Теоретические основания для формирования математической грамотности у обучающихся 9 класса в области комбинаторики

1.1 Математическая грамотность обучающихся 9 класса в области комбинаторики

Понятие математическая грамотность является центральным в рамках предстоящего международного исследования PISA-2021 и определяется следующим образом: «Математическая грамотность – это способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане в 21 веке» [54]. Другими словами, это умения применять полученные математические знания в различных ситуациях.

В программе PISA определены три составляющие математической грамотности [54]:

1)Умение находить и отбирать информацию.

2)Производить арифметические действия и применять их для решения конкретных задач.

3)Интерпретировать, оценивать и анализировать данные.

Следовательно, в математическую грамотность включают следующие показатели:узнавать проблемы, появляющиеся в окружающей действительности и которые можно решить средствами математики; излагать эти проблемы на языке математики; разрешать эти проблемы, используя математические факты и методы; разбирать использованные методы решения; интерпретировать полученные результаты с учетом поставленной проблемы; формулировать и записывать результаты решения[3].

Элементы комбинаторики в обязательном порядке входят как в содержание математической подготовки школьников, так и в содержание итоговой государственной аттестации выпускников общеобразовательных школ. В состав образовательных результатов математической подготовки входит формирование комбинаторных представлений и развитие комбинаторного мышления школьников [ФГОС ООО, 2010].

В обучении математике роль комбинаторики постоянно возрастает, поскольку в ней заложены большие возможности не только развития мышления обучающихся, но и для подготовки их к решению проблем, возникающих в повседневной жизни.

Школьный курс математики содержит обязательные разделы[45]:

5-6 класс

- Арифметика;
- Числовые и буквенные выражения. Уравнения;
- Измерения геометрических величин.Геометрические фигуры;
- Элементы комбинаторики;
- Математика в истории развития.

7 класс

- Линейные уравнения с 1 переменной;
- Целые выражения;
- Функции;
- Системы линейных уравнений с 2-мя неизвестными.

8 класс

- Рациональные выражения;
- Квадратные корни. Действительные числа.
- Квадратные уравнения

9 класс

- Неравенства
- Квадратные функции

- Прикладная математика
- Числовые последовательности

Согласно новым стандартам образования в основной школе, а именно в 5-9 классахтребования к предметным результатам математики должны отражать[45]:

1.Формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления;

2.Развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений;

3.Развитие представлений о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел; овладение навыками устных, письменных, инструментальных вычислений;

4.Овладение символьным языком алгебры, приемами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств; умения моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат;

5.Овладение системой функциональных понятий, развитие умения использовать функционально-графическое представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей;

6.Овладение геометрическим языком; развитие умения использовать его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных представлений, изобразительных умений, навыков геометрических построений;

7.Формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, представлений о простейших пространственных телах; развитие умений моделирования реальных ситуаций на языке геометрии, исследования построенной модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решения геометрических и практических задач;

8.Овладение простейшими способами представления и анализа статистических данных; формирование представлений о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения, о простейших вероятностных моделях; развитие умений извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, описывать и анализировать массивы числовых данных с помощью подходящих статистических характеристик, использовать понимание вероятностных свойств окружающих явлений при принятии решений;

9. Развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, компьютера, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах.

В 5-9 классе в содержание раздела «Элементы статистики, вероятности. Комбинаторные задачи» входят такие темы как[45]:

- представление данных в виде таблиц, круговых и столбчатых диаграмм и графиков;
- среднее арифметическое;
- случайное событие;
- достоверные и невозможные события;
- вероятность случайного события;
- решение комбинаторных задач;
- изучения правил суммы и произведения

В результате изучения данного раздела, обучающиеся приобретут следующие умения[45]:

- использовать простейшие способы представления и анализа статистических данных;

- решать комбинаторные задачи на нахождение количества объектов и комбинаций;

- различать стандартные обозначения числовых множеств, приводить примеры числовых множеств.

К выполнению заданного курса в учебниках разных авторов, каждый подошел по своему.(таблица 1).Где-то элементы комбинаторики выделены е отдельным параграфам, а где-то включены в тему урока как приложения.

Таблица 1

Анализ содержания стохастической линии

в школьных учебниках 5-9 классах

№ п/п	Автор учебника	Наименование разделов и тем	Краткое содержание	Кол-во часов
5 класс				
1	Дорофеев Г.В., Шарыгин И.Ф., Суворова С.Б., Бунимович Е.А. и др.	Случайные события	События: случайные, достоверные, невозможные, равновероятные. Задачи на определение вероятности наступления события.	2
2	Виленкин Н.Я., Жохов В.И.	В учебнике нет материала по теме «Комбинаторика», как отдельный раздел, не приложением. В учебнике 5 класса всего 13 задач на перебор вариантов	Решение задач методом перебора возможных вариантов	2
3	Зубарева И.И., Мордкович А.Г.	Введение в вероятность. Достоверные, невозможные и случайные события. Комбинаторные задачи.	Задачи на определение характера событий (достоверное, невозможное, случайное). Решение методом	3

			перебора вариантов.	
4	Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.	Комбинаторные задачи.	Комбинаторные задачи, древо возможных вариантов	5
6 класс				
5	Дорофеев Г.В., Шарыгин И.Ф., Суворова С.Б., Бунимович Е.А. и др.	Понятия множества. Операции над множествами. Решение задач с помощью кругов Эллера. Комбинаторные задачи.	Множества, круги Эллера, решения задач с помощью кругов, дерево вариантов	4
6	Виленкин Н.Я., Жохов В.И.	В учебнике нет материала по теме «Комбинаторика», как отдельный раздел, не приложением. В учебнике 6 класса всего 11 задач на перебор вариантов.	Решение задач методом перебора возможных вариантов	2
7	Зубарева И.И., Мордкович А.Г.	Математика вокруг нас (Решение задач с пропорцией. Разные задачи. Первое знакомство с понятием «вероятность». Первое знакомство с подсчетом вероятностей).	Решение задач на вероятность (изучение первых формул)	3
8	Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.	Случайные события. Вероятность случайного события.	Формулировать понятия достоверное событие, возможное и случайное событие, стопроцентная и нулевая вероятности, равновероятностные события. Приводить примеры	3
7-9 класс				
9	Дорофеев Г.В.,	Выборочные исследования.	Изучают формулы комбинаторики	7

	Шарыгин И.Ф., Суворова С.Б., Бунимович Е.А. и др.	Интервальный ряд. Гистограмма. Характеристики разбора. Статистическое оценивание и прогноз. Вероятность и комбинаторика. Статистическое оценивания и прогноз		
10	Виленкин Н.Я., Жохов В.И.	Комбинаторика (Правило суммы и правило произведения. Размещение. Перестановки. Сочетание). Понятия вероятностных событий	Формулировать и применять комбинаторное правило суммы, комбинаторное правило произведения изучения формул	6
11	Зубарева И.И., Мордкович А.Г.	Комбинаторные задачи. Статистика-дизайн информации. Простейшие вероятностные задачи. Экспериментальные данные и вероятности событий.	Метод перебора вариантов, дерево возможных вариантов. Метод перебора вариантов, дерево возможных вариантов, правило умножения, факториал. Статистическая устойчивость, статистическая вероятность.	6
12	Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.	Основные правила комбинаторики .Правило суммы и произведения Частота и вероятность случайного события Классическое определение вероятности. Решение вероятностных задач. Основные статистические характеристики	Приводить примеры использования комбинаторных правил суммы и произведения; Формулировать и применять комбинаторное правило суммы, комбинаторное правило произведения	8

У разных авторовшкольных учебников по математике нет единого методического подхода к введению основных понятий раздела «Элементы статистики, вероятности. Комбинаторные задачи».

В учебнике под редакцией Г.В Дорофеева и И.Ф Шарыгина, раздел связанный с комбинаторикойначинается, с конкретных задач и примеров, решение задач методом перебора возможных вариантов. Данный метод показан с помощью построения дерева возможных вариантов.

Зубарева И.И., Мордкович А.Г., данный раздел представили в конце всех тем «Введение в вероятность», которая имеет 2 параграфа. В одном параграфе рассматриваются достоверные, невозможные и случайные события. Во втором параграфе рассматриваются комбинаторные задачи, решаемые методом перебора возможных вариантов. В 7-9 классе данные темы сведены к минимуму, а на решение задач по комбинаторике отведено 2часа.

В учебнике под редакцией Н.Я.Виленкина, В.И.Жохова, А.С.Чеснокова, С.И.Шварцбурданет материала по теме «Комбинаторика», как отдельного раздел. В учебнике 5 класса всего 13 задач на перебор вариантов. И только в 9 классе выделены параграфы на изучение данных тем.

Проанализировав ряд учебников по математике 5-9 классов, было установлено, что в рамках школьной программы обучающимся предоставлено небольшое количество информации о различных приёмах решения комбинаторных задач и тренировочных задач по теме «Элементы комбинаторики и теории вероятностей», у некоторых авторов данная тема совсем отсутствует.

Чтобы оценить уровень сформированности математической грамотности у обучающихся 9 класса в области комбинаторики нами разработана диагностическая карта (таблица 2).

Таблица 2

Диагностическая карта для измерения и оценки уровня сформированности математической грамотности у обучающихся 9 класса в области комбинаторики

Уровень сформированности математической грамотности	Показатели сформированности математической грамотности
Высокий	Обучающийся демонстрирует: − Знание предмета комбинаторики; правил комбинаторики; основных комбинаторных конфигураций (перестановки, размещения, сочетания); формул для подсчета числа перестановок, размещений и сочетаний; различных методов решения комбинаторных задач высокого уровня сложности. − Умения: подсчитывать количество всех возможных комбинаций элементов, образованных по определенному правилу; применять правила суммы и произведения; решать комбинаторные задачи высокого уровня сложности, аргументируя теоретическую основу их решения.
Средний	Обучающийся демонстрирует: − Знание правил комбинаторики; основныеправила конфигурации (перестановки, размещения, сочетания); знания формул для подсчета числа перестановок, размещений и сочетаний;методы решения комбинаторных задач повышенного уровня сложности. − Умения: подсчитывать количество всех возможных комбинаций элементов, образованных по определенному правилу; применять правила суммы и произведения; решать комбинаторные задачи повышенного уровня сложности.
Низкий	Обучающийся демонстрирует: − Знание правил комбинаторики; основных комбинаторных конфигураций (перестановки, размещения, сочетания). − Умения: подсчитывать количество всех возможных комбинаций элементов, образованных по определенному правилу; применять правила суммы и произведения; решать комбинаторные задачи базового уровня сложности.

Вывод:Под математической грамотностью мы будем пониматьспособность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Диагностику уровня сформированности математической грамотности у обучающихся осуществляем на основании диагностической карты, в которой условно выделены и охарактеризованы три уровня: высокий, средний и низкий.

1.2. Дидактические условия формирования математической грамотности у обучающихся 9 класса в области комбинаторики

Дидактические условия –важнейшие компоненты образовательного процесса.

По мнению Анохиной Г. М. дидактические условия, формируются в образовательном процессе с поддержкой личностно ориентированной технологиисовокупностью педагогических средств в содержании. Для получения знаний учеником, формируются специальные условия, которые организовывает наставник, в данных условиях онпроявляет самостоятельно, добывать знания из учебника, электронных источников информации. Когда создаются различные ситуации на уроке, предметная деятельность обретает новый смысл, появляется интерес к предмету.

Дидактические условия могут выступать как активаторы структур мышления, учения. Согласно Егориной В. С. предлагается следующая система дидактических условий[19]:

-специально отобранное содержание процесса обучения школьников мыслительным операциям;

-обеспечение единства мотивационного, содержательного и операционного компонентов обучения;

-единство репродуктивного и продуктивного характера познавательной деятельности учащихся;

-постепенное повышение степени их самостоятельности в овладении мыслительными операциями;

-побудительно-интенсифицирующая деятельность учителя.

Под дидактическими условиями формирования математической грамотности у обучающихся 9 класса в области комбинаторики мы будем понимать специальное содержание обучения и комплекс специальных приёмов обучения комбинаторике.

Специальное содержания обучения – это система адаптированной под цели педагогов информация, которая разрешает передать обучающимся знания, умения, требуемые навыки, помочь им получить компетенцию творческой деятельности, эмоционального восприятия мира, сосредоточить их развитие в плодотворное направление[38].

В рамках данного исследования под содержанием обучения мы будем понимать не только некоторый объем теоретического учебного материала, но и комплекс задач, заданий и упражнений, а так же сведений о ценности предметных знаний и способах их применения при решении разнообразных задач.

В основе решения многих комбинаторных задач лежат два комбинаторных правила: правило суммы и правило произведения.

Существует три метода наглядного представления решения простейших комбинаторных задач:

- Метод логического перебора с помощью дерева возможных вариантов;
- Построения граф – схемы;
- Табличный метод.

В 9 классе изучаются три типа комбинаторных конфигураций:

- Перестановки;
- Сочетание;
- Размещение.

Перед началом изучения комбинаторики в 9 классе необходимо актуализировать основные сведения, которые изучались по данной теме в 5-8 классах: различные методы решения простейших комбинаторных задач.

Метод логического перебора (данный метод говорит, что задачи решаются простым полным перебором всех возможных вариантов, лучше всего его применять в простых задачах) [28].

Пример 1. Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 1, 4, 9? [28]

Решение: Можно выписать все двузначные числа, которые мы можем составить из цифр 1,4,9. Лучше начать выписывать в порядке возрастания, для того чтобы не запутаться и не потерять числа. Начинаем записывать двузначные числа с цифрой 1, затем с цифрой 4,вслед с цифрой 9. В итоге получим: 11, 14, 19, 41, 44, 49, 91, 94, 99.

Этим образом, из 3-х данных цифр возможно составить всего 9 всевозможных двузначных чисел[28].

При выполнение предоставленного поручения обучающиеся подвергают анализу задачки, вникают в обстоятельства, моделируют ее данные в облике дерева. В итоге получается модель (рис.1) [2]:

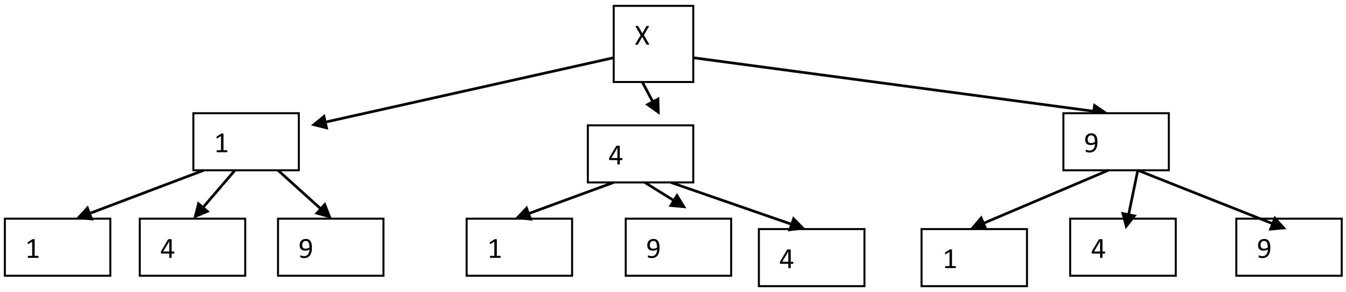


Рис. 1 Дерево возможных вариантов

Эта схема похожа надерево, перевернутое «вверх ногами», но без ствола. Знак «х» обозначает начало «корень» дерева, а всеварианты решения это ветки дерева. Чтобы получить двузначное число, нам необходимо раньше всего предназначить первую его цифру. Первой цифрой может стать: 1, 4, 9, так как потреблять у нас есть три варианта. Следовательно, из точки «х» мы проведем три стрелочки на концах и расставим данные цифры 1, 4 и 9

После этого, нам необходимо будет выбрать вторую цифру, и снова у нас образуется три варианта: 1,4 или 9. Для того чтобы показать эти варианты на нашем дереве, мы от первой цифры проведем еще по три стрелочки и запишем на концах каждого цифры 1,4 и 9. В результате, нашего построенного дерева видим, что собралось девять вариантов.

Построение граф-схемы. «Граф – это геометрическая фигура, состоящая из точек (вершины графа) и линий, их соединяющих (ребра графа)»[14]. «При этом с помощью вершин изображают элементы некоторого множества (предметов, людей и т.д.), а с помощью ребер — определенные связи между элементами. Для удобства иллюстрации условия задачи, вершины графа могут быть заменены кругами или прямоугольниками»[8].

Пример 2. «В парке 4 пруда. Было решено засыпать песком дорожки между ними так, чтобы можно было пройти от одного пруда к другому кратчайшим путем, т.е. не нужно было идти в обход. Задание: покажите, какие дорожки надо сделать?» [13].

При выполнении данного задания обучающиеся анализируют текст задачи, моделируют ее данные в виде графа. В результате получается следующая модель.

Решение.

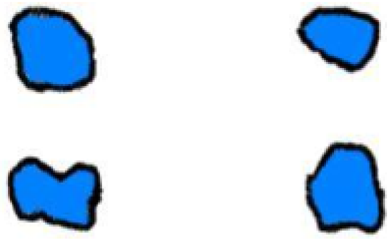


Рис.3. Четыре пруда по условию примера 2 [10]

Пример для полного графа.

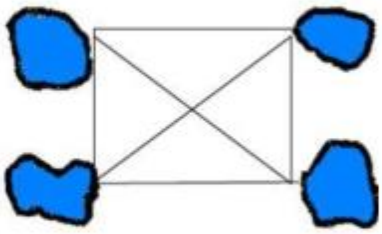


Рис.4. Полный граф к примеру 2 [10]

Ответ:6

Табличный метод

Составление таблиц. Для подсчета числа комбинаций из двух элементов наглядной моделью решения является таблица вариантов. В таблице предполагают, так же и с деревом все варианты решения.

Пример 3. «Сколько нечетных двузначных чисел можно составить из цифр1,3,4,6,7,8,9?»[17].

Решение. Составим таблицу: слева 1-й столбец –цифры искомых чисел, вверху[10]1-я строка –цифры (рис.2).[10]

	1	3	7	9
1	11	13	17	19
3	31	33	37	39
4	41	43	47	49
6	61	63	67	69
7	71	73	77	79
8	81	83	87	89
9	91	93	97	99

Рис.5. Перебор всевозможных вариантов, к примеру 3.

Ответ: 28.

Следующий дидактический приём, направленный на формирование умений решать комбинаторные задачи, заключается в применении основных правил комбинаторики.

Первое правило суммы. Если объект А может быть выбран m способами, а объект В – другими n способами, то выбор «А или В» осуществляется по правилу (m+n) способами [1].

Для окружающих не связанных с данной темой, покажется не понятной, но на самом деле все просто, не чего сложного нет. Допустим что перед нами две коробки с шариками в одной 5 штук, а в другой 7 штук. Сколько способов существует, чтобы взять один шарик действительно 5+7=12 способов.

Второе правило произведения. Если объект А может быть выбран m способами, ипосле каждого из таких выборов объект В, в свою очередь, может быть выбран n способами, то выбор «А и В» в указанном порядке осуществляется (m·n) способами[1].

Пример 4. В меню столовой 3 вида первых блюд и 4 вида вторых блюд.

Сколькими способами можно выбрать: а) бизнес-ланч из одного первого блюда или одного второго; б) бизнес-ланч из одного первого блюда и одного второго?

Решение: а) 1-е блюдо соответственно 3 способа выбора, а 2-е соответственно 4 способа по правилу сложения 7 способов выбора одного блюда.

б) А теперь попробуем составить бизнес-ланч из первого блюда и второго. С первым видом первого блюда возможно 4 варианта второго блюда (с каждым из 4 видов второго), со вторым видом первого блюда аналогично 4 варианта и т.д.

Следовательно, с каждым из трёх видов первых блюд возможно по 4 варианта вторых. Итого 3·4=12 способов выбрать бизнес-ланч из одного первого блюда и одного второго.

Сочетания без повторений

Простойзадачей комбинаторики является задача сочетаний, где нет повторений, содержание которой можно выразить вопросом: сколько существует способов, для выбора элементовmизn? Определяется по формуле

$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ [29].

Пример 5.В магазине при покупке любимых 10 книг, хватает денежных средств на 4. Сколько существует способов?

Решение. Нам из 10 книг нужно выбрать 4, причем порядок выбора не имеет значения. Таким образом, нужно найти число сочетаний из 10 элементов по 4:[28].

$C_{10}^4 = \frac{10!}{6!\cdot 4!} = 210$ **.**[29].

Размещения без повторений

Еще одна из простых задач комбинаторики задача о числе размещений без повторений, вопрос можно поставить так:Сколько способов для выбора и размещения из n элементов и по m местам?[26] решение данной задачи с помощью формулы:

$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ [29]

Пример 6.В газете «Ирбейская правда» 18 страниц. На страницах данной газеты необходимо разместить 4 фотографии. Сколько способов существует, для выполнения данной задачи? Сколько способовсуществует, если на странице не более одной фотографии?

Решение.Для решения данной задачи, мы не просто выбираем фотографии, а необходимо разместить их на определенных страницах. Причем каждая страница газеты должна содержать не более одной фотографии. Таким образом, задача сводится к простой задачи на определение числа размещений без повторений из 18 элементов по 4 элемента:

$A_{18}^{4} = \frac{18!}{(18-4)!} = \frac{18!}{14!}$ =15*16*17*18=73440 способов.

Итог, четыре фотографии на 18 страницах можно расположить 73440 способами[29].

Перестановки без повторений

Самой простой задачей комбинаторики является о числе перестановок без повторения.Вопрос в данной задаче можно задать так: Сколько способов перестановок существует из n элементов, на n местах? И вычисляется по формуле P_n=n!, где n!=1*2*3*…*n

Пример 7.Сколько «слов» из 4-х буквенных можно составить из слова«трек»?

Решение. Слово состоит из четырех «трек» (т, р, е, к). Чтобы посчитать количество слов, переставляем буквы местами. Из данного набора букв можно составить P_4=4!=1*2*3*4=24 слова

Ответ: 24 слова

Вывод.Под дидактическими условиями формирования математической грамотности у обучающихся 9 класса в области комбинаторики мы будем понимать специальное содержание обучения и комплекс специальных приёмов обучения комбинаторике, среди которых:

- введение основных понятий комбинаторики – сочетания, перестановки и размещения;

- демонстрация применения основных понятий комбинаторики в реальной жизни и на практике;
- обобщение и систематизация изученного материала с помощью опорных конспектов и графических схем;
- тренировка навыков решения комбинаторных задач: конструирование наглядных моделей при решении комбинаторных задач;решение задач на основе поиска ответов на ключевые вопросы: 1) Все ли элементы присутствуют в выборке? 2) Важен ли порядок элементов при их выборе? и др.

Глава 2. Методика формирования математической грамотности у обучающихся 9 класса в области комбинаторики

2.1. Цикл уроков по теме «Элементы комбинаторики» в рамках математической подготовки обучающихся 9 класса

В результате сравнительного анализа школьных учебников за курс 5-9 класс по математике самый удачный вариант изложения тем по комбинаторике, на наш взгляд, в учебниках по математике авторов А.Г Мерзляк, В.Б. Полонский и М.С Якир.

Таблица 3

Учебно-тематическое планирование уроков по комбинаторике в 9 классе

№	Тема урока	Примерное содержание урока	Количество часов
1	Основные правила комбинаторики	Экскурс в историю комбинаторики; примеры задач из повседневной жизни; актуализация знаний за 5-6 класс; решение простейших комбинаторных задач	1
2	Правило суммы и произведения	Изучения правил; применениеосновных правил комбинаторики на практике	1
3	Перестановки	Основные определения; формулы;тренинг по решению задач	1
4	Размещение	Основные определения; формулы; тренинг по решению задач	1
5	Сочетание	Основные определения; формулы; тренинг по решению задач	1
6	Игра«Математическая карусель»	Обобщение и систематизация учебного материала; индивидуальная и групповая работа по решению комбинаторных задач	1
Всего			6

Согласно тематическому планированию представим технологические карты уроков, направленных на формирование математической грамотности у обучающихся 9 класса в области комбинаторики.

* Форма организации УД: Ф- фронтальная, И- индивидуальная, П- парная.

Школа: МБОУ Ирбейская сош №1 « Имени Героя Советского Союза С.С. Давыдова»

Учебник: А.Г Мерзляк

Класс : 9В

Количество учащихся: 17

Тема урока: «Введение в комбинаторику»

Тип урока: «открытия новых знаний»

Цель урока: ввести понятие науки "комбинаторика", комбинаторной задачи; познакомить обучающихся с историей возникновения; показать обучающимся на примерах практическое применение в повседневной жизни

Задачи:

Образовательная: познакомить учащихся с правилами суммы и произведения, методом перебора для решения комбинаторных задач, формировать навыки их применения при решении простейших задач;

Развивающая: развивать математическое мышление и логическую речь учащихся; мотивацию к познанию социокультурной среды;

Воспитательная: формировать навыки самоконтроля, воспитывать чувство ответственности за качество и результата выполняемой работы, вырабатывать партнерские отношения.

ХОД УРОКА

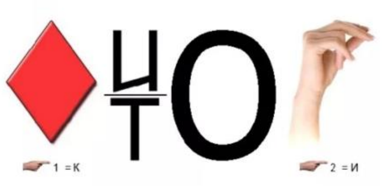
I. Организационный момент

Приветствие учителя учеников.

II. Активизация познавательной деятельности

- Дорогие ребята у каждого из вас есть телефон, иногда вы берете гаджеты друг друга, но тут может возникнуть проблема «Пароль» из 4 знаков и более три знака видели, а остальные нет. Что делать? Может подумаете, какую пару чисел набрать? А сколько таких способов или вариантов надо перебрать, чтоб найти подходящий?

Сегодня на уроке мы познакомимся с наукой, которая поможет ответить нам на эти вопросы. Но как называется данная наука, ответите отгодав ребус



Тема нашего урока: "Примеры комбинаторных задач"

"Учимся не для школы, а для жизни" (Сенека Люций Анней - римский философ и поэт***). Записать на доске***. Эти слова, я хочу взять эпиграфом к нашему уроку. Так как при изучении нового материала ребята часто задают вопросы: "А зачем она нужна?", "Может ли она чем-то помочь в реальной жизни?"

Я выслушала ваше мнение и в конце урока мы вернемся к этим вопросам.

III. Подготовка к основному этапу изучения нового материала.

В детстве ваши родители читали сказки, смотрели по телевизору, в русских сказках как правило богатырь двигаясь по дороге доезжает до распутья, где стоит огромный камень с надписью. "Вперёд поедешь – голову сложишь, направо поедешь – меча лишишься”. Ну а дальше богатырь делает выбор. (можно небольшой видео ролик здесь). В нашей жизни мы так же часто делаем выбор, от этого складывается наша дальнейшая жизнь. Эти пути и варианты складываются в самые разнообразные комбинации. И целый раздел математики, именуемый комбинаторикой, занят поисками ответов на вопросы: сколько всего есть комбинаций в том или ином случае, как из этих комбинаций выбрать наилучшую.

IV. Открытие нового знания.

Теперь поговорим о вас, делали выбор в своей жизни? Какой это был выбор, в какой ситуации?

Давайте рассмотрим способы решения комбинаторных задач:

Пример 1. На тарелочке 7 яблок, 4 мандарина и 5 груш. Найдите количество способов, которыми можно взять с тарелочки

а) один плод;

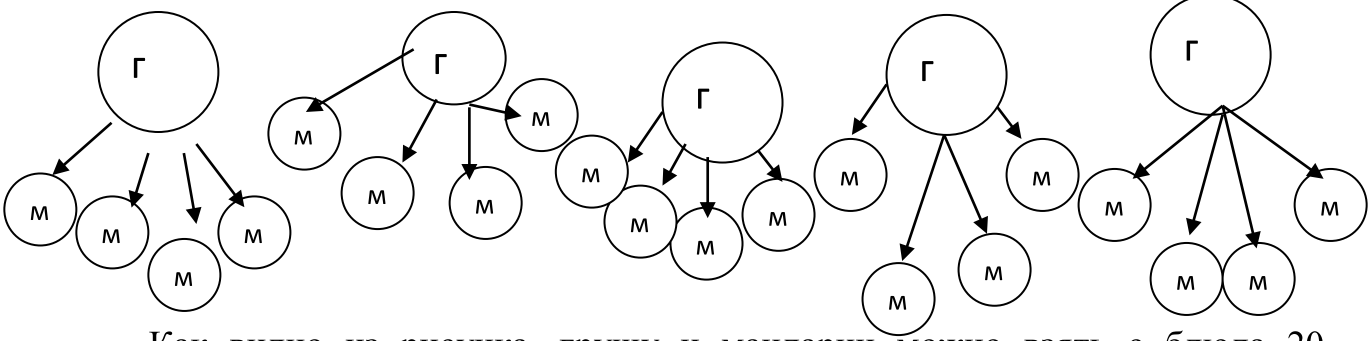
б) грушу и мандарин;

в) яблоко и грушу;

г) яблоко и мандарин;

д) два фрукта с различными названиями.

(7+4+5=16 способами.) можно изобразить «дерево возможностей»:



Как видно из рисунка, грушу и мандарин можно взять с блюда 20 различными способами. Учащиеся сами сообразят, что этот результат можно получить, умножив 5 на 4. Тогда они легко самостоятельно решат задачи в) и г): в) $7 \cdot 5=35$; г) $7 \cdot 4=28$.

Правило суммы: если элемент a из некоторой совокупности элементов можно выбрать m различными способами, и независимо от этого элемент b – n способами, то выбрать **a или b**можно n+m способами.

Правило произведения: если элемент a из некоторой совокупности элементов можно выбрать m различными способами, и независимо от этого элемент b – n способами, то выбрать **a и b**вместе можно $n \cdot m$ способами.

Задачи:1. Сколько существует	Решение:

а) двузначных б) трехзначных в) n-значных натуральных чисел?	а) $9 \cdot 10=90$ б) $9 \cdot 10 \cdot 10=900$ в) $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \ldots \cdot 10=9 \cdot 10^{n-1}$

2. Каково максимальное количество абонентов могут обслуживаться одной сотовой сетью, если номер семизначный?

Решение:Эта задача аналогична задаче на составление семизначного числа. Отличие состоит лишь в том, что число не может начинаться с нуля, а телефонный номер – может. Поэтому семизначных номеров $10^7=10000000$.

Ответ: десять миллионов абонентов могут обслуживаться в одной сотовой сети.

3. Каково максимальное количество абонентов могут обслужить операторы всех сотовых сетей?

Решение:Номер сети состоит из трех знаков, причем первая цифра во всех сетях одинаковая: 9. Поэтому эта задача сводится к решению задачи на составление девятизначного числа, которое может начинаться с нуля. Поэтому все сотовые сети могут обслужить $10^9=1000000000$ абонентов.

Ответ: один миллиард абонентов.

4. Каких чисел - полиандромов больше, семизначных или восьмизначных?

Решение:Полиандромы – это такие числа, которые читаются одинаково слева направо и справа налево. У семизначного числа – полиандрома на первой позиции может стоять любая из девяти цифр, на второй, третьей и четвертой позициях – любая из десяти. А вот на пятой, шестой и седьмой позициях цифры уже зафиксированы. Таким образом, по правилу произведения семизначных чисел – полиандромов $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1=9000$.

Восьмизначных чисел – полиандромов $9\cdot10\cdot10\cdot10\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1=9000$. Так что семизначных и восьмизначных чисел – полиандромов поровну.

Ответ: поровну.

5.Сколько существует всевозможных четырехзначных чисел, состоящих из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7 и содержащих ровно одну тройку?

Решение:Цифра «3» может занимать любую из четырех позиций. В силу того, что для записи используются всего лишь семь цифр, то на первой позиции, если там не тройка, может находиться любая из пяти цифр, так как нуль не может стоять на первой позиции, а тройка зафиксирована. На остальных позициях, где нет тройки, может находиться любая из шести цифр. Изобразим схему заполнения позиций:

<u>3666</u>

<u>5366</u>

<u>5636</u>

<u>5663</u>

В таком случае, по правилу произведения четырехзначных чисел, начинающихся с тройки, 6^3, а с тройкой во второй, третьей и четвертой позициях $5\cdot6^2$. Таким образом, всего четырехзначных чисел, составленных из данных цифр и содержащих ровно одну тройку по правилу сложения $6^3+5\cdot6^2\cdot3=36\cdot(6+15)=36\cdot21=756$.

Ответ: 756.

6. Сколько существует четырехзначных чисел, кратных пяти и состоящих из цифр 0, 2, 5, 7, 9, если каждое число состоит из различных цифр?

Решение:Числа, кратные пяти, оканчиваются на «0» или «5». На первой позиции может находиться любая из предложенных пяти цифр, кроме нуля и зафиксированной последней цифры. Изобразим схему заполнения позиций:

<u>4320</u>

<u>3325</u>

Таким образом, чисел, составленных из предложенных цифр и оканчивающихся на «0» по правилу произведения $4 \cdot 3 \cdot 2=24$, а оканчивающихся на «5» $3 \cdot 3 \cdot 2=18$. Всего чисел, кратных пяти, по правилу сложения $24+18=42$.

Ответ: 42.

7. Сколько существует шестизначных чисел, в записи которых присутствует хотя бы одна четная цифра?

Решение:По правилу произведения всего шестизначных чисел $9 \cdot 10^5=900000$. Для составления чисел, в которых нет ни одной четной цифры, используются пять цифр, поэтому таких чисел $5^6=15625$. Таким образом, чтобы найти количество шестизначных чисел, в которых присутствует хотя бы одна четная цифра, нужно из числа всех возможных вариантов вычесть число неблагоприятных: $900000-15625=884375$.

Ответ: 884375.

VI. Закрепление знаний и способов действий.

Каждый из нас хочет быть востребован в жизни. Представьте, что вы решили заняться бизнесом (частный ресторан, туристическое агентство, спортивный клуб). Для того, чтобы ваше заведение было конкурентоспособным необходимо знать, что ваших клиентов интересует больше всего. Предлагаю провести опрос аудитории, обработать полученную информацию и сделать рекламу своего заведения.

Учитель: навыки решения комбинаторных задач в дальнейшем помогут вам творить, думать необычно, оригинально, смело, видеть то, мимо чего вы часто проходили не замечая, любить неизвестное, новое; преодолевать трудности и идти через невозможное вперед.

Математика повсюду –
Глазом только поведешь
И примеров сразу уйму
Ты вокруг себя найдешь…

Я предлагаю вернуться к нашей игре "Верите ли вы, что..." и переосмыслить свои ответы.

VII. Рефлексия. Учитель: Так может ли комбинаторика помочь в реальной жизни? В чем? Я рада слышать ваши ответы. Я сегодня увидела в вас энергичных, предприимчивых, ярких личностей. Я уверена, что каждый из вас найдет достойное место в жизни.	**VIII. Постановка домашнего задания.** П.30 1 группа – 716 (перебор) 2 группа-720 (дерево) Вместе- 727 (умножение)

Школа: МБОУ Ирбейская сош №1 « Имени Героя Советского Союза С.С. Давыдова»

Учебник: А.Г Мерзляк

Класс : 9В

Количество учащихся: 17

Тема урока: «Правило суммы и произведения»

Тип урока: комбинированный

1.Образовательная: образовать понятие о несовместных и совместных событиях, о произведении и сумме событий.

2.Развивающая - развивать умения применять знания на практике, способствовать развитию логического мышления, воли и самостоятельности, развитие умений учебного труда (умение работать в темпе).

3.Воспитательная - создавать условия для воспитания интереса к изучаемой теме, воспитания мотивов учения, положительного отношения к знаниям, воспитания дисциплинированности, обеспечивать условия успешной работы в коллективе.

1. Орг. Момент. Приветствие обучающихся, проверка готовности класса к уроку

2. Мотивация к учебной деятельности .

До появления теории вероятностей как действительно общепризнанной теории в науке господствовал детерминизм, согласно которому осуществление определенных условий однозначно определяет результат. Классическим примером является механика: если известны начальное положение, скорость материальной точки и действующие силы, то можно определить ее дальнейшее движение. Развитие этого подхода привело знаменитого французского математика и механика П. Лапласа к своеобразной механической модели мироздания.
Однако практика показала, что этот подход далеко не всегда применим. Во многих случаях предсказать наступление данного явления при реализации соответствующих условий невозможно, оно может произойти, а может и не произойти. Например, в механике мы никогда абсолютно точно не знаем начальных данных, действующих сил, следовательно, и в дальнейшем движении есть некоторая неопределенность. Дальнейшее развитие науки, в особенности физики, еще более поставило под вопрос единственность детерминистического подхода к изучению многих явлений. Более того, многие выдающиеся естествоиспытатели и философы современности

склонны даже считать, что все без исключения законы природы на самом деле имеют вероятностный характер.
Сегодня мы продолжим разговор об этой уникальной науке и будем совершенствовать свои навыки логических рассуждений при решении задач.
3. Изучение нового материала.

1) **Как думаете, какие события являются несовместными?**
2) **Приведите примеры**
3) **Решение задач.**

I группа « Несовместные события»	**II группа «Совместные события»**
События А и В называются несовместными, если в результате испытанияони икогда не могут наступить вместе. **Теорема сложения.** Вероятность (Р) суммы двух несовместных случайных событий А и В равна сумме их вероятностей: Р (А + В) = Р (А) + Р (В).	Два события называются совместными, если появление одного из них не исключает появление другого в одном и том же опыте. **Теорема:** Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления Р (А + В) = Р (А) + Р (В) – Р (АВ)

После изучения раздать задачи:

Задача №1Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух

лет, но больше года.
Решение.Пусть А - «чайник прослужит больше года, но меньше двух лет», В - «чайник прослужит больше двух лет», С - «чайник прослужит ровно два года», тогда А + В + С - «чайник прослужит больше года». События А, В и С несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий. Вероятность события С, состоящего в том, что чайник выйдет из строя ровно через два года — строго в тот же день, час и секунду — равна нулю. Тогда:
Р (А + В+ С) = Р (А) + Р (В) + Р (С) = Р (А) + Р (В), откуда, используя данные из условия, получаем 0, 93 = Р (А) + 0, 87.
Тем самым, для искомой вероятности имеем: Р(А) = 0,93 − 0,87 = 0,06.
Ответ: 0,06.

Задача№2Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01.

Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.
Решение.Ситуация, при которой батарейка будет забракована, может сложиться в результате событий: А - батарейка действительно неисправна и забракована справедливо или В - батарейка исправна, но по ошибке забракована. Это несовместные события, вероятность их суммы равна сумме вероятностей эти событий. Имеем:
0(A+B)=P(A)+P(B)=0,02·0,99+0,98·0,01=0,0198+0,0098=0,0296

Ответ: 0,0296.

1. Первичное закрепление

Задача №1 В торговом центре два разных автомата продают кофе. Вероятность того, к концу дня закончится кофе в первом автомате, равна 0,32, что закончится кофе во втором автомате – 0,24. Вероятность того, что закончится кофе в обоих автоматах, равна 0,133. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение: Обозначим через событие A - кофе закончится в первом автомате, а через B - кофе закончится во втором автомате.

Эти события не являются независимыми по условию, так как вероятность их произведения не равна произведению вероятностей.

События совместные, тогда вероятность суммы двух событий A и B равна $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)=0.32+0.24-0.133=0.427$.

$P(A+B) = P(A)+P(B)-P(A\cdot B)=0.32+0.24-0.133=0.427$.

Искомая вероятность равна $1-0.427=0.573$.

Ответ: 0.573.

Задача №2 Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5. Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

Решение:Вероятность успешно сдать экзамены на лингвистику - $P1=0.6*0.8*0.7=0.336$. Вероятность успешно сдать экзамены на коммерцию - $P2=0.6\cdot 0.8\cdot 0.5=0.24$. Вероятность успешно сдать экзамены на обе специальности - $P3=0.6\cdot 0.7\cdot 0.8\cdot 0.5=0.168$. Успешная сдача на одну и на вторую специальность - события совместные. Тогда вероятность их суммы определяется суммой вероятности каждого минус вероятность их произведения. То есть, искомая вероятность равна P=P1+P2−P3=0.408.

Ответ 0.408.

Рефлексия. Что узнали? Что понравилось? Что не понравилось?	Домашняя работа Написать определение условной вероятности. Выучить правило произведения и суммы событий, теорему умножения вероятностей. Подготовить презентацию, доклад по теме.

Школа: МБОУ Ирбейская сош №1 « Имени Героя Советского Союза С.С. Давыдова»

Учебник: А.Г Мерзляк

Класс : 9В

Количество учащихся: 17

Тема урока: «Сочетание»

Цель урока:

- Ввести понятие «сочетания без повторений»
- Провести сравнительный анализ перестановок, размещений, сочетаний
- Познакомить учащихся с формулой и рассмотреть задачи, при которых она используется

ЗАДАЧИ:

- Способствовать запоминанию основной терминологии, умению устанавливать события вероятности и вычислять перестановки и размещения;
- Способствовать развитию интереса к математике; умений применять новый материал на практике и в жизни
- Способствовать воспитанию аккуратности;

ОБОРУДОВАНИЕ: интерактивная доска, компьютер, презентация

Ход урока

1. **Организационный момент**
2. **Проверка домашнего задания. Устный счёт.**

Вычислите: 7!, 8!, 3!, 2!, 9!

1) $\frac{5!}{0!}$ 2) $\frac{100!}{99!}$ 3) $\frac{10!}{8!}$ 4) $\frac{11!}{8!}$

3. **Актуализация опорных знаний** (повторение основных понятий и формул).Перестановки - выборки из n элементов, которые отличаются друг от друга только порядком расположения.

Формула P_n=n!

Размещения - выборки из n элементов по k , которые отличаются и составом и порядком расположения этих элементов.

Формулы $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ $\quad \bar{A}_n^k = n^k$

4. **Изучение нового материала.**Еще в доисторическую эпоху люди сталкивались с комбинаторными задачами. Выбирать и расположить предметы в определенном порядке, отыскивать среди разных расположений наилучшее – вот задачи, решаемые в быту, на охоте или в сражениях. Некоторые элементы комбинаторики были известны в Индии еще во II в. до н. э. Нидийцы умели вычислять числа, которые сейчас называют "сочетания". В XII в. Бхаскара вычислял некоторые виды сочетаний и перестановок. Предполагают, что индийские ученые изучали соединения в связи с применением их в поэтике, науке о структуре стиха и поэтических произведениях. Например, в связи с подсчетом возможных сочетаний ударных (долгих) и безударных (кратких) слогов стопы из n слогов. По мере усложнения производственных и общественных отношений задачи усложнялись. Комбинаторные задачи встречались, как игры в досуге. Наряду с состязаниями в беге, метании диска, кулачными боями появлялись игры, требовавшие умение мыслить, рассчитывать, составлять планы, опровергать планы противника. Со временем игры усложнились: появились нарды, карты, шашки и шахматы. В таких играх приходилось рассчитывать различные ситуации, комбинации сочетания фигур.

В некоторых задачах по комбинаторике не имеет значения порядок расположения объектов во множестве. Важно лишь то, какие именно элементы составляют множество.

К примеру, имеются пять гвоздик разного цвета. Обозначим их буквами a,b,c,d,e. Требуется составить букет из трёх гвоздик. Выясним, какие букеты могут быть составлены.

Если в букет входит гвоздика a, то можно составить такие букеты:

abc, abd, abe, acd, ace, ade.

Если в букет не входит гвоздика a, но входит гвоздика b, то можно получить такие букеты: bcd, bce, bde.

Если в букет не входит ни гвоздика a, ни гвоздика b, то возможен только один вариант составления букета: cde.

Дать определения Сочетаниям?

<u>(Определение</u>. Сочетаниям из n элементов по k называется любое множество, составленное из k, элементов, выбранных из данных n элементов. Число сочетаний из n элементов по k, обозначают (читается «С из n по k»).)

В рассмотренном примере, составив все сочетания из 5 элементов по 3, мы нашли, что $C_5^3 = 10.$

Выведем формулу числа сочетаний из n элементов по k, где k≤n .

Выясним сначала, как C_5^3 выражается через A_5^3 и P_3. Мы нашли, что из 5 элементов можно составить следующие сочетания по 3 элемента:

abc, abd, abe, acd, ace, ade, bcd, bce, bde, cde.

В каждом сочетании выполним все перестановки. Число перестановок из 3 элементов равно P_3. В результате получим все возможные комбинации из 5 элементов по 3,которые различаются либо самими элементами, либо порядком элементов, т. е. все размещения из 5 элементов по 3. Всего мы получим A_5^3 размещений.

Значит,

$$C_5^3 \bullet P_3 = A_5^3$$

Отсюда $$C_5^3 = \frac{A_5^3}{P_3}$$

Аналогично будем рассуждать в общем случае. Допустим, что имеется множество, содержащие n элементов, и из его элементов составлены все возможные сочетания по k элементов. Число таких сочетаний равно C_n^k. В каждом сочетании можно выполнить P_k перестановок. В результате мы получим все размещения, которые можно составить из n элементов по k. Их число равно A_n^k.

Значит, $$A_n^k = C_n^k \bullet P_k$$

Отсюда $$C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k}$$

Пользуясь тем, что $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$, где $k \le n$, находим, что

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Мы получили формулу для вычисления числа сочетаний из n элементов по k при любом $k \le n$.

Приведем примеры.

Задача 1. В классе 30 учеников. Нужно избрать 5 человек на городской слет активистов. Сколькими способами это сделать?

Решение:

Так как все делегаты обладают равными правами и обязанностями, то порядок в выборке не важен. Эти множества из 5 элементов будут отличаться друг от друга только составом. Значит, мы имеем дело с сочетаниями.

$$C_{28}^5 = \frac{28!}{(28-5)!5!} = \frac{28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25 \cdot 24}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 98280$$

Ответ: 98280 способов.

Задача 2. Сколько различных стартовых шестерок можно образовать из числа 10 волейболистов?

Решение:Так как при игре в волейбол функции игроков практически равны, то значение имеет только состав шестерки. Тогда

$$C_{10}^{6} = \frac{10!}{(10-6)!6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 210$$

Ответ: 210 стартовых шестерок.

<u>Задача 3.</u>

В классе учатся 12 мальчиков и 10 девочек. Для уборки территории около школы требуется выделить 3 мальчиков и 2 девочек. Сколькими способами это можно сделать?

Решение:Выбрать 3 мальчиков из 12 можно C_{12}^{3} способами, а 2 девочек из 10 можно выбрать C_{10}^{2} способами. Так как при каждом выборе мальчиков C_{10}^{2} можно способами выбирать девочек, то сделать выбор учащихся, о котором говориться в задаче, можно $C_{12}^{3} \cdot C_{10}^{2}$ способами.

Имеем

$$C_{12}^{3} \cdot C_{10}^{2} = \frac{12!}{3! \cdot 9!} \cdot \frac{10!}{2! \cdot 8!} = \frac{10 \cdot 11 \cdot 12}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{9 \cdot 10}{1 \cdot 2} = 220 \cdot 45 = 9900$$

Значит, выбор учащихся для уборки территории можно сделать 9900 способами.

5. **Обобщение знаний**.

На каждую парту раздаются карточки со схемой.

Выборки объёма k из совокупности n различных элементов

↓

Если одна от другой отличаются составом элементов, либо порядком их расположения

↓

Размещения без повторений k из n элементов. Их число узнают по формуле $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

Если одно от другого отличается только порядком расположения элементов

Если одно от другого отличается хотя бы одним элементом

Перестановки без повторений объёма k.
Их число $P_n=n!$

Сочетания без повторений объёма k из n элементов. Их число
$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

6. Первичное осмысление и закрепление

№ 9.58. В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок, посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбирать из 3 набора?

Решение: $C_8^3 = \frac{8!}{5!3!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2\cdot 1} = 56$

Ответ: 56 способами.

№9.60 а) решают все вместе;

б) самостоятельно с последующей самопроверкой с доски.

Из лаборатории, в которой работают заведующий и 10 сотрудников, надо отправить 5 человек в командировку. Сколькими способами это можно сделать, если: а) заведующий лабораторией должен ехать в командировку; б) заведующий лабораторией должен остаться?

Решение: А) Если заведующий обязательно должен поехать в командировку, то нужно выбрать еще 4 человека из 10 сотрудников.

$$C_{10}^4 = \frac{10!}{(10-4)!4!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 210$$

Ответ: 210 способов.

Б) если заведующий должен остаться, то надо выбирать 5 из 10.

$$C_{10}^{5}=\frac{10!}{(10-5)!5!}=\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=252$$

Ответ: 252 способа.

<u>№ 9.62.</u> В классе учатся 16 мальчиков и 12 девочек. Для уборки территории требуется выделить 4 мальчиков и 3 девочек.Сколькими способами это можно сделать?

<u>Решение:</u> $C_{16}^{4}\cdot C_{12}^{3}=\frac{16!}{12!\cdot 4!}\cdot\frac{12!}{9!\cdot 3!}=400400$

Ответ: 400400 способами.

7. Самостоятельная работа.

1 вариант

1. Из шести врачей поликлиники двух необходимо отправить на курсы повышения квалификации. Сколькими способами это можно сделать?

2. Сколько различных двухзначных чисел можно составить, используя цифры 1, 2, 3, 4 при условии, что ни одна цифра не повторяется?

8. **Домашнее задание:** выучить обобщающую схему, № 9.57 и 9.63. по желанию № 9.61.

Школа: МБОУ Ирбейская сош №1 « Имени Героя Советского Союза С.С. Давыдова»

Учебник: А.Г Мерзляк

Класс : 9В

Количество учащихся: 17

Тема урока: «Перестановки»

Цели урока:

1.Формирование у обучающихся представлений о способах перестановок и их применение в решении комбинаторных задач, и методах математического описания реальных процессов и явлений.

2.Содействовать развитию вычислительной культуры школьников.

3.Способствовать овладению школьниками навыками математического моделирования.

4.Развивать у обучающихся логическое мышление , самостоятельность.

5.Воспитывать ответственность, трудолюбие, чувство коллективизма, товарищества.

Задачи:

- способствовать пониманию в построении и преобразовании математических моделей жизненных (бытовых) процессов;
- развивать способность анализировать.

Ход урока:

I. Организационный этап. Рефлексия(настрой на урок)

II.Актуализация опорных знаний. Проверка домашнего задания.

Устный опрос. Технология «Микрофон»

На предыдущем уроке мы познакомились с комбинаторными задачами, с общими определениями комбинаторики и перестановок. Выполним задания устно :

1.Составьте все возможные комбинации (выборки) из трех учеников (Иванов, Петров, Сидоров) по два элемента в каждой выборке. (Ответ :Иванов и Сидоров; Иванов и Петров; Сидоров и Петров).

2.Если объект А можно выбрать x способами, а объект В – y способами, то сколько способов существует для выбора объекта А и объекта В одновременно? (Ответ :x+y.)

3.Из города А в город В ведут три дороги, а из города В в город С ведут четыре дороги. Сколько различных вариантов маршрутов из города А в город С можно составить? (Ответ: 12).

4.Имеются три цифры: 2, 5 и 7. Сколько различных двухзначных чисел можно составить из этих цифр без повторения их в записи числа ? (Ответ.6).

5. Имеются три цифры: 2, 0 и 7. Сколько различных двухзначных чисел можно составить из этих цифр без повторения их в записи числа? (Ответ.4).

6.При встрече 10 человек обменялись фотографиями. Сколько потребовалось фотографий? (Ответ.90).

7.При встрече 10 человек обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий? (Ответ. 45).

На мультимедийной доске высветить задания математического диктанта

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ

№	ЗАДАНИЕ	ОТВЕТ
1	Из цифр 1, 4, 2 составьте наибольшее трехзначное число.	421
2	Из цифр 1, 0, 7 составьте наименьшее трехзначное число.	107

3	Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 9, 7, 4 без повторения их в записи числа ?	6
4	Сколько двузначных чисел можно составить из цифр 8, 4, 9 с повторением их в записи числа ?	9
5	Сколько различных двузначных чисел можно составить из цифр 3, 7, 0 без повторения их в записи числа ?	4
6	Сколько различных двузначных чисел можно составить из цифр 3, 7, 0 с повторением их в записи числа ?	6
7	Из города А в город В ведут две дороги, А из города В в город С – пять дорог. Сколько различных маршрутов можно проложить из города А в город С через город В ?	10
8	В шахматном турнире участвуют 11 человек. Каждый из них сыграл с каждым по одной партии. Сколько партий было сыграно ?	55
9	При встрече 20 человек обменялись рукопожатиями. Сколько было сделано рукопожатий ?	190
10	Сколько различных трехзначных чисел можно получить из цифр 6, 9, 3 без повторения их в записи числа ?	6

Время выполнения – 5 минут. Взаимопроверка в парах. Правильные ответы предъявить на экране.

Рефлексия после проверки математического диктанта «Как я справился с заданием?»

III.Мотивация учебной деятельности.

«Срочно нужна помощь! Нужно составить расписание в нашей школе для 9-Б класса на понедельник из 7 предметов » - обратилась за помощью директор школы. Сможем ли мы ей помочь?

Для ответа на этот вопрос нужно вспомнить с помощью пункта 31 учебника ответы на такие вопросы:

1.Какие комбинации (выборки) называют перестановками?

2.Что такое «эн факториал» и как его найти?

3.По какой формуле находят число перестановок?

4.Приведите примеры комбинаций, которые являются перестановками.

5.Из буква, b, c, d составляют различные комбинации (выборки). Какие из них являются перестановками?

a, b, d	a, c, b, d	a, d, c, c
b, c, a	c, d, b, a	d, a, c, b
c, a, d	b, c, a, d	d, d, a, a

Ответ : перестановки во втором столбике.

Теперь мы можем ответить на просьбу директора. Таких комбинаций расписания уроков может быть 7! = 5040

IV. Закрепление умений и навыков при решении практических задач.

- коллективное решение задач с обсуждением.

Задача № 1Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 4, 6 и 8, при условии, что цифры в записи числа не повторяются?

*Решение.*Из цифр 0, 2, 4, 6 и 8 можно получить$P5=5!=120$ перестановок. Из них надо исключить те перестановки, которые начинаются с 0, так как натуральное число не может начинаться с нуля. Число таких перестановок равно числу перестановок цифр 2, 4, 6 и 8, т.е.$P4=4!=24$. Таким образом, искомое количество пятизначных чисел равно$P5-P4=120-24=96$.

Ответ. 96.

<u>Задача № 2</u>Имеется десять различных книг, из которых шесть – учебники. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке так, чтобы все учебники стояли рядом?

*Решение.*Будем рассматривать все шесть учебников как один объект. Тогда на полке надо расставить пять книг (объектов). Число таких комбинаций равно P5=5!=120. К каждой из этих комбинаций учебники можно расставить различными способами. Количество таких способов равно P6=6!=720. По комбинаторному правилу умножения все десять книг можно разместитьP5·P6=120·720=86400способами.

Ответ. 86400.

<u>Задача № 3</u>Сколько среди четырехзначных чисел, составленных из цифр 7, 6, 5, 0 (без их повторения), которые кратны 15?

*Решение.*Из данных цифр можно составить P4-P3=24-6=18 различных четырехзначных чисел без повторения цифр в их записи.

Заметим, что сумма предложенных цифр равна 18, т.е. любое четырехзначное число, составленное из этих цифр (без их повторения в записи числа), будет кратно трем. Чтобы полученные числа были кратны 15, необходимо, чтобы они были кратны не только числу 3, но и числу 5, т.е. оканчивались на 0 или на 5. Число таких чисел равно 2P3=12. Таким образом, искомое количество равно 12.

Ответ. 12.

Физкультурная пауза (2 мин.)

- решение задач в группах, с обсуждением, постановкой проблемных целей

1.Сколькими способами можно расставить на книжной полке 5 различных книг ? (Ответ: 120).

2.Сколько различных шестизначных чисел можно составить из цифр 1, 4, 2, 9, 5 и 7 без повторения их в записи числа? (Ответ: 720).

3. Сколько различных шестизначных чисел можно составить из цифр 0, 4, 2, 9, 5 и 7 без повторения их в записи числа? (Ответ: 600).

4.Вычислить:

18!14!·4!(Ответ : 3060)

5.Что больше и во сколько раз:

10·9! или 9·10!.

(Ответ. Больше второе число в 9 раз).

6.Шесть мальчиков, в число которых входят Саша и Ваня, становятся в ряд. Найти число возможных комбинаций, если:

а) Саша должен находиться в начале ряда; (Ответ : 120)

б) Саша должен находиться в начале ряда, а Ваня – в конце ряда; (Ответ: 24)

в) Саша и Ваня должны стоять рядом. (Ответ : 48).

- для обучающихся, успешно справляющихся с заданиями, даются индивидуальные задания (приложение)

Приложение

Индивидуальные задания для обучающихся

Карточка № 1	1. Что больше и во сколько раз : 8!·6 или 7!·12 ? 2. Вычислить значение выражения 32!2!·30!. 3. Сколькими способами можно расставить на полке 15 книг, из которых 7 книг – поэтические сборники, так, чтобы эти сборники стояли рядом ? 4. Сократить дробь n+1!(n-1)! 5. В расписании на понедельник семь уроков : алгебра, геометрия, физика, биология, физкультура, история и

	информатика. Сколькими способами можно составить расписание на этот день так, чтобы два урока математики были первыми ?
Карточка № 2	1. Что больше и во сколько раз : 10!·12 или 5!·24 ? 2. Вычислить значение выражения 3!·37!2!·38!. 3. Сколькими способами можно расставить на полке 17 книг, из которых 12 книг – поэтические сборники, так, чтобы эти сборники стояли рядом ? 4. Сократить дробь n!·(n+2)n+2!. 5. В расписании на понедельник семь уроков : алгебра, геометрия, физика, биология, физкультура, история и информатика. Сколькими способами можно составить расписание на этот день так, чтобы физкультура и геометрия были рядом ?

VI Домашнее задание.Рефлексия.

Выучить определение перестановки (стр. 176) и формулу для вычисления числа перестановок (стр. 177).

Выполнить решение задач № 741, № 744 с подробной записью решения.

Школа: МБОУ Ирбейская сош №1 « Имени Героя Советского Союза С.С. Давыдова»

Учебник: А.Г Мерзляк

Класс : 9В

Количество учащихся: 17

Тема урока: «Размещения»

Цель урока:ввести понятие «размещение из n элементов по k» вывести формулу, учить её применять к решению задач, формировать умение различать понятия перестановка и размещение.

I. Организационный момент.

II. Устный счёт.

Вопросы:

1.Что такое перестановка?

2.Чему равно число различных перестановок из n предметов?

3.Что такое факториал натурального числа?

4.Чему равно 1!, 2!, 4!, 5!?

5.Составьте задачу, в которой надо найти число различных перестановок.

(машины на ремонте в автосервисе)

6. Сколько 3-х значных чисел можно составить из цифр 1,3,5, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?

(3!=6)

7. Сколько 2-х значных чисел можно составить из цифр 1,3,5, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?

Есть ли сходство между 6 и 7 задачами?

(в 6-ой: из 3-х элементов по 3 = перестановка из n по n;

в 7-ой: из 3-х элементов по 2 = размещения из n по k)

II. Изучение нового материала.

Мы встретились со случаем, где нужно выбрать из n элементов любые k и расставить их наk мест. Такие комбинации называются размещениями из n элементов по k и обозначатся A_n^k.

Итак, *размещением из n элементов по k (k≤n) называется любое множество, состоящее из k элементов, взятых в <u>определённом порядке</u> из данных n элементов.*

Для учителя: размещения отличаются друг от друга как составом элементов, выбранных в комбинацию, так и их расположением.

Выведем формулу подсчёта числа размещений:

Как и для перестановок количество размещений можно найти по правилу умножения: на первое место ставим любой из n имеющихся элементов, на 2-ое – любой из (n-1) оставшихся элементов и т.д. пока не заполнятся все k мест, т.е.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!};$$

Вывод смотрите на странице 181 учебника

III. Примеры. Смотрите стр 181 примеры 1и 2 – рассмотреть самостоятельно.

Пример 1. Учащиеся 2 класса изучают 9 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нем было 4 различных предмета?

Решение: Любое расписание на один день, составленное из 4 различных предметов, отличается от другого либо набором предметов, либо порядком их следования. Значит, в этом примере речь идет о размещениях из 9 элементов по 4. Имеем $A_9^4 = \frac{9!}{5!} = 6 \times 7 \times 8 \times 9 = 3024$. Итак, мы нашли, что расписание можно составить 3024 способами.

IV. Закрепление. №757. Сколькими способами тренер может определить, кто из 12 спортсменок, готовых к участию в эстафете 4х100 м, побежит на первом, втором, третьем и четвертом этапах?

Решение.Выбор из 12 по 4 с учетом порядка:

$A_{12}^4 = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 = 11880$ **способов.**

Ответ: **11880 способов**

№762(б) Сколько четырехзначных чисел, в которых нет одинаковых цифр, можно составить из цифр:

а) 1, 3, 5, 7, 9; б) 0, 2, 4, 6, 8 ?

Решение.а) Выбираем 4 цифры из 5 данных; порядок выбора имеет значение:

$\mathbf{A_5^4 = 5 * 4 * 3 * 2 = 120}$ чисел.

б)Выбираем 4 цифры из 5, но на первое место нельзя выбирать ноль.

Используем метод исключения лишних элементов: если на первое место выбран ноль, то после этого выбираем еще на 3 места цифры из 4 оставшихся, получаем $\mathbf{A_4^3 = 4 * 3 * 2 = 24}$ «нулевых»

комбинаций, которые недопустимы.

Количество четырехзначных чисел, которые можно составить изданных 5 чисел, равно:

$\mathbf{A_5^4 - A_4^3 = 120 - 24 = 96}$ чисел.

Можно рассуждать, непосредственно используя правило произведения: первый выбор - 4 варианта, второй выбор - 4 варианта (включая ноль), третий выбор - 3 варианта, четвертый выбор -

2 варианта. Всего 4*4*3*2= 96 чисел.

Ответ: а) 120 чисел; б) 96 чисел.

V. Обучающая самостоятельная работа

I вариант	II вариант
№760(а)На странице альбома 6 свободных мест для фотографий. Сколькими способами можно вложить в свободные места: а) 2 фотографии; б) 4 фотографии; в) 6 фотографий? Решение. а) Выбираем 2 места для фотографий из 6 свободных мест в альбоме:	№760(б). На странице альбома 6 свободных мест для фотографий. Сколькими способами можно вложить в свободные места: а) 2 фотографии; б) 4 фотографии; в) 6 фотографий? Решение. б) Выбираем 4 места для фотографий из 6: $A_6^2 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$ способов.

$A_6^2 = 6 \cdot 5 = 30$ способов.	

VI. Д/з №755; 759; 763;760в.

Игра « Математическая карусель»

Цель: Создания условий для проявления познавательной активности каждого учащегося, расширения кругозора учащихся комбинаторики в решении задач

Формируемые универсальные учебные действия (УУД):

- *Личностные*: способность к самооценке на основе критерия успешности учебной деятельности.
- *Регулятивные УУД*: умение работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать своё действие в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учёта характера сделанных ошибок; высказывать своё предположение.
- *Коммуникативные УДД*: умение оформлять свои мысли в устной форме; слушать и понимать речь других.
- *Познавательные УУД*: умение ориентироваться в своей системе знаний; добывать новые знания, находить ответы на вопросы, используя свой жизненный опыт и информацию, полученную ранее на уроке.

Оборудование:Компьютер, мультимедийный проектор, презентация, листы рефлексии.

Описание игры:В игре участвуют 2 команды по 8 человек, жюри - 2 человека и болельщики.

Игра состоит из 5 геймов:

1 гейм – «Домашнее задание. Реклама математики».

2 гейм – «Знаете ли Вы историю Комбинаторики?»

3 гейм– «А ну-ка, болельщики»

4 гейм – «Математические ребусы»

5 гейм – «Гонка за лидером».

Ход игры:

Звучит музыка. Вступительное слово ведущего: Здравствуйте, уважаемые гости и любители математики. Сегодня Вам предоставлена уникальная возможность - продемонстрировать математическую эрудицию, а отвечая на вопросы игры, Вы узнаете много интересного. Наши команды с нетерпением ждут начала игры, и я прошу их занять свои места.

1 гейм. Представление команд (проверка домашнего задания):

1. 1.Название команды.
2. 2.Девиз команды.
3. 3.Реклама математики.

Жюри оценивает данный конкурс, 5 баллов – максимальный результат.

2 гейм «Знаете ли Вы историю математики?»

В этом гейме задаются вопросы по истории Комбинаторики. За каждый правильный ответ 2 балла, если ответ неверный, то другая команда может ответить на заданный вопрос, но за ответ получит 1 балл.

Вопросы гейма:

1. Сколько существует разделов комбинаторики?
2. Соединения, которые отличаются друг от друга либо набором элементов, либо порядком их расположения это
3. Сколькими способами их можно переставить яблоко, груша, банан?
4. О чем говорится? "из n различных элементов по k элементов называются комбинации, которые составлены из данных n элементов по k элементов и отличаются хотя бы одним элементом (иначе говоря, k-элементные подмножества данного множества из n элементов)"

5. Раздел математики, которая рассматривает комбинацию разных моториков, которые решают задачи получения заданных множеств.

6. Соединение, содержащее по k предметов из n, различающихся друг от друга по крайней мере одним предметом.

7. . Даны цифры: 7; 8; 9; 4; 5; 6. Определить сколько двузначных чисел можно составить из этих цифр?

8. Что такое « Произведение всех натуральных чисел от 1 до n включительно»?

9. Комбинаторика это раздел чего?

10. Метод решения комбинаторных задач сводящийся к составлению списка всех возможных вариантов?

Жюри подсчитывает итог конкурса, учитывая представление команд.

Ведущий записывает количество баллов на плакате, заранее прикрепленном на доске.

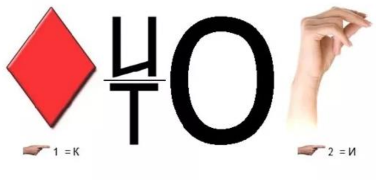
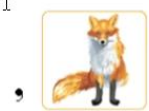
3 гейм «А ну-ка, болельщики». Игра с болельщиками

В данном гейме участвуют только болельщики. Болельщик, правильно ответивший на вопрос, вправе отдать заработанные баллы команде, за которую он болеет.

Назовите математические термины, которые начинаются буквой «п».

Пирамида, параллелограмм, перпендикулярность, параллельность, полупрямая, площадь, пересечение, плюс, произведение, периметр, пример, пропорция, парабола, прямоугольник, поверхность, плоскость, прямая, процент, подобные, параллелепипед, призма.

4 гейм «Математические ребусы».

комбинаторика **РАЗГАДАЙТЕ РЕБУС** 	1)  2)  3) 
 	 
I  e2-e4 	Ответы: 1. событие 2. вариант 3. случайность 4. выборка 5. опыт 6. логика 7. сочетания 8. факториал 9. исход 10. кубик

5 гейм «Гонка за лидером»

Перед тем как начать 5 гейм, жюри оглашают итоги конкурсов.

Командам поочередно необходимо решить следующие задачи

Задание 1. У мамы 2 яблока и 3 груши. Каждый день в течение 5 дней подряд она выдает по одному фрукту. Сколькими способами это может быть сделано?

Решение. Имеем набор {я,я,г,г,г}. Всего перестановок пятиэлементного множества 5!, но мы не должны учитывать перестановки, в которых объекты одного типа меняются местами несколько раз, поэтому нужно поделить на возможное число таких перестановок: 2!*3!. Получаем в итоге

5!/ (2!*3!)= 3*4*5/2*3=10

Ответ: 10 способов.

Задание 2. Предприятие может предоставить работу по одному специалисту 4 женщинами, по другой – 6 мужчинам, по третьей – 3 работникам независимо от пола. Сколькими способами можно заполнить вакантные места, если имеются 14 претендентов: 6 женщин и 8 мужчин?

Решение. Имеем 14 претендентов и 13 рабочих мест. Сначала выбирем работников на первую специальность, то есть 4 женщины из 6:

$C_6^4 = \frac{6!}{4! * 2!} = \mathbf{15.}$

Далее независимо аналогичным образом выберем мужчин на вторую специальность: $C_8^6 = \frac{8!}{6! * 2!} = \mathbf{28.}$

Осталось 2 женщины, 2 мужчин и 3 вакантных места, которые, по условию, могут занять любые из четырех оставшихся человек. Это может быть сделано 2 вариантами:

1. 1 женщина и 2 мужчин (выбираем женщину C_2^1=2 способами)
2. 1 мужчина и 2 женщины (выбираем мужчину C_2^1=2 способами).

В итоге получаем 15*28(2+2)=1680 способов.

Ответ:1680 способов.

Задание 3. В группе 9 человек. Сколько можно обзазовать разных подгрупп при условии, что в подгруппу входит не менее 2 человек?

Решение. Не менее 2-х человек, т.е 2+7 или 3+6 или 4+5 человек (5+4, 6+3, 7+2- те же самые комбинации). В каждой выборке важен только состав, т.к. члены подгруппы не различаются по ролям, т.е выборки- сочетания из n

различных элементов по m эементов, их число $C_n^m = \frac{n!}{m!(n!-m!)}$, где n!=1*2*3*…*n.

Число выборок из 2-х человек: $C_9^2 = \frac{9!}{2!(9!-2!)} = \frac{9!}{2!*7!}$ =(8*9/1*2)=36

Число выборки из 3-х человек: $C_9^3 = \frac{9!}{3!(9!-3!)} = \frac{9!}{3!*6!}$ =(7*8*9)/(1*2*3)=84

Число выборки из 4-х человек: $C_9^4 = \frac{9!}{4!(9!-4!)} = \frac{9!}{4!*5!}$=(6*7*8*9)/(1*2*3*4)=126

Применяем правило сложения: $C_9^2 + C_9^3 + C_9^4$=36+84+126=246 способов

Ответ: 246 способов.

Задание 4. Группу из 20 студентов нужно разделить на 3 бригады, причем в первую бригаду должны входить 3 человека, во вторую – 5 и в третью -12. Сколькими способами это можно сделать.

Решение. Создавая первую бригаду, отбирают 3 человека из 20, создавая вторую -5 из оставшихся 17, создавая третью -12 из оставшихся 12. Для выборок важен только состав (роли членов бригады не различаются).

Эти выборки – сочетания из n различных элементов по m элементов, их число $C_n^m = \frac{n!}{m!(n!-m!)}$, где n!=1*2*3*…*n.

Создавая сложную выборку из (3-х бригад), воспользуемся правилом умножения:

$N=C_{20}^3 * C_{17}^5 * C_{12}^{12} = \frac{20!}{3!(20!-3!)} * \frac{17!}{5!(17!-5!)} * \frac{12!}{12!(12!-12!)} = \frac{20!}{3!*17!} * \frac{17!}{5!*12!} * \frac{12!}{12!*0!} = \frac{13*14*15*16*17*18*19*20}{1*2*3*1*2*3*4*5} = 7054320.$

Ответ: 7054320 способов.

Задание 5. Сколько слов можно получить, переставляя буквы в слове Гора и Институт?

Решение. 1) В слове «Гора» четыре буквы, все они различны, поэтому можно получить всего N=4!=1*2*3*4=24 различных слова.

2) В слове « Институт» восемь букв, из них две буквы «и», три буквы «т», и по одной букве «н», «с», «у». Поэтому всего можно получить перестановками букв N=8!/(2!*3!*1!*1!*1!)=(1*2*3*4*5*6*7*8)/(1*2*1*2*3*1*1*1)=3*4*5*6*7*8= 3360 различных слов

Ответ. 24 и 3360 слов

Задание 6. Сколько различных дробей можно составить из чисел 3,5,7,11,13,17 так, чтобы в каждую дробь входили 2 различных числа? Сколько среди них будет правильных дробей?

Решение. Различных дробей из 6 чисел 3,5,7,11,13,17 можно составить C_6^2 *2=(6!/(4!*2!))*2=5*6=30 штук (C_6^2 способами выбираем два числа из 6, и двумя способами составляем из них дробь: сначала одно число – числитель, другое знаменатель и наоборот)

Из этих 30 дробей роно 15 будут правильные(т.е., когда числитель меньше знаменателя): C_6^2 =15 способами выбираем два числа из 6, и единственным образом составляем дробь так, чтобы числитель был меньше знаменателя.

Ответ: 30 и 15

Жюри подводит итоги 5 гейма.

6 гейм. «Домашнее задание. Реклама Комбинаторики».

Участники игры демонстрируют сценку «Реклама комбинаторики».

Победители награждаются грамотами. Пожелания удачи в изучении математики.

2.2 Педагогический эксперимент: основные этапы и результаты

Педагогический эксперимент проходил на базе МБОУ Ирбейская СОШ №1 «Имени Героя Советского Союза С.С. Давыдова».

Цель эксперимента: формирование математической грамотности в области комбинаторики у обучающихся 9 класса на уроках алгебры.

Этапы педагогического эксперимента:

1. *Констатирующий этап* – входная диагностика (констатация) уровня математической грамотности в области комбинаторики у обучающихся 9 класса.

2. *Формирующий этап* – экспериментальная апробация авторской методики обучения элементам комбинаторики в 9 классе.

3. *Заключительный этап* – итоговая диагностика уровня сформированности математической грамотности в области комбинаторики у обучающихся 9 класса.

На констатирующем этапе эксперимента, для диагностики остаточных знаний по комбинаторике и определения уровня математической грамотности в области комбинаторики был проведен контрольный срез. Контрольный срез состоял из 5 комбинаторных задач базового уровня сложности за 5-6 класс.

Входной контрольный срез

1. Составьте возможные варианты трехзначных чисел из цифр:9, 8, 7. Сколько таких чисел получилось? Сколько можно составить чисел, при условии, что повторять числа нельзя?

2. Выберите двух девочек для участия в эстафете из пяти лучших бегуний: Гали, Нины, Зои, Ани и Веры. Сколько способов у вас получилось?

3. В школьной столовой на обед предлагают котлеты или отварную курицу, а также на гарнир рис, гречку, макароны, пюре и тушеную капусту.

Сколько вариантов вторых блюд предлагают в столовой? Постройте дерево возможных вариантов.

4. Наташа хочет сделать аппликацию на платье из двух цветных вертикальных полос. Из скольких вариантов придётся выбирать Наташе, если у неё есть материя жёлтого, красного и синего цвета?[27].

5. В соревнованиях по шашкам участвует шесть человек. Сколькими способами могут быть распределены места между ребятами?

Критерии для оценки уровня математической грамотности в области комбинаторики по результатам входного контрольного среза

Содержание критерия	Баллы	Уровень сформированности
Верно и обосновано получены ответы на все задачи	5	высокий
Верно получены ответы на более половины задач	3-4	средний
Верно получены ответы на менее половины задач	1-2	низкий
Верные ответы отсутствуют	0	не сформирован
Максимальный балл	5	

Таблица № 4

Результаты входного контрольного среза

№	ФИ	1	2	3	4	5	итог	Уровень сформированности
1	Барышев Владислав	1	0	1	0	0	2	низкий
2	Вохмина Марина	1	0	1	0	1	3	средний
3	Галкин Данил	1	0	0	1	0	2	низкий
4	Ильин Еремей	1	1	0	1	1	4	средний
5	Карась Алексей	1	0	1	1	1	4	средний
6	Копылова Олеся	1	1	1	1	1	5	высокий
7	Корнеев Алексей	1	1	1	1	1	5	высокий
8	Лобкаев Сергей	0	0	1	1	0	2	низкий
9	Питомцева Екатерина	1	1	1	1	1	5	высокий
10	Полыхань Артем	1	1	1	1	1	5	высокий
11	Степанов Иван	1	0	0	0	0	1	низкий

12	Степанова Надежда	0	0	0	0	1	2	низкий
13	Торикова Алена	1	1	1	1	1	5	высокий
14	Чащина Полина	0	1	0	1	0	2	низкий
15	Черепанова Татьяна	1	0	1	0	1	3	средний
16	Чикулаев Владислав	0	1	0	1	0	2	низкий
17	Шатрова Анастасия	1	0	1	1	1	4	средний

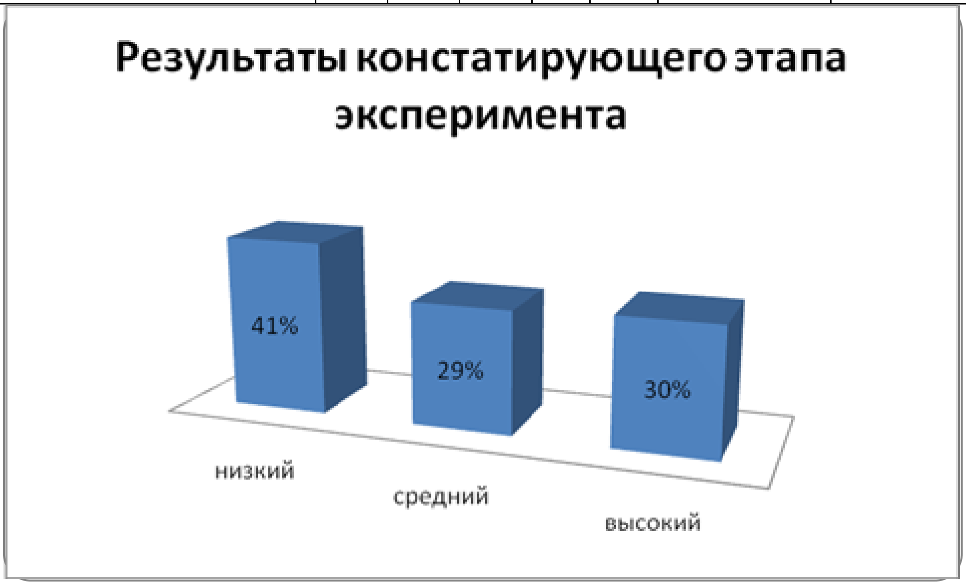


Рис. 6 Диаграмма уровня сформированности математической грамотности (констатирующий этап эксперимента)

В результате проведенного входного контрольного среза, можно сделать вывод о том, что в классе всего 30% класса имеют высокий уровень сформированности математической грамотности в области комбинаторики, 29 % обучающихся имеют средний уровень сформированности и 41% низкий уровень сформированности, а это чуть меньше 50 процентов класса. Полученные результаты обосновывают необходимость повышения уровня математической грамотности у обучающихся в области комбинаторики.

В ходе формирующего этапа эксперимента организовано специальное обучение элементам комбинаторики на основе авторской методики (см. параграф 2.1). На уроках использовались специальные дидактические приёмы: использование наглядных моделей; составление опорных конспектов и алгоритмов для анализа условий комбинаторных задач;

систематическая актуализация основных правил и формул комбинаторики; детальная проработка условий комбинаторных задач, с целью определения вида комбинаторных конфигурации; различные методы решения комбинаторных задач; комплекс тренировочных задач для отработки основных умений и навыков и др.

На заключительном этапе эксперимента, для определения динамики уровня математической грамотности в области комбинаторики был проведен итоговый контрольный срез.

Итоговый контрольный срез

1.Сколькими способами можно разместить шесть различных книг на полке?

2.Сколько двузначных чисел с разными цифрами можно составить из цифр 0, 7, 9, 3, 8?

3. Команда по футболу 11 человек, выбирают капитана. Сколько способов существует?

4.Вычислите $P_4 - 2A_9^2 + 3C_8^2$.

5.Выпускники экономического института работают в трех различных компаниях: 19 человек - в банке, 31 - в фирме и 15 - в налоговой инспекции. Найдите вероятность того, что случайно встреченный выпускник работает в налоговой инспекции.

6.В 7 классе 13 человек из них восемь девочек и пять мальчиков, для работы на пришкольном участке 2 мальчика и 3 девочки. Сколько способов существует?

Критерии для оценки уровня математической грамотности в области комбинаторики по результатам итогового контрольного среза

Содержание критерия	Баллы	Уровень сформированности
Верно и обосновано получены ответы на все задачи	6	высокий
Верно получены ответы на более половины задач	4-5	средний

Верно получены ответы на менее половины задач	2-3	низкий
Верные ответы отсутствуют	0	не сформирован
Максимальный балл	6	

Таблица № 5

Результаты итогового контрольного среза

№	**ФИ**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**итог**	**Уровень сформированности**
1	Барышев Владислав	1	1	0	0	1	1	4	средний
2	Вохмина Марина	1	0	1	0	1	1	4	средний
3	Галкин Данил	1	1	0	1	0	1	4	средний
4	Ильин Еремей	1	1	0	1	1	1	5	средний
5	Карась Алексей	1	1	1	0	1	1	5	средний
6	Копылова Олеся	1	1	1	1	1	1	6	высокий
7	Корнеев Алексей	1	1	1	1	1	1	6	высокий
8	Лобкаев Сергей	1	1	1	1	0	1	5	средний
9	Питомцева Екатерина	1	1	1	1	1	1	6	высокий
10	Полыхань Артем	1	1	1	1	1	1	6	высокий
11	Степанов Иван	1	0	1	0	0	1	3	низкий
12	Степанова Надежда	0	1	1	1	0	1	4	средний
13	Торикова Алена	1	1	1	1	1	1	6	высокий
14	Чащина Полина	1	1	1	0	0	1	4	средний
15	Черепанова Татьяна	1	1	1	0	1	1	5	средний
16	Чикулаев Владислав	0	1	0	1	0	1	4	средний
17	Шатрова Анастасия	1	1	1	1	1	0	5	средний

Динамику результатовэксперимента, можно проследить по диаграммам

В заключении экспеpемента видно, что процент низкой сформированности снизился на 35%

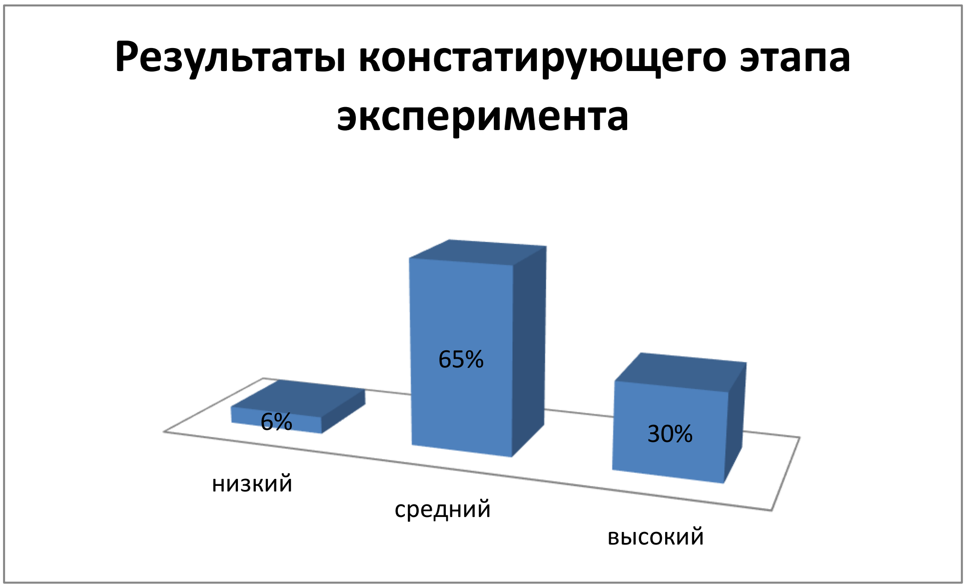


Рис. 7 Диаграмма уровня сформированности математической грамотности (заключительный этап эксперимента)

Результаты формирующего этапа эксперимента, показали положительную динамику, что подтверждает гипотезу исследования: если в процессе математической подготовки обучающихся 9 класса применять специальные дидактические приёмы обучения комбинаторике, то это будет способствовать формированию математической грамотности.

Заключение

В ходе исследования проведен аналитический обзор различной литературы по изучению понятия «математическая грамотность». Установлено, что предметные знания и умения в области комбинаторики характеризуют уровень сформированности математической грамотности у обучающихся 9 класса.

Выявлено противоречие между требованиями к уровню предметной подготовки в области комбинаторики и отсутствием специальных методик и должного внимания к изучению комбинаторики на практике. В рамках школьной программы элементы комбинаторики изучаются в недостаточном объеме и дискретно: основы комбинаторики в 5-6 классах и «скачок» в 9 классе в рамках изучения темы «Прикладная математика». У обучающихся не отрабатываются прочные навыки решения комбинаторных задач. Вследствие этого, обучающиеся испытывают затруднения при встрече с комбинаторными задачами в рамках ГИА и ВПР.

В работе охарактеризованы дидактические условия формирования математической грамотности у обучающихся 9 класса в области комбинаторики: выделено специальное содержание обучения и комплекс специальных дидактических приёмов. На их основе спроектирован цикл уроков по комбинаторике для 9 класса.

На базе МБОУ Ирбейская СОШ №1 Им. героя СССР С.С. Давыдова проведен педагогический эксперимент по формированию умений обучающихся 9 класса решать комбинаторные задачи.

В ходе констатирующего этапа эксперимента выявлена проблема низкого уровня сформированности у обучающихся умений решать комбинаторные задачи. Для решения данной проблемы осуществлялось экспериментальное обучение математике в 9 классе по теме «Комбинаторные задачи» на основании разработанных в параграфе 2.1 конспектов уроков.

Результаты формирующего этапа эксперимента, показали положительную динамику, что подтверждает гипотезу исследования.

Библиографический список

1. Афанасьев В.В., Теория вероятностей в вопросахи задачах: методическое пособие, 2006.-113с.
2. Беспалько, В.П., Педагогика и прогрессивные технологии обучения. -М.: Издательство ИРПО МО РФ, 1995. – 336 с.
3. Боженкова Л. И., диссертация доктора педагогических наук: 13.00.02 Москва 2007 http://dlib.rsl.ru
4. Буркова, Н. Особенности изучения комбинаторики в курсе математикисредней школы [Электронный ресурс] / Н. Буркова // Студенческая наукаXXI век. - 2013. - № 10. – С. 36 – 38.
5. Вестник Казахского национального женского педагогического университета[Электронный ресурс]/http://vestnik.kazmkpu.kz /Республика Казахстан.2006 г
6. Виландеберк, А. А., Шубина Н. Л. Новые технологии оценкирезультатов обучения: Методическое пособие для преподавателей. СПб.:Изд-во HUGE, 2008.- 168 с.
7. Виленкин, Н.Я. Жохов В.И. Чесноков А.С. Шварцбурд С.И.,Математика, 5-6 класс, Издание: 31-е изд., стер. - М: Мнемозина, 2013.-289с.
8. Волкова, С.В. Дидактические условия реализации учащимся личностных смыслов в процессе обучения.-Автореф.дисс.к.п.н.-Петрозаводск, 2002г
9. Гаваза, Т. А. « Трудные задачи» по теории вероятностей в среднейшколе. Методический аспект [Электронный ресурс]/ Т.А. Буркова // ВестникПсковского государственного университета, 2015
10. Горленко В.Д. «Методика Обучения Решению Комбинаторных Задач С Применением Графических Способов В Курсе Математики Основной школы»: бакалаврская работа: Тольятти 2018
11. Диагностика знаний учащихся по математике [Электронный ресурс].URL: http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2013/02/01/diagnostika-kachestva-znaniy- po-matematike

12. ДИДАКТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ. [Электронный ресурс]. URL: http://elibrary.ru
13. Дорофеев Г.В., Шарыгин И.Ф., Суворова С.Б. и др. Математика. 5-6класс. 12-е изд. - М.: 2011.-264с.
14. Дорофеев, Г.В. Алгебра. 7 класс. [Текст]: учебник дляобщеобразовательных организаций/ Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А.Бунимович. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 287 с.
15. Дорофеев, Г.В. Алгебра. 8 класс. Методические рекомендации.
16. Дорофеев, Г.В. Математика. 5 класс. [Текст]: учебник дляобщеобразовательных организаций/ Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А.Бунимович. – 5-е изд. – М.: Просвещение, 2017. – 288 с.
17. Дорофеев, Г.В. Математика. 6 класс. [Текст]: учебник дляобщеобразовательных организаций/ Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А.
18. Евдокимова Л.В. Формирование математического мышления у младшихшкольников и подростков: автореф. дис.канд. психол. наук. – М., 2006. – 29 с.
19. Егорина В.С. Формирование логического мышления младшихшкольников в процессе обучения. - Автореф. дисс. к.п.н. - Брянск, 2001./https://superinf.ru/view_helpstud.php?id=2085
20. Егошина Е.Ю., Головнева Н.А. Опыт использования активных методовобучения в школе. М. 2014.
21. Екимов М.А., Кунин Г.П. Задачи на разрезание, М.: МЦНМО, 2002.
22. Зайкин М.И. Математический тренинг, М.: ВЛАДОС, 1996.
23. Зубарева, И.И. Математика. 5 кл. [Текст]: учеб. для обучающихсяобщеобразоват. организаций / И. И. Зубарева, А. Г. Мордкович. – 15-е изд. –М.: Мнемозина, 2014. – 270 с.

24. Истомина Н.Б. Учимся решать комбинаторные задачи. Тетрадь для 4класса общеобразовательных учреждений // Математика и информатика,2013. С. 48.
25. Кейв М.А. Инновационные процессы в профильном образовании:учебное пособие / М.А. Кейв. г. Красноярск: РИО КГПУ им. В.П. Астафьева,2015г.
26. Г. С. Ковалева Качество общегообразования в российской школе порезультатам международныхисследований М.,2006
27. Комбинаторные задачи как средство развития мышления школьников.Рекомендации по введению элементов статистики, теории вероятности икомбинаторики в содержание обучения математики 5-11 класс [Электронныйресурс]. URL: http://www.superinf.ru/view_helpstud.php?id=1988
28. Комбинаторные задачи. 6-й класс : Статьи Фестиваля «Открытый урок» http://festival.1september.ru
29. Комбинаторика. Основные правила и формулы. [Электронный ресурс].URL: https://ya-znau.ru/znaniya/zn/80
30. Лучникова Е.В. Дидактические условия в образовательном процессе: статья в журнале-научная статья / Е.В. Лучникова г. Пермь Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2019г
31. Махмутов М.И. Организация проблемного обучения в среднейшколе,1977.
32. Методические рекомендации по организацииматематических факультативов [Электронныйресурс].URL:https://infourok.ru/soobshenie-na-temu-matematicheskaya-gramotnost-5078620.html
33. Нагибин Ф.Ф. Канин Е.С. Математическая шкатулка, Москва:Просвещение, 1984.

34. Никольский, С.М. Математика. 5 класс. [Текст]: методическое пособиедля учителя / С.М. Никольский, М.К. Потапов. – М.: Просвещение, 2012. –160 с.
35. Никольский, С.М. Математика. 5 класс. Методические рекомендации[Текст]: учебник для общеобразовательных организаций/ С.М. Никольский,М.К. Потапов. – 14-е изд. – М.: Просвещение, 2015. – 272 с.
36. Обучение младших школьников решению комбинаторных задач[Электронный ресурс].URL: http://videouroki.net/filecom.php?fileid=98689319
37. Осипова, Е.Н. О возможностях формирования стохастическойсодержательно-методической линии курса математики средней школы[Электронный ресурс]/ Е.Н. Осипова, М.В. Поспелов// Вестник государственного педагогического института. - 2011. - № 9. - С. 153-162.
38. Павлов,Д.И. Формирование читательского компонента базовой инструментальной грамотности при освоении пропедевтического курса информатики младшими школьниками : диссертация ... кандидата педагогических наук : М., 2019
39. Педагогика: учебное пособие для студентов высших учебных заведений/ В.А. Сластенин и др. – М., 2010.
40. Попова Т.Г. Математика. Развитие комбинаторно-логическогомышления. Задачи, алгоритмы решений / Т.Г. Попова. – Волгоград: Учитель,2009. - 111 с.)
41. Примерная образовательная программа. 2015. Режим доступа:https://elibrary.ru/item.asp?id=17909721
42. Роль дидактических игр в развитии познавательных интересов испособностей младших школьников, Головнева А. Н., 2014.сред. шк. / Л. Н. Шеврин, А. Г. Гейн, М. В. Волков.— М., 1989.—495 с.

43. Специальное обучение [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://zaochnik.com/spravochnik/pedagogika/teorija-obuchenija/ponjatie-soderzhanija-obuchenija/
44. Терехова Л.А., Элементы стохастики как средство укрепления внутрипредметных связей школьного курса математики : автореферат дис. ... кандидата педагогических наук : 13.00.02 Орел 2008
45. Федеральный государственный образовательный стандарт основногообщего образования: Приказ Мин. образования и науки РФ от 17.12.2017 г.№897. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://минобр-науки. РФ /документы/938.
46. Чайка В.М. Основы дидактики, 2010.
47. Шеврин Л.Н. Математика. [Текст]: учеб.-собеседник для 5—6 кл.
48. Шкерина Л.В., Багачук А.В., Кейв М.А., Шашкина М.Б. Теоретическиеосновы и технологии измерения и оценивания профессиональныхкомпетенций студентов - будущих учителей математики/.- Красноярск:Монография, 2013.
49. Щербаков Ю.В., Общая психология. Учебное пособие. Изд. РИОР, 2006
50. Щербатых С.В. «П.А. Некрасов - математик, педагог, философ,«современник» // Математика в школе – 2008 – № 2. С. 78-80.
51. Эльконин Д.Б., Давыдов В.В. Текстовая задача в развивающемобучении математике в системе, 2008.
52. Якубовская Л.П., Методика преподавания психологии: учебное пособие,28 с..
53. Fisz, Marek. Probability Theory and Mathematical Statistics/ Krieger Pub Co.-1980
54. Федеральный институт оценки качества образования. Концепция направления «математическая грамотность» исследования PISA-2021. [Электронный ресурс].URL:https://fioco.ru/Contents/Item/Display/2201978