

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики  
Кафедра математики и методики обучения математике

**Фаут Юлия Владимировна**

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

**ОРГАНИЗАЦИЯ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ  
К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ВЫСОКОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ  
ПРОФИЛЬНОГО ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ**

Направление подготовки  
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)  
Направленность (профиль) образовательной программы  
Математика и Информатика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ  
Заведующий кафедрой  
д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина  
20.05.2021. Шкерина

Научный руководитель  
канд. пед. наук, доцент М.Б. Шашкина  
20.05.2021 Шашкина

28.06.21 Дата защиты

Обучающийся  
Ю.В. Фаут  
20.05.2021 Фаут

Оценка

---

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

<b>Введение</b> .....	2
<b>ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ВЫСОКОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ ПРОФИЛЬНОГО ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ</b> .....	7
1.1. Особенности обучения математике в современной школе .....	8
1.2. Задания высокого уровня сложности ЕГЭ по математике: характеристика, особенности .....	15
1.3. Дефициты математической подготовки обучающихся .....	25
Выводы по первой главе .....	32
<b>ГЛАВА 2. КУРС ПО ВЫБОРУ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ «РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ВЫСОКОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ» В ОНЛАЙН И ОФЛАЙН-РЕЖИМАХ</b> .....	34
2.1. Учебная программа и методические идеи курса .....	34
2.2. Структура и содержание курса .....	48
2.3. Результаты опытно-экспериментальной работы .....	67
Выводы по второй главе .....	75
<b>Заключение</b> .....	77
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ</b> .....	79

## Введение

Модернизация математического образования происходит в России уже не первый год. Развитые страны, совершающие в настоящее время технологический рывок, вкладывают существенные ресурсы в развитие математики и математического образования. И хотелось бы отметить, что разработка и внедрение новых технологических и содержательных решений в методику обучения математике является актуальной темой для различного рода исследований. Школьному курсу математики уделяют большое значение, и это не удивительно. Особого внимания заслуживают обучающиеся 10-11 классов, на которых возлагают большие надежды вузы, занимающиеся подготовкой специалистов в области наукоемких технологий. И от абитуриентов, выбирающих инженерные, технологические, технические, естественнонаучные направления подготовки и специальности, требуются высокие результаты ЕГЭ по математике профильного уровня.

Для современного общества имеет значение всесторонне развитая личность. Поэтому в последние годы в отечественной дидактике появилось такое понятие как математическая грамотность обучающихся. Теперь, когда речь идет о математическом образовании, отмечают тот факт, что следует направить силы на повышение математической грамотности среди школьников. Подготовка выпускников к государственному экзамену тоже должна подразумевать под собой не только отработку предметных навыков, но и развитие математической грамотности в целом.

Если говорить о заданиях высокого уровня сложности, то стоит отметить, что эти задания подразумеваются для определенной категории детей. Как показывает статистика, к решению этих заданий приступает не более 5 % экзаменуемых (задание 18), не более 15 % экзаменуемых (задание 19), а максимальное количество баллов за их выполнение получает менее 1 % обучающихся.

В частности, задание 19 проверяет умение рассуждать и строить цепочку рассуждений таким образом, чтобы прийти к верному ответу. Но

очень часто обучающиеся заблуждаются и думают, что решение 19 задания заключается в умении применять различные теоремы, которые они не изучали. Кроме того, стоит отметить тот факт, что в школе есть проблема недостаточно качественной математической подготовки многих школьников. И решение заданий высокого уровня сложности может способствовать повышению общего уровня математической грамотности. На наш взгляд, эти два факта очень тесно взаимосвязаны между собой.

Задание 18 несколько шире по объему теоретических знаний, которые должен знать выпускник, чтобы выполнить данную задачу на максимальный балл. Это задание с параметром, решению которых в школьном курсе математики уделяется не так много времени. Материал, касающийся исследования уравнений и неравенств с параметрами, излагается разрозненно в разных темах курса 7–11 классов, зачастую учитель не успевает разбирать подобные задания на уроках. Поэтому, как правило, обучающимся требуется перед экзаменом специальная подготовка к решению заданий данного типа. Задания высокого уровня сложности предназначены для отбора наиболее подготовленных по математике выпускников школ, которые способны в дальнейшем делать серьезные научные открытия, работать в сфере высоких и наукоемких технологий.

В рамках традиционной классно-урочной системы, в условиях нехватки часов на качественное изучение учебной программы курса математики в старших классах, вопросы подготовки обучающихся к решению заданий высокого уровня сложности представляют для многих учителей методическую проблему. В то время как есть выпускники, мотивированные для решения подобных заданий. Часто школы практикуют сотрудничество с преподавателями вузов для подготовки выпускников к ЕГЭ профильного уровня в форме дополнительных занятий во внеурочное время, интенсивных занятий в каникулярное время, предметных погружений и т.п.

Есть различные пособия по подготовке к ЕГЭ к заданиям высокого уровня сложности (Г.И. Вольфсон, В.В. Локоть, М.Я. Пратусевич, А.А.

Прокофьев, С.Е. Рукшин, Ю.В. Садовничий, К.М. Столбов, А.В. Шевкин, С.А. Шестаков, и др.). Известны отдельные авторские программы обучения математике, направленные на решение задач высокого уровня сложности (Д.В. Гуцин, Р.Б. Крайнева, А.А. Ларин, В.И. Маркова и др.). Но далеко не все учителя математики в условиях массовой школы могут эффективно организовать подготовку обучающихся. Необходимы конкретные методические разработки для подготовки мотивированных обучающихся к решению задач высокого уровня сложности.

Ситуация, сложившаяся в последний год из-за пандемии, внесла коррективы в процесс обучения, в настоящее время есть запрос на организацию образовательного процесса как в онлайн, так и в офлайн-формате. Есть различные интернет-ресурсы, порталы, сообщества в социальных сетях, которые предоставляют возможности платной и бесплатной подготовки к ЕГЭ для старшеклассников. Но практика показывает, что далеко не каждый старшеклассник может самостоятельно организовать для себя эффективную подготовку к экзамену, особенно в части заданий высокого уровня сложности. Наиболее результативной такая подготовка оказывается в условиях сопровождения обучающегося учителем, репетитором, тьютором, выстраивания индивидуальных образовательных траекторий. В связи с этим есть необходимость организации дополнительных курсов, которые будут направлены на подготовку обучающихся к заданиям высокого уровня сложности, и в то же время ориентированы на повышение уровня математической подготовки. Такие курсы могут быть реализованы как в форме традиционных занятий, так и посредством электронного обучения. В связи с этим **проблема** подготовки определенного контингента обучающихся к решению задач высокого уровня сложности ЕГЭ по математике и ее решение на уровне школы в современных условиях являются весьма актуальными.

**Объект исследования:** процесс подготовки обучающихся к решению заданий высокого уровня сложности ЕГЭ по математике профильного уровня.

**Предмет исследования:** программа и методическое обеспечение курса на платформе Moodle для подготовки обучающихся к решению заданий высокого уровня сложности ЕГЭ по математике профильного уровня.

**Цель исследования:** разработать курс по выбору для подготовки обучающихся к решению заданий высокого уровня сложности ЕГЭ по математике профильного уровня на платформе Moodle.

**Гипотеза исследования:** реализация курса по выбору для обучающихся 10-11 классов «Решение задач высокого уровня сложности» будет способствовать формированию устойчивых предметных умений обучающихся по решению задач высокого уровня сложности профильного ЕГЭ по математике, если разработать и реализовать специальное содержание курса и результативную методику его реализации.

**Задачи:**

1. Провести анализ проблем подготовки обучающихся к решению задач высокого уровня сложности на ЕГЭ по математике.

2. Разработать учебную программу курса по выбору для обучающихся 10-11 классов, направленную на подготовку к решению заданий высокого уровня сложности.

3. Разработать структуру и содержание курса по выбору в онлайн- и офлайн-формате.

4. Провести апробацию курса и сделать выводы о результатах его использования в процессе подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня.

Работа состоит из двух глав. В первой главе приведена классификация заданий 18 и 19; представлен анализ этих заданий в соответствии с предметными компетенциями, которыми должен обладать обучающийся для решения подобных заданий в ЕГЭ профильного уровня по математике.

Сделан обзор методической литературы по вопросу математической грамотности обучающихся. Кроме этого, первая глава включает в себя анализ взаимосвязи высоких результатов ЕГЭ профильного уровня по математике и уровня математической подготовки обучающихся.

Вторая глава включает в себя три параграфа, в которых приведена пояснительная записка курса для подготовки обучающихся к решению заданий высокого уровня сложности профильного ЕГЭ по математике, где описаны основные цели и задачи предъявляемого курса. Кроме этого, представлена структура и содержание курса. Представлены возможные варианты реализации курса на платформе Moodle. Рассмотрены возможности данной платформы для организации курса по выбору для подготовки заданий высокого уровня сложности ЕГЭ профильного уровня по математике. В заключении приведены результаты опытно-экспериментальной работы.

## **ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ВЫСОКОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ ПРОФИЛЬНОГО ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ**

Математическое образование в настоящее время приобретает очень важное значение. Ориентир на научно-технологичный прогресс страны акцентирует внимание на такие школьные дисциплины как: математика, физика, информатика, технология [7]. В последние время особое внимание уделяют математическому образованию, так как это фундамент, на котором строятся дальнейшие исследования в различных отраслях. А если речь идет о школьной математике, то стоит сказать о форме контроля, который сейчас существует в образовательных учреждениях. А именно про профильный ЕГЭ по математике, как известно базовый уровень было решено отменить, таким образом, сдача экзамена подразумевает поступление в высшее учебное заведение. Следовательно, данный экзамен сдает лишь определённая категория школьников, которые готовы заниматься и сдавать экзамен на высокие баллы, а это значит, что большую популярность приобретет вторая часть ЕГЭ по математике профильного уровня.

Вторая часть КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня ориентирована на достаточно высокий уровень математической подготовки выпускников. Эта часть содержит 4 задания (задания 9–12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби и 7 заданий (задания 13–19) с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий) [10]. По уровню сложности задания распределяются следующим образом: задания 9–17 – повышенный уровень; задания 18 и 19 относятся к высокому уровню сложности [10]. Даже при самой серьезной подготовке решить все задания очень сложно. Это подтверждает статистика результатов ЕГЭ, согласно которой выше 80 баллов набирают не более 4–5 % экзаменуемых [49].

Остановимся на заданиях высокого уровня сложности, которые в действующей версии КИМ имеют номера 18 и 19 (ранее – С5, С6; позднее –

20, 21). В данной главе рассмотрим классификацию данных заданий, проанализируем какой теоретический материал необходимо знать для решения данных заданий. А также попробуем разобраться, как уровень математической подготовки взаимосвязан с подготовкой к заданиям высокого уровня сложности.

### **1.1. Особенности обучения математике в современной школе**

В настоящее время завершается переход к информационному обществу. Вместе с этим оформляется новая парадигма в образовании, внедрение сетевых технологий; проектная деятельность [24]. Все эти новые веяния требуют обновления содержания обучения математике в школе, приближения его к современным разделам и практическим применениям. Особенности учебного материала в информационном обществе являются принципиальная избыточность информации, нелинейный характер ее развертывания, возможность вариативности учебного материала [9].

Математическое образование занимает особое место в современном обществе. Изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе к логическому мышлению, влияя на результативность изучения других дисциплин [40]. Качественное математическое образование необходимо каждому для его успешной жизни в современном обществе. Успех страны в XXI веке, эффективность использования природных ресурсов, развитие экономики, обороноспособность, создание современных технологий зависят от уровня математической науки, математического образования и математической грамотности всего населения, от эффективного использования современных математических методов. Без высокого уровня математического образования невозможны выполнение поставленной задачи по созданию инновационной экономики, реализация долгосрочных целей и задач социально-экономического развития Российской Федерации [28].

Тенденции развития культуры современного человека диктуют свои правила. На сегодняшний день человек должен обладать комплексом свойств

(высокий интеллект, креативность, умение работать в группе, умение осваивать новые профессии и т.д.) для успешной реализации своего потенциала в обществе. Математическое образование может стать инструментом для достижения вышеперечисленных целей. Таким образом, значимость развития данной науки говорит само за себя.

Безусловно, двигатель, который запускает весь механизм изучения данной науки, начинается в школе [44]. Поэтому качество школьного математического образования становится главным объектом изучения и модернизации. И наряду с этим каждый год появляются новые технологии, методики, средства, стратегии обучения математике.

Анализ научной литературы позволяет сделать вывод о том, что различные авторы рассматривают схожие особенности обучения математике, но характеризуют их по-разному. Рассмотрим особенности, которые они приводят. Так, например, В.А. Тестов говорит: «в первую очередь, хочется отметить низкую мотивацию обучающихся, которая связана с недооценкой математической науки. Кроме этого, наблюдается формализм обучения, некоторый материал изучается, но не переходит в определённую систему знаний, школьник учит его лишь для сдачи экзамена или написания контрольной работы» [39, с. 5]. И самое главное, что отмечает автор – это низкая математическая грамотность обучающихся, на формирование которой в конечном итоге и направлено современное математическое образование.

В.А. Тестов предлагает сконцентрироваться на следующих особенностях при изучении математики в школе: в первую очередь необходимо преодолеть разобщённость различных математических дисциплин, изолированность отдельных тем и разделов, обеспечить целостность и единство в обучении математике. Следующий шаг – это ориентация на новые важные разделы, требующие своего отражения в школьной программе по математике (теория графов, теория кодирования, фрактальная геометрия, теория хаоса и др.). Эти новые направления в математике обладают большим методологическим, развивающим и

прикладным потенциалом. Разумеется, все эти новые разделы математики не могут с самого начала изучаться во всей их глубине и полноте. Но необходимо закладывать фундамент для дальнейшего изучения данных тем в вузе. Учитывая современные технологии, безусловно, необходимо их использовать в обучении. Речь идет об информационно-коммуникационных технологиях (ИКТ) и цифровых образовательных ресурсах (ЦОР). Их использование помогает осуществлять интерактивное взаимодействие, своевременное получение информации, непрерывный мониторинг качества полученных знаний и т.д [39]. Современный мир диктует свои правила, и дистанционное обучение может стать реальностью, хоть и на время. Например, на период пандемии.

Также речь идет о проектной деятельности на уроках математики. Автор говорит нам о том, что проектная деятельность может быть эффективной, но он отмечает, что результат выполнения учебных проектов предполагает создание субъективно нового, лично значимого продукта, но очень часто в школьных проектах по математике отсутствует данный продукт, поэтому при реализации данных проектов в школе, необходимо обращать на это особое внимание. Также рекомендуется реализация междисциплинарных проектов. По мнению В.А. Тестова, данные проекты наиболее продуктивные и эффективные в современных условиях [39].

Ф.А. Уланов выделил пять тенденций, которых он советует придерживаться при обучении математике в школе на сегодняшний день [41].

*Таблица 1.*

#### Тенденции современного преподавания

Тенденция	Характеристика
Без механического запоминания	Современные требования во многом повлияли на потребность запоминать что-то «потому что так надо». Поэтому сейчас необходимо уходить от такой модели работы с помощью групповой работы, проектной и так далее. Необходимо работать с обучающимися в такой форме, чтобы у них было желание разобраться в каком-то вопросе, а не просто запомнить формулу.

С финансовой поддержкой	Новые условия современного мира требуют от нас высокой финансовой грамотности, математика это именно тот предмет, на котором, есть возможность познакомиться и научиться правильно распоряжаться своим капиталом. Поэтому современный урок математики должен затрагивать такие вопросы как налоги, вклады, кредиты, ипотека и многое другое.
В ходе проекта	Проектная деятельность за последнее время заняла огромную нишу в современном обществе. Разработкой проектов начинают заниматься в детском саду. Математика наука, которая открыта для изучения, анализа и реализации различных проектов. Поэтому современный учитель должен держать ориентир на это, помогать с разработкой и реализацией различных проектов по математике.
Интеграция	Данный аспект ведет нас к тому, что на сегодняшний день математика не может существовать как отдельный предмет. Должна происходить интеграция с другими школьными предметами. Обучающийся должен учиться находить связь между математическими процессами и другими науками, которые он изучает.
Технологичность	Внедрение новых технологий в качестве ИКТ и ЦОР в образовательный процесс на сегодняшний день это само собой разумеющиеся. Современный школьник готов работать с различными онлайн-сервисами. Другой вопрос как грамотно комбинировать онлайн обучение и офлайн. Поэтому на сегодняшний день учитель должен пользоваться данными сервисами и внедрять в образовательный процесс дистанционный формат обучения.

Был проанализирован еще один подход к современному математическому образовательному процессу. Р.Б. Кохужева рассматривает основные направления модернизации школьного математического образования. Автор выделила основные принципы, которым должно соответствовать нововведение в математическое образование [24]:

- *непрерывность*, предполагающая изучение математики на протяжении всех лет обучения в школе;
- *преемственность*, предполагающая взвешенный учет положительного опыта, накопленного отечественным математическим образованием, и реалий современного мира;
- *вариативность методических систем*, предусматривающая возможность реализации одного и того же содержания на базе различных научно-методических подходов;

- *дифференциация*, позволяющая учащимся на всем протяжении обучения получать математическую подготовку разного уровня в соответствии с их индивидуальными особенностями (уровневая дифференциация) и предусматривающая возможность выбора типа математического образования в старшем звене (профильная дифференциация).

Данные принципы позволяют гармонично осуществлять развитие личности в условиях стремительного изменения современного общества. Одна из основных проблем образования в школе, заключается в том, что обучающиеся зачастую не видят связь между наукой и реальным миром. Для этого необходимо держать ориентир на практичность и на потребности общества для того, чтобы определить, чему учить современного школьника.

При этом приоритетными направлениями совершенствования математического образования являются [24]:

- смена целевой ориентации и более четкое обозначение приоритетности его развивающей функции;
- совершенствование структуры и содержания математического образования в условиях модернизации образования;
- использование вариативных учебных программ и УМК при сохранении требований к обязательному минимуму содержания математического образования;
- дифференциация, позволяющая на всем протяжении обучения получать математическую подготовку разного уровня в соответствии с их индивидуальными особенностями;
  - новые компьютерные технологии;
  - работа с одаренными детьми.

Таким образом, анализ литературы показал, что математическое образование находится в условиях модернизации и постоянного совершенствования. На наш взгляд, каждый из авторов прав в своих

суждениях, можно выделить основные тенденции развития школьной математики:

- применение ИКТ на уроках математики;
- интеграция естественных наук в математику;
- применение проектной деятельности на уроках математики;
- внедрение смешенного обучения;
- дифференцированный подход;
- практико-ориентированность;
- Применение системно-деятельностного подхода.

Стремительное развитие технологий заставляет посмотреть на образование свежим научно-техническим взглядом. За последние десять лет было внедрено очень много изменений в математическое образование. Были внедрены профильные классы, где математику изучают на более высоком уровне. ЕГЭ по математике делили на профильный и базовый уровень [28]. В настоящий момент базовый уровень решено было отметить и оставить профиль для тех, кто готов поступать в университеты. Данные коррективы внесла пандемия, которая перевернула обычное представление об образовании. Оказалось, что очень много кто не готов перейти прямо сейчас на дистанционное обучение. Хотя многие годы речь шла о новых технологиях, которые применялись и использовались в школах. Следовательно, не достигнуто умение безупречного пользования новыми технологиями, и это уже особенности каждого региона в отдельности.

На наш взгляд, современная школа сегодня это сочетание научно-технологического прогресса и высокого профессионализма современного педагога. Изучение математики сегодня должно быть практико-ориентированным, но методического материала недостаточно для данного процесса. Следовательно, педагогу необходимо самостоятельно разрабатывать дидактические материалы, которые он мог бы применять на уроках математики.

Необходимо отметить, еще один аспект, который на сегодняшний день является актуальным, но в тоже время вызовет некоторые трудности в образовательном процессе. Речь пойдет о формировании метапредметных образовательных результатов обучающихся средствами математики.

Так, согласно ФГОС, метапредметные результаты – это знания и умения, освоенные обучающимися на базе одного, нескольких или всех учебных предметов, а также способы деятельности, применимые как в рамках образовательного процесса, так и при решении проблем в реальных жизненных ситуациях [43].

Почему на сегодняшний день так актуально формирование метапредметных образовательных результатов? На наш взгляд, это связано с концептуальными изменениями образования в РФ. Современный учитель должен рассматривать образовательный процесс как совокупность учебно-воспитательного и самообразовательного процессов, направленных на решение задач образования, воспитания и развития личности в соответствии с государственным образовательным стандартом. В свою очередь, обучающийся, выходя из школы, должен не только хорошо знать русский язык и математику, он должен уметь мобильно меняться под новые условия, иметь опыт проектно-исследовательской деятельности, а также быть развитой и устойчивой личностью в обществе.

Поэтому перед педагогами стоит новая задача по развитию нескольких новых качеств своих подопечных. Это становится новой целью в самообразовании действующих учителей и у студентов педагогических ВУЗов. Они должны понимать методики формирования метапредметных образовательных результатов у обучающихся. Это тоже можно отнести к особенностям, которые необходимо учитывать в современной образовательной среде [43].

Таким образом, современное математическое образование это механизм, который постоянно видоизменяется, на это влияет множество факторов. Необходимо соответствовать стремительным изменениям и

совершенствовать свои педагогические компетенции, для успешной реализации своей педагогической деятельности. Кроме этого, необходимо расширить представление об обучении как изучение определённой науки, следует развивать не только предметные навыки, но особое внимание уделять метапредметным образовательным результатам. Содержание математического образования должно быть представлено не только в логике современной математики, но и в логике будущей профессиональной деятельности школьника. В таком случае целью учебной деятельности обучающегося является не только овладение математическим аппаратом как целостной научной системой, а формирование профессионально значимых качеств личности на основе логики математики.

## **1.2. Задания высокого уровня сложности ЕГЭ по математике: характеристика, особенности**

Единый государственный экзамен (ЕГЭ) по математике представляет собой форму государственной итоговой аттестации, проводимой в целях определения соответствия результатов освоения обучающимися основных образовательных программ среднего общего образования по математике соответствующим требованиям федерального государственного образовательного стандарта [8]. Для указанных целей используются контрольные измерительные материалы (КИМ), представляющие собой комплексы заданий стандартизированной формы. С 2015 г. ЕГЭ по математике проводится на двух уровнях: базовом и профильном. Варианты КИМ составляются на основе спецификации и кодификаторов проверяемых элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений. С 2019 г. участники экзамена могут выбрать только один из двух уровней. Это нововведение значительно повлияло на результаты обоих экзаменов. В данной работе будет представлена классификация заданий высокого уровня сложности, с ориентацией на изменения начиная с 2015 года [3]. Задания высокого уровня сложности ориентированы на детей, которые способны сдать экзамен на

высокие баллы. Поэтому эти задания выполняют очень маленький процент всех обучающихся, но это не значит, что к данным заданиям нет надобности готовить выпускников. Каждый обучающийся при сдаче экзамена ставит перед собой определённые цели, для кого-то необходим минимальный балл для поступления в вуз, другие способны на более высокие достижения. Поэтому, безусловно, нужно разбираться в данных заданиях, находить способ объяснить обучающимся способы решения подобных заданий. Но для того, чтобы понимать, с чем предстоит иметь дело необходимо провести стандартные процедуры по организации и выявлению некоторых особенностей данных заданий, а самое главное выявить классификацию данных заданий. По имеющейся классификации заданий можно распределить теоретический материал для работы с обучающимися. Все это необходимо сделать для того, чтобы грамотно построить структуру курса. Если у вас есть классификация, следовательно, появляются необходимые разделы, которые можно включить в содержание курса. Поэтому перейдем к анализу заданий 18 и 19 профильного ЕГЭ по математике.

Задание 18 обладает характерной особенностью решений различных комбинаций уравнений, неравенств с параметром [1]. Параметр в школьном курсе математики в основном изучается в свете ознакомление с данным материалом. Для решения ЕГЭ этого, конечно, недостаточно. Хотя если говорить о профильных классах, то данная тема представлена в полном объеме. Почему тогда возникают трудности при решении данного номера. В первую очередь задания, которые представляются в КИМ ЕГЭ носят характер повышенной сложности. Мало того, что тема заданий с параметром сама по себе сложна для восприятия, усугубляет положение и тот факт, что данные задания редко разбирают на занятиях по подготовке к ЕГЭ. Так или иначе, курс, который планируется разработать подойдет для обучающихся, которые хотят решить данное задание на экзамене. Изучив учебно-методическую литературу по решению заданий с параметром, мы предлагаем классифицировать их по типам и методам решения.

Итак, всевозможные задания, которые могут встретиться на экзамене разделены на 11 основных групп [1].

1. Уравнения с параметром.
2. Неравенства с параметром.
3. Системы с параметром.
4. Расположение корней квадратного трехчлена.
5. Использование симметрий.
6. Использование монотонности, оценок.
7. Аналитическое решение уравнений, неравенств, систем.
8. Координаты  $(x, a)$ .
9. Уравнение окружности.
10. Расстояние между точками.
11. Функции, зависящие от параметра.

Каждая группа заданий требует от обучающихся определённых теоретических заданий по данной теме. Первая группа – это решение уравнений с параметром. Для успешной работы с данным типом задания необходимо уметь решать следующие виды уравнений [14]:

- линейные уравнения с параметром;
- квадратные уравнения с параметром;
- дробно-рациональные уравнения с параметром, сводящиеся к линейным;
- уравнения с параметром, содержащие модуль;
- иррациональные уравнения с параметром;
- тригонометрические уравнения с параметром;
- показательные уравнения с параметром;
- логарифмические уравнения с параметром.

Для каждого вида представленных уравнений выше необходимо подобрать соответствующий теоретический материал, видеоматериал, и практические задания, как с подробным решением, так и для самостоятельной работы. Аналогично необходимо проработать с каждым

типом 18 задания. Теперь рассмотрим неравенства с параметром. Для решения неравенств с параметрами необходимо учитывать определённую особенность, а именно, нужно понимать, какие преобразования будут равносильными, и какие нет:

1. Перенос какого-либо члена неравенства из одной части в другую, при этом знак этого члена меняется на противоположный.

2. Умножение или деление всего неравенства (левой и правой частей) на одно и то же положительное число.

3. Умножение или деление всего неравенства на отрицательное число, при условии, что вы меняете знак неравенства. Неравенства с параметром также имеют определенные факты и правила.

Эти факты необходимо выделить для обучающихся, так как на этом зачастую ошибаются дети. Если говорить про виды неравенств, то можно провести аналогию с уравнениями. То есть все указанные виды уравнений выше можно отнести и аналогично к неравенствам.

Изучив учебно-методическую литературу по решению заданий с параметром, мы предлагаем классифицировать их по методам решения.

Далее в классификации представлены системы с параметром. Системы могут быть представлены в двух видах, это либо система уравнений, или система неравенств. Следовательно, предыдущие два пункта помогают перейти на решение систем. И тут уже необходимо учитывать теоретические основы решения систем со всеми ее вытекающими особенностями [15].

Теперь рассмотрим следующий тип задания «расположение корней квадратного трехчлена». Данное задание характеризуется тем, что необходимо определить значение параметра  $a$ , при котором квадратное уравнение будет иметь одно либо два значения. Следовательно, данный раздел необходимо посвятить изучению квадратного трехчлена. И для этой темы рекомендуется изучить более удобный подход – формулировать необходимые и достаточные условия требуемого расположения корней.

Следующее задание, которое мы рассмотрим – это использование симметрий. В этом типе присутствуют и уравнения, и неравенства, и системы. Задача остается такой же, найти значение параметра, при котором будет единственное решение, либо не имеет решений. Особенностью данного задания является способ решения, необходимо использовать симметрию. Что же такое симметрия уравнений или неравенств? Если при некотором преобразовании переменных уравнение или неравенство не меняет своего вида («переходит само в себя»), то мы говорим, что это уравнение или неравенство симметрично относительно данного преобразования [15]. Почему бывает важно замечать симметрию? Дело в том, что если уравнение обладает некоторой симметрией, то такой же симметрией обладают и все его решения. Значит, не решая уравнение и исходя лишь из соображений симметрии, мы можем заранее предвидеть некоторые свойства его решений. Допустим, например, что требуется найти такие значения параметра, при которых уравнение имеет заданное число решений. Тогда, заметив симметрию данного уравнения, мы сможем получить необходимые условия на параметр, и останется лишь проверить, какие из найденных условий являются достаточными [16].

Таким образом, данный тип задания необходимо решать с помощью понятий симметрии, а, следовательно, для обучающихся нужно представить весь теоретический материал по данной теме.

После данного задания представлен следующий тип: использование монотонности, оценок. Этот вид характерен также способом решения задачи с параметром. В этом случае используют различные свойства функций такие как: ограниченность области определения, ограниченность области значения функции, монотонность функций, чётность функций [1]. С помощью различных свойств удастся упростить уравнение или неравенства до элементарного, после чего его необходимо решить, и тогда уже ответ будет лежать на поверхности. Но данный метод не пользуется популярностью среди обучающихся, так как необходимо учитывать множество фактов про

функцию, которую приняли к рассмотрению [2]. Для этого метода необходимо знать очень много теории, которую выпускники запоминают не очень хорошо. Необходимо данную теорию давать блоками, не сразу всю, и на каждое свойство разбирать подходящий пример, дети увидят, как можно получить наивысший балл за данное задание пользуясь свойствами функций. Это послужит хорошей мотивацией для них [16].

Следующий тип 18 задания это: аналитическое решение уравнений, неравенств, систем. Данное задание «нечто классическое» среди множества различных типов задач под номером 18 ЕГЭ по математике. В этом задании предполагается, что обучающийся рассмотрит различные значения параметра  $a$  и как от этого будет меняться значение  $x$ , которое, в конечном счете, и необходимо дать в ответе. В этом случае приветствуются словесные объяснение действий, которые совершает обучающийся. Необходимо учить выпускников строить логические рассуждения и умение грамотно оформить свои мысли на математическом языке [28].

Далее в классификации следующая задача: координаты  $(x, a)$ . Формулировка задания практически не отличается от других типов. Но есть небольшая особенность: просят, например, найти все значения параметра  $a$  при каждом из, которых неравенство или уравнение (система) не имеет решений на интервале  $(1; 2)$ . Особенностью является, тот факт, что просят найти какие-то значения на определенном интервале [26]. Графические методы особенно эффективны при исследовании уравнений и неравенств, содержащих модули, но данный метод используют и с другими функциями [31]. Они позволяют отображать нужные для решения случаи, и не заниматься перебором всех случаев. Поэтому для решения задач надо уметь строить графики различных функций [32].

Следующий тип: уравнение окружности. Уже из названия мы можем сделать вывод, что окружность является ключевым понятием данного типа задания. Метод решения данного задания заключается в том, что с помощью различных способов необходимо упростить уравнение или неравенство до

вида  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ , где  $a$  и  $b$  это координаты центра окружности, а  $R$  это радиус данной окружности. После чего необходимо построить график полученных функций провести анализ и сделать вывод в зависимости от вопроса в задании.

Далее в классификации идет следующий тип: расстояние между точками. По формулировке задание не отличается от других, но сами уравнения и неравенства составлены так, что можно увидеть формулу расстояние между двумя точками [1]. Это и будем кличем для решения данного типа задания. Необходимо, увидеть формулу и провести анализ функций и их графиков.

И последний тип задания в приведенной классификации это: функции, зависящие от параметра. Формулировка данного задания отличается от других типов, это видно из его названия [33]. Например, необходимо найдите все значения  $a$ , при каждом из которых наибольшее значение некоторой функции не меньше одного. В основном решение данного типа заданий будет заключаться в рассмотрении графика предлагаемой функции и анализа ее расположения в зависимости от параметра [1].

Таким образом, нами были рассмотрено большинство существующих вариантов 18 задания ЕГЭ по математике профильного уровня. Мы убедились в том, что очень много различных типов, и для каждого есть свой способ решения, что свидетельствует о том, что для подготовки к решению данного задания нужно подготовить комплекс теоретического материала и практического [15]. Причем нужно повторять материал начиная с 6-7 класса. Поэтому объем знаний, который необходим для успешного выполнения данной задачи очень большой. Таким образом нужен высокий интеллектуальный уровень обучающихся, именно поэтому данное задание относится к заданиям высокого уровня сложности.

Далее мы рассмотрим задание 19. Содержательно задание №19 (бывшее 21 и С6) проверяет в первую очередь не уровень математической (школьной) образованности, а уровень математической культуры [27].

Вопрос формирования соответствующей культуры – вещь деликатная и, в целом, формируемая на протяжении нескольких лет. Условия задания №19, как и прежних заданий С6, разбиты на пункты. По существу, задача разбита на ряд подзадач (частных случаев), последовательно решая которые можно в итоге справиться с ситуацией в целом. Итак, рассмотрим классификацию задания № 19 ЕГЭ по математике профильного уровня [18].

1. Числа и их свойства.
2. Числовые наборы на карточках и досках.
3. Последовательности и прогрессии.
4. Сюжетные задачи: кино, театр, мотки верёвки и т.д.

Представлено 4 типа заданий, которые могут встретиться обучающемуся на экзамене. Хотя и классификация намного меньше, сравнительно с 18 заданием, но это не делает его проще. Так как специфика самого задания весьма нестандартна для школьного курса. Задание, требует выстраивание логических рассуждений от выпускника, с чем справляются весьма плохо [23]. Хотелось бы подчеркнуть, что никаких фактов из теории чисел типа теоремы Вильсона, чисел Мерсенна, малой теоремы Ферма, теории сравнений и т.п. для решения этих заданий не требуется. Тот, кто эти факты знает, разумеется, может их использовать, но, подчёркиваем, при решении всегда можно обойтись и без них [11].

Если говорить про классификацию 19 задания, в отличии от 18, где каждый тип характеризовался тем или иным способом решения, то в 19 все иначе, нет определённого алгоритма для одного или другого типа. Каждый тип задания требует примерно одних и тех же теоретических фактов, отличается каждый тип самой формулировкой задания. Приведем в качестве примера к каждому типу формулировку задания [20]. В основу классификации положен подход, предлагаемый в источнике [18].

#### **Числа и их свойства:**

Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля), не кратное 100.

- а) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 90?
- б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 88?
- в) Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?

**Числовые наборы на карточках и досках:**

На доске написано число 2015 и еще несколько (не менее двух) натуральных чисел, не превосходящих 5000. Все написанные на доске числа различны. Сумма любых двух из написанных чисел делится на какое-нибудь из остальных.

- а) Может ли на доске быть написано ровно 1009 чисел?
- б) Может ли на доске быть написано ровно пять чисел?
- в) Какое наименьшее количество чисел может быть написано на доске?

**Последовательности и прогрессии:**

Даны  $n$  различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию

- а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 14?
- б) Каково наибольшее значение  $n$ , если сумма всех данных чисел меньше 900?
- в) Найдите все возможные значения  $n$ , если сумма всех данных чисел равна 123.

**Сюжетные задачи: кино, театр, мотки верёвки:**

Два игрока ходят по очереди. Перед началом игры у них есть поровну горошин. Ход состоит в передаче сопернику любого числа горошин. Не разрешается передавать такое количество горошин, которое до этого уже кто-то в этой партии передавал. Ноль горошин тоже передавать нельзя. Тот, кто не может сделать очередной ход по правилам, — считается проигравшим. Начинаящий или его соперник победит в этой игре, как бы ни играл партнёр?

Рассмотрите случаи:

- а) у каждого по две горошины;

б) у каждого по три горошины;

в) у каждого по  $N$  горошин.

Для решения заданий №19 можно выделить общие теоретические факты, которые необходимо использовать для решения [11]:

- ✓ общие категории чисел,
- ✓ свойства сложения и умножения натуральных чисел;
- ✓ наименьшее общее кратное;
- ✓ наибольший общий делитель;
- ✓ среднее арифметическое;
- ✓ арифметическая прогрессия;
- ✓ геометрическая прогрессия;
- ✓ признаки делимости чисел.

Единственное, стоит выделить третий тип в классификации, так как в данном случае ребенку в любом случае понадобится арифметическая или геометрическая прогрессия. А все остальные задания будут решены с помощью комбинации теоретических знаний, которые были представлены выше. А также ребенку необходимо проводить линию рассуждений, которая приведет его к правильному решению [20].

Таким образом, подготовка к 19 заданию с одной несколько труднее так как нет четкого алгоритма подготовки к каждому типу задания, но с другой стороны по объему теоретических знаний она несколько уже нежели задание № 18. Еще стоит отметить такой факт, что в 19 задании умение рассуждать может привести к верному решению, не используя знаний различных теорем. Кроме этого, по статистике те, кто приступают к решению 19 задания весьма часто справляются с первым пунктом, что дает бал, который может весьма серьезно повлиять на результат [36]. Мы пришли к выводу о том, что к 19 заданию, возможно, подготовить обучающихся, но для этого им необходимо уделить большую часть времени к самостоятельному изучению, а для это им следует предоставить курс, по

которому они могли бы готовиться и параллельно задавать возникающие вопросы [37].

### **1.3. Дефициты математической подготовки обучающихся**

Современное математическое образование постоянно находится в условиях модернизации. На сегодняшний день уделяют большое внимание уровню математической грамотности обучающихся [45]. За последние годы произошло немало изменений в системе образования, касающихся именно математического образования. Появились профильные классы, ЕГЭ по математике разделили на профильный и базовый уровень, появились олимпиады нового поколения, такие как национальная технологическая инициатива (НТИ), стали проводить хакатоны математической направленности, появилось много возможностей изучать математику на более высоком уровне (с помощью ИКТ технологий) и многое другое [17]. Это связано с тем, что в данный момент в России наблюдается кризис в инженерно-технических специальностях. И все эти изменения в какой-то степени весьма позитивно отразились на школе. По оценке качества математического образования пришли к выводу о том, что школьники не умеют применять полученные знания в реальной жизни [4].

Современные требования к инженерному образованию предполагают подготовку профессионалов, способных к комплексной исследовательской, проектной и предпринимательской деятельности, направленной на разработку и производство конкурентоспособной научно-технической продукции, и быстрые позитивные изменения в экономике страны. Современные тенденции изменили и требования к выпускникам. Современный обучающийся выходя из школы должен не только хорошо знать русский язык и математику, он должен уметь мобильно меняться под новые условия, иметь опыт проектно-исследовательской деятельности, а также быть развитой и устойчивой личностью в обществе [17]. Поэтому перед педагогами встает новая задача, по воспитанию несколько иных навыков у выпускников. И если говорить о предмете математики, то,

следовательно, необходимо не только готовить к ЕГЭ, но и обращать внимание на уровень математической грамотности выпускников. И на наш взгляд подготовка к заданиям высокого уровня сложности и уровень математической грамотности обучающихся это два взаимосвязанных процесса.

Как было сказано выше по оценке качества математического образования речь идет о низких результатах в таких исследованиях, как PISA TIMSS. PISA – международная программа по оценке учебных достижений (Programme for International Student Assessment). TIMSS – международное мониторинговое исследование качества математического и естественнонаучного образования (Trends in Mathematics and Science Study). В исследовании TIMSS принимают участие школьники 4-х и 8-х классов. А вот в исследованиях PISA принимают участие подростки 15-ти лет. Нам больше интересуют результаты детей старшего возраста, так как мы работаем с подготовкой к ЕГЭ профильного уровня по математике, а следовательно, нас интересуют обучающиеся – подростки. Приведем статистические данные по результатам данного исследования [25].

*Таблица 2.*

**Результаты Российской Федерации в исследовании PISA**

<b>Место РФ среди других стран-участниц (по количеству баллов)</b>							
<b>Направление исследования</b>	<b>PISA-2000</b>	<b>PISA-2003</b>	<b>PISA-2006</b>	<b>PISA-2009</b>	<b>PISA-2012</b>	<b>PISA-2015</b>	<b>PISA-2018</b>
Естественнонаучная грамотность	26	24	35	39	37	32	33
Математическая грамотность	22	29	34	38	34	23	30
Читательская грамотность	27	32	39	43	42	26	31

Проанализировав данные таблицы, мы видим, что результаты по сравнению с 2015 годом ухудшились. Если в 2015 году мы были на 23 месте,

то в 2018 году мы заняли лишь 30 место. В 2018 году участие приняли 79 стран. Конечно, ухудшение результатов на лицо, и необходимо предпринимать меры по ликвидации данных ухудшений. Необходимо направлять силы на повышение уровня математической грамотности выпускников. И это возможно совмещать с подготовкой к ЕГЭ, а в частности к заданиям высокого уровня сложности, которые способны развивать именно те умения, на проверку, которых нацелены данные исследования. В частности, следующее исследование состоится в 2021 году и в его концепции заложено умение рассуждать.

Хотелось бы обратить внимание, что в условиях модернизации математического образования, по какой-то причине уровень математической подготовки стал падать, хотя предполагалось, что внедренные изменения наоборот будут способствовать повышению данного показателя. В чем причина ухудшения результатов. Проведем анализ ЕГЭ профильного уровня по математике за 3 года. Но возьмем 2016, 2107 и 2018 года [49]. Чтобы провести аналогию результатов с результатами исследования PISA (табл. 3-5) [4].

*Таблица 3.*

Статистика результатов выполнения 18 и 19 заданий 2016 года

Порядковый номер задания	Содержание задания	Результаты выполнения задания	
		Баллы рейтинга	Процент от числа писавших
18	Уметь решать уравнения и неравенства	0	94,4%
		1	2,3 %
		2	1%
		3	<1%
		4	1%
19	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	0	69,6%
		1	23,6%
		2	4,8%
		3	<1%
		4	<1%

Таблица 4.

Статистика результатов выполнения 18 и 19 заданий 2017 года

	Проверяемые умения	Проверяемые элементы содержания	Уровень сложности задания	Набрали меньше максимального балла	Набрали максимальный балл	в группе не преодолевших минимальный балл		в группе 60-80 т.б		в группе 80-100 т.б	
						меньше максимального балла	максимальный балл	меньше максимального балла	максимальный балл	меньше максимального балла	максимальный балл
18	Уметь решать уравнения и неравенства.	Рациональные уравнения. Системы уравнений. Приемы решения систем уравнений	в	35,8 %	10,4 %	0,18 %	0,0 %	4,55 %	0,09 %	31,1 %	10,3 %
19	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели.	Рациональные числа. Преобразования выражений, включающих арифметические операции.	в	79,2 %	8,6 %	4,59 %	0,0 %	18,5 %	0,25 %	56,3 %	8,4 %

Таблица 5.

Статистика результатов выполнения 18 и 19 заданий 2018 года

Проверяемые умения	Проверяемые элементы содержания	Уровень сложности	Набрали меньше максимального балла	Набрали максимальный балл	в группе не преодолевших минимальный балл	в группе 60-80 т.б	в группе 80-100 т.б
--------------------	---------------------------------	-------------------	------------------------------------	---------------------------	---	--------------------	---------------------

18	Уметь решать уравнения и неравенства.	Рациональные уравнения. Системы уравнений. Приемы решения систем уравнений	в	2,57%	1,32%	0,00%	2,22%	37,60%
19	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели.	Рациональные числа. Преобразования выражений, включающих арифметические операции.	в	12,6%	0,12%	0,45%	8,34%	31,40%

Таблица 6

Статистика результатов выполнения 18 и 19 заданий 2019 года

	Проверяемые умения	Проверяемые элементы содержания	Уровень сложности задания	Максимальный балл за выполнение задания	Средний процент выполнения
18	Уметь решать уравнения и неравенства.	Рациональные уравнения. Системы уравнений. Приемы решения систем уравнений	в	4	4,2 %
19	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели.	Рациональные числа. Преобразования выражений, включающих арифметические операции.	в	4	3,2%

Таблица 7.

Статистика результатов выполнения 18 и 19 заданий 2020 года

	Проверяемые умения	Проверяемые элементы содержания	Уровень сложности	Средний процент выполнения	в группе не преодолевших минимальный балл	в группе 60-80 т.б	в группе 80-100 т.б
18	Уметь решать уравнения и неравенства.	Рациональные уравнения. Системы уравнений. Приемы решения систем уравнений	в	1,87 %	0,00%	1,3%	29,66%
19	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели.	Рациональные числа. Преобразования выражений, включающих арифметические операции.	в	2,13%	0,00%	3,00%	17,72%

Проанализировав данные результаты не трудно заметить, что максимальный балл за задание и 18 и 19 получают меньше одного процента людей [49]. Нельзя сказать, что в какой-то год был особо низкий результат, низкие результаты наблюдаются из года в год. И тут можно провести аналогию с результатами выполнения заданий высокого уровня сложности и уровнем математической грамотности обучающихся. Поэтому при подготовке к ЕГЭ нельзя забывать про задания, которые помогут повысить уровень математической грамотности. Нужно заставлять выпускников думать. Давать им то, к чему они не привыкли, даже если это не суперсложная задача. Необходимо синхронизировать два процесса: подготовка к ЕГЭ, а конкретно подготовка к заданиям высокого уровня сложности, и повышение уровня математической грамотности.

Кроме этого, стоит отметить, что решение 18 и 19 задания приобретет новую популярность. Это связано с тем, что в данный момент сдавать ЕГЭ будет только определенная категория детей, те кто будет поступать в ВУЗы.

Следовательно, они замотивированы сдать экзамен на высокий балл. Для этого им необходимо решать данные задания. Именно поэтому необходимо уделять особое внимание заданиям высокого уровня сложности, и развивать собственные компетенции для готовности объяснять решение данных номеров.

В 2021 году вновь повторится исследование PISA. Исследование PISA-2021 будет измерять, насколько эффективно образовательные системы стран готовят обучающихся к использованию математики во всех аспектах их личной, общественной и профессиональной жизни.

Концепция объясняет теоретические основы оценивания математической грамотности в исследовании PISA, а также включает официальное определение понятия «математическая грамотность».

В рамках исследования PISA-2021 будет использоваться следующее определение: *Математическая грамотность – это способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных практических контекстах. Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане в 21 веке» [26].*

В определении математической грамотности особое внимание уделяется использованию математики для решения практических задач в различных контекстах. В концепции по математике исследования PISA-2021 ключевой составляющей понятия математическая грамотность является *математическое рассуждение*.

Способность рассуждать логически и убедительно формулировать аргументы – это навык, который приобретает все большее значение в современном мире. Математика – это наука о четко определенных объектах и

понятиях, которые можно анализировать и трансформировать различными способами, используя математическое рассуждение для получения выводов.

В рамках изучения математики обучающиеся узнают о том, что, используя правильные рассуждения и предположения, они могут получить результаты, которые заслуживают доверия [5]. А кроме этого рассуждение — это тот компонент, который необходим для успешного выполнения заданий высокого уровня сложности, но, безусловно, не без теоретического багажа знаний [34]. Только в совокупности данные умение приведут к успеху выпускника, и ему удастся заработать максимальный балл на данных заданиях.

Таким образом, речь идет не только о подготовке к ЕГЭ профильного уровня по математике, а о высокоинтеллектуальном выпускнике, который способен после окончания школы достичь высоких результатов в дальнейшем обучении, а также успешно справляться с повседневными проблемами с помощью математики. Математика — это инструмент, который способен решить даже бытовые проблемы при правильном использовании.

### **Выводы по первой главе**

Обобщая данные по первой главе, можно отметить, что в настоящее время процесс подготовки к ЕГЭ профильного уровня по математике, является актуальной темой для разработки методических материалов. Особое внимание стоит уделить заданиям высокого уровня сложности, поскольку есть ряд причин, по которым, данные задания не в полной мере разбирают на уроках математики. Были выявлены основные тенденции развития математического образования в современной школе.

Мы выяснили, что математическая грамотность является важной составляющей современного математического образовательного процесса. Изучив статистику, были выявлены определенные проблемы по развитию данного умения у обучающихся.

Нами были выделены основные разделы, которые необходимо изучать для решения 18 и 19 задания ЕГЭ профильного уровня по математике. Приведены примеры данных заданий, а также нами было показано, какая теория необходима для решения данных заданий. Приведена классификация заданий, указаны определённые особенности по решению задач с параметрами, а также заданий на построение и исследование математических моделей.

## **ГЛАВА 2. КУРС ПО ВЫБОРУ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ «РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ВЫСОКОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ» В ОНЛАЙН И ОФЛАЙН-РЕЖИМАХ**

Как уже было отмечено выше, школьные учителя испытывают определенные затруднения с организацией подготовки обучающихся к решению заданий высокого уровня сложности ЕГЭ по математике профильного уровня. Этому обстоятельству есть ряд объективных причин. Во-первых, далеко не все старшеклассники способны и готовы решать такие задания, и это нормально, т.к. даже при изучении математики на профильном уровне, реальный уровень математической подготовки выпускников существенно отличается в рамках класса, параллели, школы и т.д. Во-вторых, многие школьные учителя зачастую сами не могут решать подобные задания, т.к. уровень их сложности реально высок и почти не имеет адекватной поэтапно формируемой основы в школьном курсе математики. В-третьих, планирование учебной нагрузки в старших классах практически не оставляет времени на подготовку обучающихся к решению подобных заданий в рамках урочной деятельности. В-четвертых, в учебно-методической литературе есть разработки, касающиеся подготовки к решению таких заданий, но они не всегда адаптированы к использованию в реальном учебном процессе.

В помощь учителю математики и обучающимся 11 класса, ориентированных на подготовку к решению заданий высокого уровня сложности профильного ЕГЭ по математике мы разработали программу курса по выбору. В данном разделе приведем пояснительную записку курса, его учебно-тематический план и представим возможный вариант реализации данного курса на платформе Moodle.

### **2.1. Учебная программа и методические идеи курса**

#### Пояснительная записка.

Высокий балл ЕГЭ по математике на сегодняшний день – это перспективное начало взрослой жизни ребенка. Возможность поступить в лучшие вузы страны без вступительных экзаменов. В связи с этим

подготовка к сдаче экзамена становится актуальным вопросом, как для выпускника, так и для учителя. Если обучающийся настроен на баллы выше 80, то задания высокого уровня сложности он должен уметь решать. Но школьный курс математики не предусмотрен для разбора такого рода заданий. Теоретический материал, безусловно, присутствует в профильных классах, но этого недостаточно для решения таких сложных заданий. Для решения данных заданий требуется развитие математической грамотности обучающихся. А это можно сделать на дополнительных курсах, которые возможно организовать как в офлайн режиме, так и в онлайн, на сегодняшний день это весьма актуально.

Данный курс предназначен для выпускников 11 класса и рассчитан на 68 часов. Курс будет состоять из 2 модулей, 1 модуль рассчитан для подготовки к выполнению 18 задания, второй модуль – разбор и решение 19 номера. По 2 часа в неделю, обучающийся может выбрать один из модулей, т.е подготовка к 18 или 19, либо сразу к двум заданиям. Разработка программы данного курса отвечает как требованиям стандарта математического образования, так и требованиям контрольно-измерительных материалов ЕГЭ. Программа составлена на принципе системно-деятельностного подхода к изучению математики [40]. Содержание курса является дополнением к учебному материалу, характеризуется теми же базисными понятиями и их структурой, но не дублирует его. Занятия обеспечивают дополнительную подготовку в вузы, помогают дальнейшему обучению. Данный курс дает обучающимся возможность познакомиться с нестандартными приемами решения математических задач, способствует формированию и развитию таких качеств, как интеллектуальная восприимчивость и способность к усвоению новой информации, гибкость и независимость логического мышления. Кроме этого, курс разнообразен в наполнении, есть изложение информации в форме лекции, скринкасты (от англ. screencast.) и многое другое.

Цели курса [16]:

- практическая помощь обучающимся в подготовке к заданиям высокого уровня сложности через повторение, систематизацию, расширение и углубление знаний;
- создание условий для дифференциации и индивидуализации обучения, выбора выпускниками разных категорий индивидуальных образовательных траекторий в соответствии с их способностями, склонностями и потребностями;
- интеллектуальное развитие обучающихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности необходимых человеку для жизни в современном обществе, для общей социальной ориентации и решения практических проблем.

Задачи курса [44]:

- ✓ формирование и развитие у старшеклассников аналитического и логического мышления при проектировании решения задачи;
- ✓ Развитие математической компетентности через разбор заданий высокого уровня сложности;
- ✓ формирование опыта творческой деятельности обучающихся через проектную деятельность при решении задач высокого уровня сложности;
- ✓ применение компетентностного и деятельностного подходов в условиях дистанционного обучения школьников на основе платформы Moodle;
- ✓ развитие массовых, групповых и индивидуальных форм внеурочной деятельности;
- ✓ создание системы дистанционного образования обучающихся при подготовке к ЕГЭ.

Виды деятельности на занятиях: лекция учителя, беседа, практикум, консультация, онлайн-уроки, работа с компьютером, онлайн чаты, прямые эфиры, самостоятельное изучение теории.

Предполагаемые результаты.

Изучение данного курса дает старшеклассникам возможность [44]:

- повторить и систематизировать ранее изученный материал школьного курса математики;
- освоить основные приемы решения задач высокого уровня сложности;
- овладеть навыками построения и анализа предполагаемого решения поставленной задачи;
- познакомиться и использовать на практике нестандартные методы решения задач;
- организовать учебную деятельность через новую структуру Moodle;
- проводить онлайн-уроки;
- организовать хакатон для подведения итогов курса.

Курс состоит из двух основных разделов («Хочу уметь решать 18 задание»; «Хочу уметь решать 19 задание»). В свою очередь каждый из них подразделяется на определённое количество тем.

«Хочу уметь решать 18 задание»:

- Раздел 1: Задания с параметром – общий подход.
- Раздел 2: Аналитический и алгебраический методы решения задач с параметрами.
- Раздел 3: Графический метод решения задач с параметрами.
- Раздел 4: Функциональный метод решения задач с параметрами.

«Хочу уметь решать 19 задание»:

- Раздел 1: Теоретический блок для решения 19 задания.
- Раздел 2: Числовые наборы
- Раздел 3: Последовательности и прогрессии.
- Раздел 4: Сюжетные задачи.

Кроме этого, на главной странице находятся некоторые общие сведения, которые помогут обучающимся понять основные сведения о курсе,

а также там находится общий чат, где школьник может в любое время задать вопрос, на который обязательно получит ответ.

Образовательные результаты изучения данного курса могут быть выявлены в рамках следующих форм контроля [44]:

— текущий контроль (прохождение лекций и выполнение в них заданий дается определённое количество баллов, выполнение итогового теста по завершению каждого раздела, выполнение итогового задания, также поощряется активная работа в чатах и заполнение wiki-страницы)

— тематический контроль (участие в онлайн-уроках, выполнение групповых заданий);

— итоговый (обобщающий) контроль (в результате прохождения курса у обучающегося будет сформирован рейтинг, по которому будет видно каких результатов он достиг).

По итогам результатов этих достижений обучающимся будет выставлена оценка. Кроме этого, на курсе есть возможность загружать разные значки, данная функция поможет разнообразить форму оценивания и еще больше замотивирует обучающихся качественно проходить курс. Обучающийся сможет лично посмотреть свой рейтинг, он увидит, где он потерял баллы, а следовательно, он поймет с чем ему еще следует поработать.

#### Методические идеи курса:

1. Использование онлайн платформы для реализации курса.
2. Разработка структуры курса должна держать ориентир на особенности тех или иных задач, в данном случае в 18 задании классификация выбрана по методам решения; в 19 задании по типам задач.
3. Курс должен приспособливаться под разных обучающихся, поэтому информацию (теорию) представляем в различных видах: текст, видео, аудио формат и др.

4. Теорию подбираем из пособий, которые зарекомендовали себя с положительной стороны. Лучше изучить различную литературу и выбрать из них лучшую на ваш взгляд.

5. Специфика 18 и 19 задания заключается в объемном решении, лучше формулировать задания таким образом, чтобы обучающиеся в начале писали наработки решения, потом отвечали на наводящие вопросы, искали ошибки в задачах и только на последнем этапе давать полноценное задание, где нужно описать решение целиком, особенно в задаче №19.

6. Давайте выбор ученику. Предлагайте много задач, из которых он может выбрать какие он хочет решать. Необходимо в начале его привлечь, а уже потом давать задачи вне зависимости его выбора. Так получится его заинтересовать и не напугать сложными формулировками.

7. Используйте видео с разбором, записанные вами. В сети интернет много роликов, в которых есть полный разбор разных заданий, но для обучающегося всегда будет понятнее то, что ему говорит его учитель.

8. Проводите онлайн встречи. Для обучающихся на сегодняшний день привычно смотреть прямые эфиры с разными людьми. В данном случае будет прямой эфир, который принесет им большую пользу. Данный формат для них понятен и близок, они не будут бояться задавать вопросы.

9. Используйте визуальный контент. Вставляйте гиф-анимацию, картинки, которые разнообразят теоретический текст лекций.

10. Организуйте эффективную обратную связь с обучающимися на курсе. Старайтесь активно отвечать на вопросы, всегда отправляйте проверенную работу с комментариями, ставьте баллы за работы.

11. Введите систему оценивания. На курсе можно создать классическую систему оценивания, за каждую работу ставите баллы, в конце обучающийся может посмотреть на какой процент он прошел курс. Также на курсе можно добавлять разные значки, которые он будет получать за выполнение заданий или звания «ачивки» (от англ. Achievements). Данный вид оценки будет интереснее для ученика, но более сложное для вас.

### Методическое обеспечение:

В процессе изучения материала используются как традиционные формы обучения, так и дистанционное обучение, в данной работе уклон был в сторону дистанционного обучения.

Система Moodle (модульная объектно-ориентированная обучающая среда) является программным комплексом для организации дистанционного обучения [35]. Это система управления учебными курсами, что позволяет преподавателям создавать эффективные онлайн-курсы. С помощью Moodle традиционные занятия переносятся в веб-пространство, что позволяет проводить дистанционное обучение по индивидуальному расписанию, при этом можно поддерживать постоянный контакт с преподавателем и другими обучающимися. Электронные учебные курсы, которые разрабатываются на платформе дистанционного обучения Moodle, состоят из электронных ресурсов двух видов [13]:

1) ресурсы, предназначенные для подачи обучающимся содержания учебного материала (электронные конспекты лекций, мультимедийные презентации лекций, видео-лекции, методические рекомендации и др.) ;

2) ресурсы, обеспечивающие закрепление изученного материала, формирование умений и навыков, самооценивание и оценивание учебных достижений студентов (задания, тестирование, анкетирование, форум и др.).

Кроме технического оснащения курса, существуют общие рекомендации по реализации. В первую очередь стоит отметить, что эффективность данного курса будет в том случае, если вы постараетесь реализовать смешенное обучение [14]. Анализируя разную педагогическую литературу, смешенное обучение на сегодняшний день является одним из самых эффективных методов. В чем заключается суть данного метода. Реализация дистанционного обучения, не теряя живое общение с учителем. Невозможно отрицать тот факт, что в школе сейчас находятся дети поколения Z. Для них усвоение некоторых тем, через электронный ресурс происходит быстрее, чем через многократные повторения учителя [46]. Но в

свете последних событий, современный учитель должен быть готов в любой момент перейти на онлайн обучение. В данном случае наш курс максимально настроен на это. На сегодняшний день для обучающихся практически не составляет труда выйти на связь дистанционно, будь это телефон или компьютер, хотя у некоторых детей остается данная проблема, но с государственной поддержкой все больше и больше семей приобретают технические средства.

Мы попытались создать максимально удобный ресурс как для обучающегося, так и для учителя. Но в любом случае данный курс предназначен больше для самостоятельной подготовки к заданиям высокого уровня сложности, учитель выступает в роли куратора. Ему можно задавать возникшие вопросы, он видит прогресс обучающегося, и может давать ему некоторые рекомендации [30]. Но контроль со стороны учителя производится в плановом режиме.

Приведем инструкцию технического процесса создания курса на платформе Moodle, данную инструкцию мы составили на основе источника [42].

#### Установка системы Moodle на хостинг:

##### **Требования к системе:**

Замечание о хостинге: В России не так уж много хостингов удовлетворяет требованиям к системе, предъявляемым Moodle. Вам необходимо связаться со службой поддержки соответствующей организации до подписания соглашений с ними. Особое внимание необходимо уделить ограничениям PHP (`memory_limit`) и MySQL. Если же веб-хостинг не обладает нижеперечисленными возможностями, необходимо выяснить почему, и, по возможности, отказаться от их услуг.

Для работы Moodle предъявляет следующие требования к системе:

*Оборудование:*

✓ **Место на диске:** на диске должны быть свободными минимум 160 МБайт. Кроме этого, потребуется больше свободного места, для хранения ваших учебных материалов.

✓ **Оперативная память:** минимальный объём - 256 МБайт, рекомендуемый - 1 ГБайт. Вы можете руководствоваться следующим правилом для *приблизительного* вычисления необходимого Вам объема памяти: 50 одновременно работающих в системе пользователей на каждый **1 Гб** памяти. Обратите внимание, что эта цифра может быть неточной и зависит от комбинации используемого вами оборудования и программного обеспечения.

- Это определяется ограничениями услуг хостинга PHP и MySQL.
- Количество пользователей, которые смогут пользоваться Moodle может быть ограничено производительностью сервера. Смотрите про производительность сервера.

#### **Загрузка и размещение:**

Получить Moodle можно двумя способами - загрузить архивный файл или через CVS.

- Существует два типа архивов на странице загрузки <http://download.moodle.org/>: архив, содержащий только файлы Moodle и полный установочный пакет, который в дополнение содержит необходимый для работы с Moodle набор программ.

- Информация о том, как воспользоваться CVS, содержится на странице CVS Администраторам. Кроме этого, вы можете поработать с полным репозитарием Moodle на Sourceforge.

После загрузки распакуйте архив, используя команды: `tar -zxvf [filename]` или `unzip [filename]` в зависимости от ОС.

Если Вы пользуетесь CVS, примените CVS-команду Checkout. Вы получите папку, называемую "moodle", которая содержит все нужные файлы и каталоги. Полученную папку moodle вы можете скопировать на свой веб-сервер, если ваш сайт будет иметь адрес **<http://yourwebserver.com/moodle>**,

либо вы можете скопировать содержимое этой папки прямо на веб-сервер, если ваш сайт будет называться **http://yourwebserver.com**.

Если Вы скачиваете Moodle на ваш компьютер, а затем загружаете его на ваш веб-сайт, то намного удобнее будет загружать весь архив как один файл, а затем уже распаковать его на сервере. Интерфейс веб-хостинга, например такой как Cpanel, также позволит вам распаковать архив с помощью файлового менеджера ("File Manager").

### **Настройка вашей системы:**

Для обеспечения успешной установки Moodle, вам необходимо проверить корректность настроек веб-сервера, затем создать пустую базу данных для Moodle и в завершении создать каталог на вашем диске, в который будут сохраняться материалы и другие файлы курсов.

### **Проверка настроек веб-сервера:**

Во-первых, убедитесь, что на Вашем веб-сервере файл `index.php` установлен как главная страница (бывает, что в качестве таких страниц используются `index.html`, `default.htm` и т.п.). В Apache, это настраивается параметром `DirectoryIndex` в файле `httpd.conf`. Найдите строку в Вашем файле похожую на эту: `DirectoryIndex index.php index.html index.htm`

Включите `index.php` в список перечисленных в ней файлов (и желательно в начало списка, для быстроты работы).

Во вторых, если Вы используете Apache 2, тогда Вам нужно установить переменную `AcceptPathInfo`, которая разрешает скриптам передавать аргументы подобно `http://server/file.php/arg1/arg2`. Это необходимо, чтобы разрешить относительные ссылки между Вашими ресурсами, и ускорить загрузку Вашего сайта на машины Ваших пользователей. Добавьте эту строку в Ваш файл `httpd.conf`.

### **Проверка настроек PHP:**

Moodle для своей работы требует множество настроек PHP. На большинстве серверов эти настройки уже сделаны "по умолчанию". Однако, на некоторых PHP серверах (а также некоторых версиях PHP) какие-то

настройки могут отличаться. Они делаются в файлах конфигурации PHP (обычно это `php.ini`):

```
magic_quotes_gpc = 1 (желательно, но не необходимо)
```

```
magic_quotes_runtime = 0 (необходимо)
```

```
file_uploads = 1
```

```
session.auto_start = 0
```

```
session.bug_compat_warn = 0
```

### **Создание базы данных:**

Вам надо создать пустую базу данных (типа "moodle") в Вашей СУБД от имени специально созданного для этого пользователя (например "moodleuser") который имел бы доступ к этой базе данных (и только к ней). Вы могли бы использовать пользователя "root", если бы пожелали, для тестирования сервера, но это не рекомендуется делать из соображений безопасности.

Moodle версии 1.5.x не работает с опцией "STRICT\_TRANS\_TABLES" из MySQL 5.x. Так что если Вы используете MySQL 5.x, редактируйте файл конфигурации MySQL (обычно "my.ini" в Windows и "my.cnf" в Unix/Linux) и прокомментируйте эту опцию (или просто удалите ее). Чтобы изменения заработали Вам надо перезапустить MySQL.

Если Вы используете webhost, то Вы вероятно имеете панель управления через веб-интерфейс для создания и управления Вашей базой данных.

Cpanel - одно из наиболее популярных средств для этого. Чтобы создать базу данных в Cpanel,

Кликните по значку "MySQL Databases".

Напечатайте "moodle" в поле имени БД и нажмите "Add Database".

Введите имя пользователя и пароль (не используйте их больше нигде) в соответствующие поля и нажмите "Add User".

Теперь используйте кнопку "Add User to Database" чтобы получить новую учетную запись с правами "ALL" в новой БД.

Обратите внимание что "username" и "database names" могут иметь приставку — это ваше "account name" в Cpanel. Когда вы вводите информацию в инсталлятор Moodle - используйте полные имена.

Если Вы имеете доступ к командной строке Unix, то Вы можете сделать тоже самое вводя команды.

Здесь приведен пример таких команд для MySQL (красным цветом выделено то, надо печатать только если у вас Moodle 1.6 или позже. Не печатайте их если у Вас Moodle 1.5.x или более ранняя версия):

```
# mysql -u root -p
> CREATE DATABASE moodle DEFAULT CHARACTER SET utf8 COLLATE utf8_unicode_ci;
> GRANT SELECT,INSERT,UPDATE,DELETE,CREATE,DROP,INDEX,ALTER ON moodle.*
    TO moodleuser@localhost IDENTIFIED BY 'yourpassword';
> quit
# mysqladmin -p reload
```

*Рисунок 1 - Пример команд для установки базы данных*

И пример команд для PostgreSQL:

```
# su - postgres
> psql -c "create user moodleuser createdb;" template1
> psql -c "create database moodle with encoding 'unicode';" -U moodleuser template1
> psql -c "alter user moodleuser nocreatedb;" template1
> psql -c "alter user moodleuser with encrypted password 'yourpassword';" template1
> su - root
# /etc/init.d/postgresql reload
```

*Рисунок 2 - Пример команд для установки базы данных*

### **Запуск установочного файла для создания файла config.php:**

Чтобы запустить установочный файл (install.php), попробуйте зайти в Ваш Moodle используя веб-браузер или просто наберите <http://yourserver/install.php> в строке адреса. (Инсталлер будет использовать cookie. Если Вы увидите всплывающее окно с сообщением об этом, то разрешите использовать cookie!)

Moodle определит конфигурацию вашей системы и поможет в несколько шагов создать файл конфигурации config.php. Затем Moodle запишет его в ту же папку на сервере, в которую Вы поместили Moodle, Либо

Вы можете нажать на кнопку и загрузить файл `config.php` из программы установки чтобы потом самостоятельно скопировать его в директорию Moodle на сервере. Далее программа установки будет проверять настройки вашего сервера и давать советы по преодолению трудностей. В большинстве случаев этих советов будет достаточно.

Если следовать данной инструкции у вас получится создать курс на данной платформе. Далее вы можете добавлять разные инструменты, которые на ваш взгляд необходимы для разработки курса. Мы приведем инструменты и их описание, которые наиболее часто встречаются на нашем курсе и опишем рекомендации по их использованию на курсе.

Интерактивная лекция в СДО Moodle предоставляет собой серию HTML- страниц [35, с.99], соединенных заданными переходами. Имеется два основных типа страниц лекции: страницы контента (содержимого); страницы вопросов (тестовых заданий). Данный инструмент позволяет легко переходить с одной страницы лекции на другую, можно устанавливать индикатор выполнения лекции, что позволит учителю сразу увидеть баллы за ее прохождение. Использование инструмента лекция дает возможность представлять теоретический материал и контрольные задания для проверки его усвоения для каждого студента в автоматическом режиме, Данной особенностью мы и воспользовались на нашем курсе. Мы комбинировали теоретический материал с практическими заданиями, чтобы обучающийся мог сразу попробовать выполнить упражнения, ему не приходится дополнительно открывать материал, он может при первых затруднениях обратиться на нужную страницу с материалом и разобраться с проблемой.

Форумы, обратная связь и чаты представляют собой интерактивные средства коммуникации между участниками курса. Элемент «Чат» – это механизм синхронного общения, позволяющий обмениваться сообщениями в реальном времени [35, с.84]. Форумы предназначены для обмена информацией между всеми участниками процесса дистанционного обучения, предоставляют ученикам больше времени для подготовки ответов и могут

использоваться для проведения дискуссий [35, с.80]. На нашем курсе представлены оба этих инструмента. Чаты будут использоваться непосредственно во время занятий, где ученики могут обсуждать определенную тему в момент реального времени. Форум также представлен, мы предполагаем, что могут возникать различные вопросы, после занятий. Инструмент обратная связь также представлена на нашем курсе, в конце каждой темы. Данный инструмент будет собирать вопросы узко направленные по определенной теме, это удобно тем, что обучающиеся могут посмотреть все вопросы, которые уже задавали.

Модуль «Вики» (Wiki) позволяет участникам добавлять и редактировать набор связанных веб-страниц [35, с.39]. Вики может быть совместной – все способны редактировать ее, или индивидуальной, которую только автор может редактировать. В Вики сохраняется история предыдущих версий каждой страницы с перечислением изменений, сделанных каждым участником. В нашем случае мы решили использовать данную страницу для самостоятельного заполнения определенного материала учениками. Идея заключается в том, что обучающиеся соберут «лайфхаки» (некоторое решение для того, чтобы быстро и без особых усилий совершить какое-то действие), по решению различных заданий, примеров, которые на их взгляд заслуживают внимания. Таким образом, обучающиеся смогут чувствовать себя причастным к целому курсу, что безусловно повысит их мотивацию, а также действительно может помочь им в решении некоторых заданий.

Инструменты файл и гиперссылка помогут разместить вам информацию, которая хранится в файле или по определённой гиперссылке. Это удобно для обучающихся тем, что вы можете передать полезный им файл, который должен быть у них. Либо вы можете создать задание абсолютно в любом сервисе и прикрепить ссылку на его выполнение [29].

Пояснение позволяет на странице курса вставлять текст и мультимедиа между ссылками на другие ресурсы и элементы курса [35, с. 32]. Пояснения очень универсальны и могут улучшить внешний вид курса при продуманном

использовании. На нашем курсе пояснение используется в качестве оперённых рекомендаций по выполнению 18 и 19 задания ЕГЭ по математике профильного уровня.

Элемент курса «Тест» позволяет преподавателю создавать тесты, состоящие из вопросов разных типов: Множественный выбор, верно, /неверно, на соответствие, короткий ответ, числовой [35, с.42]. Универсальность данного ресурса говорит сама за себя. Вы можете экспериментировать с его настройками и типами заданий. В нашем курсе представлены несколько тестов, где на наш взгляд это является уместным.

Элемент курса «Задание» является самым простым и гибким методом, позволяющем учителю разрабатывать и создавать различные интерактивные задания для учеников, вовлекая, тем самым, их в процесс обучения. Учителям необходимо создать описание задания, дать правильную установку на выполнение и указать место, куда ученики должны положить свои работы [35 с.73]. Данный инструмент позволит вам давать различные задания, а самое главное обучающиеся могут прикреплять ответ разного формата, что касается 18 и 19 задания ЕГЭ по математике профильного уровня становится актуальным, так как в этих заданиях невозможно дать краткий ответ да или нет, нельзя дать числовой ответ, там важен ход решений. Поэтому ученик может прикрепить изображение, pdf файл и так далее.

Таким образом с помощью такого набора инструментов (они являются стандартными и не требует дополнительной установки) вы сможете самостоятельно сконструировать курс по любой теме. На наш взгляд, данные инструменты очень гибкие в использовании, а их универсально позволяет разработать различные задания и самые интересные способы представления информации.

## **2.2. Структура и содержание курса**

Проведенный нами анализ содержания, критериев оценивания, статистики выполнения заданий высокого уровня сложности и основных затруднений, испытываемых обучающимися при выполнении заданий,

позволил осуществить отбор содержания для курса по выбору, предназначенного для подготовки обучающихся к решению задач высокого уровня сложности ЕГЭ по математике профильного уровня и составить учебно-тематический план (табл. 8) [44].

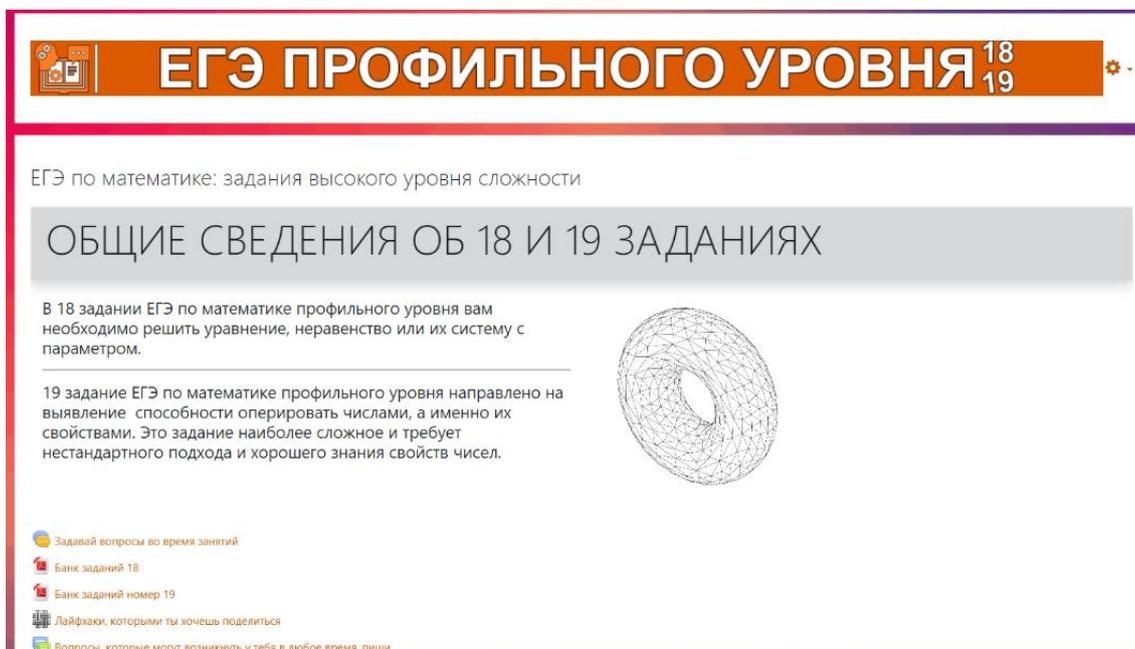
Таблица 8

Учебно-тематический план

№	Наименование разделов курса	Всего часов	В том числе			Форма контроля
			лекции	семинары	практика	
<i>Модуль 1 подготовка к 18 заданию</i>						
1	Уравнения с параметрами	3	1	1	1	Самостоятельные работы, тесты.
2	Неравенства с параметрами	3	1	1	1	Самостоятельные работы.
3	Системы неравенств, уравнений с параметрами	3	1	1	1	Самостоятельные работы.
4	Аналитические приемы решения задач с параметрами	3	1	1	1	Самостоятельная работа. Обучающий кейс.
5	Расположение корней квадратного трехчлена	2	1		1	Самостоятельная работа.
6	Метод областей решения задач с параметрами	3	1	1	1	Самостоятельная работа.
7	Преобразование графиков в решении задач с параметрами	3	1	1	1	Самостоятельная работа. Тесты
8	Использование монотонности функций при решении заданий с параметрами	3	1	1	1	Самостоятельная работа.
9	Использование ограниченности функций при решении заданий с параметрами	2	1		1	Самостоятельная работа.
10	Инвариантность как способ решения задач с параметрами	3	1	1	1	Самостоятельная работа.
11	Функции в задачах с параметром	3	1	1	1	Самостоятельная работа.
12	Итоговое	3	1	1	1	Самостоятельная

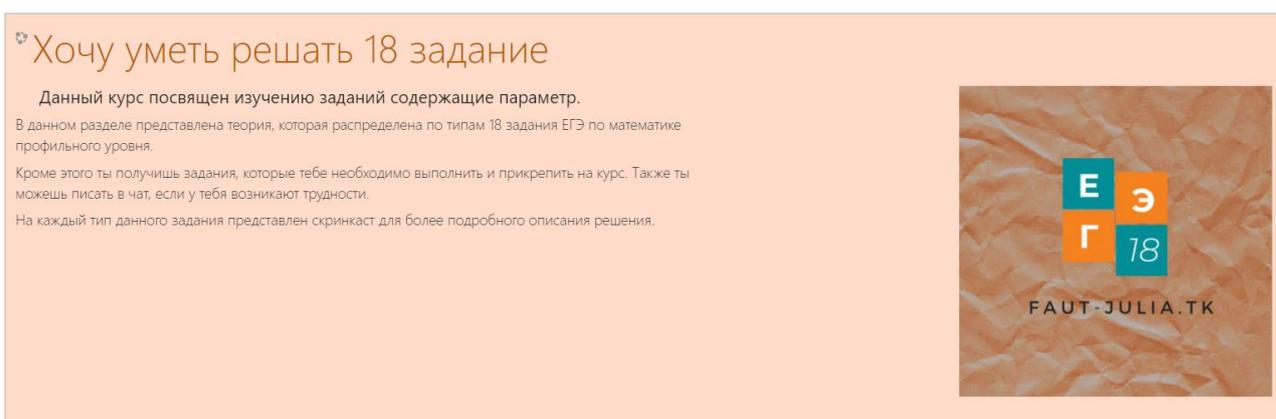
	контрольное занятие					работа.
13	Итого	34	12	10	12	
<i>Модуль 2 подготовка к 19 заданию</i>						
1	Числовые множества	3	1	1	1	Самостоятельная работа. Тесты
2	Делимость	3	1	1	1	Самостоятельная работа. Проект
3	Деление с остатком	3	1	1	1	Самостоятельная работа.
4	Каноническое разложение	4	2	1	1	Самостоятельная работа.
5	Чётность	4	1	2	1	Самостоятельная работа.
6	Взаимно простые числа	4	1	1	2	Самостоятельная работа.
7	НОД и НОК	4	1	2	1	Самостоятельная работа. Проект
8	Последовательности	3	1	1	1	Самостоятельная работа.
9	Арифметическая прогрессия	3	1	1	1	Самостоятельная работа.
10	Геометрическая прогрессия	3	1	1	1	Самостоятельная работа.
12	Итого	34	11	12	11	

Как уже было сказано выше для разработки курса мы выбрали платформу Moodle. На данной платформе много инструментов для реализации различных методических идей. Если вы перейдете по ссылке «<http://faut-julia.tk/>» вы попадете на первую страницу, на которой представлены общие сведения об 18 и 19 заданиях, также вы можете ознакомиться с банком заданий, они представлены в виде файла, который можно скачать. Кроме этого, был использован такой инструмент как Wiki страница, где обучающиеся могут делиться своими «лайфхаками» по решению различных заданий.

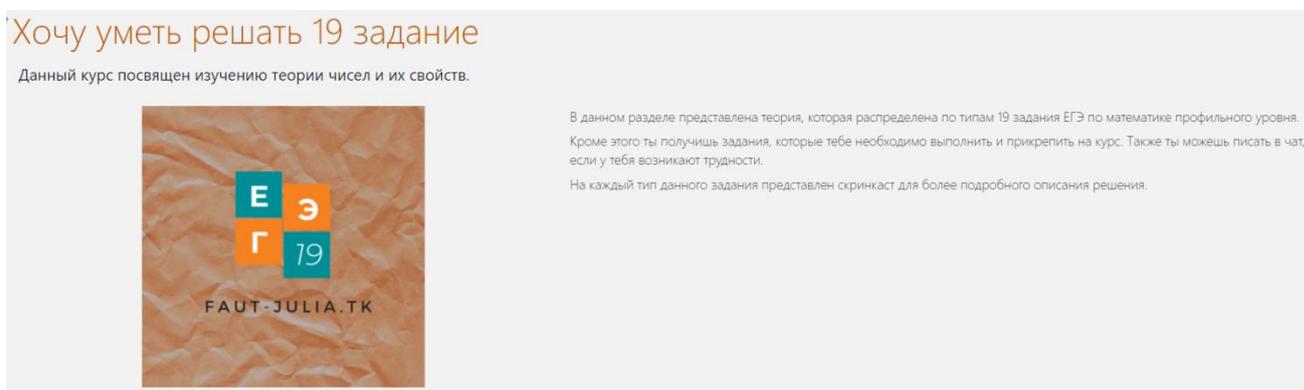


**Рисунок 3 – Главная страница**

На главной странице располагаются два курса. Один курс «Хочу уметь решать 18 задание», второй курс «хочу уметь решать 19 задание» (рис. 4-5).



**Рисунок 4 – «Хочу уметь решать 18 задание»**



**Рисунок 5 – «Хочу уметь решать 19 задание»**

Для того, чтобы перейти на курс по решению 18 задания, необходимо нажать на него и выбрать записаться на курс (для этого есть специальная кнопка), вы перейдете на следующую страницу.

 [Объявления](#)

#### Рекомендации к выполнению задания 18 ЕГЭ:

1. Надо избавиться от логарифмов, модулей, показательных степеней и т.д.
2. Еще раз внимательно прочитать задание. Понять, что от вас требуется.
3. Попытаться проанализировать полученное после преобразований выражение на наличие каких-либо специальных свойств функции (периодичность, возрастание/убывание, четность/нечетность и т.д.)
4. Часто решить задачу с параметром можно и удобно при помощи графиков. Иногда удобно выполнять построения на обычной координатной плоскости  $(X, Y)$ , а иногда удобно построить графики в плоскости  $(X, a)$ , где  $a$  – параметр. Данный способ решения возможен, если вы видите знакомые функции (параболы, прямые, гиперболы, окружности и т.д.). Разумеется, бывает несколько способов решения поставленной задачи, но графический, как правило, наименее громоздок и прост для понимания. Ведь графики показывают поведение функций, и весь необходимый анализ появится у вас перед глазами.
5. Важно помнить, что методы решения уравнения или неравенства зависят от степени многочлена. Для этого необходимо рассматривать те значения параметра, при которых (если это возможно) обращается в нуль коэффициент при старшей степени.

 [Ваше мнение о курсе](#)

После прохождения данного курса ответь на несколько вопросов. Мы хотим проанализировать данный курс и понять чего не хватает, на что нужно обратить внимание. Для этого необходимо ваше мнение.

 [Критерии оценивания 18 задания](#)

### *Рисунок 6 – Страница курса по решению 18 задания*

На данных рисунках представлено использование трех инструментов: пояснение – указаны рекомендации по выполнению 18 задания, анкета – требуется пройти ее по завершению курса (необходима для анализа и оценки содержания курса), и страница – там представлены критерии оценивания 18 задания. Далее вы можете познакомиться с разделами курса. Всего их четыре (рис.7-10).

Задания с параметром: общий подход

-  [Уравнения с параметром](#)
-  [Уравнения с параметром: задания ЕГЭ](#)
-  [Неравенства с параметром](#)
-  [Неравенства с параметром: задания ЕГЭ](#)
-  [Тест на проверку знаний](#)
-  [Скринкаст: 18 задание](#)
-  [Контрольное задание](#)
-  [Твои вопросы по данной теме](#)

### **Рисунок 7 – Раздел №1**

## Аналитический и алгебраический методы решения задач с параметрами

-  Аналитические приемы решений задач с параметрами
-  Алгебраический способ решения задач с параметрами
-  Примеры задач с параметрами аналитический метод: ЕГЭ
-  Проверь свои знания
-  Тренировка
-  Диагностическая работа
-  Контрольное задание
-  Твои вопросы по данной теме

### **Рисунок 8 – Раздел №2**

## Графический метод решения задач с параметрами

-  Метод областей
-  Преобразование графиков
-  Примеры задач с параметрами геометрический метод: ЕГЭ
-  Проверь свои знания
-  Тренировка
-  Диагностическая работа
-  Итоговое задание
-  Твои вопросы по данной теме

### **Рисунок 9 – Раздел №3**

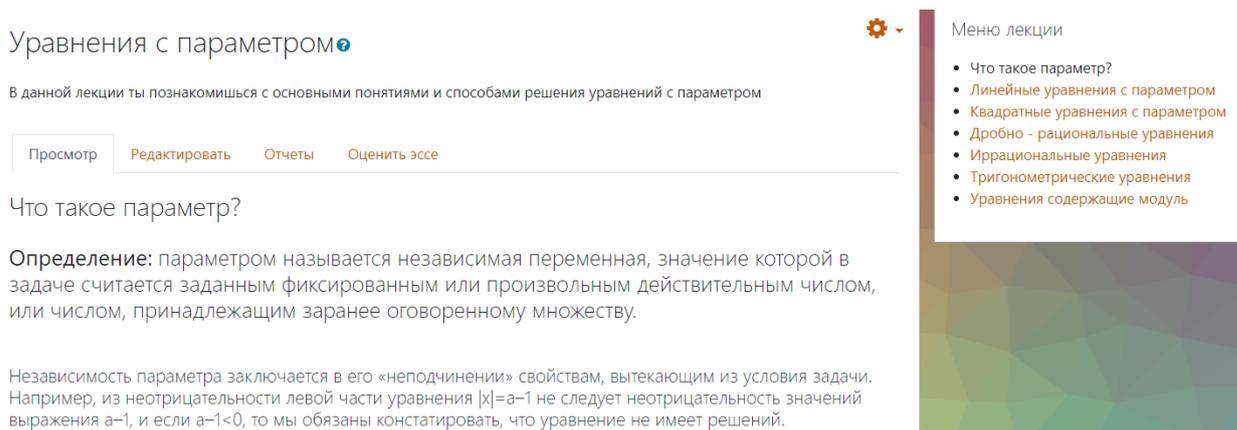
## Функциональный метод решения задач с параметрами

-  Монотонность
-  Ограниченность
-  Инвариантность
-  Примеры задач с параметрами функциональный метод: ЕГЭ
-  Проверь свои знания
-  Тренировка
-  Диагностическая работа
-  Итоговое задание
-  Твои вопросы по данной теме

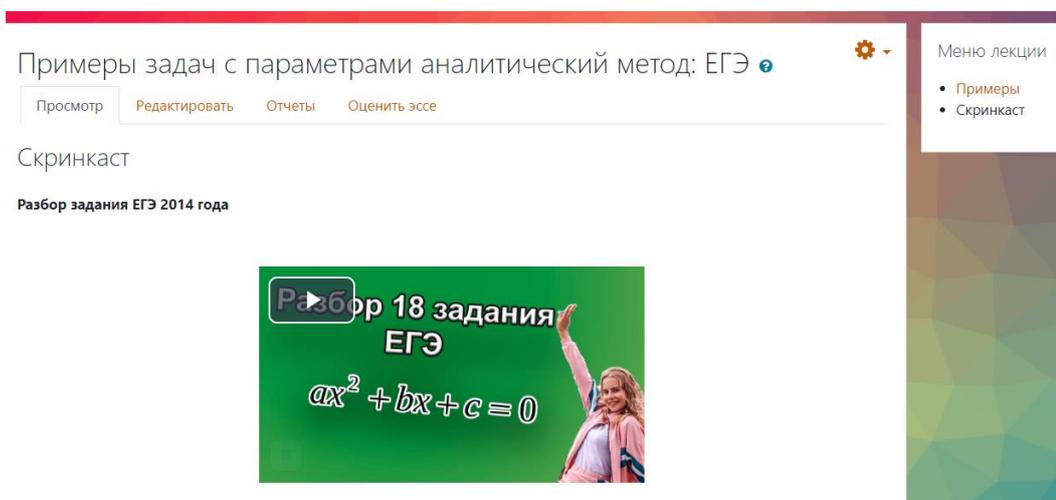
### **Рисунок 10 – Раздел №4**

Каждый раздел состоит примерно из одинакового количества инструментов. Это лекции, которые содержат теоретический материал. В каждой лекции встроены задания, чтобы обучающийся мог по мере прохождения лекции сразу проверять свои знания. За каждое прохождение лекции дается определенное количество баллов. По завершению курса все

баллы подсчитываются и обучающийся всегда может посмотреть на свои результаты, и понять, что ему требуется пройти еще раз. Также есть лекция с примерами решения заданий из ЕГЭ профильного уровня по математике, на ту тему, которую проходит ученик. Для того, чтобы обучающийся смог самостоятельно работать с примерами были записаны «скринкасты» – это подробный разбор задания, записанного на видео (рис.11-12).



**Рисунок 11 – Инструмент лекция**



**Рисунок 12 – Инструмент лекция**

Также в каждом разделе есть тест, за прохождение, которого также присуждаются баллы. Настройки теста различны: можно ограничивать доступ, давать несколько попыток для выполнения и так далее. Задания были подобраны таким образом, чтобы проверить навыки, полученные при изучении теории. Это могут быть умения решать квадратные уравнения с помощью теоремы Виета, или, например, теорема о расположении корней квадратного трехчлена. Это не решение 18 задания, но данные зная являются

фундаментом для решения заданий, сформулированных в КИМ ЕГЭ профильного уровня по математике.

[В начало](#) / [Курсы](#) / [18 задание](#) / [Графический метод решения задач с параметрами](#) / [Проверь свои знания](#) / [Просмотр](#)

Вопрос 1  
Пока нет ответа  
Балл: 1.00  
Отметить вопрос  
Редактировать вопрос

Где изображено данное уравнение  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$ ?

a.

Навигация по тесту  
1 2 3 4 5 6 7 8  
Закончить попытку...  
Начать новый просмотр

**Рисунок 13** – Пример задания из теста: геометрический метод решения задач с параметрами

Кроме этого, в каждом разделе представлены три инструмента с заданием. Это – «тренировка», «диагностическая работа», «итоговое задание». Каждое из этих заданий направлено, на формирование практических умений по решению задач, содержащих параметр. Задание «тренировка» содержит файл, где представлены задания первого уровня сложности, в данном файле представлено большое количество заданий, ученику предлагается выбрать 5 заданий на свое усмотрение, решить их, результат прикрепить на курс. Большое разнообразие приведенных задач позволит обучающемуся самостоятельно выбрать задания, которые ему необходимо решить, что приведет к индивидуальному маршруту обучения (рис.14-15).

## Тренировка

Выбери из файла 5 заданий на свой выбор и оформи полное решение. Прикрепи фото.

 Упражнения часть 2.docx

22 Май 2021, 22:47

### Резюме оценивания

Скрыто от студентов	Нет
Участники	1
Ответы	0
Требуют оценки	0

[Просмотр всех ответов](#)

[Оценка](#)

### *Рисунок 14 – Инструмент «задание»*

1. а) Найдите наименьшее значение функции

$$y = \sqrt{(x-2)^2 + 16} + \sqrt{(x-10)^2 + 4}.$$

б) Найдите наименьшее значение функции

$$y = \sqrt{(x+3)^2 + 4} + \sqrt{(x-9)^2 + 9}.$$

2. а) Найдите наименьшее значение функции

$$y = \sqrt{x^2 + 9} + \sqrt{x^2 - 8x + 20}.$$

б) Найдите наименьшее значение функции

$$y = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 24x + 153}.$$

3. а) Найдите наименьшее значение функции

$$y = \sqrt{x^2 + 6x + 25} + \sqrt{x^2 - 10x + 29}.$$

б) Найдите наименьшее значение функции

$$y = \sqrt{x^2 + 8x + 20} + \sqrt{x^2 - 16x + 73}.$$

4. а) Найдите наименьшее значение функции

$$y = \sqrt{(x-3)^2 + (x-7)^2} + \sqrt{(x-15)^2 + (x-2)^2}.$$

### *Рисунок 15 – Инструмент «задание»*

Далее для каждого раздела представлена диагностическая работа. В данной работе имеется два варианта, понять какой вариант выполнять, обучающийся может с помощью объявлений, там будут указаны варианты по фамилии ученика.

**Вариант 1**

1. При каждом значении параметра  $a$  решите неравенство

$$xa^2 - (5x + 2)a + 4x + 2 \geq 0.$$

2. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $2x^3 - (a + 3)x^2 + 2(a - 1)x = 0$  имеет ровно два различных корня.

3. Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых больший корень уравнения  $x^2 - (2a + 1)x + a^2 + a = 0$  в пять раз больше, чем его меньший корень.

4. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых неравенство  $(a - 4)x^2 - 2(a + 3)x + a + 2 > 0$  имеет решения и любое его решение принадлежит отрезку  $[-1; 1]$ .

**Рисунок 16 – Инструмент «задание»**

И последнее задание в разделе представляет собой упражнение из КИМ ЕГЭ профильного уровня по математике. После прохождения всех лекций, теста, заданий обучающийся подходит непосредственно к выполнению задания из ЕГЭ. Задания были взяты из измерительных материалов, а некоторые из реальных экзаменов прошлых лет.

Контрольное задание



$|\cos^2 x + 2\sin x - 2a| = \cos^2 x + \sin x + 2a$  при каких значениях параметра  $a$  единственный корень на участке  $[-\pi/2; 0]$

Резюме оценивания

Скрыто от студентов	Нет
Участники	1
Черновик	0
Ответы	0
Требуют оценки	0
Последний срок сдачи	Понедельник, 16 Май 2022, 00:00
Оставшееся время	351 дн. 11 час.

[Посмотр всех ответов](#)

[Оценка](#)

**Рисунок 17 – Инструмент «задание»**

И последний инструмент, который используется в разделе это – «обратная связь». Обучающиеся могут задавать различные вопросы по теме, раздела. Они могут задавать вопросы во время прохождения тем, в конце раздела и так далее. Все вопросы и ответы на них сохраняются и в любой момент, они могут открыть и воспользоваться полученными ответами.

Ты изучил не мало теории! Но предстоит еще очень много решить примеров, чтобы ты точно научился решать 18 задание. Но если у тебя остались вопросы по теории их нужно обязательно задать сейчас!

**Задавай если ты, в чем-то сомневаешься!**



**Рисунок 18 – Инструмент «обратная связь»**

Таким образом, курс по решению 18 задания состоит из 4 разделов, каждый раздел включает в себя определенное количество лекций, заданий, тестов [47]:

*Таблица 8*

**Содержание первого раздела**

Раздел	Краткое содержание лекций	Описание теста	Краткое содержание заданий	Обратная связь
<b>Раздел №1: Задания с параметром: общий подход</b>	1.Тема – уравнения с параметрами. <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Что такое параметр;</li> <li>✓ линейные уравнения с параметром;</li> <li>✓ выполни самостоятельно;</li> <li>✓ квадратные уравнения с параметром;</li> <li>✓ дробно-рациональные уравнения с параметром;</li> <li>✓ иррациональные уравнения с параметром;</li> <li>✓ выполни самостоятельно;</li> <li>✓ тригонометрические уравнения с параметром;</li> <li>✓ уравнения, содержащие модуль</li> </ul>	Тест состоит из 18 заданий. Из них <i>13 заданий с выбором ответа. 2 задания краткий числовой ответ. 2 задания, открытого типа. 1 задание на соотнесение.</i> Темы, которые рассмотрены в тесте: <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Понятие параметр а;</li> <li>✓ Параметры в различных уравнениях,</li> </ul>	Контрольное задание:  Найдите все значения параметра а, при которых уравнение $\sqrt{x^4 + x^2 - 5a^2} = \sqrt{x^4 - 4ax}$ имеет ровно одно решение.	Содержание инструмента: «Ты прошел объемный блок по теме параметры. Изучил основные приемы решения уравнений с параметрами. Рекомендуем тебе разрешить все вопросы, которые у тебя могли возникнуть в ходе изучения. Лучше это сделать сейчас, и не откладывать в долгий ящик. Следующие темы будут

	с параметром.	неравенствах.		строиться на основе изученных понятий.»
	2.Тема – уравнения с параметрами: задания ЕГЭ. <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Дробно-рациональное уравнение;</li> <li>✓ Квадратное уравнение;</li> <li>✓ Выполни самостоятельно;</li> <li>✓ Иррациональные уравнения;</li> <li>✓ Тригонометрические уравнения;</li> <li>✓ Выполни самостоятельно;</li> <li>✓ Уравнение с модулем.</li> </ul>			
	3.Тема - Неравенства с параметрами. <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Линейные неравенства с параметрами;</li> <li>✓ Выполни самостоятельно;</li> <li>✓ Квадратные неравенства с параметрами;</li> <li>✓ Логарифмические неравенства с параметрами;</li> <li>✓ Неравенства, содержащие модуль с параметрами;</li> <li>✓ Иррациональные неравенства с параметрами.</li> </ul>			
	4.Тема - Неравенства с параметрами: задания ЕГЭ. <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Примеры решения задач с параметрами;</li> <li>✓ Скринкаст.</li> </ul>			

Таблица 9

### Содержание второго раздела

Раздел	Краткое содержание лекций	Описание теста	Краткое содержание заданий	Обратная связь
Раздел №2:	1.Тема - Аналитические приемы решения задач с параметрами. <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Аналитический</li> </ul>	Тест состоит из 12 заданий. В данный тест входят задания,	«Тренировка» - содержит файл «упражнения». В данном файле	Содержание инструмента: «Ты изучил не

	<p>метод;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Выполни самостоятельно;</li> <li>✓ метод равносильных переходов;</li> <li>✓ выполни самостоятельно;</li> <li>✓ замена переменной;</li> <li>✓ поиск необходимых условий.</li> </ul>	<p>которые проверяют теоретические знания по темам:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ теорема Виета;</li> <li>✓ расположение корней квадратного трехчлена;</li> <li>✓ общее понимание параметра.</li> </ul>	<p>содержится 36 заданий.</p> <p>Обучающемуся необходимо выбрать 5 заданий решить и прикрепить их на курс. Пример: найти все значения параметра <math>a</math>, при каждом из которых уравнение <math>(a-2)x^2 - 4ax + a - 1 = 0</math> имеет два корня разных знаков.</p>	<p>мало теории! Но предстоит еще очень много решить примеров, чтобы ты точно научился решать 18 задание. Но если у тебя остались вопросы по теории их нужно обязательно задать сейчас!</p>
	<p>2. Тема - алгебраический способ решения задач с параметрами.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Алгебраический метод;</li> <li>✓ Выполни самостоятельно;</li> <li>✓ формула Виета;</li> <li>✓ примеры использования формулы Виета в задачах с параметрами;</li> <li>✓ выполни самостоятельно;</li> <li>✓ расположение корней квадратного трехчлена.</li> </ul>	<p>8 заданий с выбором ответов.</p> <p>1 задание на соответствие.</p> <p>2 задания краткий числовой ответ</p> <p>1 задание открытый вопрос.</p>	<p>«Диагностическая работа» - состоит из 6 заданий:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. логарифмическое уравнение с параметром.</li> <li>2. Иррациональное уравнение с параметрами, содержащие модуль.</li> <li>3. Система уравнений с параметрами.</li> <li>4. Иррациональное уравнение с параметрами.</li> <li>5. Система уравнений с модулем.</li> <li>6. Система уравнений иррациональных.</li> </ol>	<p>Задавай если ты, в чем-то сомневаешься!»</p>
	<p>3. Тема - примеры задач с параметрами аналитический метод ЕГЭ.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Примеры</li> <li>✓ Скринкаст</li> </ul>		<p>«Контрольное задание»</p> <p><math> \cos 2x + 2\sin x - 2a  = \cos 2x + \sin x + 2a</math>  <math> \cos 2x + \sin x - 2a  = \cos 2x + \sin x + 2a</math>  <math>a</math> при каких значениях параметра <math>a</math> единственный корень на участке <math>[-\pi/2; 0]</math></p>	

## Содержание третьего раздела

Раздел	Краткое содержание лекций	Описание теста	Краткое содержание заданий	Обратная связь
Раздел №3: графический и геометрический методы решения задач с параметрами	1. Тема - метод областей. <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Примеры</li> <li>✓ Метод областей;</li> <li>✓ Примеры;</li> <li>✓ Координатно-параметрический метод.</li> </ul>	Тест состоит из 9 заданий. В данный тест входят задания, которые проверяют теоретические знания по темам: <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Уравнение окружности;</li> <li>✓ преобразование графиков;</li> <li>✓ расположение окружности и прямой.</li> </ul>	«Тренировка» - содержит файл «упражнения». В данном файле содержится 20 заданий. Обучающему необходимо выбрать 5 заданий решить и прикрепить их на курс. Пример: найти наименьшее значение функции: $y = \sqrt{(x+3)^2+4} + \sqrt{(x-9)^2+9}.$	Содержание инструмента: «Пройдена еще одна из самых сложных тем. Графический метод — это прекрасный инструмент для решения заданий с параметрами. Главное знать множество графиков функций и уметь рассуждать. Но если у тебя появился конкретный вопрос, то по традиции ты можешь задать его именно здесь.»
	2. Тема – преобразование графиков. <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Преобразование графиков;</li> <li>✓ Примеры.</li> </ul>	Все задания теста с выбором ответа.	«Диагностическая работа» - состоит из 6 заданий: <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ логарифмическое уравнение с параметром.</li> <li>✓ Иррациональное уравнение с параметрами, содержащие модуль.</li> <li>✓ Система уравнений с параметрами.</li> <li>✓ Иррациональное уравнение с параметрами.</li> <li>✓ Система уравнений с модулем.</li> <li>✓ Система уравнений иррациональных.</li> </ul>	
	3. Тема – примеры задач с параметрами геометрический метод: ЕГЭ. <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Примеры ЕГЭ 18 задание;</li> </ul>		«Контрольное задание».  Найти все значения параметра $a$ , при каждом из которых	

	✓ скринкаст		система $\begin{cases} (y-2x)(2y-x) \leq 0, \\ \sqrt{(x+a)^2 + (y-a)^2} = \frac{ a+1 }{\sqrt{5}} \end{cases}$ имеет ровно два решения	
--	-------------	--	--	--

Таблица 11

Содержание четвертого раздела

Раздел	Краткое содержание лекций	Описание теста	Краткое содержание заданий	Обратная связь
Раздел №4: функциональный метод решения задач с параметрами	1. Тема - монотонность. <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Монотонность_ часть1;</li> <li>✓ Примеры;</li> <li>✓ выполни самостоятельно;</li> <li>✓ Монотонность_ часть2;</li> <li>✓ Примеры;</li> <li>✓ Выполни самостоятельно;</li> <li>✓ Монотонность_ часть3;</li> <li>✓ примеры;</li> <li>✓ выполни самостоятельно.</li> </ul>	Тест состоит из 15 заданий. В данный тест входят задания, которые проверяют теоретические знания по темам: <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ монотонность функций;</li> <li>✓ ограниченность функций;</li> <li>✓ понятия, используемые в инвариантности.</li> </ul> Все задания теста с выбором ответа.	«Тренировка» - содержит файл «упражнения». В данном файле содержится 20 заданий. Обучающемуся необходимо выбрать 5 заданий решить и прикрепить их на курс.	Содержание инструмента: «Ты на завещающем этапе, у тебя все получилось если ты это читаешь! Но впереди еще много заданий, которые тебе нужно решить, чтобы на экзамене тебе ничего не помешало, но если у тебя есть вопросы ты можешь задавать их прямо сейчас!
	2. Тема – ограниченность. <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ограниченность;</li> <li>✓ примеры;</li> <li>✓ выполни самостоятельно.</li> </ul>		«Диагностическая работа» - состоит из 6 заданий:	
	3. Тема – Инвариантность: <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Инвариантность;</li> <li>✓ примеры;</li> <li>✓ скринкаст.</li> </ul>		«Контрольное задание». Задание взято из КИМ ЕГЭ.	
	4. Тема – примеры задач с параметрами функциональный метод ЕГЭ. <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Примеры;</li> <li>✓ Скринкаст.</li> </ul>			

Таким образом, сформирована структура курса по выполнению 18 задания ЕГЭ профильного уровня по математике. Разработаны лекции, задания, видео материалы для всего курса.

Теперь стоит перейти к структуре курса по выполнению 19 задания ЕГЭ профильного уровня по математике.

Хочу уметь решать 19 задание

В начало / Курсы / 19 ЕГЭ

Режим редактирования

Объявления

Рекомендации по выполнению 19 задания:

1. Необходимо знать большой блок теории для решения данного задания.
2. Необходимо внимательно читать задачу, рекомендуется подчеркивать такие слова как: различные, натуральные и т.д.
3. Необходимо обосновывать даже самые очевидные вещи, на первый взгляд.
4. Под пунктом в необходимо не только привести объяснение, но и привести пример (обучающиеся часто забывают про это).

Ваше мнение о курсе

После прохождения данного курса ответь на несколько вопросов. Мы хотим проанализировать данный курс и понять чего не хватает, на что нужно обратить внимание, где есть технические недочеты. Для этого необходимо ваше мнение.

Критерии оценивания 19 задания и знакомство со структурой задания

### Рисунок 19 – Главная страница курса «Хочу уметь решать 19 задание»

Данный курс не отличается по набору инструментов от предыдущего, мы пытались сделать два курса похожих друг на друга, для удобства учеников. Для них нет необходимости заново знакомится с правилами использования курса (если вдруг обучающийся решит проходить 2 курса). Но в данном случае структура немного отличается от первого курса. В нем также есть четыре раздела, но они отличаются по наполнению. Первый раздел целиком теоретический, там собрана вся теория по решению 19 задания ЕГЭ профильного уровня по математике. А три других раздела – непосредственно отвечают за решение определённого типа задач. Мы не будем демонстрировать инструменты отдельно, так как это было сделано выше, представим более подробно структуру курса [6].

Таблица 12

#### Содержание первого раздела

Раздел	Краткое содержание лекций	Описание теста	Краткое содержание заданий	Обратная связь
1	1.Тема - Делимость и ее	Тест состоит из 25	«Диагностическая	Содержание

	<p>свойства. Признаки делимости.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Свойства делимости;</li> <li>✓ Признаки делимости на 2,4,8;</li> <li>✓ Признаки делимости на 3,9;</li> <li>✓ Признаки делимости на 5,10,25</li> <li>✓ Признаки делимости на 6,12...</li> <li>✓ Признаки делимости на 11;</li> <li>✓ Примеры;</li> <li>✓ Выполни самостоятельно.</li> </ul>	<p>заданий, которые направлены на усвоение и тренировку теоретических навыков, которые необходимы для решения 19 задания.</p> <p><i>15 заданий</i> относятся к множественному выбору.</p> <p><i>5 заданий</i> относятся к заданиям на соотнесение.</p>	<p>работа». Данная работа необходима для проверки усвоения теории в данном разделе. Она состоит из 7 заданий, каждое из которых направлено на проверку одной из семи пройденных тем. Задания сформулированы таким образом, что они не являются заданиями 19 из ЕГЭ, но определенные формулировки могут встречаться под одной из трех букв в КИМ ЕГЭ.</p>	<p>инструмента: «Ты большой молодец! Пройден большой теоретический этап. Теперь тебе необходимо познакомиться с 19 заданием и его типами. Узнать, за что ты получишь балл, как правильно оформлять решение и какие особенности стоит запомнить. Но если у тебя остались вопросы по теории скорее задавай их!»</p>
	<p>2.Тема – Остатки</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Основные теоремы;</li> <li>✓ Примеры;</li> <li>✓ Выполни самостоятельно.</li> </ul>	<p><i>5 заданий</i> относятся к открытому типу заданий.</p>		
	<p>3.Тема – Десятичная запись числа.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Основные определения;</li> <li>✓ Примеры;</li> <li>✓ Подготовительные задачи;</li> <li>✓ Выполни самостоятельно.</li> </ul>			
	<p>4.Тема – НОД и НОК. Основная теорема арифметики.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Понятие НОД;</li> <li>✓ Понятие НОК;</li> <li>✓ Основная теорема арифметики и количество делителей.</li> <li>✓ Примеры;</li> <li>✓ Выполни самостоятельно.</li> </ul>			
	<p>5.Тема – Уравнения в целых числах.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Основные определения;</li> <li>✓ Примеры;</li> <li>✓ Выполни самостоятельно.</li> </ul>			
	<p>6.Тема – Неравенства и оценки в задачах теории чисел.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Теоретическая</li> </ul>			

	справка; ✓ Среднее арифметическое. Неравенство о средних ✓ Примеры; ✓ Неравенства и оценки; ✓ Примеры; ✓ Выполни самостоятельно.			
	7.Тема - Последовательности и прогрессии. ✓ Арифметическая прогрессия; ✓ Геометрическая прогрессия ✓ Свойства арифметической и геометрической прогрессии ✓ Примеры; ✓ Выполни самостоятельно.			

Таблица 13

Содержание второго раздела

Раздел	Краткое содержание лекций	Краткое содержание заданий	Обратная связь
Раздел №2 Числовые наборы	1.Тема - Правило оформления задачи 19, какие вопросы могут быть в задаче. ✓ Правила оформления; ✓ Вопросы под буквой «а»; ✓ Вопросы под буквой «б»; ✓ Вопросы под буквой «в»;	«Тренировка» - в данном задании подобраны упражнения, которые формируют навыки оформления данных задач, показывают различные возможные ситуации в подобных задачах, а также помогают обучающемуся «привыкнуть» рассуждать и исследовать задание. Но само задание сформулировано несколько иначе, чем задача из КИМ ЕГЭ.	Содержание инструмента: «Пройден еще один раздел большого курса! Ты молодец, это было сложно влиться в новое тебе задание, но дальше только больше. Я надеюсь, ты выполнил все задания, познакомился с материалами, теперь если у тебя остались вопросы ты можешь задавать их здесь, обязательно спрашивай если есть вопрос, не оставляй их на завтра!»
	2.Тема – примеры задач данного типа ЕГЭ ✓ Примеры формулировок; ✓ Примеры решений; ✓ Скринкаст;	«Контрольное задание» - данное задание подобрано из прошлогодних реальных экзаменов, либо взяты из тренировочных материалов КИМ ЕГЭ.	

## Содержание третьего раздела

Раздел	Краткое содержание лекций	Краткое содержание заданий	Обратная связь
Раздел №3 последовательности и прогрессии	1. Тема – Задания на различные последовательности чисел, ЕГЭ <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Примеры;</li> <li>✓ Правило оформления задач;</li> <li>✓ Выполни самостоятельно.</li> </ul>	«Тренировка» - в данном задании подобраны упражнения, которые формируют навыки оформления данных задач, показывают различные возможные ситуации в подобных задачах, а также помогают обучающемуся «привыкнуть» рассуждать и исследовать задание. Но само задание сформулировано несколько иначе, чем задача из КИМ ЕГЭ.	Содержание инструмента: «Ты познакомился еще с одним типом задач, надеюсь у тебя все получилось. По традиции ты можешь задавать вопросы по данной теме, может быть то что-то не понял из скринкаста, или какой-то конкретный пример вызвал у тебя трудности, обязательно пиши»!
	2. Тема – Арифметические и геометрические последовательности <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Арифметические последовательности и пример задач ЕГЭ;</li> <li>✓ Арифметические последовательности и пример задач ЕГЭ;</li> <li>✓ Скринкаст;</li> <li>✓ Выполни самостоятельно.</li> </ul>	«Контрольное задание» - данное задание подобрано из прошлогодних реальных экзаменов, либо взяты из тренировочных материалов КИМ ЕГЭ, но таким образом, что в данном задании задействованы последовательности или прогрессии.	

## Содержание четвертого раздела

Раздел	Краткое содержание лекций	Краткое содержание заданий	Обратная связь
Раздел №4 Оценка + пример. <i>Содержание задания</i>	1. Тема – «Оценка + пример», о чем речь? <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Способы оценки;</li> <li>✓ Правило оформления задач;</li> <li>✓ Примеры выполнения.</li> </ul>	«Тренировка» - в данном задании подобраны упражнения, которые формируют навыки оформления данных задач, показывают различные возможные ситуации в подобных задачах, а также помогают обучающемуся «привыкнуть» рассуждать и исследовать задание. Но само задание сформулировано несколько иначе, чем задача из КИМ ЕГЭ.  «Контрольное задание» - данное задание подобрано из прошлогодних	Содержание инструмента: «Ты успешно справляешься со всеми заданиями. Итак, это последний раздел, теперь тебе нужно как можно больше решать таких заданий и у тебя все получится, теперь ты знаешь очень много инструментов, которыми можешь
	2. Тема – Разбор задач данного типа ЕГЭ <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Примеры выполнения;</li> <li>✓ особенности;</li> </ul>		

	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Скринкаст;</li> <li>✓ Выполни самостоятельно</li> </ul>	реальных экзаменов, либо взяты из тренировочных материалов КИМ ЕГЭ, но таким образом, что в данном задании обязательно будет сюжетная задача.	смело пользоваться, но если есть вопросы пиши!»!
--	--	---	--

Стоит отметить, что данные курсы по выполнению 18 и 19 задания весьма гибкие для перехода в онлайн режим. Поэтому его реализация возможна не только в стенах школы, но и в других учреждениях разных городов. Кроме этого, стоит понимать, что содержание курса можно корректировать и изменять, данная платформа позволяет это, кроме этого, есть возможность предоставить права администратора сразу группе людей, которые могут работать над курсом.

### **2.3. Результаты опытно-экспериментальной работы**

Курс «Задания высокого уровня сложности ЕГЭ профильного уровня по математике» был апробирован в 2019-2020 и 2020-2021 учебном году.

В 2019-2020 учебном году разработанные нами учебные материалы были размещены в электронной образовательной среде КГПУ им. В.П. Астафьева в учебном курсе «Академия ЕГЭ» и были использованы при реализации совместного образовательного проекта вуза и средней общеобразовательной школы № 149 г. Красноярск. В эксперименте принимали участие обучающиеся 10 класса.

В 2020-2021 учебном году был создан самостоятельный ресурс на платформе Moodle. Он был апробирован на базе школы города Назарово МБОУ «СОШ №4». В эксперименте приняли участие 11 человек. Это были обучающиеся 11 класса, которые изучали математику на профильном уровне, они занимались два раза в неделю, поэтому изучали решение сразу двух заданий (18 и 19). Большую часть занятий мы проводили в онлайн формате, лишь некоторые вводные лекции были офлайн. Обучающиеся выполняли задания, прикрепляли на курс, проводился постоянный контроль, и на протяжении всего их обучения была организована обратная связь на самой платформе. Кроме этого учителя тоже познакомились с курсом, ими были

отмечены самые неудачные моменты на их взгляд, после чего курс прошел корректировку по самым главным замечаниям. После прохождения каждого раздела обучающиеся выполняли диагностические работы, мы проанализировали результаты каждой работы и систематизировали результаты в виде диаграммы.



*Рисунок 20 – Выполнение диагностических работ по разделам*

По диаграмме мы можем наблюдать рост количества обучающихся, которые справлялись с работами в течении прохождения курса. Это связано не только с тем, что они изучали новый материал, но и с тем, что с каждой последующей работой они чувствовали себя более уверенно в таких заданиях, обучающиеся привыкали к формулировкам. Потому как, одной из главной задачей в подготовке к заданиям высокого уровня сложности является знакомство обучающихся со спецификой задания и разбор особенностей при формулировании задач.

Далее стоит отметить, как изменилась самооценка обучающихся о своей готовности к решению заданий высокого уровня сложности. Обучающиеся должны уметь оценивать свою готовность по решению тех, или иных задач. Данное умение необходимо формировать у обучающихся на протяжении всего процесса обучения. Особое внимание мы уделяли тому,

чтобы ученик понимал на какой балл будет оценена его работа по различным параметрам. Мы провели анкетирование до прохождения курса и после. Главный вопрос был – «как вы оцениваете свою готовность по решению заданий высокого уровня сложности?» Были получены следующие результаты:



*Рисунок 21 – Самооценка обучающихся до прохождения курса*

По данной диаграмме видно, что 66% обучающихся не знают как решать задания данной категории. 16% имеют общее представление, но этого недостаточно для выхода на экзамен. 10% обучающихся не только знакомы с данными заданиями, но и знают различные методы их решения. На наш взгляд это связано с тем, что ученики изучали математику на профильном уровне и определенная категория детей дополнительно занимались математикой. И 8% обучающихся умеют решать определённые типы заданий, это безусловно хорошо, но очередной раз подчеркнем, что этого недостаточно для уверенности на экзамене.

Стоит отметить, что курс был разработан для особой категории обучающихся. Не каждый одиннадцатиклассник готов изучать материал для решения 18 и 19 задания ЕГЭ профильного уровня по математике, поэтому мы работали с небольшой группой детей, но именно они готовы повышать

свой уровень математической грамотности, что позволяет без учета дополнительной мотивации разрабатывать данный курс.

Теперь обратимся к результатам опроса после прохождения курса обучающимися (диаграмма 3):



*Рисунок 22* – Самооценка обучающихся после прохождения курса

Мы можем наблюдать рост обучающихся, которые знают различные методы решения задач высокого уровня сложности и готовы их применять на практике. Также стало больше обучающихся, которые научились решать определённый тип данных заданий, это показывает, что стоит изучать данный курс на протяжении 10-11 класса, не все обучающиеся способны за год усвоить все методы решения данных задач. Значительно уменьшился процент тех, кто не понимает, как решать задания высокого уровня сложности, но, к сожалению, они есть. Данный результат говорит о том, что еще раз мы отмечаем сложность данных заданий и, не у каждого ученика уровень математической подготовки соответствует требуемому для решения заданий высокого уровня сложности.

Теперь представим статистику выполнения заданий из тренировочных КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня. Работы были взяты: СтатГрад ЕГЭ профиль по математике [12]. Тестирование мы проводили в зависимости

от месяца появления на сайте новых работ. Всего проведено шесть работ, это работы за сентябрь, декабрь, февраль, март, апрель и май. Представим задания, которые предлагалось решить обучающимся.

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система
- $$\begin{cases} ((x-1)^2 + (y-4)^2)((x-4)^2 + (y-16)^2) \leq 0, \\ (x-a-1)^2 + (y-2a-2)^2 \leq 4(a+1)^2 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

- 19** а) Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 750?  
 б) Может ли десятичная запись произведения трёх последовательных трёхзначных чисел оканчиваться на 6250?  
 в) Найдите все такие натуральные числа  $n$ , что каждое из чисел  $n$ ,  $n+1$  и  $n+2$  трёхзначное, а десятичная запись их произведения  $n(n+1)(n+2)$  оканчивается на 8000.

*Рисунок 23 – Задания тренировочного варианта за сентябрь*

- 18** Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение
- $$\sqrt{x+a} - \sqrt{x-a} = 2a$$

имеет единственное решение.

- 19** Пусть  $\overline{ab}$  обозначает двузначное число, равное  $10a+b$ , где  $a$  и  $b$  — десятичные цифры,  $a \neq 0$ .  
 а) Существуют ли такие попарно различные ненулевые десятичные цифры  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$ , что  $\overline{ab} \cdot \overline{cd} - \overline{ba} \cdot \overline{dc} = 99$ ?  
 б) Существуют ли такие попарно различные ненулевые десятичные цифры  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$ , что  $\overline{ab} \cdot \overline{cd} - \overline{ba} \cdot \overline{dc} = 693$ , если среди цифр  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  есть цифра 7?  
 в) Какое наибольшее значение может принимать выражение  $\overline{ab} \cdot \overline{cd} - \overline{ba} \cdot \overline{dc}$ , если среди цифр  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  есть цифры 5 и 7?

*Рисунок 24 – Задания тренировочного варианта за декабрь*

- 18** Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение
- $$(x^2 - 7 + \ln(x-a))^2 = (x^2 - 7)^2 + \ln^2(x-a)$$

имеет единственное решение на отрезке  $[0;3]$ .

- 19** Для любого натурального числа  $n$  ( $n \geq 1$ ) обозначим через  $O(n)$  количество нечётных цифр в десятичной записи этого числа. Например,  $O(123) = 2$ , а  $O(2048) = 0$ .  
 а) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $O(2 \cdot n) = O(n) + 2$ ?  
 б) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $O(5^n + 2^n - 1) > n$ ?  
 в) Для какого наименьшего натурального числа  $n$  выполнено неравенство  $O(11 \cdot n) > 2 \cdot O(n)$ ?

*Рисунок 25 – Задания тренировочного варианта за февраль*

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых множество решений неравенства

$$\frac{9a - (a^2 - a + 3)\sin x + 1}{2\cos^2 x + a^2 + 3} < 2$$

содержит отрезок  $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ .

- 19 На доске разрешается написать  $n$  таких ненулевых целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , для которых при каждом натуральном числе  $k=2, \dots, n-1$  выполнено равенство  $a_k = a_{k-1} + a_{k+1}$ .

а) Можно ли при  $n=5$  написать на доске такие числа, чтобы также выполнялось равенство  $a_2 = a_5$ ?

б) Можно ли при  $n=100$  написать на доске такие числа, сумма которых равна 2020?

в) При  $n=10$  на доске написаны такие числа, сумма которых равна 15. Какое наименьшее значение может принимать сумма их квадратов?

### Рисунок 26 – Задания тренировочного варианта за март

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-4} \cdot \ln(3x-a) = \sqrt{5x-4} \cdot \ln(4x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$ .

- 19 На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, сумма которых делится на 3.

а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 7, если изначально по одному разу были написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 10?

б) Может ли на доске остаться ровно два числа, разность между которыми равна 51, если изначально по одному разу были написаны все натуральные числа от 101 до 200 включительно?

в) Пусть известно, что на доске осталось ровно два числа, а изначально по одному разу были написаны все натуральные числа от 101 до 200 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если разделить одно из оставшихся чисел на второе из них?

### Рисунок 27 – Задания тренировочного варианта за апрель

- 18 Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение

$$\sqrt{x+a} + \sqrt{a-x} = 2a$$

имеет хотя бы одно решение.

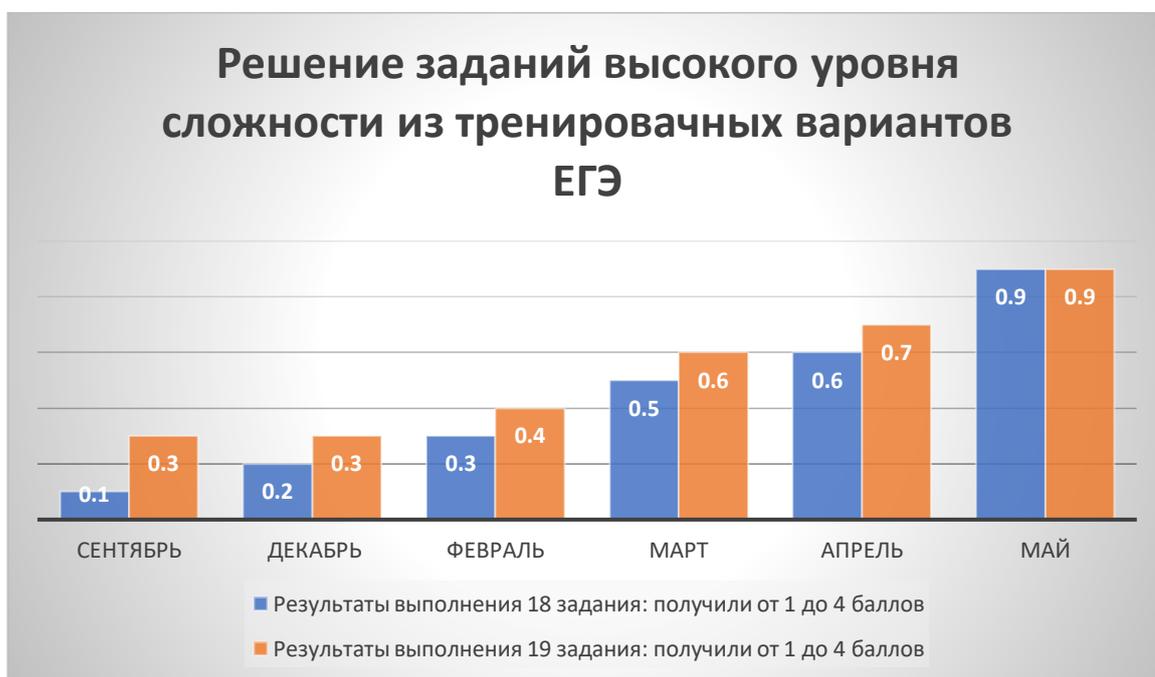
- 19 а) Существует ли делящееся на 11 трёхзначное число, вторая цифра которого равна половине произведения двух других его цифр?

б) Существует ли делящееся на 11 трёхзначное число, сумма всех цифр которого равна 9?

в) Найдите наименьшее делящееся на 11 восьмизначное число, среди цифр которого по одному разу встречаются цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 9. Ответ обоснуйте.

### Рисунок 28 – Задания тренировочного варианта за май

По сложности заданий трудно судить. Для каждого обучающегося есть определённые типы заданий, которые ему более предпочтительнее. Но результаты выполнения данных заданий изменялись следующим образом:



*Рисунок 29 – Результаты решения тренировочных вариантов ЕГЭ*

По данной статистике не трудно заметить, что шел рост выполнения заданий высокого уровня сложности. Но стоит отметить, что 19 задание всегда выполняли больше обучающихся, чем 18. Это говорит о том, что 19 задание есть смысл разбирать на уроках математике, так как оно становится более доступнее для обучающихся. Не стоит говорить ученикам, что это олимпиадная задача и у них нет возможностей в ней разобраться. По статистике именно 18 задача вызывает больше трудностей у обучающихся.

А теперь рассмотрим результаты анкетирования, которые были представлены на курсе. Как уже говорилось выше, на платформе Moodle, есть инструмент анкетирование, и там есть стандартный набор вопросов касающихся шести характеристик курса: релевантность; рефлексивное мышление; интерактивность; поддержка преподавателей; поддержка однокурсников; интерпретация. Данные названия стандартные и их нельзя изменить в настройках. В данной работе представлено два курса, это решение 18 и 19 задания, но мы рассмотрим результаты одной анкеты, так

как результаты данных анкет практически идентичны в силу того, что обучающиеся одновременно проходили два курса. Но для начала расшифруем каждую из характеристик, учитывая специфику курса [19]:

1. Релевантность — это соотношение запроса ученика, и то, что он получил на данном курсе.

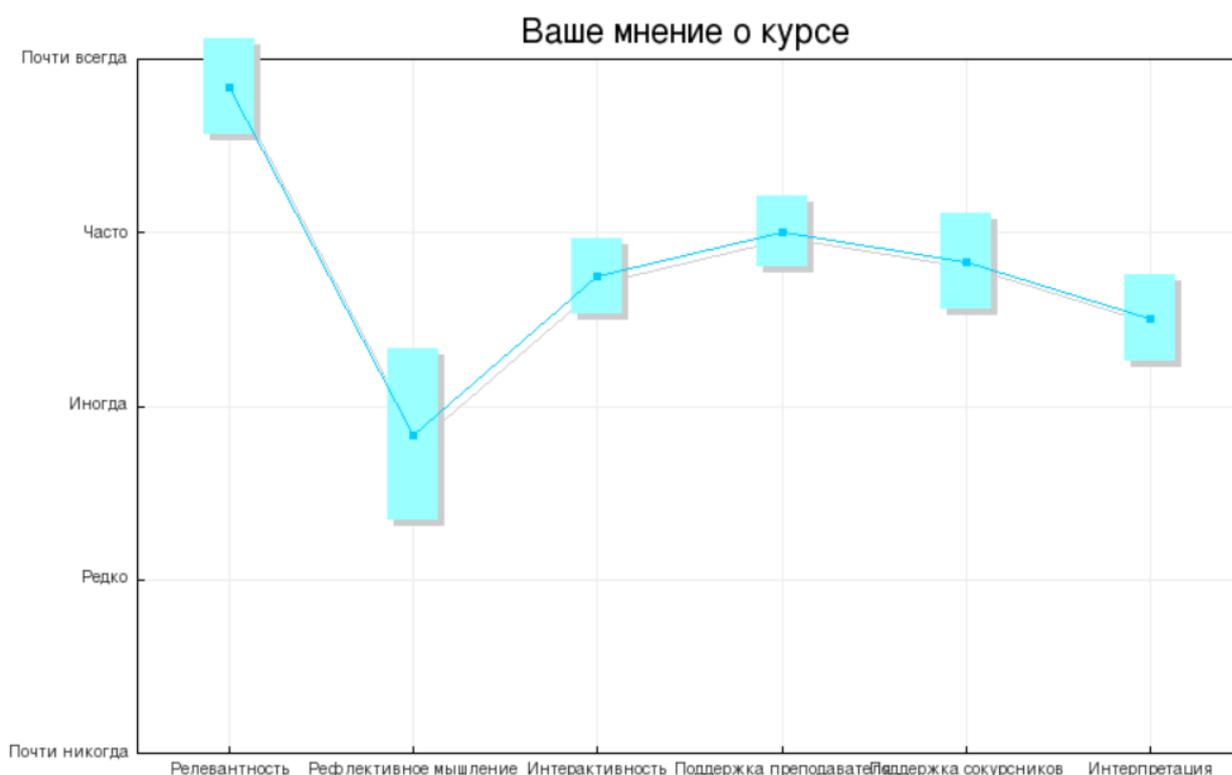
2. Рефлексивное мышление — это обращение внимания субъекта на продукты собственной активности, т.е. на изучение и решение задач высокого уровня сложности.

3. Интерактивность — это оценка качества организованного взаимодействия участников курса.

4. Поддержка преподавателей — это оценка влияния учителя (куратора) курса на процесс прохождения курса.

5. Поддержка однокурсников — это оценка влияния других участников курса на процесс обучения.

6. Интерпретация — это оценка коммуникации на курсе с учителем и с другими участниками курса.



**Рисунок 30** – Результаты анкетирования на курсе

По данному рисунку видно, что все показатели позитивно отразились у обучающихся. Но мы заметили, что один из показателей значительно ниже других – это рефлексивное мышление. Мы поняли, что надо больше внимание уделять их собственным работам. Давать на самостоятельную проверку по образцу, нужно научить их выделять пользу при изучении собственной работы. Они нацелены только на результат, а не на сам процесс. Необходимо объяснять им обратное, что именно процесс обучения поможет достичь им результата, нужно уметь работать над ошибками, и объективно оценивать свой успех.

Отметим, что анализ результатов обучающихся, которые прошли данный курс несет положительную динамику. Нельзя сказать, что все ребята справятся с данными заданиями на 4 балла на экзамене, но высокие показатели решения данных заданий на тренировочных вариантах дает нам право с уверенностью сказать, что большинство из них справятся с этими заданиями. Кроме этого, стоит отметить, что нами были замечены определенные аспекты, которые необходимо модернизировать на курсе.

### **Выводы по второй главе**

Таким образом, мы можем отметить следующие: готовность обучающихся к решению заданий высокого уровня сложно ЕГЭ профильного уровня по математике остается сложным и многоуровневым процессом. Данный вопрос открыт для изучения и внедрения новых идей. Нами был предложен лишь один из вариантов реализации подготовки к заданиям высокого уровня сложности. Мы рассмотрели вариант организации подготовки к экзамену в онлайн-режиме. Предложены технические аспекты организации данной работы, определены основные шаги для создания курса, который доступен в сети интернет.

Также хочется отметить, что нами была выбрана платформа Moodle, которая позволила нам создать данный курс. По работе с данной платформой есть очень много пособий, которые и помогли нам эффективно использовать доступные нам инструменты. Разработана структура курса и выделены

основные разделы, по которым обучающийся шаг за шагом приближается к решению заданий высоко уровня сложности. Кроме этого, были созданы собственные скринкасты, которые помогли обучающимся лучше усвоить материал. Особое внимание было уделено критериям оценивания заданий 18 и 19 ЕГЭ профильного уровня по математике.

Проведена апробация на базе МБОУ «СОШ №4» города Назарово, в ходе которой была проведена диагностика 11 обучающихся 11 класса, позволившая подтвердить поставленную гипотезу.

## Заключение

В процессе выполнения данной работы в первую очередь было проанализировано содержание заданий высокого уровня сложности. Кроме этого, представлен анализ взаимосвязи уровня математической подготовки обучающихся и результатами выполнения заданий высокого уровня сложности. Исходя из выполненных исследований, мы приходим к таким выводам, что подготовка к ЕГЭ профильного уровня по математике, а в частности к заданиям высокого уровня сложности остается серьезной проблемой и для учителя, и для выпускников. То, что к этим заданиям необходимо готовится в дополнительное время, в этом нет сомнений, но как более точно организовать данную работу остается проблемой для учителя. На наш взгляд дополнительный курс, созданный на какой-либо платформе, а в нашем случае это платформа Moodle, является прекрасным решением для устранения проблем. Данная платформа предоставляет возможность различными способами представлять теорию для обучающихся. Кроме этого, учитывается дифференцированный подход, каждый выпускник идет в своем темпе. Но еще хотелось бы обратить внимание на выявленную взаимосвязь уровня математической грамотности обучающихся и успешным выполнением заданий высокого уровня сложности. Выпускники показывают не высокие результаты в исследованиях PISA. К сожалению, данный факт отрицательно отражается на уровне математического образования. Для обучающихся на данный момент несколько другие требования, чем раньше. Современное общество хочет видеть выпускника, который может изменяться в зависимости от возникшей ситуации, может решать серьезные научные проблемы, применять творческое мышление в повседневной жизни, находить новые решения старым проблемам.

Проведем анализ результатов относительно задач, которые мы ставили перед собой. В ходе работы мы провели анализ проблем подготовки обучающихся к решению задач высокого уровня сложности на ЕГЭ по математике. Изучили различную статистику по данному вопросу. Кроме

этого, нами была подобрана методическая литература, которая помогла нам разобраться в данном вопросе. Хочется отметить, что изученная литература помогла нам не только разобраться в проблемах, связанных с решением 18 и 19 задание ЕГЭ профильного уровня по математике, но и дала мощную базу для разработки программы курса. Таким образом, мы переходим к следующему результату, который полностью соответствует поставленной задаче, мы разработали учебную программу курса по выбору для обучающихся 10-11 классов, направленную на подготовку к решению заданий высокого уровня сложности.

Далее глобальным результатом в нашей работе является разработка структуры и содержание курса по выбору в онлайн- и офлайн-формате. Нами была выбрана платформа Moodle для реализации курса. Мы составляли различные теоретические и практические занятия. Снимали видео с подробным разбором задач, конструировали курс, создавали мотивационные задания и придумывали интересные фразы, которые вели обучающегося на протяжении всего курса.

И еще один из результатов, на котором стоит заострить внимание — это апробация курса, которую мы провели и сделали выводы о результатах его использования в процессе подготовки к ЕГЭ по математике профильного уровня. Данный результат является ключевым, так как мы нашли аудиторию для, которой данный курс интересен, а самое главное необходим.

В заключении хотелось бы отметить, что созданный нами курс может использоваться в дальнейшей педагогической практике. Его особенностью является гибкость и легкая модернизация. Перспективы дальнейшего исследования состоят в том, что мы планируем модернизировать данный курс, добавлять туда еще больше методических идей, которые помогли бы нам довести до совершенства данный продукт. Кроме этого, мы планируем усовершенствовать его с технической точки зрения, сделать возможность пользователям регистрироваться самостоятельно, распространить его на большую аудиторию.

## Список использованных источников

1. Акманова С.В., Акманов А.Р. Задания ЕГЭ с параметрами и рекомендации по методам их решения // Modern Science. 2020. №. 5-1. С. 281-286.
2. Асланов Р.М., Муханова А.А., Муханов С.А. Проектирование интерактивных образовательных ресурсов на основе технологий Wolfram CDF // Преподаватель XXI век. 2016. Т. 1. № 1.
3. Баюсова О.В., Бояркина Ю.А., Шашкина М.Б. Об итогах профильного ЕГЭ по математике в 2016 году // XIX Всероссийская студенческая научно-практическая конференция Нижневартковского государственного университета. 2017. С. 507-510.
4. Бронникова Л.М., Кисельников И.В., Тыщенко О.А. методический анализ ошибок при решении задач с параметрами участниками ЕГЭ по математике профильного уровня алтайского края в 2015 году // Мир науки, культуры, образования. 2015. № 5. С. 179-182.
5. Васьковская Г.А. Особенности реализации педагогических технологий профильного обучения // Балканско научно обозрение. 2018. № 1.
6. Вольфсон Г.И., Пратусевич М.Я., Рукшин С.Е., Столбов К.М., Яценко И.В. ЕГЭ 2020. Математика Арифметика и алгебра Задача 19 (профильный уровень) // Москва Издательство МЦНМО. 2020.
7. Горев П.М. Направления совершенствования школьного математического образования // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. 2015. № 17. С. 224-236.
8. Гушин Д.Д. Образовательный портал «РЕШУ ЕГЭ» [Электронный ресурс]. URL: <http://ege.sdangia.ru> (дата обращения 22.03.2020).
9. Далингер В.А. Психолого-педагогические и дидактико-методические особенности обучение математике на основе когнитивно-визуального подхода // Евразийская педагогическая конференция. 2018. С. 76-79.

10. Демоверсия ЕГЭ по математике 2014 [Электронный ресурс]. URL: <http://ege.edu.ru/common/upload/docs/2014/maEGE2014-1.zip> (дата обращения 20.05.2020).
11. Демченко М.Е. Исследование методов решения задания № 19 ЕГЭ по математике профильного уровня // XXI Всероссийская студенческая научно-практическая конференция Нижневартковского государственного университета. 2019. С. 252-255.
12. ЕГЭ СтатГрад тренировочные работы 2021 год [Электронный ресурс]. URL: <http://ege.sdamgia.ru> (дата обращения 15.02. 2020).
13. Ерёмина И.И., Розенцвайг А.К., Зиятдинов Р.А. Установка и апробация серверной компоненты информационной образовательной среды университета на платформе LMS Moodle // Известия Сочинского государственного университета. 2015. № 1. С. 34.
14. Журавлева Н.А., Шашкина М.Б. ЕГЭ 2016. Извлекаем уроки и делаем выводы: задание с параметром // Математика в школе. 2016. № 9–10. С. 21–26.
15. Журавлева Н.А., Шашкина М.Б. Обучающий кейс «Задания с параметром» для подготовки к ЕГЭ профильного уровня по математике // Математика в школе. Электронное периодическое издание. 2018. № 2.
16. Журавлева Н.А., Шашкина М.Б. Развитие познавательных универсальных учебных действий обучающихся в процессе решения заданий с параметром // Стандарты и мониторинг в образовании. 2017. Т. 5. № 5. С. 42–47.
17. Идиатулин И.Р., Фаут Ю.В., Шашкина М.Б. Проблемы математической грамотности обучающихся и пути их решения // Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы VIII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, посвященной 80-летию профессора Ларина Сергея Васильевича. Красноярск, 13–14 ноября 2019 г.: в 2 ч. [Электронный

ресурс] / отв. ред. В.Р. Майер; ред. кол. – Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2019. Ч. 2. С. 49–54.

18. Казакова А.Д. Решение задач № 19 ЕГЭ по математике //XIX Ломоносовские чтения. 2017. С. 41-43.

19. Калабина Е.В. Готовность учеников к решению заданий высокого уровня сложности на ЕГЭ по математике // Актуальные проблемы обучения математике, информатике, экономике и естественнонаучным дисциплинам в средней и высшей школе. Благовещенский государственный педагогический университет, г. Благовещенск, 2019. С. 71-77.

20. Киекбаева А.С., Солощенко М.Ю. Методические указания к решению задач по теории чисел (задание 19 из ЕГЭ по математике, профильный уровень) // Modern Science. 2021. № 3-2. С. 364-367.

21. Киселева О.М. и др. Возможности программного обеспечения при дистанционном обучении математике детей с особыми образовательными потребностями // Евразийское научное объединение. 2017. Т. 2. №. 8. С. 111-112.

22. Кобычева В.С., Шашкина М.Б. Проблемы качества математической подготовки обучающихся по результатам ЕГЭ 2019 г. // Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы VIII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, посвященной 80-летию профессора Ларина Сергея Васильевича. Красноярск, 13–14 ноября 2019 г.: в 2 ч. [Электронный ресурс] / отв. ред. В.Р. Майер; ред. кол. – Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2019. Ч. 2. С. 68–74.

23. Костенко М.А. Разбор задач с параметрами единого государственного экзамена 2017 ГОДА // Наука и образование: проблемы, идеи, инновации. 2018. №. 5. С. 23-26.

24. Кохужева Р.Б. Основные направления модернизации школьного математического образования международный журнал экспериментального образования. г. Москва, 2010. № 5. С. 115-119.

25. Международная программа по оценке образовательных достижений учащихся – PISA [Электронный ресурс]. URL: <https://fioco.ru/pisa> (дата обращения 15.04.2020).

26. Моденов В.П. Координатно-параметрический метод в решении задач вступительных экзаменов //Математика в школе. 2007. №. 1. С. 66-72.

27. Никитин Н.Д., Никитина О.Г. Содержательно-методические особенности различных способов решения заданий с параметрами. // Современное образование: научные подходы, опыт, проблемы, перспективы сборник статей XIII международной научно-практической конференции. г. Пенза, 2017. С. 174.

28. Павлов А.Л., Бродский Я.С. Пути развития математического образования // Дидактика математики: проблемы и исследования. Донецк: Фирма ТЕАСН. 2018. №. 47. С. 7-14.

29. Подлужный А.А. Разработка системы дистанционного обучения на базе программного обеспечения Moodle версии 3 : дис. г. Екатеринбург, 2016.

30. Попов В.В. Разработка и использование электронных образовательных ресурсов в образовании в условиях XXI века // Методика преподавания математических и естественнонаучных дисциплин: современные проблемы и тенденции развития. г. Челябинск, 2017. С. 217–218.

31. Прокофьев А.А. Задачи с параметром на ЕГЭ 2018 // Математика в школе. 2018. №. 8 С. 11-24.

32. Прокофьев А.А. Задачи с параметром на ЕГЭ 2019 // Математика в школе. 2020. № 1. С. 17-30.

33. Решоткина Н.А. Решение задач с параметрами // Образовательная среда сегодня: теория и практика: Сборник материалов VII Международной научно-практической конференции. Редколлегия: О.Н. Широков [и др.] г. Чебоксары, 2018. С. 92-98.

34. Рослова Л.О. Функциональная математическая грамотность: что под этим понимать и как формировать // Педагогика. 2018. № 10. С. 48-55.
35. Руководство преподавателя Moodle; Лаборатория инновационных технологий в образовании 2017 г. [Электронный ресурс] URL: <https://clck.ru/UqiKN> (дата обращения 10.02.2021).
36. Сергеев А.Э., Соколова И.В. Теория чисел в задаче № 19 профильного ЕГЭ по математике. 2019.
37. Соколова И.В., Сергеев А.Э. Методические рекомендации к решению задачи № 19 профильного ЕГЭ по математике // Современные проблемы науки и образования. 2018. № 6. С. 161.
38. Танзы М.В. и др. Технология дистанционного обучения математике студентов в электронной среде Moodle // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. 2019. № 1 (47). С. 35-41.
39. Тестов В.А. Особенности формирования у школьников основных математических понятий в современных условиях // Концепт. 2014. №. 12.
40. Тумашева О.В. Об особенностях обучения математике в условиях реализации системно-деятельностного подхода // Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты. г. Красноярск 2015. С. 75-78.
41. Уланов Ф.А. Портал «Педсовет» [Электронный ресурс]. URL: <https://pedsovet.org/beta/article/pat-sovremennyh-tendencij-prepodavania-matematiki> (дата обращения 26.01. 2021).
42. Установка системы Moodle на хостинг [Электронный ресурс]. URL: <https://clck.ru/QFhUo> (дата обращения 10.02.2021).
43. Файн Т.А. Формирование метапредметных результатов в соответствии с требованиями ФГОС ООО при исследовательском подходе в обучении // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2015. № 5-2. С. 126-133.

44. Фаут Ю.В. Подготовка к решению задач высокого уровня сложности профильного ЕГЭ по математике на основе платформы Moodle // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы III Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 18 мая 2018 года. Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2018. С. 234–238.

45. Шашкина М.Б. Дефициты математической подготовки обучающихся общеобразовательной школы (по результатам итоговой государственной аттестации) // Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты: материалы VII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции. Красноярск, 10–11 ноября 2020 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2020. С. 29-34.

46. Шашкина М.Б. Проблемы качества математической подготовки обучающихся по результатам профильного ЕГЭ 2018 г. // Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты»: материалы VI Всероссийской с международным участием научно-методической конференции Международного научно-образовательного форума «Человек, семья, общество: история и перспективы развития». г. Красноярск, 8–9 ноября 2018 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Краснояр. госуд. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2018. С. 13–19.

47. Шестаков С. ЕГЭ 2019. Математика. Задачи с параметром. Задача 18 (профильный уровень). Litres, 2018.

48. Ярошевич В.И., Сафуанова А.М., Сафуанов И.С. Особенности использования информационных технологий в обучении решению математических задач // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. 2018. Т. 15. №. 2.

49. Яценко И.В., Семёнов А.В., Высоцкий И.Р. Методические рекомендации по некоторым аспектам совершенствования преподавания математики (на основе анализа типичных затруднений выпускников при выполнении заданий ЕГЭ). [Электронный ресурс]. URL: [fipi.ru](http://fipi.ru) (дата обращения 15.04.2021).