МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.П. АСТАФЬЕВА
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Кафедра-разработчик
Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование. Направленность (профиль) образовательной программы Математика и информатика

Квалификация (степень): БАКАЛАВР

Форма обучения: заочная

Красноярск, 2021

Рабочая программа дисциплины «Числовые системы» составлена к. ф.-м. н., профессором С.В. Лариным

Рабочая программа дисциплины актуализирована профессором кафедры математики и методики обучения математике С.В. Лариным.
Протокол № _8_ от _12__ мая 2021г.

Заведующий кафедрой ________ ________ Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева _21__мая _2021г. Протокол №_7_

Председатель__________________________ С.В. Бортновский

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочую программу
дисциплины Числовые системы
на 2020/2021 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

1. Обновлены титульные листы рабочей программы и фонда оценочных средств.
2. Обновлена и согласована с Научной библиотекой КГПУ им. В.П. Астафьева «Карта литературного обеспечения (включая электронные ресурсы)», содержащая основную и дополнительную литературу, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры 12 мая 2021г., протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю:
Заведующий кафедрой
Шкерина Людмила Васильевна

Одобрено НМС ИМФИ
21 мая 2021 г., протокол №7
Председатель
Бортновский Сергей Витальевич

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1. Место дисциплины в структуре образовательной программы.
Рабочая программа дисциплины «Числовые системы» для подготовки обучаемых по направлению подготовки 44.03.05 составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (далее ФГОС ВО), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 21 ноября 2014 г. N 1505 и профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 октября 2013 г. №544н. Программа составлена в соответствии со стандартом РПД в КГПУ им. В.П. Астафьева, утвержденным Учёным советом университета 30.09.2015 (протокол №9). Дисциплина «Числовые системы» включена в учебный план по заочной форме обучения. Код дисциплины в учебном плане – Б1.ВД. Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры 12 мая 2021г., протокол № 8.
Одобрено НМС ИМФИ 21 мая 2021 г., протокол №7.

1.2. Общая трудоемкость дисциплины.

Общий объем времени, отводимый на изучение дисциплины – 2 зачетных единицы или 72 часа. На аудиторную работу (контактные часы) отводится 24 часа (лек 12 ч. + лаб. 12 ч.), контроль – зачет, 5 курс, 10-й семестр.

Предусмотрено построение индивидуальных планов (в пределах трудоёмкости дисциплины).

Предполагается следующая работа студентов над освоением курса:

- анализ основного учебного материала по изложению чисел в школьной математике;
- построение теории числовых систем на основе выводов из аксиом;
- решение основных алгоритмических задач по аксиоматической теории числовых систем;
- практика создания схем изложения школьного учебного материала по числам с учетом их аксиоматических теорий (о чем умалчивают школьные учебники, говоря о числах);
- написание рефератов, подготовка докладов и сообщений, связанных с методикой изложения чисел в школьной математике с использованием анимационных возможностей среды GeoGebra;
- исследовательские работы методического и научного характера.

1.3. Цель и задачи освоения дисциплины:

Числа изучаются в школе и являются стержневой темой всей школьной математики. Аксиоматическое построение теории числовых систем является важнейшей частью фундамента всей математики. Аксиомы непрерывности системы действительных чисел составляют основу математического анализа. Аксиомы числовых систем важны в связи с изучением оснований геометрии, а также при использованием алгебраических методов в геометрии. Изложение программного материала дисциплины ведется на алгебраическом языке с использованием таких фундаментальных понятий алгебры как бинарная алгебраическая операция, группа, кольцо, поле, упорядоченное поле, алгебра над полем конечного ранга и так далее. Общие требования к аксиоматическим теориям роднят данную дисциплину с математической логикой. Целью дисциплины является изложение научных основ изучения чисел в школьной математике, перевод интуитивных знаний о числах на твердую основу выводов, исходя из аксиом.

Основные задачи дисциплины:

• познакомить студентов с основными аксиоматическими теориями числовых систем, которые лежат в основе школьного представления о них;

• проанализировать обосновать и отработать основные числовые алгоритмы;

• познакомить студентов с некоторыми новыми методами и приемами решения задач с использованием вычислительных, контролирующих, анимационных возможности среды GeoGebra;

• проанализировать решения некоторых школьных задач и изложение учебного материала с точки зрения аксиоматических теорий числовых систем;

• способствовать развитию творческого потенциала студентов, необходимого для решения сложных исследовательских задач по числовым системам.

Достижение цели и задач изучения дисциплины обеспечивается также решением целого ряда вспомогательных задач, таких как:

- использование современных образовательных технологий;
- формирование системы предметных знаний и умений;
- активизация самостоятельной деятельности, включение в исследовательскую работу.

Дисциплина опирается на школьный и вузовский курсы алгебры и сформированные в школе и вузе компетенции, позволяющие студентам освоить дисциплину «Числовые системы».

4. Планируемые результаты обучения дисциплине

Задачи освоения дисциплины	Планируемые результаты обучения дисциплине (дескрипторы)	Код результатов обучения (компетенции)
Развитие способностей усваивать формально-логические обоснования теории числовых систем, знание теоретических основ школьной	*Знать*: аксиоматические теории числовых систем. *Уметь*: обосновывать школьные утверждения о числах.. *Владеть*: навыками решения алгоритмических задач о числах	ОПК-2. Способен проектировать основные и дополнительные образовательные программы и разрабатывать научно-

математики чисел.		методическое обеспечение их реализации.
Формирование умений по проектированию и реализации образовательных программ, использующих образное мышление с опорой на интуицию в сочетании с использованием возможностей современных информационных технологий.	*Знать*: строгие доказательства школьных утверждений о числах. *Уметь*: **обосновывать школьные утверждения о числах с опорой на интуицию, наглядность, образное мышление, используя в том числе возможности динамических сред типа** GeoGebra. *Владеть*: теорией числовых систем в сочетании с навыками использования систем динамической математики при обучении математике	ПК-1. Способен реализовывать образовательные программы в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов
Формирование способностей организации научно-исследовательской деятельности обучающихся	*Знать* вычислительные алгоритмы для чисел, используя при этом GeoGebra для исключения вычислительных трудностей, визуализации утверждений о числах, использования при экспериментировании и тестировании знаний. *Уметь* сформулировать проблему в математике чисел, доступную для понимания и решения школьниками, применять анимационные возможности систем динамической математики при организации исследовательской деятельности обучающихся. *Владеть* навыками использования систем динамической математики при организации исследовательской деятельности обучающихся.	ПК-3. Способен организовывать научно-исследовательскую деятельность обучающихся

5. В процессе обучения дисциплине планируется использование разнообразных видов деятельности обучающихся, организационные формы и методы обучения: лекционные и практические занятия, самостоятельная работа, индивидуальная, групповая формы организации учебной деятельности обучающихся, их сочетание и др.

Предусмотрено построение индивидуальных планов (в пределах трудоёмкости дисциплины).

Предполагается следующая работа студентов над освоением курса:

- анализ основного учебного материала курса Числовые системы с точки зрения использования систем динамической математики;
- знакомство с системой динамической математики GeoGebra;
- решение задач по теории числовых систем с использованием анимационных возможностей среды GeoGebra;

- практика создания анимационных рисунков в среде GeoGebra при изложении учебного материала по числовым системам;
- работа с учебной литературой по числовым системам, решение задач повышенной сложности;
- подготовка докладов и сообщений, связанных с методикой решения задач школьного курса математики с использованием анимационных и динамических возможностей среды GeoGebra;
- исследовательские работы методического характера по числовым системам.

6. Перечень образовательных технологий: современное традиционное обучение, педагогика сотрудничества, проблемное обучение, информационно-коммуникационные технологии.

2. Организационно-методические документы

2.1. Технологическая карта обучения дисциплине «Числовые системы»

для обучающихся образовательной программы

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование

по заочной форме обучения

(общая трудоемкость 2 з.е.)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов (з.е.)	Контактные часы			Самостоятельная работа	Формы и методы контроля
		всего	лекций	Лаб..		
РАЗДЕЛ 1. АКСИОМАТИЧЕСКИЕ ТЕОРИИ НАТУРАЛЬНЫХ, ЦЕЛЫХ И РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ	**35**	**12**	**6**	**6**	**23**	
Первичные понятия алгебраических систем	7	2	1	1	5	Индивидуальная домашняя работа № 1
Натуральные числа. Метод полной математической индукции. Обоснование свойств сложения и умножения	8	3	2	1	5	
Отношение меньше для натуральных чисел..	7	2	1	1	5	
Кольцо целых чисел. Теория делимости целых чисел.	7	3	1	2	4	Контрольная работа №1
Поле рациональных чисел. Представление десятичными дробями.	6	2	1	1	4	
РАЗДЕЛ 2. АКСИОМАТИЧЕСКИЕ ТЕОРИИ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ, КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ И КВАТЕРНИОНОВ	35	**12**	**6**	**6**	**23**	
Аксиоматическая теория действительных чисел.	8	2	2	2	6	Индивидуальная домашняя работа № 2
. Представление действительных чисел десятичными дробями.	8	2	2	2	6	
Аксиоматическая теория комплексных чисел.	8	2	1	1	6	
Кватернионы и гиперкомплексные числа. Теорема Фробениуса.	7	2	1	1	5	
ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ	**2**					Зачет - 2
Итого	**72 (2)**	**24**	12	**12**	46	**2**

2.2. Содержание основных разделов и тем дисциплины «Числовые системы»

2.2.1. Модуль «Натуральные, целые и рациональные числа

I. АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Аксиоматическое определение натурального ряда (аксиоматика Пеано). Принцип полной математической индукции. Определение и свойства сложения и умножения натуральных чисел. Определение и свойства неравенств для натуральных чисел. Теоремы о существовании наименьшего и наибольшего элементов в подмножествах натуральных чисел. Усиленный принцип полной математической индукции. Категоричность аксиоматической теории натуральных чисел. Независимость аксиом Пеано.

II. АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

Первичные термины и аксиомы. Основные свойства кольца. Свойства целых чисел. Отношение «меньше» для целых чисел, его свойства. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории целых чисел.

III. АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Первичные термины и аксиомы. Основные свойства поля. Свойства рациональных чисел. Плотность поля рациональных чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории рациональных чисел. Представление рационального числа десятичной дробью.

4.2.2. Модуль «Действительные, комплексные числа и кватернионы»

IV. АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Первичные термины и аксиомы. Построение модели действительных чисел на базе десятичных дробей. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории действительных чисел. Различные трактовки понятия представимости действительного числа десятичной дробью. Степени и логарифмы. Различные формулировки свойства непрерывности. Понятие о p-адических числах.

V. АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

Первичные термины и аксиомы. Свойства комплексных чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории комплексных чисел.

VI. АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ КВАТЕРНИОНОВ

Первичные термины и аксиомы. Свойства кватернионов.

Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории кватернионов.

VII. АЛГЕБРЫ С ДЕЛЕНИЕМ КОНЕЧНОГО РАНГА НАД ПОЛЕМ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Линейная алгебра над полем. Базис и ранг линейной алгебры. Алгебры с делением конечного ранга над полем комплексных чисел. Алгебры с делением конечного ранга над полем действительных чисел. Теорема Фробениуса.

При изложении дисциплины «Числовые системы» предусматривается использование анимационных возможностей компьютерной среды GeoGebra для устранения обременительных вычислительных трудностей, для визуализации утверждений о числах, для организации тестирования, для экспериментирования и поддержки исследовательского стиля изложения.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: индивидуальные домашние задания, контрольная работа. Итоговая аттестация по усвоению содержания дисциплины проводится в виде экзамена.

3. Компоненты мониторинга учебных достижений

3.1. Технологическая карта рейтинга дисциплины

Наименование дисциплины	Направление подготовки и уровень образования (бакалавриат, магистратура, аспирантура) Наименование программы/ профиля	Количество зачетных единиц/кредитов
Числовые системы	Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование. Направленность (профиль) образовательной программы «Математика» Квалификация (степень): Бакалавр	2 з.е.
Смежные дисциплины по учебному плану		
Предшествующий школьный курс математики, бакалавриат педвуза: курсы алгебры, теории чисел		
Последующие: Математическая логика, Дискретная математика, Компьютерная алгебра.		

Раздел 1			
Содержание	Форма работы*	Количество баллов 35 %	
		min	max
Текущая работа	Индивидуальная домашняя работа №1	**9**	**15**
	Контрольная работа №1	**12**	**20**
Итого		**21**	**35**

Раздел 2			
Содержание	Форма работы*	Количество баллов 35 %	
		min	max

Текущая работа	Индивидуальная домашняя работа №2	**9**	**15**
Итого		**9**	**15**
Итоговый раздел			
Содержание	Форма работы*	Количество баллов 40 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	экзамен	**30**	**50**
Итого		**30**	**50**
Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех модулей)		min	max
		60	**100**

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

50 баллов – допуск к экзамену
60-72 – удовлетворительно
73-86 – хорошо
87-100 – отлично

3.2. Фонд оценочных средств (контрольно-измерительные материалы)

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

Институт математики, физики, информатики

Кафедра-разработчик: математики и методики обучения математике

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
Протокол № __
от «__» мая 2021
Зав. каф. МиМОМ
___ ___Л.В. Шкерина

ОДОБРЕНО
на заседании научно-методического совета специальности (направления подготовки)
Протокол № _______
От ___ мая 2021
Председатель НМС С.В. Бортновский

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
Для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
Обучающихся по дисциплине
«Компьютерная алгебра»

Направление подготовки 44.03.01
Педагогическое образование.
Направленность (профиль)
образовательной программы Математика

Квалификация (степень): БАКАЛАВР
Форма обучения: заочная

Составитель: Ларин С В., профессор

Красноярск 2021

ЭКСПЕРТНОЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ НА ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Представленный фонд оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства аттестации адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование. Направленность (профиль) образовательной программы Математика, квалификация (степень): бакалавр, форма обучения: очная.

Оценочные средства и критерии оценивания представлены в полном объеме. Формы оценочных средств, включенных в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС, установленных в Положении о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре – в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева», утвержденного приказом ректора № 297 (п) от 28.04.2018.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки по указанной программе.

Эксперт-работодатель,
директор МАОУ гимназия №14
«Экономики, управления и права» Шуляк Н.В.

27.04.2021

1. Назначение фонда оценочных средств

1.1. *Целью* создания фонда оценочных средств дисциплины «Числовые системы» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. Фонд оценочных средств по дисциплине «Числовые системы» решает следующие *задачи*:

– управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и формирования компетенций, определенных в образовательных стандартах по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Направленность (профиль) образовательной программы Математика и информатика, квалификация (степень) Бакалавр;

– управление процессом достижения реализации образовательных программ, определенных в виде набора компетенций выпускников;

– оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины

«Числовые системы», с определением положительных / отрицательных результатов и планирование предупреждающих / корректирующих мероприятий;

– обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс университета;

– совершенствование самоподготовки и самоконтроля обучающихся.

1.3. Фонд оценочных средств разработан на основании нормативных *документов*:

– федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Направленность (профиль) образовательной программы Математика и информатика, квалификация (степень) Бакалавр.

– Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» и его филиалах.

2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе изучения дисциплины

2.1. Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины «Информационные технологии в курсе высшей алгебры»:

Общепрофессиональные компетенции:

ОПК-2. Способен проектировать основные и дополнительные образовательные программы и разрабатывать научно-методическое обеспечение их реализации.

Профессиональные компетенции:

ПК-1. Способен реализовывать образовательные программы в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов

ПК-3. Способен организовывать научно-исследовательскую деятельность обучающихся.

Компетенции	**Этап формирования**	**Дисциплины, участвующие в формировании компетенции**	**Тип контроля**	**Оценочное средство/КИМ**	
				номер	**форма**
ОПК-2. Способен проектировать основные и дополнительные образовательные программы и разрабатывать научно-методическое	ориентировочный	Модуль 2 "Коммуникативный ". ИТ-технологии в образовании и социальной сфере.	Текущий контроль	3	Инд. Д.р..
	когнитивный	Модуль 9 Предметно-методический. Основы предметно-профильной подготовки. Математическая логика. Дискретная математика. Алгебра. Теория вероятностей и математическая статистика. Теория функций действительного переменного. Основы теории функций комплексного переменного. Модуль 10. «Предметно-теоретический»	Текущий контроль	2	Контр. раб.
	праксиологичес-кий		Текущий контроль	4	Инд. Д.р..
	рефлексивно-оценочны		Промежуточная аттестаци	1	Экзамен

обеспечение их реализации.	й	Математический анализ. Геометрия. Модуль 11. Предметно-практический Элементарная математика.	я		
ПК-1. Способен реализовывать образовательные программы в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов	ориентировочный	Модуль 1 "Мировоззренческий". Естественнонаучная картина мира. Модуль 2 "Коммуникативный". ИТ-технологии в образовании и социальной сфере. Модуль 5 «Учебно-исследовательский». Основы учебно-исследовательской работы. (профильное исследование). Учебная практика: научно-исследовательская работа Модуль 6. «»теоретические основы профессиональной деятельности» Теория обучения и воспитания. Модуль 7 «Педагогическая интернатура» Проектирование урока по требованиям ФГОС.	Текущий контроль	4	Инд. Д.р..
	когнитивный		Текущий контроль	2	Контр. раб.
	праксиологичес-кий		Текущий контроль	3	Инд. Д.р..
	рефлексивно-оценочный		Промежуточная аттестация	1	Экзамен
ПК-3. Способен организовывать научно-исследовательскую деятельность обучающихся.	ориентировочный	Модуль 5 «Учебно-исследовательский». Основы учебно-исследовательской работы. (профильное исследование). Учебная практика: научно-исследовательская работа Модуль 6. «Теоретические основы профессиональной деятельности» Теория обучения и воспитания. Модуль 9 «Предметно-методический». Основы предметно-профильной подготовки. Математическая логика. Дискретная математика. Алгебра. Теория вероятностей и математическая статистика. Теория функций действительного переменного. Основы теории функций комплексного переменного. Модуль 10. Предметно-теоретический Математический анализ. Геометрия.	Текущий контроль	3	Инд. Д.р..
	когнитивный		Текущий контроль	2	Контр. раб.
	праксиологичес-кий		Текущий контроль	4	Инд. Д.р..
	рефлексивно-оценочный		Промежуточная аттестация	1	Экзамен

3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1. Фонды оценочных средств включают: вопросы к экзамену.

3.2. Оценочные средства: вопросы и задания к экзамену.

Критерии оценивания по оценочному средству 1 – вопросы к экзамену

Формируемые компетенции	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций	Пороговый уровень сформированности компетенций
	(87 - 100 баллов) отлично/зачтено	(73 - 86 баллов) хорошо/зачтено	(60 - 72 баллов)* удовлетворительно /зачтено
ОПК-2. Способен проектировать основные и дополнительные образовательные программы и разрабатывать научно-методическое обеспечение их реализации.	Способен на высоком уровне проектировать основные и дополнительные образовательные программы и разрабатывать научно-методическое обеспечение их реализации.	Способен на среднем уровне проектировать основные и дополнительные образовательные программы и разрабатывать научно-методическое обеспечение их реализации.	Способен на удовлетворительном уровне проектировать основные и дополнительные образовательные программы и разрабатывать научно-методическое обеспечение их реализации.

ПК-1. Способен реализовывать образовательные программы в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов	Способен на высоком уровне реализовывать образовательные программы в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов	Способен на среднем уровне реализовывать образовательные программы в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов	Способен на удовлетворительном уровне реализовывать образовательные программы в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов
ПК-3. Способен организовывать научно-исследовательскую деятельность обучающихся.	Способен на на высоком уровне организовывать научно-исследовательскую деятельность.	Способен на среднем уровне организовывать научно-исследовательскую деятельность.	Способен на удовлетворительном уровне организовывать научно-исследовательскую деятельность.

*Менее 60 баллов – компетенция не сформирована

4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

4.1. Фонды оценочных средств для текущего контроля успеваемости включают в себя: контрольную работу, индивидуальную домашнюю работу.

4.2. Критерии оценивания по оценочным средствам для текущего контроля успеваемости:

4.2.1. Критерии оценивания по оценочному средству 2 – контрольной работе по Числовым системам

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Выполнены все задания контрольной работы, обучающийся опирался на теоретические знания и умения решать исследовательские задачи по числовым системам	5-8
Обосновывает основные положения каждого этапа решения задач контрольной работы	3-5
Аргументирует результат, проверяет верность найденного решения задач контрольной работы	2-4
Решение контрольной работы сопровождает (при необходимости) верными и наглядными анимационными рисунками	2-3
Максимальный балл (в зависимости от степени сложности заданий)	12-20

4.2.2. Критерии оценивания по оценочному средству 3 – индивидуальной домашней работе по школьной алгебре чисел.

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Выполнены все задачи индивидуальной домашней работы, в том числе задачи, связанные с построением анимационных рисунков в среде GeoGebra	3-6
Решения задач сопровождены комментариями, обосновывающими основные этапы решения задачи	3-4
Аргументирует основные выкладки, предлагает иные варианты решения задач индивидуальной домашней работы	2-3
Формулирует задачи аналогичные задачам индивидуальной домашней работы	1-2
Максимальный балл (в зависимости от степени сложности заданий)	9-15

5. Оценочные средства для аттестации

ЗАЧЕТНЫЕ ТЕСТЫ

1. Что такое бинарное отношение на непустом множестве A?

1.1. Это рефлексивное, симметричное и транзитивное отношение.
1.2. Это прямое произведение множеств $A \times A$.
1.3. Это подмножество прямого произведения множеств $A \times A$.
1.4. Это функция.

2. Что такое бинарная операция на непустом множестве A?

2.1. Отображение множества A в множество A.
2.2. Отображение множества A на множество A.
2.3. Отображение множества A в множество $A \times A$.
2.4. Отображение множества $A \times A$ в множество A.

3. Что называется натуральным рядом?

3.1. Система $\langle N, ' \rangle$, удовлетворяющая трем аксиомам Пеано.
3.2. Система $\langle N, ' \rangle$, удовлетворяющая аксиоме индукции.
3.3. Система $\langle N, ' \rangle$, удовлетворяющая аксиомам Пеано.
3.4. Множество чисел, которые используются при счете.

4. Как формулируется принцип полной математической индукции?

4.1. $(T(1) - u, (T(n) - u \Rightarrow T(n') - u)) \Rightarrow (\forall n \, T(n) - u)$.
4.2. Из предположения о том, что $T(n)$ истинно следует, что $T(n')$ истинно.
4.3. $T(1)$ истинно и $T(n)$ истинно и $T(n')$ истинно.
4.4. Если $T(1)$ истинно, $T(n)$ истинно и $T(n')$ истинно, то $T(n)$ истинно для любого n.

5. Как определяется сложение натуральных чисел?

5.1. $m+1=m'$, $(n+m')=(n+m)'$ для любых $m,n \in N$.

5.2. $\underbrace{1+1+...+1}_{m}+\underbrace{1+1+...+1}_{n}=\underbrace{1+1+...+1}_{m+n}$.

5.3. $m+n'=(m+n)'$.

5.4. $m+1=m'$, $m+n'=(m+n)'$ для любых $m,n \in N$.

6. Как определяется умножение натуральных чисел?

6.1. $\underbrace{m+m+...+m}_{n}=m \cdot n$.

6.2. $m \cdot 1=m'$, $m \cdot n'=(m \cdot n)'$ для любых $m,n \in N$.

6.3. $m \cdot 1=m'$, $m \cdot n'=m \cdot n+m$ для любых $m,n \in N$.

6.4. $m \cdot 1=m$, $m \cdot n'=m \cdot n+m$ для любых $m,n \in N$.

7. Как доказать, что дважды два — четыре?

7.1. $2 \cdot 2=2+2=4$.

7.2. $2 \cdot 2=2+1'=(2+1)'=3'=4$.

7.3. $2 \cdot 2=2 \cdot 1'=2 \cdot 1+2=2+2=2+1'=(2+1)'=(2')'=3'=4$.

7.4. $2 \cdot 2=2 \cdot 1'=2+1'=(2+1)'=(2')'=3'=4$.

8. Как формулируется усиленный принцип полной математической индукции?

8.1. Утверждение $T(n)$ истинно для любого натурального числа n, если оно истинно для $n=1$ и из предположения о том, что оно истинно для всех натуральных чисел, меньших n, следует истинность его для n.

8.2. $(T(1)-и, (T(m)-и \Rightarrow T(n)-и \text{ для } n>m)) \Rightarrow T(n)-и \text{ длялюбого } n \in N$.

8.3. Ели $T(1)$ истинно и $T(n)$ истинно для любого натурального числа, меньшего n, то $T(n)$ истинно для любого натурального числа n.

8.4. Ели $T(1)$ истинно и $T(m)$ истинно для любого натурального числа $m<n$, то $T(n)$ истинно для любого натурального числа n.

9. Что называется системой целых чисел?

9.1. Поле, которое содержит полукольцо натуральных чисел, и всякий элемент которого представим в виде разности натуральных чисел.

9.2. Кольцо, которое содержит полукольцо натуральных чисел, и элементы которого исчерпываются натуральными числами, нулем и числами, противоположными натуральным.

9.3. Коммутативное кольцо, которое содержит полукольцо натуральных чисел, и всякий элемент которого представим в виде разности натуральных чисел.

9.4. Кольцо, которое содержит полукольцо натуральных чисел, и всякий элемент которого представим в виде суммы натуральных чисел.

10. Что называется системой рациональных чисел?

10.1. Кольцо, содержащее кольцо целых чисел, и всякий элемент которого представим в виде отношения двух целых чисел.

10.2. Поле, содержащее кольцо целых чисел, и всякий элемент которого представим в виде разности двух целых чисел.

10.3. Поле, содержащее кольцо целых чисел, и всякий элемент которого представим в виде отношения двух целых чисел.

10.4. Множество всех дробей вида $\frac{a}{b}$, где $a, b \in Z$, $b \neq 0$.

11. Что называется упорядоченным полем?

11.1. Система $\langle P, +, \cdot, < \rangle$, где $\langle P, +, \cdot \rangle$ есть поле, $\langle P, < \rangle$ есть линейно упорядоченное множество, и операции сложения и умножения монотонны.

11.2. Система $\langle P, +, \cdot, < \rangle$, где $\langle P, +, \cdot \rangle$ есть поле, $\langle P, < \rangle$ есть линейно упорядоченное множество, и для любых $a, b, c \in P$, если $a < b$, то $a + c < b + c$ и $a \cdot c < b \cdot c$.

11.3. Система $\langle P, +, \cdot, < \rangle$, где $\langle P, + \rangle$ – коммутативная группа, $\langle P, \cdot \rangle$ – коммутативная группа, для любых $a, b, c \in P$ $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$, система $\langle P, < \rangle$ есть линейно упорядоченное множество и если $a < b$, то $a + c < b + c$, и если $a < b$ и $c > 0$, то $a \cdot c < b \cdot c$.

11.4. Система $\langle P, +, \cdot, < \rangle$, где $\langle P, +, \cdot \rangle$ есть поле, отношение $<$ транзитивно, для любых $a, b \in P$ одно и только одно из трех: либо $a < b$, либо $a = b$, либо $b < a$ и если $a < b$, то $a + c < b + c$ и $a \cdot c < b \cdot c$.

12. Каково наименьшее числовое поле?

12.1. Наименьшего числового поля не существует.
12.2. Поле рациональных чисел.
12.3. Целые числа.
12.4. Поле действительных чисел.

13. Что называется системой действительных чисел?

13.1. Упорядоченное поле, удовлетворяющее аксиоме Архимеда.
13.2. Поле, удовлетворяющее аксиоме Архимеда и аксиоме Кантора.
13.3. Упорядоченное поле, в котором для любого элемента a и любого элемента b существует натуральное число n такое, что $na > b$, и для всякой последовательности вложенных отрезков существует элемент, принадлежащий всем отрезкам последовательности.
13.4. Непрерывное упорядоченное поле.

14. Что такое сечение линейно упорядоченного множества?

14.1. Пара непустых подмножеств, пересечение которых пусто, а объединение есть данное упорядоченное множество.

14.2. Сечением линейно упорядоченного множество $\langle M, < \rangle$ называется упорядоченная пара подмножеств $A, B \subseteq M$ таких, что $A \neq \varnothing$, $B \neq \varnothing$; $A \cap B = \varnothing$: $A \cup B = M$; для любого $a \in A$ и любого $b \in B$ $a < b$.

14.3. Сечением линейно упорядоченного множество $\langle M, < \rangle$ называется пара подмножеств $A, B \subseteq M$ таких, что $A \neq \varnothing$, $B \neq \varnothing$; $A \cap B \neq \varnothing$: $A \cup B = M$; для любого $a \in A$ и любого $b \in B$ $a < b$.

14.4. 14.2. Сечением линейно упорядоченного множество $\langle M, < \rangle$ называется упорядоченная пара подмножеств $A, B \subseteq M$ таких, что $A \neq \varnothing$, $B \neq \varnothing$; $A \cap B = \varnothing$: $A \cup B = M$; для любого $a \in A$ и любого $b \in B$ $a \leq b$.

15. Что такое граничный элемент сечения?

15.1. Граничным элементом сечения (A, B) называется элемент c, расположенный между A и B.

15.2. Граничным элементом сечения (A, B) называется элемент c такой, что для любого $a \in A$ и любого $b \in B$ имеем $a \leq c \leq b$.

15.3. Граничным элементом сечения (A, B) называется наибольший элемент

множества A.
15.4. Элемент c называется граничным элементом сечения (A,B), если он является наибольшим элементом множества A или наименьшим элементом множества B.

16. Как определяется система действительных чисел по Дедекинду?
16.1. Системой действительных чисел называется поле, в котором выполняется аксиома Дедекинда.
16.2. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого сечения существует граничный элемент.
16.3. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого сечения существует не более одного граничного элемента.
16.4. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого сечения существует не менее одного граничного элемента.

17. Как определяется система действительных чисел с помощью понятия точной верхней границы?
17.1. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого непустого ограниченного сверху подмножества существует наибольший элемент.
17.2. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого непустого ограниченного сверху подмножества существует наименьший элемент.
17.3. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого непустого ограниченного сверху подмножества существует точная верхняя граница.
17.4. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого непустого ограниченного сверху подмножества существует точная нижняя граница.

18. Что означает «действительное число представимо в виде десятичной дроби»?
18.1. Действительное число a представимо в виде десятичной дроби $\alpha = a_0, a_1a_2...$, если $a = \frac{a}{b}$ и при делении a на b получаем данную десятичную дробь.
18.2. Действительное число a представимо в виде десятичной дроби $\alpha = a_0, a_1a_2...$, если для любого номера n имеет место неравенство
$$a_0 + \frac{a_1}{10} + ... + \frac{a_n}{10^n} \le a < a_0 + \frac{a_1}{10} + ... + \frac{a_n}{10^n} + \frac{1}{10^n}.$$
18.3. Действительное число a представимо в виде десятичной дроби $\alpha = a_0, a_1a_2...$, если для любого номера n имеет место неравенство
$$a_0 + \frac{a_1}{10} + ... + \frac{a_n}{10^n} \le a \le a_0 + \frac{a_1}{10} + ... + \frac{a_n}{10^n} + \frac{1}{10^n}.$$
18.4. Действительное число a представимо в виде десятичной дроби $\alpha = a_0, a_1a_2...$, если для любого номера n имеет место неравенство
$$a_0 + \frac{a_1}{10} + ... + \frac{a_n}{10^n} < a < a_0 + \frac{a_1}{10} + ... + \frac{a_n}{10^n} + \frac{1}{10^n}.$$

19. Какой десятичной дробью представимо рациональное число?
19.1. Конечной десятичной дробью.
19.2. Бесконечной непериодической десятичной дробью.

19.3. Бесконечной периодической десятичной дробью.
19.4. Чисто периодической десятичной дробью.

20. Какой десятичной дробью представимо иррациональное число?
20.1. Непериодической десятичной дробью.
20.2. Периодической десятичной дробью.
20.3. Бесконечной десятичной дробью с 9 в периоде.
20.4. Иррациональной десятичной дробью.

21. Верно ли, что сумма двух непериодических десятичных дробей является непериодической десятичной дробью?
21.1. Нет.
21.2. Верно.
21.3. Иногда верно.
21.4. В некоторых случаях неверно.

22. Верно ли, что произведение двух непериодических десятичных дробей является непериодической десятичной дробью?
22.1. Нет.
22.2. Верно.
22.3. Иногда верно.
22.4. В некоторых случаях неверно.

23. Что называется системой комплексных чисел?
23.1. Упорядоченное поле, состоящее из чисел вида $a+bi$, где $a,b \in R$, i – мнимая единица.
23.2. Упорядоченное поле, содержащее упорядоченное поле действительных чисел, мнимую единицу i такую, что $i^2=-1$, и всякий элемент которого представим в виде $a+bi$, где $a,b \in R$.
23.3. Поле, содержащее упорядоченное поле действительных чисел, мнимую единицу i такую, что $i^2=-1$, и всякий элемент которого представим в виде $a+bi$, где $a,b \in R$.
23.4. Поле, содержащее поле действительных чисел, мнимую единицу i такую, что $i^2=-1$, и всякий элемент которого представим в виде $a+bi$, где $a,b \in R$.

24. Зачем строится модель кольца целых чисел?
24.1. Для аксиоматического построения теории целых чисел.
24.2. Для доказательства независимости аксиом, определяющих систему целых чисел.
24.3. Для доказательства непротиворечивости теории целых чисел.
24.4. Для доказательства того, что множество целых чисел образует кольцо.

25. Как определяется сложение произвольных десятичных дробей?
25.1. По правилу сложения «столбиком».
25.2. Если даны десятичные дроби $\alpha = a_0,a_1a_2...$ и $\beta = b_0,b_1b_2...$, то $\alpha+\beta=\gamma$, где $\gamma = c_0,c_1c_2...$ и $c_0 = a_0+b_0$, $c_1 = a_1+b_1$, и так далее.
25.3. Если даны десятичные дроби $\alpha = a_0,a_1a_2...$ и $\beta = b_0,b_1b_2...$, причем $\alpha_n = a_0,a_1a_2...a_n$, $\alpha'_n = \alpha_n + 10^{-n}$ и $\beta_n = b_0,b_1b_2...b_n$, $\beta'_n = \beta_n + 10^{-n}$, то $\alpha+\beta$ есть та единственная десятичная дробь, которая принадлежит всем отрезкам

последовательности $([\alpha_n+\beta_n,\alpha'_n+\beta'_n])$.

25.4. Если даны десятичные дроби $\alpha=a_0,a_1a_2...$ и $\beta=b_0,b_1b_2...$, причем $\alpha_n=a_0,a_1a_2...a_n$, $\alpha'_n=\alpha_n+10^{-n}$ и $\beta_n=b_0,b_1b_2...b_n$, $\beta'_n=\beta_n+10^{-n}$, то $\alpha+\beta=\gamma$ тогда и только тогда, когда для любого номера n имеем $\alpha_n+\alpha'_n\le\gamma\le\beta_n+\beta'_n$.

26. Как определяется умножение десятичных дробей?

26.1. Если даны десятичные дроби $\alpha=a_0,a_1a_2...$ и $\beta=b_0,b_1b_2...$, причем $\alpha_n=a_0,a_1a_2...a_n$, $\alpha'_n=\alpha_n+10^{-n}$ и $\beta_n=b_0,b_1b_2...b_n$, $\beta'_n=\beta_n+10^{-n}$, то $\alpha\cdot\beta$ есть та единственная десятичная дробь, которая принадлежит всем отрезкам последовательности $([\alpha_n\beta_n,\alpha'_n\beta'_n])$.

26.2. Если даны десятичные дроби $\alpha=a_0,a_1a_2...$ и $\beta=b_0,b_1b_2...$, причем $\alpha_n=a_0,a_1a_2...a_n$, $\alpha'_n=\alpha_n+10^{-n}$ и $\beta_n=b_0,b_1b_2...b_n$, $\beta'_n=\beta_n+10^{-n}$, то при $\alpha\ge 0$, $\beta\ge 0$ $\alpha\cdot\beta$ есть та единственная десятичная дробь, которая принадлежит всем отрезкам последовательности $([\alpha_n\beta_n,\alpha'_n\beta'_n])$. Если же $\alpha\ge 0$, $\beta<0$, то $\alpha\cdot\beta$ есть дробь $-(\alpha\cdot(-\beta))$, а если $\alpha<0$, $\beta\ge 0$, то $\alpha\cdot\beta$ есть дробь $-((-\alpha)\cdot\beta)$, если же $\alpha<0$, $\beta<0$, то $\alpha\cdot\beta$ есть дробь $(-\alpha)\cdot(-\beta))$.

26.3. Произведение находится по правилу умножения «столбиком».

26.4. При неотрицательных α и β произведение находится «столбиком», а в остальных случаях используем «правила знаков».

27. Что такое тело?

27.1. Тело – это некоммутативное поле.

27.2. Тело – это кольцо с делением.

27.3. Тело – это кольцо без делителей нуля.

27.4. Тело – это коммутативное кольцо.

28. Что такое тело кватернионов?

28.1. Это множество чисел вида $a+bi+cj+dk$, где $a,b,c,d\in R$, $i^2=j^2=k^2=(ij)^2=-1$.

28.2. Это множество чисел вида $a+bi+cj+dk$, где $a,b,c,d\in R$, $i^2=j^2=k^2=(ij)^2=-1$ относительно покомпонентного сложения и умножения.

28.3. Тело кватернионов – это такое тело, которое содержит поле комплексных чисел C, содержит мнимую единицу j, причем всякий элемент тела представим в виде $a+bj$, где $a,b\in C$.

28.4. Тело кватернионов – это такое тело, которое содержит поле комплексных чисел C с мнимой единицей i, содержит новую мнимую единицу j, причем $j^2=-1$, $(ij)^2=-1$ и всякий элемент тела представим в виде $a+bj$, где $a,b\in C$.

29. Всякое рациональное число представимо в виде

29.1. конечной десятичной дроби;

29.2. бесконечной десятичной дроби;

29.3. непериодической десятичной дроби;

29.4. периодической десятичной дроби.

30. Укажите пример поля между Q и R.

30.1. $\{a+b\sqrt{2}\mid a,b\in Z\}$;

302. $\{a+b\sqrt{2} \mid a,b \in Q\}$;

30.3. $\{a+b\sqrt{2} \mid a,b \in R\}$;

30.4. $\{a+b\sqrt{2} \mid a \in Q, b \in R\}$.

31. Выполняется ли в упорядоченном поле рациональных чисел аксиома Кантора?
31.1. Да.
31.2. Да, если поле рациональных чисел рассматривать как подполе поля действительных чисел.
31.3. Да, если рациональные числа рассматривать в виде десятичных дробей.
31.4. Нет.

32. Нарисуйте диаграмму, изображающую множества Q, R, C и множество алгебраических чисел A.

33. Нарисуйте диаграмму, изображающую множества N, $2Z$, $Z+Zi$.

34. Нарисуйте диаграмму, изображающую множества $Z+Zi$, R, C.

35. Нарисуйте диаграмму, изображающую множество всех групп G, множество всех колец K, множество всех полей P и множество всех упорядоченных полей U.

36. Изобразите на одной диаграмме множество всех колец, кольцо целых чисел, множество всех полей и поле рациональных чисел.

Экзаменационные вопросы

1. Определение натурального ряда, независимость аксиом Пеано. Доказательство принципа полной математической индукции.
2. Определение сложения натуральных чисел, доказательство существования и единственности сложения.
3. Основные свойства сложения и умножения натуральных чисел. (3 свойства доказать).
4. Вспомогательные свойства, позволяющие ввести отношение «меньше» для натуральных чисел.
5. Определение отношения «меньше» для натуральных чисел, его основные свойства.
6. Определение отношения «меньше» для натуральных чисел, доказательство существования наибольшего числа для ограниченного сверху множества натуральных чисел. Линейно упорядоченное множество натуральных чисел вполне упорядочено.
7. Доказательство существования наименьшего числа для непустого множества натуральных чисел. Усиленный принцип полной математической индукции.
8. Определение системы целых чисел. Основные свойства: свойство нуля, правила знаков, коммутативность умножения целых чисел. Отсутствие делителей нуля.
9. Непротиворечивость теории целых чисел.
10. Определение системы рациональных чисел. Представление рационального числа десятичной дробью.
11. Определение системы действительных чисел. Включение Q в R. Существование и единственность целой части действительного числа.
12. Целая часть действительного числа. Представление действительных чисел десятичными дробями.
13. Линейно упорядоченное множество десятичных дробей. Конечные десятичные дроби. Свойство усиленной плотности.
14. Последовательность стягивающихся отрезков. Определение сложения и умножения десятичных дробей.
15. Свойство слабой монотонности сложения. Доказательство свойств сложения и умножения десятичных дробей.
16. Различные определения системы действительных чисел и их эквивалентность.
17. Определение системы комплексных чисел. Непротиворечивость теории комплексных чисел. Основные свойства поля комплексных чисел.
18. Кватернионы. Группа кватернионов.
19. Теорема Фробениуса.
20. Изоморфизм одноименных числовых систем.

4.3.5. Домашняя контрольная работа «30 задач на индукцию»

Подобрать и решить 30 задач на доказательства методом полной математической индукции по следующим темам:

1. Доказательства равенств.
2. Доказательства неравенств.
3. Доказательства делимости.
4. Доказательство формулы общего члена рекуррентной последовательности.
5. Доказательство геометрических утверждений.

Срок сдачи – октябрь.

Примерный перечень задач

1. Доказательство равенств

1) Докажите, что сумма первых n натуральных чисел равна $\frac{n(n+1)}{2}$.

2) Докажите, что сумма квадратов первых n натуральных чисел равна $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

3) Докажите, что $\frac{1}{1\cdot 5}+\frac{2}{5\cdot 9}+\ldots+\frac{1}{(4n-3)(4n+1)}=\frac{n}{4n+1}$.

4) Докажите, что $5+45+325+\ldots+(4n+1)\cdot 5^{n-1}=n\cdot 5^n$.

5) Докажите, что

$$(a_1+a_2+\ldots+a_n)^2=a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2+2a_1a_2+2a_1a_3+\ldots+2a_{n-1}a_n$$

6) Докажите тождества

$$\frac{x}{1-x^2}+\frac{x^2}{1-x^4}+\frac{x^4}{1-x^8}+\ldots+\frac{x^{2^{n-1}}}{1-x^{2^n}}=\frac{1}{1-x}\cdot\frac{x-x^{2^n}}{1-x^{2^n}};$$

$$(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\ldots(1+x^{2^{n-1}})=1+x^2+x^3+\ldots+x^{2^n-1}.$$

7) Найдите и докажите формулы:

$$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}^k,\quad \begin{pmatrix}\alpha&0&0&0\\0&\alpha&0&0\\0&0&\alpha&0\\0&0&0&\alpha\end{pmatrix}^k,\quad \begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}^k,\quad \begin{pmatrix}0&1&0&0&\ldots&0\\0&0&1&0&\ldots&0\\0&0&0&1&\ldots&0\\ \ldots&\ldots&\ldots&\ldots&\ldots&\ldots\\0&0&0&0&\ldots&0\end{pmatrix}^k.$$

2. Доказательство неравенств

Докажите неравенства: 1) $5^n>7n-3$ при любом натуральном n;

2) $2^n-1>n(n+1)$ при любом натуральном $n\geq 7$;

3) $3^n\geq 2^n+n$ при любом натуральном n;

4) $4^n\geq 3^n+n^2$ при любом натуральном n;

5) $4^n>3^n+2^n+n$ при $n\geq 2$; 6) $\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{3n+1}>1$

7) $\frac{(2n)!}{(n!)^2}>\frac{4^n}{n+1}$; 8) $|\sin n\alpha|\leq n|\sin\alpha|$;

9) $x^n + x^{n-2} + x^{n-4} + ... + \frac{1}{x^{n-4}} + \frac{1}{x^{n-2}} + \frac{1}{x^n} \geq n+1$.

10) $\sqrt{n} < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + ... + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n}$, $n > 1$.

3. Доказательство делимости

Докажите, что для любого натурального числа n:

1) $6^{2n-1} + 1 \vdots 7$; 2) $7^n + 3n - 1 \vdots 9$; 3) $7^{n+2} + 8^{2n+1} \vdots 57$; 4) $4^n + 15n - 1 \vdots 9$; 5) $5^n - 3^n + 2n \vdots 4$; 6) $6^{2n} + 19^n - 2^{n+1}$ кратно 17.

4. Доказательство формулы общего члена последовательности, заданной рекуррентно

1) Дано: $a_1 = 4$, $a_{n+1} = 3a_n - 2$. Докажите, что $a_n = 3^n + 1$.

2) Дано: $a_1 = 1$, $a_2 = 9$, $a_{n+2} = 9a_{n+1} - 20a_n$. Докажите, что $a_n = 5^n - 4^n$.

3) Дано: $a_1 = 3$, $a_2 = 15$, $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 4a_n$. Докажите, что $a_n = 4^n - 1$.

4) Дано: $a_1 = 29$, $a_2 = 85$, $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$. Докажите, что $a_n = 2^n + 3^{n+2}$.

5) Последовательность Фибоначчи задана рекуррентно: $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_{n-1} + a_n$. Докажите, что: $a)$ $a_1 + a_3 + ... + a_{2n+1} = a_{2n+2}$, $b)$ $1 + a_2 + a_4 + ... + a_{2n} = a_{2n+1}$.

6) Последовательность задана рекуррентно: $a_1 = 5$, $a_2 = 7$, $a_{n+1} - 2a_n + a_{n-1} = 0$. Выразите a_n через n.

7) Последовательность задана рекуррентным соотношением $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 4a_n$ с начальными значениями $a_1 = 3$, $a_2 = 15$. Докажите, что: $a)$ все члены последовательности делятся на 3;

$b)$ все члены последовательности с четными номерами делятся на 5.

5. Доказательства по индукции в геометрии

1) На сколько частей разделят плоскость n прямых плоскости, проходящих через одну точку?

2) На сколько интервалов разделят прямую n ее точек?

3) Докажите, что n плоскостей пространства, из которых каждые три пересекаются и никакие четыре не имеют общей точки, делят пространство на $\frac{(n-1)n(n+1)}{6} + n + 1$ частей.

4) В плоскости проведено n окружностей так, что каждые две из них пересекаются в двух точках и никакие три не имеют общей точки. Докажите, что при этом плоскость разбивается на $n^2 - n + 2$ частей.

5) Докажите, что сторона правильного 2^n-угольника выражается через радиус R описанной окружности выражается формулой:

$$a_n = R\sqrt{2-\underbrace{\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}}_{n}}\ .$$

6) На сколько треугольников n-угольник может быть разбит своими непересекающимися диагоналями?
7) Докажите, что сумма внутренних углов выпуклого n-угольника равна $2d(n-2)$.

Используемые источники:

1. М.Л.Галицкий, М.М.Мошкович, С.И.Шварцбурд, Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа. М.: «Просвещение», 1990.
2. Н.Я.Виленкин, Г.С.Сурвилло, Ф.С.Симонов, А.И.Кудрявцев Алгебра 9. М.: «Просвещение», 1998.
3. М.Л.Галицкий, А.М.Гольдман, Л.И.Звавич, Сборник задач по алгебре 8-9. М.: «Просвещение», 1997.
4. И.С.Соминский, Л.И.Головина, И.М.Яглом, О математической индукции. М.: «Наука», 1967.

4. Учебные ресурсы

4.1. КАРТА ЛИТЕРАТУРНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

«Информационные технологии в курсе высшей алгебры»

Направление подготовки: 44.04.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы

«Информационные и суперкомпьютерные технологии в математическом образовании»

Квалификация: магистр

по заочной форме обучения

(общая трудоемкость 2 з.е.)

Наименование	**Место хранения/ электронный адрес**	**Кол-во экземпляров/точек доступа**
ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА		
Ларин С.В. Числовые системы. – М.: Академия, 2001.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	10
Нечаев В.И. Числовые системы. – М.: Просвещение, 1975.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	10
. Ларин С.В. Что такое натуральные числа? Книга для учащихся. – Москва: "Просвещение", 1996. – 78 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	10
Ларин С.В. Числовые системы. Учебное пособие для академического бакалавриата – М. : «Юрайт», 2017. 177 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	4
Феферман С. Числовые системы. – М.: Наука, 1971.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	1
ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА		
Ларин С.В. Вычисления с помощью виртуальных геометрических инструментов. Ж. «Математика в школе», №8. 2007, с. 35-43.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	1
Ларин С.В. Целые числа и житейские представления о них. Журнал "Математика в школе", №2, 2001. с 44-49.		1

Ларин С.В. Использование анимационных рисунков на уроках алгебры. Математика в школе №1, 2021, с. 40-49.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	1
Ларин С.В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля. Учебное пособие для академического бакалавриата. – М.: Издательство Юрайт, 2018. 160 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	2
Нечаев В.И. Числовые системы. – М.: Просвещение, 1975.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	10
Н.Я.Виленкин, О.С.Ивашов-Мусатов, С.И.Шварцбурд Алгебра и математический анализ, 11 кл. – М.: «Просвещение», 1996.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	10
И.С.Соминский, Л.И.Головина, И.М.Яглом О математической индукции. – М.: «Наука», 1967.		1
. Кантор И.Л., Солодовников А.С. Гиперкомплексные числа. – М.: Наука, 1973, с.144.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	2
Понтрягин Л.С. Обобщения чисел. – М.: Наука, 1986, с.177.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	2
Проскуряков И.В. Понятия множества, группы, кольца и поля. Теоретические основы арифметики. – в кн.: Энциклопедия элементарной математики, книга 1. Арифметика. – М.: ГТТЛ, 1951, с.76-252.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	2
Ларин С.В. Что такое числа, какие они бывают и чему служат. В сборнике «Популярные лекции по современным вопросам науки и техники для молодежи. Лучшие лекции 2005 года». Красноярский краевой фонд науки, Красноярск, 2006	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	1
Межвузовская электронная библиотека (МЭБ)	https://icdlib.nspu.ru/	Индивидуальный неограниченный доступ

Согласовано:

Главный библиотекарь / / Фортова А.А.

(должность структурного подразделения) (подпись) (Фамилия И.О.)

4.2. Карта материально-технической базы дисциплины «ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ»

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Направленность (профиль) образовательной программы Математика

Квалификация: БАКАЛАВР

по заочной форме обучения

(общая трудоемкость 2 з.е.)

Аудитория	Оборудование
для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-15	Проектор-1шт., компьютер-12шт., маркерная доска-1шт., интерактивная доска-1шт.
для самостоятельной работы	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-02 Читальный зал	Компьютер-10шт., принтер-1шт.

Аудитория	Лицензионное программное обеспечение
для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-15	Microsoft® Windows® 8.1 Professional (OEM лицензия, контракт № 20А/2015 от 05.10.2015); Kaspersky Endpoint Security – Лиц сертификат №1B08-190415-050007-883-951; 7-Zip - (Свободная лицензия GPL); Adobe Acrobat Reader – (Свободная лицензия); Google Chrome – (Свободная лицензия); Mozilla Firefox – (Свободная лицензия); LibreOffice – (Свободная лицензия GPL); XnView – (Свободная лицензия); Java – (Свободная лицензия); VLC – (Свободная лицензия); Живая математика 5.0 (Контракт НКС-ДБ-294/15 от 21.09.2015, лицензия № 201515111); GeoGebra (Свободно распространяемая в некоммерческих (учебных) целях лицензия)
для самостоятельной работы	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-02 Читальный зал	Альт Образование 8 (лицензия № ААО.0006.00, договор № ДС 14-2017 от 27.12.2017