МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики и информатики
(полное наименование института/факультета)

Выпускающая кафедра Математики и методики обучения математике
(полное наименование кафедры)

Багачук Сергей Архипович

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Тема: «Формирование алгоритмической деятельности на основе применения динамических адаптивных тестов по математике»

Направление подготовки/специальность 44.04.01 Педагогическое образование
(код и наименование направления)

Магистерская программа Математическое образование в условиях ФГОС
(наименование программы)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой:
доктор пед. наук, профессор
КГПУ им. В.П. Астафьева Л.В. Шкерина
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

(дата и подпись)

Руководитель магистерской программы
доктор пед. наук, профессор
КГПУ им. В.П. Астафьева Л.В. Шкерина
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

(дата и подпись)

Научный руководитель
доктор пед. наук, профессор
КГПУ им. В.П. Астафьева П.П. Дьячук
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

(дата и подпись)

Обучающийся Багачук С.А.

(дата и подпись)

Красноярск 2021

Содержание

Введение

Мир меняется каждый день, и день сегодняшний – это эпоха глобальных изменений, которыми движет новый век информационных технологий и обилия всевозможной информации. Успех современного человека будет зависеть от скорости применения новой информации к текущим проблемам и возможностям. Сохранение, передача и извлечение информации, в сущности, зависят от технологий, но скорость ее применения определяется людьми. Эффективное применение означает, что людям, и всему обществу в целом понадобится научиться изменять ход своих привычных действий после получения новой информации. Поскольку в поле нашего внимания она попадает постоянно, то и обучение должно быть постоянным.

С учетом современного понимания принципов обучения в качестве главного объяснения возникновения типичных недостатков обучения можно предположить, что до сих пор применяющиеся традиционные единообразные подходы устарели [22, 44].

Целью профессионального образования является подготовка специалиста, умеющего успешно выполнять профессиональные задачи на высоком уровне: быстро, точно, оригинально решать как ординарные, так и неординарные задачи в определенной предметной области. Наряду с требованиями профессиональных задач, которые должен уметь решать будущий специалист, современной профессиональной системой образования предъявляются ряд требований к его общему интеллектуальному развитию, к его способностям охватывать суть проблемы, не обязательно только в будущей работе, видеть оптимальные способы решения задач, прогнозирование [10].

В связи с этим, особо актуальным является изучение психолого-педагогических особенностей формирования алгоритмической деятельности обучающихся как ведущего показателя успешности их учебной деятельности.

В своей практической деятельности люди издавна подмечали аналогичное, повторяющееся в различных явлениях, вещах, поступках, и сознательно придумывали последовательность операций, которые приводили к нужному результату. Эта специфика человеческой деятельности, обучения была подмечена во второй половине XX века. Тогда появились такие понятия как «предписание алгоритмического типа» (Л.Н. Ланда, 1966), «расплывчатые алгоритмы» (Л. Заде, 1968) и целой гаммы других понятий (Б.В. Бирюков, Е.С. Геллер, 1973) [34]. В образовательном процессе алгоритмическая деятельность применима при изучении прежде всего математики, физики и дисциплин, в которых можно информацию перенести в виде детерминированного предписания.

В федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования (ФГОС ООО) [45] зафиксировано, что личностные результаты освоения основной образовательной программы обучающихся основного общего образования по математике должны отражать: развитие алгоритмического мышления; развитие умений составить и записать алгоритм для конкретного исполнителя; формирование знаний, касающихся алгоритмических конструкций; знакомства с основными алгоритмическими структурами – линейной, разветвляющейся и циклической. Всё выше сказанное подтверждает актуальность данного исследования.

Цель исследования: разработать и апробировать методику формирования алгоритмической деятельности студентов в процессе их математической подготовки на основе применения динамических адаптивных тестов.

Объект исследования: процесс обучения математике обучающихся высшей школы.

Предмет исследования: формирование алгоритмической деятельности студентов.

Гипотеза исследования. Если в процессе обучения математике использовать специально разработанную методику формирования алгоритмической деятельности студентов на основе применения динамических адаптивных тестов, то это позволит индивидуализировать процесс обучения и повысить его эффективность.

Для достижения цели исследования в соответствии с выдвинутой гипотезой в ходе исследования решались следующие задачи:

1. обобщить основные теоретические подходы к содержанию понятия алгоритмическая деятельность;

2. конкретизировать сущность понятия индуктивного порога как характеристики алгоритмической деятельности;

3. определить принципы организации математической подготовки студентов на основе применения динамических адаптивных тестов;

4. разработать методическое обеспечение математической подготовки студентов, способствующее формированию их алгоритмической деятельности;

5. провести апробацию и описать ее результаты.

Квалификационная работа состоит из введения; двух глав, заключения, библиографического списка и приложений.

Во введении обосновывается актуальность темы исследования. Сформулированы проблема, объект, предмет, цель, гипотеза и задачи исследования.

Первая глава содержит обзор психолого–педагогических теорий алгоритмической деятельности обучающихся.

Во *второй главе* представлена модель компьютерной диагностики формирования алгоритмической деятельности студентов, описана опытно-экспериментальная работы и ее результаты.

Глава 1. Психолого-педагогические основы алгоритмической деятельности студентов в процессе обучения математике

1.1. Структура и содержание алгоритмической деятельности

Человеку в процессе его деятельности приходится решать огромное количество самых разнообразных практических и теоретических задач. Решая эти задачи, он выступает как управляющая система, преобразующая определенные объекты или информацию о них. Чтобы решение задач было успешным, человек должен владеть определенными методами решения. Но для этого его надо им обучить, а он должен их усвоить. В тех случаях, когда методы в готовом виде человеку не даны или вообще неизвестны, он должен уметь самостоятельно их открыть. Это, в свою очередь, требует специального обучения методам самостоятельного открытия методов.

Как известно, «поручая» машине решение определенных задач, мы либо вооружаем ее определенными алгоритмами решения, либо вкладываем в нее некоторый алгоритм поиска алгоритмов, который позволяет ей самой открыть алгоритм решения с тем, чтобы затем его применять. Встает вопрос: чем надо вооружать людей и что надо в них «вкладывать», ставя перед ними определенные задачи? Следует ли, в частности, вооружать их алгоритмами решения задач и алгоритмами поиска, специально этим алгоритмам обучая? Ведь люди являются самыми совершенными самонастраивающимися, самообучающимися системами, способными самостоятельно вырабатывать алгоритмы или находить пути неалгоритмического решения задач даже в тех случаях, когда алгоритмов не существует или они неизвестны. Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо рассмотреть, с какими задачами приходится иметь дело людям в ходе своей практической и теоретической деятельности и владение какими методами требуется для решения этих задач.

Остановимся, прежде всего, на вопросе о том, какие задачи можно, целесообразно или необходимо решать посредством алгоритмов, а какие нет.

Общая классификация основных типов задач с интересующей нас точки зрения может быть представлена следующим образом (рис. 1).

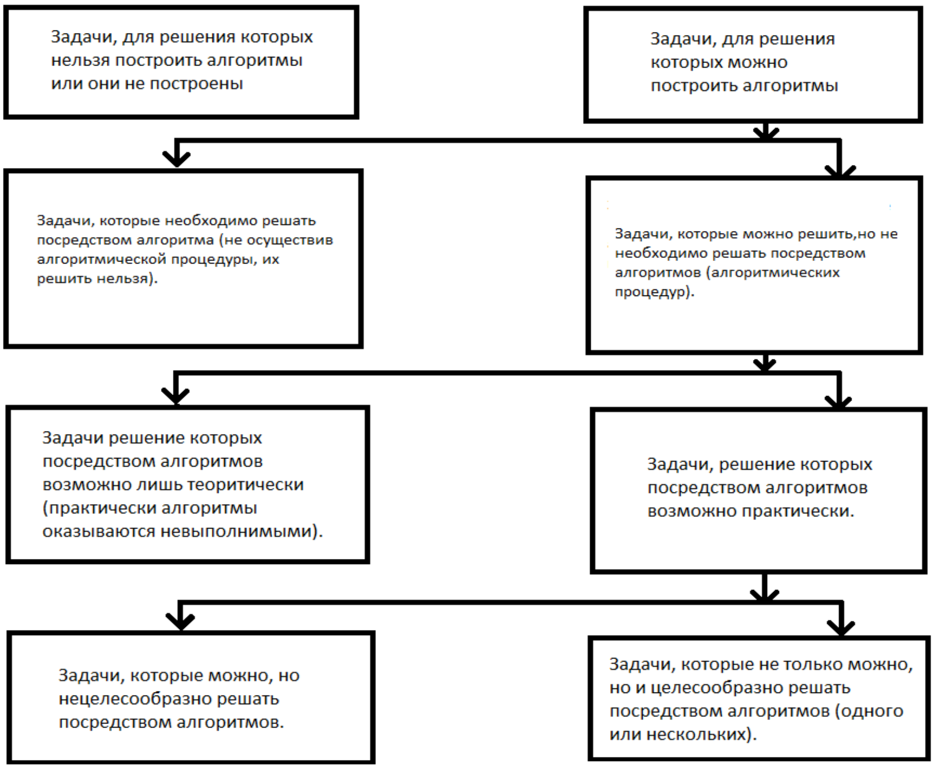

Рисунок 1. Классификация задач

Рассмотрим более подробно основные из этих типов задач.

Совершенно естественно, что задачи, для решения которых нельзя построить алгоритмов или они не построены, не могут быть посредством алгоритмов решены и обучать таким алгоритмам невозможно.

Перейдем к рассмотрению задач, для которых можно построить алгоритмы. Начнем с задач, которые необходимо решать посредством алгоритмов.

Таких задач очень много. Это задачи, которые требуют для своего решения осуществления определенной системы операций, причем обязательно в строгой последовательности. Не осуществив нужной системы операций или нарушив необходимую их последовательность, решить задачу невозможно. Много примеров таких задач дает производственная и практическая деятельность (включение приборов и механизмов, управление машинами, регулирование производственных процессов и т.д. и т.п.). Не меньшее количество таких задач встречается в учебной деятельности (например, при изучении математики, химии и других предметов).

Ряд примеров грамматических задач, правильное решение которых может быть получено только при выполнении операций в определенной последовательности, приведены, в частности, в работах Г. Г. Граник [12, 13], А.В. Поляковой [36] и др. А. В. Полякова, например, проанализировав одну из ошибок, возникающую у учащихся в связи с нарушением ими определенной последовательности операций в процессе решения грамматической задачи, пишет: «Из сказанного вытекает вывод: учителю самое серьезное внимание надо уделить последовательности записей учащихся при проверке слов (речь идет об одном приеме выработки правильной последовательности действий при решении грамматических задач). В подавляющем большинстве случаев запись ведется в неправильном порядке: сначала пишется слово с определяемой орфограммой, а потом записываются проверочные слова. Нужно приучить к записи в обратном порядке: сначала проверочные слова, а потом проверяемые. Иначе проверка теряет всякий смысл» [36, с. 34].

Необходимость строгой последовательности операций при решении рассматриваемого типа задач связана с определенной «стадийностью» преобразования тех объектов, которое осуществляется посредством этих операций. Как только приходится решать задачу, где каждый последующий акт преобразования исходного объекта направлен на результат предыдущего акта, так оказывается существенной последовательность этих актов. Не зная алгоритмов решения подобных задач или не осуществив определенной алгоритмической процедуры, решить эти задачи невозможно. Отсюда значение обучения такого рода алгоритмам. Некоторые из этих задач могут быть решены посредством одного единственного алгоритма, единственно возможной системы операций, другие могут иметь различные алгоритмы решения, т. е. решаться посредством различных систем операций, но внутри каждой системы последовательность операций должна быть строго определенной. Важный вопрос, который встает при решении задач, имеющих различные алгоритмы решения, – это вопрос о том, какой из алгоритмов в каких именно условиях является более рациональным. Но это особый вопрос, и он будет специально обсужден ниже.

Мы рассмотрели задачи, которые не могут быть решены посредством алгоритмов, и задачи, которые не могут быть решены без посредства алгоритмов, без осуществления алгоритмического процесса. Перейдем к рассмотрению задач, которые можно, но не необходимо решать посредством алгоритмов, и прежде всего задач, для решения которых могут быть построены алгоритмы, но эти алгоритмы столь сложны, что практически невыполнимы.

Задачи, решение которых по алгоритму возможно лишь теоретически (практически алгоритм оказывается невыполнимым). Наиболее известным примером такого рода задач является задача отыскания наилучшего хода в шахматной игре. Поскольку в шахматах существует конечное число позиций, в каждой позиции – конечное число возможных действий (ходов), то для отыскания наилучшего хода можно в принципе построить алгоритм, который будет представлять собой некоторый алгоритм перебора всех возможных ходов в каждой из возникающих на доске позиций и тем самым всех возможных партий. Однако количество возможных позиций и ходов при игре в шахматы столь велико, что осуществление этого алгоритма оказывается практически невозможным. Подсчитано, что если бы этот алгоритм был составлен и заложен в электронную вычислительную машину, выполняющую миллионы операций в секунду, то поиск наилучших ходов в шахматной партии потребовал бы необозримого времени.

К этому классу задач принадлежат, однако, не только задачи на отыскание наилучшего хода в шахматной игре. Примером из школьной практики могут служить геометрические задачи на доказательство. Для решения школьных геометрических задач в принципе можно построить алгоритмы, аналогичные алгоритмам перебора при игре в шахматы. Однако решать задачи на основе этих алгоритмов было бы практически невозможно, так как они тоже потребовали бы огромного перебора. Ясно, что этим алгоритмам было бы невозможно и учить. Выход состоит в том, чтобы построить методы, которые значительно сузили бы область поиска решения и позволили бы решать задачи, не осуществляя полного перебора всех возможных вариантов действий. Такими методами являются так называемые эвристические методы, о которых мы говорили в предисловии к этой работе. Эвристические методы предполагают опору на накопленный опыт решения задач и использование этого опыта для определения направления поиска, с наибольшей вероятностью ведущего к решению. Эвристические методы могут отличаться друг от друга степенью определенности указаний, входящих в соответствующие предписания. Однако степень определенности указаний может быть столь велика, что эвристические методы могут быть формализованы и представлены в виде алгоритмов, по которым может работать электронная вычислительная машина.

Указаны примеры некоторых задач, для которых в принципе можно построить алгоритмы, но эти алгоритмы оказываются практически невыполнимыми. Рассмотрим теперь задачи, для которых можно построить практически выполнимые алгоритмы. Однако, как это ясно из приведенной выше схемы (рис. 1), не всякую задачу, которую можно решить посредством алгоритма, целесообразно так решать. Поскольку этот класс задач весьма важен, рассмотрим его подробнее.

Задачи, которые можно, но нецелесообразно решать посредством алгоритмов. Первый пример относится к задачам, с трудом поддающимся формализации, т. е. к задачам, для которых трудно составить однозначные предписания, полностью детерминирующие процесс решения. Таковы, в частности, некоторые грамматические задачи. Рассмотрим одну из них, а именно задачу на определение правописания приставок пре- и при-. В стабильном учебнике русского языка для средней школы С. Г. Бархударова и С. Е. Крючкова [3] правила правописания этих приставок излагались так

«Чтобы не ошибиться в правописании приставок пре- и при.-, надо понимать их значение.

Приставка при- имеет два основных значения. Во-первых, она обозначает сближение, соединение с чем-нибудь, а также нахождение вблизи чего-нибудь, например: приехать, прибежать,

приклеить, прикупить; прибрежный, приморский, пригород. Во-вторых, она обозначает неполноту действий, например: прилечь, присесть, притворить.

Приставка пре- имеет тоже два основных значения. Во-первых, обозначает высокую степень качества или действия, например: предобрый, премилый; преувеличивать, превысить. Во-вторых, она имеет значение, близкое к приставке пере-, например: прервать (перервать), преломление (переломиться).

Во многих словах значение приставок пре- и при- объяснить трудно, например: преследовать, пренебрегать, знаки препинания и др. Правописание таких слов надо запомнить» [3, с.41].

В этих правилах указаны условия написания каждой приставки, но прямо не указано, что надо делать, как надо рассуждать, чтобы определить написание приставки в том или ином слове. А. В. Полякова на основе указанных в учебнике признаков сформулировала два возможных пути решения задачи на определение того, какую приставку надо писать в слове. Приведем их в формулировке А. В. Поляковой:

«1. Путь допущения. Если это при-, то должно было бы быть одно из таких значений этой приставки: или присоединение, или приближение, или нахождение около чего-нибудь, или неполнота действия — и не могло бы быть значений приставки пре-: или высокая степень качества, или высокая степень действия, или приставка пре- близка по значению к пере-. Посмотрим, какое значение подходит. Подходит вот это. При этом значении пишется приставка при- (пре-).

Таким образом, идя этим путем, необходимо пробовать все значения, а выбрать одно.

2. Путь определения лексического значения слова. Какая мысль выражена в данном слове? Данное слово обозначает... При этом пишется приставка при-(пре-).

Этот второй путь ведет к непосредственному выбору смыслового значения слова. Надо сказать, что очень часто непосредственно определить значение слова трудно. Поэтому необходимо рекомендовать предварительно сравнивать разные значения и на основе сравнения выбирать наиболее подходящее» [Пол, с. 15].

Хотя А. В. Полякова не сформулировала пути решения задачи в виде предписаний, прямо обращенных к действиям учащихся, сформулировать такие предписания на основе сказанного ею легко. Например, для первого пути это можно сделать так.

Чтобы определить, какую приставку (пре- или при-) следует писать в слове, надо:

1) допустить, что оно имеет приставку при-.

2) проверить, обозначает ли слово присоединение.

Если да, то писать приставку при-.

Если нет, то

3) Проверить, обозначает ли слово приближение.

Если да, то писать приставку при-. Если нет, то проверить, обозначает ли слово нахождение около чего- нибудь и т.д.

Аналогичное предписание можно составить для второго пути определения правописания приставки.

Если поставить вопрос, будет ли такое предписание алгоритмическим, то на него надо ответить отрицательно. Это предписание не алгоритмическое, так как апеллирует к таким семантическим операциям, которые не являются достаточно элементарными и которые поэтому не могут быть во всех случаях однозначно выполнены даже одним и тем же учеником.

Тот или иной результат выполнения операции целиком зависит от особенностей индивидуального опыта ученика, даже от чисто случайных ассоциаций, могущих возникнуть у него в процессе восприятия слова, которое надо писать. В связи с этим, правильно определив значение одного слова и правильно написав в этом случае приставку, ученик может, следуя тому же предписанию, неправильно определить значе¬ние другого слова и допустить ошибку. Примеры таких ошибок можно найти в любой методической работе, посвященной этой теме.

Таким образом, данное предписание не полностью детерминирует процесс решения задачи учеником и действия по этому предписанию не обеспечивают безошибочного написания приставки во всех случаях, хотя, как показала А. В. Полякова, обучение этому предписанию и уменьшает количество ошибок по сравнению с таким способом обучения, когда учащимся вообще не показывают, как надо рассуждать при решении задач данного типа.

Возникает следующий вопрос. Если приведенное выше предписание не является алгоритмическим, то можно ли для этой и подобных ей задач построить алгоритмические предписания, которые бы полностью и однозначно детерминировали действия учащихся и обеспечивали безошибочное написание приставок во всех случаях? Поскольку количество слов, в которых надо определять написание приставок, является конечным, то соответствующее алгоритмическое предписание построить можно. Оно, однако, будет включать в себя операцию обращения к словарю. Алгоритм, включающий операцию обращения к словарю, обеспечит безошибочное написание приставок во всех случаях. Но действовать по такому алгоритму нецелесообразно: нельзя всегда носить с собой словарь; искать в словаре каждое слово долго и неудобно. Учащихся потому и обучают грамматическим правилам и предписаниям, подобным приведенному, чтобы у них не было надобности обращаться каждый раз к словарю.

Мы рассмотрели пример, когда для решения некоторых классов задач можно составить практически выполнимые алгоритмические предписания, руководствоваться которыми, однако, нецелесообразно, так как это порождает ряд трудностей, неудобств, требует значительных затрат времени и т. п. Рассмотрим пример другого рода, когда следование алгоритму может привести к нерациональному решению задачи.

Как известно, при обучении тождественным преобразованиям в алгебре отчетливо проявляется стремление строго алгоритмизировать все действия учащихся. Это делается примерно по следующей схеме. Для алгебраических выражений, рассматриваемых на каждом отдельном этапе обучения тождественным преобразованиям, выбирается и фиксируется некоторый специальный канонический вид, и обучение технике тождественных преобразований сводится к тому, что учащиеся привыкают приводить каждое алгебраическое выражение к этому каноническому виду и производить действия над алгебраическими выражениями, записанными в таком виде. Если уже для рациональных алгебраических выражений такой подход не во всех случаях является целесообразным (бывают задачи, которые можно решить более экономно, не приводя выражение к каноническому виду), то при переходе к тождественным преобразованиям иррациональностей понятие канонического вида алгебраического выражения теряет свой точный математический смысл; вместе с тем теряет смысл строгая алгоритмизация процессов преобразования. Но указанная выше схема в практике обучения по инерции продолжает действовать. При этом в качестве «канонического вида» дробно-иррациональных алгебраических выражений практически используется представление этих выражений в виде дробей с рациональными знаменателями. В результате у учащихся вырабатывается устойчивая привычка одно из преобразований — освобождение от иррациональности в знаменателе дроби — рассматривать как нечто универсально необходимое и выполнять его каждый раз перед тем, как приступить к каким бы то ни было операциям над иррациональными алгебраическими дробями. Производить действия над иррациональными дробями, минуя это преобразование, учащиеся часто вовсе не умеют,— этому их не учат. При обычной системе обучения достигается возможность решать все задачи на тождественные преобразования иррациональностей некоторым единообразным, заранее указанным путем (т. е. посредством некоторого единого алгоритма), однако этот путь оказывается, как правило, гораздо более длинным и громоздким, чем применение в каждом отдельном случае соответствующих этому случаю частных приемов. Такие частные приемы не допускают полной алгоритмизации (хотя бы потому, что разложение на множители в области иррациональных выражений оказывается неоднозначным), и, очевидно, по этой причине учащихся им часто не обучают.

Сказанное может быть иллюстрировано на примере одной задачи из стабильного задачника по алгебре, где требуется упростить выражение:

$$\left(\frac{2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}\cdot\frac{a-\sqrt{ab}+b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right)\div 4\sqrt{ab} \qquad (1)$$

Числитель последней дроби оказывается таким же, как знаменатель второй дроби в выражении (1), но не в ее преобразованном виде. Поэтому (если мы уж пошли по такому пути) следует признать преобразование второй дроби выполненным напрасно, вернуться к первоначальному виду этой дроби и произвести сокращение при умножении. Однако учащиеся, слепо следуя общему алгоритму, часто не обращают внимания на подобного рода обстоятельства и, преобразовав однажды вторую дробь, имеют дело в дальнейшем только с ее новой формой. Таким образом, далее следует имеют дело в дальнейшем только с ее новой формой. Таким образом, далее следует непосредственное перемножение дробей (при этом непосредственное перемножение числителей представляет собой довольно громоздкое действие), и лишь после этого в числителе полученной дроби выделяется рациональный множитель $a^3 - b^3$ и производится сокращение.

Этот пример показывает, насколько снижается в иных случаях уровень преобразований иррациональных выражений алгоритмизацией путей этих преобразований: задачи, которые могут решаться в уме, превращаются в процессе обучения в задачи значительной сложности; сплошь и рядом на решение одной-двух таких задач тратится по целому уроку.

Для того чтобы выполнять (и притом разумно) тождественные преобразования даже несложных иррациональных выражений, учащийся должен не только свободно владеть техникой выполнения элементарных преобразований, но и уметь бегло оценивать в каждом конкретном случае возможность и целесообразность применения тех или иных преобразований, что требует выработки специальных навыков ориентировки. Разумеется, поскольку тождественные преобразования иррациональностей, выполняемые в средней школе, охватывают лишь конечное число различных случаев, в принципе возможно перечислить все такие случаи с указанием наилучшего способа решения в каждом из них, т. е. сформулировать алгоритм кратчайшего выполнения действий над иррациональными алгебраическими выражениями, пригодный для всех таких случаев. Однако сам такой алгоритм был бы по своей формулировке необозримо громоздким, и обучение ему было бы очевидной педагогической нелепостью. С другой стороны, из изложенного видно, что алгоритмы, простые по своей формулировке (а формулировка традиционного алгоритма преобразования дробно-иррациональных выражений весьма несложна), могут быть слишком сложными в отношении своей реализации и вести к нерациональному решению задачи.

Рассмотрим еще одну группу задач, для решения которых можно построить алгоритмы, но решать которые посредством алгоритмов нецелесообразно. Это задачи, решить которые легче путем проб, причем количество возможных проб сравнительно невелико. Такие задачи довольно часто встречаются как в обыденной жизни, так и в производственной, а также учебной деятельности. Простейшим примером подобной задачи, например из алгебры, является задача, которая встает при решении уравнений первой степени с одним неизвестным.

Для решения уравнения, как знает каждый школьник, необходимо члены, содержащие неизвестное, перенести в одну сторону, а свободные члены в другую. В принципе совершенно безразлично, какие члены в какую именно сторону переносить, но допустим, мы хотим, чтобы при переносе членов с неизвестными в одну сторону, а свободных членов в другую и приведения подобных членов коэффициент при неизвестном был положительным. Нетрудно составить алгоритм, действуя по которому можно определить, в какую сторону в тех или иных случаях предпочтительно перенести свободные члены и члены, содержащие неизвестное. Однако составлять такой алгоритм и пользоваться им нецелесообразно. Гораздо экономнее мысленно попробовать перенести неизвестное в одну какую-либо сторону и посмотреть, с каким знаком окажется неизвестное. Если со знаком плюс, то проба была правильной, если со знаком минус, то ошибочной и надо перенести неизвестное в другую сторону.

Таким образом, пробы с последующей оценкой их результатов по некоторому критерию являются в ряде случаев более экономным способом решения задачи, чем действия по алгоритму. Именно поэтому человек нередко использует метод проб как более рациональный. Надо сказать, что во многих случаях задачи частично решаются человеком методом проб, частично (на определенных этапах) по алгоритму. Особенностью человека, как мы уже говорили, является то, что он может быстро и гибко переходить с одной программы решения к другой, что он является «многопрограммной» системой.

Объективной предпосылкой возможности решить задачу путем проб является знание решающим того конечного результата, который должен быть получен в итоге решения. С этой точки зрения, задачи можно разделить на два типа, которые можно условно назвать задачами с заранее известным конечным результатом и задачами с заранее неизвестным конечным результатом.

К первому типу задач принадлежит, например, задача открыть замок, если утерян ключ (конечное состояние замка, которое надо получить в результате решения, здесь точно известно), задача поддерживать температуру в печи в пределах от а до b градусов (температура, которую надо получить в итоге действий, здесь заранее известна), задача синтезировать некоторое химическое вещество с заранее заданными свойствами, задача доказать некоторое математическое предложение и многие другие.

Ко второму типу задач принадлежат, например, такие: задача сложить одно число с другим, например 18191 и 39 944 (какое число надо получить — и должно получиться — в результате сложения, заранее неизвестно) и ряд других.

Если задачи с заранее известным конечным результатом возможно и в ряде случаев целесообразно решать путем проб, то задачи с неизвестным конечным результатом решать путем проб нецелесообразно, а часто даже и невозможно. В самом деле, если заранее неизвестно, какое число должно получиться в результате сложения 18 191 и 39944, то пытаться решать задачу посредством проб бессмысленно, так как отсутствует критерий того, какая проба правильная, а какая неправильная, какая привела к нужному результату, а какая не привела.

Однако в подобных случаях (т. е. при решении задач с неизвестным конечным результатом) обычно можно самостоятельно найти (открыть) алгоритмы решения. Но для этого необходимо знание и использование либо косвенных критериев оценки правильности проб, либо оценка правильности проб другими людьми. В ряде случаев в качестве критерия могут выступать образцы конечного продукта, с которыми человек сталкивается в процессе жизни и деятельности (например, человек сталкивается с правильным написанием слов в книге). Процесс самостоятельного открытия алгоритма происходит в этих случаях так. Человек строит какую-либо гипотезу о способе действий и пробует эти действия применить (это может быть одно действие или целая цепь действий). Если проба привела к положительным результатам (это оценивается на основе имеющихся в его распоряжении критериев или другими людьми), то эти действия запоминаются и принимаются в качестве возможного алгоритма. Этот алгоритм затем проверяется путем решения задач с другими условиями. Если же проба к положительному результату не привела, то строится другая гипотеза и производится другая проба, результаты которой также оцениваются на основе имеющихся критериев или другими людьми, и так до тех пор, пока человек не найдет действий, которые приведут к правильному результату. Именно таким образом некоторые учащиеся, например, самостоятельно открывают грамматические алгоритмы, если их этим алгоритмам не обучают.

Как мы сказали выше, многие грамматические задачи являются задачами с неизвестным конечным результатом. Поэтому найти алгоритм посредством проб с оценкой результатов по прямому критерию, т. е. используя в качестве критерия требуемый конечный результат, часто невозможно, так как этот конечный результат неизвестен. Оценкой, которая при поисках алгоритма ориентирует ученика в правильности или неправильности его гипотез и проб, является в этих случаях оценка преподавателя или — реже — самооценка, возникающая в результате сопоставления результатов своих проб с какими-то косвенными критериями. Если ученик написал, например, слово правильно, то тем самым подтверждается гипотеза, из которой он исходил, или проба, которую он произвел (затем эта гипотеза проверяется при решении других задач), если же он ошибся, то гипотеза отвергается. Указание учителем ошибки или самостоятельное ее обнаружение на основе сопоставления результатов своих действий, например, с каким-то образцом является стимулом к поискам другой гипотезы и осуществлению других проб. Так, в результате испытания различных гипотез и проб и на основе оценки преподавателя или самооценки некоторым ученикам (обычно наиболее способным, с гибким мышлением) удается самостоятельно найти (открыть) алгоритм решения задач того или иного типа.

Приведем еще один пример задач, решать которые посредством алгоритма может оказаться нецелесообразным. Это задачи, где принятие вероятностных решений является в определенных случаях более выгодным, чем полное осуществление алгоритмического процесса. Одной из моделей таких задач является следующая. Представим себе, что действие А надо произвести тогда и только тогда, когда у некоторого предмета *x* имеются признаки *a*, *b* и *c*, т. е. имеет место ситуация $a(x)\&b(x)\&c(x)$. Чтобы определить, следует ли применять к предмету действие А, надо проверить наличие у него всех трех признаков, причем порядок проверки может быть задан некоторым алгоритмом. Как известно из практики, зная алгоритм решения задачи, люди, однако, часто не производят проверки всех признаков, а проверяют лишь часть из них. Чем больше вероятность того, что вслед за признаками, допустим, *a* и *b* последует признак с, тем меньше риска производить действие А на основе проверки всего лишь двух признаков вместо трех. Но целесообразность вероятностного решения (если есть признаки *a* и *b*, то, вероятно, есть и признак *c* и, следовательно, вероятно, надо производить действие А) зависит не только от того, какова вероятность наличия признака *c*, если имеются признаки *a* и *b*, но и от цены ошибки, если признака *c* не окажется и действие А производить не следовало бы. Если цена ошибки невелика (например, если цена ошибки меньше цены времени, затрачиваемого на выполнение операции по проверке признака с), то выгоднее принимать вероятностное решение, основанное на проверке лишь части признаков. Но если цена ошибки велика, то выгоднее проверять все признаки, т. е. выполнять все операции, предписываемые алгоритмом. Хотя решение вопроса о том, выполнять ли все операции алгоритма или же принимать вероятностное решение, осуществляется обычно интуитивно, в принципе вполне возможно построить математические критерии, которые, учитывая вероятность ошибки при вероятностном решении, цену ошибки и экономию, получаемую от неполного выполнения алгоритма, покажут, в каких случаях выгоднее действовать по алгоритму, осуществляя все операции, им предписываемые, а в каких целесообразно принимать вероятностное решение, связанное с осуществлением только части операций.

Заметим, что вообще могут быть различные степени «вероятностности» решения; при этом степень «вероятностности» не связана прямо с количеством проверяемых признаков (точнее, их долей среди всех признаков, которые рассматриваются). Так, в одних случаях проверка одного признака из трех может обеспечить большую вероятность правильного решения, чем в других случаях проверка двух признаков из трех. Вероятность правильного решения зависит не столько от количества проверяемых признаков, сколько от характера их связей и, отсюда, вероятностей того, что при наличии у предмета одних определенных признаков у него имеются и другие признаки, т. е., в конечном счете, от того, какой вклад вносит проверка того или иного признака в принятие правильного решения

Надо отметить также, что принятие решений на основе вероятностных критериев и оценок имеет место не только тогда, когда человеку известен алгоритм решения задачи, но по определенным причинам ему по алгоритму действовать нецелесообразно; вероятностные механизмы лежат в основе решений и таких задач, для которых алгоритма не существует или он неизвестен. В этих условиях выбор действий из некоторого множества возможных действий (A, B, C, N) может определяться только вероятностной оценкой их успешности, вероятностным прогнозированием их результатов. Очевидно, из всех возможных действий человек в первую очередь выбирает такие, которые могут привести к решению задачи с наибольшей вероятностью Ч На обычном языке часто говорят, что человек интуитивно чувствует, как ему лучше поступить, какое действие целесообразнее произвести.

Вероятностные оценки могут, таким образом, касаться как оценок ситуаций и их отдельных признаков, так и оценок собственных действий с точки зрения успешности достижения посредством них цели. Можно думать, что вероятностные механизмы мышления являются более универсальными, чем механизмы, в основе которых лежат строго детерминированные процессы. В этом смысле строго детерминированные процессы можно рассматривать как частный случай вероятностных процессов, а именно такой частный случай, где вероятность успешности различных действий равна либо единице, либо нулю.

В психологии и педагогике имеются факты, которые показывают, что вероятностными механизмами мышления можно определенным образом управлять, формируя у человека те вероятностные оценки и действия, которые нужны для решения задач.

Мы рассмотрели случаи, когда для решения тех или иных классов задач можно построить алгоритмы (алгоритмические предписания), но решать эти задачи посредством алгоритмов нецелесообразно.

Задач, которые нельзя решить, не осуществив определенной алгоритмической процедуры, перед человеком, возникает огромное множество. Чему же именно надо его учить, чтобы он умел эти задачи решать?

Прежде всего, его надо учить умению осуществлять поисковые пробы и в ходе этих проб самостоятельно приходить к решению задач и открывать, когда это возможно, соответствующие алгоритмы. Обучение пробам предполагает выработку большого арсенала действий, формирование разнообразных связей (ассоциаций) между ними, обобщений, обеспечивающих перенос знаний и действий из одной области в другую, умение переходить от действия к действию, если предыдущая проба оказалась неудачной, и некоторые другие операции и умения. Умения производить пробы лежит в основе любого научного и практического эксперимента, любых научных и художественных открытий, в основе всякой творческой деятельности.

Далее, человека очень важно учить общим методам неалгоритмического характера. Эти методы могут иметь различную степень общности, и на основе каждого из них можно решать — если метод достаточно общий — разнообразные задачи из различных областей. Человек должен владеть разными методами, причем методами разных степеней общности, и, при необходимости решить задачу, уметь определить, какой из них применить. Часто при этом существенным является умение выбрать метод, который является наименее общим и который поэтому максимально суживает сферу поиска решения, область проб.

Умение находить решение задачи путем проб и умение выбирать правильные методы решения (имеются в виду методы неалгоритмического характера) позволяют решать задачи, когда алгоритм решения неизвестен; эти умения необходимы и для самостоятельного открытия алгоритмов; обучение им — важнейшая задача школы.

Что касается того, следует ли учить учащихся определенным алгоритмам, формировать у них конкретные алгоритмические процессы для решения тех или иных типов задач, то положительный или отрицательный ответ на этот вопрос зависит от ряда факторов, которые в каждом случае надо специально учитывать, анализировать и оценивать.

Исходя из того, что любой алгоритм всегда является методом решения конкретного класса задач и вне этого класса неприменим, надо прежде всего оценить значимость тех задач, которые будут посредством алгоритма решаться. Если эти задачи не имеют большого научного, практического или общеобразовательного значения, то, очевидно, нет смысла тратить время на то, чтобы обучать учащихся алгоритмам их решения.

Если же эти задачи в том или ином отношении значимы, то на решение вопроса о целесообразности обучения алгоритмам влияет сложность алгоритма. Если алгоритм очень сложен, а на основе некоторого метода неалгоритмического характера или посредством поисковых проб решить задачу легче, то, очевидно, в этих случаях нет смысла учить алгоритмам. Время и энергия, затраченные на обучение алгоритмам, не оправдают себя. В некоторых случаях алгоритмы бывают столь сложны, что, как мы уже говорили, их практически невозможно применять. Следовательно, одним из условий целесообразности обучения алгоритмам является их невысокая сложность.

Однако и это условие является недостаточным. Чтобы алгоритмам было целесообразно учить, надо, чтобы задачи, которые будут решаться посредством этих алгоритмов, встречались достаточно часто. Так, например, если время, затраченное на формирование алгоритмического процесса, будет большим, а задачи, которые посредством него придется решать, будут встречаться редко (причем суммарное время, затрачиваемое на решение задач путем поисковых проб, будет меньше времени, затраченного на обучение алгоритму и решению задач по алгоритму), то, очевидно, обучать алгоритмам решения таких задач нецелесообразно.

Сказанное, однако, справедливо только при том условии, что нерешение, ошибочное решение или затраты времени на самостоятельный поиск решения не приносят большого вре-да1. Это видно из следующего примера. Возьмем две задачи, первая из которых, допустим, грамматическая задача на написание окончания существительных, и вторая — производственная задача по управлению некоторым агрегатом. Если человек, не зная грамматического алгоритма, долго будет думать над грамматической задачей или ошибется, неправильно написав букву в конце слова, это, как правило, вряд ли приведет к каким-либо серьезным последствиям. Если же, не зная алгоритма, он долго будет пробовать различные варианты управления процессом производства или ошибется, превысив, например, допустимое давление в агрегате, то вред от этого может быть очень большим. Цена нерешения задачи, долгого поиска решения или ошибочного решения может быть, следовательно, в разных случаях разной. Вот почему, принимая решение о том, целесообразно ли учить человека тому или иному алгоритму, важно учитывать не только количество задач, которые придется решать посредством алгоритма, но и цену нерешения задачи, долгого поиска решения, а также ошибочного решения, вероятность чего всегда имеется, если решать задачу, не зная алгоритма.

Говоря об условиях, влияющих на целесообразность или нецелесообразность обучения человека тому или иному алгоритму, мы указывали на такие факторы, как сложность алгоритма, количество задач, которые должны решаться посредством этого алгоритма, степень вреда, который приносит нерешение или ошибочное решение задачи в случае незнания алгоритма. Но чтобы учет этих факторов мог служить основанием для принятия решения о целесообразности обучения тем или иным конкретным алгоритмам, надо эти факторы как-то количественно оценить и соотнести между собой. Задача эта весьма трудна, и в настоящее время можно говорить лишь о подходах к ее решению. Однако приближенные оценки этих факторов можно в отдельных случаях получить уже сегодня. Располагая такими оценками, можно предложить критерий (также, конечно, достаточно приближенный) для оценки целесообразности обучения алгоритмам в тех или иных условиях. Построение такого критерия можно представить себе следующим образом.

Допустим, мы имеем дело с задачами, где потери от неумения решить задачу или ошибочного ее решения невелики и ими можно пренебречь (это имеет место, например, при решении грамматических и некоторых других задач в школе). Поскольку в этом случае можно не оценивать потери, проистекающие от неумения решить задачу или от ошибочного ее решения, определение целесообразности или нецелесообразности обучения алгоритмам можно производить, например, на основе сравнительной оценки среднего времени, затрачиваемого на решение задач при условии, что учащихся специально обучают алгоритму, и при условии, что такого обучения не производят и учащиеся должны самостоятельно открывать алгоритмическую процедуру в ходе поисковых проб; качество решения задач при этом предполагается одинаковым, как, впрочем, и другие условия.

D педагогике, как и в других науках, возможна постановка вопроса о количественной оценке (хотя бы весьма приближенной) оптимальности тех или иных стратегий обучения и о выборе стратегий на основе определенных расчетов. Если общие затраты времени на обучение учащихся алгоритмам и последующее решение задач по алгоритмам меньше общих затрат времени на «неалгоритмическое» обучение и последующее решение задач без знания алгоритма (при условии одинаковых результатов обучения), то алгоритмам учить целесообразно. Если больше, то нецелесообразно.

Мы всюду исходили здесь из оптимистической гипотезы, что учащиеся научаются правильно решать задачи даже в том случае, когда их алгоритму не обучают. Однако такое предположение оправдывается далеко не всегда. Очень часто учащимся не удается открыть хорошего и достаточно общего алгоритма; нередко, например, они так и не научаются достаточно грамотно писать. В последнем случае при определении стратегии обучения надо учитывать не только среднее время, которое затрачивается на обучение по той или иной стратегии, но и качество усвоения, которое достигается при обучении по каждой из стратегий. Соответственно надо изменить вышеприведенные формулы, учтя в них цену потерь, которые получаются в результате более низкого качества усвоения, т. е. цену ошибок, которые учащиеся будут делать после окончания курса обучения. (Так как цену потерь от ошибок нельзя выразить через затраты времени, а затраты времени можно выразить в некоторых «ценах потерь», то величины, характеризующие затраты времени, в этом случае придется заменить величинами, выражающими эти затраты в «ценах потерь».)

Возникает вопрос: не следует ли из того факта, что люди, владеющие алгоритмом решения определенного класса задач, часто решают их не посредством алгоритмического процесса, а на основе интуиции, путем принятия вероятностных решений и т. п., что алгоритмам вообще нецелесообразно учить? На этот вопрос надо ответить отрицательно: и не только потому, что существует большое количество задач, которые целесообразно решать посредством алгоритмических процедур, но и потому, что решение задач таким путем является одним из условий формирования самой интуиции.

Ведь для того чтобы сформировать хорошую, правильную интуицию, обычно необходимо сначала решать задачи на основе хороших методов, в частности посредством применения алгоритмов. Чем человек лучше овладел алгоритмом решения задач, тем быстрее он может от него «отказаться» (хотя бы частично), тем более правильными и надежными будут его вероятностные решения. Говоря другими словами, овладение алгоритмами является одним из условий формирования интуиции. Интуиция у человека будет развита тем лучше, чем более строгие и точные методы лежат в ее основе, чем больше у него будет опыт правильных решений. А этот опыт формируется успешнее всего в ходе решения задач на основе точных методов.

Главный вывод, который вытекает из рассмотренных в этом параграфе проблем, состоит в том, что вопрос о целесообразности или нецелесообразности обучения тем или иным алгоритмам не может решаться априорно. Это всегда некоторая задача, которая должна быть решена на основе расчета, предполагающего учет определенной совокупности факторов и ту или иную их оценку. Методы расчета в настоящее время применяют (или стремятся применять) во всех областях человеческой практики, где стоит задача выбора одного способа действий (наилучшего в каком-то отношении) из некоторого множества возможных. Задача определения целесообразности обучения алгоритмам должна рассматриваться как задача на выбор оптимального решения; поэтому она относится к задачам такого типа, которые в настоящее время изучаются группой математических дисциплин, объединяемых под общим названием «исследования операций» . Одна из целей дальнейшей работы в этой области должна поэтому состоять в том, чтобы поставить задачу установления целесообразности обучения алгоритмам как задачу исследования операций, для чего необходимо выявить все (или по крайней мере основные) факторы, влияющие на целесообразность или нецелесообразность обучения алгоритмам и разработать методы их точной количественной оценки

1.2. Особенности алгоритмической деятельности в процессе обучения математике

Выше мы рассмотрели разные типы задач, в том числе такие, которые решать посредством алгоритмов невозможно или нецелесообразно. Мы также видели, что не всегда алгоритмам возможно и целесообразно учить, что могут быть задачи и условия, когда более целесообразно учить неалгоритмическим методам.

Перейдем теперь к рассмотрению задач, которые имеет смысл решать посредством алгоритмов, причем этим алгоритмам целесообразно также специально обучать. Это задачи (часто с неизвестным конечным результатом), которые учащимся приходится решать в большом количестве, задачи, хороший алгоритм решения которых самостоятельно открыть нелегко, а незнание алгоритма приводит к значительным трудностям в усвоении знаний и большому количеству ошибок при их применении. Таких задач в школьной практике очень много.

Если проанализировать, математические задачи, которые учащимся приходится решать в школе, то нетрудно заметить, что очень многие из них являются такими, которые невозможно или трудно решить, не зная соответствующих алгоритмов. Процесс их решения и состоит, собственно, в применении к условиям задачи определенного алгоритма. Умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня, многие тождественные преобразования в алгебре, выполнение основных геометрических построений, нахождение значений тригонометрических функций по таблицам и т. п.— все это задачи, которые решаются посредством определенных алгоритмов, и по существу именно этим алгоритмам учащихся и учат (хотя все обучение, разумеется, не сводится и не должно сводиться к обучению алгоритмам). Однако алгоритмически решаемые задачи существуют не только в математике, но и в других учебных дисциплинах, причем таких задач также очень много. Для некоторых из них алгоритмы найдены, для многих же неизвестны и их предстоит открыть.

То обстоятельство, что алгоритмически решаемые задачи существуют не только в математике, имеет большое значение для практики обучения. Обычно решить задачу, алгоритм которой человеку известен, гораздо легче и проще, чем задачу, алгоритм которой неизвестен. К тому же решение по алгоритму часто является несравненно более быстрым и надежным. Представим себе, сколько времени и сил потребовалось бы человеку, чтобы разделить одно на другое два больших числа, если бы ему не был известен алгоритм деления (так, кстати, когда-то и было), и как легко и просто решается эта задача сейчас даже пятиклассником, когда алгоритм известен.

Открытие алгоритмов решения математических задач привело к коренному изменению, можно сказать к революции, в практике обучения математике: алгоритмам стали учить, и это во много раз облегчило и ускорило овладение этим предметом, а именно материалом тех его разделов (весьма многочисленных), где обучение алгоритмам занимает большое место.

Есть все основания полагать, что открытие и формулирование алгоритмов (алгоритмических предписаний) для решения задач по нематематическим предметам, для которых алгоритмы еще сегодня не открыты и не сформулированы, позволит настолько же облегчить и убыстрить процесс решения этих задач и обучение этому процессу, насколько открытие в свое время, например, алгоритма деления облегчило и убыстрило процесс деления и, соответственно, обучение умению делить.

Открытие и формулирование алгоритмов в одних случаях является весьма несложной задачей, в других же — на это уходят десятки и даже сотни лет. С простыми, несложными алгоритмическими предписаниями и алгоритмическими процессами (процедурами) мы постоянно имеем дело в повседневной жизни. Одним из примеров может служить алгоритм пользования автоматом для продажи газированной воды. Формулирование такого алгоритма не вызывает трудностей. Он вытекает из устройства автомата и представляет собой описание для всех очевидных практических действий, поддающихся наблюдению. Хотя такой алгоритм и крайне прост, но, не зная его или не выполнив какой-либо из операций (например, не опустив монеты, не нажав кнопки и т. д.), получить необходимый результат не удастся. Не получим мы результата и в том случае, если нарушим последовательность операций, например, если сначала нажмем кнопку, а потом опустим монету. Если теперь представить себе, что человек не знает правил пользования автоматом и не видел, как им пользуются другие, то после небольшого количества проб он такие правила сможет открыть самостоятельно.

Положение, однако, коренным образом меняется, когда мы имеем дело с более трудной задачей, например с задачей научиться управлять какой-либо сложной машиной или прибором. Пробы и здесь могут привести к самостоятельному открытию алгоритма, но процесс этот будет долгим, дорогостоящим, а в отдельных случаях и опасным.

Если теперь вернуться к учебной деятельности, к процессу обучения, то здесь мы обнаружим ту же самую картину. В сравнительно простых случаях операции, которые необходимо произвести для решения тех или иных задач, известны, и им обычно обучают, не называя соответствующие предписания алгоритмами. Если же по какой-либо причине учитель и не дает учащимся нужного алгоритма, то в результате проб они обычно открывают соответствующий алгоритм сами.

Иначе обстоит дело при необходимости обучать решению более трудных задач. В этих случаях самостоятельно открывать алгоритмы (если они не открыты или не сформулированы) удается лишь наиболее способным ученикам и наиболее опытным и талантливым учителям, причем нередко эти алгоритмы самим учителем не формулируются в виде общего предписания о порядке выполнения действий для решения всех задач данного класса. Мы уже не говорим о том, что открытые в процессе эмпирических проб и поисков алгоритмы не всегда оказываются в достаточной степени рациональными.

Трудность открытия алгоритмов умственной деятельности по сравнению с алгоритмами практической деятельности состоит, во-первых, в том, что во многих случаях неизвестны механизмы определенных видов интеллектуальной деятельности, во-вторых, в том, что многие умственные процессы внешне никак не выявлены, скрыты от наблюдения. Их поэтому труднее осознать, вычленить и описать. Это приводит к тому, что алгоритмы решения даже сравнительно простых мыслительных задач часто оказываются неизвестными ни тому, кто эти задачи учится решать, ни тому, кто их учит решать.

Можно полагать, что открытие алгоритмов решения различных типов задач по самым разным предметам даст возможность не только более быстро и успешно научить учащихся решать эти задачи, но также позволит облегчить и ускорить овладение учебным предметом в целом. Нет надобности говорить о том, как это важно в условиях современной перегрузки учащихся. Надо полагать, что обучение алгоритмам (в тех случаях, когда это целесообразно) должно занять достаточно большое место в преподавании любого предмета х.

Однако даже в математической подготовке школьников, где обучение алгоритмам занимает очень большое место, учебный процесс ни в коем случае не должен и не может быть сведен к обучению алгоритмам. Обучение алгоритмам — это лишь одна из задач (или сторон) процесса обучения, хотя и очень важная.

В обучении учащихся алгоритмам и в формировании у них алгоритмических процессов можно идти разными путями. Один из них – давать учащимся алгоритм в готовом виде, начинать с обучения алгоритмическому предписанию. Такой путь, однако, часто не является лучшим, хотя в ряде случаев, в некоторых особых условиях обучения в целях экономии времени учащимся целесообразно давать и готовые алгоритмические предписания. Но даже и в этих условиях для сознательного усвоения и применения алгоритмов учащиеся должны хорошо разбираться в содержании того материала, с которым надо посредством алгоритма оперировать, знать соответствующие закономерности явлений, их существенные признаки и т. п. В общем же случае с педагогической точки зрения гораздо более ценно, когда ученик открывает соответствующие алгоритмы сам (если, конечно, эта задача для него посильна) или с помощью учителя, а не получает их в готовом виде. Таким путем целесообразно идти не только при обучении математике, но и при обучении другим предметам, в частности грамматике. Изучение грамматического явления следует начинать не с того, чтобы давать учащимся алгоритм распознавания этого явления и оперирования им, а с ознакомления с содержательной стороной этого явления, с его особенностями, с его отношениями с другими явлениями, короче, сформирования понятия о нем. Это понятие, конечно, формируется в процессе деятельности , но операции, которые при этом производят учащиеся, не обязательно носят алгоритмический характер. Задача построения алгоритма распознавания явления и оперирования им может возникнуть уже в процессе изучения явления и формирования понятия о нем, но нередко она возникает как специальная задача на следующем этапе обучения, когда учащиеся уже ознакомятся с содержанием явления, разберутся в его особенностях и когда надо научиться этим явлением свободно оперировать. Здесь и возникает необходимость в рациональном и эффективном алгоритме. Чем более совершенным, легким, простым будет этот алгоритм, тем легче и быстрее можно будет выработать у учащихся необходимые умения и навыки, тем будет больше возможностей освободить их сознание от необходимости думать над тем, как писать (в смысле грамотности), сосредоточив их внимание на том, что писать.

Заметим, что операции, которые осуществляются в процессе формирования понятия о некотором явлении, не обязательно совпадают с операциями, которые осуществляются в процессе применения этого понятия. Это объясняется, в частности, тем, что количество признаков, которое выявляется в процессе познания явления (т. е. при формировании понятия о нем), бывает обычно больше того количества признаков, на основе которых осуществляется распознавание явления. Да и сами признаки в ряде случаев различаются между собой. Понятия, которые формируются в процессе изучения явлений, и понятия, на основе которых осуществляется последующее их распознавание, это, в общем, разные, хотя и тесно связанные между собой понятия. Различие этих понятий правильно отмечено в учебнике логики под ред. Д. П. Горского и П. В. Таванца [11]. В современном логическом мышлении понятие, как указывают авторы, выполняет двоякую функцию. Первая функция понятия в мышлении состоит в том, что оно представляет собой условие для понимания суждений. Оно выполняет эту роль только тогда, когда представляет собой точную мысль о признаках предмета, отличающих данный предмет от всех других. Для этого в понятии должно быть точно фиксировано некоторое, в большинстве случаев небольшое, число признаков предмета, отличающих его от других предметов. Однако отличие предмета от других предметов есть только одна из функций понятия. Другая, не менее важная функция состоит в способности понятия отражать более или менее полный итог, сумму знаний. Понятие как итог познания предмета есть уже не простая мысль об его отличительных признаках: понятие-итог есть сложная мысль, резюмирующая длинный ряд предшествующих суждений и выводов, характеризующих существенные стороны предмета. Понятие как итог познания — это сгусток многочисленных, уже добытых знаний о предмете, сжатых в одну мысль.

В методике преподавания различных предметов хорошо разработан вопрос о том, как знакомить учащихся с различными явлениями, как раскрывать их существенные черты, показывать их значение, вызывать к ним интерес и т. п., т. е. как осуществлять работу, цель которой – дать учащимся определенную сумму знаний о предмете, сформировать понятие о его существенных сторонах (понятие как итог познания). В методике также хорошо разработан вопрос о том, как обучать грамматическим правилам – правилам, которые представляют собой не что иное, как определенные алгоритмы преобразования.

Значительно менее разработан вопрос о том, как формировать понятия, являющиеся основой распознавания предметов и решения задач, как, далее, на основе этих понятий строить наиболее экономные, рациональные, эффективные алгоритмы их применения (а это, прежде всего, алгоритмы распознавания явлений) и как этим алгоритмам обучать. Хотя многие передовые учителя в ряде случаев и учат учащихся алгоритмам распознавания (к необходимости открывать и учить таким алгоритмам толкает сама практика), но научно разработанной теории построения и обучения алгоритмам распознавания в педагогике нет. Именно поэтому обучение алгоритмам распознавания, когда оно имеет место в практике преподавания, осуществляется часто неосознанно, стихийно и не всегда достаточно совершенным образом. Существенно и то, что к мысли о необходимости расчленять умственную деятельность при распознавании явлений на операции и специально этим операциям обучать учитель приходит нередко в результате многих лет работы и большого количества неудач, ошибок и эмпирических поисков. Все эти неудачи и ошибки можно было бы предотвратить и тем самым ускорить путь к педагогическому мастерству, если бы в руках учителя была определенная теория построения алгоритмов распознавания и обучения им.

Может возникнуть вопрос: не приведет ли обучение алгоритмам к «шаблонизации» мышления учащихся, не возникнет ли при таком обучении опасность подавления их творческих сил («Надо воспитывать творчество, а мы учим алгоритмам!»)?

По этому поводу можно сказать следующее.

Во-первых, надо воспитывать не только творческое мышление. Огромное место в обучении занимает выработка различного рода навыков, которые должны протекать как можно более автоматизированно. Эти навыки важны не только сами по себе (без них многие виды деятельности осуществляться не могут), они — необходимый компонент любого творческого процесса. Например, ни о каком глубоком понимании и творческой переработке литературного произведения не может быть и речи, если человек плохо читает, если все силы и внимание уходят у него на прочитывание слов, на технику чтения. Никакой творческий процесс невозможен, если отдельные его звенья не автоматизированы.

Во-вторых, обучение алгоритмам ни в коей мере не сводится к овладению готовыми алгоритмами, к заучиванию их. Правильно поставленное обучение алгоритмам непременно предполагает обучение самостоятельному открытию, построению, формулированию алгоритмов, а это психологически, как правило, уже процессы творческого характера. Обучение алгоритмам может быть прекрасным средством воспитания качеств творческого мышления.

В-третьих, сказанное выше об алгоритмах не означает, что обучение алгоритмам должно заменить собой воспитание у учащихся сообразительности, догадки и вообще выработки у них умения искать решение в тех случаях, когда алгоритм отсутствует или неизвестен. Речь идет только о том, что если для каких-то задач можно построить алгоритмы, а решать эти задачи посредством алгоритмических процедур более рационально, чем каким-либо другим способом, то не пытаться находить соответствующие алгоритмы и не обучать им во многих случаях нецелесообразно. Гораздо более целесообразно этим алгоритмам специально обучать.

Сегодня многим алгоритмически решаемым задачам (возникающим, например, при обучении грамотному письму) учат «неалгоритмично». Это поглощает столько лишнего времени и сил у учащихся и учителей, что на решение задач творческого характера, на развитие высших интеллектуальных способностей времени в школе остается очень мало. Воспитанию творческого мышления угрожает не то, что обучение алгоритмам займет значительно большее место в учебном процессе, а то, что оно в настоящее время, в период бурного развития науки и техники занимает в нем еще недостаточно большое место (имеются в виду нематематические предметы).

Обучение алгоритмам необходимо еще по одной причине. Если для решения некоторой задачи требуется произвести какое-то количество последовательных операций (т. е. осуществить определенную алгоритмическую процедуру), то незнание, невыполнение или неправильное выполнение какой-либо из этих операций ведет, как мы уже говорили, к ошибке. Если ученика этим операциям, сформулированным в виде алгоритма, научить, то он сравнительно быстро и легко овладеет правильным методом решения, правильным способом рассуждения и действий. Если же его этим операциям специально не учить, то он будет вынужден открывать их сам, вступая на путь «проб и ошибок». Но поскольку найти правильные, полные и рациональные системы операций для решения различных классов задач дело во многих случаях трудное, то естественно, что многие учащиеся не могут самостоятельно их открыть и в тех операциях, которые они производят, есть большие изъяны. Это-то и порождает трудности при усвоении знаний и ошибки в решении задач (неграмотное письмо, неверное понимание определенных вопросов, неумение действовать рациональным образом при выполнении практических заданий и т. п.).

Проводившееся нами в течение ряда лет исследование показало, что слабое усвоение материала, трудности учения и неуспеваемость вызваны во многих случаях тем, что учащиеся не знают или не владеют рядом важных алгоритмов, применение которых необходимо для решения задач определенных классов. Это, в свою очередь, связано с тем, что в соответствующих разделах педагогической науки изучению этих алгоритмов уделяется недостаточное внимание, они сформулированы не для всех классов задач (например, при изучении родного и иностранного языков), а учителя, не имея во многих случаях точной программы операций, обеспечивающих усвоение определенного материала и решение задач, этим операциям и их системам (алгоритмам) специально не обучают.

В последнее время проблема обучения учащихся умственным операциям привлекает к себе особенное внимание как психологов и дидактов, так и методистов. В многочисленных работах советских ученых показано значение развития у учащихся логического мышления и раскрыты способы воспитания его отдельных приемов; этому посвящены работы и многих учителей.

Когда методика, психология и дидактика указывают не только отдельные приемы мышления, но и то или иное их сочетание, необходимое для усвоения знаний или решения определенных задач, соотнося эти приемы с условиями, в которых их надо применять, то они обычно формулируют не что иное, как определенные алгоритмические предписания.

В чем, однако, недостаток разработки этой стороны обучения в ряде методических и дидактических исследований?

Он выражается в том, что процесс мыслительной деятельности часто не расчленяется на определенное число достаточно простых, элементарных операций. (Это связано, в свою очередь, с тем, что в науке пока еще вообще плохо разработаны методы анализа и выявления мыслительных операций, способы проникновения в скрытые от внешнего наблюдения тонкие механизмы мышления.)

В исследованиях, далее, часто не указывается наиболее рациональная для тех или иных условий последовательность операций.

Следует также сказать и о том, что до сих пор не разработаны общие принципы выявления, построения и описания алгоритмов в целях обучения, а также критерии их рациональности и экономности.

Наконец, не решена задача построения систем алгоритмов, раскрытия взаимоотношений между ними, сравнения их по степени общности, хотя в последнее время стали появляться некоторые работы, посвященные этому вопросу.

Вообще те или иные приемы, указываемые в методиках, нередко имеют частный характер и не вооружают учащихся достаточно общими методами мышления, дающими возможность самостоятельно добывать знания и успешно применять их в самых разнообразных условиях. Выявление общих систем умственных операций, лежащих в основе усвоения определенных знаний и решения определенных задач, не стало еще ведущим принципом по строения методик обучения. Вследствие этого в настоящее время алгоритмы умственной деятельности сформулированы лишь для весьма незначительного круга задач по сравнению с теми, для которых они могут быть открыты и которым можно с помощью алгоритмов обучать более рационально. Это замедляет процесс обучения в целом, порождает у учащихся многочисленные трудности и ошибки.

Вот почему важной задачей психологии и дидактики является разработка методов изучения и построения алгоритмов мыслительной деятельности с целью обучения им учащихся. Вопрос этот является общедидактическим и психологическим, так как касается самых общих принципов изучения алгоритмов, построения их и обучения им, — принципов, имеющих значение для всех учебных предметов и частных методик.

1.3. Индуктивный порог как процессуальная интегральная характеристика формирования алгоритмической деятельности

Качество подготовки студентов зависит от того, насколько у студента сформировано умение делать обобщение, выводы, самостоятельно разрабатывать алгоритмы решения различных задач. Обучение подразумевает обобщение на основе опыта. Качество выполнения заданий должно повышаться при решении серии аналогичных задач из данной предметной области. Поскольку пространство обучающих примеров обычно достаточно велико, то студент не может разобрать все возможные примеры. Свой ограниченный опыт он должен корректно распространить на недостающие примеры. Обучаемые системы (например, студенты) должны обобщать информацию эвристически, т. е. отбирать те аспекты, которые, вероятнее всего, окажутся полезными в будущем. Такой критерий отбора называется индуктивным порогом (inductive bias). Индуктивный порог определяется числом решений задач (примеров, уравнений и т. п.), необходимых для обобщения для всего множества данного типа задач.

Множество обучающих примеров обычно достаточно велико. Поэтому без некоторого его разделения обучение на основе поиска практически невозможно. Например, рассмотрим ситуацию, в которой обучающийся выполняет задания по математике из множества примеров определённого типа. Это могут быть алгебраические уравнения, задания по преобразованию графиков и т.п. Допустим что количество примеров данного типа в множестве обучающих заданий бесконечно велико. Ясно, что решить каждый из них не представляется возможным, однако необходимо, чтобы обучающийся мог выполнять любое задание из данного множества.

Это произойдет, если обучающийся сделает обобщение, получит правило, алгоритм решения задач данного типа. Это может реализоваться на основе собственного опыта решения задач.

Перед обучающимся ставится задача выполнять предложенные ему обучающие задания. Он преступает к выполнению первого задания – достигает результата. Далее приступает к выполнению следующего подобного задания, производит действия – так же достигает результата. Приступив к следующему заданию подобного типа, он начинает выделять для себя общие принципы, по которым можно найти решение для данной обучающей задачи. Далее так же проделывает определённое количество заданий. Как результат обучающийся вырабатывает для себя чёткий алгоритм, следую которому можно решить любой подобный пример из данного множества обучающих заданий. Иными словами, решив строго определённое количество заданий определённого типа, обучающийся делает обобщение на все множество представленных ему заданий. В данном принципе и заключается смысл понятия индуктивного порога обучаемости. Очевидно, что индуктивный порог обучаемости – характеристика индивидуальная и зависит от индивидуально-типологических свойств учащихся. Сравнивая двух испытуемых, вы заметите что для достижения индуктивного порога одному требуется выполнить, к примеру 15 заданий, другому же, для того чтобы достичь подобного результата потребуется выполнить 55 заданий подобного типа. Испытуемые, которым потребовалось решить минимальное количество заданий, прежде чем сделать обобщение на все множество, имеют низкий индуктивный порог. Они быстрее делают обобщение как следствие имеют более высокую обучаемость. Учащиеся, которым требуется выполнить значительное количество заданий для того чтобы сделать обобщение, выработать общий алгоритм имеют высокий индуктивный порог, соответственно низкую обучаемость. Из чего следует, что индуктивный порог является ключевой характеристикой обучаемости, знание которой даст более полное представление об уровне обучаемости учащихся и даст возможность выбирать формы и методы обучения адекватные уровню обучаемости учащихся. Однако необходимо учитывать тот факт, что индуктивное обобщение конкретного множества не может гарантировать абсолютный показатель обучаемости.

Еще одним обоснованием необходимости порога служит сама природа индуктивного обобщения. Обобщение не сохраняет истинности высказываний. Например, встретив честного политика, нельзя утверждать, что все политики честны. Сколько честных политиков нужно встретить, чтобы прийти к такому заключению? Несколько сотен лет назад эта проблема была описана как задача индукции следующим образом.

“Вы говорите, что одно предложение вытекает из другого. Однако необходимо признать, что это умозаключение не интуитивно и не демонстративно. Тогда какова же его природа? Можно сказать, что оно проверяется экспериментально, но это слабое утешение. Все умозаключения, основанные на опыте, предполагают, что будущее аналогично прошедшему, и что сходные причины приведут к подобным результатам” [4, с. 15].

В XVIII столетии эта работа считалась опасной, особенно на фоне попыток религиозного сообщества математически доказать существование бога. Однако вернемся к индукции.

В индуктивном обучении обучающие данные – это лишь подмножество всех экземпляров области определения. Следовательно, для любой обучающей выборки возможны различные обобщения. Т.е. на каждое подмножество обобщение делается на основе общих признаков, которые характерны для данного подмножества. Ясно, что всевозможное обилие обучающих заданий, будь то задачи по разделу геометрической оптики на построение хода лучей или же задачи по механике, будет подразумевать большое количество таких подмножеств. Для каждого из которых индуктивные пороги будут различными.

Глава 2. Компьютерная диагностика формирования алгоритмической деятельности студентов

2.1. Математическая модель пространства поиска решения задач

В основе работы компьютерной системы регулирующей поиск решения математических задач лежит понятие пространства состояний задачи [30, 47]. Пространство состояний задач предполагает существование счетного множества S состояний и множества O операторов, которые отражают состояния множества S в себя. Решение задачи рассматривается как передвижение в пространстве, определяемом множеством этих состояний, с целью достигнуть желаемое множество целевых состояний. Задача решена, когда найдется такая последовательность операторов

$$o = o^{(1)}, o^{(2)}, \ldots . o^{(k),} \qquad (2),$$

что

$$s_g = o^{(k)}(o^{(k-1)}(\ldots o^{(2)}(s_0))\ldots)) \qquad (3),$$

где s_0- некоторое состояние из множества начальных состояний, а s_g - из множества целевых состояний. На языке пространства состояний задачу можно представить в виде направленного графа, а решение ее – путь между выделенными узлами графа, при этом естественно задать вопрос: «Как найти путь на графе?». Пусть $\mathrm{N} = \{\mathrm{n}_\mathrm{i}\}$ – упорядоченное множество узлов и $\mathrm{E} = \{\mathrm{e}(\mathrm{n}_\mathrm{i}, \mathrm{n}_\mathrm{j})\}$ – множество помеченных дуг между ними. В наиболее интересном случае е будет функцией, принимающей вещественные значения и интерпретирующейся как стоимость перехода по дуге. *E* и *N*, вместе взятые, определяют, граф *G*. Пусть S_0 и S_g- подмножества в *N*, называемые начальным и целевым соответственно. Решение – это такая последовательность узлов $\mathrm{n}_0, \mathrm{n}_1, \mathrm{n}_2, \ldots, \mathrm{n}_\mathrm{k}$, что $\mathrm{n}_0 \in \mathrm{S}$ и $\mathrm{n}_\mathrm{k} \in \mathrm{S}_\mathrm{g}$. Два узла n_i и $\mathrm{n}_{\mathrm{i}+1}$ могут принадлежать этой последовательности, только если определена дуга $\mathrm{e}(\mathrm{n}_\mathrm{i}, \mathrm{n}_{\mathrm{i}+1})$. Стоимость решения – это просто сумма меток на дугах, т.е. стоимость решения равна $\sum_{\mathrm{i}=0}^{\mathrm{k}-1} \mathrm{e}(\mathrm{n}_\mathrm{i}, \mathrm{n}_{\mathrm{i}+1})$ (4).

Стоимость решения минимальна, если не существует другого решения с меньшей стоимостью. Длиной решения называется число узлов в нем. Множество узлов, достижимых непосредственно из узла n (т.е. множество узлов $\{m\}$, для которых дуга $e(n, m)$ определена) будем называть множеством преемников узла n и обозначать его $S(n)$. В заключение отметим, что если n_i и n_j - узлы на кратчайшем пути, то $f(n_i) = f(n_j)$.

Поиск пути, к единственному целевому состоянию, обучающийся начинает от начального узла (начального состояния) $n_0 \in S_0$. На первом шаге обучающийся делает выбор из множества его преемников $S(n_0)$, а затем упорядочивает множество $V = S(n_0) \bigcup \{S_0 - n_0\}$ в соответствии с оценкой $f(n)$ стоимости решающего пути для каждого $n \in V$. Оптимальный путь, согласно приближению равных цен, минимизирует стоимость окончательного решения. Любой узел n_k, для которого после его закрытия можно указать текущую оценку его расстояния от S_0, полученную прослеживанием обратно к оценке, основанной на расстоянии узла n_{ii} от S_0, когда тот закрыт, будем называть потомком узла n_{ii}. Узел n_{ii} называется предком узла n_k.

В нашем случае поиск решения задач происходит в пространстве состояний задач, а реакция проблемной среды на действия носят активный характер, если действие неправильное. Механизм обучения с подкреплением обусловлен наличием дополнительной петли обратной связи обучающегося с проблемной средой (рис.2.).

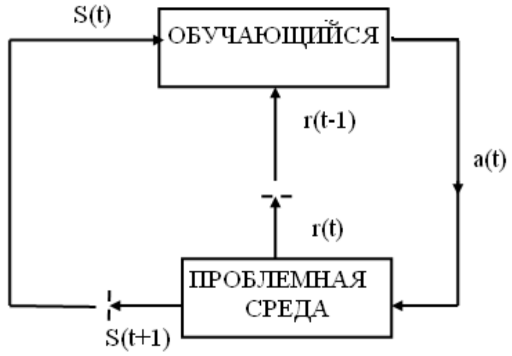

Рисунок 2. Схема обучения с подкреплением

Как описано в работах В.Г. Редько [39, 40] в текущей ситуации $S(t)$ обучающийся выполняет действие $a(t)$, получает подкрепление $r(t)$ и попадает в следующую ситуацию $S(t+1)$; t=1,2,…. Подкрепление $r(t)$ может быть положительным (награда) или отрицательным (наказание). Дополнительная петля обратной связи включает в себя действие $a(t)$ и соответствующие подкрепление $r(t)$. Подкрепление $r(t)$ осуществляется в результате бинарного взаимодействия посредством ликвидатора неправильных действий.

Таким образом, после выполнения каждого действия проблемная среда немедленно возвращает сигнал обратной связи. Эта обратная связь принимает форму скалярного числового значения, которое может рассматриваться как оценка действия. Правильное действие оценивается числом +1, неправильное -1. Благоприятное действие получает положительную обратную связь, а неблагоприятное – отрицательную обратную связь. Сигнал обратной связи, поступающей из среды, принято называть сигналом вознаграждения. Обучающийся используя сигналы определяющие бинарное взаимодействие находит приемлемый способ действий или операций в каждом состоянии решения задачи. Мера рассогласования между требуемым и реальным результатом научения обучающегося, которая определяется долей правильных действий или количеством информации, приходящейся на одно действие, утилизованной обучающимся представлена в проблемной среде дискретным датчиком, отображающим систему уровней в диапазоне от 1 до 10. Благодаря бинарному взаимодействию управляющей системы с обучающимся, а также информации об уровне научения решению задач обучающийся имеет возможность осуществлять саморегуляцию учебной деятельности [9] и добиваться безошибочного решения задач, то есть выхода на 10 уровень. Если обучающийся не достигает 10 уровня, то диагностируется недостаточная специфическая обучаемость [10], соответствующая достигнутому уровню <10. Максимальный уровень, достигнутый обучающимся характеризует результат научения решению задач.

Компьютерная проблемная среда, представленная в [5] ставит человека в проблемную ситуацию преобразования кривой второго порядка (эллипса), рассчитывая на нахождение алгоритмической процедуры в ходе самонаучения. Студенты должны были научиться алгоритмическому процессу конструирования эллипса, заданного уравнениями:

$$\begin{gathered} \frac{(x^{'}-x_0)^2}{a^2}+\frac{(y^{'}-y_0)^2}{b^2}=1; \\ x^{'}\cos\alpha+y^{'}\sin\alpha=x; \\ x^{'}\sin\alpha-y^{'}\sin\alpha=y; \\ tg\alpha=k\,. \end{gathered} \tag{5}$$

На экране дисплея, в не штрихованной системе координат имеется заготовка-объект в виде окружности единичного радиуса. Управляющими кнопками студент может производить различные операции с этим объектом: растягивать, сжимать, поворачивать, перемещать по горизонтали и вертикали. Задача состоит в том, чтобы в результате манипуляций из заготовки объекта сконструировать эллипс, соответствующий уравнениям задачи. Рандомизация параметров эллипса k, a, b, x_0, y_0 позволяет сгенерировать серию аналогичных задач по конструированию эллипса, т.е. в пространстве состояний случайным образом генерируется целевые состояния. Начальное состояние задач одно и тоже. Это единичная окружность, описываемая уравнением

$$x^2 + y^2 = 1 \qquad (6)$$

Деятельность обучающегося и соответствующие управляющие воздействия специальным образом кодируются и заносятся в файл протокола. Информация о динамических параметрах процесса научения извлекается при компьютерной обработке данных протокола деятельности обучающегося и системы управления.

Граф пространства состояний задачи по преобразованию эллипса. Множество возможных действий обучающегося Φ_i по конструированию фигуры эллипса (деятельность по решению одной задачи) состоит из шести подмножеств. Структуру системы действий обучающегося можно наглядно представить в виде графа (рис. 3,

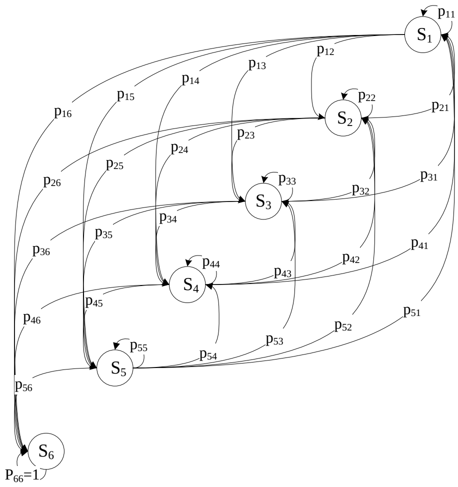

Рисунок 3. Структура системы действий обучающегося при решении задачи конструирования заданной фигуры эллипса

где S_1 – перемещение вдоль оси *X*, S_2 – перемещение вдоль оси *Y*, S_3 – установка большой полуоси объекта-эллипса, S_4 – установка малой полуоси объекта-эллипса, S_5 – поворот фигуры, S_6 – завершение решения текущей задачи (переход к следующей задаче, или завершение работы с программой).

Состояние S_6 является поглощающим и доступно обучающемуся только в случае успешного решения текущей задачи.

«Запутанная» структура системы действий обучающегося, показанная на рисунке 2.1., является типичной для начальных этапов работы обучающегося, когда он еще не в состоянии самостоятельно решать задачи генерируемые САУ. По мере овладения навыками конструирования фигуры эллипса в виртуальной проблемной среде структура системы действий обучающегося значительно упорядочивается. В подавляющем большинстве случаев обучающийся вырабатывает собственный алгоритм конструирования заданной фигуры, который, как правило, выглядит следующим образом: сначала обучающий устанавливает искомые оси эллипса, перемещает заданную точку фигуру эллипса вдоль осей *X* и *Y*, затем поворачивает фигуру на необходимый угол и после этого завершает текущее задание. Подобная «упорядоченная» структура системы действий обучающегося представлена на рисунке 4 (обучающийся начинает свою работу с установки большой полуоси фигуры).

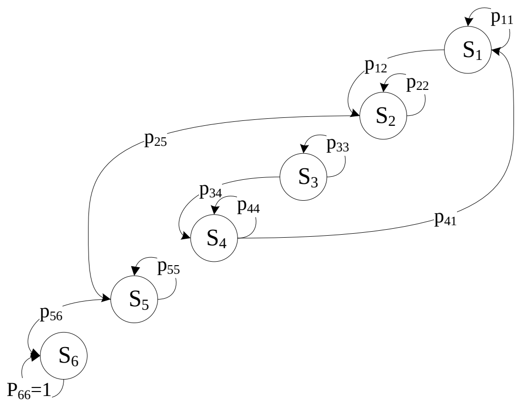

Рисунок 4. Пример полностью «упорядоченной» структуры системы действий обучающегося при решении задачи конструирования фигуры эллипса

2.2 Опытно-экспериментальная работа по диагностике процессуальных характеристик алгоритмической деятельности

В исследовании участвовали 82 человека – студенты ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева. В ходе эксперимента мы выделили у испытуемых три вида поиска решения: случайный, систематический и алгоритмический. Однако следует отметить, что для человеческого мышления в процессе решения задачи не характерно использование, какого – либо вида поиска в чистом виде. Скорее речь можно вести о доминировании одного из них, что определяет индивидуальную когнитивную стратегию в решении задачи. Кроме того, вид поиска может изменяться по мере освоения материала (обучения в ходе решения задач). Полученные с помощью виртуальной проблемной среды [5] данные позволяют проследить динамику поиска, то есть определить, как изменялся характер поиска решения от задачи к задаче у испытуемых.

На рисунках 5 и 6 приведены графики зависимости номера выполняемой операции в зависимости от времени. Выполняемые операции пронумерованы следующим образом: 1– смещение графика вдоль оси OX; 2 – смещение графика вдоль оси OY; 3 – сжатие-растяжение полуоси a; 4 – сжатие-растяжение полуоси b; 5 – операция поворота эллипса; 6 – ввод ответа. При выполнении операции обучающийся совершает действия, которые могут быть правильными и неправильным. События, отвечающие правильным действия, обозначаются вертикальными закрашенными прямоугольниками, а неправильным действиям – кругляшками.

Из графика пооперационного выполнения действий (рис.5) видно, что испытуемый при решении первой задачи использовал метод случайного поиска. Это проявляется в хаотичном порядке выполнения операций.

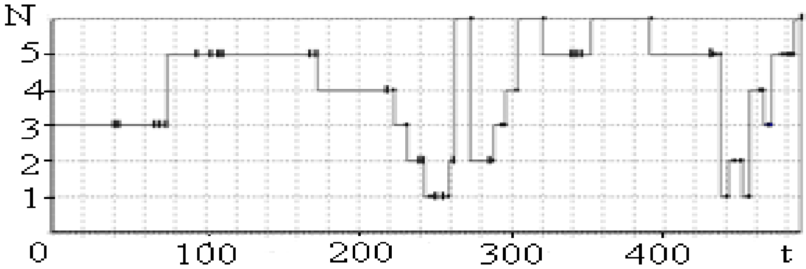

Рисунок 5. График пооперационного выполнения задания в зависимости от времени в начале эксперимента

В процессе поиска решения задачи обучающийся непредсказуемо или случайно «перескакивает» с одной операции на другую, совершая при выполнении операции, опять таки случайно, правильные и неправильные действия. При этом поиск решения задачи осуществляется методом проб и ошибок.

Случайный характер учебной деятельности отражается в отсутствии всякой системы (алгоритмичности) в поиске решении задачи. Обучающийся достаточно часто делает попытки закончить поиск решения задачи, что говорит о том, что он не различает текущее состояние задачи от целевого и не до конца понимает, когда надо завершить выполнение операции. Решение задачи обучающийся получает благодаря системе автоматического регулирования [16] действий, которая ликвидирует или отменяет неправильные действия, «разрешая» совершать только правильные действия.

Достаточно быстро студенты переходят к квазиалгоритмическому или систематическому поиску решения задач. Обучающий выделяет некоторую систему последовательности выполнения операций. В этой системе обучающийся последовательно, выполняет первую операцию, затем переходит ко второй операции и т. д. При этом он по-прежнему, может совершать ошибки выполняя операции, так как не всегда понимает связь между действиями и числовыми значениями параметров эллипса, задающих его положение, форму и ориентацию. Другими словами он не различает текущее и целевое состояние решения задачи. Однако, обучающийся, в рамках некоторой своей системы последовательно выполняет операции. Например, из рисунка 6, следует, что вначале обучающийся выполняет операции смещения графика вдоль осей OX и OY, затем, для придания нужной формы эллипсу выполняет операции растяжения и сжатия. Затем он начинает выполнять операцию поворота эллипса. Однако завершить эту операции самостоятельно, не прибегая к помощи «ликвидатора», он не может. Поэтому обучающийся, не закончив поворот эллипса, пытается выполнить операцию ENTER, но ликвидатор отменяет эту операцию завершения решения задачи. Обучающийся продолжает поворачивать эллипс, однако завершить эту операции самостоятельно, не прибегая к помощи «ликвидатора», он не может.

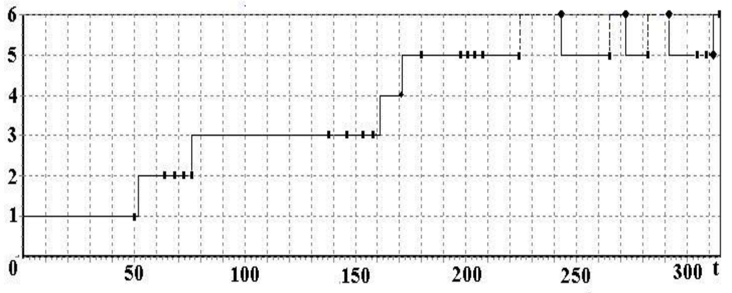

Рисунок 6. Систематический поиск решения задачи на завершающем этапе выполнения поворота эллипса

Поэтому обучающийся, не закончив поворот эллипса, пытается выполнить операцию ENTER, но ликвидатор отменяет эту операцию завершения решения задачи. Обучающийся продолжает поворачивать эллипс и снова делает попытку выполнить операцию ENTER и опять ликвидатор отменяет эту операцию. И только с четвертой попытки выполнения операции ENTER обучающийся завершает решение задачи (рис.6). Все попытки обучающегося завершить решение задачи обусловлены поиском правила нахождения ориентации эллипса из уравнений (5). На рисунке 7 приведен график пооперационного выполнения по завершению формирования алгоритмического процесса поиска решения задачи по преобразованию эллипса.

Из сравнения графиков на рисунках 5 и 7 видно, что деятельность обучающегося в конце научения стала носить алгоритмический характер. Обучающийся четко различает текущее состояние задачи от целевого. Ответ вводится только по достижению целевого состояния. Время решения задач уменьшилось более чем в 5 раз. Все действия обучающегося стали правильные.

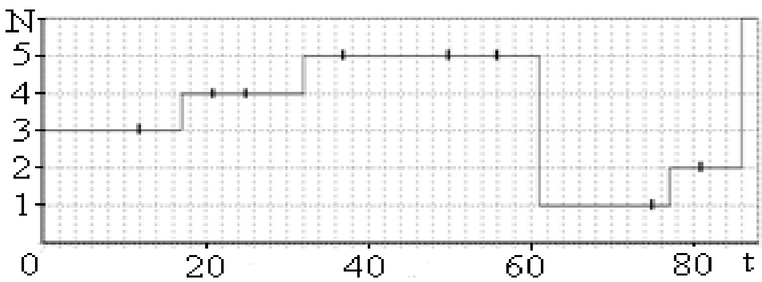

Рисунок 7. График пооперационного выполнения задания в зависимости от времени в конце эксперимента

Таким образом, можно сделать вывод о том, что обучающийся сформировал алгоритмический процесс поиска решения задачи в заданных условиях функционирования проблемной среды. Однако утверждать, что студент может осознанно сформулировать алгоритмические предписания для решения задач данного типа мы не можем.

На рисунке 8 приведено распределение студентов по типам алгоритмических последовательностей: *xyabtg*; *tgabxy*; *abtgxy*; *tgxyab*; *abxytg* выполняемых операций (*x,y* – операции смещения; *a,b* – операции операции растяжения-сжатия; tg – операция поворота), выработанным в результате учебной деятельности.

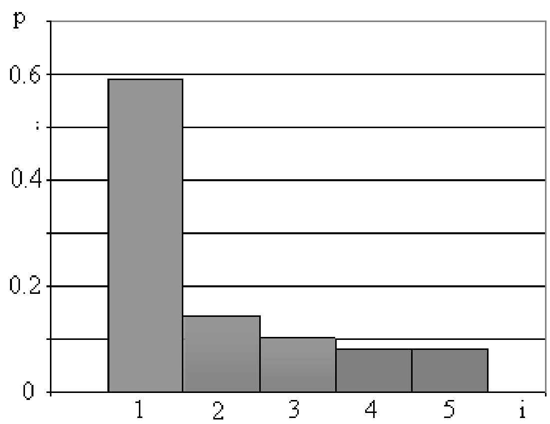

Рисунок 8. Распределение студентов по типам алгоритмов: слева направо 1-xyabtg; 2-tgabxy; 3-abtgxy; 4-tgxyab; 5-abxytg (x,y- операции смещения; a,b -операции растяжения-сжатия; tg – операция поворота)

Видно, что большинство студентов (около 60%) выбирает последовательность *xyabtg*. Индуктивный порог [30, с. 400] равен количеству задач, выполнив которые студент самостоятельно находит (открывает) алгоритмический процесс в ходе самонаучения. Следует отметить, что далеко не все студенты достигают индуктивного порога при научении решению алгоритмических задач. В выборке студентов участвующих в эксперименте 41,5% испытуемых не сделали обобщение (то есть не достигли индуктивного порога), и соответственно не смогли организовать безошибочную алгоритмическую деятельность. Предположительно можно сделать вывод о том, что эти студенты имеют недостаточную обучаемость математике в той или иной степени. На рисунке 9 приведена гистограмма распределения студентов по индуктивным порогам.

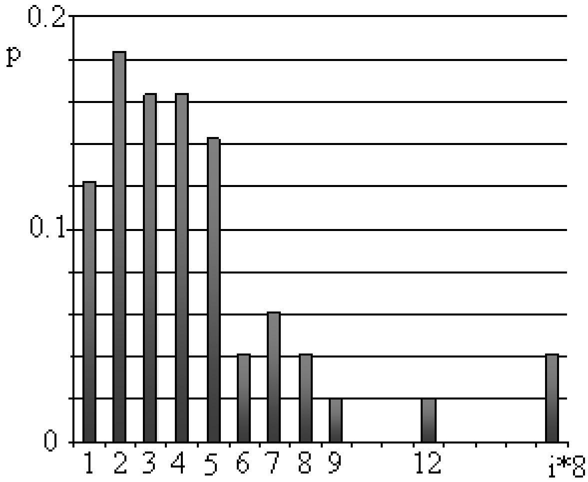

Рисунок 9. Распределение студентов по индуктивным порогам (номер столбца гистограммы определяет соответствующий интервал индуктивного порога)

По вертикали гистограммы отложена относительная доля студентов имеющих индуктивный порог, заключенный в интервале от 8*(i -1)+1 до 8*i, где i – номер группы студентов. Первый столбец гистограммы соответствует индуктивным порогам лежащим в интервале от 1 до 8 задач, индуктивный порог для последней 16 группы студентов отвечает интервалу от 121 до 128 задач. Максимум гистограммы распределения студентов по индуктивным порогам лежит в интервале от 9 до 16 задач.

Траектория поиска решения задачи, на основе применения динамических компьютерных тестов-тренажеров (ДКТТ) задаёт соотношение «состояние – цель» для данной задачи в момент времени t. ДКТТ включает в себя автоматический регулятор действий и обучающегося. Она определяет отображение каждого действия ДКТТ, или, более точно, каждой пары «состояние – отклик», в меру вознаграждения, определяющую степень эффективности этого действия для достижения цели (рис. 10).

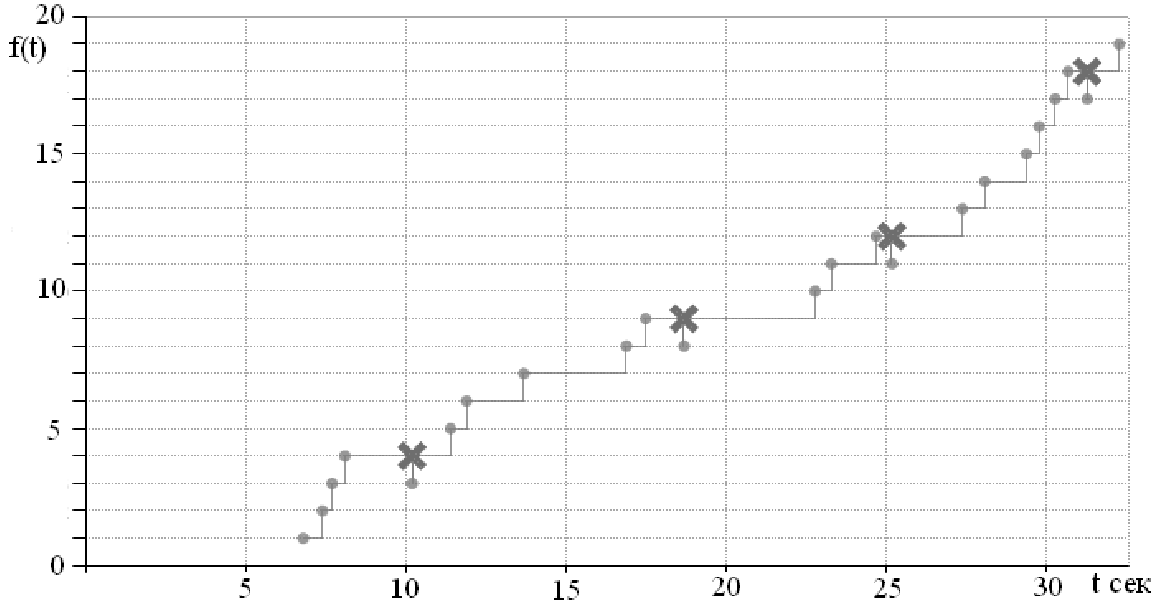

Рисунок 10. Траектория поиска решения задачи на основе применения ДКТТ учебной деятельностью: вертикальные скачки – выигрыш+1, проигрыш –1; по горизонтали – время (крестиками обозначены действия управляющей системы)

Если ДКТТ правильно выполняет действие, то траектория деятельности в модели «равных цен» [33] поднимается на единицу вверх по оси *Y*, если действие неправильное, то траектория деятельности опускается на единицу вниз. В этом случае вознаграждение и штрафы равны соответственно +1 и -1. Ширина ступенек характеризует время, которое тратит испытуемый на принятие решение о выполнении действия (ось *X* – время). Надо отметить, что отмена неправильного действия происходит очень быстро, так как его совершает компьютерная система. На графике траектории деятельности ДКТТ это отображается скачком функции вниз на единицу и мгновенным возвратом к прежнему значению траектории деятельности.

Разделим суммарное вознаграждение ДКТТ на две части: первая часть будет равна вознаграждению, полученному обучающимся; вторая часть – вознаграждению, полученные компьютерной системой управления.. Сумма вознаграждений и штрафов, полученных обучающимся при решении i-й задачи S_i будет меньше суммы максимального вознаграждения $Z_i=\max(S_i)$ на величину равную числу ошибок, совершенных обучающимся в процессе поиска решения i-й задачи. В процессе научения количество ошибок уменьшается, а S_i с возрастанием i стремится к Z_i.

В модели «равных цен» [33] функция вознаграждения $S(t_i)$ обучающегося измеряется в количестве действий, на которое уменьшается «расстояние до цели» («расстояние до цели» равно числу правильных действий Z, которые должен совершить обучающийся для достижения целевого состояния решения задачи.).

Для обучающегося, который преодолел индуктивный порог и соответственно сделал обобщение, поиск решения задач принял алгоритмический характер. При этом траектория деятельности постоянно возрастает («лестница» действий направлена вверх). Дальнейшая тренировка в решении задач приводит к совершенствованию навыка и автоматизация действий обучающегося.

Уровень самостоятельности учебной деятельности обучающегося в условиях бинарного взаимодействия определяется частотой совершения ошибочных действий и соответствующей активной реакцией проблемной среды (отмена неправильного действия). Чем меньше частота совершения ошибочных действий, тем выше уровень самостоятельности обучающегося.

Уровень самостоятельности учебной деятельности обучающегося задается всякий раз после выполнения очередного задания и фиксирует достигнутый результат процесса научения. Естественно, что чем больше функция вознаграждения полученная обучающимся, тем выше уровень самостоятельности учебной деятельности. Вознаграждение предоставляется непосредственно проблемной средой, в которой осуществляет свою деятельность обучающийся, а уровень самостятельности может многократно оцениваться (переоцениваться) со временем на основе успешного и ошибочного опыта.

Функция уровней самостоятельности (ФЦ) обучающегося $I(t)$ в момент времени $t_{i+1} = t_i + \Delta t_{i+1}$ определяется уравнением

$$I(t_i + \Delta t_{i+1}) = \Phi(I(t_i), S(t_i + \Delta t_{i+1})), \qquad (7)$$

Алгоритм вычисления $I(t)$ задается рекурсивной процедурой вычисления эмпирической величины количества информации, приходящегося на одно учебное действие, продуцированной обучающимся в процессе решения задачи. После решения i-ой задачи компьютерная система управления учебной деятельностью вычисляет относительные доли правильных p_i и неправильных q_i действий совершенных обучающимся. Согласно формуле Шеннона Клода эмпирическое количество информации, продуцированное обучающимся при выполнении i-го задания и приходящееся на одно действие равно

$$I(t_i) = 1 - H(t_i) = 1 - p_i \log_2 p_i - q_i \log_2 q_i \qquad (8)$$

Здесь, $p_i + q_i = 1$, $H(t_i)$ - информационная энтропия.

Количество информации $I(t_i)$ утилизованной обучающимся в результате выполнения одного действия или приходящегося на одно выполненное действия принимает значение в интервале от 0 до 1. Когда

$I(t_i) = 0$, то относительная частота совершения правильных действий равна 0.5. Если $I(t_i) = 1$, то относительная частота совершения правильных действий рана 1, то есть все действия совершенные обучающимся являются правильными. Разделив интервал значений $I(t_i)$ на 10 частей, мы задаем 10 уровней самостоятельности. Например, уровень №8 отвечает $I(t_i) \in (0.7;0.8)$ и т. п. На рисунке 11 приведен график функции уровней самостоятельности успешного обучающегося.

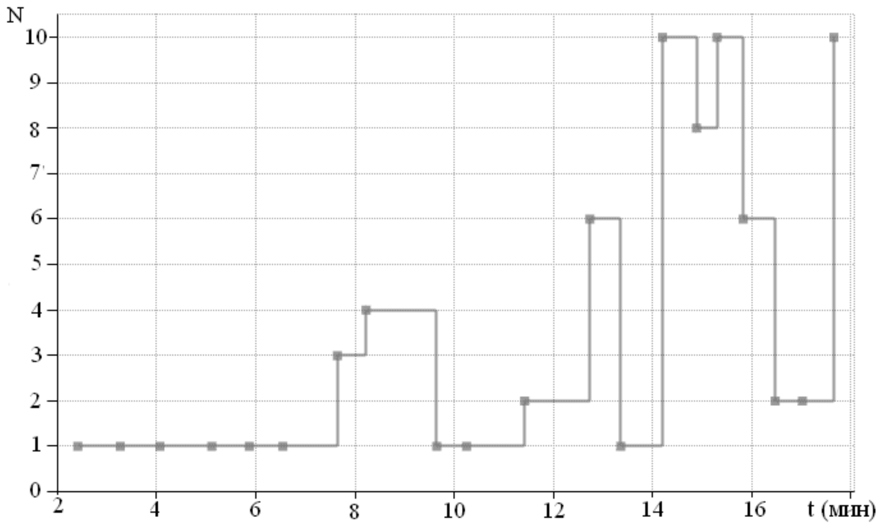

Рисунок 11. Функция уровней самостоятельности обучающегося №5 (точки обозначают выполненные задания)

Здесь *S(t)* – функция вознаграждения обучающегося в процессе выполнения i+1-*го* задания.

Стремление обучающегося увеличить функцию уровней самостоятельности обучающегося является чрезвычайно мощной мотивацией для научения.

2.3. Сравнительный анализ причин деградации подготовки обучающихся основного образования и студентов к математической учебной деятельности

В одной из обычных школ Красноярска было проведено сравнение уровней обученности школьников сегодня с тем уровнем, который имел место полвека назад. Сравнивались результаты проверочных работ. Результаты 50-летней давности мы почерпнули из книги «О преподавании математики в V-VI классах», изданной Институтом методов обучения АПН РСФСР в 1949 г. Простые примеры и задачи брались тогда и сегодня из действующих задачников. Все ученики решали одинаковые задания. В таблице 1 приведен обобщенный фрагмент получившейся картины (проценты округлены).

Таблица 1

Темы	**Решение (и год проверки)**			
	верное		не начатое или не окоченное	
	1949	1998	1949	1998
Арифметика V—VI классов 1. Текстовая задача 2. Вычислительный пример	 82% 70%	 44% 50%	 7% 4%	 28% 16%
Алгебра VII—IX классов 3. Тождественные преобразования 4. Задача на составление уравнения	75% 73%	19% 27%	9% 9%	54% 37%

Выводы по таблице:

1. Все показатели ухудшились в 1,5—6 раз.
2. В 40-х гг. полноценно усваивали математику почти 3/4 учащихся, в 90-х — менее 1/5.
3. В 40-х гг. наблюдалась стабильность знаний по всем годам обучения, в 90-х – резкое ухудшение в старших классах.
4. В 40-х гг. уверенно решали смысловые задачи более 80% школьников. В 90-х гг. больше половины 5–6-классников не решают текстовую задачу, и лишь четверть старшеклассников решают ее с помощью уравнения.
5. В 90-х гг. резко увеличилось число детей, абсолютно не владеющих математикой: не заканчивает решение каждый третий ученик, в то время как в 40-х гг. это случалось лишь с каждым четырнадцатым!

Отметим, что данные 1949 г. получены на очень большом статистическом материале (14193 работы из 72 школ 15 областей РСФСР), а данные 1998 г. — только по одной школе. Тем не менее, результаты согласуются с другими свидетельствами. Например, международное тестирование 1995 г. зафиксировало, что лишь 37% наших восьмиклассников решили простую задачу: «В классе 28 человек; отношение числа девочек к 4 числу мальчиков равно 4/3. Сколько в классе девочек?» [7, с. 9]. В итоге по данным того же тестирования наши школьники оказались на 52-м месте в мире. Главный качественный вывод – неспособность наших детей мыслить.

Преподаватели МГУ констатируют быстрое снижение качества математического образования в школах: «Почти каждый второй абитуриент Московского университета не в состоянии решить несложное алгебраическое неравенство,... почти две трети абитуриентов не могут решить планиметрическую задачу» [21, с. 20]. Следует считать справедливым вывод некоторых дидактов об «абсолютно трагическом» состоянии математического образования России сегодня [6, 21, 25]. Качество знаний школьников ужасающее, и нет даже надежды на улучшение. Этот факт лишь недавно признали на высшем уровне. Приведем один пример грубой ошибки математиков-управленцев. Методика обучения решению текстовых задач в младших классах была разрушена в 70-х гг. реформой, проходившей под лозунгом «повышения теоретического уровня» преподавания. Для внедрения этой идеи требовалось освободить место в программе за счет сокращения некоторых «устаревших» разделов. Математики-модернизаторы (А.И. Маркушевич и др.) объявили, что детям нет необходимости решать разные типы задач разными методами, когда есть один общий метод уравнений. Они не учли, что для овладения общим методом ребенку нужно пройти школу развития содержательного мышления на простых типовых задачах. Точнее – на системе задач, выработанной долгим опытом лучших отечественных учителей и методистов.

Данный пример иллюстрирует опасность узко рационального подхода к проблемам обучения, который свойствен математикам-специалистам. Такой подход не может учесть всей психологической сложности процесса обучения и не способен предвидеть отдаленные результаты. Он легкомысленно пренебрегает традицией, недопонимая ее смысла и ценности. В основе такого подхода лежит ослепление «инновационной» идеей.

Выход из тупика есть. Он прост, но психологически труден для управленцев. Выход в том, и только в том, чтобы возродить классическую методику, выработанную вековым опытом русской школы. В частности, надо перестроить начальное математическое образование на основе решения содержательных задач, вернуть в школу упорядоченную систему типовых задач. Для этого придется обратиться к старым задачникам. А математикам от образования придется пожертвовать своими учебниками и амбициями. Последнее особенно трудно.

Решить проблему качества возможно только на базе хорошего учебника. Все учебники, написанные за последние сорок лет, неудачны. Этот общепризнанный факт доказывает неразрешимость задачи создания качественного учебника в современных условиях. Не следует ли серьезно подумать о возврате нашим детям учебников А.П.Киселева?

Ностальгия «по Киселеву» не покидает учителей. А некоторые современные авторы честно признают, что они до сих пор не понимают, что это вообще такое – учебник. Только после многолетнего изучения и анализа учебников А.П. Киселева, они (как сами говорят) стали немного понимать скрытые педагогические «тайны» этих книг и «глубочайшую педагогическую культуру» их автора, учебники которого — «национальное достояние» России.

Классическое обучение «по Киселеву» предполагало изучение тригонометрических функций и аппарата их преобразований в виде отдельной дисциплины в X классе. В конце этого курса предусматривалось приложение усвоенного к решению треугольников и к решению стереометрических задач. Последние темы были замечательно методически проработаны с помощью последовательности типовых задач. Стереометрическая задача «по геометрии с применением тригонометрии» была обязательным элементом выпускных экзаменов на аттестат зрелости. Учащиеся хорошо справлялись с этими задачами.

Путь преодоления деградации математического образования предлагается не впервые. В 1980 г. по свежим следам реформы 70-х гг. об этом же говорили академики Л.Понтрягин и А. Логунов. Время подтвердило их правоту. Вице-президент АН СССР, ректор МГУ А.Логунов, выступая в октябре 1980 г. на Сессии Верховного Совета СССР, предупреждал, что изучение математики по новым учебникам «способно полностью уничтожить не только интерес к математике, но и к точным наукам вообще».

Прошедшее десятилетие по своей разрушительной силе в народном образовании похоже на далекие двадцатые годы. Полезно вспомнить, что возвращение к традиции и Киселеву уже было в нашей истории в начале 30-х гг., когда народное образование преодолевало разрушительный плюрализм и педагогические инновации 20-х гг.

Заключение

По результатам проделанной работы, обобщив теоретические подходы в психолого-педагогической литературе на проблему формирования алгоритмической деятельности, можно сказать, что среди научного сообщества нет чёткого определения данного феномена Ясно, что эта характеристика носит индивидуальный характер, зависит от множества индивидуально-типологических свойств личности. Однако совершенно точно можно утверждать что, данный феномен является основопологающим при выборе форм и методов процесса обучения математике. Если речь идёт о повышении качества и результативности процесса обучения, необходимо учитывать алгоритмическую деятельность как важнейший фактор, позволяющий определить потенциальные возможности учащегося.

Продиагностировав способность к алгоритмической деятельности обучающихся, взяв в качестве основной характеристики индуктивный порог, можно подтвердить, что знание такой характеристики как индуктивный порог, даёт чёткую картину потенциальных возможностей обучающихся, их систематизация знаний и даёт возможность индивидуализировать процесс обучения, с учётом их потенциальных возможностей к обучению на конкретном примере.

Процесс обучения на сегодняшний день построен на том, что от студентов требуют выполнения учебных нагрузок, совершенно не учитывая их потенциальных возможностей. Это приводит к тому, что зачастую обучение не приводит к должному результату. А ведь знание потенциальных возможностей, в частности – особенностей алгоритмической деятельности, могло бы позволить более рационально строить процесс обучения и сделать его более эффективным. Если мы хотим добиться успеха в чём-либо – мы должны повышать эффективность нашей работы постоянно. А динамическое знание, отслеживание ньюансов того, с чем мы работаем каждый день есть главный ключ к эффективности.

Библиографический список

1. Антропова Л.К., Андронникова О.О., Куликов В.Ю., Козлова Л.А. Функциональная асимметрия мозга и индивидуальные психофизиологические особенности человека// Медицина и образование в Сибири. 2011. №3. С. 4-14.

2. Багачук С.А., Чихачёв А.Е., Шактар О.О. Компьютеризированная динамическая оценка алгоритмической учебной деятельности учащихся старших классов // Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы IX Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, г. Красноярск, 12-13 ноября 2020 г. Красноярск, 2020. С. 73–78.

3. Бархударов С.Г., Крючков С.Е. Русский язык. М.: Просвещение, 2011.

4. Беркли Э. Символическая логика и разумные машины. М.: Изд-во иностранной литературы, 1961.

5. Бортновский С.В., Лариков Е.В., Пустовалов Л.В. Использование метода фазовых портретов для диагностики уровня обученности // Control Systems and Computers. 2010. № 2. С. 57–61.

6. Брейтигам Э.К. Сохранение фундаментальности математического образования как важнейшее условие непрерывного образования // Вестник Алтайского государственного педагогического университета. 2020. №2(43). С. 21–24.

7. Валиева Е.Н. Негосударственное школьное образование в России: факторы и основные тенденции развития на рубеже XX-XXI в.в. // Народное образование. 1998. № 4. С. 7–12.

8. Выготский Л.С. Мышление и речь. М.: Наука, 1985.

9. Гальперин П.Я. Введение в психологию. М.: «Книжный дом «Униveритет», 1999.

10. Гафурова Н.В., Осипова С.И. Идеи и проблемы опережающего образования // Сибирский педагогический журнал. 2013. №4. С. 9–14.

11. Горский Д.П., Таванц П.В. Логика. М.: Государственное издательство политической литературы, 1956.

12. Граник Г.Г. Секреты орфографии. М.: Просвещение, 1991.

13. Граник Г.Г. Секреты пунктуации. Мю: Просвещение, 1986.

14. Гусев Д. А. Краткий курс логики: искусство правильного мышления. М.: Издательство НЦ ЭНАС, 2003.

15. Дьячук П.П. Диагностика индивидуальных траекторий обучения решению задач по математике // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. 2010. №1. С.28–33**.**

16. Дьячук П.П., Пустовалов Л.В. Система управления процессом адаптации в проблемной среде // Системы управления процессом адаптации к проблемной среде. 2008. №3.1 (33). С.144–148.

17. Дьячук П.П., Стюгин А.А. Компьютерные динамические тесты. Психолого-педагогическая диагностика обучаемости: учебное пособие. Красноярск, РИО КГПУ им. В.П. Астафьева 2004.

18. Загвязинский В.И., Атаханов Р. Методология и методы психологопедагогического исследования: уч. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. М.: Издательский центр «Академия», 2012.

19. Кабанова-Меллер Е.Н. Учебная деятельность и развивающее образование. М.: 1981.

20. Калмыкова З.И. Обучаемость и принципы построения методов ее диагностики: проблемы диагностики умственного развития учащихся. М.: Педагогика, 1975.

21. Клещева И.В., Стефанова Н.Л. Инновации в школьном математическом образовании: проблемы реализации // Научное мнение. 2020. №1-2. С. 18–24.

22. Клячко Т. Л. Образование в российской федерации: проблемы и тенденции развития в начале XXI века // Образовательные технологии. 2010. №4. С.1–18.

23. Когаловский С.Р. Математическое образование как компонент общего образования // Школьные технологии. 2017. №1. С. 11-18.

24. Кожуховская Л.С., И.В.Поздняк. Рефлексивные техники, методы и приѐмы / Народная асвета. 2009. №4. [Электронный ресурс]. URL.: http://www.n-asveta.com/dadatki/kozuhovskaya (дата обращения 30.05.2021).

25. Кубекова Н.А., Коробова И.П. Современное математическое образование: философский аспект // Форум. Серия: Гуманитанные и экономические науки. 2019. №1(18). С. 34–37.

26. Ланда Л.Н. Алгоритмизация в обучении. М.: Просвещение, 1966.

27. Леонтьев А. Н. Логическое и психологическое в мышлении // Вестник Московского университета. Серия 14. Психология. 2003. № 2. С. 4-17.

28. Леонтьев А.Н. Проблемы развития психики. М.: Изд-во МГУ, 1981.

29. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения. М.: Педагогика, 1981.

30. Люгер Дж. Искусственный интеллект (стратегия и методы решения сложных проблем). 4 изд.: пер. с англ. М.: “Вильямс”, 2003.

31. Немов Р.С. Психология: учеб. для студентов высш. пед. учеб. заведений. В 3 кн. Кн. 2. Психология образования. М.: Просвещение: ВЛАДОС, 1995.

32. Новиков А.М., Новиков Д.А. Методология научного исследования. М.: Либроком, 2010.

33. Новиков Д.А. Закономерности итеративного научения. М.: Институт проблем управления РАН, 1998.

34. Овчинникова И.В. Алгоритмический подход в обучении: новое– как хорошо забытое старое // Фундаментальные исследования. 2008. №5. С. 8–86.

35. Остапенко С.И. Формирование алгоритмической культуры будущих учителей в процессе дистанционного обучения: дис. канд. пед. наук: 13.00.08. Белгород, 2013.

36. Полякова А.В. Русский язык. М.: Просвещение, 2002.

37. Подгорецкая И. А. Изучение приемов логического мышления у взрослых. М.: МГУ, 1980.

38. Пустовалов Л.В., Дьячук П.П. Система управления учебной деятельностью обучающегося решению задач // Информационные технологии моделирования управления. 2008. № 6 (49). С.623–631.

39. Редько В.Г. Модели адаптивного поведения – биологически инспирированный подход к искусственному интеллекту // Искусственный интеллект и принятие решений. 2008. №2. С. 1–22.

40. Редько В.Г., Сохова З.Б. На пути к моделированию мышления. // Известия КБНЦ РАН. 2017. № 6(80), часть II. С. 203-209.

41. Степин В.С. Системность объектов научного познания и типы рациональности // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2007. № 1. С. 65–76.

42. Талызина Н.Ф. Формирование приемов математического мышления. М.: Изд-во ТОО Вентина-Граф, 1995.

43. Удовенко Л.Н. Уровни сформированности алгоритмических компетенций школьников // Ярославский педагогический вестник. 2013. №1. С. 103–107.

44. Урсул А.Д. Процесс футуризации и становление опережающего образования // Педагогика и просвещение: сб. науч. Статей. 2012. Вып. 2. С. 20–33.

45. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс]. URL: https://base.garant.ru/55170507/53f89421bbdaf741eb2d1ecc4ddb4c33/ (дата обращения: 1.06.2021).

46. Фролов А.А., Фролова Ю.Н. Соотношение алгоритмизации и эвристики при формировании и трансляции научного знания // Образование и наука. 2007. №5. С.11–21.

47. Хант Э. Искусственный интеллект. М.: Мир, 1978.

48. Хуторской А.В. Системно-деятельностный подход в обучении: научно-методическое пособие. М.: Издательство «Эйдос», 2012.

49. Шрайнер. А.А., Шрайнер Е.Г. Алгоритмический подход как фактор формирования учебно-исследовательской деятельности обучаемых // Сибирский педагогический журнал. 2013. №5. С. 110–113.

50. Ященко И.В. Математика. 9 класс. ОГЭ. Типовые тестовые задания/ И.Р. Высоцкий, Л.О Рослова, Л.В. Кузнецова и др. под редакцией Ященко И.В., М.: Издательство «ЭКЗАМЕН», 2015.