

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Красноярский государственный педагогический университет
им. В.П. Астафьева»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
(для очной и заочной форм обучения)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Направление подготовки 37.03.01 Психология

Направленность (профиль) образовательной программы

«Социальная психология»

(квалификация (степень) «бакалавр»)

(заочная форма обучения)

Красноярск 2021

Рабочая программа дисциплины «Математическая статистика» составлена доктором педагогических наук, профессором кафедры математики и МОМ П.П. Дьячук

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математики и методики обучения математике протокол № 8 от «13» мая 2020 г.

Заведующий кафедрой  Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
20 мая 2020 г. Протокол № 8

Председатель



С.В. Борtnовский



Рабочая программа дисциплины «Математическая статистика» актуализирована доктором педагогических наук, профессором кафедры математики и МОМ П.П. Дьячук

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математического анализа и методики обучения математике в вузе

«12» мая 2021, протокол № 8

Заведующий кафедрой  Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
21 мая 2021 г. Протокол № 7

Председатель



С.В. Борtnовский



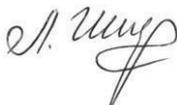
Рабочая программа дисциплины
«**Математическая статистика**»

составлена доктором педагогических наук, профессором Дьячук П.П.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры
«Математики и методике обучения математике»

«21» мая 2018, протокол №8

Заведующая кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева

«08» июня 2018, протокол № 9



Председатель



С.В. Бортновский

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочую программу дисциплины
на 2021/2022 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

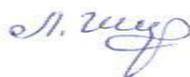
Усилена практическая направленность изучения дисциплины за счет проведения 4 часов практических занятий в форме практической подготовки (статистическая обработка и корреляционный анализ исследовательских данных).

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
12 мая 2021г., протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Шкерина Людмила Васильевна



Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
21 мая 2021 г. Протокол № 7

Председатель



С.В. Бортновский



Пояснительная записка

1. Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Рабочая программа учебной дисциплины «Математическая статистика» разработана в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки: 37.03.01 Психология, Профили/название программы: Социальная психология, квалификация (степень): бакалавр. Данная дисциплина входит в базовую часть «Научно-исследовательские основы профессиональной деятельности» изучается на 2 курсе в течение одного семестра.

2. Трудоемкость дисциплины

На изучение дисциплины отведено 2 З.Е.(72 часов).

Аудиторных занятий – часов: 6 часов

лекций – 4 часов;

семинаров — 2 часов;

Самостоятельная работа студентов – 62 часов.

Зачет – 4 часа.

3. Цели освоения дисциплины:

Целью освоения учебной дисциплины «Математическая статистика» является развитие знаний о статистических методах исследования, овладение практическими умениями и навыками, необходимыми для эффективной организации исследовательской работы.

4. Планируемые результаты обучения.

Изучение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Общекультурные компетенции:

- владеть культурой мышления, способен к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения - ОК-1

- использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных дисциплин, в том числе медицины, применять методы математической статистики и моделирования, теоретического и экспериментального исследования - ОК-10

- владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, иметь навыки работы с компьютером как средством управления информацией - ОК-12

Задачи освоения дисциплины	Планируемые результаты обучения по дисциплине (дескрипторы)	Код результата обучения (компетенция)
Изучение понятий и прикладных методов математической статистики	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - особенности информации, используемой в социально-психологической сфере; - основные методы обработки информации <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - математически обосновывать свои научные и практические выводы; - выбирать подходящий для задач социальной психологии метод статистической обработки данных и использовать алгоритм применения избранного метода; - самостоятельно анализировать и интерпретировать эмпирические данные. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - различными шкалами измерений; - теоретическими сведениями и формулами для расчета типовых задач, наиболее часто встречающихся в социальной психологии 	ОК-1 ОК-10
Формирование навыков использования современных программных инструментов, предназначенных для решения задач социальной психологии	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные программные средства для обработки статистической информации; <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Использовать доступные цифровые ресурсы для обработки данных эксперимента <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - методами обработки на компьютере типовых задач математической статистики 	ОК-12

5. Контроль результатов освоения дисциплины «Математическая статистика»

Посещение лекций, решение контрольных, самостоятельных и домашних работ, выполнение лабораторных работ, подготовка к семинарам, решение задач с помощью специальных программ онлайн-сервисов.. Форма итогового контроля - зачет.

Оценочные средства результатов освоения дисциплины, критерии оценки выполнения заданий представлены в разделе «Фонды оценочных средств».

6. Перечень образовательных технологий, используемых при освоении дисциплины «Математическая статистика»

1. Современное традиционное обучение (лекционно-семинарская система).

2. Обучение с использованием современных средств ИКТ: решение задач обработки статистической информации с помощью офисных и специализированных программ, обучение с использованием онлайн-сервисов.

**Технологическая карта обучения дисциплине
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

Для обучающихся образовательной программы по направлению подготовки: 37.03.01 Психология

Профили/название программы: социальная психология

Общая трудоемкость дисциплины – 2 зач.ед.

Наименование модулей, разделов, тем	Всего часов	Аудиторных часов				Внеаудиторных часов	Формы контроля
		Всего	Лекций	Семинаров	Лаборат. работ		
<i>Раздел №1.</i> Предмет статистики. Выборочные характеристики случайной величины. Упорядочивание статистической информации	18	2	2	-	-	16	Контрольные и лабораторные работы.
<i>Раздел №2.</i> Проверка статистических гипотез. Статистика критерия. Критические области. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости	18	-	-	-	-	18	Контрольные и лабораторные работы. Исследовательские работы студентов.
<i>Раздел №3.</i> Корреляционный анализ данных. Работа в электронных таблицах. Решение задач математической статистики в онлайн - калькуляторах.	18	4	2	2	-	14	Контрольные и лабораторные работы. Исследовательские работы студентов
<i>Раздел №4.</i> Современные Программные инструменты, предназначенных для решения задач статистической обработки экспериментальных данных	14	2	-	2	-	12	Мини-программы по расчету параметров распределения, исследованию связей и различий статистических данных в ЭТ.
		8	4	4		60	
Зачет	4						
Итого	72						

Содержание основных разделов и тем дисциплины «Математическая статистика»

Входной контроль, повторение.

Раздел №1.

Тема №1: Предмет математической статистики. Основные понятия. Выборочные характеристики случайной величины. Свойства выборочных характеристик. Точечные оценки основных числовых характеристик генеральной совокупности. Интервальная оценка числовой характеристики генеральной совокупности. Коэффициент вариации. Оценка необходимого объема наблюдений для получения оценок генерального среднего с заданной точностью и надёжностью.

Тема №2: Упорядочивание статистической информации.

Раздел №2. Проверка статистических гипотез.

Тема №1: Статистика критерия. Критические области. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости. Проверка статистических гипотез о законах распределения.

Тема №2: Критерии согласия. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух независимых нормально распределенных выборок. Малые выборки. Критерии Стьюдента для зависимых и независимых выборок.

Тема №3: Дисперсионный анализ. Общая постановка задачи дисперсионного анализа, условия применимости параметрического дисперсионного анализа. Тема №4: Непараметрические критерии определения достоверности различия независимых совокупностей: U-Манна – Уитни, Колмогорова – Смирнова, Краскела-Уоллиса. Непараметрические критерии определения достоверности различия зависимых совокупностей: знаков, Вилкоксона, Фридмана. Номинальные признаки. Сравнение групп по качественному признаку. Критерий Z, поправка Йетса на непрерывность. Анализ таблиц сопряженности.

Вычисление наблюдаемых и ожидаемых частот в таблицах сопряженности.

Критерий -2, Точный критерий Фишера.

Раздел №3. Корреляционный анализ.

Тема №1: Коэффициенты парной корреляции. Коэффициент корреляции Пирсона. Определение достоверности коэффициента корреляции.

Тема №2: Непараметрический корреляционный анализ. Ранговая корреляция. Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена, Кендалла, проверка гипотезы о их значимости. Коэффициент ассоциации, тетрафорический показатель связи.

Тема №3: Регрессионный анализ. Метод наименьших квадратов для нахождения выборочных параметров уравнения регрессии. Проверка адекватности построенной регрессионной модели эмпирическим данным. Множественный регрессионный анализ. Коэффициенты множественной корреляции и детерминации. Независимость факторов. Уравнение регрессии.

Нелинейное оценивание. Корреляционное отношение, его свойства.

Раздел №4. Современные программные инструменты, предназначенных для решения задач статистической обработки экспериментальных данных.

Тема №1: Работа в электронных таблицах.

Тема №2: Решение задач математической статистики в онлайн-калькуляторах.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические рекомендации по организации изучения дисциплины «Математическая статистика»

Рекомендуемые образовательные технологии:

- Посещение лекций.
- Посещение практических занятий.
- Выполнение домашних самостоятельных заданий.
- Выполнение контрольных и лабораторных работ.

Изучение дисциплины разделено на несколько разделов: входной, три базовых и итоговый. Работы, входящие в базовые и итоговый разделы, являются обязательными, и, в зависимости от качества их выполнения, оцениваются соответствующим количеством баллов.

Выполнение лабораторных работ производится согласно «Методическим рекомендациям для студентов». Выбор лабораторных для выполнения на аудиторных занятиях производится преподавателем в зависимости от отведенных на практические занятия часов и успеваемости группы.

Контрольные работы раздаются студентам в печатном виде («Контрольные работы»). Стандартное количество – 4 (по 3-6 заданий).

Планирование и организации времени, отведенного на изучение дисциплины. Рекомендуется сдача лабораторных работ непосредственно в день изучения темы. В случае отставания или отсутствия возможно самостоятельное выполнение со сдачей на последующих занятиях.

Контрольные работы должны быть сданы к зачетной неделе. Проблемные вопросы разрешаются на индивидуальных занятиях, назначаемых преподавателем по мере необходимости в количестве, предусмотренном учебным планом.

В случае рубежного контроля со стороны деканата факультета баллы начисляются за выполненные и сданные лабораторные и контрольные работы. Если они отсутствуют, аттестация не выставляется.

Советы по подготовке к зачету.

При подготовке к тесту следует повторить фактический материал, и решить типовые задачи.

3. 2. КОМПОНЕНТЫ МОНИТОРИНГА УЧЕБНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА РЕЙТИНГА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины/курса	Уровень/ступень образования (бакалавриат, магистратура)	Статус дисциплины в рабочем учебном плане (Б.1-Б.6)	Количество зачетных единиц/кредитов
Математическая статистика	Бакалавр	Б1.Б.03.04	2 кредит (ЗЕТ)
Смежные дисциплины по учебному плану			
Предшествующие: Школьный курс математики. Математика.			
Сопутствующие: Естественнонаучная картина мира, Информационные технологии в психологии			
Последующие: Профильные предметы			

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 1

Содержание	Форма работы	Количество баллов 35 %	
		min	max
Текущая работа	Изучение представлений и математической статистики и моделей.	9	15
	Изучение представлений и математической статистики и моделей	12	20
Итого		21	35

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 2

Содержание	Форма работы	Количество баллов 35 %	
		Min	max
Текущая работа	Решение задач. Индивидуальное задание	9	15
	Выполнение лабораторных работ	12	20
Итого		21	35

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 3			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 35 %	
		Min	max
Текущая работа	Постановка и проведение эксперимента по статистической обработке результатов измерений	9	15
	Постановка и проведение эксперимента по статистической обработке результатов измерений	12	20
Итого		21	35

Итоговый РАЗДЕЛ			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		Min	max
Итоговый контроль	Зачет	18	30
Итого		18	30
Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех модулей)		Min	max
		60	100

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

<i>Общее количество набранных баллов*</i>	<i>Академическая оценка</i>
60 – 72	3 (удовлетворительно)
73 – 86	4 (хорошо)
87 – 100	5 (отлично)

*При количестве рейтинговых баллов более 100, необходимо рассчитывать рейтинг учебных достижений обучающегося для определения оценки кратно 100 баллов.

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**Красноярский государственный педагогический университет
им. В.П. Астафьева»**

Институт математики, физики и информатики
Кафедра математики и методики обучения математике

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
протокол № 8
от «12» мая 2021 г

Зав. кафедрой



Л.В. Шкерина

ОДОБРЕНО
на заседании
научно-
методического
совета ИМФИ
Протокол № 7
от 21 мая
2021г
Директор



А.С. Чиганов



ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине

«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Направление подготовки 37.03.01 «Психология»

Направленность (профиль) образовательной программы

«Социальная психология»

(заочная форма обучения)

(общая трудоемкость 2 з.е.)

Составитель

Дьячук П.П. профессор,
кафедры
математического анализа и МОМ в
вузе

Красноярск 2021

Экспертное заключение

на фонд оценочных средств (для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации) по дисциплине

«Математическая статистика»

направление подготовки **37.03.01 Психология**

направленность (профиль) образовательной программы

Социальная психология

Степень (квалификация) **Бакалавр**

1. Назначение фонда оценочных средств.

Целью создания ФОС дисциплины «Математическая статистика» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

ФОС по дисциплине «Математическая статистика» **задачи:**

- оценка уровня сформированности компетенций, характеризующих способность выпускника к выполнению видов профессиональной деятельности по квалификации бакалавр, освоенных в процессе изучения данной дисциплины.

ФОС разработан на основании нормативных документов:

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 37.03.01 Психология (уровень бакалавр);
- основной профессиональной образовательной программы высшего образования;
- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в федеральном государственном бюджетном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева.

2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе изучения дисциплины «Математическая статистика»

Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины:

- способность применять современные методики и технологии организации

образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по различным образовательным программам (ПК-1);

- готовностью к разработке и реализации методик, технологий и приемов обучения, к анализу результатов процесса их использования в организациях, осуществляющих образовательную деятельность (ПК-4).

Оценочные средства

Компетенция	Дисциплины, практики, участвующие в формировании данной компетенции	Тип контроля	Оценочное средство/КИМ	
			Номер	Форма
(ПК-1) способность применять современные методики и технологии организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по различным образовательным программам	Информационная культура образовательной организации; Научно-исследовательский семинар; Проектирование и мониторинг образовательных результатов; Проектирование образовательных программ по математической статистике; Проектирование программ исследовательской деятельности учащихся; Методика обучения математической статистики на профильном уровне; Методика формирования проектной деятельности учащихся; Методика обучения математической статистики в профессиональной школе; Методика использования цифровых образовательных ресурсов в обучении математической статистики; Инновационные процессы в образовании; Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности	Текущий контроль успеваемости и Промежуточная аттестация	1	Задачи и примеры Зачет
			2	
			5	
(ПК-4) готовностью к разработке и реализации методик, технологий приемов обучения, анализу результатов процесса использования в организациях, осуществляющих образовательную деятельность	Информационная культура образовательной организации; Научно-исследовательский семинар; Проектирование и мониторинг образовательных результатов; Деловой иностранный язык; Методика формирования исследовательской деятельности учащихся; Развитие общекультурных компетенций учащихся в процессе применения методов математической статистики; Педагогика электронного и дистанционного обучения математической статистики; Управление учебной деятельностью на основе информационно-коммуникационных технологий; Методика компьютерной диагностики результатов обучения; Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности; Преддипломная практика	Текущий контроль успеваемости и Промежуточная аттестация	3	Задачи, док-ва теорем, примеры
			4	
			5	

3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1 Фонды оценочных средств включают: зачет.

Оценочные средства, включают: задачи математической статистики, примеры и упражнения

Оценочное средство экзамен

Формируемые компетенции	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций	Пороговый уровень сформированности компетенций
	(87-100 баллов) отлично/зачтено	(73-86 баллов) хорошо/зачтено	(60-72 балла)* удовлетворительно/зачтено
ПК-1	На продвинутом уровне способен применять современные методики и технологии организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по различным образовательным программам	На базовом уровне способен применять современные методики и технологии организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по различным образовательным программам	На пороговом уровне способен применять современные методики и технологии организации образовательной деятельности, диагностики и оценивания качества образовательного процесса по различным образовательным программам
ПК-4	На продвинутом уровне готов к разработке и реализации методик, технологий и приемов обучения, к анализу результатов процесса их использования в организациях, осуществляющих образовательную деятельность	На базовом уровне готов к разработке и реализации методик, технологий и приемов обучения, к анализу результатов процесса их использования в организациях, осуществляющих образовательную деятельность	На пороговом уровне готов к разработке и реализации методик, технологий и приемов обучения, к анализу результатов процесса их использования в организациях, осуществляющих образовательную деятельность

*Менее 60 баллов – компетенция не сформирована

4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

Фонды оценочных средств включают:

Критерии оценивания (см. в технологической карте рейтинга в рабочей

программе дисциплины «Математическая статистика»).

Критерии оценивания по оценочному средству 1

– темепрограммы

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	5
Оформление работы	5
Оценка доклада по диагностической карте	5
Максимальный балл	15

Критерии оценивания по оценочному средству 2 – теме программы

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	10
Оформление работы	5
Оценка доклада по диагностической карте	5
Максимальный балл	20

Критерии оценивания по оценочному средству 3 – теме программы

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	5
Оформление работы	5
Оценка доклада по диагностической карте	5
Максимальный балл	15

Критерии оценивания по оценочному средству 4 – Проект 2

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	10
Оформление работы	5
Оценка доклада по диагностической карте	5
Максимальный балл	20

5. Оценочные средства (контрольно-измерительные материалы)
по дисциплине «Математическая статистика»

Тестовые задания

Входной контроль. Выберите один правильный ответ

1. Величина, которая в результате опыта может принять то или иное значение, причем неизвестно заранее какое именно называется:
 - 1) переменной
 - 2) детерминированной
 - 3) постоянной
 - 4) случайной.
2. Всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими ей вероятностями называется:
 - 1) законом распределения вероятностей
 - 2) законом распределения случайной величины
 - 3) числовыми характеристиками случайной величины.
3. Числовые значения, принимаемые случайной величиной, называются:
 - 1) вариантами
 - 2) переменными
 - 3) рангами
 - 4) событиями.
4. Случайные величины, которые могут принимать счетное множество значений, называются:
 - 1) непрерывными
 - 2) дискретными.
5. Артериальное давление – это случайная величина:
 - 1) дискретная
 - 2) непрерывная.
6. Число вызовов врача на дом – это случайная величина:
 - 1) дискретная
 - 2) непрерывная.
7. Если на изменение случайной величины действует множество различных независимых факторов, каждый из которых в отдельности не имеет преобладающего значения, то распределение этих величин происходит по закону:
 - 1) Пуассона
 - 2) Гаусса
 - 3) Максвелла
 - 4) Больцмана.
8. Отклонение варианты от математического ожидания, выраженное в сигмах называется:
 - 1) средним квадратическим отклонением
 - 2) математическим ожиданием
 - 3) нормированным отклонением
 - 4) дисперсией.

9. Интервал, в котором может находиться случайная величина с заданной вероятностью, называется:
- 1) интервалом группировки
 - 2) доверительным интервалом
 - 3) размахом распределения.
10. Общее число величин, по которым вычисляют соответствующие статистические показатели, минус число тех условий, которые связывают эти величины, называется:
- 1) шириной интервала
 - 2) числом классов группировки
 - 3) числом степеней свободы.
11. Если доверительная вероятность равна 0,999, то уровень значимости равен:
- 1) 0,005
 - 2) 0,1
 - 3) 0,01
 - 4) 0,001.
12. Если доверительная вероятность равна 0,99, то уровень значимости равен:
- 1) 0,001
 - 2) 0,5
 - 3) 0,01
 - 4) 0,05.
13. Если доверительная вероятность равна 0,95, то уровень значимости равен:
- 1) 0,005
 - 2) 0,5
 - 3) 0,01
 - 4) 0,05.
14. За доверительные вероятности в биологии и медицине выбираются значения:
- 1) $P \geq 0,95$
 - 2) $P \geq 0,68$
 - 3) $P \leq 0,95$.

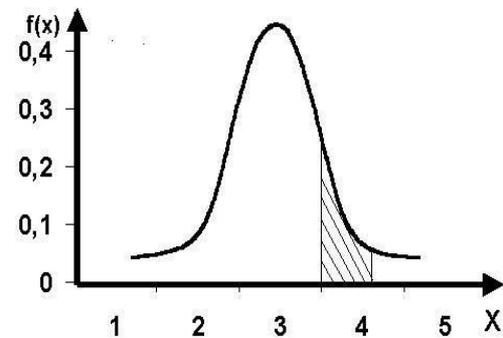
15. Коэффициент асимметрии рассчитывается по формуле:

- $$\frac{M [x_i - M (x)]^3}{\sigma^3}$$
- 1) $\frac{M [x_i - M (x)]^3}{\sigma^3}$
 - 2) $\frac{M [x_i - M (x)]^3}{\sigma^4} - 3$
 - 3) $M [x_i - M (x)]^2$.

16. Показатель эксцесса рассчитывается по формуле:

- $$\frac{M [x_i - M (x)]^3}{\sigma^3}$$
- 1) $\frac{M [x_i - M (x)]^3}{\sigma^3}$
 - 2) $\frac{M [x_i - M (x)]^3}{\sigma^4} - 3$
 - 3) $M [x_i - M (x)]^2 \cdot M [x_3]$

17. Для нормального распределения коэффициент асимметрии:
- 1) больше нуля
 - 2) меньше нуля
 - 3) равен нулю
 - 4) равен единице.
18. Для нормального распределения показатель эксцесса:
- 1) больше нуля
 - 2) меньше нуля
 - 3) равен нулю
 - 4) равен единице.
19. Для нормально распределенной случайной величины математическое ожидание равно 30, среднеквадратическое отклонение равно 10, тогда вероятность того, что случайная величина примет значение меньше 25 равно:
- 1) 0,3085
 - 2) 0,6915
 - 3) 0,2854.
20. При увеличении доверительной вероятности доверительный интервал:
- 1) расширяется
 - 2) сужается
 - 3) не изменяется.
21. Величина, равная отношению вероятности попадания случайной величины X в тот или иной интервал ее значений к величине этого интервала ΔX , называется:
- 1) плотностью распределения вероятностей
 - 2) законом распределения вероятностей;
 - 3) функцией распределения вероятностей.
22. Площадь заштрихованной области на рисунке равна:
- 1) интервалу изменения случайной величины;
 - 2) вероятности попадания случайной величины в данный интервал
 - 3) плотности вероятности случайной величины.



23. Доверительный интервал можно определить следующим образом:

- 1) $\pm t\sigma$
- 2) $\frac{X_{\max} - X_{\min}}{k}$
- 3) $X_{\min} \pm 2^i$.

24. Функция, равная вероятности того, что случайная величина X примет значение, меньшее какого-то наперед заданного значения x , называется:

- 1) функцией плотности распределения вероятностей
- 2) функцией распределения вероятностей.

25. Математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания называется:

- 1) среднеквадратическим отклонением
- 2) математическим ожиданием
- 3) нормированным отклонением
- 4) дисперсией.

26. Случайные величины, которые могут принимать любые значения на определенном интервале, называются:

- 1) непрерывными
- 2) дискретными.

27. Для нормального закона распределения функция плотности вероятности выражается формулой:

$$1) f(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m_0 v^2 / (2kT)}$$

$$2) F(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

$$3) f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

28. Для нормального закона распределения функция распределения вероятности выражается формулой:

$$1) f(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-m_0 v^2 / (2kT)}$$

$$2) F(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

$$3) f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

29. Величина, характеризующая рассеяние случайной величины вокруг ее математического ожидания, выраженная в единицах измерения случайной величины называется:

- 1) среднеквадратическим отклонением
- 2) математическим ожиданием
- 3) нормированным отклонением
- 4) дисперсией.

30. Нормальное распределение характеризуется следующими закономерностями:

- 1) математическое ожидание случайной величины является центром распределения и наиболее вероятным значением случайной величины
- 2) график нормальной кривой симметричен относительно центра распределения
- 3) вероятность P встретить значение, отличающееся от математического ожидания больше, чем на 3δ , достаточно велика ($P > 0,25$)

- 4) вероятность P встретить значение, отличающееся от математического ожидания больше, чем на 3δ , мала ($P < 0,003$)
- 5) форма кривой нормального распределения зависит от значения математического ожидания.
31. Нормальное распределение полностью характеризуется следующими параметрами:
- 1) математическим ожиданием
 - 2) среднеквадратическим отклонением
 - 3) доверительной вероятностью
 - 4) числом испытаний
 - 5) вероятностью ожидаемого результата
 - 6) дисперсией.
32. Величина доверительного интервала при нормальном распределении случайной величины:
- 1) зависит от значения доверительной вероятности
 - 2) не зависит от значения доверительной вероятности
 - 3) зависит от выбранного уровня значимости
 - 4) не зависит от выбранного уровня значимости
 - 5) зависит от числа вариантов в ряду
 - 6) не зависит от числа вариантов в ряду.
33. Математическое ожидание дискретной и непрерывной случайных величин определяется по формулам:
- 1) $\sum X_i P_i$
 - 2) $M^{i=1} [X_i - M(X)]^2^n$
 - 3) $\sum_{i=1}^N [X_i - M(X)]^2 P_i$
 - 4) $\int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$
 - 5) $\int_{-\infty}^{\infty} (x - M(x))^2 f(x) dx$.
34. Функция распределения вероятностей не может быть:
- 1) положительной
 - 2) отрицательной
 - 3) большей единицы.
35. Функция распределения вероятностей всегда:
- 1) положительна
 - 2) отрицательна
 - 3) принимает значения $0 \leq F(x) \leq 1$
 - 4) принимает значения $F(x) > 1$.

Установите соответствие

36. Между условием нормировки и типом случайной величины:

$$1) \sum_{i=1}^n P(X_i) = 1$$

$$2) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

а) дискретная случайная величина

б) непрерывная случайная величина.

37. Между основными числовыми характеристиками случайных величин и их формулами:

1) математическое ожидание непрерывной случайной величины

$$а) \sum_{i=1}^n i i$$

2) дисперсия непрерывной случайной величины

$$б) \sum_{i=1}^n [X_i - M(X)]^2 P_i$$

3) математическое ожидание дискретной случайной величины

$$в) \int_{-\infty}^{\infty} (x - M(x))^2 f(x) dx$$

4) дисперсия дискретной случайной величины

$$г) \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

5) среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины

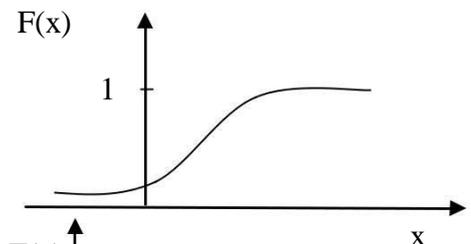
$$д) \sqrt{D}.$$

6) Среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины

38. Между графиком функции распределения вероятности и типом случайной величины:

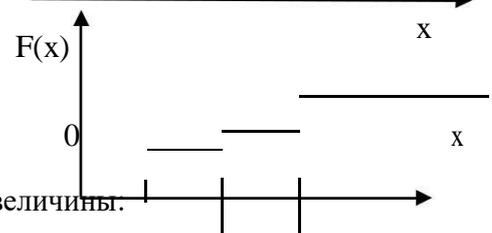
1) дискретная случайная величина

а)



2) непрерывная случайная величина

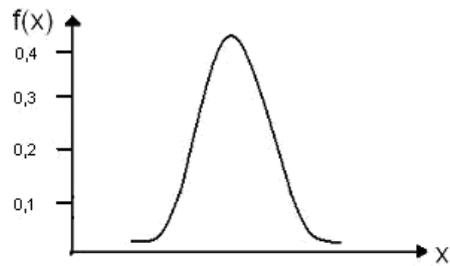
б)



39. Между видом распределения и типом случайной величины.

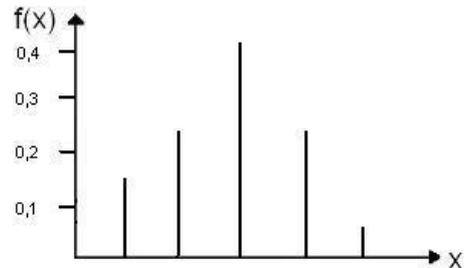
1) дискретная случайная величина

а)



2) непрерывная случайная величина

б)



Вставьте в логической последовательности значения, слова или фразы

40. Если случайная величина распределена по закону:

X	3	5	10
P	0,1	0,4	0,5

то ее математическое ожидание равно____, дисперсия равна____, среднее квадратическое отклонение равно_____.

- 1) 54
- 2) 10,81
- 3) 7,61
- 4) 2,76
- 5) 7,35.

41. По нормальному закону могут распределяться_____случайные величины.

- 1) дискретные
- 2) непрерывные
- 3) и дискретные и непрерывные.

42. Для нормально распределенной случайной величины $M(X)=70$, $\sigma=10$. Тогда в интервале от 60 до 80 будет находиться_____возможных значений случайной величины.

- 1) 70%
- 2) 68,3%
- 3) 95,5%
- 4) 99,9%.

43. Увеличение математического ожидания_____форму нормальной кривой, при этом кривая_____вдоль оси x.

- 1) изменяет
- 2) не изменяет
- 3) сдвигается влево
- 4) сдвигается вправо.

44. Уменьшение математического ожидания _____ форму нормальной кривой, при этом кривая _____ вдоль оси x .

- 1) изменяет
- 2) не изменяет
- 3) сдвигается влево
- 4) сдвигается вправо

45. При уменьшении среднеквадратического отклонения ордината нормально кривой _____, а сама кривая _____.

- 1) увеличивается
- 2) уменьшается
- 3) не изменяется
- 4) будет более пологой
- 5) будет менее пологой.

46. При увеличении среднеквадратического отклонения ордината нормально кривой _____, а сама кривая _____.

- 1) увеличивается
- 2) уменьшается
- 3) не изменяется
- 4) будет более пологой
- 5) будет менее пологой.

**Банк контрольных заданий и вопросов по дисциплине «СТАТИСТИЧЕСКИЕ
МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ»**

Обработка результатов измерений

Найти *математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение* дискретной случайной величины X по данному закону ее распределения, заданному в виде таблицы:

X_i	15	19	24	27	30
p_i	0,1	0,2	0,3	0,1	0,3

X_i	1	2	3	4	5
p_i	0,1	0,2	0,2	0,1	0,4

X_i	5	7	9	11	13
p_i	0,2	0,2	0,2	0,1	0,3

X_i	2	4	6	7	13
p_i	0,1	0,1	0,3	0,2	0,3

X_i	9	10	11	12	13
p_i	0,3	0,2	0,1	0,1	0,3

X_i	0,8	0,9	1,1	1,5	1,7
p_i	0,1	0,2	0,1	0,1	0,5

X_i	2,5	3,5	4,0	4,5	5,0
p_i	0,5	0,1	0,1	0,1	0,2

X_i	1,5	1,9	2,4	2,7	3,0
p_i	0,2	0,2	0,3	0,1	0,2

X_i	0,15	0,19	0,24	0,27	0,30
p_i	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

X_i	900	1090	1024	1027	1030
p_i	0,4	0,2	0,1	0,1	0,2

Над случайной величиной, распределенной по нормальному закону, произведено N опытов. Получены оценочные значения математического ожидания - \bar{X} и среднеквадратического отклонения - σ . Найти *доверительный интервал* с заданной надежностью β .

- a) $N=10, \bar{X}=4.6, \sigma=1.2, \beta=0.99$
- b) $N=20, \bar{X}=5.6, \sigma=1.05, \beta=0.99$
- c) $N=40, \bar{X}=55, \sigma=12, \beta=0.95$
- d) $N=50, \bar{X}=556, \sigma=12, \beta=0.95$
- e) $N=70, \bar{X}=88, \sigma=12, \beta=0.90$
- f) $N=80, \bar{X}=7.05, \sigma=2.02, \beta=0.90$
- g) $N=100, \bar{X}=66.2, \sigma=5.4, \beta=0.8$
- h) $N=100, \bar{X}=908, \sigma=24, \beta=0.8$
- i) $N=100, \bar{X}=0.05, \sigma=0.01, \beta=0.99$
- j) $N=100, \bar{X}=0.89, \sigma=0.18, \beta=0.95$

Над случайной величиной, распределенной по нормальному закону, произведено 10 опытов. Получить оценочные значения *математического ожидания* - \bar{X} , *среднеквадратического отклонения* - σ . Построить *доверительный интервал* I_β с доверительной вероятностью 0,95.

<i>№ опыта - i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	10.1	10.5	10.1	10.1	10.2	10.3	9.8	9.9	10.0	10.3

<i>№ опыта - i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	101	105	101	101	102	103	98	99	100	113

<i>№ опыта - i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	0.55	0.56	0.53	0.50	0.49	0.52	0.51	0.58	0.53	0.51

<i>№ опыта - i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	66	65	63	64	68	61	69	62	66	65

<i>№ опыта - i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	562	580	577	590	569	587	591	568	576	588

<i>№ опыта - i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	12	13	13	13	15	16	12	11	10	15

№ опыта - i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	0.001	0.002	-0.004	-0.003	0.007	-0.006	0.004	-0.002	0.004	0.004

№ опыта - i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	25	26	28	23	24	26	29	25	21	26

№ опыта - i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	448	449	442	446	447	445	441	442	442	445

Оценить совместное распределение вероятностей величин X и Y (Найти коэффициент корреляции X и Y):

Y_i	448	449	442	446	447	445	441	442	442	445
X_i	0.2	0.3	0.1	0.3	0.4	0.1	0.2	0.2	0.1	0.3

Y_i	4	6	2	6	7	3	4	5	1	6
X_i	0.2	0.3	0.1	0.3	0.4	0.1	0.2	0.2	0.1	0.3

Y_i	5	9	3	8	11	3	6	7	4	10
X_i	0.2	0.3	0.1	0.3	0.4	0.1	0.2	0.2	0.1	0.3

Y_i	448	449	442	446	447	445	441	442	442	445
X_i	0.001	0.002	-0.004	-0.003	0.007	-0.006	0.004	-0.002	0.004	0.004

Y_i	0.001	0.002	-0.004	-0.003	0.007	-0.006	0.004	-0.002	0.004	0.004
X_i	0.2	0.3	-0.8	-0.6	0.14	-0.1	0.7	-0.4	0.8	0.9

Y_i	25	26	28	23	24	26	29	25	21	26
X_i	2	2	3	2	2	3	3	3	2	3

Y_i	25	26	28	23	24	26	29	25	21	26
X_i	0.2	0.3	0.3	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.2	0.3

Y_i	12	13	13	13	15	16	12	11	10	15
X_i	1.2	1.3	1.1	1.3	1.4	1.1	1.2	1.2	1.1	1.3

Y_i	48	49	52	50	59	64	50	45	42	61
X_i	12	13	13	13	15	16	12	11	10	15

Найти вероятность попадания величины X , распределенной по нормальному закону, в заданный интервал, если известны параметры её распределения:

Интервал	Параметры распределения	
$(4.7; \infty)$	$a=4.6$	$\sigma=1.2$
$(4.5; 5.5)$	$a=5.6$	$\sigma=1.0$
$(57; 60)$	$a=55$	$\sigma=12$
$(550; 560)$	$a=556$	$\sigma=12$
$(90; 95)$	$a=88$	$\sigma=12$

$(6.8;6.9)$	$a=7.05$	$\sigma=2.02$
$(70;71)$	$a=66.2$	$\sigma=5.4$
$(850;950)$	$a=908$	$\sigma=24$
$(-\infty;0.04)$	$a=0.05$	$\sigma=0.01$
$(0.9;\infty)$	$a=0.89$	$\sigma=0.18$

Практикоориентированные задания

Лабораторная работа. Расчет генеральных параметров распределения по выборочным данным в ЭТ

Подготовьте в электронных таблицах мини-программу по расчету описательной статистики для ряда эмпирических данных с максимальным объемом выборки – 100, для этого в следующие ячейки введите формулы или функции

(мастер функций находится в строке формул -  либо с помощью команды главного меню *Вставка-Функция...*), рассчитывающие различные статистические параметры:

Статистический параметр	Ячейка(диапазон)	Вводимая информация
<i>Исходные данные</i>	A2:A102	Отформатируйте диапазон неяркой зелёной заливкой и рамкой. В A1 напишите «Данные выборки». Введите в столбец данные вашей выборки (не более 100, если необходимо обрабатывать больший массив, используйте здесь и далее диапазон необходимых размеров, например A2:A502). В конце работы приводится пример выборочных данных
<i>Объем выборки</i>	C2	Функция СЧЕТ (COUNT) из категории «Статистические», которая подсчитывает количество числовых значений в исследуемом диапазоне, игнорируя иные типы данных. В поле «значение 1» указать диапазон A2:A102
<i>Максимальное значение</i>	C3	МАКС (MAX) из категории «Статистические» – вычисляет максимальное значение из списка аргументов. В поле «значение 1» указать диапазон A2:A102
<i>Минимальное значение</i>	C4	МИН (MIN) – из категории «Статистические» вычисляет минимальное значение из списка аргументов. В поле «значение 1» указать диапазон A2:A102
<i>Размах выборки</i>	C5	Введите формулу: $=C3-C4$
<i>Мода</i>	C6	МОДА (MODE) – из категории «Статистические» вычисляет выборочную моду. В поле «число 1» указать диапазон A2:A102
<i>Медиана</i>	C7	МЕДИАНА (MEDIAN) – из категории «Статистические» вычисляет выборочную медиану. В поле «число 1» указать диапазон A2:A102
<i>Среднее выборочное</i>	C8	Функция СРЗНАЧ (или AVERAGE) (Вставка –Функция – из категории «Статистические»). В поле «значение 1» указать диапазон A2:A102

Среднеквадратическое (стандартное) отклонения	C9	Функция СТАНДОТКЛОН (STDEV) (Вставка – Функция – из категории «Статистические»). В поле «значение 1» указать диапазон A2:A102
Ошибка репрезентативности (статистическая ошибка)	C10	Рассчитывается по формуле: $\Delta m_x = \pm \frac{s}{\sqrt{n}}$ <p>где n – объем выборки, s – среднеквадратическое отклонение. Для этого в ячейку введите формулу: =C9/C2^(1/2)</p>
Коэффициент вариации	C11	Рассчитывается по формуле: $V = \frac{s}{\bar{X}} \cdot 100 \%$ <p>где \bar{X} – среднее выборочное из ячейки C8, s – среднеквадратическое отклонение из C9. Для этого в ячейку введите формулу: =C9/C8.</p> <p>Отформатируйте ячейку процентами (панель <i>Форматирование</i> – кнопка %, или команда главного меню <i>Формат</i> – ячейки – вкладка «число», формат «процентный»)</p>
Расчет доверительного интервала.	C12	Функция ДОВЕРИТ (CONFIDENCE) (Вставка/Функция/CONFIDENCE из категории «Статистические»). Альфа — это уровень значимости. Например, альфа, равная 0,05 означает 95%-й уровень надежности
Нижняя граница	C13	Рассчитывается как Среднее значение минус величина, полученная с помощью функции «ДОВЕРИТ (CONFIDENCE)», то есть по формуле: =C8-C12
Верхняя граница	C14	Рассчитывается как Среднее значение плюс величина, полученная с помощью функции «ДОВЕРИТ (CONFIDENCE)», то есть по формуле: =C8+C12
В столбце В напротив каждой заполненной ячейки столбца С напишите названия рассчитанных величин. Оформите «шапку» полученной таблицы, сделайте рамку, залейте неярким розовым цветом.		
Описание данных (розовую табличку) можно продолжить, рассчитав такие характеристики распределения, как 1,3, квартили, коэффициенты асимметрии и эксцесса. Описания этих функций приводятся ниже.		
Дополнительное задание:		

Асимметрия	С15	Значение асимметрии А рассчитывается следующим образом: $A \approx \frac{1}{ns} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3$ для расчета А используется функция SKOS/ SKEW
Эксцесс	С16	Значение эксцесса Е рассчитывается по формуле: $A \approx \frac{1}{ns} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3$ для расчета эксцесса в ЭТ используется статистическая функция ЭКСЦЕСС/ KURT

Запишите в тетрадь названия всех использованных статистических функций ЭТ.

Лабораторная работа. Графическое изображение статистических данных (аналитические графики математической статистики)

Постройте интервальный (дискретный) выборочный ряд (статистическое распределение выборки) – см. Алгоритм построения интервального ряда выборки

Статистический параметр	Ячейка	Вводимая информация												
размах выборки – R	C5	См. <i>Лабораторную работу 1</i>												
Количество классов (интервалов) – k	E3	<p>По формуле Стерджесса: $n = 1 + 3,322 \lg (N)$, результат необходимо округлить до целых значений, используя функцию ОКРУГЛВВЕРХ (ROUNDUP) из категории <i>математические</i>, в строке количество при определении аргумента – число знаков после запятой, в нашем случае равное 0, то есть до целых долей: =ОКРУГЛВВЕРХ(1+3,322* LOG(C2;10);0) в CALC формула будет выглядеть так: =ROUNDUP((1+3,31*LOG10(C2));0). Или воспользуйтесь таблицей:</p> <table border="1" data-bbox="807 1072 1401 1357"> <thead> <tr> <th>Объем выборки, n</th> <th>Число интервалов, k</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>25–40</td> <td>5–6</td> </tr> <tr> <td>40–60</td> <td>6–8</td> </tr> <tr> <td>60–100</td> <td>7–10</td> </tr> <tr> <td>100–200</td> <td>8–12</td> </tr> <tr> <td>Больше 200</td> <td>10–15</td> </tr> </tbody> </table>	Объем выборки, n	Число интервалов, k	25–40	5–6	40–60	6–8	60–100	7–10	100–200	8–12	Больше 200	10–15
Объем выборки, n	Число интервалов, k													
25–40	5–6													
40–60	6–8													
60–100	7–10													
100–200	8–12													
Больше 200	10–15													
Интервал класса – h	E4	<p>Размах выборки R делим на количество классов k: =C5/E3 При необходимости округлить, исходя их характера выборки</p>												
Номер интервала (класса)	G2:G(k+1)	Введите порядковые номера от 1 до k												
Нижние границы интервалов	H2:H(k+1)	<p>Нижняя граница первого интервала – минимальное значение выборки (ячейка C4): =C4, нижняя граница 2-го интервала – это верхняя граница первого: =I2 и т.д. Формулу можно копировать на нижний диапазон</p>												

Верхние границы интервалов	I2:I(k+1)	Верхняя граница – это нижняя граница + интервал классов из ячейки E4, например, для первого интервала: =H2+E\$4 (ячейка со значением интервала класса является абсолютной ссылкой и должна быть закреплена знаком \$) Формулу можно копировать на нижний диапазон. Чтобы верхняя граница не включалась в подсчет, можно его уменьшить на сотую долю значения (зависит от точности измерений)
Средние значения интервалов (классов)	J2:J(k+1)	Среднее арифметическое верхней и нижней границы интервала. Формулу скопировать на нижний диапазон
Накопленная частота интервалов (классов)	K2:K(k+1)	Это можно производить вручную: считать количество значений до верхней границы каждого интервала. Можно автоматизировать процесс, используя функцию из категории «Статистические» ЧАСТОТА/FREQUENCY, или из категории «математические» СЧЕТЕСЛИ, или COUNTIF. Самостоятельно предложите механизм их использования. Формулу можно копировать на нижний диапазон
Частоты классов - n_i (интервала)	L2:L(k+1)	Это можно производить вручную: считать количество значений, заключенных в рамках каждого класса от его нижней до верхней границы. Можно автоматизировать процесс, используя функцию из категории «Статистические» ЧАСТОТА/FREQUENCY, или из категории «математические» СЧЕТЕСЛИ или COUNTIF, а также накопленные частоты интервалов из столбца K. Формулу можно копировать на нижний диапазон

Оформить таблицу интервалов классов и их частот: сделать «шапку», рамку, залить неярким голубым цветом

Построение дискретного выборочного ряда происходит аналогичным образом с тем отличием, что вместо среднего значения класса берутся отдельные значения варианты выборки (которых должно быть не более 10) и подсчитываются их частоты

Запишите в тетрадь названия всех использованных функций ЭТ.

Воспользуйтесь *Мастером диаграмм* ЭТ.

Для дискретного вариационного ряда постройте Полигон частот. Для этого поместите на диаграмму зависимость частоты варианты от ранжированных значений варианты (вариационный ряд постройте самостоятельно). Используйте *Точечную диаграмму (Excel)/диаграмму XY (Calc)*. Не забудьте дополнить ряды

данных слева от нижнего значения варианты и справа от верхнего нулевыми значениями частот.

Для интервального ряда:

Поместите на диаграмму данные зависимости частоты класса (данные столбца L), от среднего значения класса (соответствующие данные столбца J). Используйте тип диаграммы *Гистограмма*.

Для построения кумуляты используйте данные столбцов J и K. Используйте *Точечную диаграмму (Excel)/диаграмму XY (Calc)*.

Для каждой диаграммы оформите заголовки, подпишите оси, подберите оптимальный масштаб, при необходимости поместите на диаграмму таблицу с данными.

Изучите полученные диаграммы:

- если гистограмма по своему виду близка к нормальному распределению, то группа однородна;
- если графики низкие и растянутые, то группа, возможно, однородна, но некомпактна;
- если графики имеют 2 и более вершины, то группа неоднородна по данному признаку и ее необходимо разбить на подгруппы, чтобы с каждой работать индивидуально.

Данный файл можно использовать как мини-программу для обработки данных любой статистической выборки объемом до 100.

Расчет неизвестных параметров распределения случайной величины.

Цель работы: исследование распределения случайной величины.

Теоретическая часть:

Над величиной X производятся n независимых опытов, давших результаты X_1, X_2, \dots, X_n . Требуется найти состоятельные и несмещенные оценки для математического ожидания m и среднеквадратического отклонения s . В качестве оценки мат. ожидания принимается **среднее арифметическое значение** величины X (средневзвешенное значение). Поскольку данные обычно записывают подряд, не разделяя на частоты, то это выражение проще записать в виде:

$$\bar{m} = X = \frac{\sum X_i}{n} \quad (1)$$

В качестве оценки **среднеквадратического отклонения** выступает величина s которая без учета частот на практике используется в виде:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (2)$$

Доверительный интервал I_β . Доверительная вероятность β (надежность).

Если требуется построить доверительный интервал для математического ожидания величины X , необходимо найти такое число $t = t(\beta)$, чтобы интеграл вероятности $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-x^2/2} dx$ равнялся β .

Этому требованию отвечает интервал

$$I_\beta = \left(\bar{m} - t \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{m} + t \frac{s}{\sqrt{n}} \right),$$

который покрывает истинное значение математического ожидания \bar{X} с вероятностью β .

Так как на опыте математическое ожидание часто неизвестно, то для доверительного интервала используется выражение:

$$I = \left(\bar{X} - t \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{X} + t \frac{s}{\sqrt{n}} \right) \quad (3)$$

t находится с помощью таблицы значений для t -распределения Стьюдента (см. приложение 2), которую можно найти в любой книге по Математической статистике или рекомендациях к лабораторным работам, \bar{X}

находится по формуле (1), а s – по формуле (2).

Практическая часть. Определение основных параметров распределения случайной величины – среднего значения (мат. ожидания) \bar{X} , среднеквадратического отклонения s и доверительного интервала I_β при заданной надежности **0,95**.

Для расчетов использовать не менее 10 измерений (или иных эмпирических данных).

Рекомендуется придерживаться следующего плана:

- 1) Сформулировать конкретную цель работы (с описанием измеряемой величины) и обрисовать схему эксперимента.
- 2) Провести экспериментальные измерения или подсчеты и результаты поместить в таблицу (см. также пример):

№ опыта i	Значение измеряемой величины X_i	$(X_i - \bar{X})^2$
1	2,50	...
2	2,45	...
3	2,39	...
...

- 3) Найти среднее значение по формуле (1).
- 4) Найти среднеквадратичное отклонение по формуле (2).
- 5) По таблице из приложения находим значение β для $k=n-1$ и $\beta = 0,95$.
- 6) Находим доверительный интервал и результат записываем в виде:

$$I = \left[X - t_{\beta} \frac{s}{\sqrt{n}}, X + t_{\beta} \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

что является другой формой записи β , или в виде (3).

7) Посчитать вероятность попадания X в произвольный интервал $[x_1, x_2]$, который определить самостоятельно из условий эксперимента. Для этого предположим, что наша величина подчиняется нормальному закону распределения вероятностей; в качестве a может быть использовано значение \bar{X} , а в качестве среднеквадратического отклонения σ – s . Вероятность попадания случайной величины X в интервал $[x_1, x_2]$ равна

$$P_{\text{в}}(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{(x-\bar{X})^2}{2\sigma^2}} dx = \Phi\left(\frac{x_2 - \bar{X}}{s}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - \bar{X}}{s}\right) \quad (4)$$

где $\Phi(t_1)$ и $\Phi(t_2)$

находятся по таблице для интегралов вероятности Приложения 1.

- 8) Записать вывод.

Пример. Спортсменом проведена серия из 10 прыжков в длину с разбега с результатами: 8.05м, 8м, 7.95м, 8.04м, 8.02м, 8, 8.01м, 7.98м, 7.96м, 7.99м.

- 1) Рассчитать неизвестные характеристики распределения величины X (длины прыжка) – среднее значение и среднеквадратическое отклонение. $\beta = 0,95$.
- 2) Определить доверительный интервал с надежностью $\beta = 0,95$.
- 3) Оценить вероятность того, что прыгун в контрольном испытании продемонстрирует результат более 8,04 м.

Решение. Составим следующую таблицу:

№ опыта, i	Длина прыжка (м) X_i	$(X_i - \bar{X})^2$ м^2
1	8,05	25
2	8,00	0
3	7,95	25
4	8,04	16
5	8,02	4
6	8,00	0
7	8,01	1

8	7,98	4
9	7,96	16
10	7,99	1
10	80	92

По формулам (1), (2) получим следующие оценки для математического ожидания и среднеквадратического отклонения:

$$\bar{X} = 8,00$$

$$s^2 = \frac{1}{10-1} \left[\sum_{i=1}^{10} X_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{10} X_i)^2}{10} \right] = \frac{1}{9} (640,0092 - 640,0000) \approx 0,0010,$$

отсюда $s = 0,0320$.

Построим доверительный интервал, согласно (3) для значения доверительной вероятности 0,95, находя коэффициент Стьюдента по таблице для данной надежности и k равного $n-1 = 9$:

$$\beta = 0,95$$

$$= t_{\beta, 2,26} = t_{0,95, 9} = 1,833$$

$$I = \left(\bar{X} - t_{\beta} \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{X} + t_{\beta} \frac{s}{\sqrt{n}} \right) = 8 \pm 0,026$$

Найдем вероятность того, что прыгун в очередном испытании «улетит» более чем на 8 м 4 см (то есть попадет в интервал $[8,04; \infty)$).

Для этого в качестве мат. ожидания и среднеквадратического отклонения возьмем их

оценки - $\bar{X} = 8,00$ и $s = 0,0320$, затем пересчитаем границы интервала по формулам (4), (5).

$$t_1 = \frac{8,04 - 8}{0,032} = 1,25, \quad t_2 = \frac{\infty - 8}{0,032}$$

Искомая вероятность может быть оценена как

$$P(X > 8,04) = \frac{1}{2} [\Phi(\infty) - \Phi(1,25)] = \frac{1}{2} (1 - 0,7887) \approx 0,106, \text{ или } \approx 11\%.$$

**Расчет коэффициента корреляции случайных величин.
Построение линейной зависимости случайных величин методом наименьших
квадратов с использованием электронных таблиц.**

Цель работы: исследование совместного распределения вероятностей рядов экспериментальных данных.

Во многих науках (физика, химия, биология и др.) часто приходится статистически анализировать влияние одного фактора на другой. Подобные задачи возникают тогда, когда такие факторы не являются независимыми, но их функциональная зависимость неизвестна (или ее невозможно найти аналитически). Примерами могут служить зависимость между осадками и урожаем или зависимость между концентрацией органических веществ в воде и количественным составом ихтиофауны.

Вероятностный подход к решению подобных задач исходит из предположения, что система рассматриваемых величин обладает определенным *совместным распределением вероятностей*.

Свойства коэффициента корреляции:

1) $0 \leq r(X, Y) \leq 1$;

2) если X, Y независимы, то $r(X, Y) = 0$;

3) если X, Y связаны между собой линейной зависимостью, т.е. $Y = aX + b$, то $r(X, Y) = 1$. При этом чем ближе он к 1, тем лучше линейная зависимость между X и Y .

Коэффициент корреляции Пирсона

Коэффициент корреляции Пирсона применяется в случае, если изучаемые случайные величины предположительно распределены по *Нормальному закону*. Он обозначается $\rho(X, Y)$ - для двух случайных величин X и Y , - и рассчитывается с помощью соотношения:

$$\rho(X, Y) = \frac{M(XY) - M(X)M(Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}$$

Здесь M и σ обозначают математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение случайной величины.

Если в результате n опытов получены данные:

X	X_1	X_2	X_3	...	X_n
Y	Y_1	Y_2	Y_3	...	Y_n

то коэффициент корреляции Пирсона рассчитывается по формуле

При выполнении работы рекомендуется придерживаться следующего плана:

1. Сформулировать конкретную цель работы (с описанием измеряемых величин и их предполагаемой взаимосвязи.)
2. Провести экспериментальные измерения или привлечь имеющиеся данные значений случайных величин X и Y .
3. Результаты оформить в виде таблицы :

Величина X_i	Величина Y_i
1	4,7
2	5,7
3	4,2
...	...

Ввести эти данные в электронные таблицы (можно без номера и заголовков). В файле «Корреляция» - в ячейки, начиная с A11 и B11.

Для нахождения коэффициента корреляции легко воспользоваться мастером функций:

В свободную ячейку, например, E11: *Вставка* → *функция* → КОРРЕЛ(CORREL) из категории «статистические».

В качестве исходных массивов выбираются 2 ряда данных из 1 и 2 столбцов таблицы с данными.

Ранговый коэффициент корреляции (по Спирмену).

Для признаков с любым видом распределения может быть использован *Ранговый*

$$r_{x,y}^s = 1 - \frac{6 \cdot \sum (d_x - d_y)^2}{n \cdot (n^2 - 1)}$$

коэффициент корреляции (коэффициент Спирмена):

где d_x и d_y - ранги статистических данных признаков X и Y соответственно.

Для удобства его вычисления можно заполнить бледно-зеленую таблицу файла «Корреляция»:

1. Для начала в ячейку H12 (**dx**) ввести функцию **РАНГ (RANK)** из категории «статистические», где в «**значение**» указать адрес ячейки со значением, для которого определяется ранг (A11), в «**данные**» указать массив всех данных первого признака, закрепив его, как абсолютную ссылку для дальнейшего копирования на соседние ячейки (A\$11:A\$...), указать «тип» - 1 — в порядке возрастания.

2. Если данные признака Y содержатся в соседнем столбце, скопировать данную формулу на нижний диапазон и на диапазон справа (столбец $I - dy$). Полученные значения использовать для подсчета разности $(dx - dy)$ ².
3. В K11 ввести n (объем выборки).
4. Ввести в ячейку L12 формулу для расчета коэффициента ранговой корреляции, например: $=1-(6*\text{SUM}(J12:J...))/(\text{K12}*(\text{K12}*\text{K12}-1))$.

Если рассматриваемые признаки имеют нормальное распределение, то целесообразнее определять наличие корреляционной связи с помощью коэффициента Пирсона, т.к. в этом случае он будет иметь меньшую погрешность, чем ранговый.

Построение уравнения регрессии.

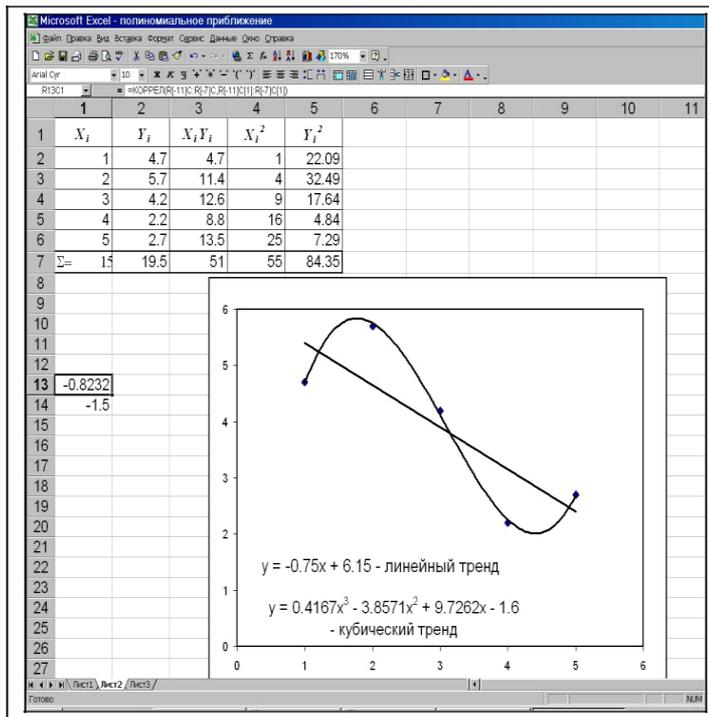
- Для построения регрессионной зависимости необходимо воспользоваться *мастером построения диаграмм* и построить зависимость Y от X (лучше выбрать *точечную или XY - диаграмму*). Чтобы добавить линейный тренд, из меню *Диаграмма* в Excel или *Вставка* в Calc выбрать команду «*добавить линию тренда...*». Выбрать «*линейную*» (если коэффициент корреляции достаточно велик). Установить необходимые параметры, не забыв установить флажок «*показывать уравнение на диаграмме*».

Данная прямая является прямой наилучшего среднеквадратического приближения к эмпирическим точкам, что составляет принцип **метода наименьших квадратов**: *сумма квадратов отклонений экспериментальных точек от сглаживающей кривой должна быть минимальной.*

П р и м е ч а н и е . Если Раздел коэффициента корреляции далек от 1 ($<0,8$), то следует поставить под сомнение наличие линейной зависимости между X и Y (и в целом совместное распределение вероятностей). В этом случае воспользуйтесь возможностями для построения полиномиального (логарифмического, экспоненциального или иного) приближения данной зависимости, установив при этом степень и необходимые параметры.

- *Попробуйте сделать прогноз зависимости Y от X за имеющуюся область определения.

Рисунок 1



Самостоятельная практическая работа

	<p>а) Приведите пример компьютерной программы (сайта, пакета прикладных программ и т. д.), рассчитывающей число перестановок. Приведите в качестве отчета:</p> <p>а) ссылку на online-калькулятор или название программы, где возможно выполнение этой операции.</p> <p>б) Скриншоты примера расчета количества перестановок множества из 12 элементов в выбранном вами электронном ресурсе.</p> <p>б) Где используются перестановки в вашей специальности?</p>
1)	<p>1) Приведите пример компьютерной программы (сайта, пакета прикладных программ и т. д.), рассчитывающей число сочетаний. Приведите в качестве отчета:</p> <p>с) ссылку на online-калькулятор или название программы, где возможно выполнение этой операции.</p> <p>д) Скриншоты примера расчета количества сочетаний из 12 элементов по 8 в выбранном вами электронном ресурсе.</p> <p>2) Где используются сочетания в вашей специальности?</p>
2)	<p>а) Приведите пример компьютерной программы (сайта, пакета прикладных программ и т. д.), рассчитывающей число размещений. Приведите в качестве отчета:</p> <p>е) ссылку на online-калькулятор или название программы, где возможно выполнение этой операции.</p> <p>ф) Скриншоты примера расчета количества размещений из 20 элементов по 3 в выбранном вами электронном ресурсе.</p> <p>б) Где используются размещения в вашей специальности?</p>

- 3) 1) Приведите пример компьютерной программы (сайта, пакета прикладных программ и т. д.), вычисляющей мат. ожидание и дисперсию по закону распределения вероятностей, заданному в виде таблицы. Приведите в качестве отчета:
- g) ссылку на online-калькулятор или название программы, где возможно выполнение этой операции.
- h) Скриншоты примера расчета мат. ожидания и дисперсии случайной величины, если её распределение вероятностей задано таблицей:
- | | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| Y | 1 | 2 | 5 |
| P | 0.3 | 0.5 | 0.2 |
- 2) Где используется мат ожидание и дисперсия в вашей специальности?

Лист внесения изменений

В Дополнения и изменения в учебной программе на 2017/2018 уч. год учебную программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. Список литературы обновлен учебными и учебно-методическими изданиями, электронными образовательными ресурсами. Обновлен перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем.

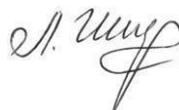
2. В фонд оценочных средств внесены изменения в соответствии с приказом «Об утверждении Положения о фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации» от 28.04.2018 № 297 (п)

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры

21 мая 2018 г. протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Лист внесения изменений

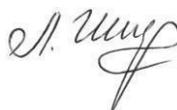
Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2018/2019 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. На титульном листе РПД и ФОС изменено название ведомственной принадлежности «Министерство науки и высшего образования РФ» на основании приказа «о внесении изменений в сведения о КГПУ им. В.П. Астафьева» от 15.07.2018 № 457 (п).
2. На титульном листе РПД и ФОС изменено название кафедры разработчика «Кафедра математики и методики обучения математике» на основании решения Ученого совета КГПУ им. В.П. Астафьева «О реорганизации структурных подразделений университета» от 01.06.2018

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
протокол № ___ от «__» _____ 2019 г.

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2019/2020 учебный год

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. В фонд оценочных средств внесены изменения в соответствии с приказом «Об утверждении Положения о фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации» от 28.04.2018 № 297 (п).
2. Обновлена карта материально-технической базы дисциплины.

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры психологии «08» мая 2019 г., протокол № 4

Внесенные изменения утверждаю:
Заведующий кафедрой



Е.Ю. Дубовик

Одобрено научно-методическим советом ИППО по направлению подготовки 37.03.01 Психология, протокол № 5 от «15» мая 2019 г.

Председатель НМСН(С) ИППО



Т.Г. Авдеева

Учебные ресурсы

КАРТА ЛИТЕРАТУРНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (включая мультимедиа и электронные ресурсы)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Направление подготовки: *37.03.01 Психология.*

Профили/название программы: **Социальная психология (общий профиль).**

Квалификация (степень): бакалавр

№ п/п	Наименование	Наличие место/ (кол-во экз.)	Потребность	Примечания
-------	--------------	------------------------------	-------------	------------

Обязательная литература

Романова Н.Ю. Карташев А.В. Основы Математической обработки информации. ЧЗ(1), АНЛ(3), АУЛ(75)
Учебное пособие. – Красноярск: РИО КГПУ, 2015. – 140 с.

Романова Н.Ю. Шепелевич Н.В.
Статистические методы обработки информации. Учебно-методическое ЧЗ(1), АНЛ(3), АУЛ(37)
пособие. – Красноярск: РИО КГПУ, 2015. – 109 с.

Романова Н.Ю. Карташев А.В. Математика и информатика. Учебно-методическое пособие. – Красноярск: РИО КГПУ, 2012. - 176 с.

ЧЗ(1), АНЛ(3), АУЛ(92)ЧЗ(1)
АНЛ(3), АУЛ(132)

Математика, часть III. Элементы теории вероятностей и математической статистики. Красноярск: РИО КГПУ, 2006, 78 с., Пушкарева Т.П, Романова Н.Ю., Шепелевич Н.В.

ЧЗ(1), ОБИМФИ(8)

Карта материально-технической базы дисциплины
«Математическая статистика»
для обучающихся образовательной программы
направление подготовки 37.03.01 Психология,
направленность (профиль) Социальная психология
по заочной форме обучения

Номер аудитории/помещения	Оборудование (наглядные пособия, макеты, модели, лабораторное оборудование, компьютеры, интерактивные доски, проекторы, информационные технологии, программное обеспечение и др.)
Аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	
1-06 г. Красноярск, ул. К. Маркса, зд. 100, (Корпус № 3)	- Учебная доска-1шт., проектор-1шт., компьютер -1шт., экран-1шт. - Программное обеспечение: Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
3-03 г. Красноярск, ул. К. Маркса, зд. 100, (Корпус № 3)	- Проектор-1шт., учебная доска-1шт., экран-1шт., компьютер-1шт. - Программное обеспечение: Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
3-13 г. Красноярск, ул. Перенсона, зд. 7 (Корпус №4)	Компьютер-15шт., принтер-1шт., маркерная доска-1шт., проектор-1шт., интерактивная доска-1шт. Программное обеспечение: Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
3-14 г. Красноярск, ул. Перенсона, зд. 7 (Корпус №4)	Компьютер-15шт., принтер-1шт., маркерная доска-1шт., проектор-1шт., интерактивная доска-1шт. Программное обеспечение: Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
Помещения для самостоятельной работы, индивидуальных консультаций	
2-11 (Методический кабинет) г. Красноярск, ул. К. Маркса, зд. 100, (Корпус № 3)	- Компьютер-14шт. - Программное обеспечение: Альт Образование 8 (лицензия № ААО.0006.00, договор № ДС 14-2017 от 27.12.2017)
4-01 (Информационно-методический ресурсный центр) г. Красноярск, ул. К. Маркса, зд. 100, (Корпус № 3)	- Компьютер- 4шт. - Программное обеспечение: Альт Образование 8 (лицензия № ААО.0006.00, договор № ДС 14-2017 от 27.12.2017)

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2019/2020 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. Список литературы обновлен учебными и учебно-методическими изданиями, электронными образовательными ресурсами. Обновлен перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем.

2. Обновлен перечень лицензионного программного обеспечения.

3. В фонд оценочных средств внесены изменения в соответствии с приказом «Об утверждении Положения о фонде оценочных средств, для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации» от 28.04.2018 №297(п)

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа и методики обучения математике в вузе протокол № 8 от «21» мая 2019 г.

Заведующий кафедрой

Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
«08» июня 2019 г. Протокол № 9

Председатель



С.В. Бортновский

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочую программу «Математическая статистика»
на 2020/2021 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

1. Обновлены титульные листы рабочей программы, фонда оценочных средств в связи с изменением ведомственной принадлежности – Министерству просвещения Российской Федерации.

2. Обновлена и согласована с Научной библиотекой КГПУ им. В.П. Астафьева «Карта литературного обеспечения (включая электронные ресурсы)», содержащая основную и дополнительную литературу, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

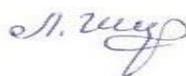
3. Обновлена «Карта материально-технической базы дисциплины», включающая аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы обучающихся в КГПУ им. В.П. Астафьева) и комплекс лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения.

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
13 мая 2020г., протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Шкерина Людмила Васильевна



Одобрено НМС ИМФИ

20 мая 2020 г., протокол №8

Председатель

Бортновский Сергей Витальевич



Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочую программу дисциплины
на 2021/2022 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

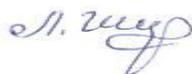
Усилена практическая направленность изучения дисциплины за счет проведения 4 часов практических занятий в форме практической подготовки (статистическая обработка и корреляционный анализ исследовательских данных).

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
12 мая 2021г., протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Шкерина Людмила Васильевна



Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
21 мая 2021 г. Протокол № 7

Председатель



С.В. Бортновский

