

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Красноярский государственный педагогический университет  
им. В.П. Астафьева»  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Кафедра-разработчик  
Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

## **ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ**

*Направление подготовки*  
44.03.02 «Психолого-педагогическое образование»

*Направленности (профили) образовательных программ*  
Дошкольное образование; Практическая психология в образовании

*Квалификация (степень) выпускника*  
бакалавр

Красноярск, 2021

Рабочая программа дисциплины «Основы математической обработки информации» составлена кандидатом физико-математических наук, доцентом кафедры математики и МОМ К.В. Романовым

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математики и методики обучения математике протокол № 8 от «13» мая 2020 г.

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом специальности (направления подготовки) ППО 20 мая 2020 г., протокол No 8

Председатель



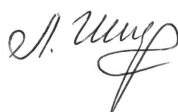
---

Рабочая программа дисциплины «Основы математической обработки информации» актуализирована кандидатом физико-математических наук, доцентом кафедры математики и МОМ К.В. Романовым

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математического анализа и методики обучения математике в вузе

«12» мая 2021, протокол № 8

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом специальности (направления подготовки) ППО 21 мая 2021 г. Протокол № 7

Председатель



## Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочую программу дисциплины  
на 2021/2022 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

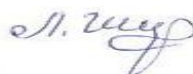
Усилена практическая направленность изучения дисциплины за счет проведения 4 часов практических занятий в форме практической подготовки (статистическая обработка и корреляционный анализ исследовательских данных).

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
12 мая 2021г., протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Шкерина Людмила Васильевна



Одобрено научно-методическим советом специальности (направления  
подготовки) ППО 21 мая 2021 г. Протокол № 7

Председатель



## 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1. Рабочая программа по дисциплине «Основы математической обработки информации» отвечает требованиям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (далее – ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.02 «Психолого-педагогическое образование», утвержденным приказом Минобрнауки России от 7 августа 2014 г. № 940; Федеральным законом «Об образовании в РФ» от 29.12.2012 №273-ФЗ; нормативно-правовыми документами, регламентирующими образовательный процесс в КГПУ им. В.П. Астафьева по направленности (профилю) образовательной программы 44.03.02. «Психолого-педагогическое образование», направленность (профили) Дошкольное образование; Практическая психология в образовании, заочной формы обучения на факультете ИППО КГПУ им. В.П. Астафьева с присвоением квалификации бакалавр (профили «Дошкольное образование»; «Практическая психология в образовании»).

Дисциплина «Основы математической обработки информации» (Б1.Б.03.03) включена в список дисциплин Блока 1 «Общекультурные основы профессиональной деятельности», Базовая часть, 5 и 6 семестры учебного плана по заочной форме обучения.

1.2. Трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 часа общего объема времени: 4 ч – лекционные занятия; 6 ч – практические занятия (в том числе 4 часа занятий проводится по решению практических задач), 35,75 ч – самостоятельная работа. Форма промежуточной аттестации – зачет.

1.3. **Цель освоения дисциплины:** содействие становлению профессиональных компетенций студентов педагогического образования на основе овладения содержанием дисциплины.

#### 1.4. Планируемые результаты обучения

Задачи освоения дисциплины	Планируемые результаты обучения по дисциплине (дескрипторы)	Код результатов обучения (компетенция)
Формирование способности использовать математический аппарат для обработки информации	Знать: предмет дисциплины; роль, место и значимость дисциплины в системе знаний; суть основных методов и задач, связанных с обработкой информации; математические модели как средства работы с информацией.	<b>УК-1</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
	Уметь: применять математические методы для обработки информации.	
	Владеть: приемами и методами математической обработки информации.	
Формирование готовности использовать математические методы обработки информации для решения профессиональных задач	Знать: основные приемы и методы поиска, критического анализа, синтеза информации, представления данных исследования.	<b>ОПК-8</b> Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний <b>ПК-8</b> Способен организовать индивидуальную и совместную учебно-проектную деятельность обучающихся в соответствующей предметной области
	Уметь: применять математические методы обработки исследовательских данных.	
	Владеть: опытом применения математических методов обработки информации для решения профессиональных задач.	

#### 1.5. Контроль результатов освоения дисциплины

В ходе изучения дисциплины используются следующие методы контроля успеваемости обучающихся: устный опрос; тестирование; выполнение лабораторных работ и индивидуальных практических заданий. Форма итогового контроля – зачет.

Оценочные средства результатов освоения дисциплины, критерии оценки выполнения заданий представлены в разделе «Фонды оценочных средств для проведения промежуточной аттестации».

#### 1.6. Перечень образовательных технологий, используемых при освоении дисциплины

В процессе обучения используются разнообразные организационные

формы и методы, такие как: лекционные и практические занятия; самостоятельная работа; модульно-рейтинговая технология обучения; электронное обучение; индивидуальная, фронтальная, групповая формы организации учебной деятельности обучающихся, их сочетание и др.

## 2. Организационно-методические документы

### 2.1. Технологическая карта обучения дисциплине

#### «ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ»

Направление подготовки 44.03.02 «Психолого-педагогическое образование»

Направленности (профили) образовательных программ

Дошкольное образование; Практическая психология в образовании

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Контакт.	Лекций	Лаб.	Практич.		КРЗ	Сам. работы	КРЭ	Формы контроля
					Практич. занятия	Практич. Подготовка				
<b>Раздел I. Математические средства представления информации</b>	<b>23</b>	<b>3</b>	<b>1</b>		<b>2</b>			<b>20</b>		Тест № 1
Тема 1.1. Информация	11,5	1,5	0,5		1			10		
Тема 1.2. Способы обработки и представления информации	11,5	1,5	0,5		1			10		Задания для СРС
<b>Раздел II. Математические модели как средство работы с информацией</b>	<b>23</b>	<b>3</b>	<b>1</b>		<b>2</b>			<b>20</b>		Тест № 2
Тема 2.1. Элементы теории множеств	9,5	1,5	0,5		1			8		
Тема 2.2. Уравнения и неравенства как математические модели	8,75	0,75	0,25		0,5			8		
Тема 2.3. Элементы теории графов	4,75	0,75	0,25		0,5			4		Задания для СРС
<b>Раздел III. Основы комбинаторики и статистической обработки исследовательских данных</b>	<b>25,75</b>	<b>4</b>	<b>2</b>		<b>1,5</b>	<b>0,5</b>		<b>21,75</b>		Тест № 3
Тема 3.1. Элементы комбинаторики и методы решения комбинаторных задач	5,75	1	0,5		0,5			4,75		
Тема 3.2. Элементы математической статистики	7	1	0,5		0,5			6		Задания для СРС
Тема 3.3. Методы статистической обработки исследовательских данных	6	1	0,5		0,25	0,25		5		Задания для СРС
Тема 3.4. Представление данных исследования в табличном редакторе Excel	7	1	0,5		0,25	0,25		6		Задания для СРС
Форма промежуточной аттестации по учебному плану – ЗАЧЕТ	0,25	0,25					0,25			Зачет
<b>ИТОГО</b>	<b>72</b>	<b>10</b>	<b>4</b>		<b>5,5</b>	<b>0,5</b>	<b>0,25</b>	<b>35,75</b>		

Образовательная деятельность по образовательной программе проводится:

- 1) в форме контактной работы: Контактные часы = Аудиторные часы + КРЗ + КРЭ; Аудиторные часы = Лекции + Лабораторные + Практические; КРЗ – контактная работа на зачете; КРЭ – контактная работа на экзамене.
- 2) в форме самостоятельной работы обучающихся – работы обучающихся без непосредственного контакта с преподавателем;
- 3) в иных формах, определяемых рабочей программой дисциплины.

Контроль – часы на подготовку к экзамену по очной и заочной формам обучения, часы на подготовку к зачету по заочной форме обучения.

ИТОГО часов = контактные часы + самостоятельная работа + контроль

## **2.2. Содержание основных разделов и тем дисциплины**

### **Базовый раздел № 1. Математические средства представления информации**

#### **Тема 1.1. Информация**

Сведения о целях изучения дисциплины. Предмет дисциплины. Информация как объект исследования. Основные виды информации по ее форме представления, способам ее кодирования и хранения. Свойства информации.

#### **Тема 1.2. Способы обработки и представления информации**

Что такое обработка информации? Способы и средства обработки и представления информации. Приемы обработки и анализа данных. Контент-анализ. Математические средства представления информации: чтение и построение графиков, таблиц и диаграмм на основе анализа информации.

### **Базовый раздел № 2. Математические модели как средство работы с информацией**

#### **Тема 2.1. Элементы теории множеств**

Определение понятий множество, подмножество и операций над ними. Круги Эйлера как математическая модель. Формула включения – исключения.

#### **Тема 2.2. Уравнения и неравенства как математические модели**

О методе математического моделирования. Уравнение, корень уравнения. Что значит решить уравнение? Неравенство. Что значит решить неравенство? Основные равносильные преобразования уравнений и неравенств. Примеры уравнений и неравенств как математических моделей различных реальных ситуаций.

#### **Тема 2.3. Элементы теории графов**

Классические исторические задачи теории графов. Определение понятия «граф». Основные понятия теории графов: вершины, ребра, смежность и инцидентность; степень вершины графа; подграф. Теорема о сумме степеней вершин графа и её следствие. Виды графов: полный граф, пустой граф и др. Путь, маршрут, цепь, цикл. Связность в графах. Дерево.



Минимальное остовное дерево. Эйлеровы и гамильтоновы циклы и графы. Правильная раскраска вершин графа. Примеры использования языка теории графов как средства работы с информацией.

### **Базовый раздел № 3. Основы комбинаторики и статистической обработки исследовательских данных**

#### **Тема 3.1. Элементы комбинаторики и методы решения комбинаторных задач**

Понятия «комбинаторика», «комбинаторная задача». Способы наглядного представления решения комбинаторных задач методом перебора. Основные правила комбинаторики. Комбинаторные конфигурации и формулы для подсчета числа размещений, сочетаний и перестановок (без повторений и с повторениями).

#### **Тема 3.2. Элементы математической статистики**

Понятия «статистика», «математическая статистика», «описательная статистика», «аналитическая статистика». Генеральная совокупность и выборка. Статистические данные. Основные этапы простейшей статистической обработки данных. Статистические характеристики (среднее, мода, медиана, размах, отклонение от среднего, дисперсия, стандартное отклонение, коэффициент вариации и др.).

#### **Тема 3.3. Методы статистической обработки исследовательских данных**

Причинно-следственные отношения между явлениями. Функциональные и стохастические (вероятностные) связи явлений и процессов. Корреляционная зависимость. Основы корреляционного анализа: эмпирическая линия регрессии; коэффициент корреляции. Примеры анализа прямолинейной связи при парной корреляции.

#### **Тема 3.4. Представление данных исследования в табличном редакторе Excel**

Формулы для расчётов статистических характеристик в табличном редакторе Excel. Построение графиков и диаграмм для представления и обработки данных исследования в табличном редакторе Excel.

## **2.3. Методические рекомендации по освоению дисциплины**

### **Рекомендации для обучающегося по работе на лекциях**

Слово «лекция» происходит от латинского «lectio» - чтение. В понятие лекции вкладывается два смысла: лекция как вид учебных занятий, в ходе которых в устной форме преподавателем излагается предмет, и лекция как способ подачи учебного материала путем логически стройного, систематически последовательного и ясного изложения.

Как правило, лекция содержит какой-либо объем научной информации, имеет определенную структуру (вводную часть, основное содержание, обобщения, промежуточные и итоговые выводы и др.), отражает соответствующую идею, логику раскрытия сущности рассматриваемых явлений. По своему характеру и значимости сообщаемая на лекции информация может быть отнесена к основному материалу и к дополнительным сведениям.

Посещение студентами лекционных занятий – дело крайне необходимое, поскольку лекции дают общую ориентировку в теме и раскрывают содержание дисциплины.

В ходе лекции полезно внимательно следить за рассуждениями лектора, выполняя предлагаемые им мыслительные операции и стараясь дать ответы на поставленные вопросы, как говорят, слушать активно, вести внутренний мысленный диалог с лектором. При этом следует вырабатывать у себя критическое отношение к существующим научным положениям, пытаться самостоятельно вникать в сущность изучаемого и стремиться обнаруживать имеющиеся несоответствия между тем, что наблюдается на практике, и тем, что об этом говорит теория.

Лекция является исходным этапом в овладении научными знаниями. Чтобы максимально использовать ее в учебном процессе, необходимо научиться записывать (конспектировать) лекции. Краткие записи лекций, конспектирование их помогает усвоить материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное.

Записи по ходу лекции должны быть в целом достаточно полными по содержанию, удобными для последующей работы и экономными по технике выполнения.

Полнота содержания знаний означает наличие в них основного теоретического материала и общих сведений по разъясняемому вопросу. Все существенные моменты лекции должны быть записаны с максимальной точностью и полнотой.

Для ускорения процесса конспектирования рекомендуется, исходя из своих индивидуальных особенностей, выбрать систему выполнения записей на лекциях, используя удобные для себя условные обозначения отдельных терминов, наиболее распространенных слов и понятий, так называемую, собственную «маркографию» - систему специальных условных значков, символов, сокращений слов.

Работа над конспектом лекции не заканчивается сразу после лекционных занятий. Она будет завершенной, если студент повторит изложенный в конспекте материал; вынесет непонятные положения в содержании лекции на поля конспекта и уточнит по другим источникам; дополнит конспект лекции пропущенными фразами, словами, пользуясь материалами из специальной литературы; оформит конспект технически, произведя подчеркивания, намечая главные вопросы. Рекомендуется для более эффективной проработки лекционного материала дополнительно ввести *сборник (словарь) понятий*, выделяя в нем для каждого нового понятия его определение, свойства, признаки, виды, примеры или контрпримеры и т.п. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

Традиционная вузовская лекция, на которой преподносится и объясняется готовая информация, подлежащая запоминанию, обычно называется информационной. Виды лекций могут быть разнообразными. Их выбор зависит от специфики преподаваемой учебной дисциплины и конкретной темы лекции.

## **Рекомендации для обучающегося по работе на практических занятиях**

*Практические занятия* - это занятия, проводимые под руководством преподавателя в учебной аудитории, направленные на углубление и закрепление научно-теоретических знаний, приобретенных на лекциях или с помощью учебников; на формирование умений и навыков в применении знаний и овладение определенными методами самостоятельной работы и навыками профессиональной деятельности.

Различие между семинарскими и практическими занятиями состоит в том, что на первых рассматриваются, как правило, теоретические вопросы, а на вторых усваиваются знания преимущественно прикладного характера, приобретаются практические навыки в ходе решения задач, выполнения лабораторных, контрольных письменных работ, тренировочных упражнений, наблюдений, экспериментов, выполнения типовых расчетов и др.

Эффективность практических занятий, прежде всего, зависит от подготовки к ним студентов, их внимательности и активности в ходе самих занятий, творческого отношения к выполнению учебных заданий и рекомендаций преподавателей. Перед практическим занятием следует изучить конспект лекции и рекомендованную преподавателем литературу, обращая внимание на практическое применение теории и на методику решения типовых задач.

На практическом занятии главное - уяснить связь решаемых задач с теоретическими положениями. При решении предложенной задачи нужно стремиться не только получить правильный ответ, но и усвоить общий метод решения подобных задач.

Решение задачи, выполнение упражнений надо начинать с четкого уяснения условия и требований задания. Возникающие трудности при решении задач и других практических работ часто вызваны не столько отсутствием должных умений, сколько невнимательностью к уяснению

смысла условия задачи или упражнения, а порой и непониманием того, в чем состоит задание.

При решении задач рекомендуется следующий алгоритм действий:

1. «Правильно понять условие задачи – значит на половину ее решить». Выяснить исходные данные для решения задачи (что дано) и что требуется получить в результате решения.

2. Теоретическая база решения (какие законы и положения должны быть применены при решении).

3. Общий план (последовательность) решения.

4. Оформление решения.

5. Запись полученного результата и его анализ.

Для ведения записей на практических занятиях обычно заводят отдельную тетрадь по каждой учебной дисциплине.

Логическая связь лекций и практических занятий заключается в том, что информация, полученная на лекции, в процессе самостоятельной работы на практическом занятии осмысливается и перерабатывается, при помощи преподавателя анализируется до мельчайших подробностей, после чего прочно усваивается.

### **Рекомендации для обучающегося по выполнению индивидуального практического задания**

Индивидуальное практическое задание выполняется в рамках практической подготовки по дисциплине «Основы математической обработки информации».

Основная цель задания: содействие формированию практических навыков в области статистического анализа исследовательских данных.

Примерное содержание задания:

*1 этап (индивидуальная работа).*

1) Провести измерения определенного статистического признака на основе имеющихся диагностик (например: рост или вес одноклассников; уровень математической культуры или отношение одноклассников к математическим знаниям и др.).

2) Выполнить первичную статистическую обработку полученных исследовательских данных: составить паспорт ряда исследовательских данных; построить многоугольник распределения частот; определить средние величины; сформулировать соответствующие выводы.

*2 этап (групповая работа).*

В микро-группах (2-3 человека) провести анализ парной корреляции – установить связь между явлениями, если одно из них входит в число причин, определяющих другое или, если имеются общие причины, воздействующие на эти явления. Основная задача – выявление связи между случайными величинами (например: рост и вес одноклассников; уровень математической культуры и отношение одноклассников к математическим знаниям и др.).

Тематика индивидуального практического задания может быть связана с темой научно-исследовательской работы обучающегося (курсовой проект, выпускная квалификационная работа).

*3 этап (индивидуальная работа).*

После первых двух этапов изучения аналитической статистики (теория статистических выводов ориентирована на обработку данных, полученных в ходе эксперимента, с целью формулировки выводов, имеющих прикладное значение для самых различных областей человеческой деятельности), мы

переходим к математической статистике, которая подразделяется на две основные области: описательную и аналитическую статистику. Описательная статистика охватывает методы описания статистических данных, представления их в форме таблиц, распределений. На данном этапе студенты будут изучать электронные таблицы как средство обработки статистических данных.

### **Рекомендации для обучающегося по подготовке к зачету**

Зачет – это глубокая итоговая проверка знаний, умений, навыков и компетенций обучающихся.

К сдаче зачета допускаются обучающиеся, которые выполнили весь объём работы, предусмотренный учебной программой по дисциплине.

Организация подготовки к зачету сугубо индивидуальна. Несмотря на это, можно выделить несколько общих рациональных приёмов подготовки к зачету, пригодных для многих случаев.

При подготовке к зачету конспекты учебных занятий не должны являться единственным источником научной информации. Следует обязательно пользоваться ещё учебными пособиями, специальной научно-методической литературой.

Усвоение, закрепление и обобщение учебного материала следует проводить в несколько этапов:

а) сквозное (тема за темой) повторение последовательных частей дисциплины, имеющих близкую смысловую связь; после каждой темы – воспроизведение учебного материала по памяти с использованием конспекта и пособий в тех случаях, когда что-то ещё не усвоено; прохождение таким образом всего курса;

б) выборочное по отдельным темам и вопросам воспроизведение (мысленно или путём записи) учебного материала; выделение тем или вопросов, которые ещё не достаточно усвоены или поняты, и того, что уже хорошо запомнилось;

в) повторение и осмысливание не усвоенного материала и воспроизведение его по памяти;

г) выборочное для самоконтроля воспроизведение по памяти ответов на вопросы.

Повторять следует не отдельные вопросы, а темы в той последовательности, как они излагались лектором. Это обеспечивает получение цельного представления об изученной дисциплине, а не отрывочных знаний по отдельным вопросам.

Если в ходе повторения возникают какие-то неясности, затруднения в понимании определённых вопросов, их следует выписать отдельно и стремиться найти ответы самостоятельно, пользуясь конспектом лекций и литературой. В тех случаях, когда этого сделать не удаётся, надо обращаться за помощью к преподавателю на консультации, которая обычно проводится перед зачетом.



### 3. Компоненты мониторинга учебных достижений обучающегося

#### 3.1. Технологическая карта рейтинга дисциплины «ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ»

##### БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 1

	Форма работы	Количество баллов 25 %	
		min	max
Текущая работа	Лабораторная работа № 1	6	10
	Лабораторная работа № 2	6	10
Промежуточный рейтинг-контроль	Тест № 1	3	5
Итого		15	25

##### БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 2

	Форма работы	Количество баллов 35 %	
		min	max
Текущая работа	Лабораторная работа № 3	6	10
	Лабораторная работа № 4	6	10
	Лабораторная работа № 5	6	10
Промежуточный рейтинг-контроль	Тест № 2	3	5
Итого		21	35

##### БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 3

	Форма работы	Количество баллов 35 %	
		min	max
Текущая работа	Лабораторная работа № 6	6	10
	Лабораторная работа № 7 (1 этап индивидуального практического задания)	6	10
	Лабораторная работа № 8 (2 этап индивидуального практического задания)	6	10
Промежуточный рейтинг-контроль	Тест № 3	3	5
Итого		21	35

##### ИТОГОВЫЙ РАЗДЕЛ

Содержание	Форма работы	Количество баллов 5 %	
		min	max
	Зачет	3	5
Итого		3	5

##### ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ

Базовый модуль/ Тема	Форма работы	Количество баллов 0%	
		min	max
–	–	0	0
–	–	0	0
Итого		0	0
Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех модулей, без учета дополнительного модуля)		min	max
		60	100

##### Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки

Общее количество набранных баллов	Академическая оценка
60 – 72	зачтено
73 – 86	зачтено



**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Красноярский государственный педагогический  
университет им. В.П. Астафьева»  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Кафедра разработчик  
Кафедра математики и методики обучения математике

УТВЕРЖДЕНО

на заседании кафедры

протокол № 8

от «12» мая 2021 г.

Зав. кафедрой Л.В. Шкерина



ОДОБРЕНО

на заседании научно-методического совета  
специальности (направления подготовки)

Протокол № 7 от 21 мая 2021 г.

Председатель



**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации  
обучающихся по дисциплине

**ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ  
ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ**

Направление подготовки 44.03.02 «Психолого-педагогическое  
образование»

Направленности (профили) образовательных программ  
Дошкольное образование; Практическая психология в образовании  
Квалификация: бакалавр

Составитель

Романов К.В., доцент кафедры  
математики и МОМ

Красноярск 2021



## **1. Назначение фонда оценочных средств**

1.1. **Целью** создания ФОС дисциплины «Основы математической обработки информации» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. ФОС по дисциплине решает **задачи**:

- контроль и управление процессом приобретения студентами необходимых знаний, умений, навыков и уровня сформированности компетенций, определенных в ФГОС ВО по соответствующему направлению подготовки;

- контроль (с помощью набора оценочных средств) и управление (с помощью элементов обратной связи) достижением целей реализации ОПОП, определенных в виде набора общепрофессиональных и профессиональных компетенций выпускников;

- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс Университета.

1.3. ФОС разработан на основании **нормативных документов**:

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации, от 9 февраля 2016 г. N 91;

- образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование», направленность (профиль) образовательной программы Биология, квалификация (степень) «бакалавр»;

- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» и его филиалах.

## **2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе изучения дисциплины**

**2.1. Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины:**

**УК-1** Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

**ОПК-8** Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний

**ПК-8** Способен организовать индивидуальную и совместную учебно-проектную деятельность обучающихся в соответствующей предметной области

**3 ВЛАДЕНИЕ НАВЫКАМИ СОЦИОКУЛЬТУРНОЙ И  
МЕЖКУЛЬТУРНОЙ КОММУНИКАЦИИ, обеспечивающими  
адекватность социальных и профессиональных контактов2.2.**

**Этапы формирования и оценивания компетенций**

Компетенция	Дисциплины, практики, участвующие в формировании  компетенции	Тип контроля	Оценочное средство/ КИМы	
			Номер	Форма
<b>ОПК-8</b> Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	Модуль «Общекультурные основы профессиональной деятельности» Межкультурная коммуникация Безопасность жизнедеятельности Информационная культура и технологии в образовании	текущий	5.1.2	Лабораторная работа/ Индивидуальное практическое задание
			5.1.1	Тест
	Модуль "Научные основы учебной деятельности" Основы научной деятельности студента Экономика Основы предметно-профильной подготовки Современные направления развития научной отрасли (по профилю подготовки) Дисциплины методической подготовки ориентированные на достижение результатов обучения Методика обучения и воспитания Технологии современного образования: Современные технологии обучения Школьный практикум по дисциплинам (профиля подготовки) Учебная практика исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы) Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена  Выполнение и защита выпускной квалификационной работы	промежуточный	5.2.1	Зачет
<b>ПК-8</b> Способен организовать индивидуальную и совместную учебно-	Модуль 5 "Учебно-исследовательский" Основы математической обработки информации Основы учебно-	текущий	5.1.2	Лабораторная работа/индивидуальное практическое задание

проектную деятельность обучающихся в соответствующей предметной области	исследовательской работы (профильное исследование) Производственная практика: преддипломная практика Модуль 6 "Теоретические основы профессиональной деятельности" Теория обучения и воспитания Модуль 7 "Педагогическая интернатура" Производственная практика: педагогическая практика интерна Модуль 9 "Предметно-методический" Дисциплины предметной подготовки ориентированные на достижение результатов обучения Основы предметно-профильной подготовки Дисциплины методической подготовки ориентированные на достижение результатов обучения Школьный практикум по дисциплинам (профиля подготовки) Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена Выполнение и защита выпускной квалификационной работы		5.1.3	СРС
		промежуточный	5.2.1	Зачет
<b>УК-1</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Модуль 10 "Предметно-теоретический" Основы языкознания Модуль 1 "Мировоззренческий" Культурология Естественнонаучная картина мира Модуль 2 "Коммуникативный" Иностранный язык Русский язык и культура речи Информационно-коммуникационные технологии в образовании и социальной сфере Педагогическая риторика Модуль 3 "Здоровьесберегающий" Основы ЗОЖ и гигиена Анатомия и возрастная физиология Безопасность жизнедеятельности Физическая культура и спорт Физическая культура и спорт: Элективная дисциплина с по общей физической подготовке/Элективная дисциплина по подвижным и спортивным играм/Элективная дисциплина по физической	текущий	5.1.2	Лабораторная работа/индивидуальное практическое задание
			5.1.1	Тест
		промежуточный	5.1.3	СРС
			5.2.1	Зачет



	<p>культуре для обучающихся с ОВЗ и инвалидов)</p> <p>Модуль 4 "Теория и практика инклюзивного образования"</p> <p>Современные технологии инклюзивного образования</p> <p>Проектирование индивидуальных образовательных маршрутов детей с ОВЗ</p> <p>Модуль 5 "Учебно-исследовательский"</p> <p>Основы математической обработки информации</p> <p>Основы учебно-исследовательской работы (профильное исследование)</p> <p>Учебная практика: ознакомительная практика</p> <p>Учебная практика: научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы)</p> <p>Производственная практика: преддипломная практика</p> <p>Модуль 6 "Теоретические основы профессиональной деятельности"</p> <p>Теория обучения и воспитания</p> <p>Учебная практика: введение в профессию</p> <p>Учебная практика:технологическая (проектно-технологическая) практика</p> <p>Модуль 7 "Педагогическая интернатура"</p> <p>Проектирование урока по требованию ФГОС</p> <p>Производственная практика: педагогическая практика интерна</p> <p>Модуль 8 "Основы вожатской деятельности"</p> <p>Учебная практика: общественно-педагогическая практика</p> <p>Производственная практика: вожатская практика</p> <p>Модуль 9 "Предметно-методический"</p> <p>Дисциплины предметной подготовки ориентированные на достижение результатов обучения</p> <p>Основы предметно-профильной подготовки</p> <p>Образовательное право</p> <p>Дисциплины методической подготовки ориентированные на достижение результатов</p>			
--	--	--	--	--

	<p>обучения</p> <p>Методика обучения и воспитания</p> <p>Технологии современного образования: Современные технологии обучения</p> <p>Технологии современного образования: Современные средства оценивания результатов обучения</p> <p>Школьный практикум по дисциплинам (профиля подготовки)</p> <p>Производственная практика: междисциплинарный практикум</p> <p>Производственная практика: педагогическая практика</p> <p>Учебная практика</p> <p>исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы)</p> <p>Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена</p> <p>Выполнение и защита выпускной квалификационной работы</p>			
--	---	--	--	--

### 3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1. Фонды оценочных средств включают: вопросы к зачету.

3.2. Оценочные средства

3.2.1. Оценочное средство 5.2.1. – вопросы к зачету.

Критерии оценивания по оценочному средству 5.2.1. - вопросы к зачету

Формируемые компетенции	Высокий уровень сформированности компетенции	Продвинутый уровень сформированности компетенции	Базовый уровень сформированности и компетенции
	(87 - 100 баллов) отлично/зачтено	(73 - 86 баллов) хорошо/зачтено	(60 - 72 баллов)* удовлетворительно/зачтено
<b>УК-1</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Обучающийся проявляет высокий уровень сформированности навыков поиска, критического анализа и синтеза информации, применяет системный подход для решения поставленных задач	Обучающийся в большинстве случаев проявляет способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применяет системный подход для решения поставленных задач	Обучающийся владеет основными навыками поиска, критического анализа и синтеза информации
<b>ОПК-8</b> Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе	Обучающийся проявляет высокий уровень сформированности	Обучающийся в большинстве случаев демонстрирует	Обучающийся демонстрирует владение основами

специальных научных знаний	специальных научных знаний в соответствующей предметной области	владение специальными научными знаниями в соответствующей предметной области	специальных научных знаний в соответствующей предметной области
<b>ПК-8</b> Способен организовать индивидуальную и совместную учебно-проектную деятельность обучающихся в соответствующей предметной области	Обучающийся на высоком уровне проявляет способность определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения в соответствующей предметной области	Обучающийся на продвинутом уровне проявляет способность определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения в соответствующей предметной области	Обучающийся на базовом уровне проявляет способность определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения в соответствующей предметной области

\*Менее 60 баллов – компетенция не сформирована

#### 4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

4.1. Фонды оценочных средств включают: тесты и лабораторные работы.

4.2 Критерии оценивания

4.2.1. Критерии оценивания по оценочному средству 5.1.1. – тест.

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Верно и достаточно полно обоснованны ответы на все вопросы базового уровня сложности	3
Верно и достаточно полно обоснованны ответы на все вопросы базового и среднего уровня сложности	1
Верно и достаточно полно обоснованны ответы на все вопросы базового, среднего и высокого уровня сложности	1
<b>Максимальный балл</b>	<b>5</b>

4.2.2. Критерии оценивания по оценочному средству 5.1.2. – лабораторная работа/индивидуальное практическое задание.

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Обоснованность целей и задач	2
Владение предметным содержанием	2
Верная последовательность выполнения этапов работы	2
Обоснованность полученных результатов и выводов	2
Презентация результатов работы	2
<b>Максимальный балл</b>	<b>10</b>

## 5. Оценочные средства (контрольно-измерительные материалы)

### 5.1. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

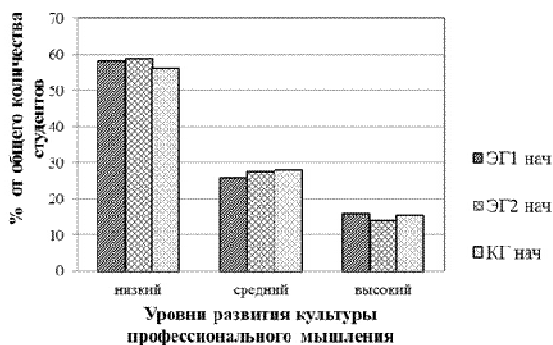
#### 5.1.1. Типовые варианты тестов по дисциплине «Основы математической обработки информации»

##### Тест № 1

#### Базовый раздел 1. Математические средства представления информации

1. Установите соответствие между графическим представлением информации и её видом: 1) График; 2) Гистограмма; 3) Круговая диаграмма; 4) Схема; 5) Таблица; 6) Диаграмма с областями

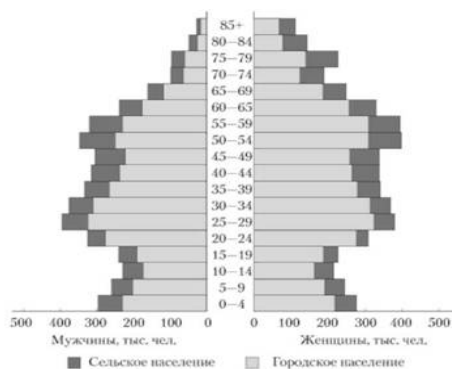
A)



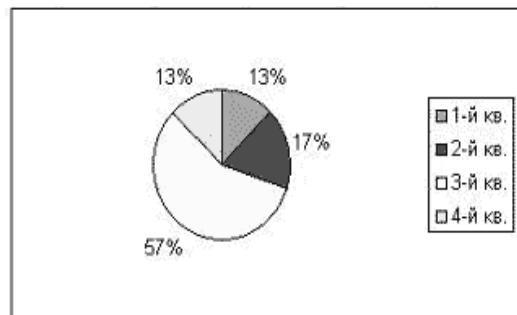
B)



C)



D)

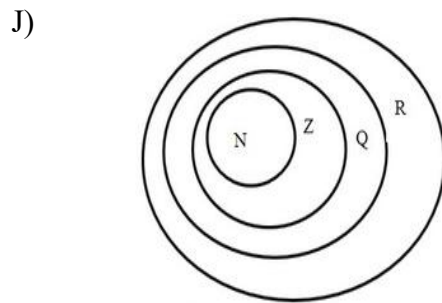
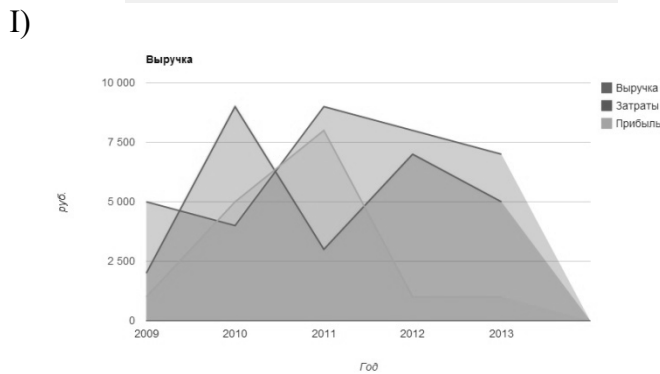
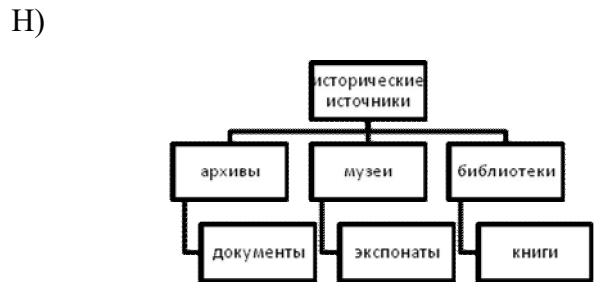
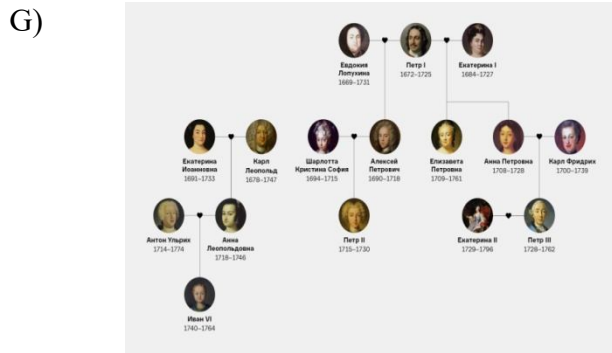


E)



F)

	Периоды всемирной истории	Условные хронологические рамки	Абсолютный возраст
99% дописьменная история 1% письменная история	История первобытного общества	Приблизительно 4 млн. лет назад — IV—I тыс. до н. э.	Приблизительно 4 млн. лет (40 000 веков)
	История Древнего мира	IV тыс. до н. э. — середина I тыс. н. э.	Около 4000 лет (40 веков)
	История Средних веков	476–1640 гг.	Около 1200 лет (12 веков)
	История Нового времени	640–1900 гг.	Около 300 лет (3 века)
	История Новейшего времени	с 1900-х гг.	1 век
Компьютерная эра		с 2001 г.	По настоящее время

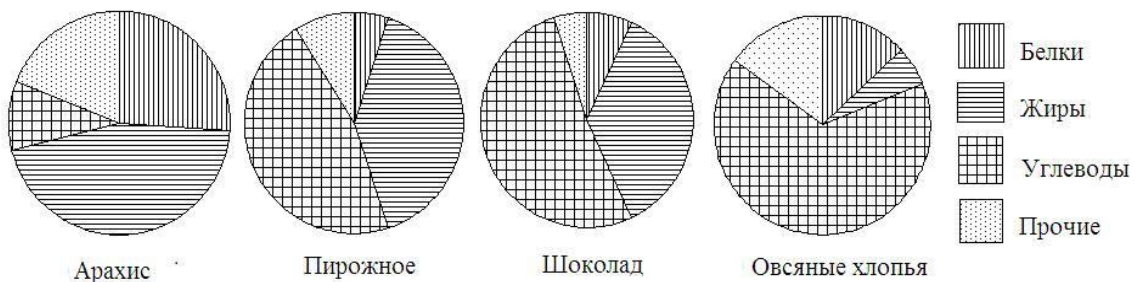


Ответ: В таблице под каждым номером, определяющим вид графической информации, укажите букву подходящего по виду графического объекта:

1	2	3	4	5	6

2. Определите, в каком продукте больше:

А) жиров? Б) углеводов? В) белков?



Ответ: \_\_\_\_\_

## Тест № 2

### Базовый раздел 2. Математические модели как средство работы с информацией

1. Староста курса представил отчет преподавателю физкультуры: Всего студентов 45. Из них в футбольной секции – 25, баскетбольной – 30, шахматной – 28, футбольной и баскетбольной – 16, футбольной и шахматной – 18, баскетбольной и шахматной – 17, во всех трех секциях – 15. Отчет был забракован. Почему?

Ответ: \_\_\_\_\_

2. Из 100 туристов, отправляющихся в заграничное путешествие, немецким языком владеют 30 человек, английским – 28, французским – 42. Английским и немецким одновременно владеют 8 человек, английским и французским – 10, немецким и французским – 5, всеми тремя языками – 3. Сколько туристов не владеют ни одним языком?

Ответ: \_\_\_\_\_

3. На соревнования каждый стрелок делал 10 выстрелов. За каждое попадание он получал 5 очков, а за каждый промах с него снималось одно очко. Успешным считалось выступление, при котором стрелок получал не менее 30 очков. Сколько раз стрелок должен был попасть в мишень, чтобы его выступление было успешным?

Ответ: \_\_\_\_\_

4. От деревни до железнодорожной станции 20 км. Поезд отходит от станции в 11 ч. В каком часу человеку, живущему в деревне, надо выйти из дома, чтобы успеть на поезд, если он будет идти со скоростью 5 км/ч?

Ответ: \_\_\_\_\_

5. Имеется 100 городов, между некоторыми из них проложены дороги с двухсторонним движением. Известно, что из любого города можно попасть в любой другой, причем по единственному маршруту. Сколько имеется дорог?

Ответ: \_\_\_\_\_

6. На предприятии планируется выполнить 9 работ:  $V_1, V_2, \dots, V_9$ . Для выполнения этих работ необходимы механизмы:  $A_1, A_2, \dots, A_6$ . Использование механизмов для каждой из работ определяется следующей таблицей:

Механизм	Работа								
	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_7$	$V_8$	$V_9$
$A_1$	+		+				+	+	+
$A_2$		+		+					
$A_3$			+			+	+		+
$A_4$	+	+		+	+				
$A_5$			+		+			+	
$A_6$					+	+		+	+

Ни один из механизмов не может быть использован одновременно на двух и более работах. Выполнение каждой работы занимает 1 час. Как распределить механизмы, чтобы суммарное время выполнения всех работ было минимальным и каково это время?

Ответ: \_\_\_\_\_

### Тест № 3

#### Базовый раздел 3. Основы комбинаторики и статистической обработки информации

1. В алфавите племени УАУ имеются только две буквы – «а» и «у». Сколько различных слов по три буквы в каждом можно составить, используя алфавит этого племени?

Ответ: \_\_\_\_\_

2. Сколькими способами может быть сформирована команда из 9 человек на олимпиаду от студенческой группы из 23 человек?

Ответ: \_\_\_\_\_

3. У студента 3 экзамена. Сколько возможностей распределения оценок (неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично)?

Ответ: \_\_\_\_\_

4. Первого сентября на 1 курсе некоторого факультета запланировано 3 лекции по разным предметам. Всего на 1 курсе изучается 10 предметов. Сколько существует способов составить расписание на 1 сентября?

Ответ: \_\_\_\_\_

5. В обувном магазине за день продали 45 пар мужской обуви следующих размеров: 39, 41, 40, 42, 41, 40, 42, 44, 40, 43, 42, 41, 43, 39, 42, 41, 42, 39, 41, 37, 43, 41, 38, 43, 42, 41, 40, 41, 38, 44, 40, 39, 41, 40, 42, 40, 41, 42, 40, 43, 38, 39, 41, 41, 42. Найти статистические характеристики выборки: среднее арифметическое, медиану, моду.

Ответ: \_\_\_\_\_

6. Существует ли взаимосвязь между показателями веса и количеством подтягиваний на перекладине у 11 исследуемых с помощью расчета коэффициента корреляции, если данные выборок таковы:

$x_i$ , кг ~ 51; 50; 48; 51; 46; 47; 49; 60; 51; 52; 56.

$y_i$ , кол-раз ~ 13; 15; 13; 16; 12; 14; 12; 10; 18; 10; 12.

Ответ: \_\_\_\_\_

### 5.1.2. Лабораторные работы / Индивидуальное практическое задание

Название разделов и тем	Цель и содержание лабораторной работы	Результаты лабораторной работы
<i>Лабораторная работа №1-2</i>		
<i>Математические средства представления информации</i>	<p><b>Цель:</b> научиться представлять информацию соответствующую будущей профессиональной деятельности в виде схем, диаграмм, графов, графиков, таблиц.</p> <p><b>Содержание:</b> систематизация информации и построение таблиц; чтение графиков и диаграмм; построение графиков и диаграмм на основе анализа информации в Excel.</p>	<p>Решение задач на построение диаграмм и графиков по данным.</p> <p>Решение задач на представление информации в табличном виде и выбор информации по указанным параметрам.</p> <p>Решение задач на построение графиков в Excel.</p>
<i>Лабораторная работа № 3-6</i>		
<i>Математические модели как средство работы с информацией</i>	<p><b>Цель:</b> научиться применять математические модели при работе с информацией.</p> <p><b>Содержание:</b> о методе математического моделирования; способы представления данных исследования в виде конечных или бесконечных множеств, основные операции над множествами, формула включения-исключения; уравнения и неравенства как математические модели реальных ситуаций; графовые модели, приложения теории графов; методы решения комбинаторных задач.</p>	<p>Решение задач на основе построения математических моделей</p>
<i>Индивидуальное практическое задание (лабораторная работа № 7-8)</i>		
<i>Основы комбинаторики и</i>	Индивидуальное практическое	Решение статистических задач.



<p><i>статистической обработки информации</i></p>	<p>задание выполняется в рамках практической подготовки по дисциплине «Основы математической обработки информации».</p> <p><b>Цель:</b> овладеть способами представления статистических данных и методами статистической обработки информации.</p> <p><b>Содержание:</b> первичная обработка опытных данных; составление вариационного ряда выборки, определение статистических характеристик ряда выборки; установление прямолинейной связи при парной корреляции; представление данных исследования в табличном редакторе Excel.</p> <p><b>Этапы выполнения задания</b></p> <p><i>1 этап (индивидуальная работа).</i></p> <p>1) Провести измерения определенного статистического признака на основе имеющихся диагностик (например: рост или вес одноклассников; уровень математической культуры или отношение одноклассников к математическим знаниям и др.).</p> <p>2) Выполнить первичную статистическую обработку полученных исследовательских</p>	<p>Презентация микроисследований (по группам).</p>
---	--	--

	<p>данных: составить паспорт ряда исследовательских данных; построить многоугольник распределения частот; определить средние величины; сформулировать соответствующие выводы.</p> <p><i>2 этап (групповая работа).</i></p> <p>В микро-группах (2-3 человека) провести анализ парной корреляции – установить связь между явлениями, если одно из них входит в число причин, определяющих другое или, если имеются общие причины, воздействующие на эти явления. Основная задача – выявление связи между случайными величинами (например: рост и вес одноклассников; уровень математической культуры и отношение одноклассников к математическим знаниям и др.).</p> <p><b>Замечание:</b> тематика индивидуального практического задания может быть связана с темой научно-исследовательской работы обучающегося (курсовой проект, выпускная квалификационная работа).</p>	
--	--	--

### 5.1.3. Задания для самостоятельной работы студентов (СРС)

#### Блок 1. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

## Понятие вероятности. Комбинаторика

В естествознании, наряду с детерминированными процессами и явлениями, существуют такие, которые не имеют четкой причинно-следственной связи. Такие закономерности характеризуются той или иной степенью возможности (вероятности). Это связано с тем, что они описывают поведение случайных событий. Их изучением и занимается теория вероятностей.

Событие — это первичное понятие, к которому сводятся все остальные. Его можно представить как исход опыта или действия. Например, попадание стрелком в цель, выпадение цифры при бросании монеты, наступление рассвета и т.д.

Событие называется *случайным*, если в результате опыта (совокупности условий) оно может произойти или нет. Например, подбрасывается монета. Выпадение герба или цифры – случайное событие. Их обозначают  $A, B, C, \dots$ . Каждый опыт из серии опытов, повторяющихся в одних и тех же условиях, называется *испытанием*.

Отношение числа случаев ( $m$ ), благоприятствующих наступлению события  $A$  к общему числу проведенных испытаний ( $n$ ) называют *относительной частотой* появления события  $A$ . Обозначают  $W(A)$ .

Записывают по форме  $W(A) = \frac{m}{n}$  — статистическое определение вероятности.

Всегда  $0 \leq W(A) \leq 1$ ,  $n$  — конечно.

Когда проводится большое число испытаний, наблюдается *свойство устойчивости* частоты. Оно состоит в том, что частота появления события  $A$  незначительно колеблется в различных однородных сериях испытаний. Это очень важное свойство. Оно и позволяет ввести вероятность, т.е. число, около которого колеблется частота появления события  $A$ . Но часто требуется знать вероятность появления какого-либо события до проведения испытаний. Это особенно важно тогда, когда испытания трудоемки или невозможны. В таких случаях для нахождения вероятности события  $A$  пользуются классическим определением, по которому вероятность наступления события  $P(A)$  находится по той же формуле, что и относительная частота.

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

где  $m$  — число исходов, благоприятствующих появлению события  $A$ , а  $n$  — число всех возможных исходов (событий).

**Замечание:** каждый из возможных исходов испытания (подбрасывание монеты, вынимание шара из урны и т.п.) называют *элементарным исходом*.

Формула  $P(A) = \frac{m}{n}$  справедлива, когда исходы (события) равновозможны, несовместны и образуют полную группу.

Под *равновозможными* понимают такие события, когда одно из

них не более возможно, чем другое. Выпадение «6» и «3» при бросании игрального кубика — равновозможные события.

События *несовместны*, если в одном испытании (опыте) появление одного исключает появление других. Появление герба несовместно с появлением цифры при одном бросании монеты.

Несколько событий образуют *полную группу*, если в результате испытаний появится хотя бы одно из них.

Если события, образующие полную группу, попарно–несовместны, то в результате опыта появится только одно из них. Выпадение «герба» или «цифры» при бросании монеты образуют полную группу.  $0 \leq P(A) \leq 1$ . Для достоверного события, которое в данном испытании обязательно произойдет,  $P(A)=1$ , для невозможного  $P(A)=0$ . Например, при бросании игральной кости выпадение числа очков меньше или равное «6» — достоверное событие, а больше «6» — невозможное.

**Пример 1.** В урне 6 белых и 7 черных шаров. Вынимается наудачу один шар. Найти вероятность того, что он белый.

**Решение.** Число всех случаев вынуть один шар равно сумме шаров в урне  $6+7=13$ , причем исходы равновозможны, несовместны и образуют полную группу. Пусть событие  $A$  — вынут белый шар. Число случаев, благоприятствующих этому событию  $m=6$ , т.к. белый шар можно вынуть только из белых шаров. Поэтому  $P(A)=\frac{m}{n}=\frac{6}{13}$ .

Но формулы  $W(A)$  и  $P(A)$ , справедливы только при конечном числе испытаний (исходов) ( $n$ ). Чтобы восполнить этот недостаток вводят понятие геометрической вероятности, т.е. вероятности попадания точки в область (отрезок, площадь, ...)

$P(A)=\frac{g}{G}$ , где  $g$  принадлежит  $G$  и  $g$  — мера геометрического образа (длины, площади, ...), благоприятствующего попаданию точки;  $G$  — мера всей рассматриваемой области.

Часто подсчитать число всех исходов или число благоприятствующих случаев бывает не так просто или трудоемко. Здесь на помощь приходит комбинаторика — раздел математики. Она изучает различные способы соединения элементов в группы: перестановки, размещения, сочетания.

**Перестановками** ( $P_n(n); P_n$ ) **из  $n$  элементов** называют их соединения, которые различаются друг от друга только порядком входящих в них элементов.

**Размещениями** ( $A_n^m$ ) **из  $n$  элементов по  $m$**  называют такие их соединения, которые различаются друг от друга самими элементами или их порядком.

**Сочетаниями** ( $C_n^m$ ) **из  $n$  элементов по  $m$**  называют соединения элементов, которые отличаются друг от друга только самими элементами.

Основные формулы комбинаторики

Без повторения элементов	С повторениями (возвращениями) элементов
Перестановки	
$P(n) = n!$	$\bar{P}_n = \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!}$ $n_1, n_2, \dots, n_k$ — число повторений соответствующих элементов
Размещения	
$A_n^m = \frac{P(n)}{(n-m)!} = \frac{n!}{(n-m)!}$	$\bar{A}_n^m = n^m$
Сочетания	
$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$	$\bar{C}_n^m = \frac{(m+n-1)!}{m!(n-1)!}$

**Пример 2.** Найти число перестановок из трех цифр 1, 2, 3.

**Решение.** 123, 132, 231, 213, 321, 312 или  $P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ .

**Пример 3.** Найти число перестановок из букв слова «ПОТОП».

**Решение.**  $P_5 = \frac{5!}{2!2!1!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 30$ , так как в слове «ПОТОП» 2 буквы

«П», 2 буквы «О» и одна буква «Т».

**Пример 4.** Найти число размещений из четырех цифр 1, 2, 3, 4 по две.

а) без повторения цифр;

б) с повторениями их.

**Решение.** а) 12 13 14 21 23 24

31 32 34 41 42 43

$$A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 12$$

б)  $\bar{A}_4^2 = 4^2 = 16$

**Пример 5.** Найти число сочетаний из четырех элементов  $a, b, c, d$  по

два

а) без повторения элементов;

б) с повторениями.

**Решение.** а)  $C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = 6$

б)  $\bar{C}_4^2 = \frac{(2+4-1)!}{2!(4-1)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 10$

Здесь  $ab$  и  $ba$  неразличимы.

**Замечание:** В каждой конкретной задаче выбор формулы для

подсчета  $m$  и  $n$  определяется ее содержанием.

**Пример 6.** На автодороге Красноярск–Дивногорск за время  $t$  зарегистрирован проезд 1000 автомобилей. Из них 6 инициировали дорожно-транспортные происшествия. Найти относительную частоту аварий автомобильного транспорта на этом участке.

**Решение.** Событие  $A$ —«произошло дорожно-транспортное происшествие». Тогда частота появления события  $A$

$$W(A) = \frac{m}{n} = \frac{6}{1000} = 0,006$$

**Пример 7.** В урне  $a$  белых и  $b$  черных шаров. Наудачу выбирают три шара. Найти вероятность того, что они все черные.

**Решение.** Событие  $A$ —«вынуты 3 черных шара». Общее число равновозможных исходов испытания равно числу способов, которыми можно извлечь три шара из общего числа  $(a+b)$  шаров, т.е. числу сочетаний из  $(a+b)$  по 3:  $n = C_{a+b}^3$ .

Найдем число исходов, благоприятствующих событию  $A$ : вынуть три черных шара. Так как черные шары можно взять только из черных, то число способов вынуть три черных шара равно числу сочетаний из  $b$  черных шаров по 3:  $m = C_b^3$ .

$$\text{Тогда } P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_b^3}{C_{a+b}^3}.$$

Здесь для подсчета  $m$  и  $n$  применили формулы сочетаний, так как порядок взятых трех шаров нас не интересует.

**Пример 8.** На отрезке  $[0,3]$  оси  $Ox$  называется произвольное число. Найти вероятность того, что оно будет принадлежать части этого отрезка  $[1,3]$ .

**Решение.** Пусть событие  $A$  — «число принадлежит отрезку  $[1,3]$ ». В задаче пространство всех равновозможных элементарных событий ( $G$ ) имеет размер длины отрезка и равно 3, а пространство элементарных событий, благоприятствующих наступлению события  $A$  ( $g$ ), равно 2 — длине отрезка  $[1,3]$ .

$$\text{Тогда } P(A) = \frac{g}{G} = \frac{2}{3}$$

## Задания 1

1. Человек решил поехать на день рождения к своему другу. Но к нему можно добраться только с пересадкой в городе  $A$ . Сначала у него есть три варианта поездки: поездом, автобусом паромом, а дальше до места назначения только вертолетом или на моторной лодке. Сколькими способами человек может добраться к своему другу?

2. Сколько различных перестановок можно составить из букв слова «демократия», «крокодил»?

3. Сколькими способами можно разместить 8 человек в двух купе, если Нина и Оля должны быть в одном купе?

4. Проводник разносит пассажирам чай. В его распоряжении 9 купе по 4 человека в каждом. Сколькими способами он может обслужить их?

5. Серебряная, золотая и бронзовая медали разыгрываются между десятью штангистами. Сколькими способами медали могут быть распределены?

6. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, если цифры

а) не повторяются

б) повторяются?

7. Сколькими способами можно распределить на пароходе среди шести человек

а) 3 одноместные каюты I класса?

б) Одну каюту «люкс», одну одноместную I класса и одну одноместную II класса?

8. Сколькими способами можно разместить на стоянке автомобилей на лучшее место сначала 2 «Нивы» из 5, потом 3 «Мерседеса» из 5, а затем остальные машины? Всего в очереди на размещение 16 машин.

9. В урне 5 белых и 4 красных шара. Сколькими способами можно достать 3 белых шара? Сколькими способами можно достать любые 3 шара?

10. На верхней полке в купе можно разместить 4 багажных предмета. Сколькими способами это можно сделать? Сколькими способами их можно расставить на двух верхних полках?

11. В магазине покупатель может приобрести для себя 10 различных предметов одежды. Сколькими способами он может купить 2 разные по составу комплекта одежды из 8 предметов?

12. Из 100 подбрасываний монеты «герб» выпал 48 раз. Какова относительная частота появления «герба»?

13. На испытательном стенде проходят проверку на виброустойчивость 100 приборов. Относительная частота годных приборов оказалась равной 0,93. Найти число бракованных приборов.

14. На работу проводником требуются пять человек. Подали заявление 8 человек, из них 5 женщин. Найти вероятность того, что будут отобраны двое мужчин и три женщины.

15. В соревнованиях по парному фигурному катанию на зимних олимпийских играх разыгрываются медали золотая, серебряная и бронзовая. В розыгрыше участвуют спортсмены из Англии, Финляндии, Германии, США, Белоруссии и России. Каждая страна представляет по 2 пары участников. Какова вероятность того, что золотая медаль достанется России, серебряная – Белоруссии и бронзовая – Финляндии.

16. На 6 карточках написаны цифры 1, 3, 4, 6, 7, 9. Наугад берутся 2 карточки и составляется дробь. Какова вероятность того, что ее можно сократить на три?

17. В редакции газеты работают 7 корреспондентов. Редактор для беседы приглашает троих из них. Найти вероятность того, что корреспонденты будут вызваны в определенном порядке?

18. На прилавке магазина 60 одинаковых тетрадей в клетку. Из них 20 сделаны из бумаги второго сорта. Покупатель приобрел 15 тетрадей, из них 6 оказались второго сорта. Он решил купить ещё одну. Какова вероятность того, что эта тетрадь будет второго сорта?

19. В библиотеку института поступили 20 учебников по английскому языку. Из них три оказалось с браком. Для занятий в группе берут 7 учебников. Какова вероятность того, что среди них окажется один бракованный?

20. Секретный замок сейфа содержит шифр из пяти разных цифр. Оператор забыл первую цифру и набрал её наудачу. Какова вероятность того, что будет набрана верная цифра? Какова вероятность открыть сейф, если он забыл 3 первые цифры и набирает их наудачу?

21. В ремонтный цех поступило 12 осей для колесных пар. Из них три дефектные. Рабочий берет наудачу 2 оси. Найти вероятность того, что взята одна стандартная и одна дефектная ось.

22. Из букв слова «коммутатор», нанесенных на карточки, последовательно берется 5 букв и складываются в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «мотор».

23. У ребенка есть буквы нарезной азбуки и, о, у, з, н, к, м, м, м. Какова вероятность того, что раскладывая их подряд, он получит слово «коммунизм»?

24. Из 50 взятых наудачу подшипников, оказались бракованными несколько штук. Частота появления брака 0,1. Сколько было бракованных подшипников?

25. Квадрат с вершиной в начале координат и стороной 3 см пересекается с параболой  $y = \frac{x^2}{9}$ . Какова вероятность того, что наудачу брошенная точка попадет на участок квадрата, лежащий вне площади, ограниченной параболой?

26. Пять человек разного роста выстраиваются в одну линию. Найти вероятность того, что они выстроятся строго в убывающем порядке.

27. В квадрат со стороной 3 см вписан круг радиуса 1 см, произвольно. Найти вероятность того, что точка брошенная в квадрат, окажется в круге.

28. В окружность радиуса 5 см вписан квадрат. Наудачу брошена в круг точка, которая попадает в квадрат, вписанный в круг, с вероятностью  $\frac{4}{25\pi}$ . Найти сторону квадрата.

29. Две параболы  $y = x^2$  и  $x = y^2$  пересекаются в точках (0,0) и (1,1) квадрата со стороной в 1 см, две стороны которого лежат на осях координат. Какова вероятность брошенной наудачу точке попасть на участок, ограниченной параболой?

30. Подбрасываются две игральные кости белая и черная. Найти вероятность того, что на белой кости выпало не меньше 3 очков, а на черной – кратное трем.

31. Два встречных поезда приходят в Красноярск с 10 до 11 часов. Стоянка каждого 15 минут. Каждый может прибыть с опозданием. Какова вероятность встречи поездов?



32. Какова вероятность получить из слова «комбинация» слово, состоящее из двух гласных и трех согласных?

33. Из пяти пронумерованных кубиков наудачу извлекают по одному три кубика. Найти вероятность того, что номера кубиков расположены в возрастающем порядке.

34. На карточках написаны буквы э, л, е, р, т, о, з, в, о, к. Ребенок берет по одной и раскладывает их в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «электровоз»? слово «лектор»?

35. Набирая номер телефона, абонент забыл две последние цифры, но помнит, что они разные. Абонент стал набирать их наудачу. Какова вероятность того, что абонент наберет нужный номер со второго захода?

36. В ящике лежат 12 одинаковых тетрадей. Из них пять в линейку, остальные – в клетку. Взяты наудачу 3 тетради. Найти вероятность того, что из них хотя бы одна окажется в клетку.

37. В коробке лежало несколько лампочек, причем две из них на 127 в, а остальные на 220в. Вероятность взять три лампы, из которых одна на 127 в, а две другие на 220в равна  $\frac{3}{5}$ . Найти число лампочек в коробке.

38. Рыбак поймал 8 омулей и хариусов, примерно одинаковых по весу. Покупатель с вероятностью  $\frac{5}{14}$  покупает у него 2 омуля. Сколько омулей и хариусов поймал рыбак?

### Теоремы сложения и умножения вероятностей

Выражения, определяющие вероятности суммы или произведения событий, зависят от того, совместны эти события или нет, зависимы они или нет.

События *совместны*, если могут произойти в данном опыте одновременно и *несовместны*, если это невозможно.

**Пример 9.** 1. Событие  $A$ —появление туза, событие  $B$  появление карты пиковой масти.  $A$  и  $B$ —совместные события.

2. Событие  $A$  — появление двойки, событие  $B$  — появление четной цифры при бросании игральной кости.  $A$  и  $B$ —совместные события.

3. Событие  $A$  — попадание в мишень при первом выстреле. Событие  $B$  — непопадание в мишень при первом выстреле. События  $A$  и  $B$  — несовместны.

События  $A$  и  $B$  – *независимы* тогда и только тогда, когда на вероятность появления одного события не влияет появление другого. В противном случае события  $A$  и  $B$  называются *зависимыми*.

На практике о независимых событиях судят по смыслу задачи. Часто независимыми оказываются события, не имеющие одно к другому никакого отношения.

**Пример 10.** Бросается 2 монеты. Событие  $A$ — на первой монете

выпал «герб». Событие  $B$  — обе монеты упали одинаковым образом.

**Решение.** Всего четыре исхода опыта  $\{ГГ, ГЦ, ЦГ, ЦЦ\}$ .

$$\text{Пусть } A: \{ГГ, ГЦ\} \quad P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$\text{Пусть } B: \{ГГ, ЦЦ\} \quad P(B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Действительно, пересечение событий  $A$  и  $B$ , т.е.  $A \cap B$  будет одно событие  $\{ГГ\}$ , т.е.  $P(A \cdot B) = \frac{1}{4}$ . Следовательно, события  $A$  и  $B$  независимы.

*Теорема сложения (объединения) вероятностей несовместных событий:* Вероятность появления одного из двух несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий. Для двух событий  $A$  и  $B$ :

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Вероятность появления одного из нескольких попарно несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий. Так для  $n$  событий  $A_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ):

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n).$$

Если события  $A_1, A_2, \dots, A_n$  образуют полную группу, и попарно несовместны, то

$$P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1$$

Два события, образующих полную группу, называются **противоположными**.

Пусть событие  $A$  — попадание стрелка в цель, тогда противоположное событие  $\bar{A}$  — промах стрелка.

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1; \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

*Теорема сложения вероятностей совместных событий:* Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления. Для двух событий  $A$  и  $B$ :

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B).$$

*Теорема умножения вероятностей двух независимых событий:* Вероятность совместного появления двух независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий.

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B).$$

Для нескольких независимых событий

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n).$$

**Теорема умножения вероятностей двух зависимых событий:** Вероятность совместного появления двух зависимых событий, равна произведению вероятности одного из них ( $P(A)$ ) на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило ( $P_A(B)$ ).

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P_A(B).$$

Аналогично,  $P(A \cdot B) = P(B) \cdot P_B(A)$ .

Вероятность совместного появления трех и более событий равна произведению вероятности одного из них на условные вероятности всех остальных:

$$P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P_A(B) \cdot P_{A \cdot B}(C).$$

**Пример 11.** В урне 12 шаров, из них 5 синих, остальные — белые. Наудачу берут 3 шара. Найти вероятность того, что

- хотя бы один шар будет синим,
- синих шаров взято не будет.

**Решение.** 1) Хотя бы один (событие  $A$ ) означает, что один или два или три синих шара взято из урны.

Событие  $B$  — из урны взяты один синий и два белых шара.

Событие  $C$  — из урны взяты два синих и один белый шар.

Событие  $D$  — из урны взяты три синих шара.

$A, B, C$  — события несовместные.

Тогда  $A = B + C + D$

$$P(A) = P(B) + P(C) + P(D)$$

$$P(B) = \frac{C_5^1 \cdot C_7^2}{C_{12}^3} = \frac{21}{44};$$

$$P(C) = \frac{C_5^2 \cdot C_7^1}{C_{12}^3} = \frac{14}{44}; \quad P(D) = \frac{C_5^3}{C_{12}^3} = \frac{2}{44}$$

$$P(A) = \frac{21}{44} + \frac{14}{44} + \frac{2}{44} = \frac{37}{44} \quad (\text{по теореме сложения}$$

несовместных событий).

2) Взяты хотя бы один синий и ни одного синего не взято — противоположные ( $\bar{A}$  и  $A$ ), следовательно,

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{37}{44}$$

**Пример 12.** Три стрелка стреляют по мишени и каждый делает по одному выстрелу. Вероятность попасть в мишень первому стрелку 0,9; второму — 0,7; третьему — 0,8. Найти вероятность того, что в мишень попадет:

- только один стрелок;
- только два стрелка;
- не попал ни один.

**Решение.** а) Событие  $A_1$  — попал первый стрелок;  $\bar{A}_1$  — не попал;

Событие  $A_2$  — попал второй стрелок;  $\bar{A}_2$  — промах;

Событие  $A_3$  — попал третий стрелок;  $\bar{A}_3$  — промах.

Событие  $A$  — попал только один стрелок. Это означает, что попал первый, а второй и третий промахнулись или попал второй, а первый и третий промахнулись или попал третий, а первый и второй не попали в мишень, т.е.

$$A = A_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 + A_2 \bar{A}_1 \bar{A}_3 + A_3 \bar{A}_1 \bar{A}_2.$$

Здесь каждое из слагаемых есть произведение независимых событий, тогда  $P(A) = P(A_1)P(\bar{A}_2)P(\bar{A}_3) + P(A_2)P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_3) + P(A_3)P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2)$ .

$$P(A_1) = 0,9 \quad P(\bar{A}_1) = 1 - 0,9 = 0,1$$

$$P(A_2) = 0,7 \quad P(\bar{A}_2) = 1 - 0,7 = 0,3$$

$$P(A_3) = 0,8 \quad P(\bar{A}_3) = 1 - 0,8 = 0,2$$

$$P(A) = 0,9 \cdot 0,3 \cdot 0,2 + 0,7 \cdot 0,1 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,1 \cdot 0,3 = 0,092$$

б) Событие  $B$  — в цель попали только два стрелка

$$B = A_1 A_2 \bar{A}_3 + A_2 A_3 \bar{A}_1 + A_1 A_3 \bar{A}_2$$

$$P(B) = 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,2 + 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,1 + 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,3 = 0,398$$

с) Событие  $\bar{C}$  — в цель не попал ни один стрелок

$$P(\bar{C}) = 1 - P(C); \quad C = A_1 A_2 A_3 \quad P(C) = P(A_1)P(A_2)P(A_3)$$

$$P(C) = 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,594$$

$$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0,594 = 0,496;$$

**Пример 13.** Два стрелка стреляют по мишени и делают по одному выстрелу. Вероятность поразить цель первым стрелком равна 0,5; вторым — 0,7. Найти вероятность того, что в цель

- попадут оба стрелка;
- какой-либо один.

**Решение.** а) Событие  $C$  — в цель попадет и первый и второй стрелок.

Событие  $A$  — в цель попал первый стрелок;

Событие  $B$  — мишень поразил второй стрелок.

Так как события  $A$  и  $B$  независимы, то  $C = A \cdot B$  и

$$P(C) = P(A) \cdot P(B) = 0,5 \cdot 0,7 = 0,35$$

б) Событие  $D$  — в цель попал какой-либо один стрелок, т.е. попал или первый или второй, но не оба вместе  $D = A + B - A \cdot B$ , т.к.  $A$  и  $B$  — события совместные, то

$$P(D) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = 0,5 + 0,7 - 0,5 \cdot 0,7 = 0,85$$

(по теореме сложения совместных событий)

**Пример 14.** В группе восемь девушек. Из них 5 — светловолосые.

Наудачу выбираются одна за другой три девушки. Какова вероятность того, что все три окажутся светловолосыми?

**Решение.** а) Событие  $A$  — первая девушка светловолосая, событие  $B$  — вторая девушка светловолосая, событие  $C$  — третья девушка светловолосая.

Вероятность того, что первая девушка светловолосая

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{5}{8}$$

Так как число светловолосых девушек уменьшилось на единицу, т.е. их осталось 4, соответственно и общее число девушек уменьшилось на единицу, т.е. их осталось 7, то вероятность, второй отобранной девушке быть светловолосой, равна

$$P_A(B) = \frac{4}{7}$$

Рассуждаем аналогично, получаем

$$P_{A,B}(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Тогда искомая вероятность, согласно теореме о произведении вероятностей зависимых событий (совмещенных) будет:

$$P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P_A(B) \cdot P_{A,B}(C) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{28}$$

**Пример 15.** Вероятность попадания в первую мишень для стрелка равна  $2/3$ . Если при первом выстреле стрелок попал, то он получает право на второй выстрел по другой мишени. Вероятность поражения первой и второй мишени при двух выстрелах равна  $0,5$ . Какова вероятность поражения второй мишени?

**Решение.** а) Событие  $A$  — стрелок попал в первую мишень, событие  $B$  — стрелок попал во вторую мишень.

$$\text{Известно, что } P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cdot B) = \frac{1}{2}.$$

Но во вторую мишень он может попасть только при условии, что он попал в первую, тогда вероятность его попадания во вторую мишень есть условная вероятность  $P_A(B)$ .

По теореме произведения совместных событий

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P_A(B)$$

тогда

$$P_A(B) = \frac{P(A \cdot B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{4} = 0,75$$

## Задания 2

1. Изделие проходит проверку у трех контролеров. Вероятность того, что его забракует первый — 0,1, второй — 0,05, третий — 0,01. Найти вероятность того, что изделие будет забраковано.

2. Вероятность того, что в начале сентября выпадет снег — 0,05, что он выпадет в середине сентября — 0,1, что он выпадет в конце месяца — 0,2. Найти вероятность того, что в сентябре выпадет снег.

3. Вероятность студенту сдать экзамен по физике на «пять» равна 0,1, на «четыре» — 0,2, на «три» — 0,3, на «два» — 0,05. Какова вероятность студенту сдать экзамен на положительную оценку?

4. Американский бомбардировщик ведет прицельное бомбометание по объектам на территории Югославии. Причем, попадая в один из намеченных объектов, он поражает ещё два. Вероятность попадания в каждый из объектов соответственно 0,035; 0,03; 0,015. Найти вероятность того, что намеченные объекты не будут поражены?

5. Завод отправил электрочайники в количестве 100 штук в магазин. Из них 80 штук первого сорта, 15 штук — второго сорта и 5 штук — бракованная продукция. Какова вероятность того, что отобранный наудачу чайник окажется либо первого, либо второго сорта?

6. Ребенок перемешал семена яблок «Семеринка» и «Фуше». Какова вероятность посадить три семени одного сорта, если «Семеринки» было 8 штук, а «Фуше» — 6? Какова вероятность, что будут посажены семена разных сортов?

7. На сортировочную горку поступают товарные, почтовые, пассажирские и багажные вагоны с вероятностью соответственно 0,3; 0,2; 0,4 и 0,1. Какова вероятность того, что на сортировочную горку поступит какой либо вагон из товарных или почтовых или пассажирских?

8. В детский новогодний подарок положили 6 конфет «Ласточка», 4 конфеты «Белочка» и 5 конфет «Стратосфера». Ребенок берет три конфеты. Найти вероятность того, что среди них окажутся две одинаковые.

9. Предприниматель ожидает телеграфные извещения из трех городов: Москвы, Минска и Владивостока. Вероятность получения телеграммы из Москвы — 0,5, из Минска — 0,3. Найти вероятность получения извещения из Владивостока.

10. Профком выделяет три путевки в дом отдыха студентам за хорошую успеваемость. Поощрения заслуживают пять студентов Вадим, Николай, Стас, Ирина и Ольга. Найти вероятность того, что поощрения путевками получают Вадим и Николай или Стас и Ирина или Николай, Ольга и Стас.

11. Подбрасываются одновременно три игральных кости. Какова вероятность того, что на всех трех выпадут цифры «5»?

12. На трех полках находится по десять книг. Из них на первой полке — 8 книг последнего года издания; на второй — 6; на третьей — 4. Наудачу берут по одной книге с каждой полки. Какова вероятность того, что все три книги окажутся последнего года издания? Что книги не окажутся последнего года издания?

13. В трех коробках лежат карандаши по 40 штук в каждой. Красные — в первой коробке; синие — во второй; зеленые — в третьей. В каждой коробке смешаны карандаши двух фабрик. Фабрики им. Кирова в первой коробке 20 штук; во второй — 15; в третьей — 18, остальные изготовлены на фабрике им. «Сакко и Ванцетти». Наудачу из каждой коробки взято по карандашу. Какова вероятность того, что из первой коробки взят карандаш фабрики им. Кирова, а из второй и третьей — карандаш, изготовленный на фабрике им. «Сакко и Ванцетти»?

14. В магазине по одинаковой цене продаются швейные изделия, изготовленные на двух швейных фабриках. 40 штук изготовлено Московской фабрикой, а 30 — Ивановской. Два покупателя, независимо друг от друга наудачу покупают по одному одинаковому изделию. Какова вероятность того, что оба купили изделия одной и той же фабрики?

15. Спортсмен в одной секции магазина покупает лыжные ботинки, а в другой — лыжи. Лыжных ботинок в магазине 10 пар, из них четыре нужного размера. Лыжных пар разных марок — 16, из них 7 пар марки «Енисей». Какова вероятность того, что спортсмен купит лыжи марки «Енисей» и лыжные ботинки нужного размера?

16. Два станка штампуют различные заготовки для изделия. Первый станок на 50 заготовок допускает 2% брака, второй — на 80 заготовок — 5% брака. Рабочий берет по одной заготовке с каждого станка. Какова вероятность того, что первая и вторая заготовки не бракованные?

17. Завхозу надо заменить в общежитии 4 электролампы. Из них две на 100 Вт и две на 60 Вт. В одной коробке лежат 20 ламп на 100 Вт, из них 5 штук не стандартные; в другой — 16 ламп на 60 Вт, из них 4 нестандартные.

а) Какова вероятность того, что завхоз возьмет по две стандартные лампы на 100 и на 60 Вт?

б) Какова вероятность того, что все взятые завхозом лампы окажутся нестандартными?

18. Схема состоит из трех последовательно соединенных блоков. Надежности блоков соответственно равны 0,9; 0,8; 0,6. Какова вероятность того, что схема не выйдет из строя?

19. На двух вазах яблоки трех сортов: «Фуше», «Семеринка», «Апорт». На каждой вазе по 12 яблок. Ребенок берет по одному с каждой вазы. Какова вероятность того, что оба яблока оказались сорта «Фуше», если на первой вазе их 5 штук, а на второй — 3. Какова вероятность, что с первой вазы он взял два яблока «Семеринки», а со второй одно сорта «Апорт», если всего он взял три яблока?

20. Два аквалангиста со дна моря достают затонувший предмет и опускаются под воду поочередно. Каждый предпринимает две попытки. Вероятность обнаружить предмет с одного захода для каждого аквалангиста равна 0,7. Какова вероятность того, что предмет будет найден?

21. Средства ПВО охраняют завод от воздушного налета. Противник совершил одну за другой 3 воздушные атаки. Вероятность поражения завода в одной атаке равна 0,3. Какова вероятность того, что завод

а) будет поражен противником?

б) не будет поражен противником.

22. Спортсмен–лыжник выполняет три прыжка с трамплина. Вероятность в каждом прыжке удачно приземлиться, равна 0,7. Найти вероятность того, что спортсмен–лыжник хотя бы один раз благополучно приземлился.

23. На соревнованиях разыгрывается золотая, серебряная и бронзовые медали. Вероятность получить золотую медаль — 0,7, серебряную — 0,8; бронзовую — 0,9. Найти вероятность того, что спортсмен получит хотя бы одну какую–либо медаль.

24. Спортсмен участвует в трех видах соревнований: лыжные гонки; прыжки с трамплина и стрельба из винтовки. Первое место он может занять в лыжных гонках с вероятностью 0,9; в прыжках с трамплина — с вероятностью 0,7; в стрельбе из винтовки — с вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что он займет первое место во всех трех видах? Какова вероятность, что он займет первое место только в лыжных гонках и стрельбе из винтовки?

25. В коробке в произвольном порядке лежат двенадцать втулок, из них пять латунных. Рабочий последовательно достает 4 втулки. Какова вероятность того, что хотя бы одна из них латунная?

26. Проводится конкурс трех певцов. Вероятность получить высшую оценку для каждого одинакова и равна 0,7. Какова вероятность того, что только два певца получают высшую оценку? Какова вероятность того, что не более двух певцов получают высшую оценку?

27. В цехе работают четыре электромотора. Вероятность не выхода из строя каждого за время  $t$  равна 0,8. Найти вероятность того, что за это время

- a) только один электромотор выйдет из строя;
- b) по крайней мере два не выйдут из строя;
- c) выйдут из строя не менее трех электромоторов.

28. В пяти ящиках находятся различные транзисторы. Сборщику радиотехнического узла необходим один определенный. В первом ящике он может находиться с вероятностью 0,3; во втором — с вероятностью 0,4; в третьем — 0,2; в четвертом — 0,5; в пятом — 0,6. Найти вероятность того, что нужный транзистор содержится

- a) не менее чем в трех ящиках;
- b) во всех ящиках;
- c) не содержится ни в одном ящике;
- d) хотя бы один ящик содержит нужный транзистор.

29. Трех студентов независимо друг от друга попросили решить одну и ту же задачу. Первый может ее решить с вероятностью 0,8; второй — 0,6; третий — 0,7. Какова вероятность того, что

- a) ни один студент не решил задачу;
- b) хотя бы один студент решил ее;
- c) решили два студента.

30. Студент добирается с занятий домой автобусом и троллейбусом. Вероятность того, что за время  $t$  к остановке подойдет нужный автобус, равна 0,9; а нужный троллейбус — 0,8. Какова вероятность того, что в течение времени  $t$  студент уедет домой?

31. В сеть включены последовательно два блока и сигнальная лампочка. Вероятность того, что за время  $t$  первый блок выйдет из строя равна



0,2; а для второго — 0,3. Найти вероятность того, что за время  $t$  сигнальная лампа погаснет.

32. Какова вероятность безотказной работы сети, если в схеме есть два дублирующих блока, причем первый не выходит из строя с вероятностью 0,6, а второй — с вероятностью 0,7.

33. Подбрасываются две кости белая и черная одновременно. Какова вероятность того, что на белой кости выпадет число очков меньше трех, а на черной — число очков, кратное двум.

34. Игральная кость подбрасывается два раза поочередно. Найти вероятность того, что выпадет четное число очков при первом и втором бросании её.

35. Покупатель хочет приобрести спортивный костюм. Они продаются в трех магазинах. В первом он может купить его с вероятностью 0,9; во втором — 0,85; в третьем — 0,7. Какова вероятность того, что покупатель приобретет костюм?

36. Самолет – разведчик преодолевает две линии обороны противника. Вероятность того, что его могут сбить на первой линии равна 0,8; на второй — 0,7. Найти вероятность того, что самолет – разведчик не будет сбит.

37. Студент решил вечером пойти в театр. В кассе филармонии есть 22 билета. Из них 10 в драматический театр, а остальные в театр «Оперы и балета». Ему надо два билета в один театр. Какова вероятность того, что он купит билеты в театр.

38. Два спортсмена участвуют в розыгрыше серебряной медали. Вероятность того, что медаль будет получена первым из спортсменов равна 0,88. Найти вероятность получить медаль вторым спортсменом, если первый может ее получить с вероятностью 0,7.

39. Средства ПВО обнаружили вражеский самолет в воздушном пространстве страны. На поражение цели одна за другой посылаются три ракеты. Каждая может поразить самолет с вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что самолет будет сбит?

40. Покупателю надо приобрести подарок для юбиляра. В одном магазине он может купить его с вероятностью 0,6; в другом — с вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что покупатель сделает подарок юбиляру?

41. Рыбак закинул две удочки в разных местах реки. Вероятность того, что рыба клюнет на одну из них равна 0,8. Какова вероятность того, что рыба клюнет на первую удочку, если на вторую она клюет с вероятностью 0,5?

42. В коробке перемешаны пять красных кубиков, семь синих и четыре желтых. Ребенок достает наудачу по одному кубику. Какова вероятность того, что он сначала достанет красный, потом желтый, потом синий кубик?

43. В коробке перемешаны кубики с цифрами от 1 до 9, по одной цифре на каждом кубике. Ребенок достает три кубика и выстраивает их в ряд. Найти вероятность того, что у него получится число 143, если он доставая их поочередно

а) не возвращает кубики в коробку;

б) возвращает их обратно.

44. Два абитуриента сдают физику. Один выучил 20 вопросов из 30; а во второй — 10. Чтобы получить положительную оценку надо ответить на два

вопроса из трех. Какова вероятность того, что оба получают положительную оценку?

45. Хозяйка предложила гостю к чаю три пирожка с капустой, три пирожка с морковкой, два с картошкой и два с повидлом. Пирожки произвольно положены на тарелке. Какова вероятность того, что гость взял сначала пирожок с капустой, потом с морковкой, а затем с повидлом? Какова вероятность того, что он сразу взял три пирожка с капустой, морковкой и повидлом себе на тарелку?

46. По жребию распределяются пять конвертов с двумя билетами в театр каждый. Причем в трех конвертах билеты на «Риголетто», а в двух на «Летучую мышь». Два студента наудачу поочередно берут конверты. Какова вероятность того, что второму студенту достанется конверт с билетами на «Летучую мышь», если первый студент вытащил конверт с билетами на этот же спектакль?

47. Продаются десять пар варежек. Из них шесть пар с узорами. Какова вероятность второму покупателю приобрести одну пару варежек с узорами, если первый взял две пары таких варежек?

48. Бомбардировщик производит бомбометание по целям на вражеской территории. Вероятность попадания бомбы в цель  $\frac{3}{4}$ . Какова вероятность того, что цель будет взорвана, если 5% бомб могут не взорваться?

49. В составе поезда остались недоукомплектованными пассажирами два купейных вагона: старый и новый. В новом свободны 15 мест, из них 5 нижние, в старом — 20 мест, из них 8 нижние. Пассажир покупает билет в купейный вагон. Найти вероятность того, что

- а) куплено нижнее место при условии, что вагон старый;
- б) билет куплен в новый вагон, если известно, что место нижнее.

50. Проводник поезда дальнего следования раздает пассажирам постельное белье: комплекты голубого и белого цвета, сложенные в произвольном порядке. Всего голубых комплектов 12, белых — 28. Вероятность брака для комплекта голубого цвета составляет  $\frac{1}{4}$ , для комплекта белого цвета  $\frac{3}{14}$ . Найти вероятность того, что пассажир получит комплект белого цвета и без брака?

51. Из четырех лыжников и трех конькобежцев отбираются в сборную завода четыре спортсмена. Какова вероятность того, что последовательно, один за другим будут выбраны два лыжника и два конькобежца? Какова вероятность того, что отбирая наудачу, будут выбраны сразу два лыжника и два конькобежца?

52. Цех обувной фабрики выпускает мужские ботинки. Часть изделий ОТК отправляет в брак, 70% не бракованных изделий оказываются изделиями первого сорта. Наудачу берут одно изделие. Оно оказывается с вероятностью 0,679 и не бракованным, и первого сорта. Какова вероятность брака, допускаемого фабрикой при выпуске изделий?

53. Из семи юношей и пяти девушек отбираются для сопровождения гостей три человека. Найти вероятность того, что при поочередном отборе будут выбраны двое юношей и одна девушка. Какова вероятность того, что наудачу будут назначены двое юношей (старший группы сопровождения и его помощник) и одна девушка?

54. В группе пятнадцать студентов. По одному к доске вызываются три студента. Какова вероятность того, что это будут Петров, Сидоров, Иванов? Какова вероятность Петрову, Сидорову, Иванову оказаться в числе трех студентов, вызванных наудачу к доске одновременно?

55. В воскресенье 16 студентов поехали отдыхать на речку. Из них четыре человека обгорели на солнце, а 6 человек были сильно покусаны комарами. Десять человек остались довольны всем. Какова вероятность одному студенту оказаться покусанным комарами и обгореть на солнце?

56. На конных состязаниях лошадь должна преодолеть шесть различных препятствий. Вероятность того, что она преодолеет все, равна 0,7. Вероятность того, что она преодолеет первое препятствие, равна 0,9. Какова вероятность преодолеть оставшиеся препятствия, если она преодолела первое?

57. Вероятность абитуриенту сдать первый вступительный экзамен  $3/4$ . Если он его сдал, то получает право на второй экзамен по другому предмету. Вероятность того, что он сдает оба экзамена равна  $1/2$ . Какова вероятность абитуриенту сдать второй экзамен?

### Формула полной вероятности. Формула Байеса

Пусть событие  $A$  наступает при условии, если имеет место одно из несовместных событий  $H_1, H_2, \dots, H_n$ , образующих полную группу. Их называют гипотезами.

Пусть известны или могут быть найдены вероятности этих гипотез, а также условные вероятности события  $A$ :  $P(A/H_1)$ ;  $P(A/H_2)$ ; .....  $P(A/H_n)$ . Тогда вероятность события  $A$  равно сумме произведений вероятностей гипотез на соответствующие условные вероятности события  $A$ .

$$P(A) = P(H_1) P(A/H_1) + P(H_2) P(A/H_2) + \dots + P(H_n) P(A/H_n)$$

То есть 
$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) P(A/H_i)$$

Это и есть **формула полной вероятности**.

Если же, в результате испытания, событие  $A$  уже появилось, то можно найти как изменятся при этом вероятности гипотез по **формуле Байеса**.

$$P(H_i/A) = \frac{P(H_i) P(A/H_i)}{\sum_{i=1}^n P(H_i) P(A/H_i)}$$

**Пример 16.** Три станка штампуют детали, I-ый – 300 шт. за смену; II - ой – 350 шт., а III-ий – 400 шт. Причем нестандартными оказываются на I-ом станке- 20 штук, на II-ом - 15; на III-м – 22шт. Детали поступают на общий конвейер. Рабочий берет на удачу одну деталь. Какова вероятность того, что

рабочий взял стандартную деталь? Какова вероятность того, что эта деталь изготовлена на I-ом станке?

**Решение.** Событие А – рабочим взята стандартная деталь.

Выдвигаем гипотезы:

$H_1$  – стандартная деталь изготовлена I м станком.

$H_2$  – деталь изготовлена II м станком.

$H_3$  – деталь изготовлена III м станком.

Так как станки производят разное количество деталей, то вероятность взятой детали принадлежать разным станкам не одинакова.

$P(H_1) = \frac{300}{300 + 350 + 400} = \frac{300}{1050} = \frac{6}{21}$  – вероятность того, что деталь изготовлена I-ым станком.

Аналогично для II-го и III-го станка:

$$P(H_2) = \frac{350}{1050} = \frac{7}{21}; \quad P(H_3) = \frac{400}{1050} = \frac{8}{21}$$

Так как, событие, что взятая деталь принадлежит к изделиям какого-то из 3-х станков, относится к полной группе событий, то  $\sum_{i=1}^3 P(H_i) = 1$ , т.е.

$$\frac{6}{21} + \frac{7}{21} + \frac{8}{21} = \frac{21}{21} = 1$$

Найдем вероятность того, что взятая стандартная деталь изготовлена I-ым станком

$$P(A/H_1) = \frac{300 - 20}{300} = \frac{280}{300} = \frac{14}{15}$$

Аналогично для II-го и III-го станка

$$P(A/H_2) = \frac{350 - 15}{350} = \frac{335}{350} = \frac{67}{70}$$

$$P(A/H_3) = \frac{400 - 22}{400} = \frac{378}{400} = \frac{189}{200}$$

Но стандартная деталь, взятая рабочим, может быть произведена или на I-ом или на II-ом или на III-м станке.

Тогда, полная вероятность для взятой детали быть стандартной, равна

$$P(A) = \sum_{i=1}^3 P(H_i) P(A/H_i) = \frac{6}{21} \cdot \frac{14}{15} + \frac{7}{21} \cdot \frac{67}{70} + \frac{8}{21} \cdot \frac{189}{200} = 0,286 \cdot 0,93 + 0,33 \cdot 0,957 + 0,38 \cdot 0,945 = 0,94$$

Зная, что взята стандартная деталь, ответим на 2-ой вопрос: с какой вероятностью она может быть произведена 1-м станком?

То есть мы должны найти вероятность 1-ой гипотезы при уже свершившемся событии А. Воспользуемся формулой Байеса

$$P(H_1/A) = \frac{P(H_1)P(A/H_1)}{P(A)} = \frac{P(H_1)P(A/H_1)}{\sum_{i=1}^n P(H_i)P(A/H_i)}$$

Формально эта формула означает отношение возможности стандартной детали быть изготовленной I-м станком ко всем возможностям детали оказаться стандартной.

Формализуя подобные жизненные ситуации, рассмотрим задачу о шарах.

**Пример17.** В 3-х одинаковых урнах находятся шары. В I-ой 20 белых и 10 синих; во II-ой 15 белых и 5 синих; в III-ей 10 белых и 10 синих. Из какой-то урны вынимается наудачу один шар. Какова вероятность, что он – синий. Какова вероятность того, что вынутый синий шар взят из 2-ой урны?

**Решение.** Событие А - вынут синий шар.

Выдвигаем гипотезы:

$H_1$  – синий шар вынут из I-ой урны

$H_2$  - синий шар вынут из II-ой урны

$H_3$  - синий шар вынут из III-ой урны

Так как шар может быть взят из любой урны, то гипотезы равновероятны. Следовательно

$$P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = \frac{1}{3}; \quad \sum_{i=1}^3 P(H_i) = 1$$

Вероятность того, что шар взят из I-ой урны

$$P(A/H_1) = \frac{m}{n} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}, \text{ где } m - \text{ число случаев, благоприятствующих}$$

появлению синего шара,  $n$  – число всех возможных случаев вынуть шар из урны.

Аналогично для II и III-ей урны:

$$P(A/H_2) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}; \quad P(A/H_3) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

Тогда полная вероятность вынуть синий шар, будет

$$P(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{36} = 0,36$$

Пусть известно, что вынут синий шар (событие А произошло) тогда вероятность синему шару быть взятым из 2-ой урны по формуле Байеса будет

$$P(H_2/A) = \frac{P(H_2)P(A/H_2)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}}{\frac{13}{36}} = 0,077$$

Рассмотрим ту же задачу, но зададимся другой целью: какова вероятность вынуть одновременно 2 синих шара?

**Решение.** Событие А – вынута два синих шара.

Выдвигаем гипотезы

$H_1$  – оба шара взяты из 1-ой урны

$H_2$  – оба шара взяты из 2-ой урны

$H_3$  – оба шара взяты из 3-ей урны

$$P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = \frac{1}{3}$$

Найдем вероятность наступления события  $A$  при первой гипотезе

$$P(A/H_1) = \frac{m_1}{n_1}, \text{ где } m_1 = C_{10}^2; n_1 = C_{30}^2$$

$$P(A/H_1) = \frac{C_{10}^2}{C_{30}^2} = \frac{10! \cdot 2! \cdot 28!}{2! \cdot 8! \cdot 30!} = \frac{3}{29}$$

Аналогично

$$P(A/H_2) = \frac{C_5^2}{C_{20}^2} = \frac{5! \cdot 2! \cdot 18!}{2! \cdot 3! \cdot 20!} = \frac{1}{19}; \quad P(A/H_3) = \frac{C_{10}^2}{C_{20}^2} = \frac{10! \cdot 18! \cdot 2!}{2! \cdot 8! \cdot 20!} = \frac{9}{38}$$

Тогда полная вероятность события  $A$  будет:

$$P(A) = \sum_{i=1}^3 P(H_i) P(A/H_i) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{29} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{19} + \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{38} = 0,129$$

**Пример 18.** В урне 20 шаров. Из них 14 белых 7 синих. Из 14 белых шаров 4 штрихованные, а из 7 синих – 3 штрихованных. Наудачу одновременно вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что они штрихованные.

**Решение.** Событие  $A$  – взяты 2 штрихованных шара

Выдвигаем гипотезы:

$H_1$  – оба шара белые;

$H_2$  – оба шара синие;

$H_3$  – 1 белый, 1 синий.

Найдем вероятности гипотез:

$$P(H_1) = \frac{m_1}{n_1} = \frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{4! \cdot 2! \cdot 5!}{2! \cdot 2! \cdot 7!} = \frac{2}{7}$$

Аналогично для 2-ой и 3-ей гипотезы:

$$P(H_2) = \frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{3! \cdot 2! \cdot 5!}{2! \cdot 7!} = \frac{1}{7}; \quad P(H_3) = \frac{C_4^1 \cdot C_3^1}{C_7^2} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2! \cdot 5!}{7!} = \frac{4}{7}$$

$$\sum_{i=1}^3 P(H_i) = \frac{2}{7} + \frac{1}{7} + \frac{4}{7} = 1$$

Событие  $A/H_1$  – оба шара штрихованные, при условии, что они белые. Вероятность взять один шар штрихованный при условии, что он белый,

$$p_1 = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}; \text{ а при условии, что он синий } p_2 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Но из урны берут 2 шара одновременно. Тогда вероятность взять 2 шара штрихованных, при условии, что они белые, будет

$$P(A/H_1) = \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{49}$$

Аналогично для остальных гипотез

$$P(A/H_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}; \quad P(A/H_3) = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{14}$$

Тогда полная вероятность взять 2 штрихованных шара любой окраски

$$P(A) = \frac{2}{7} \cdot \frac{4}{49} + \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{4} + \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{14} \approx 0,1$$

### Задания 3

1. В двух ящиках стола лежат одинаковые тетради в клетку и в линейку. В 1-ом 20 в клетку и 15 в линейку; во 2-ом – 14 в клетку и 28 в линейку. Берется наугад одна тетрадь. Какова вероятность, что она в клетку?

2. Два цеха А и В производят одинаковую радиоаппаратуру, которая поступает на продажу. Цех В производит втрое больше изделий, чем цех А. Количество бракованных изделий в цехе А – 1%, а в цехе В – 4%. Заказчику поступило изделие. Найти вероятность того, что оно оказалось бракованным?

3. Три станка механического цеха штампуют заготовки для болтов, причем первый штампует в 2 раза больше, чем второй, а 3-ий – в 3 раза больше, чем второй. Первый станок дает 4% брака, второй – 3%, третий – 5%. Детали поступают на общий конвейер. Рабочий наудачу берет одну заготовку. Найти вероятность того, что она не бракованная.

4. В библиотеке на 2-х книжных полках стоят учебники и задачники по математике одинакового формата. На 1ой полке 10 задачников и 8 учебников, на 2ой – 6 задачников и 9 учебников. Библиотекарь случайным образом переложил одну книгу с 1ой полки на 2ую. Какова вероятность того, что читатель возьмет со 2-ой полки учебник по математике?

5. Летчик делает вылет на бомбометание по 3м складам боеприпасов. Причем попадание в один из них приводит к взрыву двух других. Вероятность взрыва 1-го склада – 0,6; 2-го – 0,7; 3-го – 0,65. Найти вероятность уничтожения складов.

6. В мехмастерских 3 станка нарезают листовой металл по одинаковому шаблону. Заготовки поступают на общий конвейер. Первый станок производит 300 заготовок в смену, второй – 350, а 3-ий 400. Брак 1-го станка 2%, второго – 3%, а третьего в 2 раза больше, чем 1-го. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь не бракованная.

7. Студенту надо купить 2 билета на спектакль в театр. В городе есть 3 кассы, где он может их купить. Вероятность обращения в любую кассу зависит от ее местоположения и составляет соответственно 0,3; 0,5; 0,2. Студент может купить билет в 1ой кассе с вероятностью 0,6; во 2ой – 0,8; в 3-ей – 0,7; т.к. часть билетов может оказаться распроданной. Какова вероятность того, что студент купит 2 билета?

8. На городские соревнования отбираются 2 спортсмена из заводской команды лыжников и конькобежцев. Лыжников в команде 10 человек, конькобежцев – 6. Вероятность выиграть кубок лыжнику – 0,8; конькобежцу – 0,7. Найти вероятность того, что будут выиграны 2 кубка.

9. Пассажир покупает 2 билета до нужного пункта в день отправления поезда. Он может добраться до места поездами двух назначений, причем на поезд одного назначения в кассе осталось 10 билетов, а на поезд другого назначения 8 билетов. Вероятность того, что он возьмет билет на поезд одного назначения 0,9; а на поезд другого назначения – 0,8 (возможности пассажира). Найти вероятность того, что пассажир купит 2 билета.

10. Институту необходимо приобрести 3 одинаковых прибора. В магазине есть нужные приборы 2х сортов: 10 приборов I сорта и 8 – IIго. Вероятность быть исправным прибору I сорта – 0,9, а второго – 0,7. Найти вероятность того, что наудачу купленные 3 прибора окажутся исправным.

11. В магазин поступили 2 партии одинаковых изделий разного цвета. В 1ой 10 изделий коричневого цвета и 6 бежевых. Во 2ой – 8 коричневых и 12 бежевых. Продавец случайно переложил одно изделие во 2ую партию. Какова вероятность того, что покупатель из 2ой партии купит 2 изделия бежевого цвета.

12. Два предприятия выпускают электробытовые приборы. Первое выпускает 20 штук за 1 час. второе – 15 штук. Из них второго сорта 20% и 10% соответственно. Продукция поступает на склад. Наудачу берут 2 электробытовых прибора. Найти вероятность того, что они оба 1-го сорта.

13. На диспетчерский пункт поступают сведения о количестве отправленных за день пассажирских и товарных поездов с 3-х подразделений дороги (Ачинского – А; Канского – В; Красноярского – С). Из А отправлено в 2 раза больше пассажирских, чем товарных поездов, из С – товарных в 3 раза больше, чем пассажирских, а из В – и тех и других одинаково. В диспетчерской на дисплей выводится произвольный номер пассажирского состава. Найти вероятность того, что он относится к подразделению А.

14. Два предприятия выпускают видеокассеты. Первое – 500 шт. за смену, второе – 700. Из них некачественных соответственно 2 и 3 шт. Кассеты направляются на склад. Наудачу берется одна кассета. Она оказалась некачественной. Найти вероятность того, что ее изготовило 2ое предприятие.

15. Завод готовит к выпуску 3 пассажирских состава. В первом 10 плацкартных и 6 купейных вагонов. Во втором 8 плацкартных и 7 купейных; в третьем 5 плацкартных и 9 купейных вагонов. Для контроля готовности выбирают из наудачу выбранного состава один вагон. Он оказался купейным. Найти вероятность того, что это вагон второго состава.

16. В магазин поступила 3 партии коробок с электролампами. В первой партии 3 коробки. В каждой по 30 ламп на 220 В и 20 ламп на 127. Во второй партии 2 коробки по 40 ламп на 220В и 10 ламп на 127 В в каждой. В третьей – 4 коробки по 10 ламп на 220В и 40 ламп на 127 в каждой. Из наудачу выбранной коробки вынимается лампа. Она оказалась на 220В. Найти вероятность того, что она взята из коробки 3ей партии.

17. При массовом пошиве костюмов число изделий I-го сорта составляет 96%, остальные зачисляются II-м сортом. Перед поставкой в



магазин изделия проходят еще один контроль. При этом из изделий I-го сорта пропускается только 98%, а из изделий II-го сорта переводится в I-ый 3%. Какова вероятность изделию I-го сорта выдержать проверку?

18. В день военно-воздушного флота проводятся показательные выступления парашютистов. Надо приземлиться в заранее намеченный квадрат с высоты 1км. Выбирается любой из 3-х подготовленных парашютистов, причем 1ый может приземлиться с вероятностью 0,8; второй – 0,95; третий – с вероятностью – 0,9. Выбранный наудачу парашютист приземлился точно в квадрат. Найти вероятность того, что это был 3ий парашютист.

19. Студенту надо купить книгу по математике. Ее можно купить в 3-х магазинах. Первый находится на расстоянии 600м, второй – 700м, третий – 500м от покупателя. Но в первом магазине он может купить книгу с вероятностью 0,8; во втором – 0,7; в третьем – с вероятностью 0,5. Найти вероятность того, что студент купит книгу в третьем магазине.

20. Сессия. Группа студентов из 12 человек сдает экзамен. Надо было подготовить 26 вопросов. 5 студентов подготовились отлично. Они знают все 26 вопросов. 4 студента подготовились хорошо. Они знают 20 вопросов из 26. И 3 студента подготовились плохо. Они знают только 6 вопросов. Наугад вызванный студент ответил на 3 заданных вопроса и получил «Отлично». Найти вероятность того, что это был плохо подготовленный студент.

21. Спортсмены-авиаторы участвуют в показательных выступлениях в день авиации. Всего 12 человек. Из них 4 мастера спорта, 5 кандидатов в мастера и 3 спортсмена, подающих надежды. Для показательных выступлений наудачу выбирается один. Он выполняет на отлично 3 предложенные фигуры высшего пилотажа из 15. Причем мастер спорта может отлично выполнить все 15 фигур, кандидат в мастера – 13, а спортсмен, подающий надежды - 5. Найти вероятность того, что был выбран спортсмен, подающий надежды.

22. Летчику предлагается взорвать 2 склада с боеприпасами №1 и №2. Причем, при поражении одного, взрывается и второй. У летчика боезапас – 3 бомбы и он располагает резервом времени на 3 захода на цель. Вероятность поражения цели №1 при одном заходе  $p_1 = 0,6$ , а цели №2 –  $p_2 = 0,7$ . Найти вероятность того, что задание будет выполнено.

23. В боевых учениях военно-морских сил принимает участие подводная флотилия. Подлодка потонет, если будут пробиты отсеки №1 и №2. Вероятность пробоя отсека №1 –  $p_1 = 0,3$ ; а отсека №2 –  $p_2 = 0,2$ . Бой длился  $t$  мин. В результате подлодка вышла из строя. Найти вероятность того, что был пробит отсек №1, а №2 – нет.

24. Латунные и бронзовые втулки находятся в 2х ящиках. В первом 16 латунных и 18 бронзовых. Во втором – 20 латунных и 30 бронзовых. Из произвольного ящика наудачу берется одна втулка. Она оказалась латунной. Найти вероятность того, что следующая вынутая втулка будет тоже латунной.

## Блок 2. Элементы математической статистики.

### 1. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная

**совокупность. Статистическое распределение выборки. Полигон и гистограмма. Эмпирическая функция распределения.**

**Задачи математической статистики** заключаются

- в разработке способов и группирования статистических данных, полученных в результате наблюдений или в результате поставленных экспериментов;

- в разработке методов анализа статистических данных в зависимости от поставленной цели исследования.

К данной, в частности, задаче относится проверка гипотез о законах распределения случайных величин в генеральной совокупности и расчет числовых оценок параметров законов распределения по данным выборочной совокупности.

**Выборочной совокупностью** или просто **выборкой** называют совокупность случайно отобранных объектов из генеральной совокупности. Количество отобранных объектов называют **объемом выборки**.

**Генеральной совокупностью** называют совокупность всех объектов, из которых производится выборка. Например, завод производит изделие. Множество всех изделий, произведенных при определенных неизменных производственных условиях, образуют генеральную совокупность.

**Выборочный метод** — это статистический метод исследования свойств генеральной совокупности каких-либо объектов на основе данных лишь по части объектов, взятых на выборку.

Отбор объектов в выборочную совокупность может производиться различными способами в зависимости от цели исследования [1].

**Статистическое распределение выборки.** Пусть для изучения числового признака  $X$  из генеральной совокупности извлечена выборка  $x_1, x_2, \dots, x_k$  объема  $n$ . Наблюдавшиеся значения  $x_i$  признака  $X$  называют **вариантами**, а последовательность вариантов, записанных в возрастающем порядке, — **вариационным рядом**. **Статистическим распределением выборки** называют перечень вариантов  $x_i$  вариационного ряда и соответствующих им частот  $n_i$  (сумма всех частот равна объему выборки  $n$ ) или относительных частот  $w_i = n_i / n$  (сумма всех относительных частот равна единице). Если изучаемый признак  $X$  непрерывный, то составляют интервальный ряд с соответствующей частотой (в качестве частоты принимают сумму частот вариант, попавших в этот интервал).

**Полигоном частот (относительных частот)** называют ломаную, отрезки которой соединяют точки  $(x_1, n_1), (x_2, n_2), \dots, (x_k, n_k)$  или  $(x_1, w_1), (x_2, w_2), \dots, (x_k, w_k)$ , где  $x_i$  — варианты выборки,  $n_i (w_i)$  — соответствующие им частоты (относительные частоты). Полигон частот строится при дискретном распределении числового признака  $X$ .

**Гистограммой частот (относительных частот)** называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длины  $h$ , а высоты равны отношению  $n_i/h$  или  $w_i/h$  (плотность частот или относительных частот). Площадь гистограммы равна сумме всех частот или единице. Гистограмма частот строится при непрерывном распределении числового признака  $X$ .

**Эмпирической функцией распределения** называют функцию  $F(x)$ , определяющую для каждого значения  $x$  относительную частоту того, что изучаемый числовой признак  $X$  в результате испытания примет значение, меньшее  $x$ .

$$F(x) = P(X < x)$$

где  $n_x$  – число вариантов, меньших  $x$ .

Свойства функции распределения:

**Свойство 1.** Значения функции распределения принадлежат отрезку  $[0;1]$ .

**Свойство 2.** Функция распределения - неубывающая функция.

**Свойство 3.** Если возможные значения величины  $X$  принадлежат интервалу  $(a, b)$ , то  $F(x) = 0$  при  $x \leq a$  и  $F(x) = 1$  при  $x \geq b$ .

**Пример 2.1.** На заводе в отделе контроля измеряется диаметр детали, выпущенной на одном токарном станке. В результате измерений, получились следующие данные (в мм) :

Таблица 2-1

34,2	34,3	34,2	34,1	34,5	34,1	34,2	34,1	34,3	34,4
34,1	34	34,3	34,3	34,5	34,4	34,3	34,2	34,1	34,4
34,4	34,1	34,2	34,1	34,2	34,4	34	34,4	34,4	34,2
34,1	34,5	34,4	34,3	34,2	34,5	34,1	34,2	34,3	34,1
34,4	34,1	34,4	34,1	34,1	34,5	34,5	34,5	34,2	34,5

Требуется произвести первичную статистическую обработку данных:

1. Составить статистический ряд распределения частот и относительных частот диаметра деталей (случайная величина  $X$ ).
2. Построить полигон частот и относительных частот диаметра деталей.
3. Найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график.

**Решение.**

1. Для составления статистического ряда исходные статистические данные располагаются в порядке возрастания, затем подсчитываются частоты  $n_i$  и относительные частоты  $w_i$  появления каждого из наблюдаемых значений ( $n = 50$  — объем выборки).

Статистические ряды распределения частот и относительных частот

Таблица 2.2

Наблюдаемые значения	34	34,1	34,2	34,3	34,4	34,5
Частоты $n_i$	2	13	10	7	10	8
Относительные частоты $w_i$	0,04	0,26	0,2	0,14	0,2	0,16

Первая и вторая строки образуют статистический ряд распределения частот, а первая и третья строки — статистический ряд относительных частот. Полигоны частот и относительных частот по данным табл.2.2 приведены на рис.2.1 и рис.2.2:

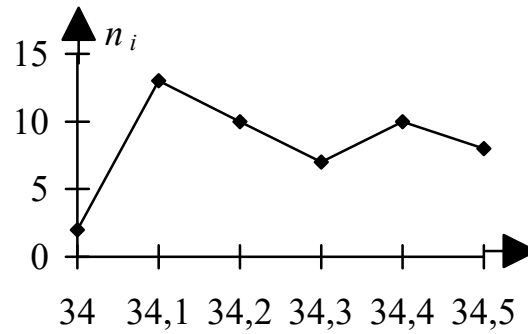


Рисунок 2.1

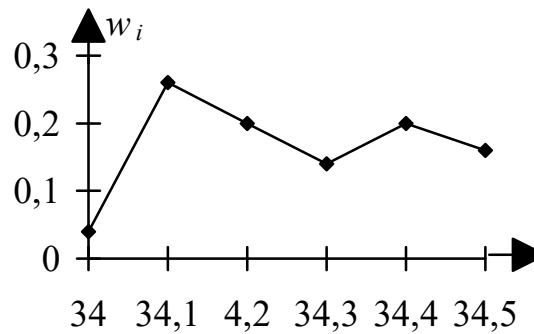


Рисунок 2.2

2. Эмпирическая функция распределения  $F^*(x)$  определяется как отношение числа выборочных значений, меньших  $x$ , к объему выборки  $n$ . Наименьшее значение наблюдаемого признака — диаметра детали — равно 34, значит, при  $x \leq 34$   $F^*(x) = 0/50 = 0$ , при  $34 < x \leq 34,1$   $F^*(x) = 2/50 = 0,04$ , при  $34,1 \leq x \leq 34,2$   $F^*(x) = (2 + 13)/50 = 0,3$ , и так далее. Эмпирическая функция имеет вид:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 34 \\ 0,04 & \text{при } 34 < x \leq 34,1 \\ 0,3 & \text{при } 34,1 < x \leq 34,2 \\ 0,5 & \text{при } 34,2 < x \leq 34,3 \\ 0,64 & \text{при } 34,3 < x \leq 34,4 \\ 0,84 & \text{при } 34,4 < x \leq 34,5 \\ 1 & \text{при } x > 35 \end{cases}$$

График функции  $F^*(x)$  изображен на рисунке 2.3.

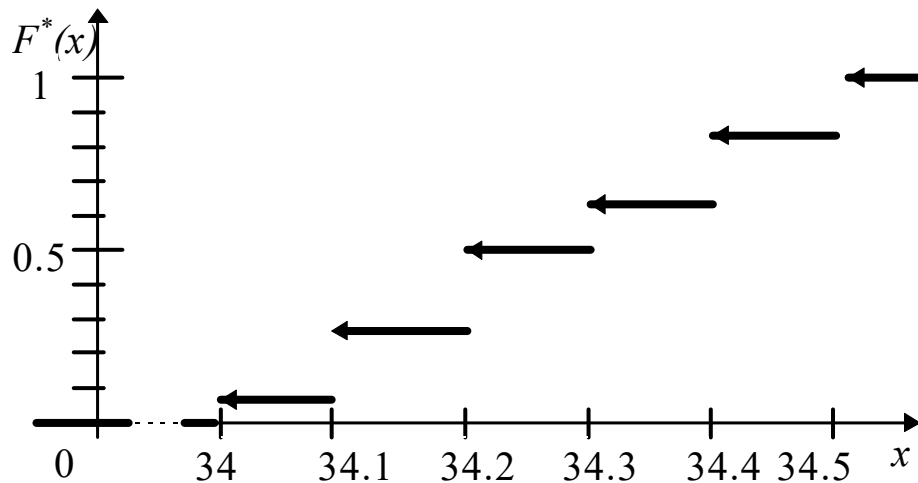


Рисунок 2.3

**Пример 2.2.**

При испытании вагонов получены следующие данные:

Таблица 2.3

5,45	5,25	5,11	5,01	4,64	5,41	4,99	4,87	5,16	4,52
4,99	5,09	5,15	5,38	4,9	5,28	4,9	5,11	4,75	4,56
5,36	5,11	5,06	4,93	4,5	5,16	5,03	4,7	5,28	4,77
4,98	5,11	4,55	5,43	4,78	4,73	5,4	4,86	5,39	5,41
5,09	4,6	5,06	5,07	5,15	5,19	4,69	5,09	4,89	4,59

Требуется:

1. Составить интервальный статистический ряд распределения частот и относительных частот (случайная величина X).
2. Построить гистограмму относительных частот.
3. Построить полигон частот и относительных частот для центров интервалов.
4. Найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график.

**Решение.**

1. Выбор интервального шага производится по формуле Старжеса []:

$$h = \frac{x_{max} - x_{min}}{1 + 3,32 \lg n}$$

в нашем случае

$$h = \frac{5,47 - 4,5}{1 + 3,32 \lg 50} = \frac{0,97}{6,64} \approx 0,14$$

Вычисления сводятся в таблицу:

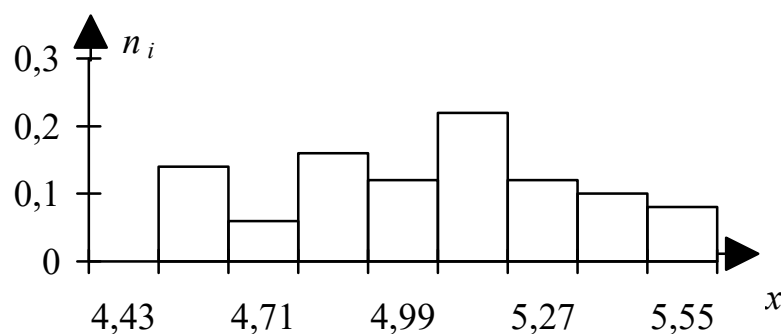
Таблица 2.3

Интервалы [ $x_i, x_{i+1}$ ]	Середины интервалов	Частоты	Относительные частоты	Накопленные относительные частоты
---------------------------------	------------------------	---------	--------------------------	---

(4,43;4,57]	4,50	7	0,14	0,14
(4,57;4,71]	4,64	3	0,06	0,20
(4,71;4,85]	4,78	8	0,16	0,36
(4,85;4,99]	4,92	6	0,12	0,48
(4,99;5,13]	5,06	11	0,22	0,70
(5,13;5,27]	5,20	6	0,12	0,82
(5,27;5,41]	5,34	5	0,1	0,92
(5,41;5,55]	5,48	4	0,08	1,00
Сумма		50	1	

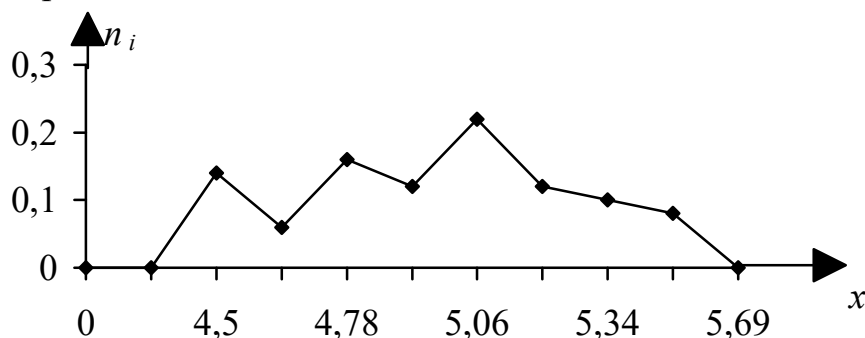
За начало первого интервала берется  $x_{min} - h/2 = 4,5 - 0,07 = 4,43$ , конец —  $x_{min} + h/2 = 4,5 + 0,07 = 5,57$ , это же число - начало второго интервала. Конец второго интервала получим прибавив к началу его полученный шаг. Аналогично рассчитываются остальные интервалы. Середины интервалов используются для построения статистического ряда. Для подсчета частот отбираются все значения выборочной совокупности, попадающие в конкретный интервал.

Первый и четвертый интервал составляют интервальный статистический ряд относительных частот наблюдаемого признака, графическое изображение которого — гистограмма относительных частот.



**Рисунок 2.4**

Полигон относительных частот, отнесенных к центрам интервалов, представлен на рис. 2.5:



**Рисунок 2.5**

Эмпирическая функция имеет вид:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0 & \text{если } x \leq 4,43 \\ 0,14 & \text{если } 4,43 < x \leq 4,57 \\ 0,2 & \text{если } 4,57 < x \leq 4,71 \\ 0,36 & \text{если } 4,71 < x \leq 4,85 \\ 0,48 & \text{если } 4,85 < x \leq 4,99 \\ 0,70 & \text{если } 4,99 < x \leq 5,13 \\ 0,82 & \text{если } 5,13 < x \leq 5,27 \\ 0,92 & \text{если } 5,27 < x \leq 5,41 \\ 1 & \text{если } x > 5,41 \end{cases}$$

График эмпирической функции  $F^*(x)$  представлен на рис. 2.6: для непрерывных распределений числового признака значения  $F^*(x)$  распространяются на интервалы линейным интерполированием.

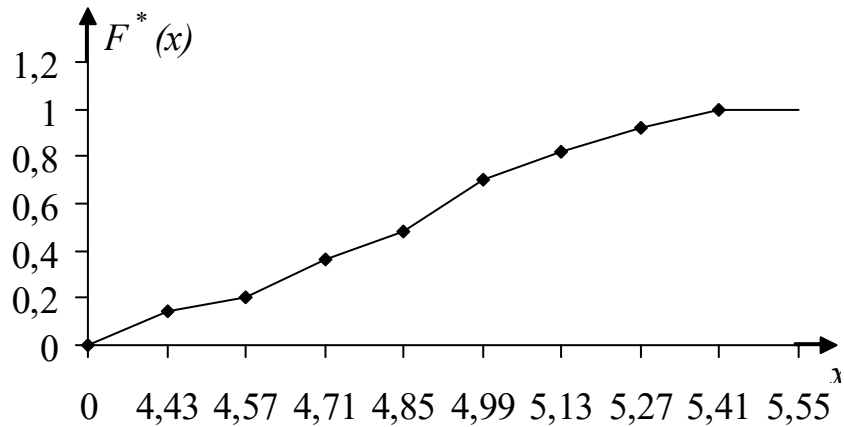


Рисунок 2.6

**Задача № 1.** Найти распределение относительных частот. Построить полигон частот и относительных частот по данным выборки:

**Вариант 1**

$x_i$	8	11	12	14	17
$n_i$	9	2	10	3	8

**Вариант 2**

$x_i$	9	15	16	23	28
$N_i$	9	1	4	5	4

**Вариант 3**

$x_i$	8	13	15	21	24
$n_i$	8	5	7	10	10

**Вариант 4**

$x_i$	3	5	9	11	16
$n_i$	4	2	3	7	6

**Вариант 5**

$x_i$	6	7	11	12	15
$n_i$	2	7	5	10	9

**Вариант 6**

$x_i$	13	16	22	26	29
$n_i$	9	6	0	8	3

**Вариант 7**

$x_i$	5	8	15	17	21
$n_i$	3	8	0	4	7

**Вариант 8**

$x_i$	8	11	18	20	24
$n_i$	3	2	6	3	9

**Вариант 9**

$x_i$	13	14	18	22	25
$n_i$	0	6	10	8	6

**Вариант 10**

$x_i$	10	11	15	16	18
$n_i$	1	1	8	0	4



Вариант 11

$x_i$	12	13	19	21	24
$n_i$	6	5	1	5	8

Вариант 12

$x_i$	6	7	11	12	14
$n_i$	1	7	10	2	7

Вариант 13

$x_i$	4	5	6	9	10
$n_i$	6	2	3	8	6

Вариант 14

$x_i$	11	12	18	23	27
$n_i$	4	8	5	7	5

Вариант 15

$x_i$	10	11	18	19	22
$n_i$	5	6	5	6	10

Вариант 16

$x_i$	11	15	17	24	27
$n_i$	8	5	4	0	3

Вариант 17

$x_i$	8	12	13	17	20
$n_i$	6	2	1	2	1

Вариант 18

$x_i$	12	15	22	24	28
$n_i$	9	4	0	6	8

Вариант 19

$x_i$	8	13	15	20	24
$n_i$	7	0	5	9	8

Вариант 20

$x_i$	6	9	10	12	18
$n_i$	6	3	4	3	0

Вариант 21

$x_i$	13	15	21	25	29
$n_i$	0	6	6	7	6

Вариант 22

$x_i$	12	13	15	19	20
$n_i$	2	6	8	8	3

Вариант 23

$x_i$	10	11	12	13	14
$n_i$	4	2	10	7	8

Вариант 24

$x_i$	4	5	9	10	12
$n_i$	9	8	9	6	5

Вариант 25

$x_i$	3	4	5	6	7
$n_i$	8	4	7	1	3

Вариант 26

$x_i$	5	6	9	12	13
$n_i$	5	6	3	0	6

Вариант 27

$x_i$	4	7	11	14	16
$n_i$	8	4	10	10	2

Вариант 28

$x_i$	6	8	11	13	14
$n_i$	1	0	4	5	6

Вариант 29

$x_i$	11	15	18	24	27
$n_i$	9	0	8	9	1

Вариант 30

$x_i$	12	17	21	28	32
$n_i$	4	8	8	3	2

**Задача № 2.** Найти эмпирическую функцию по данному распределению выборки.

Вариант 1.

$x_i$	3	5	7	8	10
$n_i$	9	6	4	5	3

Вариант 2

$x_i$	10	16	22	25	30
$n_i$	2	1	8	6	4

Вариант 3

$x_i$	8	11	17	20	24
$n_i$	11	4	7	2	2

Вариант 4

$x_i$	6	7	11	12	14
$n_i$	4	11	10	1	2

Вариант 5

$x_i$	9	12	16	18	21
$n_i$	2	2	3	3	11

Вариант 6

$x_i$	3	5	8	9	11
$n_i$	2	7	3	3	2

Вариант 7

$x_i$	13	17	22	25	29
$n_i$	8	10	5	4	7

Вариант 8

$x_i$	11	15	18	23	27
$n_i$	10	9	2	11	9

Вариант 9

$x_i$	10	12	15	16	18
$n_i$	5	10	5	11	10

Вариант 10

$x_i$	12	14	15	18	20
$n_i$	9	5	1	2	8

Вариант 11

$x_i$	4	5	6	7	8
$n_i$	6	9	8	10	10

Вариант 12

$x_i$	14	18	21	26	30
$n_i$	6	5	9	6	5

Вариант 13

$x_i$	9	14	15	25	29
$n_i$	6	5	9	2	8

Вариант 14

$x_i$	7	8	10	12	13
$n_i$	4	2	4	8	9

Вариант 15

$x_i$	10	14	17	22	26
$n_i$	9	6	3	3	4

Вариант 16

$x_i$	10	14	16	22	26
$n_i$	8	8	7	7	6

Вариант 17

$x_i$	16	21	24	31	36
$n_i$	5	4	10	7	10

Вариант 18

$x_i$	5	7	8	12	13
$n_i$	7	6	10	11	2

Вариант 19

$x_i$	8	11	14	16	20
$n_i$	2	9	2	2	4

Вариант 20

$x_i$	11	12	14	18	20
$n_i$	9	4	7	8	1

Вариант 21

$x_i$	13	15	16	18	21
$n_i$	6	6	3	5	11

Вариант 22

$x_i$	12	14	17	18	20
$n_i$	1	2	3	10	9

Вариант 23

$x_i$	8	13	15	23	28
$n_i$	10	6	2	9	11

Вариант 24

$x_i$	9	11	14	15	17
$n_i$	10	10	11	9	4

Вариант 25

$x_i$	7	9	10	13	15
$n_i$	2	4	8	4	9

Вариант 26

$x_i$	12	15	16	21	24
$n_i$	2	3	5	9	4

Вариант 27

$x_i$	7	10	12	16	19
$n_i$	8	8	2	4	7

Вариант 28

$x_i$	9	13	18	21	25
$n_i$	7	6	8	2	7

Вариант 29

$x_i$	10	13	17	19	22
$n_i$	10	2	2	5	3

Вариант 30

$x_i$	12	13	15	18	19
$n_i$	6	4	9	7	6

**Задача № 3.** Построить полигон и гистограмму частот по данным распределениям выборки.

Вариант 1

$x_i$	10	13	16	19	22	25	28	31	34
$n_i$	8	7	7	9	6	5	4	10	3

Вариант 2

$x_i$	9	11	13	15	17	19	21	23	25
$n_i$	1	10	3	3	1	4	4	11	8

Вариант 3

$x_i$	10	12	14	16	18	20	22	24	26
$n_i$	8	7	6	6	4	9	3	3	4

Вариант 4

$x_i$	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$n_i$	6	3	1	2	3	4	8	5	7

Вариант 5

$x_i$	13	17	21	25	29	33	37	41	45
$n_i$	10	3	6	5	10	2	9	4	5

Вариант 6

$x_i$	8	10	12	14	16	18	20	22	24
$n_i$	2	4	6	7	1	8	9	6	3

Вариант 7

$x_i$	7	11	15	19	23	27	31	35	39
$n_i$	4	4	11	7	8	4	5	9	5

Вариант 8

$x_i$	6	8	10	12	14	16	18	20	22
$n_i$	8	8	9	2	7	7	10	5	1

Вариант 9

$x_i$	12	14	16	18	20	22	24	26	28
$n_i$	9	2	4	7	8	6	10	2	7

Вариант 10

$x_i$	8	13	18	23	28	33	38	43	48
$n_i$	5	6	5	8	6	4	9	6	9

Вариант 11

$x_i$	7	12	17	22	27	32	37	42	47
$n_i$	10	7	1	4	3	4	8	4	7

Вариант 12

$x_i$	14	19	24	29	34	39	44	49	54
$n_i$	3	7	9	7	7	4	7	7	3

Вариант 13

$x_i$	5	9	13	17	21	25	29	33	37
$n_i$	10	4	1	3	5	6	3	9	8

Вариант 14

$x_i$	6	8	10	12	14	16	18	20	22
$n_i$	8	3	5	4	7	3	7	6	4

Вариант 15

$x_i$	9	12	15	18	21	24	27	30	33
$n_i$	4	6	3	3	10	3	4	6	8

Вариант 16

$x_i$	13	15	17	19	21	23	25	27	29
$n_i$	6	7	6	2	8	4	6	11	7

Вариант 17

$x_i$	8	11	14	17	20	23	26	29	32
$n_i$	3	4	8	5	9	10	6	9	8

Вариант 18

$x_i$	5	8	11	14	17	20	23	26	29
$n_i$	7	1	4	5	10	3	9	1	2

Вариант 19

$x_i$	3	5	7	9	11	13	15	17	19
$n_i$	10	8	3	4	3	9	3	10	6

Вариант 20

$x_i$	9	13	17	21	25	29	33	37	41
$n_i$	7	5	10	6	10	5	3	7	5

### Вариант 21

$x_i$	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$n_i$	9	5	6	7	11	8	3	6	2

### Вариант 22

$x_i$	8	10	12	14	16	18	20	22	24
$n_i$	11	6	11	8	10	3	6	7	2

### Вариант 23

$x_i$	5	8	11	14	17	20	23	26	29
$n_i$	4	5	1	4	7	9	1	9	4

### Вариант 24

$x_i$	7	11	15	19	23	27	31	35	39
$n_i$	2	5	8	5	10	7	3	6	10

### Вариант 25

$x_i$	8	13	18	23	28	33	38	43	48
$n_i$	3	10	6	6	3	9	6	2	3

### Вариант 26

$x_i$	12	16	20	24	28	32	36	40	44
$n_i$	7	4	4	8	9	4	8	2	10

### Вариант 27

$x_i$	10	12	14	16	18	20	22	24	26
$n_i$	9	3	8	2	7	4	4	9	5

### Вариант 28

$x_i$	6	9	12	15	18	21	24	27	30
$n_i$	8	6	6	11	9	11	6	7	6

### Вариант 29

$x_i$	10	14	18	22	26	30	34	38	42
$n_i$	9	11	8	9	8	5	8	7	8

### Вариант 30

$x_i$	7	10	13	16	19	22	25	28	31
$n_i$	8	11	11	6	5	6	6	10	7

Блок 3. Обработка математической информации с помощью электронных таблиц (задания даны на примере программы Excel).

### Задание 1. Вводное. Создание и работа с таблицами Microsoft Excel

#### Упражнение 1. Обработка данных

1. Запустите программу Excel (Пуск > Программы > Microsoft Excel).
2. Дважды щелкните на ярлычке текущего рабочего листа и дайте этому

рабочему листу имя «Данные».

3. Дайте команду «Файл > Сохранить как...» и сохраните рабочую книгу под именем Иванов.xls , где вместо Иванов написать свою фамилию.
4. Выделите диапазон ячеек A1:F1. Откройте окно свойств ячеек через главное меню: Формат > Ячейки.... Перейдите на вкладку Выравнивание и включите галочку «переносить по словам».
5. Сделайте текущей ячейку A1 и введите в нее заголовок «Результаты измерений».
6. Введите произвольные числа в последовательные ячейки столбца A, начиная с ячейки A2.
7. Введите в ячейку B1 строку «Удвоенное значение».
8. Введите в ячейку C1 строку «Квадрат значения».
9. Введите в ячейку D1 строку «Квадрат следующего числа».
10. Введите в ячейку B2 формулу: =2\*A2. (Буквы A,B,C – английские!!!!)
11. Введите в ячейку C2 формулу: =A2\*A2 .
12. Введите в ячейку D2 формулу: =B2+C2+1.
13. Выделите ячейки B2, C2 и D2 .
14. Наведите указатель мыши на маркер автозаполнения в правом нижнем углу рамки выделения. Нажмите левую кнопку мыши и перетащите этот маркер, чтобы рамка охватила столько строк в столбцах B, C и D, сколько имеется чисел в столбце A:  
.
15. Убедитесь, что формулы автоматически модифицируются так, чтобы работать со значением ячейки в столбце A текущей строки.
16. Измените одно из значений в столбце A и убедитесь, что соответствующие значения в столбцах B, C и D в этой же строке были автоматически пересчитаны.



17. Введите в ячейку E1 строку «Масштабный множитель».
18. Введите в ячейку E2 число 5. Остальные ячейки должны остаться пустыми.
19. Введите в ячейку F1 строку «Масштабирование».
20. Введите в ячейку F2 формулу: =A2\*E2.
21. Используйте метод автозаполнения, чтобы скопировать эту формулу в ячейки столбца F, соответствующие заполненным ячейкам столбца A.
22. Убедитесь, что результат масштабирования оказался неверным. Это связано с тем, что адрес E2 в формуле задан относительной ссылкой.

75

23. Откройте методичку по Excel (ссылка Методичка\_Excel в папке Excel) и

прочитайте об относительных, абсолютных и смешанных ссылках (стр.123,

Типы объектов в Excel)

24. Щелкните на ячейке F2. Затем щелкните в строке формул и исправьте в

формуле ссылку E2 на \$E\$2:

Убедитесь, что формула теперь выглядит как: =A2\*\$E\$2, и нажмите клавишу ENTER.

25. Повторите заполнение столбца F формулой из ячейки F2.
26. Убедитесь, что благодаря использованию абсолютной адресации значения ячеек столбца F теперь вычисляются правильно. Сохраните рабочую книгу.

## Упражнение 2. Подготовка и форматирование прайс-листа

1. Запустите программу Excel (Пуск > Программы > Microsoft Excel) и

откройте рабочую книгу, которую вы назвали по своей фамилии.

2. Перейдите на второй лист для выполнения этого упражнения. Дважды щелкните на ярлычке листа и переименуйте его как «Прейскурант».

3. В ячейку A1 введите текст «Прейскурант» и нажмите клавишу ENTER.

4. В ячейку A2 введите текст «Курс пересчета:» и нажмите клавишу ENTER.

В ячейку B2 введите текст «1 у.е.=» и нажмите клавишу ENTER. В ячейку C2 введите число, равное текущему курсу пересчета (например 28,5) и нажмите клавишу ENTER.

5. В ячейку A3 введите текст «Наименование товара» и нажмите клавишу

ENTER. В ячейку B3 введите текст «Цена (у.е.)» и нажмите клавишу

ENTER. В ячейку C3 введите текст «Цена (руб.)» и нажмите клавишу

ENTER.

6. В последующие ячейки столбца A введите названия товаров, включенных в преЙскурант,

7. В соответствующие ячейки столбца B введите цены товаров в условных

единицах.

8. В ячейку C4 введите формулу:  $=B4*\$C\$2$ , которая используется для пересчета цены из условных единиц в рубли.

9. Методом автозаполнения скопируйте формулы во все ячейки столбца C,

которым соответствуют заполненные ячейки столбцов A и B. Почему при таком копировании получатся верные формулы?

10. В соответствующие ячейки столбца D введите количество товаров каждой

категории.

11. В ячейку E4 введите формулу:  $=C4*D4$ , которая используется для пересчета цены за данное количество товара. Методом автозаполнения скопируйте

формулы во все ячейки столбца E.

12. Измените курс пересчета в ячейке C2. Обратите внимание, что все цены в рублях для столбцов C, E при этом обновляются автоматически.

76

13. В первой свободной снизу ячейке столбца D введите «Всего:»

14. В первой свободной снизу ячейке столбца E с помощью кнопки «Автосумма» вставьте в ячейку сумму, вырученную за все товары с учетом их количеств в рублях.

15. Выделите методом протягивания диапазон A1:E1 и дайте команду Формат >

Ячейки. На вкладке «Выравнивание» задайте выравнивание по горизонтали «По центру» и установите флажок Объединение ячеек.

16. На вкладке «Шрифт» задайте размер шрифта в 14 пунктов и в списке «Начертание» выберите вариант «Полужирный». Щелкните на кнопке ОК.

17. Щелкните правой кнопкой мыши на ячейке B2 и выберите в контекстном

меню команду «Формат ячеек». Задайте выравнивание по горизонтали «По правому краю» и щелкните на кнопке ОК.

18. Щелкните правой кнопкой мыши на ячейке C2 и выберите в контекстном

меню команду «Формат ячеек». Задайте выравнивание по горизонтали «По левому краю» и щелкните на кнопке ОК.

19. Выделите методом протягивания диапазон B2:C2. Щелкните на раскрывающей кнопке рядом с кнопкой «Границы» на панели инструментов «Форматирование» и задайте для этих ячеек широкую внешнюю рамку (кнопка в правом нижнем углу открывшейся палитры).

20. Дважды щелкните на границе между заголовками столбцов A и B, B и C, C и

D. Обратите внимание, как при этом изменяется ширина столбцов A, B и C.

## 21. Сохраните рабочую книгу.

### Построение диаграмм и графиков.

Excel позволяет создавать высококачественные диаграммы. Имеется возможность построения двух типов диаграмм: внедренных диаграмм и диаграмм на отдельных листах. Для построения диаграмм с помощью мастера диаграмм необходимо выделить данные по которым будет строиться диаграмма и нажать кнопку Мастер диаграмм. Далее следовать инструкциям мастера.

Автоматическое создание диаграмм: выделить область данных и нажать <F11>.

### Упражнение 3. Построение графика функции

В качестве примера построим график функции  $y=\sin(x)$  для  $x$ , изменяющихся от

0 до 3,1 с шагом 0,1.

1. Запустите программу Excel (Пуск > Программы > Microsoft Excel) и откройте рабочую книгу, созданную ранее.
2. Дважды щелкните на ярлычке первого листа и дайте ему название «График функции».
3. В ячейку A1 введите букву  $x$ , в ячейку B1 введите текст  $y=\sin(x)$ .
- 77
4. В столбец A, начиная с ячейки A2, введите набор значений независимой переменной  $x$  от 0 до 3,1 с шагом 0,1 с помощью автозаполнения:
5. В столбец B, в ячейку B2, введите формулу  $=\text{SIN}(A2)$ .
6. Методом протягивания заполните ячейки столбца B, соответствующие заполненным ячейкам столбца A.
7. Выделите получившиеся столбцы чисел вместе с их заголовками в первой строке. Щелкните на значке «Мастер диаграмм» на стандартной панели инструментов.

8. В списке «Тип» выберите пункт «Точечная» (для отображения графика, заданного векторами значений  $x$ ,  $y(x)$ ). В палитре «Вид» выберите второй пункт во втором столбце (точки, соединенные сглаженными линиями без маркеров). Щелкните на кнопке «Далее».

9. Так как диапазон ячеек (столбец В) был выделен заранее, мастер диаграмм автоматически определяет расположение рядов данных. Убедитесь, что данные на диаграмме выбраны правильно. Зайдите на вкладку «Ряд», убедитесь, что в полях «Заголовок», «Значения X» и «Значения Y» указаны правильные диапазоны ячеек. Нажмите «Далее».

10. Убедитесь, что заданное название ряда данных автоматически использовано как заголовок диаграммы. Замените его, введя в поле «Название диаграммы» заголовок Функция  $\sin(x)$ . Введите подписи к осям X, Y – «ось X» и «ось Y». Щелкните на кнопке «Далее», затем «Готово».

Диаграмма построена.

11. Дважды щелкните на оси X – на любой цифре ее подписей. Откроется

диалоговое окно «Формат оси». Перейдите на вкладку «Шкала». Введите в соответствующие поля следующие значения:

минимальное значение: 0 (нужно стереть старый 0),

максимальное значение: 3,2

цена основных делений: 0,5. Нажмите «ОК».

12. Дважды щелкните левой кнопкой мыши на графике функции. Откроется

диалоговое окно «Формат ряда данных». На вкладке «Вид» измените группы свойств «Линия» и «Маркер», чтобы линия стала красным пунктиром, и появились маркеры в виде треугольников, закрашенных зеленым цветом. Нажмите «ОК».

13. Снимите выделение с ряда данных, щелкнув мышью за диаграммой и

посмотрите, как изменился вид графика.

14. Сохраните рабочую книгу.

## Задание 2.

### Работа 1. ПРОГРАММИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНОГО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА Решите задачу с помощью Excel.

1. Выберите задание с номером, равным двум последним цифрам вашего студенческого билета (от 01 до 99).

- Каждая переменная в задании ( $x, y, z, a, b, n$  и т.д.) должна вычисляться в своей ячейке. Например, если дано следующее задание:

$$\phi = \sin^2(x) \cdot \ln(-a/z), \quad x = \frac{|z+a|}{z \cdot a}; \quad z = 0,25; \quad a = -2,1.$$

То нужно на рабочем листе в первую строку внести имена переменных ( $\phi; x; z; a$ ), а во вторую внести соответствующие им формулы и числа (выделять цветом не нужно):

	A	B	C	D
1	$\phi$	$x$	$z$	$a$
2	$=\sin(B2)^2 * \ln(-D2/C2)$	$=ABS(C2-D2)/(C2*D2)$	0,25	2,1

Обратите внимание, что формулы надо привести к однострочной записи, с помощью введения дополнительных скобок соблюдая порядок вычислений:

$$\phi = (\sin(x))^2 \cdot \ln(-a/z), \quad x = |z+a|/(z \cdot a); \quad z = 0,25; \quad a = -2,1.$$

- 3) В формулах вместо имен переменных используйте ссылки на ячейки, соответствующие значениям этих переменных: например, вместо  $=\sin(x)^2 * \ln(-a/z)$  нужно писать  $=\sin(A2)^2 * \ln(-B2/C2)$

4) **Внимание!** Названия функций в Excel отличаются от названий принятых в математике (TAN вместо tg, LOG10 вместо lg и т.д). Информацию по функциям и формулам можно найти в методичке или в файле excel-функции.doc.

1.  $y = 0,3 \cdot 10^{-4} - \sin(a + \frac{\pi \cdot n}{2 \cdot \varphi}) \cdot [\cos(a - 0,1)]^2; \varphi = 3,6; a = \operatorname{tg}(\varphi \cdot n); n = 6.$

2.  $y = x + \sqrt{|a^2 - x^2|} + 1; x = a^{-1,61}; a = \frac{\sqrt{17} \cdot \omega}{2 \cdot \pi}; \omega = 3,994.$

3.  $y = \frac{1}{2 \sqrt{a^2 + b^2}} \cdot \operatorname{tg} \frac{a \cdot \sin(c)}{a^2 + b^2}; c = \cos(a \cdot b); a = \sqrt[3]{b}; b = 3,264$

4.  $y = \frac{\ln(a+x)}{a \cdot \sin(a+x)}; x = \sqrt{a^2 + b^2}; a = e^{\alpha+b} + \frac{1}{\alpha+b}; \alpha = 1,52; b = 0,32.$

5.  $y = \frac{\sin(a+b)}{a+b + \sin(a+b)}; a = \ln(b + \ln \frac{1}{2b}); b = 0,47 \cdot e^{1+c}; c = 4,2$

6.  $y = \sin(x+a) \cdot \frac{1+(x+a)^2}{b \cdot \sin(a)}; x = \ln(a + \frac{1}{a}); a = 1,45; b = 0,2.$

7.  $y = \sqrt[3]{x + \ln^2(x+a)}; x = \frac{a \cdot \sin^2(a+c)}{a \cdot c}, a = e^c; c = 0,85.$

$$8. \varphi = \sqrt{e^{x+1} + x}; \quad x = \frac{a+d}{c \cdot d} \cdot \sin(c \cdot d); \quad a = \ln(c + \sin^2 d); \quad c = 1,35; \quad d = 0,8$$

$$9. y = e^{x^2+d^2}; \quad x = \operatorname{ctg}(a^2 + b^2); \quad d = 4 \cdot a; \quad a = 0,0924; \quad b = 6,372.$$

$$10. \varphi = 2 \cdot \sin^3(\pi + x)^2; \quad x = z^2 + 3 \cdot a; \quad a = 0,57; \quad z = -10^3.$$

$$11. b = -0,485 \cdot z^{2/5}; \quad z = \frac{e^a \cdot \lg(a/x)}{\pi \cdot \sqrt{x/a}}; \quad a = 1,78; \quad x = 2,35.$$

$$12. y = \sin^3(z \cdot b); \quad z = e^{b \cdot x} \cdot \sin(x); \quad x = \pi/15; \quad b = 2,27.$$

$$13. b = \ln\left(x \cdot \sqrt{x^2 + \alpha}\right); \quad x = \frac{\sqrt{z^2 + \alpha}}{\alpha \cdot \ln(z)}; \quad \alpha = 5,34; \quad z = 3,17.$$

$$14. \phi = \frac{\sin(x) \ln(x+2)}{a(x+2)}; \quad x = \frac{z+a}{|-z+a^2|}; \quad z = 7,93; \quad a = 3,5.$$

$$15. z = \left(\frac{x+3 \cdot \delta - t}{2 \cdot x}\right)^2; \quad x = \cos^2(\omega \cdot t)^3; \quad \delta = \omega \cdot \sqrt[3]{t}; \quad t = 4,8; \quad \omega = 6,3.$$

$$16. c = \frac{x}{a} - \frac{1}{a \cdot p} \cdot \ln(a + \beta \cdot e^{p \cdot x}); \quad x = \sqrt[3]{\beta}; \quad \beta = 3,74; \quad a = \beta; \quad p = 0,25.$$

$$17. \alpha = \frac{7 \cdot x^2 \cdot e^{-a \cdot x}}{2 + a|x|}; \quad x = \sin(\omega \cdot t); \quad a = \omega \sqrt{t}; \quad \omega = 24,875; \quad t = 0,024.$$

$$18. y = -\sqrt[3]{x-b}; \quad x = \sin(\omega \cdot b); \quad b = d \cdot \lg^2(\omega); \quad \omega = 3,725; \quad d = 0,675.$$

$$19. \varphi = \frac{\ln(a+x)}{2 \sin(a+x)}; \quad x = \sqrt{a^2 + b^2}; \quad a = e^{c+b} + \frac{1}{c+b}; \quad c = 1,52; \quad b = 0,32.$$

$$20. y = \sin^3(0,5 \cdot c)^2; \quad c = \sqrt[3]{1 + (\ln^2(a) + \ln(b))^2}; \quad a = e^{-b}; \quad b = 2,15.$$

$$21. y = \sin(b+a) \cdot \frac{1+(b+a)^2}{a \sin(a)}; \quad b = \ln\left(a + \frac{1}{a}\right); \quad a = 1,45.$$

$$22. y = \frac{\sin(2 \cdot x)}{\alpha \cdot x} \cdot \sqrt{\ln(x+2 \cdot \alpha)}; \quad x = e^{5\alpha} + \operatorname{tg}^2(\alpha); \quad \alpha = 0,35.$$

$$23. y = \sin(x) + x \cdot e^{x+2}; \quad x = \sqrt[4]{a^2 + b^2}; \quad a = 2,35 \cdot \ln(b); \quad b = 0,47.$$

$$24. \phi = \log_3\left(\sqrt{\frac{x+a}{x \cdot a}}\right); \quad x = (\sin(a) + \cos(a))^2; \quad a = 1 + 0,7^{c+d}; \quad c = 0,13; \quad d = 0,2.$$

$$25. y = 2 \cdot e^{|g|} + \sqrt[3]{g^2}; \quad g = \frac{\cos^2(\omega \cdot t)}{\omega \cdot t}; \quad \omega = 4; \quad t = 0,0574.$$

$$26. \alpha = \operatorname{ctg} \frac{x+y}{1-x \cdot y}; \quad x = \cos(d \cdot t); \quad y = \ln\left(\frac{d}{2 \cdot t}\right); \quad d = 0,67; \quad t = 4,59.$$

$$27. y = \frac{1 + \sin(x)}{\cos(x) \sin(x)}; \quad x = \sqrt[3]{1 + \lg^2(\alpha + b)}; \quad \alpha = e^{-b} + 1; \quad b = 1,65.$$

$$28. \varphi = \frac{a - \sqrt[3]{b^2}}{c + a/(c+b)}; \quad b = \sin^3(\omega \cdot t)^2; \quad a = e^{c \cdot t}; \quad c = \frac{\omega \cdot t}{2 \cdot \pi}; \quad \omega = 4,75; \quad t = 3,87.$$

$$29. z = 3,14 + \operatorname{ctg}\left(\frac{x+\theta}{1+x \cdot \theta}\right); \quad x = \lg(a \cdot t); \quad \theta = e^{a \cdot t}; \quad a = 8,76; \quad t = 0,374.$$

$$30. z = \sqrt[3]{e^{x+2} + x}; \quad x = \frac{a+6}{c \cdot \gamma} \cdot \sin(c \cdot \gamma); \quad a = \ln(c + \sin^2(\gamma)); \quad c = 1,3; \quad \gamma = 0,9.$$

$$31. y = 3 \cdot \sin^2(x) + x^4 \cdot \left(1 + \frac{x-a/x}{x+a/x}\right); \quad a = \sin(x) - 1; \quad x = \beta^c; \quad \beta = 2,34; \quad c = 0,75.$$



32.  $y = 2 \cdot \sin^2(3,14 + z)$ ;  $z = \sqrt[3]{x-1} + \frac{1}{x \cdot Q}$ ;  $x = 3,29$ ;  $Q = 0,2$ .
33.  $y = x + \sqrt[3]{a^2 + x^2} + 1$ ;  $x = a^{-1,61}$ ;  $a = \sqrt{17} \cdot \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$ ;  $\omega = 3,997$ .
34.  $z = \frac{a+b}{2(a-b)} \cdot (a+c) \cdot \sin(\gamma)$ ;  $a = \lg \gamma$ ;  $b = \sin(c \cdot \gamma)$ ;  $c = 14,29$ ;  $\gamma = 3,7$ .
35.  $\phi = e^{2 \cdot x+a} \cdot a \cdot x^3$ ;  $x = \lg^2(a)$ ;  $a = \sin^2(b)$ ;  $b = 0,47$ .
36.  $y = \ln(\lg(\varphi+a))$ ;  $\varphi = \sqrt{b+a/c}$ ;  $a = (\sin(c) + \sin(b))^2$ ;  $c = 2,07$ ;  $b = 3,4$ .
37.  $\alpha = d \cdot \sqrt{\left|1 - \frac{x^2}{2 \cdot b^2}\right|}$ ;  $d = \lg(\omega \cdot t)$ ;  $x = e^{d \cdot t}$ ;  $b = \sqrt[3]{\omega \cdot t}$ ;  $\omega = 0,47$ ;  $t = 3,6$ .
38.  $y = \sqrt{x^2 + a^2} \cdot \ln(x+a)$ ;  $x = e^b$ ;  $a = \frac{(\sin(b) + \cos(b))^2}{\pi \cdot b}$ ;  $b = 0,92$ .
39.  $\beta = \frac{\sqrt[3]{x+2a}}{e^x \cdot x}$ ;  $x = \sin^2(a) \cdot \cos(a^2)$ ;  $a = 2,3$ .
40.  $z = \left(\frac{x+3 \cdot b-y}{2 \cdot x}\right)^3$ ;  $x = \cos(\omega \cdot t)$ ;  $y = \lg(\omega \cdot t)$ ;  $b = \omega^2 \cdot t$ ;  $t = 4,85$ ;  $\omega = 6,4$ .
41.  $y = \sin(x) \cdot \sqrt{x^2 + c^2}$ ;  $x = \frac{c+a}{\lg(c \cdot a)}$ ;  $a = \sin^2\left(c + \frac{1}{2 \cdot c}\right)$ ;  $c = 0,87$ .
42.  $z = \frac{x+2 \cdot a}{e^x + x}$ ;  $x = \sin(a) \cdot \cos(a)$ ;  $a = 2,3 \cdot \frac{e^\gamma}{\pi \gamma}$ ;  $\gamma = 0,281$ .
43.  $z = \ln\left(x + \lg\left(x + \frac{1}{3 \cdot x}\right)\right)$ ;  $x = 2,2 \cdot e^{2 \cdot a+0,5}$ ;  $a = \cos^3(b+d)$ ;  $b = 2,3$ ;  $d = 0,2$ .
44.  $y = e^{2 \cdot x+a} \cdot \sqrt{a \cdot x}$ ;  $x = \frac{\ln^2(a)}{a \cdot \phi}$ ;  $a = \sin^2(\phi)$ ;  $\phi = 0,47$ .
45.  $z = \sin(2 \cdot \gamma) \cdot \sqrt[3]{\lg(\gamma + 2 \cdot a)}$ ;  $\gamma = e^{s \cdot a} + \lg^2(a)$ ;  $a = 0,35$ .
46.  $\phi = \frac{a^2 + c}{\ln(a \cdot c + b)}$ ;  $a = \sqrt[3]{\sin^2(c) + c^2}$ ;  $c = 1,45$ ;  $b = 3,78$ .
47.  $y = \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{2 \cdot \pi} \cdot \lg^2(x+a)$ ;  $x = e^b$ ;  $a = (\sin(b) + \cos(b))^2$ ;  $b = 0,92$ .
48.  $\beta = \cos(x) + \sqrt[3]{1 + \sin^2(x+c)}$ ;  $x = \frac{a+c}{a \cdot c}$ ;  $a = e^{-c} + c$ ;  $c = 2,35$ .
49.  $y = \frac{1 + \sin(x)}{\cos(x) \cdot \sin(x)}$ ;  $x = \sqrt[4]{1 + \ln^2(a+\theta)}$ ;  $a = e^{-\theta} + 1$ ;  $\theta = 1,65$ .
50.  $\varphi = \frac{\cos(a) + \sin(b)}{a \cdot \lg(a \cdot b)}$ ;  $a = 0,87 \cdot \sin^2(b^3)$ ;  $b = 1,634$ .
51.  $y = \cos(x) + \sqrt{1 + \sin^2(x+\alpha)}$ ;  $x = \ln(\alpha+c)$ ;  $\alpha = c + \frac{1}{2 \cdot c}$ ;  $c = 2,5$ .
52.  $y = \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} \cdot \sin^3(a^2 + b^2)$ ;  $a = \lg(\ln(b) + b)$ ;  $b = 10,5$ .
53.  $\gamma = a^{c+d} \cdot \sqrt{c+a}$ ;  $c = \frac{x^2+d}{x \cdot d}$ ;  $a = \sin^2(x+d)$ ;  $x = 0,25$ ;  $d = 1,18$ .
54.  $Q = \frac{a}{\sin^2 x + 3 \cdot x}$ ;  $x = \log_4(a) + 3,44 \cdot b$ ;  $a = 4,25$ ;  $b = 0,52$ .
55.  $y = \sin(x) + e^{x+2}$ ;  $x = \sqrt[3]{a^2 + b^2}$ ;  $a = \frac{2,35 \cdot \ln(b)}{\pi \cdot b}$ ;  $b = 0,47$ .

56.  $\varphi = b + \frac{b \cdot x}{7,3-3,2} \cdot \sqrt[3]{b} - \frac{b^2 \cdot x - x^3 + b}{b \cdot y^{x+3}}$ ;  $b = x^4 \cdot (y-1)$ ;  $x = 2,64$ ;  $y = 2$ .
57.  $y = \lg(\ln(x+a))$ ;  $x = \sqrt[4]{b + \frac{c \cdot a}{\pi \cdot c}}$ ;  $a = (\sin(c) + \sin^2(b))^2$ ;  $c = 2,07$ ;  $b = 3,4$ .
58.  $z = \sin\left(\gamma \cdot \sqrt{\gamma^2 + c^2}\right)$ ;  $\gamma = \frac{c+a}{2 \cdot \ln(c \cdot a)}$ ;  $a = \sin^2(c) + \frac{1}{2c}$ ;  $c = 0,87$ .
59.  $\theta = \ln\left(x + \ln\left(x + \frac{a}{3 \cdot x}\right)\right)$ ;  $x = 2,23 \cdot e^{2d+0,5}$ ;  $d = \sin^2(b+a)$ ;  $b = 2$ ;  $a = 0,2$ .
60.  $y = \frac{\sin(a \cdot b) + 1}{\sqrt{a + b \cdot \sin(a+b)}}$ ;  $a = \ln\left(b + \lg^2\left(\frac{1}{b}\right)\right)$ ;  $b = 0,47 \cdot e^{1+c}$ ;  $c = 4,2$ .
61.  $\phi = y + \frac{b \cdot x}{7,3-3,2 \cdot b \cdot x^4} - \frac{b^2 \cdot x - x^3 + b}{b \cdot y^{x+3}}$ ;  $b = x^4 \cdot (y-1)$ ;  $x = 2,64$ ;  $y = 2$ .
62.  $z = \cos(\gamma) \cdot \sqrt[3]{1 + \sin^2(\gamma + a)}$ ;  $\gamma = \frac{a+c}{a \cdot c}$ ;  $a = e^c + c$ ;  $c = 2,35$ .
63.  $\varphi = \sqrt[3]{x + \lg(x+a)}$ ;  $x = (\sin^2(a^3) + \cos(a))^2$ ;  $a = e^{-b} + \frac{b}{2\pi}$ ;  $b = 0,87$ .
64.  $y = \frac{0,31 \cdot x^2 - 0,24 \cdot x + 0,8 \cdot a}{2(0,53 \cdot x^2 - 0,07 \cdot x - 0,98)}$ ;  $x = |\cos^3(a \cdot q)|$ ;  $a = 40$ ;  $q = 0,5$ .
65.  $\phi = \frac{0,31 \cdot x^2 - 0,24 \cdot x + 0,8 \cdot b}{0,53 \cdot x^2 - 0,07 \cdot x - 0,98}$ ;  $b = 40$ ;  $x = \frac{\sin^3(b \cdot e^2)}{2\theta}$ ;  $\theta = 0,075$ .
66.  $z = \left(\frac{x+3 \cdot a+y}{2 \cdot x}\right)^4 - \frac{\lg^2(x^3)}{x+3 \cdot a-y}$ ;  $y = a^x$ ;  $a = 7,34$ ;  $x = 2,57$ .
67.  $a = \cos(x) + \cos(b)^{1 + \sin^2 y}$ ;  $b = 1 + \frac{z^3}{3 \cdot x}$ ;  $x = 0,4$ ;  $y = -0,9$ ;  $z = 0,5$ .
68.  $b = \sin^2(\operatorname{tg}(Q))$ ;  $Q = \ln\left(y - \sqrt[3]{x} \cdot \left(x - \frac{y}{2}\right)\right)$ ;  $x = 15,246$ ;  $y = 4,642$ .
69.  $\phi = 2 \cdot \sqrt[3]{b + \sqrt[4]{|y|}}$ ;  $b = \sqrt[3]{e^{x - \frac{1}{\sin^2(z)}}}$ ;  $z = \frac{0,512}{2 \cdot x}$ ;  $x = 3,98$ ;  $y = -1,625$ .
70.  $a = y^{\sqrt[3]{|x|}} + c \operatorname{tg}^3(y-3)$ ;  $\varphi = \frac{\operatorname{tg}(a - \pi/6) \cdot x}{|x| + 1/y^2 + 1}$ ;  $x = -6,25$ ;  $y = 0,827$ .
71.  $\alpha = 2\left(y^x\right) + (3^x)^y$ ;  $b = \frac{|x - \alpha| \cdot \left(1 + \frac{\sin^2 x}{x + y}\right)}{e^{x-y} + \frac{x}{2\pi}}$ ;  $x = 2,51$ ;  $y = 0,325$ .
72.  $a = \sqrt[4]{x + \sqrt[3]{y-1}}$ ;  $b = |a-y| \cdot (\sin^2(z) + \operatorname{tg}(z))$ ;  $y = 10,265$ ;  $z = 0,83$ .
73.  $a = \frac{y^{x+1}}{\sqrt[3]{y-2+3}} + \frac{z+y}{2 \cdot |x+y|}$ ;  $z = (x+1)^{-\sin y}$ ;  $x = 1,625$ ;  $y = 15,4$ .
74.  $a = \frac{x^{y+1} + e^{y-1}}{b+x \cdot |y - \operatorname{tg}(\phi)|}$ ;  $b = 1 + \frac{(y-x)^3}{2 \cdot y}$ ;  $x = 2,4$ ;  $y = 0,9$ ;  $\phi = -0,2$ .
75.  $\theta = a \cdot (\sin^2(\operatorname{tg}^3(a^4)) + \cos^2(y))$ ;  $a = 1 + x + \frac{x^2}{2 \cdot y} + \frac{x^4}{41}$ ;  $x = 0,3$ ;  $y = 0,03$ .

76.  $a = (1+y) \cdot \frac{x+y}{y \cdot x^{-2} + \frac{1}{x^2+4}}$ ;  $b = \frac{a + \operatorname{tg}(y-2)}{\frac{x}{2 \cdot y} + \sin^2(\theta)}$ ;  $x=3,2$ ;  $y=4,05$ ;  $\theta=-0,66$ .
77.  $\theta = y + \frac{x}{y + \frac{x^2}{y+x^3/y \cdot z}}$ ;  $b = \left( \theta + \operatorname{tg}^2\left(\frac{z}{2}\right) \sqrt{|y|} \right)$ ;  $x=0,01$ ;  $y=-8,7$ ;  $z=0,76$ .
78.  $a = \lg\left(\sqrt[3]{e^{x-y}} + x^{|y|} + \gamma\right)$ ;  $b = a - \frac{x^3}{3 \cdot \gamma} + \frac{x^5}{51}$ ;  $x=1,5$ ;  $y=-3,3$ ;  $\gamma=80$ .
79.  $a = \frac{2 \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}{\frac{1}{2 \cdot \pi} + \sin^2(y)}$ ;  $\phi = a + \frac{z^2}{3 + \frac{z^2}{5}}$ ;  $x=1,426$ ;  $y=1,22$ ;  $z=3,5$ .
80.  $a = \frac{\sqrt[3]{8 + |x-y|^2 + 1}}{x+y^2+2}$ ;  $b = e^{|x-y|} \cdot \left(\operatorname{tg}^2(z) + a\right)^x$ ;  $x=-4,5$ ;  $y=0,75$ ;  $z=0,84$ .
81.  $\alpha = \frac{1 + \operatorname{ctg}^2(x+y) \cdot b^{|y|}}{x - \frac{2 \cdot y}{1+x^2 \cdot y}}$ ;  $b = \cos^2\left(\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2x}\right)\right)$ ;  $x=3,74$ ;  $y=-0,82$ ;  $z=0,16$ .
82.  $a = 10 \cdot \left(\sqrt[3]{x} + x^{y+2}\right)$ ;  $\beta = \frac{a+y}{z \cdot y}$ ;  $x=16,55$ ;  $y=-2,75$ ;  $z=0,15 \cdot e^{x-y}$ .
83.  $a = 5 \cdot \operatorname{tg}^2(x^3) - \frac{\theta}{4\pi}$ ;  $b = \frac{a+3 \cdot |x-y| + y^2}{|x-y|^2 + y^2}$ ;  $x=-17,2$ ;  $y=6,33$ ;  $\theta=3,25$ .
84.  $a = e^{|x-y|} + |x-y|^{x+y}$ ;  $b = \operatorname{tg}(a) + \lg(z)$ ;  $x=-2,25$ ;  $y=-0,8$ ;  $z=15,2 \cdot \frac{x}{\pi \cdot y}$ .
85.  $a = x^{\frac{y}{x}} - 3 \cdot \frac{y}{x \cdot z}$ ;  $\varphi = (a-x) \cdot \frac{y - \frac{z}{x}}{1 + (y-x)^2}$ ;  $x=1,825$ ;  $y=18,2$ ;  $z=-3,3$ .
86.  $a = \frac{b+8/(5+\sqrt{x})}{|6-x|+\sqrt{x}}$ ;  $b = e^{\gamma-1} + \sin(\beta)$ ;  $x=47,8$ ;  $\gamma=-2,3$ ;  $\beta = \frac{\gamma}{x \cdot 6}$ .
87.  $b = \alpha + \frac{v^3}{y+v^3/(y+v^3)}$ ;  $v = \frac{\lg(\alpha)}{x \cdot y}$ ;  $\alpha = y^x + \sqrt[3]{x+y}$ ;  $x=-0,9$ ;  $y=1,25$ .
88.  $a = \sqrt[3]{x+y} \cdot b$ ;  $b = y \cdot e^{-(y+q/2)}$ ;  $q = \frac{\pi}{x \cdot y}$ ;  $x=37,1$ ;  $y=-12,55$ .
89.  $\phi = \frac{b}{2 \cdot x} \cdot (x^{y-x} + y^{(x-y)^2})$ ;  $b = \lg\left(\sqrt[3]{z} + \sqrt[3]{z}\right)$ ;  $x=3,2$ ;  $y=2,9$ ;  $z=12$ .
90.  $\varphi = (b+y^2) \cdot \frac{x+y/2}{y^2 \cdot (1+y^2)}$ ;  $b = \sqrt[3]{\sin^2(\operatorname{tg}(y))}$ ;  $x = \log_2(y)$ ;  $y=6,7$ .
91.  $a = x^{(x+y)/2} - \sqrt{\frac{x-y}{2 \cdot |y|}}$ ;  $\theta = \sin(2 \cdot \cos(a))$ ;  $x=12,6$ ;  $y=-2,25$ .
92.  $y = \frac{x^{0,6} + \sin(x)}{\pi \cdot \sqrt{a^2 + x + 1}}$ ;  $x = \lg(a + \sqrt[3]{b \cdot a + z})$ ;  $a=0,35$ ;  $b=12$ ;  $z=-10^3$ .
93.  $y = \sqrt[3]{\sin(\pi \cdot \theta)}$ ;  $x = \frac{a+b^y + a \cdot b \cdot \theta}{\theta \cdot \sqrt[4]{y} \cdot \sqrt{b}}$ ;  $a=5$ ;  $b=1,44$ ;  $\theta=2,5$ .

$$94. \varphi = \frac{\ln(a-x)}{\ln|a-x|}; \quad x = \operatorname{tg}\left(\frac{a}{2 \cdot b}\right) + \alpha; \quad a=7; \quad b=10^{15}; \quad \alpha=1,25.$$

$$95. \theta = -\sqrt{x} \sqrt{xy}; \quad x = \left| \frac{\sin^2(y)}{z \cdot \cos(y \cdot b)} \right|; \quad y = \frac{\pi}{3,5 \cdot z}; \quad b=2,5; \quad z=-1,75.$$

$$96. \gamma = \operatorname{ctg} \frac{x^3 - b \cdot x^2}{(x^2 + b \cdot x)^{0,3}}; \quad x = \frac{\sin^2(z)}{2 \cdot \operatorname{lg}(b)}; \quad z = \pi \cdot 12,15; \quad b = 1,09^{-0,2}.$$

$$97. \phi = \frac{x+z/(z+\sqrt{x})}{x-z+b}; \quad x = \frac{\sin^2 z^3}{\pi \cdot \operatorname{lg}(b)}; \quad z = \pi \cdot 2,15; \quad b = 7,19.$$

$$98. a = \frac{\cos(\theta)}{\theta \cdot \sin(\theta/b)}; \quad \theta = \frac{e^{b \cdot z}}{b \cdot (z-1)}; \quad b=3,29; \quad z=0,135.$$

$$99. \beta = x \cdot \sqrt[3]{x + \operatorname{lg}^x(b)}; \quad x = \left| b - \frac{z}{2 \cdot b} \right|; \quad b=10,51; \quad z=7,92.$$

$$100. \phi = \frac{x \cdot \operatorname{tg}(z)}{\operatorname{lg}^z(b \cdot z)}; \quad z = \frac{x-b}{\pi \cdot |b-x \cdot b|}; \quad x=4,75; \quad b=2,17 \cdot \frac{e^x}{\pi \cdot x}.$$

## 5.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

### 5.2.1. Типовые вопросы к зачету по дисциплине

#### «Основы математической обработки информации»

1. Информация как объект исследования. Виды информации и её свойства. Способы обработки и анализа информации.
2. Формы представления текстовой информации, числовой информации, статистических данных.
3. Множества объектов и операции над ними.
4. Формула включения-исключения для подсчёта элементов в объединении непустых конечных множеств.
5. Этапы математического моделирования.
6. Виды математических моделей.
7. Уравнения и неравенства как математические модели.
8. Элементы теории графов: основные определения. Примеры приложения теории графов.

9. Виды комбинаторных соединений и подсчет их числа. Методы решения комбинаторных задач.
10. Характеристики данных, полученных в результате исследований.
11. Основные этапы первичной статистической обработки данных.
12. Функциональная и стохастическая зависимость между данными измерений.
13. Корреляционный анализ. Примеры анализа прямолинейной связи при парной корреляции.
14. Представление данных исследования в табличном редакторе Excel.
15. Возможности компьютера для обработки информации.
16. Возможности компьютера для хранения и систематизации информации.
17. Возможности специальных пакетов для обработки экспериментальных данных.

### 3.3. Анализ результатов обучения и перечень корректирующих мероприятий по учебной дисциплине

#### Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 20\_\_ / \_\_ учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_

Программа одобрена на заседании кафедры-разработчика

«\_\_»\_\_\_\_\_ 20\_\_ г., протокол № \_\_\_\_\_

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

(ф.и.о., подпись)

Программа одобрена на заседании выпускающей кафедры

«\_\_»\_\_\_\_\_ 20\_\_ г., протокол № \_\_\_\_\_

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

(ф.и.о., подпись)

Одобрено НМСС(Н)

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Председатель \_\_\_\_\_

(ф.и.о., подпись)

#### 4. Учебные ресурсы

##### 4.1. Карта литературного обеспечения дисциплины «ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ»

Направление подготовки 44.03.02 «Психолого-педагогическое образование»

Направленности (профили) образовательных программ

Дошкольное образование; Практическая психология в образовании (заочная форма обучения)

№ п/п	Наименование	Место хранения/ электронный адрес	Кол-во экземпляров/ точек доступа
<b>Обязательная литература</b>			
1.	Карташев, А.В., Кейв М.А. Основы математической обработки информации [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. В. Карташев, М.А. Кейв. - Красноярск: КГПУ им. В. П. Астафьева, 2019. - 144 с. - Режим доступа: <a href="http://elib.kspu.ru/document/58212">http://elib.kspu.ru/document/58212</a>	ЭБС КГПУ им. В. П. Астафьева	Индивидуальный неограниченный доступ
2.	Артемьева, Н.В. Основы математической обработки информации [Текст]: учебное пособие / Н. В. Артемьева. - Красноярск: КГПУ им. В. П. Астафьева, 2015. - 116 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	11
3.	Бондарь, А. А. Основы математической обработки информации [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. А. Бондарь, С. С. Коробков ; Урал. гос. пед. ун-т. - Екатеринбург : [б. и.], 2018. - 139 с. - Библиогр.: с. 138. - Режим доступа: <a href="https://icdlib.nspu.ru/view/icdlib/6897/read.php">https://icdlib.nspu.ru/view/icdlib/6897/read.php</a>	Межвузовская электронная библиотека	Индивидуальный неограниченный доступ
<b>Дополнительная литература</b>			
4.	Стефанова, Н.Л. Основы математической обработки информации: Учебное пособие для организации самостоятельной деятельности студентов : учебное пособие / Н.Л. Стефанова, В.И. Снегурова, О.В. Харитоновна ; Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена. - Санкт-Петербург : РГПУ им. А. И. Герцена, 2011. - 134 с. : схем., ил. - ISBN 978-5-8064-1648-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=428337">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=428337</a>	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
5.	Основы математической обработки информации [Электронный ресурс] : учебное пособие : направление подготовки - "Педагогическое образование", квалификация (степень) выпускника: бакалавр : рек.	Межвузовская электронная библиотека	Индивидуальный неограниченный доступ





## 1.2. Карта материально-технической базы дисциплины

### «Основы математической обработки информации»

Направление подготовки 44.03.02 «Психолого-педагогическое образование»

Направленности (профили) образовательных программ

Дошкольное образование; Практическая психология в образовании

Аудитория	Оборудование
для проведения лекционных занятий	
г. Красноярск, ул. Ады Лебедевой, д.89, ауд. 2-07	Проектор-1шт, экран-1шт, учебная доска-1шт
для проведения практических занятий (лабораторных работ)	
г. Красноярск, ул. Ады Лебедевой, д.89, ауд. 2-30	Компьютеры-12шт, интерактивная доска-1шт, проектор-1шт, маркерная доска-1шт. ПО: Windows, Linux, Office Standart, Libre Office, Kaspersky Endpoint Security, ABBYY Fine Reader 8.0, Adobe Reader, конструктор сайтов Edusite
для самостоятельной работы	
г. Красноярск, ул. Ады Лебедевой, д.89, ауд. 2-31	Компьютеры-12шт, интерактивная доска-1шт, проектор-1шт, маркерная доска-1шт. ПО: Windows, Linux, Office Standart, Libre Office, Kaspersky Endpoint Security, ABBYY Fine Reader 8.0, Adobe Reader, конструктор сайтов Edusite