

СБОРНИКЪ ЗАДАЧЪ

П О

МАТЕМАТИКЪ,

СЛУЖИВШИХЪ

ВО ВСѢХЪ УЧЕБНЫХЪ ОКРУГАХЪ РОССИИ

51
M-13

ДЛЯ ИСПЫТАНІЯ ЗРѢЛОСТИ ВЪ ГИМНАЗИЯХЪ И ДЛЯ ВЫПУСКНЫХЪ ЭКЗАМЕНОВЪ
ВЪ РЕАЛЬНЫХЪ УЧИЛИЩАХЪ.

СОБРАЛЪ

К. Мазингъ.

ПРОВЕРЕНО
20 16 г.

ПРОВЕРЕНО
1934 г.

Изданіе 5-е дополненное.

1949

Библиотека
Иркутского
Гос. Педагогического Института
№ 88766

ПРОВЕРЕНО
1946
МОСКВА.

Црнн 3 ркн 5

Изданіе книжного магазина В. В. Думнова, подъ фирмой „Наслѣдники Братьевъ Салзевыхъ“.

1897.

АРИΘΜΕΤΙΚΑ.

1. Найти, чему равно выражение: $\frac{7/10 - 2/3}{9/12 + 1/3} : \frac{1/3}{9 1/2}$. (Кiev. О. 1879).

2. Вычислить выражение:

$$\frac{(9,05 \text{ фунт. } 2 1/4 \text{ лот. } 1,211211\dots \text{ зол.} - 9 1/8 \text{ дол}) \times 3,1}{5/8 - 0,01} \quad (\text{Петерб. О. 1875}).$$

3. Принимая метръ = 1,4 арш., опредѣлить въ метрахъ величину выраженія:

$$[0,003 \text{ влм.} + 250 \text{ стм.} + 0,83 \text{ дкм.}] : 6 + \left[4,2 \text{ ар.} + 3,6 \text{ м.} - 3 3/5 \text{ м.} \right] \cdot 0,0(5)$$

$$\frac{[1 1/2 \cdot 2 1/5 + 0,7 - 0,4] \cdot \left[0, (15) + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}} + \frac{1}{11} - \frac{1}{2} \right] : 540}{\frac{3}{3} + \frac{1}{8}}$$

(Харьков. О. 1890).

4. Вычислить вѣсь обелиска, имѣющаго видъ пирамиды, усѣченной параллельно основанію, если оба основанія — квадраты со сторонами 1,83 метра и 0,75 метра, а высота обелиска 67,25 метр. и удѣльный вѣсъ его матеріала 2,57. (Харьков. О. 1882).

5. На 6-ти станкахъ въ $5 3/4$ дня приготовлено $157 5/7$ арш. полотна. На сколькихъ станкахъ можно въ одинъ день приготовить $45 5/7$ аршина? (Харьк. О. 1874).

6. Одна машина въ $5/6$ часа приготовляетъ $15/16$ пуда мѣдныхъ гвоздей, другая въ $1/3$ часа приготовляетъ $5/12$ пуда, а третья въ $5/8$ часа — $7/8$ пуда. Во сколько часовъ всѣ три машины приготовить $226 1/2$ пудовъ? (Казан. О. 1875).

7. Сумма двухъ чиселъ равна общему наибольшему дѣлителю 735 и 1365. Первое число, сложенное съ тройнымъ вторымъ числомъ, равно $\sqrt{22201}$. Найти оба числа. (Харьков. О. 1890).

8. 56 человекъ окончили известную работу въ 90 дней, работая въ день по 10 часовъ; во сколько дней окончить ту же работу 80 человекъ, занимаясь въ день по 12 часовъ, если сила первыхъ работниковъ относится къ силѣ вторыхъ, какъ 5 : 3? (Виленск. О. 1875).

9. Въ Англии продается полоса земли длиною въ 480 сажень и шириною въ 165 саж. по 220 руб. за каждый акръ. Сколько

АЛГЕБРА.

1. Въ обществѣ условились собрать извѣстную сумму для вспоможенія бѣдному семейству. Когда каждый согласился дать по 80 коп., то оказалось, что сборъ будетъ на 27 рублей превышать требуемую сумму; когда же было предложено, чтобы каждый внесъ по 45 коп., то оказалось, что сборъ на 4 р. 50 к. будетъ менѣе требуемой суммы. Спрашивается: изъ сколькихъ особъ состояло общество? какъ велика была требуемая сумма? и сколько долженъ былъ дать каждый, чтобы составить предположенный сборъ? (Виленск. О. 1874).

2. Поверхность земного шара раздѣляется на 5 поясовъ: 2 холодные, 2 умѣренные и 1 жаркій; каждый умѣренный составляетъ $\frac{15}{23}$ жаркаго пояса и каждый холодный — равенъ $\frac{7}{44}$ умѣреннаго пояса. Сколько квадрати. миль содержитъ каждый поясъ, если извѣстно, что поверхность шара равна 9288000 квадр. миль. (Виленск. О. 1875).

3. Изъ города С въ городъ М отправился внизъ по рѣкѣ пароходъ, дѣлавшій $8\frac{1}{2}$ миль въ каждые три часа. Часомъ раньше изъ города М отплылъ противъ теченія другой пароходъ, проходившій въ каждые 4 часа по 5 миль. При встрѣчѣ этихъ пароходовъ оказалось, что первый изъ нихъ прошелъ пространство вдвое большее того пути, который былъ пройденъ вторымъ. Определить разстоянiе по рѣкѣ между городами М и С? (Виленск. О. 1877).

4. Ремесленникъ работалъ лѣтомъ 17 дней и зимою 13 дней; дневная плата зимою была 2 рублями меньше дневной платы лѣтомъ. При расчетѣ за лѣто у него вычли 22 рубля, а при расчетѣ за зиму наградили 28. рублями сверхъ установленной платы; въ обоихъ случаяхъ ремесленникъ получилъ равныя суммы. Узнать дневную плату за лѣто. (Сибирск. О. 1876).

5. Въ трехъ сосудахъ налита вода. Если $\frac{1}{2}$ воды перваго сосуда перелить во второй, затѣмъ $\frac{1}{3}$ воды, оказавшейся во второмъ, перелить въ третiй и наконецъ $\frac{1}{4}$ воды третьяго перелить въ первый, то въ каждомъ сосудѣ окажется по 6 ведеръ. Сколько было воды въ каждомъ сосудѣ? (Харьков. О. 1889).

6. Определить число по слѣдующимъ условiямъ: послѣ дѣленiя его на 3 получается въ остаткѣ единица, послѣ дѣленiя его на 5 получается въ остаткѣ четыре, послѣ дѣленiя его на 7 получается въ остаткѣ два; сверхъ того извѣстно, что послѣднее частное равно разности между первымъ и вторымъ. (Зап. Сибир. О. 1889).

7. Сумма цифръ трехзначнаго числа равна 18; если это число раздѣлимъ на произведенiе крайнихъ цифръ его, то получимъ 54; а если вычтемъ изъ него 693, то получимъ число обращенное. Найти число. (Одесск. О. 1890).

Г Е О М Е Т Р І Я .

1. Раздѣлить прямой уголъ на три равныя части. (Кіевск. О. 1879).

2. Построить треугольникъ по данному основанію AB , суммѣ двухъ остальныхъ сторонъ и одному углу при основаніи. (Кіев. О. 1877).

3. Построить треугольникъ по данной суммѣ двухъ его сторонъ и двумъ угламъ. (2-ая Харьков. гимн. 1891).

4. Построить равнобедренный прямоугольный треугольникъ по данной суммѣ гипотенузы и катета. (Харьк. О. 1876).

5. Построить квадратъ, зная сумму его стороны и діагонали. (Харьк. О. 1889).

6. Построить треугольникъ по двумъ сторонамъ и равнодѣлящей угла ими составленнаго. (Харьк. О. 1878).

7. Черезъ точку, данную внутри круга, провести хорду данной длины. (Казан. О. 1878).

8. Описать даннымъ радіусомъ r окружность, пересѣкающую данную прямую и данную окружность по даннымъ хордамъ. (Сумск. гимн. 1891).

9. Къ данной окружности провести касательную такъ, чтобы отрѣзокъ ея въ другой данной окружности имѣлъ данную длину a . (Корочанск. гимн. 1891).

10. Построить треугольникъ, когда даны: радіусъ круга, вписаннаго въ треугольникъ, уголъ A и линия, раздѣляющая этотъ уголъ пополамъ. (Харьк. О. 1884).

11. Построить треугольникъ, если даны уголъ A , высота h и радіусъ описаннаго круга R . (Тагаврог. гимн. 1891).

12. Даны двѣ окружности и на одной изъ нихъ точка M , черезъ которую нужно провести третью окружность, касательную къ двумъ даннымъ. (Харьк. О. 1882).

13. Черезъ точку A пересѣченія двухъ данныхъ окружностей O и O' провести сѣкущую BAC такъ, чтобы сумма хордъ BA и AC была равна данной прямой S . (Харьк. О. 1884).

14. Построить вписанный четырехугольникъ $ABCD$, зная діагональ AC , уголъ ABC , отношеніе $AB : BC$ и разстояніе вершины D отъ діагонали AC . (Харьк. гимн. 1891).

15. Въ данныйъ кругъ вписать четырехугольникъ, когда даны: сторона, діагональ и уголъ, образующійся пересѣченіемъ діагоналей этого четырехугольника и лежащій противъ данной стороны. (Старобѣл. гимн. 1891).

16. Изъ точки, данной внѣ окружности, провести сѣкущую, опредѣляющую хорду, равную радіусу окружности. Опредѣлить

внѣшнюю часть сѣкущей построениемъ и вычислениемъ, полагая радиусъ окружности $R=1$, а разстояніе отъ центра до данной точки $D=2$. (Харьк. О. 1880).

17. Въ параллелограммѣ даны: сторона b и діагонали D и d ; найти его периметръ, полагая, что $b=58$ фут., $D=89$ фут. и $d=52$ футамъ. (Харьк. О. 1876).

18. Разность между длиною діагонали и стороны квадрата равна 6 аршинамъ. Узнать длину стороны квадрата и радиуса описанной около квадрата окружности (ограничиваясь тремя десятичными знаками). (Моск. О. 1874).

19. Найти сколько градусовъ, минутъ и секундъ содержитъ вписанный уголъ, вершина котораго на окружности круга съ радиусомъ 2 фут., а бока этого угла стягиваются дугою, равною по длинѣ 1,5 ф. ($\pi=22/7$). (Казан. О. 1874).

20. Въ окружность, радиусъ r которой равенъ 4 футамъ, вписать правильный треугольникъ; на сторонѣ его построены квадратъ. Определить радиусъ R окружности, около него описанной. (Казанск. О. 1879).

21. Извѣстны двѣ меньшія стороны a и b треугольника, вписаннаго въ кругъ, радиусъ котораго r ; определить третью сторону этого треугольника и вычислить ее при $a=1$ ф. 3 дюйма, $b=5$ ф. и $r=3,5$ ф. (Харьк. О. 1878).

22. Определить радиусъ круга, вписаннаго въ правильный десятиугольникъ, и круга, описаннаго около него, если сторона десятиугольника равна a . (Кіев. О. 1875).

23. Одинъ изъ катетовъ прямоугольнаго треугольника равенъ 8 метр., другой равенъ 6 метрамъ; изъ вершины прямого угла опущенъ перпендикуляръ на гипотенузу. Узнать величину этого перпендикуляра и площадей образовавшихся двухъ малыхъ треугольничковъ. (Проверка: сумма этихъ площадей равна площади всего треугольника). (Москов. О. 1874).

24. Гипотенуза прямоугольнаго треугольника, длиною въ a футовъ, раздѣлена въ крайнемъ и среднемъ отношеніи перпендикуляромъ, опущеннымъ изъ вершины прямого угла на гипотенузу. Определить площадь треугольника. (Москов. О. 1878).

25. На половинѣ діагонали прямоугольника, имѣющаго основаніе 12, а высоту 9 футовъ, построенъ квадратъ, діагональ котораго служитъ стороною правильнаго треугольника. Вычислить радиусъ окружности, описанной около этого треугольника. (Орѣб. О. 1884).

26. Изъ точки, лежащей на продолженіи діаметра окружности, коей радиусъ r , проведена къ окружности касательная, длина коей t , и изъ точки касанія опущенъ на діаметръ перпендикуляръ.

$S = x^2$
 $9 = 2x^2$
 $x^2 = 9/2$
 $x = \sqrt{9/2}$
 $x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$



$y = 2x^2$
 $y = x\sqrt{2}$
 $y = \frac{16\sqrt{2}}{2}$
 $\frac{15}{2}$
 $x = \frac{4}{\sqrt{13}}$



144
 12
 $\sqrt{2 \cdot 5} = 15$

какая часть объема шара останется послѣ того, какъ будетъ просверлено указанное цилиндрическое отверстіе въ шарѣ. (Варш. О. 1877).

263. Шаръ, радіусъ R котораго равенъ 0,5 фута, просверленъ насквозь по направленію діаметра; радіусъ этого цилиндрическаго отверстія составляетъ $\frac{1}{2}$ радіуса шара. Вычислить объемъ V оставшейся части шара. (Оренб. 1878),

264. Въ шарѣ вписанъ цилиндръ, діаметръ основанія котораго равенъ сторонѣ правильнаго треугольника, вписаннаго въ большой кругъ шара. Какую часть объема шара составляетъ объемъ цилиндра и чему онъ равенъ, если поверхность шара $P=5998139$? Желаящимъ предлагается опредѣлить отношеніе всѣхъ четырехъ частей, на которыя объемъ шара раздѣляется поверхностью цилиндра: цилиндра, двухъ сегментовъ и пояса, окружающаго цилиндръ. (Кавказ. О. 1889).

ТРИГОНОМЕТРІЯ.

1. Опредѣлить $\cos x$ изъ уравненія:

$$\cos^2(a+x) + \cos^2(a-x) = m. \text{ (Харьк. О. 1876).}$$

2. Выразить въ градусахъ дугу x , опредѣляемую уравненіемъ: $3\cos x = \sin^2 x$. (Харьк. О. 1874).

3. Найти x изъ уравненія: $4\sin^2 x + \sin^2 2x = 3$. (Кіев. О. 1879).

4. Опредѣлить x (въ градусахъ и минутахъ) изъ уравненія: $\operatorname{tg} x = 6\cos x$. (Моск. О. 1881).

5. Рѣшить уравненіе: $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$. (Кіев. О. 1881).

6. Опредѣлить \sin и \cos острого угла x изъ уравненія $\operatorname{tg} 2x = 3\operatorname{tg} x$. (Кіев. О. 1890).

7. Опредѣлить x изъ уравненія $\sec x + \operatorname{cosec} x = 2$. (Маріупольск. гимн. 1891).

8. Рѣшить уравненіе: $\operatorname{tg} 2x + \operatorname{ctg} x = 8\cos^2 x$. (Харьк. О. 1883).

9. Рѣшить уравненіе: $\operatorname{ctg} x = 2\cos x$. (Кіев. О. 1883).

10. Рѣшить уравненіе: $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 4$.

(Оренб. О. 1882).

11. Опредѣлить дугу x изъ уравненія: $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$. (Кіев. О. 1891).

12. Рѣшить уравненія: $3\sin x = 4\sin y$; $x + y = 72^\circ$. (Харьк. О. 1882).

13. Раздѣлить уголъ въ 30° на два угла, синусы которыхъ относились бы, какъ 1 : 2. (Кіев. О. 1878 и Іилен. О. 1890).