

А. А. ЛЯМИНЪ.

ПРОВЕРЕНО
198 г.

ПРОВЕРЕНО
1949 г.

510

0.99. м. н.

МАТЕМАТИЧЕСКІЕ

ПАРАДОКСЫ

ИНТЕРЕСНЫЯ

ЗАДАЧИ

ДЛЯ ЛЮБИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ.

Въ объемъ курса средне-учебныхъ заведеній.

ПРОВЕРЕНО
20/19 г.

ПРОВЕРЕНО
1949 г.

БИБЛИОТЕКА
КРАСНОАРСКОГО
ПОЛИТЕХНИКУМА
№ 10299

МОСКВА.



Типографія Г. Лиснера и Д. Совко.
Воздвиженка, Крестовоздвиж. пер., д. 9.



1911.

кабинет
Ляминъ

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Предлагаемый сборникъ является, кажется, первой попыткой въ русской математической литературѣ собрать въ одно цѣлое лучшія изъ тѣхъ разнообразнѣйшихъ интересныхъ задачъ, которыя частью разбросаны въ многочисленныхъ учебникахъ, задачникахъ и журналахъ, а частью даже просто передаются изустно*).

Подобнаго рода задачи, для рѣшенія которыхъ требуется знаніе элементарной математики (въ предѣлахъ курса среднихъ учебныхъ заведеній), ярко разнятся отъ обыкновенно наполняющихъ различные русскіе задачники или странно-заданнымъ условіемъ (№№ 90, 36, 113), или нѣкоторой красотой разсужденія (№№ 112, 113) и изяществомъ рѣшенія данной задачи (№№ 128, 27, 114), или непредвидѣннымъ отвѣтомъ (№ 175).

Кромѣ того, мы нашли нужнымъ помѣстить здѣсь и такіе типы задачъ, которыхъ рѣшенія отличаются отъ обычныхъ или значительной трудностью (№№ 51, 44, 68) или нѣкоторой искусственностью (№№ 52, 75).

Всѣ приводимыя ниже задачи мы для удобства разбиваемъ на отдѣлы и придерживаемся, по возможности, строгой послѣдовательности. Въ первомъ отдѣлѣ мы помѣщаемъ задачи, рѣшаемыя чисто ариметическими приемами; во второмъ отдѣлѣ помѣщены задачи алгебраическія, при чемъ большая часть ихъ относится къ рѣшенію и составленію ур-ій; далѣе слѣдуютъ задачи геометрическія, затѣмъ тригонометрическія и, наконецъ, задачи, требующія знанія нѣкоторыхъ статей изъ физики въ связи съ различными отдѣлами математики.

Въ концѣ каждаго изъ отдѣловъ мы помѣщаемъ нѣкоторые, соотвѣтствующіе этому отдѣлу, софизмы.

Такъ какъ каждая изъ задачъ имѣетъ тотъ или иной интересъ, а также и значительно разнится отъ рѣшенія задачъ обыкновенныхъ, то мы даемъ всѣмъ безъ исключенія задачамъ и софизмамъ подробное и, по возможности, ясное объясненіе.

*) Приблизительно соотвѣтствующими предлагаемому сборнику являются «Задачи, вопросы и софизмы для любителей математики» Д. Горячева и А. Воронца, но, къ сожалѣнію, въ нихъ даны рѣшенія далеко не всѣхъ задачъ.

Думаемъ, что интересующимся вообще математикой будетъ не лишнимъ ознакомиться съ ея развитіемъ и прослѣдить шагъ за шагомъ тотъ ея путь, по которому она прошла сквозь рядъ тысячелѣтій прежде, чѣмъ стать на ту высоту, предъ которой невольно преклоняешься; вслѣдствіе этого мы предпосылаемъ задачамъ краткій очеркъ изъ исторіи развитія математики, для составленія котораго пользуемся преимущественно извѣстнымъ трудомъ проф. Кіевскаго университета Ващенко-Захарченко.

Предлагаемый сборникъ предназначается не только для любителей математики, но и для преподавателей, которымъ онъ можетъ служить, какъ пособіе къ иллюстраціи проходимаго въ классѣ курса математики.

Считаемъ своимъ долгомъ выразить глубокую благодарность за любезное сообщеніе нѣкоторыхъ задачъ преподавателю Брянской женской гимназіи Т. Ф. Сваричовскому.

Ниже приведенъ списокъ книгъ, послужившихъ намъ источниками при составленіи этого сборника.

М. Е. Ващенко-Захарченко. Исторія математики. Кіевъ 1883.

Шале. Исторія математики.

«Вѣстникъ опытной физики и элементарной математики.»

Д. Горячевъ и А. Воронецъ. Задачи, вопросы и софизмы для любителей математики. Москва 1903.

В Обреимовъ. Математическіе софизмы. С.-Пб. 1889. 2-ое изданіе.

Э. Люкасъ. Математическія развлеченія. Переводъ Обреимова. С.-Пб. 1883.

Б. Розенфельдъ. Искусственные способы рѣшенія задачъ низшей алгебры. С.-Пб. 1884.

А. Торнеусъ. Задачи элементарной математики. Москва 1880.

Н. Билибинъ. Алгебра для гимназій и реальныхъ училищъ. Journal de mathématiques élémentaires.

И. Верещагинъ. Сборникъ арифметическихъ задачъ.

И. Верещагинъ. Сборникъ алгебраическихъ задачъ.

Н. А. Шапошниковъ и Вальцовъ. Сборникъ алгебраическихъ задачъ.

Никульцевъ. Курсъ алгебры.

Приложенія къ журналу «Нива».

К. Д. Краевичъ. Физика.

Ковалевскій. Физика.

Гано. Физика.

И многіе другіе современные журналы и книги,

7. Одинъ торговецъ при оптовой продажѣ своего товара дѣлаетъ съ назначенной на товаръ цѣны скидку въ 7% и, кромѣ того, въ случаѣ продажи на наличныя деньги, еще дѣлаетъ уступку въ 12% съ пониженной цѣны. Другой торговецъ дѣлаетъ скидку въ 12% съ назначенной и, кромѣ того, 7% съ пониженной цѣны при одинаковыхъ съ первымъ торговцемъ прочихъ условіяхъ. У котораго изъ нихъ выгоднѣе покупать товаръ на наличныя деньги?

8. Два ученика купили у торговца 8 яблокъ, при этомъ первый ученикъ заплатилъ 5, а второй 3 копейки. Встрѣтивъ по дорогѣ товарища, они втроемъ съѣли всѣ 8 яблокъ, при чемъ каждый съѣлъ одну и ту же порцію. За это встрѣтившійся товарищъ далъ имъ 8 копеекъ. Какъ купившіе яблоки два ученика должны раздѣлить полученныя ими деньги?

9. Изъ двухъ станцій, разстояніе между которыми 240 верстъ, выѣзжаютъ два автомобиля навстрѣчу другъ другу съ одинаковой скоростью 30 верстъ въ часъ. Одновременно съ выѣздомъ автомобилей вылетаетъ съ одной изъ станцій голубь со скоростью 40 верстъ въ часъ по тому же направленію до встрѣчи со вторымъ автомобилемъ; затѣмъ онъ тотчасъ же поворачиваетъ назадъ и летитъ до встрѣчи съ первымъ, послѣ чего снова поворачиваетъ назадъ и летитъ до встрѣчи со вторымъ и т.д. продолжаетъ до тѣхъ поръ, пока автомобили не встрѣтятся. Полагая путь между станціями прямолинейнымъ, опредѣлить, сколько верстъ пролетитъ голубь.

10. Нѣкто завѣщаль капиталъ въ 14000 рублей своей женѣ при условіи, что если у нея родится мальчикъ, то сынъ долженъ получить вдвое больше матери, а если родится дочь, то мать должна получить вдвое больше дочери. Родились близнецы: сынъ и дочь. Какъ было исполнено завѣщаніе?

11. Отцу 45 лѣтъ, а сыну 10. Черезъ сколько времени ихъ возрасты будутъ относиться, какъ 9 : 4?

12. Куплено 5 столовыхъ и 7 чайныхъ ложекъ и за все заплачено 56 руб.; въ другой разъ по тѣмъ же цѣнамъ было куплено 10 столовыхъ и 3 чайныхъ ложки, и тогда заплачено было 79 рублей. Почему покупали каждую столовую и чайную ложки?

хода въ *B* нашего поѣзда. Поэтому изъ поѣздовъ послѣдующихъ сутокъ встрѣтится 24 поѣзда. Слѣдовательно всего будетъ встрѣчено $23+24=47$ поѣздовъ.

Ответъ: 47 поѣздовъ.

5. Разрѣжемъ четыре апельсина каждый на три части, получимъ 12 частей, а послѣдніе 3 — каждый на 4 части — получимъ также 12 частей. Взявъ одну часть отъ первыхъ четырехъ апельсиновъ и одну часть отъ вторыхъ трехъ — будемъ имѣть одну двѣнадцатую часть отъ семи апельсиновъ.

6. Гири вѣсили: 1, 3, 9 и 27 фунтовъ.

7. Первый торговецъ на каждый рубль дѣлаетъ 7% скидки, т.-е. вмѣсто 1 рубля получаетъ: $100-7=93$ копейки. Далѣе онъ дѣлаетъ съ пониженной цѣны скидку въ 12%, т.-е. вмѣсто 1 рубля получаетъ 88 коп.; слѣдовательно онъ съ пониженнаго рубля, т.-е. съ 93 коп., получить:

$$100-88 \quad \left| \quad x = \frac{88 \cdot 93}{100} = 81\frac{21}{25} \text{ коп.} \right.$$

$$93-x$$

Разсуждая подобнымъ же образомъ относительно второго находимъ: каждый рубль за скидкой 12% обратится въ 88 коп.

Скидывая далѣе съ пониженной цѣны съ 1 руб. 7%, т.-е. получая вмѣсто 1 руб. — 93 коп., онъ съ пониженнаго рубля, т.-е. съ 88 коп., получить:

$$100-93 \quad \left| \quad y = \frac{93 \cdot 88}{100} = 81\frac{21}{25} \text{ коп.} \right.$$

$$88-y$$

Итакъ, и у того и у другого торговца покупать безразлично.

8. Разрѣжемъ каждое яблоко на 3 равныя части. Такихъ частей будетъ $8 \cdot 3=24$; изъ нихъ каждый изъ трехъ товарищей долженъ получить по $24:3=8$ частей. У перваго же ученика такихъ частей до дѣлежа было $5 \cdot 3=15$, а у втораго $3 \cdot 3=9$. Слѣдовательно первый, оставивъ себѣ 8 частей, отдѣлил третьему $15-8=7$ частей, а второй: $9-8=1$ часть. Поэтому первый изъ 8 коп. долженъ получить 7, а второй 1 копейку.

Ответъ: 1-ый получитъ 7, а 2-ой — 1 коп.

9. Каждый автомобиль до встрѣчи проѣдетъ $240:2=120$ версть, такъ какъ они встрѣтятся посрединѣ дороги; слѣдовательно каждый изъ нихъ, проѣзжая въ 1 часъ по 30 версть, проѣдетъ до встрѣчи $120:30=4$ часа. Голубь же летаетъ со скоростью 40 версть въ 1 часъ, слѣдовательно въ 4 часа онъ пролетитъ $40 \cdot 4=160$ версть.

Ответъ: 160 версть.

10. Если мать изъ наслѣдства получитъ нѣкоторую часть, т.-е. нѣкоторую единицу наслѣдства, то сынъ, по завѣщанію, долженъ получить двѣ такихъ части, а дочь половину части, полученной матерью. Слѣдовательно всѣхъ частей, на которыя надо раздѣлить наслѣдство, будетъ: 1 часть матери, 2 части сына и $\frac{1}{2}$ части дочери, всего $3\frac{1}{2}$ части. По условію задачи эти $3\frac{1}{2}$ части должны составлять 14000 рублей. Если $3\frac{1}{2}$ части составляютъ 14000 руб., то одна часть будетъ въ $3\frac{1}{2}$ раза меньше, т.-е. $14000:3\frac{1}{2}=\frac{14000 \cdot 2}{7}=4000$ рублей. Отсюда видимъ, что мать, имѣя одну часть наслѣдства, получитъ 4000 руб., сынъ $4000 \cdot 2=8000$ руб., а дочь $4000 \cdot \frac{1}{2}=2000$ рублей.

Ответъ: 4000, 8000 и 2000 рублей.

11. Разность между лѣтами отца и сына будетъ за все время ихъ жизни постоянна и равна $45-10=35$ годамъ. Когда возрасты ихъ будутъ относиться какъ 9:4, разница эта будетъ та же, что и раньше, т.-е. 35 лѣтъ. Но разность частей будетъ $9-4=5$. Слѣдовательно одна часть должна равняться $35:5=7$ годамъ. Поэтому, когда ихъ возрасты будутъ относиться, какъ 9:4, отцу будетъ $7 \cdot 9=63$ года, а сыну $7 \cdot 4=28$ лѣтъ. Слѣдовательно требуемое задачей отношеніе лѣтъ наступитъ черезъ $63-45$ или $28-10$, т.-е. черезъ 18 лѣтъ.

Ответъ: черезъ 18 лѣтъ.

12. Во второй разъ было куплено столовыхъ ложекъ вдвое болѣе, нежели въ первый. Пусть въ первый разъ тѣхъ и другихъ ложекъ было куплено вдвое болѣе, нежели на самомъ дѣлѣ; тогда за всю покупку, т.-е. за 10 столовыхъ и 14 чай-

Оглавление.

	<i>Стран.</i>
Предисловіе	3
Краткій очеркъ изъ исторіи математики.	5

Условія задачъ.

Ариѳметика	17
Алгебра	23
Геометрія	45
Тригонометрія	61
Физика	66

Отвѣты и рѣшенія.

Ариѳметика	73
Алгебра	96
Геометрія	177
Тригонометрія	194
Физика.	204
