

31
Л-94.

Э. ЛЮКАСЪ.

ср.б. 1952.

53
58

МАТЕМАТИЧЕСКІЯ РАЗВЛЕЧЕНІЯ

Приложёнія арифметики, геометріи и алгебры къ различнаго рода запутаннымъ вопросамъ, забавамъ и играмъ.

Съ 55 чертежами, фигурами и таблицами.

4-2-35-

Handwritten scribbles

перевелъ съ французскаго

В. И. Обреимовъ

ПРОВЕРЕНО 1948 г.
В. И. ОБРЕИМОВЪ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
№ 100283

бывшій учитель математики въ Екатеринбургской гимназій.

Подобно тому, какъ есть безчисленное множество умныхъ вещей, приблизительно такимъ образомъ, точно также бываютъ и глупыя вещи, которыми пользуются разумно.

Монтескьё.

15.10.
ПРОВЕРЕНО
1949 г.
ПРОВЕРЕНО
1949 г.

ПРОВЕРЕНО
1948 г.

ПРОВЕРЕНО
1953 г.

ПРОВЕРЕНО
20.16 г.

С.-ПЕТЕРБУРГЪ.
Изданіе Ф. Павленкова.
1883.

ОТЪ ИЗДАТЕЛЯ.

Книга Люкаса составляетъ, по своей основной мысли, какъ бы дополненіе къ изданнымъ уже мною «Научнымъ развлеченіямъ» Гастона Тисандье. Желаніе выпустить ее въ свѣтъ возможно скорѣе заставило меня на первыхъ порахъ ограничиться простымъ ея переводомъ, хотя я и сознавалъ, что она много выиграла бы отъ прибавленія къ ней нѣсколькихъ новыхъ отдѣловъ, каковы напримѣръ: кастеты, различнаго рода конкретныя геометрическія задачи, такъ называемые «японскіе фокусы» (высвобожденіе колець изъ замкнутыхъ проволочныхъ фигуръ), наглядныя несообразности въ тѣняхъ и особенно математическіе парадоксы съ точными на видъ доказательствами такихъ абсурдовъ, какъ $2=3$, часть болѣе всего цѣлаго, ломаная линія короче прямой, возможность двухъ перпендикуляровъ въ одной плоскости къ одной и той же линіи и т. д. Все это предполагалось мною прибавить къ книгѣ; но недостатокъ времени (книга переведена и отпечатана въ 3 недѣли) не позволилъ переводчику, В. И. Обреимову, заняться теперь-же обработкой указанныхъ мною выше отдѣловъ. Тѣмъ не менѣе они будутъ имъ составлены, и въ концѣ августа выйдутъ отдѣльной брошюрой подъ заглавіемъ «Дополненіе къ 1-му изданію «Математическихъ Развлеченій». (Цѣна 50 к.)

Переводчикъ и издатель будутъ крайне благодарны всѣмъ, кто пожелаетъ сообщить имъ какіе либо матеріалы для проектируемыхъ «Дополненій», въ особенности по части математическихъ парадоксовъ, не имѣющихъ на русскомъ языкѣ ни одного сборника, но повсемѣстно распространенныхъ между юными математиками, которыхъ они всегда живо интересуютъ.

Адресъ. Спб. Фонтанка, д. 41, въ книжный магазинъ В. Цвылева, для передачи издателю «Математическихъ Развлеченій».

Ф. Павленковъ.

ПРЕДИСЛОВІЕ.

„Человѣкъ такъ жалокъ, что способенъ скучать даже безъ всякой причины, единственно въ силу своей организаціи, и такъ легкомысленъ, что, имѣя тысячи причинъ къ скукѣ, находятъ развлеченіе даже въ катаньи шаровъ по билліарду“.

— „Съ какою же это цѣлью? спросите вы.— Да просто съ той, чтобы завтра похвастаться передъ своими друзьями, что онъ играетъ лучше другихъ. Точно такъ же есть люди, ломающіе себѣ головы въ тиши кабинетовъ, въ желаніи показать ученому міру, что они нашли до сихъ поръ еще неотысканное рѣшеніе какой нибудь алгебраической задачи“.

(Паскаль.—Pensées).

Въ обществѣ не принято говорить о себѣ или о своихъ близкихъ. Въ предисловіи же къ книгѣ это, напротивъ, считается обязательнымъ. И сколько бы ни возставали, изъ приличія, противъ такого правила,— оно слишкомъ заманчиво для тщеславія авторовъ, чтобы когда нибудь выйти изъ употребленія. Поэтому и я позволю себѣ сказать нѣсколько словъ о своей книгѣ.

Она была задумана двадцать лѣтъ тому назадъ, когда я мечталъ также издать разбросанныя въ различныхъ журналахъ статьи Фермата, одного изъ величайшихъ гениевъ человѣчества. Его глубокомысленныя изслѣдованія должны были представлять въ то время немало трудностей, особенно у насъ, во Франціи, гдѣ высшая ариметика находится въ пренебреженіи у геометровъ и не пользуется правомъ гражданства въ официальныхъ школахъ. На этихъ изслѣдованіяхъ я основалъ большую часть своихъ собственныхъ работъ и личныхъ выводовъ.

Кромѣ того, такъ какъ сочиненія Фермата возбуждали множество библиографическихъ вопросовъ, разрѣшенныхъ лишь въ недавнее время,

то мнѣ пришлось разыскивать манускрипты, возстановлять способы изслѣдованія,—вообще, заниматься такими изысканіями, которыя, надѣюсь, вскорѣ увѣнчаются полнымъ успѣхомъ. Словомъ, работы по изданію мѣшала составленію книги; книга, въ свою очередь, мѣшала изданію, а имъ обѣимъ—мои профессиональныя занятія. Можетъ быть, нѣкоторую роль игралъ въ этомъ случаѣ и тотъ законъ природы, въ силу котораго произведенія человѣческаго ума, точно такъ же какъ появляющіяся на свѣтъ дѣти, должны быть зачаты въ наслаженіи, выношены въ страданіяхъ и рождены въ болѣзняхъ.

Читатель, пожалуй, удивится, что меня занимали такія, въ сущности, «пустяки» и спроситъ: для какой цѣли служить эта книга? На этотъ вопросъ мнѣ хотѣлось бы отвѣтить нѣсколько сантиментальными объясненіями *Баше*, а именно: «Книги, это — дѣти нашего ума, и не говоря уже о томъ, что отцы вообще склонны любить своихъ дѣтей, — они съ особенной нѣжностью относятся къ своимъ первенцамъ; поэтому, выпуская свою первую книгу, я, конечно, очень дорожу этимъ первенцемъ своего ума и, не довольствуясь однимъ только произведеніемъ его на свѣтъ, хочу еще обезпечить ему долговѣчность».

Баше приводитъ еще одинъ болѣе солидный аргументъ, и я воспользуюсь имъ также въ свое оправданіе. «Кромѣ того, я не думаю, говорить онъ, чтобы читатель, ознакомившійся хоть немного съ содержаніемъ моей книги, нашелъ ее такой же ничтожной, какъ и взглянувшій на одно только ея заглавіе. Правда, въ ней нѣтъ ничего, кромѣ игръ, имѣющихъ главною цѣлью дать обществу благородное развлеченіе и пріятное занятіе, но, чтобы придать этимъ играмъ занимательность, потребовалось немало остроумія и нужно было обладать недюжинными познаніями въ наукѣ о числахъ, для придумыванія доказательствъ и нѣсколькихъ новыхъ интересныхъ задачъ, приведенныхъ мною въ своей книгѣ».

Впрочемъ, чего только не отрицали подъ предлогомъ бесполезности? Когда въ присутствіи Малерба хвалили комментарий Баше къ Діофанту, — тотъ спросилъ: «а развѣ отъ этого уменьшатся цѣны на хлѣбъ?» Въ золотой вѣкъ трагедіи, Роберваль, выходя изъ театра, высказалъ фразу, сдѣлавшуюся, впоследствии, классической: «къ чему все это?» Всегда были и будутъ ученые, относящіеся съ пренебреженіемъ къ фантази, поэты, отрицающіе пользу науки и практическіе люди, склонные смотрѣть съ безграничнымъ презрѣніемъ на поэтовъ и ученыхъ, считая ихъ идеалистами и отвлеченными мыслителями. И во всемъ этомъ нѣтъ

ничего прискорбнаго. Развѣ раздѣленіе труда, это произведеніе новѣйшей цивилизаціи, и развитіе преобладающихъ склонностей, это основное требованіе современной эстетики, не предполагаютъ въ личности уничтоженія нѣкоторыхъ способностей и не производятъ въ мозгу чловѣка какой-то пустоты, вродѣ незанятой кубкомъ клѣтки *такена* (игра въ пятнадцать)? Пустота эта необходима для теченія и группировки идей и безъ нея вся прелесть систематизированія, вся энергія отрицанія, всѣ тайны специальностей слились бы въ синкретизмъ глупца и въ апатіи животнаго.

Знаніе есть сила. Это изреченіе справедливо относительно каждой области вѣдѣнія. Воплотить въ музыкальной фразѣ или въ стихѣ никогда неслышанный и незабываемый ритмъ, воспроизвести на полотнѣ невиданныя и типическія краски, олицетворить въ мраморѣ прелесть и безобразіе формы—развѣ это не сила, если только подѣ силой разумѣть способность создать цѣлый міръ идей и ощущеній! Собрать съ благоговѣніемъ неопита остатки прошлаго и придать имъ новое обаяніе посредствомъ изящнаго стиля,—развѣ это не сила, если подѣ силой разумѣть способность воскрешать умершихъ дѣятелей! Парить мыслью въ пространствѣ, во времени и въ движеніи, безъ всякаго другаго ограниченія, кромѣ мощи собственнаго полета,—развѣ это не сила, если называть силою способность открывать новыя явленія природы, «повелѣвать громами», вызывать исчезнувшіе міры, соединять при помощи нѣсколькихъ цифръ, планеты, обреченныя на вѣчную неизвѣстность одна для другой! Насколько эти слова Бэкона справедливы для артиста, ученаго, химика, физика, астронома,—настолько же они справедливы и для геометра. Расчленяя результаты вычисленія, создавая абстракціи, комбинируя, преобразовывая, варьируя ихъ, геометръ укрѣпляетъ способность мышленія и пріобрѣтаетъ безконечную власть надѣ этимъ универсальнымъ орудіемъ всякаго творчества.

Кто-то уподоблялъ составленіе книги бесѣдѣ съ неизвѣстными друзьями. Та часть моего труда, которая была помѣщена въ «*Revue scientifique*», доставила мнѣ не только симпатизирующихъ читателей, но и сотрудниковъ. Мнѣ часто придется упоминать впоследствии о прелестьныхъ сообщеніяхъ, остроумныхъ замѣткахъ, изящныхъ рѣшеніяхъ задачъ многихъ лицъ, имена которыхъ я назову въ своемъ мѣстѣ. Здѣсь же я желаю только выразить мою искреннюю благодарность Карлу Генри, молодому чловѣку, помогавшему мнѣ довольно продолжительное

время и съ дружескимъ усердіемъ принявшему на себя трудъ по библиографическимъ изысканіямъ и чтенію корректуръ.

Въ заключеніе скажу еще, что сочту себя вполне удовлетвореннымъ, если эти страницы понравятся нѣсколькимъ ученымъ, если онѣ заинтересуютъ вообще, хотя немногихъ, образованныхъ читателей и если возбудятъ въ нѣкоторыхъ молодыхъ умахъ склонность къ разсужденію и любовь къ умственнымъ наслажденіямъ.

Э. Люка.

О Г Л А В Л Е Н І Е.

	СТР.
Предисловіе	1
Глава I.—Переправы въ лодкѣ.	
Историческія свѣдѣнія.—Біографія Баше	5
Переправа роты солдатъ въ челнокѣ	7
Затруднительный случай переправы	—
Переправы трехъ семей	8
Ошибка Тарталья	11
Переправа четырехъ семей	12
Общая задача на переправы	13
Другое обобщеніе задачи	14
Переправа съ остановкой на островѣ	15
Глава II.—Мосты и острова.	
Мемуаръ Эйлера	19
Парижскіе мосты въ 1880 году	30
Фигуры, очерчиваемыя съ одного почерка.—Подпись Магомета	32
Странствованіе контрабандиста	35
Глава III.—Лабиринты.	
Мальчикъ-съ пальчикъ.—Нить Ариадны	36
Египетскіе и греческіе лабиринты	—
Турнефоръ въ пещерѣ	38
Другіе лабиринты	39
Геометрическое рѣшеніе задачи о лабиринтахъ	41
Рѣшеніе задачи, предложенное Тремо	42
Теорія геометрическихъ деревьевъ	46
Основное правило	47
Глава IV.—Задача на восемь королевъ.	
Историческія данныя	51
Способъ обозначенія и условія	52
Смежныя рѣшенія	53
Неправильныя и полуправильныя рѣшенія	54
Правильныя рѣшенія	55
Перевернутыя рѣшенія	56
Туръ или башни	—
Прямолинейныя перестановки	57
Анаграмма Паскаля	58
Офицеры	59
Способъ Гюнтера.—Способъ Ла-Нос.—Мнемоническій способъ	59—64
Случай съ меньшимъ числомъ королевъ	66
92 положенія восьми королевъ	67
Способъ Лакьера	68
Другое выраженіе задачи о королевахъ	69
Desideratum	71
Арифметическія теоремы	73
Глава V.—Солитеръ.	
Историческія данныя	75
Обясненія солитера	77
Правило игры въ солитеръ	79
Первоначальныя упражненія	80
Задачи на солитеръ, начинаемыя изъ центра	84
Буквенныя задачи.—Задачи на имя Madeleine	88—90
Приведеніе къ одному шару на солитеръ изъ 37-ми клетокъ	91
Горизонтальная симметрія.—Вертикальная симметрія.—Центральная симметрія.—Наклонная симметрія	92—94
Общій способъ взаимности	96

Общій способъ замѣны	97
Тройные ходы для сокращенія игры	—
Обобщеніе солитера и правила игры	100
Соотвѣтственные положенія и кѣтки	102
Заключительная группировка	105
Шестнадцать видовъ заключительныхъ группъ	108
Приложенія теоріи	110
Возможность и невозможность розыгрышей на солитерѣ пзъ 37 кѣтокъ	112
Солитеръ въ 41 кѣтку. — Солитеръ въ 33 кѣтки	113—114
Розыгрышъ доктора Рейса	117
Солитеры различныхъ порядковъ	120

Глава IV. — Бинарная нумерація.

Бинарная система	125
Дуодецимальная система	—
Преимущество бинарной системы	126
Жекимъ	227
Коллекція гиръ	129
Таинственный вѣрть	132
Двойная прогрессія	133
Совершенныя числа	135

Глава VII. — Меледа.

Историческія данныя. — Биографія Кардана. — Биографія Валлиса	138—140
Изобрѣтеніе писца нотаріальной конторы	142
Устройство меледы	143
Перемѣщеніе одного кольца	145
Перемѣщеніе двухъ колець	146
Общая задача при игрѣ въ меледу	147
Обыкновенныя ходы	148
Число ходовъ	149
Сочетанія	151
Продолжительность манипуляцій въ меледѣ	152
Ускоренный ходъ	153
Таблица двойного рода ходовъ	154

Глава VIII. — Такенъ.

Историческія свѣдѣнія	156
Описаніе такена	157
Прямолинейныя перемѣщенія. — Кротовыя перемѣщенія. — Перестановки. — Два класса перемѣщеній	160—164
Обмѣны. — Циклы. — Уклоненія	165—169
Невозможныя расположенія	170
Практическіе приемы игры въ такенъ	172
Прямоугольный такенъ	175
Четыре естественныя порядка размѣщенія кубиковъ	176
Чередующіеся порядки	180
Видоизмѣненія прямоугольнаго такена	184
Объемный или многоэтажный такенъ	—
Спиральный порядокъ	185
Чередующійся спиральный порядокъ и порядокъ магической	190
Стѣчатый или континентальный такенъ	191
Теорія развѣзда (garage)	192
Невозможныя рѣшенія, зависящія отъ формы такена	194
Такенъ съ полуостровомъ	195
Такенъ съ произвольно взятой пустой кѣткой	196
Примѣчанія: Къ переправамъ. — Къ мостамъ и островамъ. — Къ лаби- ринтамъ. — Къ первоначальнымъ числамъ	198—201

ГЛАВА I.

ПЕРЕПРАВЫ ВЪ ЛОДКѢ.

Главный недостатокъ многихъ ученыхъ состоитъ въ томъ, что они находятъ удовольствіе лишь въ туманныхъ и напыщенныхъ разсужденіяхъ; между тѣмъ какъ для упражненія ихъ ума представляется столько важныхъ, по своему значенію, реальныхъ предметовъ, которые могли бы быть разработаны съ пользою для общества. Охота, рыбная ловля, торговля, морскія путешествія и даже игры, какъ требующія ловкости, такъ и основанныя на случайности, даютъ громадный матеріалъ для научныхъ занятій. Мало того, самыя обыкновенныя дѣтскія забавы могли бы остановить на себѣ вниманіе величайшаго математика.

(Лейбницъ.—*Opus. phil.*)

Историческія свѣдѣнія.—Биографія Баше.



Въ этой первой главѣ мы помѣщаемъ нѣсколько исправленныхъ и обобщенныхъ задачъ, извѣстныхъ еще въ древности и относящихся къ геометріи порядка (*de l'ordre*) и положенія (*de la situation*).

Происхожденіе этихъ задачъ намъ пока неизвѣстно, точно также какъ и происхожденіе «меледы», теорію которой мы даемъ въ седьмой серіи нашихъ развлеченій. Существуетъ ли какая нибудь связь между задачей о трехъ ревнивыхъ мужьяхъ и игрой въ меледу съ тремя кольцами,—это вопросъ, требующій разъ-

ясненія. Представить себѣ наглядно переправу черезъ рѣку можно при помощи колоды картъ, но это лишь въ томъ случаѣ, когда въ задачѣ говорится только о трехъ или четырехъ семьяхъ; если же ихъ больше, то берутъ нѣсколько колодъ. Игральныя карты можно также замѣнить нумерованными жетонами бѣлаго и краснаго или двухъ какихъ нибудь другихъ цвѣтовъ. Внимательно прочитавши объясненіе задачи, приводимой нами ниже, по тексту самаго Баше, легко освоиться съ приѣмами ея рѣшенія. Баше, одинъ изъ первыхъ французскихъ математиковъ, коснулся въ своихъ сочиненіяхъ арифметики и геометріи положенія. Краткія біографическія свѣдѣнія о немъ мы заимствуемъ изъ предисловія къ нашимъ «*Recherches sur l'Analyse indéterminée et sur l'Arithmétique de Diophante*» (Moulin, 1873).

Гаспаръ Баше Сьеръ де Мезирьякъ, родившійся въ Бургун-ан-Брессѣ, въ 1581 г. и умершій въ 1638 г., былъ извѣстный геометръ и литераторъ. Послѣ одного путешествія въ Италію вмѣстѣ съ грамматикомъ Вожеа, ему было предложено преподавать математику Людовику XIII. Однако Баше не отличался тщеславіемъ и потому не только не принялъ этого предложенія, но поспѣшилъ даже уѣхать изъ столицы, въ страшномъ испугѣ, увѣряя, что онъ никогда еще не испытывалъ такого безпокойства, и что, при одной только мысли занять это мѣсто, ему уже казалось, будто на его плечахъ лежитъ тяжелое бремя королевства. Вернувшись на родину, онъ женился и, повидимому, сдѣлалъ хорошій выборъ, потому что самъ считалъ свое супружество чрезвычайно счастливымъ. Здѣсь, окруженный спокойствіемъ домашней жизни, онъ открылъ рѣшеніе неопредѣленнаго уравненія первой степени въ цѣлыхъ числахъ, напечаталъ два послѣдовательныхъ изданія своего «*Recueil de Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres*» (Lyon, 1613 et 1624), и свой комментарий къ *Арифметикѣ Диофанта* (Paris, 1621 г.).

Переправа роты солдатъ въ челнокъ.

Рота пѣхотинцевъ подходитъ къ берегу рѣки, но оказывается, что мостъ сломанъ и перейти ее въ бродъ невозможно. Командиръ замѣчаетъ у берега двоихъ дѣтей, играющихъ въ челнокъ, до того маленькомъ, что въ немъ можетъ помѣститься лишь одинъ солдатъ. Какъ поступитъ командиръ, чтобъ перевезти черезъ рѣку всѣхъ солдатъ своей роты?

Дѣти переѣзжаютъ вмѣстѣ на противоположный берегъ; одинъ изъ нихъ тамъ и остается, а другой возвращается съ лодкой. Потомъ переѣзжаетъ черезъ рѣку солдатъ, а мальчикъ, остававшійся на противоположномъ берегу, приводитъ лодку обратно.

Такимъ образомъ, при двухъ переправахъ взадъ и впередъ переѣзжаетъ одинъ солдатъ; и это продолжается до тѣхъ поръ, пока не будетъ перевезена вся рота, а также командиръ ея и остальные офицеры.

Затруднительный случай переправы.

Требуется доставить на противоположный берегъ рѣки волка, козу и кочанъ капусты въ такой маленькой лодочкѣ, которая можетъ поднять только лодочника и одного изъ этихъ своеобразныхъ пассажировъ, причемъ необходимо устроить переправу такъ, чтобы въ отсутствіе лодочника, волкъ не съѣлъ козы, а коза — капусту.

Лодочникъ перевезетъ прежде всего козу, потомъ вернется за волкомъ и, переправивъ его на противоположную сторону, возьметъ козу съ собой обратно, оставитъ ее на берегу, отвезетъ капусту и, наконецъ, переправитъ и козу. Благодаря такимъ предосторожностямъ, волкъ не останется въ компаніи съ козой, а коза — въ сосѣдствѣ съ капустой.

Переправа трехъ семей.

Три ревнивыхъ мужа желаютъ переплыть съ своими женами черезъ рѣку и думаютъ воспользоваться для этого лодкой, которая такъ мала, что въ ней могутъ помѣститься только двое. Спрашивается, какъ имъ переправиться при томъ условіи, чтобы ни одна женщина не осталась въ обществѣ мужчинъ въ отсутствіи своего мужа?

Рѣшеніе этой древней задачи выражено въ слѣдующихъ латинскихъ стихахъ.

It duplex mulier, redit una, vehitque manentem;
 Itque una, utuntur tunc duo puppe viri,
 Par vadit et redeunt bini, mulierque sororem
 Advehit: ad propriam sine maritis abit.

Другими словами, вотъ какъ объясняется эта задача: назовемъ ревнивыхъ мужей большими буквами А, В, С, а ихъ женъ—соотвѣствующими малыми *a*, *b*, *c*. Тогда, до переправы, будемъ имѣть:

Правый берегъ.

С	В	А				
<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>				

Лѣвый берегъ.

.	.	.				
.	.	.				

И рѣшеніе задачи представится въ такомъ видѣ:

I. Прежде всего переѣзжаютъ двѣ женщины.

С	В	А			.	.
<i>c</i>	.	.			<i>b</i>	<i>a</i>

II. Одна женщина возвращается и увозитъ третью.

С	В	А			.	.
.	.	.			<i>c</i>	<i>b</i> <i>a</i>

III. Одна женщина возвращается и остается съ своимъ мужемъ, а двое другихъ мужчинъ переѣзжаютъ.

С	.	.			В	А
<i>c</i>	.	.			<i>b</i>	<i>a</i>

IV. Одинъ мужъ возвращается со своей женой, которую

онъ оставляетъ на правомъ берегу, а самъ переправляетъ мужа другой женщины.

.	.	.		С	В	А
<i>c</i>	<i>b</i>	.		.	.	<i>a</i>

V. Женщина возвращается и перевозитъ одну изъ своихъ подругъ, оставшихся на правомъ берегу.

.	.	.		С	В	А
<i>c</i>	.	.		.	<i>b</i>	<i>a</i>

VI. Одна изъ переѣхавшихъ женщинъ возвращается за послѣдней изъ своихъ подругъ.

.	.	.		С	В	А
.	.	.		<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>

При помощи нагляднаго представленія этой задачи, посредствомъ картъ или жетоновъ, легко понять приводимое нами здѣсь разсужденіе Баше: «съ перваго взгляда, говорить онъ, можетъ показаться, что эта задача не имѣетъ данныхъ для своего рѣшенія, но условіе, требующее, чтобы ни одна женщина не оставалась съ другими мужчинами въ отсутствіи своего мужа, должно помочь намъ въ отысканіи, посредствомъ логическихъ умозаключеній, отвѣта на предложенный вопросъ. И дѣйствительно, если переѣзжать могутъ не болѣе, какъ парно, то необходимо, чтобы это сдѣлали или двое мужчинъ вмѣстѣ, или двѣ женщины, или мужчина и женщина. Но въ *первую переправу* нельзя отпустить двоихъ мужчинъ (потому что тогда, вопреки условію, одинъ мужчина остался бы съ тремя женщинами), слѣдовательно, необходимо, чтобы переѣхали или двѣ женщины, или мужъ съ женой, что, въ сущности безразлично, такъ какъ, если переѣдутъ двѣ женщины, то одна изъ нихъ должна вернуться съ лодкой, а другая останется на берегу, а если переѣдетъ мужъ съ женой, то опять таки останется жена, а мужъ поведетъ лодку обратно (женщинъ нельзя ее вести, такъ какъ она очутится тогда въ обществѣ двухъ мужчинъ безъ своего мужа).