Е. И. ИГНАТЬЕВЪ.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ХРЕСТОМАТІЯ.

Книга 1-я.

АРИѲМЕТИКА.

Съ 35-ю рисунками, 2-мя таблицами и многими фигурами и чертежами въ текстѣ.

Изданіе Т-ва И. Д. Сытина.

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Съ 27-го декабря 1911 г. по 3 января 1912 г. состоялся въ Петербургѣ первый Всероссійскій съѣздъ преподавателей математики. Въ пунктѣ 3-мъ резолюцій съѣзда признано *крайне желательнымъ* «составленіе математической хрестоматіи, дополняющей и углубляющей свѣдѣнія, выносимыя учащимися изъ обязательной программы». Чего, по мнѣнію съѣзда, должно держаться при составленіи такой хрестоматіи, ясно изъ пункта 2-го его резолюцій:

«Съѣздъ признаетъ своевременнымъ опустить изъ курса математики средней школы нѣкоторые вопросы второстепеннаго значенія, провести чрезъ курсъ и ярко освѣтить идею функціональной зависимости, а также—въ цѣляхъ сближенія преподаванія въ средней школѣ съ требованіями современной науки и жизни — ознакомить учащихся съ простѣйшими и несомнѣнно доступными имъ идеями аналитической геометріи и анализа».

На тему *математическое и философское преподаваніе въ средней школѣ* произнесъ вступительную рѣчь предсѣдатель этого съѣзда А. В. Васильевъ, заслуженный профессоръ Казанскаго университета и членъ по избранію Государственнаго Совѣта. Взгляды выдающагося ученаго, педагога и общественнаго дѣятеля несомнѣнно должны быть приняты къ свѣдѣнію; и читатель, навѣрно, не посѣтуетъ, если мы постараемся исчерпать съ нѣкоторыхъ сторонъ указанную содержательную и блестящую по формѣ рѣчь въ выдержкахъ, хотя бы и нѣсколько обширныхъ:

«И педагогическое и научное значеніе математики,—говоритъ проф. Васильевъ,—вполнѣ оправдываютъ ея все болѣе и болѣе возрастающее значеніе въ системѣ средняго преподаванія. Но у математики, кромѣ ея логической строгости и сравнительной простоты, дѣлающей ее незамѣнимымъ педагогическимъ орудіемъ, кромѣ ея значенія для познанія явленій окружающаго насъ міра и для обладанія имъ, есть еще третья сторона: ея близкое соприкосновеніе, скажу, проникновеніе въ область наиболѣе общихъ вопросовъ человѣческой мысли.

«Это философское значеніе математики цѣнится и признается съ глубокой древности. «Математика есть рукоятка философіи», говорилъ Ксенократъ; Платонъ отказывалъ въ человѣческомъ достоинствѣ людямъ, не знакомымъ съ геометріей, а проникновеніе въ ея истины считалъ знаніемъ, наиболѣе необходимымъ для вождей народа. Въ эпоху возрожденія Галилей говорилъ въ своемъ «Saggiatore»: «Языкъ природы есть языкъ математики, а буквы этого языка—круги, треугольники и другія математическія фигуры».

«Не разъ успѣхи математики оказывали чарующее, почти гипнотизирующее вліяніе на мысль человѣчества. При самомъ возникновеніи научной математики открытыя пиѳагорейскою школою первыя законности въ ученіи о цѣлыхъ числахъ, открытіе чиселъ совершенныхъ и дружественныхъ, открытіе ирраціональностей оказали столь сильное вліяніе на метафизику Платона, что вся его теорія идей есть лишь развитіе пиѳагорейскаго положенія, согласно которому вещи всегда суть копіи чиселъ; и многія мѣста его діалоговъ и книги «О государствѣ» полны отступленій въ область свойствъ цѣлыхъ чиселъ и ирраціональныхъ отрѣзковъ. Мы присутствуемъ въ настоящее время при проявленіи подобнаго же чарующаго вліянія математическаго открытія на общіе вопросы міропониманія. Самыя смѣлыя метафизическія теоріи о тожествѣ пространства и времени являются слѣдствіемъ замѣчательнаго математическаго факта, открытаго Лоренцомъ (Lorentz), Эйнштейномъ (Einstein) и Миньковскимъ (Minkowsky) и заключающагося въ томъ, что система максвеллевскихъ уравненій электродинамики не мѣняется отъ преобразованія, связывающаго пространственныя координаты со временемъ, и что эти уравненія принимаютъ вполнѣ симметричную форму относительно четырехъ независимыхъ перемѣнныхъ, если эти перемѣнныя суть три пространственныя координаты, съ одной стороны,—время, умноженное на $\sqrt{-1}$ (мнимую единицу), съ другой.

«Математика соприкасается съ философіею и съ ея частными доктринами: съ логикою, психологіею, гносеологіею и въ своихъ *основаніяхъ*, и въ своей конечной *цѣли*, и своимъ *методомъ*.

«Она соприкасается съ гносеологіею и психологіею въ *основаніяхъ*. «Понятія о числѣ, пространствѣ, времени,—говоритъ Кронекеръ,—прежде чѣмъ сдѣлаться предметомъ чистой математики, должны быть развиваемы въ чистомъ полѣ философской» и, прибавлю я отъ себя, психофизіологической работы.

«По отношенію къ нашимъ пространственнымъ ощущеніямъ психофизіологическій анализъ возникновенія далеко еще не законченъ; но онъ далъ уже многое, подтверждающее геніальную мысль, брошенную Лобачевскимъ: «Въ природѣ мы познаемъ, собственно, только движеніе, безъ котораго чувственныя впечатлѣнія невозможны. Всѣ прочія понятія, напримѣръ, геометрическія, произведены нашимъ умомъ искусственно, будучи взяты въ свойствахъ движенія; а потому пространство само собой отдѣльно для насъ не существуетъ».

«Не болѣе разработаны вопросы о времени и о генезисѣ понятія о цѣломъ числѣ (напримѣръ, вопросъ о взаимоотношеніи чиселъ порядковыхъ и количественныхъ). Математика соприкасается съ философіею природы по своей конечной цѣли.

Гамильтонъ былъ правъ, указывая на то, что математики ничего не знаютъ о причинахъ явленій; философы же раскрываютъ причины. Математикъ, дѣйствительно, не задается цѣлью искать причины, а ограничивается тѣмъ, что ищетъ точныя функціональныя зависимости между измѣняющимися величинами. Но на той же точкѣ зрѣнія стоитъ и современная философская мысль. Она опредѣляетъ задачу философіи, говоря, что философія есть система научно-разработаннаго міровоззрѣнія, и относитъ къ области метафизики или морально обоснованной вѣры разысканіе причинъ явленій. (А. И. Введенскій. «Логика».)

«Чистая математика пользуется дедуктивнымъ и символическимъ методами для изученія величинъ и чиселъ. Но этотъ дедуктивный методъ и употребленіе символовъ, какъ предчувствовалъ еще Лейбницъ (Leibnitz), не составляетъ принадлежности только ученія о величинахъ и числахъ. Въ 1854 г. Буль (Booll) издалъ свое сочиненіе «An investigation on the laws of thought», гдѣ тотъ же методъ былъ примѣненъ не къ величинамъ, а къ понятіямъ. И это расширеніе области математическаго метода даетъ поводъ Пирсу (Peirce),Ресселю (Russell) и другимъ подводить подъ понятіе о чистой математикѣ всѣ дедуктивныя разсужденія, пользующіяся употребленіемъ символовъ, считать датою рожденія чистой математики не времена Ѳалеса и Пиѳагора, а 1854 г., и давать математикѣ опредѣленіе науки, выводящей логическія слѣдствія изъ логическихъ посылокъ, а подчасъ и другое—чистая математика есть наука, которая не знаетъ того, о чемъ она говоритъ, и не знаетъ, вѣрно ли то, что она говоритъ. Грань, отдѣляющая математику отъ формальной логики, такимъ образомъ, почти исчезаетъ. Таковы связи между математикою и философіей»...

Насколько же связь математики съ философіей можетъ отразиться при преподаваніи въ средней школѣ? Обрисовавъ положеніе этого вопроса въ школахъ западной Европы, проф. Васильевъ говоритъ:

«Сказанное выше о тѣсной связи математики съ философіей не оставляетъ сомнѣнія въ томъ, что и преподаваніе математики должно послужить той же высокой цѣли пробужденія интереса къ философскому мышленію.

«Но зато наибольшія трудности представляетъ рѣшеніе вопроса, на какихъ стадіяхъ и въ какой формѣ это должно осуществиться. Конечно, на всѣхъ ступеняхъ математическое преподаваніе должно служить цѣли развитія логическаго мышленія; но можетъ быть лучше всего, если оно будетъ достигать этого такъ, что ученикъ будетъ въ положеніи Мольеровскаго M-r Jourdain, который искренно удивился, когда ему сказали, что онъ говоритъ прозою. Сверхъ того, у математическаго преподавателя есть свои другія задачи, важность которыхъ никто не можетъ отрицать: развитіе способности геометрическаго представленія, развитіе техники ариѳметическаго счета и алгебраическихъ вычисленій и т. п. При этихъ условіяхъ я колебался бы высказаться за то, чтобы философскій элементъ примѣшивался къ математическому преподаванію даже въ предпослѣднемъ классѣ. Пословица о погонѣ за двумя зайцами есть одна изъ наиболѣе поучительныхъ для педагога. Поэтому, если мы желаемъ и считаемъ возможнымъ ввести въ кругъ преподаванія средней школы ознакомленіе съ тѣми вопросами, которые можно назвать пограничными между математикою и философіею, то лучшее время для такого ознакомленія (несмотря на всѣ неудобства, связанныя съ годомъ, подготовляющимъ къ аттестату зрѣлости) — есть послѣдній годъ средней школы. Введеніе въ преподаваніе этого послѣдняго года вопросовъ, интересующихъ одинаково и математику и философію, соотвѣтствуетъ вполнѣ тому общему характеру, который должно имѣть преподаваніе математики въ этотъ послѣдній годъ:

«Вопросъ о преподаваніи въ послѣднемъ учебномъ году представляется весьма важнымъ. Отъ постановки математическаго преподаванія въ этомъ послѣднемъ году зависитъ, если позволено такъ выразиться, общее математическое образованіе страны, т.-е. уровень математическихъ знаній и пониманія значенія математики у интеллигенціи страны; отъ нея же зависитъ уровень преподаванія въ тѣхъ школахъ, въ которыхъ продолжается математическое образованіе, т.-е. на математическихъ факультетахъ университетовъ и въ высшихъ техническихъ школахъ. Въ чемъ же должна состоять главная цѣль преподаванія? Практика, конечно, здѣсь рѣзко разойдется съ теоріей. Практикъ скажетъ—въ приготовленіи ученика къ рѣшенію тѣхъ задачъ, которыя ему будутъ предложены на экзаменѣ зрѣлости и къ бойкому устному отвѣту. Теоретикъ скажетъ—къ тому, чтобы ученикъ вышелъ изъ средней школы, получивъ въ доступной ему формѣ пониманіе сущности и цѣли математики, и прежде всего математики—какъ ученія о величинахъ и числахъ».

Итакъ, резолюція Всероссійскаго съѣзда преподавателей математики требуетъ, чтобы математическая хрестоматія дополняла и углубляла свѣдѣнія, выносимыя учащимися изъ обязательной программы (различныхъ классовъ школы, конечно). Несомнѣнная связь, съ другой стороны, математики съ философіей заставляетъ проф. Васильева обратить вниманіе и на эту сторону предмета, но отнести ее къ послѣднему (выпускному) классу средней школы. Но проф. В. В. Бобынинымъ выдвинута еще третья важная и нужная сторона предмета, хотя сама собой (implicite) она безмолвно включается въ требованія о наилучшей постановкѣ преподаванія математики въ средней (тѣмъ болѣе въ высшей) школѣ. Мы говоримъ объ *исторіи* науки.

Настаиваемъ на чрезвычайной важности и необходимости преподаванія свѣдѣній изъ исторіи математики прежде всего потому, что нѣтъ, кажется, лучшаго пути подойти не только къ философіи предмета, но и просто заинтересовать предметомъ вообще. Вспоминается изъ собственнаго опыта (да думается, извѣстно это и каждому преподавателю), какъ настораживается классъ, когда попутно съ выясненіемъ какого-либо отдѣла или задачи обрисуешь кратко предметъ въ его исторической перспективѣ. Мало того, подобную подготовку къ расширенію и углубленію взгляда на предметъ вовсе не надо откладывать на послѣдній или на предпослѣдній классъ, а можно начинать и гораздо раньше,—примѣрно съ пятаго, а кое-что, пожалуй, даже съ 4-го и 3-го класса.

Развѣ не заинтересуетъ, напр., уже нѣсколько набившаго руку въ счетѣ, выкладкахъ и рѣшеніи задачъ ученика сжатое и понятное сообщеніе при случаѣ о томъ, какъ постепенно приходилъ къ понятію о числѣ человѣкъ, какъ считаютъ еще теперь у нѣкоторыхъ дикарей, какъ изъ пальцеваго счета возникла десятичная система и т. д. Пальцы—это первая ступень инструментальнаго счета, а въ дальнѣйшемъ, напр., наши торговые счеты, классическій абакъ, давшій начало письменному счету и нашимъ цифрамъ, развитіе письменнаго счета на ряду съ инструментальнымъ вплоть до современныхъ изумительныхъ счетныхъ машинъ, псаммитъ Архимеда, постепенное появленіе символовъ дѣйствій и т. д. и т. д. Перечисленіе завело бы слишкомъ далеко. Но нетрудно согласиться, что, принимая во вниманіе возрастъ, подготовку и классъ учащихся, преподаватель всегда можетъ найти въ исторіи немало матеріала, дающаго возможность ученику шире и сознательнѣе отнестись къ своей иногда чисто механической «учобѣ», заинтересовать его и постепенно подвести къ такому сознательному пониманію основъ, цѣлей и методовъ математики, которое дастъ возможность къ концу школы безъ особаго труда осилить тѣ понятія о числѣ, величинѣ, функціи и т. д., къ которымъ пришла современная наука. А вѣдь съ этими-то понятіями онъ тотчасъ сталкивается на порогѣ высшаго учебнаго заведенія, и обращеніе съ ними безъ нѣкотораго предварительнаго знакомства слишкомъ многимъ оказывается на первыхъ порахъ не подъ силу— и не по ихъ винѣ, добавимъ.

Въ заключеніе нѣсколько словъ объ общемъ планѣ предлагаемой математической хрестоматіи. Она дѣлится на три самостоятельныхъ книги: первая посвящается почти исключительно такъ называемой элементарной ариѳметикѣ (настоящая книга), вторая— такъ называемой *общей ариѳметикѣ* и алгебрѣ, третья— геометріи съ тригонометріей. Сообразно съ высказанными выше взглядами, въ каждой книгѣ помѣщаются небольшія, по возможности, статьи или отрывки трехъ родовъ: исторія предмета, его философія, дополнительныя главы къ программному курсу.

Составитель старался придать книгѣ чисто хрестоматическій характеръ, т.-е. составить ее изъ однихъ доподлинныхъ статей или отрывковъ, изъ сочиненій авторитетовъ науки. Приходилось, однако, отступать отъ этого правила, когда, послѣ долгихъ поисковъ, подходящаго по доступности изложенія у авторитетовъ науки не находилось, а между тѣмъ предметъ заслуживалъ вниманія.

Въ настоящей «Ариѳметикѣ» (хрестоматіи), конечно, главнѣйшее вниманіе обращено на исторію и философію выработки понятія о *числѣ*. Въ расположеніи матеріала прилагалась всяческая забота соблюсти постепенность перехода отъ болѣе простого къ сложному. Быть-можетъ, однако, инымъ покажутся кое-какъ статьи слишкомъ трудными, другія длинными и т. д. На это замѣтимъ, что трудности нигдѣ не превышаютъ характера *элементарности,* а безъ кажущейся длинноты нельзя часто добиться желательной полноты освѣщенія предмета. Впрочемъ, хрестоматіи не составляются для чтенія «подъ рядъ». Выбираются и прочитываются обыкновенно тѣ отрывки, которые въ данномъ случаѣ интересны и нужны.

Затрудненіе состояло еще и въ томъ, что трудно сказать, гдѣ кончается ариѳметика и начинается алгебра, или наоборотъ. Многіе, слѣдуя Ньютону, предполагаютъ даже объединить обѣ эти науки подъ названіемъ *общей ариѳметики* (Arithmetica universalis). Но здѣсь частью приходилось соображаться съ установленными программами, частью же такая неопредѣленность позволяетъ многое смѣло отнести ко второй книгѣ—«Алгебры», чтобы не слишкомъ загромождать настоящую.

Для удобства читателя прилагается указатель собственныхъ именъ и предметовъ. Библіографическій указатель, справочныя свѣдѣнія и таблицы будутъ приложены къ 3-й книгѣ хрестоматіи.

Въ трудномъ дѣлѣ собиранія портретовъ, входящихъ въ эту и слѣдующія книги, оказали любезную помощь І. И. Чистяковъ, А. А. Самсоновъ, и А. В. Цингеръ въ Москвѣ, а также А. И. Боргманъ въ Петербургѣ. Считаемъ долгомъ высказать имъ свою искреннюю признательность.

С.-П.Б. Декабрь 1912 г.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

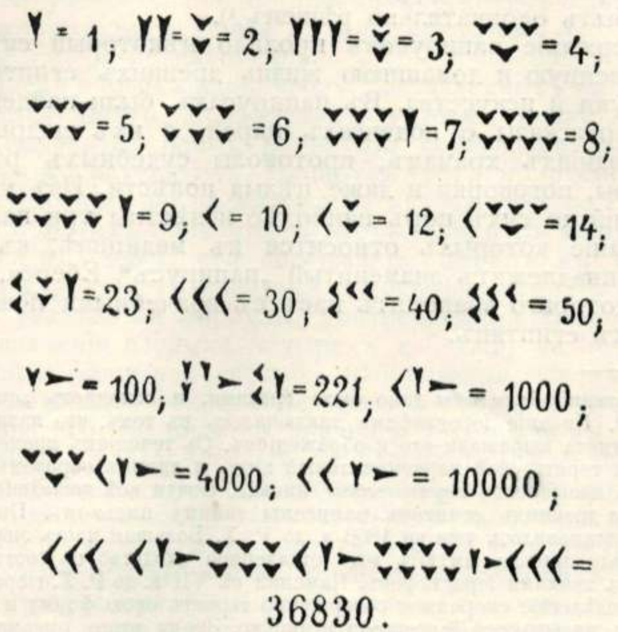


Рис. 7.—Образцы халдейскихъ клинообразныхъ (или гвоздеобразныхъ) начертаній чиселъ.

Египтяне.

Благодаря глубокому уваженію древнихъ египтянъ къ умершимъ и ко всему, что имъ принадлежало въ жизни, умѣнію предохранить предметы отъ порчи, чему немало способствовали и климатическія условія страны, до насъ дошло значительное число свертковъ папирусовъ, зарытыхъ въ пескахъ и гробницахъ. На стѣнахъ развалинъ многочисленныхъ храмовъ и другихъ произведеній архитектуры находится также множество надписей. Несмотря на то, что греки, а потомъ римляне, господствовали въ теченіе довольно продолжительнаго времени надъ Египтомъ, чтенія іероглифовъ они намъ не передали, хотя извѣстно, что во время ихъ господства туземцы ихъ еще употребляли. Въ продолженіе многихъ столѣтій, несмотря на многочисленныя попытки ученыхъ разгадать смыслъ и значеніе іероглифовъ, чтеніе письменъ древнихъ египтянъ оставалось неразрѣшимой загадкой и только въ девятнадцатомъ

Символа, соотвѣтствующаго нулю (0), египетскіе математики не имѣли [1]).

5. *Избытокъ — тунну.* Послѣдняя глава ариѳметической части папируса Ринда посвящена цѣлому ряду ариѳметическихъ дѣйствій, названныхъ *тунну* (*tunnu*). Слово *тунну*

---

[1]) Понятіе объ отсутствіи чего-нибудь, соотвѣтствующее нашему представленію о нулѣ, египетскіе математики выражали изображеніемъ птицы, надъ которой двѣ распростертыя руки. Понятіе это носило названіе *nen*. Дробь $^1/_2$ изображали знакомъ или и называли ее *ma*. Дробь $^2/_3$ изображали знакомъ или и называли *neb*. Число *пять* выражалось *или пятью черточками* |||||, *или же изображеніемъ пятиугольной звѣзды*, оно носило названіе *tua*. Числа отъ одного до десяти выражались соотвѣтствующимъ числомъ вертикальныхъ палочекъ. Числа 10, 20,...., 90 выражались соотвѣтствующимъ числомъ вертикальныхъ дугъ. (См. далѣе рисунки чиселъ у египтянъ.) Десятки тысячъ выражаются символомъ указательнаго пальца. Сотни тысячъ—изображеніемъ головастика. Милліонъ—изображеніемъ человѣка, стоящаго на колѣняхъ съ поднятыми къ небу руками, или же символомъ.

Въ различныхъ символахъ различныхъ чиселъ многіе видѣли представленія того или другого предмета, такъ, напр., въ изображеніи числа 100 видѣли то знакъ посоха жреца, то изображеніе пальмовой палки; въ символѣ числа 1000 видѣли изображеніе лотоса, лампы и т. п.

Первый, обратившій вниманіе на числа древнихъ египтянъ и начавшій ими заниматься, былъ французъ Ж о м а р ъ ((Jomard), участвовавшій въ египетской экспедиціи 1799 г. Изслѣдованія свои онъ обнародовалъ въ 1812 г. Наиболѣе всего данныхъ для изученія чиселъ древнихъ египтянъ было почерпнуто въ такъ называемой „гробницѣ чиселъ". Гробница эта была найдена Шампольономъ не далеко отъ деревни Гизе, вблизи большой пирамиды, и названа имъ „гробницей чиселъ" потому, что въ ней находятся указанія и перечисленія стадъ, принадлежавшихъ владѣльцу. Изъ этихъ указаній видно, что ему принадлежали 834 вола, 220 коровъ, 3234 козы, 760 ословъ и 974 овецъ.

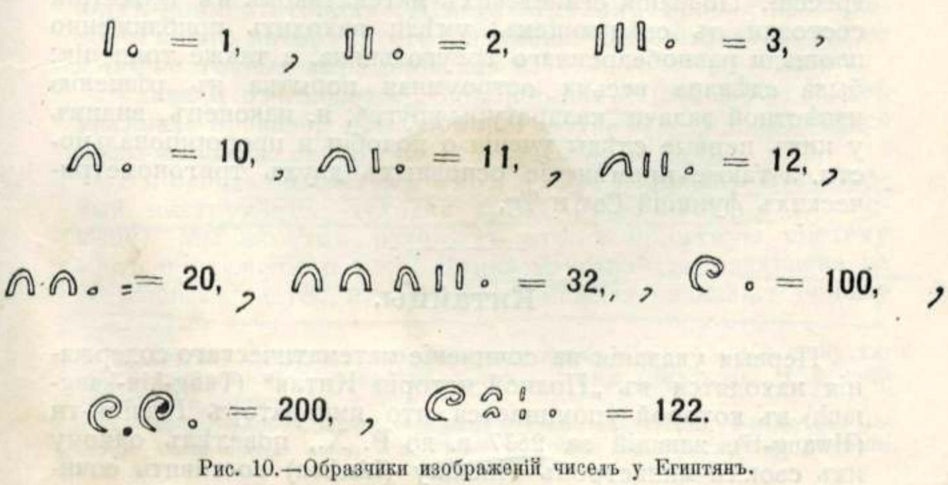


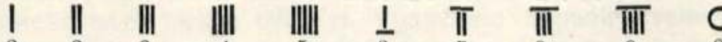
Рис. 10.—Образчики изображеній чиселъ у Египтянъ.

фуну (fun—около линіи); 10 фуновъ составляли одинъ *тсунъ* (tsun — около вершка); 10 тсуновъ составляли одинъ *ши* (schih—около фута). Труба вмѣщала въ себѣ 1200 зеренъ рису; 10 полныхъ трубъ составляли одинъ *го* (ho); 10 го составляли одинъ *шингъ* (sching—около мѣрки). 1200 зеренъ рису вѣсили 12 *тшу* (tschu); 24 тшу составляли 1 *леангъ* (leang), а 16 леанговъ составляли 1 *кинъ* (kin—около фунта). Итакъ, мы видимъ, что въ основаніи мѣръ длины и емкостей лежала десятеричная система, а въ основаніи мѣръ вѣса — двѣнадцатеричная система [1]).

---

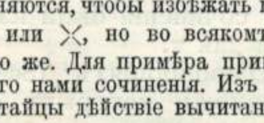
[1]) Десятеричная система счисленія и такъ называемая ариѳметика положенія были извѣстны китайцамъ задолго до европейцевъ; указанія на это можно найти въ сочиненіи подъ заглавіемъ „Десять отдѣловъ искусства счисленія“ *(Su-scheu-kiu-tschang)*, написанное Тши-Кіу-Тшау (Tsin-Kiu-tschau) въ 1240 г.

Въ Китаѣ существуетъ нѣсколько системъ знаковъ для изображенія чиселъ, изъ нихъ самая простая это такъ называемые „купеческіе знаки“, состоящіе просто изъ палочекъ; первыя пять цифръ обозначаются *соотвѣтствующимъ числомъ черточекъ, остальныя четыре цифры различной* комбинаціей этихъ черточекъ. Въ этой системѣ знаковъ существуетъ также нуль, который изображается кружкомъ. Числа пишутся совершенно такъ, какъ и въ настоящее время при нынѣ существующей системѣ нумераціи и читаются также отъ лѣвой руки къ правой. Впрочемъ, необходимо замѣтить, что сказанное относится только къ купеческимъ знакамъ. Съ вѣроятностью можно предположить, что подобные знаки обязаны своимъ первоначальнымъ происхожденіемъ тѣмъ нарѣзамъ, которые въ древности дѣлали почти всѣ народы на палочкахъ (биркахъ) для обозначенія того или другого числа предметовъ. Купеческіе знаки китайцевъ имѣютъ слѣдующій видъ:



2 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Нуль по китайски носитъ названіе *ling*. Число *десять* изображается обыкновенно знакомъ +. Когда пишутъ большія числа, то вышеприведенные знаки видоизмѣняются, чтобы избѣжать путаницы, такъ, напримѣръ, вмѣсто 𝍣 пишутъ 𝍬 или ╳, но во всякомъ случаѣ число черточекъ остается всегда одно и то же. Для примѣра приведемъ число, заимствованное изъ вышеупомянутаго нами сочиненія. Изъ этого примѣра легко видѣть, какъ производили китайцы дѣйствіе вычитанія:



= 1470000
= 64464
= 1405536.

Относительно происхожденія десятеричной системы счисленія у китайцевъ существуетъ слѣдующій разсказъ: однажды императоръ Фоги (Fohi жилъ, по словамъ китайцевъ, за 2800 л. до Р. Х., ему приписываютъ изобрѣтеніе письменъ) увидѣлъ дракона, выходящаго изъ Желтой рѣки, у котораго на спинѣ была изображена десятеричная система счисленія. По другому разсказу великій философъ Іу (Iu) увидѣлъ черепаху, выходящую изъ рѣки Ло, у которой на спинной чешуѣ была также изображена десятеричная система счисленія. Въ нѣкоторыхъ математическихъ сочиненіяхъ китайцевъ оба эти разсказа изображены на рисункахъ.

Рис. 16.—Народныя цифры египтянъ.

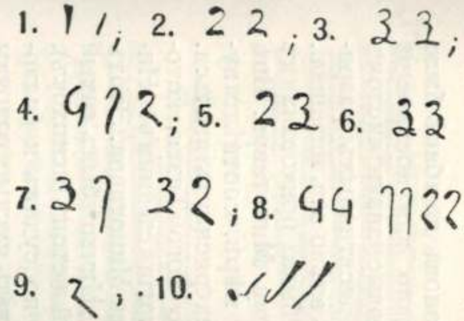


Рис. 17.—Порядковыя гіератическія цифры египтянъ.

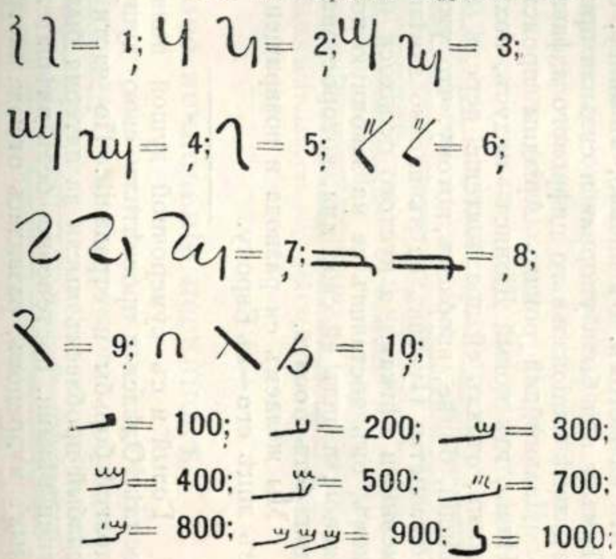


Рис. 18.—Количественныя гіератическія цифры египтянъ.

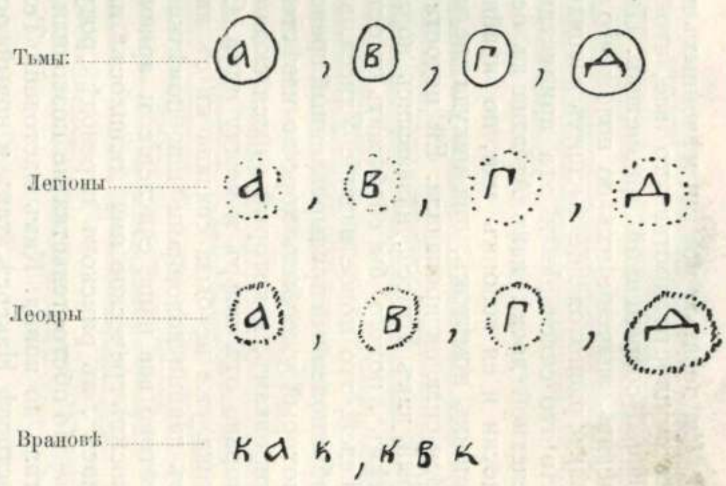


Рис. 19.—Славянскія обозначенія большихъ чиселъ.

Ариѳметическія забавы.

(С. А. Рачинскій. „**Народное образованіе**", мартъ, 1900 г.).

Въ то время, когда я занимался преподаваніемъ въ сельской школѣ, я постоянно удивлялъ своихъ товарищей-учителей тою быстротою, доходившею до мгновенности, съ коею я изобрѣталъ сложныя ариѳметическія задачи, умственныя и письменныя, на числа многозначныя, даже громадныя. Что же касается до ребятъ, то они моему умѣнію нисколько не удивлялись, а настойчиво требовали, чтобы я каждому изъ нихъ задалъ задачу отдѣльную. Въ этомъ они были совершенно правы, ибо каждому доставалась задача, въ точности ему посильная, которую рѣшить было и полезно и лестно. Злодѣи приходили въ неописанное оживленіе и рѣшали задачи съ быстротою изумительною. Не скрою, что такая гимнастика, при нѣкоторой продолжительности, подчасъ доводила меня до головокруженія, даже до обморока. Но польза отъ такихъ упражненій была несомнѣнная.

До сихъ поръ, многіе учителя обращаются ко мнѣ съ просьбою раскрыть имъ *секретъ* таковой моей изобрѣтательности. Постараюсь, по мѣрѣ возможности, удовлетворить ихъ желанію.

Секретъ этотъ слагается изъ нѣсколькихъ элементовъ.

Главнымъ изъ нихъ нужно считать знакомство съ числами, т.-е. ясное сознаніе ихъ состава изъ первичныхъ множителей. Но такъ какъ въ знакомствѣ этомъ немалую роль играетъ память, коею я обдѣленъ, я былъ вынужденъ обращать вниманіе на свойства чиселъ, указывающія на ихъ составъ, и на этихъ свойствахъ основывать мои пріемы.

За новизну этихъ пріемовъ не ручаюсь, ибо въ математической литературѣ я мало начитанъ. Но во всякомъ случаѣ, въ учебникахъ пріемы эти не приводятся, и для читателей они могутъ оказаться интересными.

I.

Признакъ дѣлимости, общій всѣмъ числамъ первоначальнымъ. Для того, чтобы узнать, дѣлимо ли данное число на другое, первоначальное, нужно помножить накрестъ де-

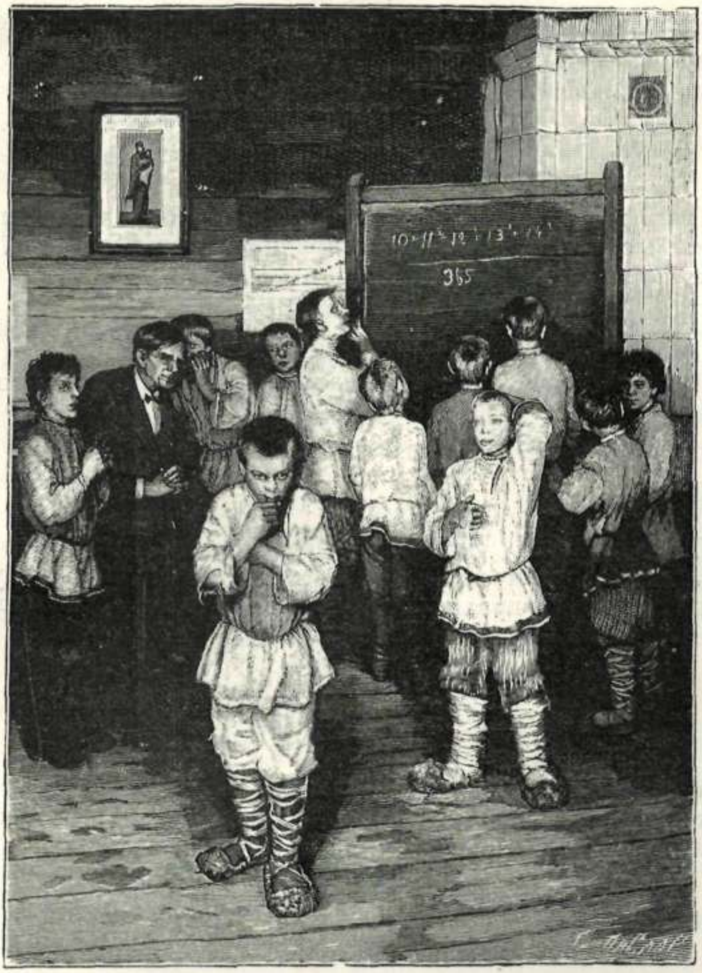


Рис. 33. Этотъ снимокъ съ картины художника Богданова-Бѣльскаго представляетъ нашего извѣстнаго педагога Сергѣя Александровича **Рачинскаго** (1833—1902) въ своей сельской школѣ во время урока ариѳметики. Наибольшей извѣстностью пользуется книга С. А. Рачинскаго: «1001 задача для умственнаго счета».

сятки на единицы испытуемыхъ чиселъ, и одно произведеніе изъ другого вычесть. Въ случаѣ дѣлимости, получается испытуемый дѣлитель или 0.

Возьмемъ примѣры, самые простые:

52 и 13; $3 . 5 - 1 . 2 = 13$
92 и 23; $3 . 9 - 2 . 2 = 23$

Конечно, въ большинствѣ случаевъ приходится повторять операцію:

$$\begin{array}{rl} 51 \text{ и } 17; & 5 \,.\, 7 - 1 \,.\, 1 = 34 \\ 34 \text{ и } 17; & 3 \,.\, 7 - 1 \,.\, 4 = 17 \\ 301 \text{ и } 43; & 3 \,.\, 30 - 1 \,.\, 4 = 86 \\ 86 \text{ и } 43; & 4 \,.\, 6 - 4 \,.\, 8 = 0 \end{array}$$

Тотъ же результатъ получается при изображеніи чиселъ по иной системѣ, чѣмъ десятеричная. Возьмемъ для примѣра числа 52 и 13.

По осьмеричной системѣ 64 и 15; $6 \,.\, 5 - 1 \,.\, 4 = 26$.
По девятеричной системѣ 57 и 14; $4 \,.\, 5 - 1 \,.\, 7 = 13$.

Всего удобнѣе операція изображается въ слѣдующемъ видѣ:

$$65 \text{ и } 13 \left\{ \begin{array}{c|c} 6 & 5 \\ \times 3 & \times 1 \\ \hline 18 & - \; 5 = 13 \end{array} \right.$$

Имѣя дѣло съ числами многозначными, можно отчеркнуть и два знака справа. Но въ такомъ случаѣ слѣдуетъ множить на квадраты знаковъ испытуемаго дѣлителя и вычитаніе замѣнить сложеніемъ.

$$104 \text{ и } 13 \left\{ \begin{array}{c|c} 1 & 04 \\ \times 3^2 & \times \; 1^2 \\ \hline 9 & + \; 4 = 13 \end{array} \right.$$

Можно отчеркнуть и три знака. Въ такомъ случаѣ слѣдуетъ множить на кубы знаковъ испытуемаго дѣлителя, и вернуться къ вычитанію.

$$1001 \text{ и } 13 \left\{ \begin{array}{c|c} 1 & 001 \\ \times 3^3 & \times 1^3 \\ \hline 27 & - \; 1 = 26 \end{array} \right. \qquad 2001 \text{ и } 23 \left\{ \begin{array}{c|c} 2 & 001 \\ \times 3^3 & \times 2^3 \\ \hline 54 & - \; 8 = 46. \end{array} \right.$$

И такъ далѣе до безконечности, возводя знаки множителя въ степени, соотвѣтствующія числу отчеркнутыхъ знаковъ множимаго, и, при степеняхъ четныхъ, замѣняя вычитаніе сложеніемъ [1]).

II

Нахожденіе признака дѣлимости на любое число первоначальное. Признаки дѣлимости на числа первоначальныя безчисленны. Изъ нихъ заслуживаютъ вниманія тѣ, которыя составляютъ стройныя системы, легко запоминаемыя. Вотъ

[1]) Алгебраическій выводъ этого пріема (длинноватый!) я затерялъ. Но всякій математикъ легко его возстановитъ и, вѣроятно, упроститъ.