

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА

(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики и информатики
(полное наименование института/факультета)

Кафедра Кафедра математического анализа и методики обучения математики в вузе
(полное наименование кафедры)

Специальность 050201.65 математика с доп. специальностью 050202.65 информатика
(код ОКСО и наименование специальности)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой Кафедра математического анализа и методики обучения математике в вузе
(полное наименование кафедры)

Л.В. Шкерина

(подпись)

(И.О. Фамилия)

« _____ »

_____ 2015 г.

Выпускная квалификационная работа

**ФОРМИРОВАНИЕ УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УМЕНИЙ
ОБУЧАЮЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ
ШКОЛЫ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАМ ТЕОРИИ
ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

Выполнил студент группы 51
(номер группы)

Х.А. Джафарова
(И.О. Фамилия)

(подпись, дата)

Форма обучения очная

Научный руководитель:
к.п.н., доцент М.В. Литвинцева
(ученая степень, должность, И.О. Фамилия)

(подпись, дата)

Рецензент
к.п.н., доцент М.А. Кейв
(ученая степень, должность, И.О. Фамилия)

(подпись, дата)

Дата защиты _____

Оценка _____

Оглавление

Введение.....	3
Глава 1. Теоретические аспекты формирования познавательных умений обучающихся	5
§1. Психолого-педагогические основы формирования познавательной деятельности	5
§2. Познавательные умения обучающихся и методы их формирования	19
Глава 2. Методика формирования познавательных умений обучающихся в процессе обучения элементам теории вероятностей.....	29
§1. Методика формирования и развития некоторых учебно-познавательных умений обучающихся	29
§2. Опытнo-экспериментальная работа по формированию некоторых познавательных умений обучающихся.....	49
Заключение	56
Библиографический список	57

Введение

Вопросы формирования и развития учебно-познавательной деятельности обучающихся, на наш взгляд, были и остаются актуальными. Сформированная на достаточно высоком уровне учебно-познавательная деятельность обучающихся является необходимым условием достижения не только предметных, но также метапредметных и личностных результатов освоения ООП основного общего образования, сформулированных в ФГОС основного общего образования, в частности к ним относятся: «готовность и способность обучающихся к саморазвитию и личностному самоопределению, сформированность их мотивации к обучению и целенаправленной познавательной деятельности, ... умение ставить и формулировать для себя новые задачи в учёбе и познавательной деятельности, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности, умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности её решения, ... умение создавать обобщения, устанавливать аналогии, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы». На достижение, в том числе этих метапредметных и личностных результатов образования должен ориентироваться учитель в процессе обучения любому предмету основной школы. Относительно новая – стохастическая – линия в основном курсе школьной математики в этом аспекте представляет особый исследовательский интерес.

Объектом исследования является процесс обучения элементам теории вероятностей обучающихся основной общеобразовательной школы.

Предметом исследования является формирование и развитие познавательных умений обучающихся основной школы в процессе обучения элементам теории вероятностей.

Цель работы – разработка методики формирования и развития некоторых познавательных умений (проводить эксперимент, анализировать

данные наблюдений, проводить обобщение и делать обоснованные выводы и др.) обучающихся в процессе обучения элементам теории вероятностей. В соответствии с целью работы были поставлены следующие задачи:

1. Провести анализ психолого-педагогической и научно-методической литературы по теме исследования.
2. На основе проведенного анализа выявить содержание понятия «познавательные умения», а также структуру некоторых учебно-познавательных умений, критерии, показатели и уровни их сформированности.
3. Подобрать дидактический материал и разработать методику обучения элементам теории вероятностей, способствующую формированию некоторых учебно-познавательных умений обучающихся.
4. Осуществить опытно-экспериментальную проверку разработанной методики.

Психолого-педагогическими основами исследования послужили теоретические работы и эмпирические данные исследователей по проблеме формирования развития учебно-познавательной деятельности обучающихся.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка.

Глава 1. Теоретические аспекты формирования познавательных умений обучающихся

§1. Психолого-педагогические основы формирования познавательной деятельности

Формирование познавательной деятельности является длительным процессом, который направлен на всестороннее развитие личности. Процесс становления и результат развития личности включает в себя множество внешних и внутренних факторов. К внешним факторам можно отнести природное и культурное окружение личности, условия семейной жизни, а к внутренним – её познавательные психические процессы, мотивы. Прежде всего, познание – это обусловленный развитием общественно-исторической практики процесс отражения и воспроизведения действительности в мышлении человека, результатом которого является новое знание о мире [14]. Способность к познанию мира проявляется у человека с самого детства. В начале, она осуществляется посредством деятельности пяти органов чувств: зрения, слуха, вкуса, осязания и обоняния. Следствием этих действий являются представления о форме, объёме и величине объектов, а также представления об их разнообразных качествах и свойствах. Кроме того, с появлением речи вся познавательная деятельность становится более осознанной, когда дети учатся анализировать, обобщать, сравнивать признаки и свойства предметов окружающего мира. Затем, в школьном возрасте ученики в результате рассмотренной деятельности приобретают научные знания, которые имеют обобщённый характер и требуют определённого уровня развития.

Известно, что на современном этапе развития основного общего образования используются термины «компетентность», «компетенции» для обозначения целей, задач, результатов образования и воспитания школьников. Вообще, компетенция — круг вопросов, в которых кто-нибудь хорошо осведомлён; круг чьих-либо полномочий, прав [20, с. 283]. Между

тем, А. В. Хуторской понимает под компетенцией наперёд заданное требование или норму к образовательной подготовке ученика, а под компетентностью – уже состоявшееся его личностное качество (совокупность качеств) и минимальный опыт по отношению к деятельности в заданной сфере [34, с. 61]. Как и А. В. Хуторской, Г. К. Селевко компетентностью называет интегральное качество личности, проявляющееся в общей способности и готовности её деятельности, основанной на знаниях и опыте, которые приобретены в процессе обучения и социализации и ориентированы на самостоятельное участие в деятельности [24, с. 139]. Компетенции и компетентности включают в себя мотивацию, самостоятельность и целеустремлённость личности, а также способности преодолевать трудности и проявлять гибкость мышления. Значит, понятия знания, умения и навыки входят в понятия компетенции и компетентности.

Для дальнейшего анализа понятия компетенции и детализации её структуры обратимся к терминам «способность» и «готовность» обучающихся к деятельности. Вообще, способность – это умение, а также возможность производить какие-нибудь действия; талант, дарование [20, с. 744]. В связи с этим, В. Д. Шадриков под способностями понимает индивидуальные особенности личности, которые являются субъективными условиями успешного осуществления определённого рода деятельности [36, с. 176]. В процессе деятельности происходит развитие способностей и наблюдается взаимосвязь между способностями и умениями. С одной стороны, освоение знаний и умений предполагает наличие определённых способностей, а с другой стороны, формирование способности к определённой деятельности предполагает освоение связанных с ней знаний и умений. При этом знания и умения остаются внешними качествами способностей до тех пор, пока они не освоены, а в процессе освоения ведут к развитию способностей. Способности обнаруживаются в быстроте, глубине и прочности овладения способами и приёмами деятельности. А. Г. Асмолов подчёркивает, что психологические способности человека являются

результатом преобразования внешней предметной деятельности во внутреннюю психическую деятельность путём последовательных изменений [1, с. 7].

Рассмотрим категорию «готовность» обучающихся к деятельности. М. И. Дьяченко под готовностью подразумевает психологический настрой человека на исполнение деятельности и выделяет следующие её компоненты [11, с. 4]:

- Волевой компонент, который оказывает содействие совершению затруднительных действий в процессе достижения цели.
- Познавательный процесс, который демонстрирует основные края деятельности.
- Эмоциональные свойства (возбудимость, отзывчивость, глубина переживания эмоций), которые содействуют активности человека.

Предпосылками возникновения готовности к определённой деятельности являются мотивы и способности человека, а к решению конкретных задач – её понимание, осознание и желание добиться успеха.

А. В. Хуторской предлагает трёхуровневую иерархию компетенции [34, с. 63]:

- Ключевые – относятся к общему (метапредметному) содержанию образования.
- Общепредметные – относятся к определённому кругу учебных предметов и образовательных областей.
- Предметные – частные по отношению к двум предыдущим уровням компетенции, имеющие конкретное описание и возможность формирования в рамках учебных предметов.

К ключевым образовательным компетенциям относятся: ценностно-смысловые, общекультурные, учебно-познавательные, информационные, коммуникативные, социально-трудовые и компетенции личностного самосовершенствования. Среди указанных компетенций особую роль играют

учебно-познавательные, так как они представляют собой совокупность компетенций ученика в сфере самостоятельной познавательной деятельности. Эта сфера включает в себя знания и умения целеполагания, планирования, анализа, рефлексии и самооценки учебно-познавательной деятельности. В рамках учебно-познавательной компетенции наблюдается использование вероятностных и статистических методов познания. В связи с указанными компетенциями, Г. К. Селевко выделяет в школьной образовательной практике следующие ключевые компетентности [24, с. 140]:

- математическую – умение работать с числом и числовой информацией (владение математическими умениями);
- коммуникативную – умение вступать в коммуникацию, быть понятым, непринуждённо общаться;
- информационную – владение информационными технологиями, умение работать со всеми видами информации;
- автономизационную – способности к саморазвитию, самоопределению и конкурентоспособности;
- социальную – умение жить и работать с людьми, в трудовом коллективе, в команде;
- продуктивную – умение работать и зарабатывать, принимать решения и нести ответственность за них;
- нравственную – способности и потребности жить по традиционным нравственным законам.

Овладение ключевыми компетентностями позволяет решать различные проблемы в профессиональной и социальной жизни.

В новом образовательном стандарте активно используется термин «универсальное учебное действие» и выделяется четыре следующих блока: личностные, регулятивные, познавательные, коммуникативные. Остановимся на познавательных универсальных учебных действиях, которые подразумевают переработку и структурирование информации (работу с

текстом, смысловое чтение), формирование элементов комбинаторного мышления как одного из компонентов гипотетико-дедуктивного интеллекта, работу с научными понятиями и освоение общего приёма доказательства как компонента воспитания логического мышления [1, с. 12]. В результате, выпускник основной школы получит возможность научиться следующим познавательным универсальным учебным действиям [23, с. 34]:

- основам рефлексивного чтения;
- ставить проблему, аргументировать её актуальность;
- самостоятельно проводить исследование на основе применения методов наблюдения и эксперимента;
- выдвигать гипотезы о связях и закономерностях событий, процессов, объектов;
- организовывать исследование с целью проверки гипотез;
- делать умозаключения (индуктивные и по аналогии) и выводы на основе аргументации.

С психолого-педагогической точки зрения, деятельностью называют процесс активности человека, который характеризуется предметом (на что направлен данный процесс), потребностью и мотивом, целями и условиями их достижения [12, с. 4]. Обычно психологами выделяются три вида деятельности: игра, учение и труд, причём под учением подразумевается познавательная деятельность, а под трудом – преобразовательная. Ключевой составляющей деятельности является действие, а действие – это процесс, подчинённый представлению о том результате, который должен быть достигнут [29, с. 14]. Для того, чтобы знания стали основой правильного выбора действия, нужно чтобы выполнялись следующие условия [10, с. 211]:

- предметы имели те свойства, которые отображены в данном знании;
- эти свойства были существенны для тех целей, которые стоят перед действием;

- эти действия обеспечивали преобразование объекта, необходимое для достижения цели.

С точки зрения психологии, существует неразрывная связь между деятельностью и сознанием обучающихся. Это вытекает из того, что все познавательные психические процессы входят в состав познавательной деятельности. Под познавательной деятельностью понимают психическую деятельность человека, направленную на решение так называемых познавательных задач [2, с. 289]. Решение познавательных задач подготавливает обучающихся к самостоятельному решению проблем, развивает познавательные интересы, а также способствует овладению способами мыслительной деятельности. Мыслительная деятельность при решении задач заключается не только в преобразованиях предметов и объектов, но и в выделении новых свойств, закреплённых в понятиях, при этом каждый открывающий новые свойства объекта шаг движет мышление вперёд и определяет последующий ход мышления, пока не будет найдено решение задачи. Под познавательной задачей подразумевается определенная целевая установка в решении той или иной научно-исследовательской проблемы [9, с. 16]. Однако, понятие познавательной задачи отличается от понятия научной проблемы, так как последнюю определяют как ситуацию, возникшую вследствие противоречия между достигнутыми теоретическими знаниями и открытием новых фактов, которые выходят за рамки прежних представлений. Существуют различные познавательные задачи:

- предварительный сбор данных о свойствах исследуемого явления;
- проверка предположений;
- разработка новых гипотез для объяснения открытых фактов;
- логический анализ утверждений в целях выявления их обоснованности.

В связи с этим в методологической литературе выделяют четыре вида рассмотренных задач [9, с. 17]:

1. Эмпирические, которые состоят в выявлении и описании фактов на основе наблюдения, измерения и эксперимента. Полученные сведения обрабатываются с помощью статистических методов, позволяющих в дальнейшем получать обобщающие данные, осмысливая которые исследователь поднимается на высшую ступень познания, то есть на теоретический уровень.
2. Теоретические, которые связаны с выявлением связей и взаимоотношений между объектами и их свойствами. Решение этих задач направлено на разработку гипотезы, закона или теории, с помощью которых можно объяснять объекты и процессы, предвидеть их изменения или превращения.
3. Конструктивные, которые направлены на создание, конструирование способов, методов синтезирования нового знания, то есть введения в систему имеющихся понятийных связей новых отношений и признаков, благодаря которым расширяется объём прежних представлений.
4. Логические, суть которых сводится к анализу логико-понятийных и языковых средств выражения знания, способов и правил его построения и доказательства (особенностей знания, правил логического следования).

Результатом решения задач становится познание связей и отношений между предметом и его свойством или между предметами.

Познавательная деятельность в узком смысле характеризует осознанную, произвольную организацию познавательных психических процессов человека, а в широком смысле – все формы и уровни этих процессов. Психические процессы, посредством которых формируются образы окружающей среды, самого организма и его внутренней среды, называются познавательными психическими процессами [2, с. 289]. Указанными процессами являются: ощущение, внимание, восприятие, представление, воображение, мышление, память. Именно они обеспечивают получение

знаний о самом человеке и об окружающем мире. На них оказывают влияние мотивационные установки и эмоции личности, ситуационные факторы и межличностное взаимодействие. Каждый из познавательных процессов состоит из самого процесса, длящегося во времени и результата. При детальном рассмотрении познавательных психических процессов, можно выделить в совокупности пирамиду, которая представлена на рисунке 1.



Рисунок 1

В основе этой пирамиды лежит ощущение. Ощущение – исходный процесс, содержанием которого является отображение отдельных свойств объектов и явлений внешней по отношению к нервной системе действительности при непосредственном воздействии их на органы чувств [2, с. 291]. На основе ощущения строится психический образ и осуществляется восприятие. Восприятие отличается от ощущения тем, что оно формируется в сознании в момент взаимодействия с объектами и явлениями физического мира. Далее, образ воспринятого ранее объекта, запечатлённый в памяти, но воспроизведённый в данный момент времени становится представлением. Затем, порождает новые образы воображение, оперируя при этом образами представления. Новые образы могут не только существовать в сознании человека, но и воплощаться в форме определенного процесса или действия. Среди всех познавательных психических процессов внимание и память участвуют в осуществлении процессов всех уровней, а мышление является

итоговым главным процессом. В психологии мышление – это социально обусловленный, неразрывно связанный с языком познавательный процесс, который характеризуется обобщённым и опосредствованным отражением связей и отношений между объектами в окружающей действительности [2, с. 298]. Мысль является результатом мышления, которая существует в форме суждения, понятия и умозаключения. Для активизации мышления используют проблемные ситуации или задачи, так как это позволяет мышлению проникнуть в сущность вещей, познать существующие за пределами ощущений и восприятия предметы и явления, а также обобщить результаты познавательной деятельности. Отметим, что в процессе обучения предполагается определённая организация деятельности, при которой создаются условия для усвоения знаний, умений, навыков и развития определённого типа мышления. Так, в зависимости от содержания обучения, содержание образования проектирует эмпирический или теоретический тип мышления. Обучение способствует развитию, следовательно, меняя тип обучения можно менять характер развития. Если при обучении внимание направлено на частные особенности изучаемых явлений, то это приводит к формированию эмпирического типа мышления. Если при обучении внимание направлено на общие законы построения всех частных феноменов данной области знаний, то в этом случае формируется теоретический тип мышления.

Как известно, существует два источника познавательной деятельности: внешний и внутренний. Внешним источником данной деятельности являются проблемные ситуации, которые возникают в жизни каждого человека, а внутренним – стремления к исследованию окружающего мира и развитию. Целью любой деятельности, в том числе и познавательной, является формирование определённых знаний, умений и навыков как для нахождения выхода из проблемной ситуации, так и для развития человека. Заметим, что познавательная деятельность обучающихся происходит в процессе целенаправленной учебной деятельности и протекает в учебно-

познавательной форме. Под учебной деятельностью психологи понимают деятельность обучающихся, направленную на приобретение теоретических знаний о предмете изучения и общих приёмов решения связанных с ним задач, и, следовательно, на развитие школьников и формирование их личности [12, с. 4]. Познавательная деятельность является более широким понятием, чем учебная и учебно-познавательная деятельности вследствие того, что познание осуществляется как в целях учения, так и для открытия нового в науке.

В формировании рассмотренной деятельности принимают участие мотивы, которые бывают внешними и внутренними. К внешним мотивам относятся: наказание, награда, требование, ожидание будущих благ. Приобретение знаний и умений в этом случае служит средством для достижения других целей. К внутренним мотивам относят такие, которые побуждают человека к учению как к своей цели [10, с. 179]. Среди внутренних мотивов можно выделить любознательность, потребность в устранении дефицита информации и интерес. Познавательная мотивация занимает особое место в усвоении научных знаний. Возможности и условия актуализации рассмотренных мотивов определяются наличием и направленностью познавательного интереса учащихся на результаты или на способы познания (только в последнем случае можно говорить о познавательной мотивации), а также уровнем развития познавательных интересов — ситуационного или устойчивого личностного [1, с. 41]. Так, познавательная мотивация проявляется в принятии решения задач, в обращениях к учителю за дополнительными сведениями; учебно-познавательная — в самостоятельных действиях по поиску разных способов решения, в вопросах к учителю о сравнении разных способов работы. Кроме того, в педагогике Г. И. Щукиной выделяются следующие уровни развития познавательного интереса школьников [26, с. 96]:

1. проявление непосредственного интереса к новой информации;

2. изучение по собственной инициативе предметов и явлений внешнего мира;
3. познание внутренних свойств и качеств, которые определяют законы существования предметов и явлений.

Интерес к новой информации с течением времени только увеличивается и, достигнув высокого уровня развития, побуждает обучающихся изучать по собственной инициативе предметы и явления внешнего мира, их структуру и свойства. На втором уровне приобретённые учеником знания имеют описательный характер, в них зафиксированы внешние особенности объектов и связи между ними. На третьем, высшем уровне познавательный интерес побуждает к изучению причинно-следственных связей, к познанию внутренних свойств и качеств, которые определяют законы существования предметов и явлений. Приобретенные знания на этом уровне имеют не только описательный, но и объяснительный характер. Для определения проявления познавательной активности учеников выделяют следующие показатели:

- наличие вопросов, возникающих в процессе познания;
- проявление потребности поделиться с другими учениками результатами деятельности, критически их осмыслить, а также сделать определённые выводы.

Показателем высшего проявления указанной активности является самостоятельность в организации и осуществлении исследовательской деятельности.

Для дальнейшего изучения познавательной деятельности, которая протекает в учебно-познавательной форме, рассмотрим этапы данной деятельности, а также структуру обучения, так как существует неразрывная связь между деятельностью и сознанием обучающихся. В связи с этим, П. Я. Гальперин и Н. Ф. Талызина выделяют следующие этапы деятельности [10, с. 16]:

1. Материализованный этап, который подразумевает работу с реальными

предметами, моделями и позволяет ученикам контролировать каждую операцию, входящую в состав действия.

2. Громкоречевой этап: обучающийся проговаривает, вслух поясняет ход операций. Действие переходит из внешней во внутреннюю форму.
3. Действие осуществляется во внутреннем плане, когда оперирование знаниями осуществляется в процессе мышления.

При этом качество усвоения новых знаний и умений определяется ориентировочной частью познавательной деятельности – совокупностью объективных условий, на которые ориентируется ученик при выполнении действия [10, с. 17]. Психологи обнаружили взаимосвязь между усвоением знаний и методами обучения. Так, если ученики под руководством учителя осуществляют самостоятельную деятельность по работе с учебной литературой и по нахождению способов решения новых типов задач, то происходит более эффективное усвоение новых знаний и умений. Отметим, что процесс обучения является более успешным при выделении содержания учебного материала и его фиксировании посредством моделирования, когда знания и умения усваиваются в обобщённо-абстрактной форме, а затем применяются в конкретных условиях.

Процесс постепенной передачи выполнения отдельных элементов учебной деятельности самому ученику для самостоятельного осуществления без вмешательства учителя в психологии называют формированием учебной деятельности [12, с. 13]. Решая вопрос о характере учебной деятельности, необходимо провести анализ знаний и умений, которых требует усвоение нового материала. Рассмотренная деятельность начинается с предметной познавательной деятельности в том случае, когда ученик ещё не владеет определёнными понятиями и действиями. При осуществлении учеником своими руками соответствующих действий, при их выделении и закреплении с помощью слов, происходит переход выполнения этих действий во внутренний план, то есть человеком лучше запоминаются те знания и

умения, которые непосредственно связаны с активной деятельностью.

Процесс обучения складывается из определённых действий, которые зависят от того, какую функцию выполняет ученик в этом процессе. Так, он может пассивно воспринимать и усваивать преподносимую извне информацию, или же напротив, самостоятельно заниматься активным поиском, обнаружением и использованием информации. Также возможен комбинированный вариант организуемого извне направленного поиска, обнаружения и использования информации учениками. Рассмотрим те случаи, при которых обучение предполагает активное участие учеников во всём учебно-познавательном процессе. В основе такого обучения, при котором знания и умения обучаемого формируются под воздействием собственных интересов и целей, лежит самостоятельный выбор обучающимися вопросов и задач, а также поиск информации и творческая деятельность. Характерными для этого случая являются такие методы обучения, как стимуляция, пробуждение интереса и любознательности. Если в основе обучения лежит познавательная активность, направленность на отбор и использование информации, а также экспериментирование, то это комбинированный вариант, характерными методами обучения которого являются: постановка проблем и задач, обсуждение, а также совместное планирование. В данной работе мы будем придерживаться этих двух вариантов при организации и осуществлении учебно-познавательной деятельности обучающихся.

Таким образом, психолого-педагогическими основами формирования познавательной деятельности обучающихся являются мотивы, готовность и способность к деятельности, причём предпосылками готовности к определённой деятельности являются мотивы и способности. Мотивы обучающихся бывают внешними и внутренними, однако, в процессе формирования познавательной деятельности особую роль играют внутренние (любопытность и интерес). Существуют внешние и внутренние источники указанной деятельности, целью которых является формирование

определённых знаний и умений как для нахождения выхода из проблемной ситуации, так и для развития человека. Отметим, что познавательная деятельность обучающихся происходит в процессе целенаправленной учебной деятельности и протекает в учебно-познавательной форме.

§2. Познавательные умения обучающихся и методы их формирования

При изучении и усвоении новых знаний и умений предполагается определённый уровень развития познавательной деятельности. Как известно, ключевыми качествами данной деятельности являются не только познавательная активность, проявляющаяся в интересах и потребностях, и выбор нужного действия при решении задач, но и готовность к преодолению трудностей, связанная с усидчивостью и волей. Структура данной деятельности представляет собой совокупность таких взаимосвязанных элементов, как изучение учебной и дополнительной литературы, восприятие и осмысление учебного материала, а также преобразование и закрепление учебной информации.

В психолого-педагогической литературе существуют различные варианты определения термина «умение». Так, Г. И. Щукина определяет умение как «...операцию интеллектуального свойства. Умения часто называют знаниями в действии. Существенным свойством умений является их обобщённость, вследствие чего они с успехом реализуются в изменённых и разнообразных ситуациях» [38, с. 54]. Между тем, О. Б. Епишева рассматривает умение как «...способность ученика выполнять действия в составе приёма, зная способ их выполнения, под активным контролем внимания» [12, с. 11]. Как и Г. И. Щукина, Л. М. Фридман понимает под умением сознательное применение имеющихся у ученика знаний и навыков для выполнения сложных действий в различных условиях, то есть для решения соответствующих задач, так как выполнение сложного действия выступает для ученика как решение задачи [33, с. 143]. Основным компонентом учебной деятельности является учебная задача. Учебная задача – обобщённая цель деятельности, сформулированная перед учениками в виде обобщённого учебного задания. С позиций методики обучения, учебное задание есть синтез предметной задачи и учебных целей [12, с. 5]. Распознавание типа задачи, обнаружение в ней существенных для решения свойств и отношений являются важными элементами умений, так как умения

формируются на основе усвоения понятий о различных свойствах изучаемых объектов. Все задачи имеют общую структуру, которая включает в себя условия и требование. Под условиями понимаются все факторы, которые имеют отношение к разрешению проблемной ситуации, а требованием является цель, которая может быть достигнута при её решении. Задачи могут формулироваться как самим учеником в ходе его практической деятельности, так и выдаваться учителем в готовом виде.

Формирование умений в психологии выступает как продукт всё углубляющихся знаний, причём это происходит в процессе освоения понятий о различных сторонах и свойствах изучаемых объектов. Главный путь формирования умений – это приучение учеников видеть различные стороны в объекте, применять к нему разнообразные понятия, формулировать в понятиях многообразные отношения этого объекта [10, с. 214]. Существуют различные пути обучения умениям:

1. Ученикам сообщают необходимые знания, затем перед ними ставят задачи на их применение. Получается, что ученик самостоятельно, путём проб и ошибок осуществляет поиск решения.
2. Учеников обучают признакам, по которым можно однозначно распознать тип задачи и требуемые для её решения операции.
3. Учеников обучают самой умственной деятельности, необходимой для применения знаний. При этом их знакомят с ориентирами отбора признаков и операций, а также организуют их деятельность по использованию полученных сведений для решения задач.

В педагогике существуют оптимальные структуры уроков, способствующие формированию познавательной деятельности учеников [31, с. 51]. Так, первой из них является следующая структура:

1. изучение нового материала, который объясняется учителем;
2. самостоятельная работа с учебником или дидактическим материалом с целью его усвоения или закрепления;

3. проверка усвоения обучающимися материала с помощью методов фронтального или индивидуального опроса;
4. домашнее задание, состоящее из упражнений по выработке умения применять полученные знания на практике.

Второй структурой уроков является:

1. изучение обучающимися нового материала на основе самостоятельной работы с учебником и раздаточным материалом;
2. проверка самостоятельной работы;
3. обобщение и уточнение учителя;
4. домашнее задание, состоящее из упражнений по выработке умения применять полученные знания на практике.

И наконец, третьей структурой является:

1. проверка домашнего задания, данного обучающимся для подготовки к пониманию проблемной ситуации, создаваемой при анализе и решении задач;
2. формулировка проблемы и привлечение учеников к поиску способов её решения;
3. разрешение проблемы, проверка правильности решения проблемы и усвоения новых знаний, полученных на её основе;
4. домашнее задание.

Указанные структуры уроков являются наиболее благоприятными для формирования познавательных умений обучающихся.

В решении вопроса о классификации умений, особую роль играют психолого-педагогические аспекты деятельности. Известно, что Г. И. Щукина различает простые и сложные умения, специальные и обобщённые [38, с. 54]. Так, простые и специальные умения могут использоваться только

в определённых смежных областях знаний, а сложные и обобщённые умения – во всех областях знаний. К сложным и обобщённым умениям относятся такие умения, как анализировать, сравнивать, классифицировать, обобщать и находить причинно-следственные зависимости, а к простым и специальным – умения, связанные с формализацией. Между тем, А. В. Усова и А. А. Бобров выделяют следующие умения: познавательные, организационные, умения самоконтроля, практические и оценочные [29, с. 7]. Рассмотрим познавательные умения, так как именно они способствуют непрерывному самообразованию личности. Под познавательными умениями А. В. Усова понимает умения обучающихся самостоятельно приобретать знания и к ним относит:

- умения работать с учебной и дополнительной литературой;
- проведение наблюдения;
- моделирование и построение гипотезы;
- умения самостоятельно ставить эксперимент и на его основе получать новые знания;
- анализ фактов и обобщение данных;
- предсказывание следствия из теории на основе имеющихся знаний.

Структура указанных умений представлена в виде таблицы 1.

Таблица 1

Познавательное умение	Структура познавательного умения	Критерии сформированности познавательных умений
Работа с литературой	- выделение в тексте главной информации, приводящей к ответам на поставленные вопросы; - оформление результата в виде плана, конспекта или схемы.	- полнота выполняемых операций, из которых складывается действие в целом;

Проведение наблюдения	<ul style="list-style-type: none"> - формулирование цели наблюдения; - систематическое и организованное восприятие изучаемых объектов; - целенаправленный поиск и фиксирование фактов; - интерпретация данных наблюдения, формулирование выводов. 	<ul style="list-style-type: none"> - рациональная последовательность и осознанность действий в целом; - степень обобщённости умения; - сложность производимых мыслительных операций.
Моделирование	<ul style="list-style-type: none"> - выделение у реального объекта существенных и несущественных признаков; - создание математической модели на основе выделенных существенных признаков; - поиск решения, выбор наиболее рационального пути; - интерпретация полученного результата и его перенос на подлинный объект изучения. 	
Проведение эксперимента	<ul style="list-style-type: none"> - определение цели эксперимента; - выбор объекта наблюдения и способа записи наблюдаемого события; - интерпретация полученного результата, формулирование выводов. 	
Анализ	<ul style="list-style-type: none"> - разложение исследуемого объекта на составные элементы (признаки, свойства, отношения); - исследование отдельных частей объекта. 	
Обобщение	<ul style="list-style-type: none"> - формулирование общих существенных свойств объектов; - объединение объектов с общими существенными свойствами в одно множество. 	

Остановимся на умениях работать с учебной литературой и проводить эксперимент. Обычно, умения по работе с литературой формируются в процессе учебной деятельности при выдвижении учителем конкретных задач логического характера. Это придаёт работе с учебником целенаправленный характер и побуждает учеников к поискам ответов на поставленные вопросы. В педагогике существуют следующие этапы формирования познавательных умений по работе с учебной литературой [29, с. 26]:

1. Выработка техники чтения (1-3 классы), при котором начинается формирование умения расчленять текст на смысловые части,

озаглавливать их, составлять план прочитанного. Затем, в 5-6 классах формируются умения пользоваться оглавлением, строить рассказ по рисунку, делить текст на смысловые части, составлять план пересказа текста своими словами.

2. Выработка умения выделять главные мысли в прочитанном тексте (7-8 классы), при котором формируются умения по работе с таблицами и графиками, и извлечению содержащейся в них информации, по нахождению в тексте ответов на вопросы, поставленные учителем.

3. Формирование умений по работе со сложным текстом.

Необходимо отметить, что эксперимент – это научно поставленный опыт, то есть наблюдение исследуемого явления в учитываемых условиях, позволяющих следить за его ходом и воссоздавать его каждый раз при повторении тех же условий [29, с. 59]. Эксперимент, с одной стороны, доказывает или опровергает определённые теоретические положения, а с другой стороны, он может привести к созданию новых теоретических положений. Обе эти стороны эксперимента взаимосвязаны, а в соответствии с целями исследования он может быть количественным, качественным, иллюстративным, исследовательским, техническим, а также научным. Научному эксперименту обычно предшествует гипотеза, с помощью которой определяется, что должно произойти при определённых действиях, и на этой основе моделируется содержание или ход эксперимента и его цель [29, с. 61]. Затем, на основе содержания эксперимента определяется методика его осуществления. Для успешного проведения эксперимента в процессе учебной деятельности, необходимо формировать у учеников умения выполнять отдельные действия и операции, из которых он складывается, и раскрывать его структуру как метода познания. Исходя из анализа структуры научного эксперимента, ученикам может быть предложен следующий план деятельности по выполнению эксперимента [29, с. 62]:

1. выяснение цели эксперимента;

2. формулирование и обоснование гипотезы, которую можно положить в основу эксперимента;
3. выяснение условий, необходимых для достижения поставленной цели эксперимента;
4. планирование эксперимента, включающего ответ на вопросы:
 - какие наблюдения провести;
 - какие величины измерить;
 - ход опытов и последовательность их выполнения;
5. проведение опыта, сопровождаемое наблюдениями, измерениями и записью их результатов;
6. анализ результатов эксперимента, формулирование выводов.

Процесс формирования умений всегда носит сознательный характер. Так, Е. А. Милерян отмечает, что для овладения умением человек должен не только осмыслить цель своей деятельности, но и сознательно усвоить приёмы и средства практического применения имеющихся у него знаний [37, с. 23].

Необходимо отметить, что уровни сформированности познавательных умений обучающихся выделяются А. В. Усовой на основе критериев, указанных в таблице 1:

1. Низший уровень предполагает выполнение обучающимися отдельных операций хаотичной последовательности.
2. Средний уровень показывает, что обучающийся выполняет все требуемые операции, но их последовательность недостаточно продумана.
3. Высший уровень предполагает выполнение обучающимися всех операций, причём их последовательность рациональна, действия в целом осознаны.

Рассмотрим уровни сформированности умения проводить эксперимент и на

его основе делать выводы. Так, низший уровень сформированности данного умения характеризует выполнение учеником всех действий под руководством учителя. Если ученик самостоятельно осуществляет операции в их рациональной последовательности и имеет понятие об основных структурных элементах эксперимента, то это характеризует средний уровень. И наконец, если ученик самостоятельно формулирует цель, планирует ход опыта и формулирует из него выводы, то это свидетельствует о высшем уровне сформированности данного умения.

В педагогике существуют различные методы обучения, способствующие формированию познавательных умений школьников. Так, одним из методов обучения элементам комбинаторики и теории вероятностей является метод лабораторных работ. Известно, что метод – способ теоретического исследования или практического осуществления какого-либо процесса [20, с.341]. Под методом лабораторных работ в школе обычно понимаются самостоятельные работы обучающихся, проводимые под руководством учителя в специально оборудованных учебных кабинетах.

Лабораторными работами по математике называют самостоятельное решение обучающимися задач, условия которых задаются конкретными техническими деталями или моделями, для выработки у обучающихся умений и навыков применения на практике полученных математических знаний [35, с.12]. Работы могут выполняться в классе или выдаваться в качестве домашнего задания. При их выполнении ученики могут работать полностью самостоятельно или при непосредственной помощи учителя. Если лабораторные работы по математике проводить систематически, то это будет способствовать развитию логического мышления учеников и повышению интереса к изучению математики.

С точки зрения учебно-практических задач лабораторные работы по математике делятся на следующие виды:

1. лабораторные работы, проводимые с целью ознакомления с новыми математическими фактами или выявления новых закономерностей;

2. лабораторные работы, подводящие ученика к установлению определенной зависимости между величинами математического факта, требующего строгого доказательства;
3. лабораторные работы, проводимые с целью выработки у обучающихся определённых умений и навыков применения полученных знаний к решению конкретных практических задач;
4. лабораторные работы, содержащие элементы исследовательского характера.

По учебно-педагогическим задачам лабораторные работы делятся на три подвида: обучающие, тренировочные (самостоятельные) и контрольные. Перед проведением лабораторных работ каждого ученика необходимо обеспечить соответствующим оборудованием, то есть измерительными инструментами и справочными материалами. Также учителю необходимо объяснить, сколько времени дается на выполнение работы и какие требования предъявляются к оформлению. Обычно составляется описание работы, в котором указываются тема и цель работы, название необходимого оборудования, схема оформления работы и вывод. Как правило, под проведением лабораторных работ предполагают следующее:

1. выбор темы, определение задач лабораторной работы;
2. определение этапов выполнения лабораторной работы;
3. выполнение учениками опыта при соблюдении техники безопасности;
4. подведение итогов лабораторной работы и формулирование основных выводов.

Существует большой опыт проведения лабораторных работ на уроках математики. Например, проведение лабораторной работы с целью продемонстрировать прикладные возможности математики и привить навыки практического её использования показало, что математика школьником мыслится отдельно от материального мира и их соединение требует преодоления серьёзного психологического барьера [32, с.63]. В данной работе мы будем рассматривать метод лабораторных работ при

формировании и оценивании уровня сформированности познавательных умений обучающихся.

Таким образом, в научно-методической литературе выделены оптимальные структуры уроков, способствующие формированию познавательной деятельности учеников, а также выделены познавательные умения обучающихся (умения самостоятельно ставить эксперимент, моделирование и построение гипотезы, анализ фактов и обобщение данных, и другие) и критерии сформированности данных умений, на основе которых нами выявлена структура этих умений.

Глава 2. Методика формирования познавательных умений обучающихся в процессе обучения элементам теории вероятностей

§1. Методика формирования и развития некоторых учебно-познавательных умений обучающихся

Формирование и развитие учебно-познавательных умений обучающихся осуществляется в процессе целенаправленной учебно-познавательной деятельности. В данной работе мы рассмотрим некоторые умения, указанные в таблице 1, и приведём методику их формирования в процессе обучения элементам теории вероятностей.

Рассмотрим умение проводить эксперимент, структура которого состоит из следующих компонентов:

- определение цели эксперимента;
- выбор объекта наблюдения и способа записи наблюдаемого события;
- интерпретация полученного результата, формулирование выводов.

Отметим, что формирование умения самостоятельно вести наблюдения и ставить опыты протекает крайне медленно. Опытные-экспериментальные работы выполнялись учениками ранее на уроках физики, химии и биологии, как правило, по готовым инструкциям, в которых прописаны цели и алгоритм работы. Однако у многих обучающихся возникают проблемы при самостоятельном формулировании цели эксперимента и его планировании.

Лабораторные работы, по большому счёту, содержат элементы, присущие опытно-экспериментальной деятельности, и поэтому являются полезным тренировочным упражнением, формирующим познавательное умение обучающихся самостоятельно проводить эксперимент, формулировать цель и планировать ход работы. При введении статистического определения вероятности рекомендуется провести лабораторную работу по подбрасыванию монеты или игрального кубика, в

ходе которой ученики самостоятельно смогут убедиться в том, что с увеличением числа подбрасываний значение статистической частоты выбранного для наблюдения события устойчиво сосредотачивается возле некоторого числа p , которое и называется вероятностью наблюдаемого события. Внимание учеников следует обратить на то, что на практике статистические испытания и наблюдения являются основным способом оценки вероятностей событий. Однако при этом возникает вопрос о точности такой оценки, поскольку в некоторых случаях невозможно проведение достаточно большого числа экспериментов и наблюдений. В случае симметрии исходов испытания (подбрасывание симметричной монеты или игрального кубика) вероятности исходов полагают равными друг другу. Приведём пример лабораторной работы, рассчитанной на 45 минут:

Тема: «Случайные события и вероятность».

Цели:

- 1) Формирование умения обучающихся самостоятельно проводить эксперимент, формулировать цель и планировать ход работы.
- 2) Формирование учебно-познавательных умений анализировать и обобщать результаты эксперимента.

Формирование этих умений осуществляется в процессе определения опытным путём связи между вероятностью и относительной частотой появления случайных событий.

Оборудование: кубики, колода из 36 карт.

Ход работы:

- 1) формулирование цели и планирование эксперимента;
- 2) проведение статистического эксперимента, анализ результатов и формулирование выводов;
- 3) решение задач на приближённое вычисление вероятности случайного события на основе статистического эксперимента.

Сначала учитель задает ученикам вопрос: что вероятнее – получить шесть

очков при подбрасывании кубика или вытянуть шестерку из перетасованной колоды карт?

После того как ученики высказывают свои предположения, учитель спрашивает каким образом можно проверить их гипотезу. Так, учеников можно направить к проведению опытно-экспериментальной работы. Рекомендуется перед непосредственным проведением эксперимента спросить учеников:

- с какой целью вы собираетесь проводить эксперимент?
- сколько опытов необходимо провести каждому ученику, чтобы ответить на поставленный вопрос?

Некоторые ученики предложат каждому провести большое количество опытов, чтобы точнее определить, что вероятнее (получить шесть очков при подбрасывании кубика или вытянуть шестерку из перетасованной колоды карт), а некоторые догадаются, что можно каждому ученику провести по 10 опытов и объединить результаты. Далее, ученики записывают следующие события: $A = \{\text{получить шесть очков при подбрасывании кубика}\}$; $B = \{\text{вытянуть шестерку из перетасованной колоды карт}\}$. При проведении опытно-экспериментальной работы, ученики фиксируют частоты появления событий A и B и выбирают способ записи наблюдаемых событий, например, в виде таблицы 2.

Таблица 2

Событие	Число опытов	Частота появления события	Относительная частота
A			
B			

После этого учитель предлагает найти относительную частоту появления каждого из событий A и B по формуле $\frac{m}{n}$, где m – частота появления события, а n – число испытаний. Ученики заметят, что относительная частота каждого

из событий А и В колеблется около некоторого числа – соответствующей вероятности, а при увеличении числа опытов относительная частота случайного события приближается к его вероятности. Получается, что опытно-экспериментальным путём ученики придут к ответу на поставленный вопрос, что вероятнее получить шесть очков при подбрасывании кубика, чем вытянуть шестерку из перетасованной колоды карт.

Таким образом, теоретически ожидаемое постоянное число, около которого группируется частота при массовых испытаниях, называют вероятностью соответствующего исхода, а относительная частота есть эмпирический прообраз вероятности. Затем, ученикам предлагается решить задачи, используя статистическое определение вероятности случайного события. Приведём примеры:

Задача №1. В корзине лежат красные, синие и зелёные шары. Вероятность вытащить красный шар равна 0,3, а вероятность вытащить синий – 0,6. Какова вероятность вытащить зелёный шар?

Для решения этой задачи достаточно знать, что сумма вероятностей событий равна 1, следовательно, вероятность вытащить зелёный шар $1 - 0,3 - 0,6 = 0,1$.

Задача №2. В некотором испытании возможны три исхода: А, В, С. В 1000 повторных испытаниях исход А появляется 350 раз, а исход В – в 40% испытаний. Оцените вероятность исходов испытания.

Используя статистическое определение вероятности, можно найти вероятность исхода А, для этого необходимо частоту появления исхода А разделить на общее количество испытаний: $\frac{350}{1000} \approx 0,35$. Так как $40\% = 0,4$, то вероятность исхода В равна 0,4 и вероятность исхода С равна $1 - 0,35 - 0,4 = 0,25$.

Задача №3. При проведении контроля качества среди 1000 случайно отобранных деталей оказалось 5 бракованных. Сколько бракованных деталей следует ожидать среди 25000 деталей?

Чтобы определить, сколько бракованных деталей следует ожидать среди 25000 деталей, нам необходимо знать вероятность их появления. Так как среди 1000 случайно отобранных деталей только 5 бракованных, то искомая вероятность: $\frac{5}{1000} \approx 0,005$. Тогда среди 25000 деталей следует ожидать $0,005 \cdot 25000 \approx 125$ бракованных.

Развитие познавательных умений обучающихся должно осуществляется не только на уроках, но и при выполнении домашних учебных работ. Домашняя учебная работа – это самостоятельная учебная деятельность, дополняющая урок и являющаяся частью цикла обучения. Её особые функции состоят в развитии умений самостоятельно учиться, определять задачи и средства работы, планировать учение [7, с. 130]. Ученые выделяют такие дидактические условия успешности домашней работы, как наличие навыков самостоятельной работы у обучающихся, педагогическое руководство и контроль за выполнением домашних заданий, при этом последнее требует от учителя целесообразного дозирования, четкой формулировки задач и рекомендаций к выполнению, а также своевременной проверки и оценки. Оценивание познавательных умений обучающихся состоит в установлении соответствия критериям, характеризующим уровень обученности и развития школьника по предмету за определенный период времени. Так проверяется запоминание и воспроизведение учебного материала обучающимися, а также их умения решать задачи или выполнять лабораторную работу. Приведём примеры таких заданий, ориентированных на формирование умения проводить эксперимент [25, с. 52-55].

1. Лена и Оксана вынимают, не глядя, два шарика из коробки, в которой лежит одинаковое количество красных и зелёных шариков. Если вынули шарик разных цветов, то выигрывает Лена, если оба шарика красные – Оксана, а если оба шарика зелёные, то объявляется ничья. Каким образом можно выяснить справедливость этой игры?

Ученикам поручается сыграть с кем-либо из членов своей семьи в описанную игру и заполнить таблицу 3, затем построить дерево возможных вариантов.

Пусть они попробуют предсказать результаты дальнейшей игры.

Таблица 3

Кто выиграл	1-й игрок	2-й игрок	Ничья
Число выигрышей			
Частота			

Выполняя это задание, ученики придут к выводу, что чаще будет выигрывать Лена. Затем они убеждаются в этом «теоретически»: из четырёх вариантов, рассмотренных на рисунке 2, два варианта в пользу Лены и только один вариант в пользу Оксаны, следовательно, более вероятно, что выиграет Лена.

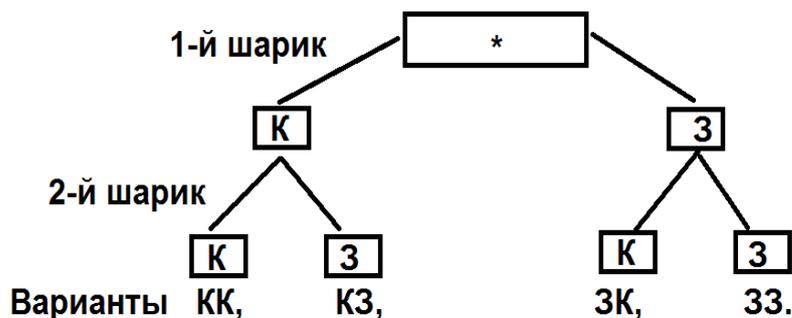


Рисунок 2

- Анализируются сведения о заявках на предприятие бытового обслуживания, приведённые в таблице 4. По некоторым данным, стало известно, что общее число заявок на следующей неделе увеличится примерно вдвое. Что можно предполагать о возможном распределении заявок на следующей неделе?

Таблица 4

Дни недели	Вторник	Среда	Четверг	Пятница	Суббота
Число заявок	25	60	60	90	125

Ученикам предлагается разыграть возможную ситуацию с помощью вертушки, которая изготавливается на основе таблицы 4. Полученные в ходе эксперимента сведения иллюстрируются круговыми диаграммами, при этом ребята замечают, что большинство построенных диаграмм имеют некоторое сходство, в чём и проявляется статистическая закономерность. В результате

эксперимента каждый ученик получает таблицу ожидаемого распределения заявок на следующей неделе, например, если из 40 вращений вертушки стрелка остановилась на секторе «Пятница» восемь раз, то соответствующая частота $\frac{8}{40} = \frac{1}{5}$ умножается на удвоенное произведение заявок, то есть на 720, поэтому в следующую пятницу нужно ожидать 144 заявки.

3. Нарезать 20 бумажных кружков и написать на каждом из них одно из чисел: 1, 2, ..., 20. Занумерованные таким образом кружки тщательно перемешать и положить в коробку. Предлагается сыграть с кем-нибудь из членов своей семьи в следующую игру: каждый вынимает наудачу один кружок и записывает его номер, затем возвращает кружок обратно в коробку и тщательно перемешивает её содержимое. Каждый из участников игры проделывает подобные действия 10 раз. В ходе игры письменно ответить на 2 вопроса:

Вопрос 1: «Будут ли у игроков одинаковые шансы на выигрыш, если выигрывает тот игрок, у которого больше кружков с чётными номерами?»:

Вопрос 2: «Один из игроков считает в свою пользу только числа, кратные 3, а другой – только числа, кратные 5. У какого игрока больше шансов на выигрыш?».

Так как число кружочков с чётными номерами равно числу кружочков с нечётными номерами, то на вопрос 1 ответ утвердительный. Отвечая на вопрос 2, ученики должны заметить, что среди чисел 1, 2, ..., 20 шесть кратны 3 (3, 6, 9, 12, 15, 18) и всего четыре кратны 5 (5, 10, 15, 20). Следовательно, у первого игрока шансов на победу больше. Оценка вероятностей помогает прогнозировать частоты: при дальнейшем продолжении игры будут появляться чаще кружочки с номерами, кратными 3, чем кружочки с номерами, кратными 5, а чётные и нечётные номера – примерно одинаково часто.

Необходимо отметить, что экспериментальная работа способствует формированию не только познавательных умений, но и вероятностной интуиции, комбинаторных и статистических представлений. В качестве

примера рассмотрим случайный эксперимент по подбрасыванию нескольких монет с конечным множеством возможных исходов. Прежде чем начинать эксперимент, каждому ученику предлагается высказать предположение о его возможном ходе. Рациональное участие в такой игре связано с ответом на вопрос: есть ли среди возможных исходов такой, на который стоит «делать ставку»? То есть ученикам нужно ответить на вопрос о том, все ли исходы случайного эксперимента равновероятны. Если нет, то стоит выбирать более вероятный исход. Здесь нематематическая проблема выбора сводится к построению вероятностной модели случайного эксперимента. Задача свелась, по существу, к оценке распределения вероятностей на множестве исходов случайного эксперимента.

Формирование умения моделировать обычно осуществляется при решении задач прикладного характера. В процессе решения задач прикладного характера также развиваются представления обучающихся о необходимости и универсальности математики и её методов. Задача прикладного характера – это задача, которая возникла во нематематической ситуации и решение которой осуществляется в три этапа [22, с. 69]:

- формализация (построение математической модели);
- решение задачи внутри математической модели;
- интерпретация полученного решения.

Ученики, исследуя нематематическую проблему, формулируют различные вопросы и задачи, затем «переводят» их на язык математики для решения её методами, и в итоге, интерпретируют решение с учётом реальной проблемы, поставленной в начале. В качестве примера рассмотрим выбор 7 из 19 человек с помощью спичек. Вопрос о том, каковы шансы каждого из 19 человек попасть в число 7 выбранных, необходимо сначала перевести на язык математики. Так, набор из 19 спичек представляется в виде урны, в которой 7 чёрных шаров (спичек без головок) и $19 - 7 = 12$ белых (спичек с

головками), а вытягивание спичек отождествляется со случайным выбором шара без возвращения из этой урны. Таким образом, построена вероятностная модель исходной ситуации, в которой задача внутри математической модели сводится к нахождению вероятности вынуть чёрный шар на j шаге, где $j = 1, 2, \dots, 19$. Устанавливается, что эта вероятность не зависит от j , и найденное свойство вероятностной модели интерпретируется с учётом исходной задачи. Получается, что шансы попасть в число выбранных лиц не зависят от того, каким по счёту лицо тянуло спичку, то есть случайный выбор с помощью спичек справедлив.

Приведём пример задачи, для решения которой необходимо провести анализ исследуемого объекта и смоделировать ситуацию:

Задача №4. Звездочету велено распределить по 2 урнам 4 шара: 2 чёрных и 2 белых. Палач выберет наугад одну из урн и вытащит из неё шар: если шар будет чёрный, то звездочета казнят, в противном случае его жизнь будет спасена. Каким образом звездочет должен разместить шары в урнах, чтобы обеспечить себе максимальную возможность уцелеть?

Для наглядности изобразим деревья, позволяющие проанализировать ситуацию:

а) Звездочёт помещает в каждую урну по два шара (рисунок 3): вероятность вытащить шар из любых двух урн равна $\frac{1}{2}$, причём если в первой урне 2 белых шара и во второй – 2 чёрных, то из 4 равновозможных исходов всего 2 являются благоприятными для звездочёта, то есть вероятность уцелеть равна $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; если же звездочёт поместит в каждую из урн по одному чёрному и белому шару, то вероятность уцелеть опять равна $\frac{1}{2}$.



Рисунок 3

б) Звездочет помещает в одну урну 1 шар, а в другую – 3 (рисунок 4): вероятность вытащить шар из любых двух урн равна $\frac{1}{2}$, причём если в первой урне 1 чёрный и 2 белых шара, а во второй – 1 чёрный шар, то вероятность спасти жизнь равна $\frac{1}{3}$; если же звездочёт поместит в одну урну 1 белый шар, а в другую – 1 белый и 2 чёрных, то вероятность спасти жизнь равна $\frac{2}{3}$.

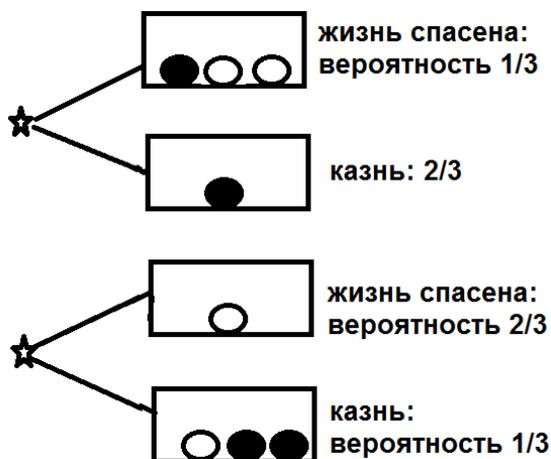


Рисунок 4

Таким образом, звездочет должен положить в одну урну 1 белый шар, а в другую – 3 остальных. В этом случае вероятность спасти жизнь равна $\frac{2}{3}$.

Наиболее эффективным средством обучения способам решения прикладных задач служат:

- явное выделение всех трех этапов при решении задач;

- обучение учеников сознательному выполнению каждого из этих этапов решения задач в отдельности.

После того, как ученики познакомились с основными формулами комбинаторики (число перестановок, сочетаний и размещений с повторениями и без повторений), учитель предлагает им следующие задачи:

Задача №5. Некоторая коллекция насекомых была размещена в коробках, каждая из которых имела по 10 ячеек. В некоторые ячейки коробок были положены насекомые по одному в ячейку, другие ячейки были ещё пустые. Любые две коробки этой коллекции отличались друг от друга хотя бы наличием или отсутствием насекомых в одной и той же ячейке. Очевидно, что наибольшее число насекомых в коробке равно 10, а наименьшее — 0 (коробка пустая). Какое максимальное количество коробок необходимо подготовить коллекционеру?

Эта задача носит несколько необычный характер, а потому решение её, на первый взгляд, не очевидно. С целью упростить обучающимся процесс поиска её решения, учитель предлагает им рассмотреть следующие три задачи:

Задача №6. В помещении офиса 10 осветительных приборов. Сколько существует различных способов освещения офиса? Два способа освещения считаются различными, если они отличаются состоянием хотя бы одного светильника. Каждый осветительный прибор может быть включен или выключен. Случай, когда все светильники не горят, — тоже способ освещения.

Задача №7. Имеется прямоугольная таблица, содержащая 10 столбцов. В каждой клеточке этой таблицы поставлен знак «+» или «-». Любые две строки таблицы отличаются знаком в клеточках, стоящих хотя бы в одном и том же столбце. Какое наибольшее число строк имеет эта таблица?

Задача №8. Сколько различных десятизначных чисел можно образовать из цифр 0 и 1? При этом числа, в записи которых стоят слева одни нули (например, 0100011001 или 0000000000), также рассматриваются.

После того, как ученики внимательно изучили условия каждой из предложенных задач, учитель предлагает им ответить на следующие вопросы:

- О чем говорится в каждой задаче?
- Что требуется найти в каждой задаче?
- Что общего в условиях задач?
- Можно ли провести аналогии между данными и искомыми в задачах величинами?

В результате анализа условий задач №5-8 учащиеся приходят к выводу, что каждая из них является переформулированным вариантом задачи №5. Например, при сопоставлении условий задач №5 и №6 можно заметить, что каждой ячейке коробки ставится в соответствие некоторый осветительный прибор, тогда наличие или отсутствие в ней насекомого соответствует одно из возможных состояний светильника (включен или выключен). Если каждый светильник (ячейку коробки) изобразить в виде квадрата, а состояние отмечать знаком «+», если светильник включен (насекомое в ячейке), и знаком «-» в противном случае, то каждому способу освещения офиса (каждой коробке) будет соответствовать строка из 10 квадратиков со знаками «+» или «-». Если же рассмотреть каждую строку таблицы, о которой идет речь в задаче №7, как десятизначное число, составленное из цифр 1 и 0 (1 соответствует знаку «+» в клеточке, а 0 — знаку «-»), то мы получим задачу №8, решение которой более очевидно ученикам. Так как на каждом месте в записи десятизначного числа могут стоять лишь цифры 0 и 1, то имеются всего лишь две комбинации цифр на каждом месте, причем эти комбинации независимы друг от друга. Поэтому общее число возможных десятизначных различных чисел (комбинаций) равно $2^{10} = 1024$ (применяется формула для нахождения числа размещений с повторениями $\overline{A_n^k} = n^k$, где $n = 2, k = 10$). Заметим, что общее число коробок, число способов освещения офиса, число строк в таблице и число десятизначных чисел, равно 1024. Так, ученики приходят к выводу о том, что задачи №6-8 есть переформулированный

вариант задачи №5. На втором этапе математического моделирования главным является планирование процесса решения сформулированной математической задачи, умение анализировать и уточнять составленную модель, переходить от одной модели к другой и выбирать в каждом конкретном случае наиболее целесообразное и оптимальное решение задачи. Из практики известно, что от учеников требуется после решения задачи проверить свои ответы для доказательства того, что они удовлетворяют условиям и требованиям задачи. Поэтому на третьем этапе главным является умение грамотно перевести результат решения математической задачи на язык исходной задачи. Важным является также установление соответствия построенной модели структуре задачи, а случаи несоответствия могут выступать основанием для понимания и объяснения неправильности, как выбранного пути решения задачи, так и полученного ответа.

Перейдём к умениям анализировать факты и обобщать данные. Вообще, анализ предполагает разложение исследуемого объекта на составные элементы (признаки, свойства, отношения) и исследование отдельных частей объекта. В свою очередь, обобщение предполагает формулирование общих существенных свойств объектов и объединение объектов с общими существенными свойствами в одно множество. Умения анализировать и обобщать являются взаимосвязанными и, как правило, формируются в процессе обучения элементам теории вероятностей при решении комбинаторных задач. В качестве примера приведём следующие комбинаторные задачи:

Задача №9. Найти количество трёхзначных чисел.

В данной задаче объектом исследования является количество всех натуральных чисел от 100 до 999. Проанализируем и перечислим трёхзначные числа с первой цифрой 1 – это 100, 101, ..., 199, получается, что их всего 100. Аналогично, перечислим трёхзначные числа с первой цифрой 2 – это 200, 201, ..., 299, получается, что их всего 100. Этот способ рассуждений переносится на общий случай, когда имеется всего 9 сотен, то

есть 900 трёхзначных чисел. С другой стороны, 999 – самое большое трёхзначное число, а удаляя из списка первых 999 натуральных чисел первые 99, являющиеся двузначными, мы найдём количество всех трёхзначных чисел – 900.

Задача №10. Пусть первый член пары цветных карточек можно выбрать m способами, а второй – n способами (независимо от выбора первого члена). Сколькими способами можно выбрать пару?

В данной задаче объектом исследования является количество всех пар цветных карточек. Занумеруем способы выбора первого объекта пары и способы выбора второго: $1, 2, \dots, m$ – номера способов выбора первого объекта, а $1, 2, \dots, n$ – номера способов выбора второго. Представим совокупность всех возможных пар в виде таблицы 5:

Таблица 5

(1; 1)	(1; 2)	...	(1; n)
(2; 1)	(2; 2)	...	(2; n)
...			
(m; 1)	(m; 2)	...	(m; n)

В этой таблице m строк, в каждой строке n пар, следовательно, всего в ней $m \cdot n$ пар. Таким образом, выведено правило умножения, позволяющее представить решение предыдущей задачи так: первую цифру трёхзначного числа можно набрать 9 способами, так как цифра 0 не может быть первой цифрой в записи многозначного числа, а вторую и третью – 10. Следовательно, трёхзначных чисел всего $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$.

Задача №11. Найти количество n -значных числовых кодов, цифры которых расположены в порядке возрастания.

Сначала мы разложим исследуемый объект, то есть n -значный числовой код на составные элементы, затем рассмотрим двузначный числовой код, трёхзначный и так далее. Таким образом, мы решим следующие простейшие задачи:

- 1) найти количество двузначных числовых кодов, цифры которых расположены в порядке возрастания?

Можно выписать все такие коды: 01, 02, ... 09, 12, 13, ... ,19, 23, ... ,29, 34, ... ,39, ... ,89 и пересчитать их. Заметим, что в первом десятке кодов 9, во втором – 8, в третьем – 7 и так далее, в девятом десятке – 1, а в десятом их вообще нет. Поэтому можно просуммировать числа от 9 до 1, тогда получится 45 кодов. С другой стороны, двузначных кодов, обе цифры которых разные, ровно 90. Двузначные коды с двумя различными цифрами разбиваются на две группы, состоящие из кодов, цифры которых идут в возрастающем порядке, и из кодов, цифры которых идут в убывающем порядке. Следовательно, кодов, цифры которых идут в возрастающем порядке $\frac{90}{2} = 45$.

- 2) найти количество трехзначных числовых кодов, цифры которых расположены в порядке возрастания?

Трехзначные коды, цифры которых расположены в порядке возрастания, должны иметь три различные цифры. Трёхзначные коды с тремя различными цифрами разбиваются на шесть групп. Если коды состоят из определённых трех цифр и отличаются только порядком, то мы их относим к одной группе. В каждую группу попадает ровно шесть кодов, и среди них есть только один код, цифры которого идут в порядке возрастания. Пусть a, b, c – три различные цифры и $c < b < a$, тогда из них можно составить шесть различных кодов: $abc, acb, bac, bca, cab, cba$, причём у кода cba цифры расположены в порядке возрастания. Если мы обозначим за N количество кодов, у которых все три цифры различные, то количество групп, на которые мы их разбили, будет равно $\frac{N}{6}$. Осталось найти N , то есть найти, сколько существует трехзначных кодов с различными цифрами. Всего таких кодов будет $N = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$, и разделив N на 6, мы получим 120 трехзначных числовых кодов, цифры которых расположены в порядке возрастания.

3) найти количество десятизначных числовых кодов, цифры которых расположены в порядке возрастания?

Есть только один десятизначный числовой код, так как существует всего 10 цифр. Таким образом, при $n > 10$ не существует n -значных числовых кодов.

Задача №12. Строится лестница, ведущая из точки А в точку В (рисунок 5). Расстояние АС равно 4,5 м, а расстояние СВ – 1,5 м. Высота каждой ступеньки равна 30 см, а её ширина – целое кратное 50 см. Сколькими способами можно построить лестницу? Сколькими способами можно построить лестницу, если должно быть k ступенек, а на длине АС уместается n ступенек?

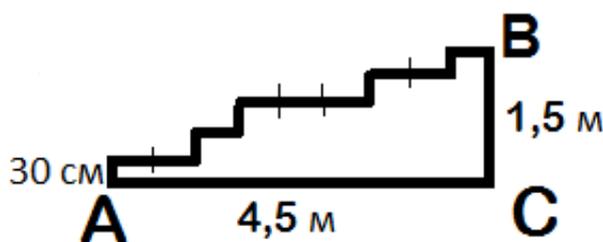


Рисунок 5

Для того чтобы построить лестницу, изображённую на рисунке 5, нужно знать число ступеней. Так как расстояние СВ равно 1,5 м, а высота каждой ступеньки - 30 см, то лестница имеет $\frac{150}{30} = 5$ ступеней. При этом имеется 10 мест, где можно устроить ступеньку: одна у основания и ещё $\frac{450}{50} = 9$. Таким образом, нужно из 10 мест выбрать 5, порядок следования которых не учитывается, тогда получается $C_{10}^5 = \frac{10!}{5!5!} = 252$ способа построить лестницу. В общем случае, если должно быть k ступенек, а на длине АС уместается n ступенек, то лестницу можно построить C_{n+1}^k способами.

Задача №13 (метеорологический парадокс). Одна метеорологическая станция правильно предсказывает погоду 9 раз из 10, другая – 8 раз из 10. На ближайшее воскресенье первая станция предсказывает событие R – «дождь», вторая – событие \bar{R} – «ясная погода». Так как $R + \bar{R}$ – достоверное событие, то $P(R + \bar{R}) = 1$, но события R и \bar{R} – несовместны, поэтому $P(R + \bar{R}) =$

$P(R) + P(\bar{R})$, значит $P(R) + P(\bar{R}) = 1$. Пусть событие A – «правильно предсказывает погоду первая станция», а событие B – «правильно предсказывает погоду вторая станция», тогда $P(A) = 0,9$ и $P(B) = 0,8$. Получается, что вероятность дождя в воскресенье $P(R) = 0,9$, а ясной погоды $P(\bar{R}) = 0,8$. Таким образом, $1 = P(R + \bar{R}) = P(R) + P(\bar{R}) = 0,9 + 0,8 = 1,7$.

Ученикам предлагается проанализировать решение, приведённое в задаче №13 и найти ошибку в рассуждениях. Так, ученики придут к тому, что нельзя принимать $P(A) = P(R)$, $P(B) = P(\bar{R})$, так как события A и B являются несовместными.

Задача №14: одновременно бросают два кубика

- Сколько равновозможных исходов у этого эксперимента?
- Какова вероятность того, что на кубиках выпадет равное количество очков?
- Какова вероятность, что число, выпавшее на первом кубике, больше числа, выпавшего на втором кубике?
- Какая сумма будет выпадать чаще - 5 или 6?

Так как бросают всего два игральных кубика, то равновозможных исходов 36. Для того чтобы ответить на остальные вопросы, ученики записывают следующие случайные события: $A = \{\text{выпало равное количество очков}\}$; $B = \{\text{число, выпавшее на первом кубике, больше числа, выпавшего на втором кубике}\}$; $C = \{\text{сумма равна 5}\}$; $D = \{\text{сумма равна 6}\}$. Из 36 равновозможных исходов благоприятных событию A исходов – 6 (это (1;1), (2;2),..., (6;6)) событию B – 15 (это (2;1),..., (6;1), (3;2),..., (6;2), (4;3), (5;3), (6;3), (5;4), (6;4), (6;5)); событию C – 4 (это (2;3), (3;2), (1;4), (4;1)); событию D – 5 (это (3;3), (5;1), (1;5), (2;4), (4;2)). Далее, они находят вероятности событий: $P(A) = \frac{6}{36} \approx 0,17$; $P(B) = \frac{15}{36} \approx 0,42$; $P(C) = \frac{4}{36} \approx 0,11$; $P(D) = \frac{5}{36} \approx 0,14$, и приходят к выводу, что при одновременном бросании двух кубиков будет выпадать чаще сумма, равная шести.

В заключение рассмотрим процесс формирования познавательного умения обучающихся работать с учебной литературой в основной общеобразовательной школе. На уроках обучающимся необходимо пользоваться таблицами и справочниками, воспринимать информацию, представленную в графической форме. Формирование данного умения происходит постепенно, начиная от самых элементарных операций, и имеет следующую структуру:

- выделение в тексте главной информации, приводящей к ответам на поставленные вопросы;
- оформление результата в виде плана, конспекта или схемы.

Учителю необходимо организовать работу с учебником так, чтобы ученики не просто читали его, а продолжали более глубоко осмысливать и усваивать изучаемый материал. Главными приёмами при использовании этого метода являются следующие:

- постановка цели работы с учебником;
- указание вопросов, которые должны быть усвоены учениками;
- определение порядка работы и приёмов самоконтроля;
- наблюдение за ходом работы и оказание помощи отдельным обучающимся;
- беседа с учениками по закреплению нового материала.

Сущность этого метода работы с учебной литературой заключается в том, что овладение новыми знаниями осуществляется самостоятельно каждым учеником путём вдумчивого изучения материала и осмысления содержащихся в нём фактов, примеров и вытекающих из них теоретических обобщений. Рассмотрим такую форму самостоятельной работы учеников, как индивидуальное изучение некоторых параграфов учебника [17] с последующим письменным выполнением заданий. Отметим, что распределение вероятностно-статистического материала по классам и возможности включения его в общую канву курса алгебры 7-9 классов

показаны в приведённом ниже планировании:

1. 7 класс.

- Тема: «Статистические характеристики», 4 ч.

2. 8 класс.

- Тема: «Сбор и группировка статистических данных», 2 ч.
- Тема: «Наглядное представление статистической информации», 3ч.

3. 9 класс.

- Тема: «Комбинаторные задачи. Перестановки, размещения, сочетания», 8 ч.
- Тема: «Вероятность случайного события», 3 ч.

Например, в 7 классе при изучении темы «Медиана как статистическая характеристика» ученики могут самостоятельно изучить материал по учебнику [17], затем учитель выдаёт им карточки с вопросами и заданиями:

- Что составляет предмет обсуждения в тексте? Дайте его определение (медианой произвольного ряда чисел с нечётным числом членов называется число, записанное посередине, а медианой произвольного ряда чисел с чётным числом членов называется среднее арифметическое двух чисел, записанных посередине).
- Составьте план, конспект или схему изученного материала.
- С какими другими предметами (понятиями) связан предмет? (со средним арифметическим чисел)
- Назовите основные функции предмета и области его применения (анализ статистических результатов, выбор оптимального результата).

В 8 классе при изучении темы «Сбор и группировка статистических данных» ученики могут также самостоятельно изучить материал по учебнику [17],

затем учитель предлагает им следующее задание: опросить 30 учеников школы и выяснить, сколько времени (с точностью до 0,5 ч) в неделю они затрачивают на занятия в кружках и спортивных секциях; представить полученный ряд данных в виде таблицы частот и найти, сколько времени в среднем тратят ученики на занятия в кружках и спортивных секциях. В 9 классе по учебнику [17] ученики приступают к изучению элементов комбинаторики и теории вероятностей, и им можно предложить самостоятельно изучить тему «Сочетания», затем выполнить следующие задания:

- Что составляет предмет обсуждения в тексте? Дайте его определение.
- Составьте план, конспект или схему изученного материала.
- С какими другими предметами (понятиями) связан предмет?
- Назовите основные функции предмета и области его применения.
- Подготовьте на следующий урок учебный доклад по данной теме с подбором задачного материала.

Итак, формирование и развитие познавательных умений – длительный процесс, предполагающий активное включение учеников в учебно-познавательную деятельность. В результате использования разработанной методики предполагается формирование и развитие следующих познавательных умений обучающихся:

- проводить статистический эксперимент и оформлять полученные данные;
- анализировать результаты статистического эксперимента и на его основе формулировать обоснованные выводы;
- анализировать и обобщать информацию при решении задач прикладного характера.

§2. Опытнo-экспериментальная работа по формированию некоторых познавательных умений обучающихся

Разработанная методика по формированию некоторых познавательных умений обучающихся, в частности, умений проводить статистический эксперимент, анализировать результаты и на его основе формулировать обоснованные выводы, была апробирована в 9 классе школы №10 г. Красноярска.

В начале работы с классом проводилась проверочная работа, в результате которой были получены данные об уровнях сформированности познавательного умения обучающихся проводить статистический эксперимент:

1. Подбросить две монеты. Правда ли (если да, то напишите букву И – истина, если нет, то букву Л – ложь), что:
 - имеются три исхода: два орла; две решки; орёл и решка?
 - имеются четыре исхода: два орла; две решки; первая монета упала вверх орлом, а вторая – вверх решкой; первая монета упала вверх решкой, а вторая – вверх орлом?
2. Проверить на практике, какой исход встречается в 2 раза чаще: «один орёл, одна решка», «орёл, орёл», «решка, решка». Предложите экспериментальное обоснование вашего суждения при проведении 20 опытов по подбрасыванию двух монет.

В задании 1 истинным является второе суждение; в задании 2 предполагалась следующая опытнo-экспериментальная работа обучающихся:

- формулирование цели проведения эксперимента;
- выбор объекта наблюдения и способа записи наблюдаемого события;
- интерпретация полученного результата, формулирование выводов.

Уровни сформированности познавательных умений обучающихся выделяются на основе критериев, указанных в таблице 1:

- Низший уровень предполагает выполнение обучающимися опыта, без самостоятельной постановки цели, фиксацию результатов наблюдений без их интерпретации.
- Средний уровень предполагает выполнение обучающимися опыта, и формулирование соответствующих выводов, без самостоятельной постановки цели.
- Высший уровень предполагает самостоятельное формулирование обучающимися цели опыта, выполнение опыта, и формулирование соответствующих выводов.

Работу выполнили 30 учеников 9 класса. Результаты представлены в виде диаграммы 1, которая показывает что у 29% учеников низкий уровень сформированности указанного познавательного умения, у 44% и 27%, соответственно, средний и высокий уровни.

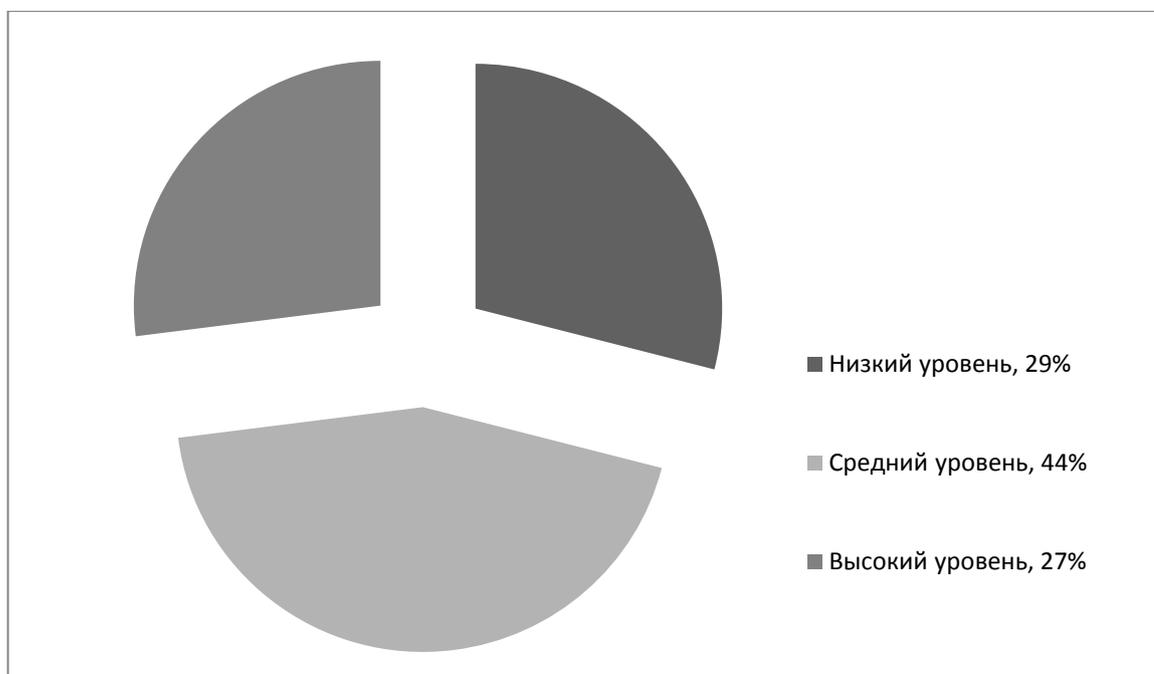


Диаграмма 1

Формирование умения обучающихся самостоятельно проводить статистический эксперимент и на основе полученных результатов

формулировать выводы осуществлялось при проведении следующей лабораторной работы:

Тема: «Случайные события и вероятность»

Цели:

- 1) Формирование умения обучающихся самостоятельно проводить эксперимент, формулировать цель и планировать ход работы.
- 2) Формирование учебно-познавательных умений анализировать и обобщать результаты эксперимента.

Формирование этих умений осуществляется в процессе определения опытным путём связи между вероятностью и относительной частотой появления случайных событий.

Оборудование: монеты.

Ход работы:

- 1) формулирование цели и планирование эксперимента;
- 2) проведение статистического эксперимента, анализ результатов и формулирование выводов;
- 3) решение задач на приближённое вычисление вероятности случайного события на основе статистического эксперимента.

Сначала учитель задает ученикам вопрос: какова вероятность того, что при подбрасывании двух одинаковых монет они упадут на одну и ту же сторону?

После того как ученики высказывают свои предположения, учитель спрашивает каким образом можно проверить их гипотезу. Так, учеников можно направить к проведению опытно-экспериментальной работы.

Рекомендуется перед непосредственным проведением эксперимента спросить учеников:

- с какой целью вы собираетесь проводить эксперимент?
- сколько опытов необходимо провести каждому ученику, чтобы ответить на поставленный вопрос?

Некоторые ученики предложат каждому провести большое число опытов,

чтобы точнее определить вероятность, а некоторые догадаются, что можно каждому провести по 10 опытов и объединить результаты в одну серию. Так, они предлагают следующее планирование работы:

- цель: выяснить вероятность события «обе монеты упадут на одну и ту же сторону»;
- ход эксперимента: подбросить 10 раз две одинаковые монеты и подсчитать, сколько раз они упали на одну и ту же сторону (ОО; РР);
- найти относительную частоту появления события «обе монеты упадут на одну и ту же сторону»; сформулировать выводы.

Далее, ученики записывают следующее событие: $A = \{\text{при подбрасывании двух одинаковых монет они упадут на одну и ту же сторону}\}$. Опыт имеет следующие равновозможные исходы: обе монеты упадут на «орла»; обе монеты упадут на «решку»; первая монета упадет на «орла», вторая на «решку»; первая монета упадет на «решку», вторая на «орла», из них благоприятными для события A будут два исхода. При проведении опытно-экспериментальной работы, они фиксируют частоту появления события A и выбирают способ записи наблюдаемых событий, например, в виде таблицы 6.

Таблица 6

Событие	Число опытов	Частота появления события	Относительная частота
A	10		
	300		

После этого учитель предлагает найти относительную частоту появления события A по формуле $\frac{m}{n}$, где m – частота появления события, а n – число испытаний. В результате статистических исследований ученики приходят к выводу, что при многократном повторении относительная частота появления ожидаемого события остаётся примерно одинаковой, незначительно

отличаясь от некоторого числа $p = \frac{1}{2}$. Это число p принимают за вероятность данного события. При увеличении числа опытов относительная частота появления случайного события приближается к его вероятности.

После анализа и обобщения результатов эксперимента ученикам предлагается решить задачи, в которых необходимо сравнивать вероятности двух случайных событий или приближённо оценивать вероятность случайного события. Приведём примеры таких заданий.

1. Исследовать 7 строк наугад выбранного отрывка из книги Ж. Верна «Дети капитана Гранта» и ответить на вопрос: «Какие буквы встречаются в текстах чаще: гласные или согласные?». Результаты подсчёта нужно оформить в виде таблицы 7.

Таблица 7

Строки	1	2	3	4	5	6	7	Всего
Число гласных								
Число согласных								

2. Провести исследование для того, чтобы определить, как часто встречаются буквы «а, н, п, ч» в стихотворении А.С. Пушкина «Зимняя дорога». После подсчёта числа букв каждого вида заполнить таблицу частот и выяснить, какая буква встречается чаще (реже) и во сколько раз.

В результате дальнейших исследований, осуществляя качественную оценку вероятности по частоте, ученики смогут заметить, что событие «встретить в тексте букву е» является более вероятным, чем событие «встретить в тексте букву а».

3. Из озера выловили 86 рыб, которых поместили и отпустили обратно в озеро. Через неделю произвели повторный отлов – на этот раз поймали 78 рыб, среди которых оказалось 6 помеченных. Сколько приблизительно рыб живет в озере?

Если обозначить неизвестную численность рыб в озере через N , то вероятность поймать помеченную рыбу в озере $\frac{86}{N}$. С другой стороны, эта вероятность должна приближённо равняться полученной во втором улове частоте: $\frac{86}{N} \approx \frac{6}{78}$, откуда $N \approx 1118$.

Для оценивания уровня овладения указанным умением, ученикам предлагалось выполнить аналогичное домашнее задание:

1. В коробке лежат 3 пары одинаковых перчаток. Из неё, не глядя, вынимаются две перчатки. Какова вероятность того, что обе перчатки на одну и ту же руку? Предложите экспериментальное обоснование вашего суждения при проведении 30 опытов.

Ученики должны были предложить следующее:

- цель: выяснить вероятность события «обе перчатки на одну и ту же руку»;
- ход эксперимента: 30 раз вытащить из коробки две перчатки и найти частоту появления события «обе перчатки на одну и ту же руку»;
- найти относительную частоту появления указанного события; сформулировать выводы.

Работу выполнили все 30 учеников 9 класса. Результаты представлены в виде диаграммы 2. Итак, опытно-экспериментальная работа по формированию познавательного умения обучающихся самостоятельно проводить статистический эксперимент, показала что, только у 19% учеников по прежнему низкий уровень сформированности познавательного умения самостоятельно проводить эксперимент, у 49% учеников средний уровень сформированности указанного умения и у 32% учеников высокий уровень. Заметим, что до проведения нашей опытно-экспериментальной работы 44% учеников могли самостоятельно провести статистический эксперимент, а после – 49%.

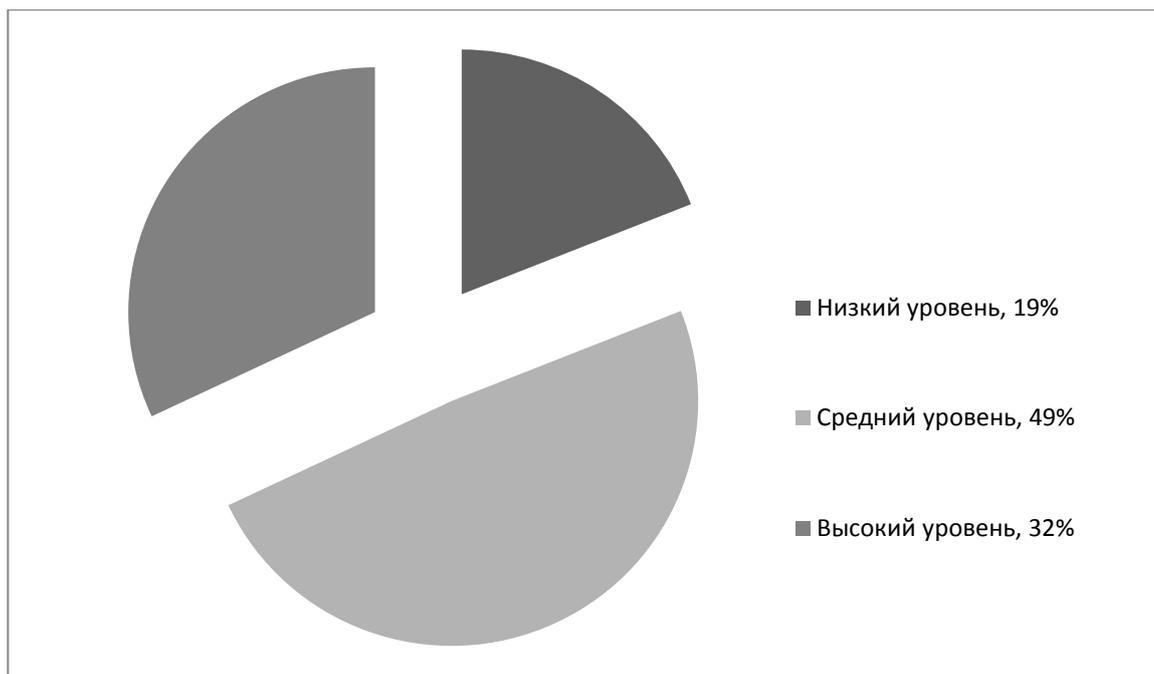


Диаграмма 2

Таким образом, до нашей опытно-экспериментальной работы некоторые ученики 9 класса обладали низким познавательным интересом и уровнем развития указанных умений, а после – этот уровень повысился и появился интерес к учебно-познавательной деятельности.

Заключение

В данной работе на основе анализа психолого-педагогической и научно-методической литературы были выявлены такие психолого-педагогические основы формирования познавательной деятельности обучающихся, как готовность и способность к деятельности, причём предпосылками готовности к определённой деятельности являются мотивы и способности. На основе анализа научно-методической литературы были выявлены оптимальные структуры уроков, способствующие формированию учебно-познавательной деятельности обучающихся. Выделенная структура некоторых учебно-познавательных умений обучающихся (умения самостоятельно ставить эксперимент, моделирование и построение гипотезы, анализ фактов и обобщение данных и др.), а также определенные уровни и критерии сформированности этих умений, легли в основу разработанной методики по формированию указанных познавательных умений в процессе обучения элементам теории вероятностей.

Подобранные и самостоятельно разработанные дидактические материалы и методика формирования и развития некоторых познавательных умений обучающихся (проводить эксперимент, анализировать факты, обобщать данные) апробированы в 9 классе школы №10 в процессе прохождения педагогической практики и интернатуры.

Исследование показало, что целенаправленная работа, ориентированная на формирование познавательных умений обучающихся (проводить эксперимент, анализировать факты, обобщать данные), повышает уровень их сформированности и развития у обучающихся, что обеспечивает достижение более высоких предметных, метапредметных и личностных результатов освоения ООП основного общего образования.

Таким образом, все поставленные в работе задачи решены, цель исследования достигнута.

Библиографический список

1. Асмолов А. Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Пособие для учителя. М.: Просвещение, 2010.
2. Бордовская Н. В., Розум С. И. Психология и педагогика: учебник для вузов. СПб.: Питер, 2011.
3. Бунимович Е. А., Булычев В. А. Вероятность и статистика: учеб. пособие для общеобразовательных учебных заведений. М.: Дрофа, 2005.
4. Бунимович Е. А., Суворова С. Б. Методические указания к теме «Статистические исследования» // Математика в школе. 2003. № 3. С. 29-36.
5. Варга Т. Математика 2. Плоскость и пространство. Деревья и графы. Комбинаторика и вероятность. М.: Педагогика, 1978.
6. Виленкин Н. Я. Комбинаторика. М.: Наука, 1969.
7. Воронов В. В. Педагогика школы в двух словах. М.: Педагогическое общество России, 2002.
8. Глеман М., Варга Т. Вероятность в играх и развлечениях: элементы теории вероятностей в курсе средней школы. Пособие для учителя. М.: Просвещение, 1979.
9. Гончарук С. И. Познавательные задачи и их виды // Философия и общество. 2001. № 2. С. 16-34.
10. Давыдов В. В., Драгунова Т. В., Ительсон Л. Б. Возрастная и педагогическая психология: учебник для студентов пединститутов. М.: Просвещение, 1979.
11. Дьяченко М. И., Кандыбович Л. А. Психологические проблемы готовности к деятельности. Минск: БГУ, 1976.

12. Епишева О.Б., Крупич В.И. Учить школьников учиться математике: формирование приёмов учеб. деятельности. Пособие для учителя. М.: Просвещение, 1990.
13. Когаловский С. Р. Роль комбинаторных задач в обучении математике // Математика в школе. 2004. № 7. С. 18-24.
14. Коджаспирова Г. М., Коджаспиров А. Ю. Педагогический словарь. М.: Академия, 2005.

URL: <http://pedagogical.academic.ru/616/ПОЗНАНИЕ> (дата обращения: 05.10.14)
15. Левина И. И., Сушкова Ф. Б. Формирование общеинтеллектуальных умений старшеклассников: учеб. пособие. Воронеж: НПО «МОДЭК», 2004.
16. Лютикас В. С. Школьнику о теории вероятностей: учеб. пособие по факультативному курсу для учащихся 8-10 классов. М.: Просвещение, 1983.
17. Макарычев Ю. Н. Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей: учеб. пособие для учащихся 7-9 классов общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2005.
18. Макарычев Ю. Н. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразовательных организаций. М.: Просвещение, 2014.
19. Мостеллер Ф. Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями. М.: Наука, 1975.
20. Ожегов С. И. Словарь русского языка. 24-е изд., испр. М.: Мир и образование, 2005.
21. Пидкасистый П. И. Организация учебно-познавательной деятельности студентов. М.: Педагогическое общество России, 2005.

22. Плоцки А. Стохастические задачи и прикладная направленность в обучении математике // Математика в школе. 1991. № 3. С. 69-71.
23. Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения. Основная школа / Сост. Е. С. Савинов. М.: Просвещение, 2011.
24. Селевко Г. К. Компетентности и их классификация // Народное образование. 2004. № 4. С. 138-144.
25. Селютин В. Д. О формировании первоначальных стохастических представлений // Математика в школе. 2003. № 3. С. 51-56.
26. Сорокун П. А. Основы психологии. Псков: ПГПУ, 2005.
27. Студенецкая В. Н., Фадеева О. М. Статистика и теория вероятностей на пороге основной школы // Математика в школе. 2004. № 6. С. 64-70.
28. Ткачёва М. В., Василькова Е. Н., Чуваева Т. В. О готовности учащихся к изучению стохастики // Математика в школе. 2003. № 9. С. 56-59.
29. Усова А. В., Бобров А. А. Формирование учебных умений и навыков учащихся на уроках физики. М.: Просвещение, 1988.
30. Усова А. В. О критериях и уровнях сформированности познавательных умений у учащихся // Советская педагогика. 1980. № 12. С. 45-48.
31. Усова А. В. Система форм учебных занятий // Советская педагогика. 1984. № 1. С. 48-51.
32. Федосеев В. М. Лабораторные работы по математике с развитием темы // Математика в школе. 2010. № 6. С. 62-69.
33. Фридман Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: учителю математики о пед. психологии. М.: Просвещение, 1983.

34. Хуторской А. В. Ключевые компетенции как компонент личностно ориентированной парадигмы образования // Народное образование. 2003. № 2. С. 58-64.
35. Чуканцов С. М. Лабораторные работы по математике: пособие для учителей. М.: Учпедгиз, 1961.
36. Шадриков В. Д. Психология деятельности и способности человека. М.: Логос, 1996.
37. Шкерина Л. В. Теоретические основы технологий учебно-познавательной деятельности будущего учителя математики в процессе математической подготовки в педвузе. Красноярск: РИО КГПУ, 1999.
38. Щукина Г. И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе: учеб. пособие для студентов пединститутов. М.: Просвещение, 1979.