

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: Математики и методики обучения математике

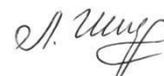
Горностаева Кристина Андреевна
ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7-8 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИХ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ**

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

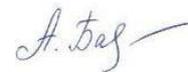
ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой д.п.н., профессор Шкерина Л.В.



Руководитель: к.ф.-м.н., доцент каф. МАиМеП

Багачук А.В



Дата защиты _____

Обучающийся Горностаева К.А.



Оценка _____

прописью

Красноярск 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7-8 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИХ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ.....	6
1.1. Современные тенденции развития математического образования.....	6
1.2. Структура и содержание исследовательской деятельности обучающихся 7-8 классов в процессе их математической подготовки	10
Выводы по главе 1	25
ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ОБЕСПЕЧЕНИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7-8 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИХ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ	26
2.1 Отбор содержания методического материала исследовательской деятельности и составление учебно-исследовательских задач и заданий	26
2.2 Методические рекомендации по использованию дидактического материала	31
2.3. Опытно-экспериментальная работа	35
Выводы по главе 2.....	42
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	43
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ	44
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	48

ВВЕДЕНИЕ

Современное российское общество выдвигает новые требования к подготовке выпускников средней общеобразовательной школы. В условиях инновационного развития выпускники общеобразовательных учреждений, которые овладели навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками самостоятельного поиска путей решения практических задач, наиболее востребованы на рынке труда в будущем.

В ходе исследовательской деятельности успешно развиваются такие навыки, как поиск информации, ее использование. В настоящее время информация постоянно накапливается, ее становится все больше и больше, в связи с чем современному образованному человеку сложнее найти именно ту информацию, которую он будет применять для решения проблем. Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод об **актуальности** настоящего исследования.

В Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования (ФГОС ООО) в блоке познавательных универсальных учебных действий определяется важность развития исследовательской деятельности обучающихся, способствующей достижению личностных, предметных и метапредметных результатов обучения [34]. Развитие исследовательской деятельности в процессе обучения осуществляется разными школьными дисциплинами, в том числе и математикой. Школам не хватает методического обеспечения, чтобы реализовать все те требования, что прописаны в ФГОС ООО. Поэтому возникает **проблема**, которая заключается в выявлении методических возможностей развития исследовательской деятельности обучающихся 7-8 классов в процессе математической подготовки.

Результаты проведенного мониторингового исследования учителей математики из 13 школ Мотыгинского района показывают, 78% учителей считают вовлечение обучающихся в исследовательскую деятельность на

уроках математики необходимостью (Приложение №1). Но часть педагогов отмечают такие трудности: отсутствие методического обеспечения исследовательской деятельности (83%), временные затраты урочной деятельности на организацию исследовательской деятельности (65%), исследовательские задания часто не связаны с усвоением изучаемого материала (77%).

В связи с вышесказанным, **целью** настоящего исследования разработка и апробация методики формирования исследовательской деятельности обучающихся 7-8 классов в процессе их математической подготовки.

Объект исследования: процесс обучения математике обучающихся 7-8 классов.

Предмет исследования: формирование исследовательской деятельности обучающихся 7-8 классов в процессе их математической подготовки.

В связи с этим была выделена следующая **гипотеза:** специальная методика формирования исследовательской деятельности обучающихся по математике способствует улучшению качества предметной подготовки, формированию метапредметных умений, необходимых как в дальнейшем профессиональном образовании, так и в жизни.

Исходя из указанной цели исследования, были поставлены следующие **задачи:**

1) Описать основные современные тенденции в развитии математического образования.

2) На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы охарактеризовать структуру и содержание исследовательской деятельности обучающихся 7-8 классов в процессе их математической подготовки.

3) Определить основные принципы отбора содержания исследовательской деятельности обучающихся 7-8 классов в процессе математической подготовки.

4) Провести апробацию.

На каждом этапе, в зависимости от задач, применялись следующие методы исследования: методы теоретического уровня (изучение социальной, психолого-педагогической и методической литературы по проблеме исследования); методы эмпирического уровня (подбор диагностического инструментария, анкетирование, опрос, эксперимент).

Опытно-экспериментальной базой исследования стали 7 и 8 класс муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения Мотыгинская СОШ №1. В исследовании приняли участие 42 школьника, в возрасте 13 – 14 лет, 2 педагогических работника.

Данная работа состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка и приложения. Общий объем работы составляет 59 страниц. Работа иллюстрирована 5 рисунками и 1 таблицей. Список литературы включает 35 источников.

Во введении описаны основные методологические характеристики настоящего исследования.

В первой главе проведен анализ нормативных документов, психолого-педагогической и методической литературы по проблеме формирования и развития исследовательской деятельности обучающихся. Описаны современные подходы к структуре и содержанию исследовательской деятельности обучающихся.

Во второй главе представлен авторский учебно-методический комплекс заданий, направленный на формирование исследовательской деятельности и, как следствие, повышение мотивации обучающихся и формирование метапредметных образовательных результатов. Также описана методика работы с комплексом, представлен анализ результатов апробации применения комплекса заданий.

ГЛАВА 1. ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7-8 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИХ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ

1.1. Современные тенденции развития математического образования

В современном мире образование, как и общество, претерпело много изменений. Информационное общество определяет успешность деятельности человека наличием умений постоянно находить, применять информацию. Любая информация, как в повседневной жизни, так и в профессиональной деятельности, быстро устаревает. Отсюда возникает потребность в обновлении своих знаний, в поиске актуальной информации.

Традиционный подход к обучению, передача определенных знаний и умений уходят на второй план. Важной задачей образования в России становится необходимость научить обучающегося самостоятельному поиску информации, её переработке и применению для решения задач, возникающих в жизни.

Рассмотрим новые тенденции в системе образования с точки зрения организации педагогического процесса и требований к его результату (рисунок 1).



Рисунок 1. Современные тенденции развития образования в России

Гуманизация – высшей ценностью является личность обучающегося, личностно-социальное взаимодействие, оптимизирующее общечеловеческие ценности развития и саморазвития, учёт образовательных потребностей обучающегося, уважение его свободы.

Гуманитаризация – ориентация на всевозможное развитие обучающегося, использование гуманитарного навыка в качестве средства гуманизации жизни.

Индивидуализация – взаимосвязь личностного и деятельностного подходов в образовании. Личностный подход предполагает учитывание индивидуальных особенностей обучающегося. Деятельностный подход обеспечивает гармоничное развитие личности, когда образование побуждает обучающегося к деятельности.

Демократизация – создание совместных усилий государства и общества в решении проблем образования. Наличие прав и свобод у субъекта (учитель, ученик, родитель) предполагает самостоятельный выбор организации образовательного процесса, его форм и методов.

Вариативность – существование условий для выбора обучающимися и родителями образовательного учреждения.

Диверсификация – одновременное развитие различных типов образовательных организаций, направленных на удовлетворение различных потребностей в образовании.

Интегративность – преемственность каждого этапа образовательной деятельности, составляющего целостностную систему образования.

Психологизация – интеграция психологии в педагогический процесс путем формирования мыслительных способностей обучающихся.

Переход к активным методам обучения – отказ в образовательном процессе алгоритмов действий, наличие проблемного обучения, творческого развития, навыка самостоятельной работы обучающихся.

Стандартизация содержания образования – ориентация системы образования на единый уровень, на определённые стандарты для любой формы обучения.

Индустриализация обучения – создание и активное использование вычислительной техники и информационных технологий в процессе обучения, компьютеризации и технологизации.

Эффективность – степень приближения к оптимальному результату при минимуме негативных последствий.

К основным задачам математического образования относится формирование представлений о математике как важной составляющей культурного развития современного общества. Предметные результаты обучения математики включают в себя овладение математическим языком, приобретение опыта математического исследования, использование математических знаний при решении задач практического направления в повседневной жизни.

Многие страны придают ключевое значение результатам исследований PISA (Programme for International Student Assessment) - международное исследование читательской, математической и естественнонаучной грамотности обучающихся, достигших 15-летнего возраста. Данное исследование направлено на оценку применения обучающимися академических знаний в жизни, проверку их практических знаний и умений.

Если рассматривать математическую грамотность как направление исследования PISA, то результаты России находятся на достаточно среднем уровне. В 2018 году Россия заняла 27-35 места среди 70 стран-участниц, в 2015 – 22-24 места из 70 стран-участниц [1]. Результаты российских школьников снизились по сравнению с предыдущим исследованием, но это снижение нельзя назвать критическим. И уже сейчас нужно проделать огромную работу, чтобы к 2021 году повысить результаты всех направлений исследования, в частности математической грамотности обучающихся.

Целью концепции развития математического образования в Российской Федерации является достижение математическим образованием лидирующего положения в мире [15]. Но на фоне социальных изменений определяются основные проблемы развития математического образования.

Проблемы мотивационного характера. Низкая мотивация обучающихся связана со многими факторами. Это и перегруженность учебных программ, и отсутствие образовательных программ, отвечающих потребностям каждого обучающегося. Отсюда и возникает несоответствие между реальными знаниями обучающихся и результатами итоговых аттестаций.

Проблемы содержательного характера. Содержание математического образования устаревает, не отвечает требованиям мирового математического образования, отсутствуют механизмы обновления. Всё это приводит к низкой эффективности учебного процесса.

Кадровые проблемы. Большинство выпускников педагогических специальностей имеют мало опыта педагогической деятельности и опыта применения педагогических знаний.

В связи с вышесказанным выявляется потребность в обновлении методического обеспечения математической подготовки обучающихся.

1.2. Структура и содержание исследовательской деятельности обучающихся 7-8 классов в процессе их математической подготовки

В свете выполнения задач, обозначенных в стандартах ФГОС ООО, возрастает ответственность школы за интеллектуальное, творческое развитие обучающихся. Возрастает также и востребованность использования в образовательной практике таких педагогических технологий, которые были бы адекватны целям модернизации образования. Одной из таких технологий следует считать организацию исследовательской деятельности школьников, в рамках которой учащиеся выполняют и представляют исследовательские работы в различных предметных областях. При этом школьники не только осваивают дополнительные знания самостоятельно, но и развивают способность занимать исследовательскую позицию к окружающему миру, другим и себе самому; осваивают общие принципы организации и проведения исследования, обучаясь их применять в самых разных областях науки и при выстраивании собственного жизненного пути.

Вопрос о научно-исследовательской и творческой деятельности, их целях и актуальности достаточно широко и подробно освещен в философской, психолого-педагогической и методической литературе.

Согласно толковому словарю русского языка С.И. Ожегова, научная деятельность – деятельность, основанная на принципах науки, отвечающая ее требованиям. Также автор отмечает, что исследовательская деятельность – деятельность, относящаяся к научным исследованиям, а творческая деятельность – деятельность по созданию новых по замыслу культурных или материальных ценностей [29].

Определено, что какой бы деятельность не была – исследовательской или творческой, она обязательно влечет за собой создание нового, ранее никому неизвестного. Поэтому некоторые ученые рассматривают эти виды деятельности в совокупности, как одно целое.

По мнению психологов, творчество – деятельность, активность субъекта, результатом которой является репродукция материально-интеллектуально-духовных ценностей, продуктов, произведений искусства, культуры, архитектуры, науки [35].

По мнению С. Буваева, умение альтернативно мыслить – одна существенных черт творческой деятельности. Под альтернативным мышлением понимается внешняя и внутренняя установка человека на выбор. «Без альтернативного мышления невозможны поиски и открытие нового. Эта проблема стала особенно актуальной сейчас в связи с радикальной перестройкой нашей экономики, переменами в сознании людей». Согласно этому автор полагает, что главная задача школы не снабдить ученика готовыми знаниями, а сформировать у него умение ориентироваться в окружающем мире, принимать нужные решения, используя полученные знания [4].

По словам Г. Неустроева, среди многообразных функций мозга человека наиболее загадочной является его способность к творчеству, под которым он понимает приобретение принципиально нового знания о человеке, окружающем мире и способах его преобразования знания, которое надо добыть, а не получить в готовом виде от других. По существу элементы творчества присущи любому разумному человеку, который мыслит, воображает [26].

Творчество – высшая форма активной и самостоятельной деятельности человека, считает В.М. Дубов. Под творческой деятельностью он понимает деятельность человека, которая создает нечто новое, все равно, будет ли это созданное творческой деятельностью какой-нибудь вещь внешнего мира или известным построением ума или чувства, живущим и обнаруживающимся только в самом человеке.

Также В.М. Дубов определяет развитие творческой личности, как процесс формирования качеств, присущих ей:

- устойчивая направленность на творчество;

- мотивационно-творческая активность;
- готовность личности к самостоятельной организации своей умственной и практической деятельности при решении нестандартных задач в различных видах деятельности, которая складывается из развитой мотивации к творческой деятельности;
- владение методами самоорганизации по развитию качеств творческой личности;
- наличие системы знаний, умений и навыков, помогающих осуществить поиск решения в нестандартных ситуациях [11].

О познавательных-психологических барьерах, сопутствующих научно-исследовательской работе, дает представление Б. Кедров. Он отмечает, что эти барьеры способны как стимулировать, так и тормозить движение творческой мысли, но их необходимо преодолевать в процессе творческого поиска нового [14].

Неразрывную связь формирования творческой личности с образовательным процессом рассматривает Д.Б. Богоявленская. Автор считает, что творческая личность – это личность, отличная от других, поскольку она пребывает в органическом единстве учебного и воспитательного процессов [3].

Как считает Н.И. Зильберберг, творческие способности к любому виду деятельности могут формироваться и проявляться только в самой деятельности. Развивать творческие способности ученика можно, включая его в творческую деятельность. Никакой рассказ о ней, и даже показ её результатов не может научить творчеству [12].

Самостоятельная творческая деятельность учащихся не может быть беспредметной, считает И.П. Волков. Это должно быть или техническое творчество, художественная или педагогическая деятельность, или какое-то другое направление, в котором дети могут ориентироваться в выборе темы в соответствии с появившимся интересом. Также автор акцентирует внимание

на целенаправленности этой работы, чтобы избежать стихийности, неорганизованности и бессистемности [7].

«Развивать природные задатки творческого мышления, творческой деятельности под силу лишь образованию», – считают М. Меерович, Л. Шрагина. Авторы отмечают, что только творчески мыслящий человек всегда готов к переменам, более того, преодолевая интеллектуальные барьеры, он получает жизненно необходимое ему моральное удовлетворение. Ими выделяются следующие показатели творческого стиля мышления: умение анализировать проблемы, устанавливать связи между элементами системы, выявлять противоречия, прогнозировать их развитие [20].

Таким образом, творчество, творческое мышление – это значимый фактор формирования исследовательской деятельности.

Понятие исследовательская деятельность в разных отраслях науки имеет свое смысловое наполнение.

Рассматривая исследовательскую деятельность в психологическом аспекте, В. Мухина отмечает, что исследовательская деятельность обязательна для развития духовности, личностного начала. В нас самой природой заложено побуждение к исследованию: это дает нам возможность адаптироваться, выжить, победить обстоятельства, справиться с проблемными ситуациями. Автор высказывает мнение о том, что знания и культура исследовательской деятельности неразрывно связаны. Исследователь, кроме того, что он умеет наблюдать, учится наблюдению, должен, конечно, обладать знаниями – важнейшим элементом духовной культуры. Также автор подчеркивает, что исследовательская деятельность в рамках науки имеет совершенно другой характер, чем исследовательская деятельность в рамках культуры [25].

По мнению И.Н. Кузнецова, изучать в научном смысле – это значит:

- вести поисковые исследования, как бы заглядывая в будущее;
- быть научно объективным.

Автор определяет научное исследование как целенаправленное познание, результаты которого выступают в виде системы понятий, законов и теорий. И указывает следующие его отличительные признаки:

- целенаправленный процесс, достижение осознанно поставленной цели, чётко сформулированных задач;
- процесс, направленный на поиск нового, на творчество, на открытие неизвестного, на выдвижение оригинальных идей, на новое освещение рассматриваемых вопросов;
- систематичность: здесь упорядочены, приведены в систему и сам процесс исследования, и его результаты;
- строгая доказательность, последовательное обоснование сделанных обобщений и выводов [16].

Научное исследование – это особый вид познавательной деятельности, отличающийся от стихийного житейски-эмпирического познания, от диагностики и от познания в искусстве. Так определяет научное исследование Т.П. Сальникова. Автор утверждает, что для научного познания характерны специальные методы исследования, точность получаемых данных, воспроизводимость результатов, их новизна. По мнению автора, если в исследовании не получают новых данных, оно бесплодно [32].

Рассмотрим мнения авторов о научно-исследовательской и учебно-исследовательской деятельности учащихся.

По мнению И.А. Роговой, под исследовательской деятельностью школьников понимается такая форма организации воспитательно-образовательного процесса, при котором для обучающихся создается ситуация, когда они сами способны овладеть понятиями и подходами к решению проблем в процессе познания, в большей или меньшей степени организованного учителем; решать творческие исследовательские задачи с заранее неизвестным результатом.

Именно исследовательский подход в обучении делает ребят участниками творческого процесса, а не пассивными потребителями готовой информации. По мнению автора, условно, исследовательскую деятельность можно разделить на две составные части: научно-исследовательскую и учебно-исследовательскую.

- Научно-исследовательская – вид деятельности, направленной на получение новых объективных научных знаний.
- Учебно-исследовательская – деятельность, главной целью которой является образовательный результат, направлена на обучение учащихся, развитие у них исследовательского типа мышления [30].

Такие же уровни исследовательской деятельности выделяют Г. Гончарова, С. Поняева, М. Антощук. Причем под учебно-исследовательской деятельностью обучающихся они понимают овладение технологией творчества: знакомство с техникой проведения эксперимента, работы с научной литературой, а также приобретение необходимых навыков поисковой деятельности – умение определять актуальные проблемы, ориентироваться в них, находить пути их решения. Также авторы акцентируют внимание на то, что научное творчество в настоящее время приобретает все большее значение и превращается в один из необходимых компонентов профессиональной подготовки будущих специалистов [10].

С точки зрения И.В. Рождественской под учебно-исследовательской деятельностью понимается такая форма учебно-воспитательной работы, которая связана с решением учениками творческой, исследовательской задачи с заранее неизвестным результатом и предполагающая наличие основных этапов, характерных для научного исследования: постановка проблемы, ознакомление с литературой по данной проблематике, овладение методикой исследования, сбор собственного материала, его анализ, обобщение, выводы [31].

Как образовательную технологию, использующую в качестве главного средства научное исследование, рассматривает исследовательскую деятельность обучающихся А.В. Леонтович. Исследовательская деятельность предполагает выполнение учащимися учебных исследовательских задач с заранее неизвестным решением, направленных на создание представлений об объекте или явлении окружающего мира, под руководством специалиста – учителя-предметника, научного сотрудника и т.п.

Учебное исследование А.В. Леонтович определяет как образовательный процесс, реализуемый на основе исследовательской деятельности. Его основные характеристики:

- выделение в учебном материале проблемных точек, предполагающих вариативность;
- развитие навыка формулирования гипотез;
- обучение работе с разными версиями на основе анализа свидетельств или первоисточников (методики сбора материала, сравнения и др.);
- знакомство с первоисточниками;
- развитие навыка анализа и выбора одной версии в качестве истинной [18].

Подчеркнём, что основная особенность исследования в образовательном процессе – то, что оно является учебным. Если в науке главной целью является получение новых знаний, то в образовании цель исследовательской деятельности – приобретение учащимися функционального навыка ведения научной работы.

Под учебно-исследовательской деятельностью А. Обухов понимает творческий процесс взаимодействия учителя и учащихся по поиску решения неизвестного, в ходе которого осуществляется трансляция между ними культурных ценностей, результатом которой становится развитие исследовательской позиции к миру, другим и самому себе, а также формирование мировоззрения [27].

Школьную исследовательскую деятельность как совокупность элементов, связей и отношений в конкретной научной области, направленных на решение актуальной проблемы, определяет О. Головко. Автор отмечает, что в отличие от научного, учебное исследование характеризуется созданием особых условий, при которых учащиеся исследуют уже известные объекты, свойства и явления окружающей действительности. В то время как научное исследование является либо модернизацией имеющихся научных открытий, либо новым открытием. Именно по этой причине научные исследования лучше проводить с учениками средних классов, которые имеют достаточно сформированную научную картину мира.

Специфика научно-исследовательской деятельности школьников, утверждает О. Головко, в том, что ее главная цель – самореализация личности на основе полученных исследовательских навыков. В работе над исследованием автор выделяет следующие блоки:

- теоретический, предполагающий осмысление теоретических посылок по предмету исследования;
- методологический, включающий обоснование актуальности темы, цели и задач;
- экспериментальный, предполагающий проведение эксперимента, оценку его результатов, разработки рекомендаций [9].

По мнению Н.Н. Войткевича, исследовательская деятельность обучающихся представляет такую форму организации учебно-воспитательной работы, которая связана с решениями учащихся творческих исследовательских задач. Она направлена на удовлетворение специфических познавательных потребностей детей, стремящихся к более глубокому изучению интересующих их вопросов, проведению своего исследования, выполнению своей творческой работы [6].

Говоря об исследовательской и проектной деятельности учащихся, Л. Габайдулина отмечает необходимость развития у учащихся исследовательских умений:

- формулировать исследовательскую проблему;
- выдвигать гипотезу, планировать и реализовывать проверку гипотезы, анализировать результаты исследования;
- обращаться с простейшими приборами;
- вести журнал лабораторных исследований, сопоставлять и описывать результаты экспериментов, выполненных в разных условиях;
- оценивать достоверность полученных результатов;
- навыки работы с дополнительной литературой, систематизации полученных данных [8].

Вслед за Г. Ивановым мы подчеркиваем, что приобщение талантливых и способных ребят к научно-исследовательской деятельности, разработке проектов, выполнению творческих работ позволяет создать благоприятные условия для самообразования и профессиональной ориентации. Здесь исследовательская деятельность понимается как самостоятельный компонент образовательно-воспитательного процесса в учебном заведении. При этом автор считает, что научно-исследовательская работа не может носить массовый характер и должна проводиться с наиболее увлеченными, способными и подготовленными ребятами. Задача этой работы – подготовить ребят к исследовательской деятельности в высшем учебном заведении, сформировать социально-активную жизненную позицию. Автор выделяет следующие требования к научно-исследовательской деятельности:

- должна быть основана на базовом образовании средней школы, направлена на получение первичных научных и профессиональных знаний и умений;
- должна способствовать формированию научного мировоззрения, развитию логического мышления.

Также Г. Иванов полагает, что задания, отбираемые для подготовки учащихся к научно-исследовательской и творческой деятельности, должны способствовать формированию следующих знаний и умений:

- самостоятельно объяснять и доказывать новые факты, явления, закономерности;
- классифицировать, сравнивать, анализировать и обобщать ранее изученные явления, закономерности;
- проводить эксперименты, выдвигать и обосновывать гипотезы;
- устанавливать причинно-следственные связи и отношения;
- рассматривать одни и те же факты, явления, закономерности под новым углом зрения;
- применять научные методы исследования (экспериментального, математического моделирования и т.д.);
- находить несколько вариантов решения, выбирать и обосновывать наиболее рациональный;
- рецензировать и оценивать собственную работу исследовательского характера, а также работы товарищей.

Следует согласиться со словами автора о том, что «конечными критериями оценки исследовательской деятельности учащихся должны быть знания, умения и собственные идеи, позволяющие выпускнику среднего учебного заведения влиться в вузовскую образовательную систему и продолжить исследовательскую работу на более высоком уровне» [13].

Таким образом, можно сделать вывод о том, что учебное исследование имитирует процесс научного исследования; оно выступает как учебная практика, использующая опыт, наработанный наукой в сфере организации исследования в конкретных предметных областях.

Заметим, что успешно готовить активных исследователей в науке и технике могут лишь те ученые, которые сами занимаются и активно увлекаются исследовательской работой. Поэтому многие авторы поднимают

вопрос о научно-исследовательской работе преподавателей различных образовательных учреждений.

Научная работа преподавателя создает возможности для развития его творческого потенциала, который в свою очередь оказывает влияние на обучающихся, – считают И.Г.Куров и А.А.Касьян. Авторы отмечают важную роль научно-исследовательской работы преподавателя, поскольку он передает не столько свои знания, сколько культуру, свою систему ценностей, свое мировоззрение. Чем выше уровень культуры преподавателя, тем, соответственно, выше уровень культуры учащегося [17].

Вопросы, связанные с развитием исследовательской культуры учителя, поднимались В.И. Марковой. Под исследовательской культурой учителя она понимает:

- определенный способ и результат творческой самореализации учителя в инновационной деятельности;
- личностное свойство и определенную степень владения приемами и способами решения педагогических задач;
- способности, которые проявляются в творческой профессиональной деятельности и характеризующие особенности сознания, профессионального мышления учителя;
- источник новых знаний и умений, обеспечивающих творческое профессиональное развитие учителя, стремление к самосовершенствованию [19].

В то же время В.А. Сластенин считает, что подготовка будущих учителей предполагает овладение ими научными методами познания, формирование у них познавательной потребности, интеллектуальной активности, готовности к самообразованию, а также рационально обобщенных приемов умственной деятельности:

- умения строить умозаключения по индукции, дедукции;
- выделять главное и ставить проблему;

- строить и проверять гипотезу;
- разрабатывать программу эксперимента;
- устанавливать главные связи и отношения;
- систематизировать полученные факты;
- формулировать выводы;
- принимать самостоятельные научно обоснованные решения;
- ясно и точно излагать мысль [33].

Важность сотрудничества ученика и учителя в ходе исследовательской работы отмечает И.А. Рогова, поскольку это принципиально меняет технологию получения знаний: ученик, опираясь на помощь учителя, организует самостоятельный процесс поиска знаний.[30].

Основываясь на приведенных выше высказываниях и мнениях, нельзя не согласиться со словами А. Обухова о том, что «внутренняя мотивация и интерес к проблеме исследования самого педагога – основа успеха реализации исследовательской деятельности учащихся» [28].

Исследовательская деятельность – это не спонтанный процесс. Эффективность ее во многом обуславливается последовательностью шагов. Для успешного исследования должны быть упорядочены, приведены в систему и сам процесс исследования, и его результаты. Поэтому Т.П. Сальникова, Л.И. Войтенко, А.С. Обухов, Е.В. Баранова предлагают свои варианты последовательности поисковых шагов.

Т.П. Сальникова отмечает, что логика каждого исследования специфична, своеобразна. И предлагает следующую структуру научного поиска:

- общее ознакомление с проблемой исследования, обоснование ее актуальности, уровня разработанности; определение объекта и предмета, темы исследования; формулирование цели исследования и соотнесенных с ней задач;

- выбор методологии: исходной концепции, опорных теоретических положений, идеи, исследовательского подхода, методов исследования;
- построение гипотезы исследования;
- проведение констатирующего эксперимента (диагностики) с целью установления исходного состояния предмета исследования;
- организация и проведение преобразующего (формирующего) эксперимента;
- анализ, интерпретация и оформление результатов;
- апробация исследования и выработка практических рекомендаций [32].

Каждому ученику от природы дарована склонность к познанию и исследованию окружающего мира, считает Л.И. Войтенко. Следовательно, предоставляется необычайно полезным прививать учащимся вкус к исследованию, вооружить их методами научно-исследовательской работы. Согласно вышесказанному автор перечисляет основные этапы учебно-исследовательской деятельности:

- мотивация к проведению исследования;
- постановка общей проблемы (осуществляется под руководством учителя);
- постановка задачи исследования;
- сбор информации: изучение учебной и специальной литературы, проведение эксперимента и т.д;
- создание базы собранных данных (полученных результатов), которая оформляется в виде таблицы, схемы, графика и т.п;
- выдвижение на ее основе гипотезы;
- проверка гипотезы: доказательство или опровержение;
- формулирование выводов;
- демонстрация актуальности проведенного исследования и возможностей применения его результатов [5].

А.С. Обухов утверждает, что современная наука выработала культурные нормы и средства основных этапов исследовательской деятельности:

- ориентировка (выделение предметной области осуществления исследования);
- проблематизация (выявление и осознание проблемы – конкретного вопроса, не имеющего на настоящий момент ответа; постановка цели исследования);
- определение средств (подбор и обоснование методов и методик исследования, ограничение пространства и выбор принципа отбора материалов исследования);
- планирование (формулировка последовательных задач исследования; распределение последовательности действий для осуществления исследовательского поиска);
- сбор материала или проведение эксперимента (сбор эмпирического материала; постановка и проведение эксперимента; первичная систематизация полученных данных);
- анализ (обобщение, сравнение, анализ, интерпретация данных);
- рефлексия (соотнесение собственных выводов с полученными выводами, с процессом проведения исследования, с существующими ранее знаниями и данными) [27].

Очевидно, что все авторы, затрагивающие в своих работах вопрос структуры исследовательской деятельности, указывают схожие ее этапы, которые зависят от области и специфики исследования, а также от контингента участников этого исследования.

Итак, вслед за Е.В. Барановой, мы будем выделять следующие этапы исследования:

- мотивация исследовательской деятельности;
- постановка проблемы;

- сбор фактического материала;
- систематизация и анализ полученного материала;
- выдвижение гипотез;
- проверка гипотез;
- доказательство или опровержение гипотез [2].

Таким образом, с целью приобщения школьников к исследовательской деятельности, формирования у них исследовательского типа мышления и научного мировоззрения целесообразно создание новых технологий организации исследовательской деятельности учащихся и разработка методик их внедрения в образовательную практику.

Выводы по главе 1

В главе были рассмотрены основные тенденции развития современного математического образования, требования концепции развития математического образования в Российской Федерации.

На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы в ходе исследования определено понятие «исследовательская деятельность обучающихся», описана её структура и содержание исследовательской деятельности обучающихся 7-8 классов в процессе их математической подготовки.

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ОБЕСПЕЧЕНИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7-8 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИХ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ

2.1 Отбор содержания методического материала исследовательской деятельности и составление учебно-исследовательских задач и заданий

Можно выделить два подхода к обучению – традиционный и исследовательский. При первом – необходимо изучить новый материал, решить задание на закрепление темы, получить отметку за проделанную работу и повторить всё вновь. А при исследовательском подходе к обучению кардинально меняется. Обучающийся самостоятельно выдвигает гипотезы, опровергает или подтверждает их, ставит вопросы и находит на них ответы. Каждому взрослому человеку даже в повседневной жизни предстоит самостоятельно определять свой план действий при решении задач, при поиске ответов на вопросы.

К отбору содержания методического материала существуют определённые рекомендации.

- 1) Преемственность. Задачи связаны с понятиями, определениями, теоремами и т.д., последовательно осуществляется переход с одной темы на другую.
- 2) Связь теории и практики. Допускается предшествование практики с целью самостоятельного получения теоретических знаний, сопутствие практики с теорией и заключение теории практикой.
- 3) Прикладная направленность задач. Связь математики с жизненными ситуациями мотивирует обучающихся на решение задач.

Важную роль играет сообразительность обучающихся. Она проявляется в умении мыслить о конкретной ситуации, выстраивании связей, на основе которых учащиеся делают самостоятельные выводы, обобщения. Такие приёмы мыслительной деятельности, как сравнение, обобщение,

абстрагирование, проявляются в решении задач следующих типов: задание, в котором необходимо найти общие черты представленных объектов, разницу между ними; задание, в котором необходимо продолжить ряд чисел, объектов; поиск отличительных черт одного объекта от остальных из его группы.

Для решения этих задач учащиеся должны уметь проводить последовательный анализ каждого объекта в группе с выделением и обобщением уникальных для каждой группы признаков. Кроме того, обучающимся могут быть предоставлены работы по конструированию из различных геометрических фигур, логические задачи.

При составлении исследовательских задач необходимо учитывать психолого-педагогическую характеристику обучающихся 7-8 классов. Это дети среднего возраста (13-14 лет), у которых сформировано умение учиться в средней школе, обучающиеся владеют базовыми знаниями и умениями. В этом возрасте формируется новый уровень мышления, самопознания, возрастает познавательная активность. Также повышается желание достигать поставленные цели.

Задания исследовательского характера существенно отличаются формулировкой. В учебниках традиционные задания начинаются с таких слов: «Решите уравнение...», «Найдите значение ...», «Упростите...», «Вычислите...», «Постройте...» и т. д. А в исследовательских заданиях нет очевидного ответа, его необходимо найти и объяснить. Задания могут формулироваться так:

1. «Исследовать ...»;
2. «Верно ли, что ...»;
3. «Выяснить, какое из выражений больше ...»;
4. «Разработайте задания, которые ...»;
5. «Подумайте, чем отличаются ...»;
6. «Рассмотрите случаи, когда» и т.д.

При составлении исследовательских задач можно учитывать следующие рекомендации:

- Время выполнения исследовательских задач может меняться в зависимости от объема, сложности работы;
- Можно предусмотреть групповую форму организации исследовательской деятельности, исходя из уровня сформированности исследовательской деятельности обучающихся;
- При необходимости указывается дополнительная литература, ссылки на электронный ресурс. В школе у каждого обучающегося предусматривается доступ к источникам, к которым можно обратиться при возникновении затруднений;
- Задача может иметь несколько вариантов решений.

Но не только задачи исследовательского характера необходимо включать в уроки алгебры и геометрии. Это могут быть и домашние исследовательские работы, результат которых можно представить в различных формах (доклад, реферат, рецензия, стендовый доклад, литературный обзор).

Доклад – документ, который изложен в печатном виде или прочитан перед аудиторией. В докладе отражается актуальность темы исследования, основные задачи, цели, раскрывается основное содержание. В завершении доклада обязательно обосновываются выводы.

Реферат – краткое изложение на какую-либо тему, основанный на обзоре литературных, электронных источников. Реферат – это не конспект какой-то работы, а анализ используемого материала и самостоятельные выводы. Учитель оказывает консультативную помощь, помогает с оформлением текста.

В рецензии анализируются и оцениваются научные работы, исследования. Для обучающихся это может быть сочинение, содержащее анализ текста, субъективные впечатления и оценку научной работы.

Стендовый доклад – популярная форма в школе. Для каждой исследовательской работы выделяется стенд, на который вывешивается доклад, оформленный на листах бумаги или ватмана. Такой формат очень удобен для восприятия, поскольку, даже при беглом просмотре, информации достаточно для понимания темы исследования. Стенд носит наглядный характер, так как на стенде приветствуется иллюстративный материал. Количество информации позволяет ознакомиться с темой исследования за несколько минут.

Литературный обзор представляет собой характеристику исследуемой темы из разных литературных источников. Внимательно прочитать источник, выделить главное, сформировать цитаты автора. Далее необходимо сравнить, сопоставить информацию по исследуемой теме из другого источника. Обязательно даётся собственная оценка и делается вывод.

Выделим основные причины того, что задания исследовательского направления редко применяются учителями на уроках математики.

1) На уроке не хватает времени на использование таких заданий.

Самостоятельное изучение обучающимися новых тем занимает гораздо больше времени, чем систематическое изложение нового материала учителем. У учителя практически нет резерва времени, чтобы позволить себе проводить с учениками исследование на уроке.

2) У педагогов не хватает собственного опыта ведения исследовательской работы.

Не существует обязательных требований к учителю, поэтому некоторые из них просто не имеют знаний, как организовать исследовательскую деятельность обучающихся на своих уроках и как решать такие задания.

3) Нет определённого банка исследовательских задач, которые посильны каждому обучающемуся.

Ни в одном учебнике нет достаточного количества материала, чтобы использовать исследовательские задачи на каждом уроке.

4) Сложнее организовывать и управлять уроком.

Традиционный урок гораздо проще планировать, для каждого вида деятельности удобно выделять необходимое время. Занятие исследованием занимает разное время для сильных и слабых учеников.

5) Нет определённых критериев оценивания исследовательской работы на уроках.

Оценить работу по конкретным навыкам легче, чем работу, в которой обучающийся изложил свою собственную исследовательскую мысль. Результатом исследования на уроке может оказаться только часть решения. Но это не значит, что обучающийся получает неположительную отметку. В таких случаях отсутствуют критерии оценивания.

Чтобы систематическое применение исследовательских задач в массовой школе не было редким явлением, необходимо:

1) Обучить педагогов организации уроков с использованием исследовательской деятельности и самостоятельному составлению исследовательских задач.

2) Организовать методическую копилку разноуровневых задач, посильных каждому обучающемуся. В зависимости от собственного опыта исследовательской деятельности любой ученик сможет выбрать себе задание.

3) Создать резерв времени для включения исследовательских задач в деятельность обучающихся путем сокращения объема технических частей школьной программы.

2.2 Методические рекомендации по использованию дидактического материала

В процессе настоящего исследования был разработан комплекс заданий, направленных на развитие исследовательских умений. Все задания разбиты по темам, которые опираются на содержание действующих учебников по алгебре и геометрии для обучающихся 7-8 классов под редакцией авторов Мерзляк, Полонского, Якир. [21, 22, 23, 24]

Данный дидактический материал разделен на два уровня. Задания, предусматривающие работу обучающегося на уроке (Уровень А), представлены для 7 и 8 классов отдельно, а в каждом классе присутствует разделение на задания по алгебре и на задания по геометрии.

В конце каждой темы есть задания для самостоятельного исследования (Уровень Б), результаты которых оформляются в виде творческого продукта (реферата, доклада, кроссворда и т.д.). Такие задания можно использовать во внеурочной деятельности, либо как исследовательские домашние задания.

Обучающимся необходимо использовать разные источники, к которым можно обратиться при изучении темы. Для обучающегося возможен самостоятельный выбор темы исследования. Учитель выступает в роли консультанта: выбор литературы, используемое оформление, сроки выполнения и другое.

Выполнение такого рода заданий позволит обучающимся научиться:

- организовывать свою работу, определять план действий;
- использовать литературные и электронные ресурсы;
- находить необходимую информацию;
- анализировать найденную информацию;
- представлять результат своей работы.

На примере темы «Линейные уравнения с одной переменной» по алгебре 7 класса разберем структуру комплекса заданий.

Уровень А

Задание 1.7.А. Придумайте два уравнения с целыми коэффициентами, имеющие корень:

- 1) -2,8;
- 2) $3\frac{14}{17}$;
- 3) -0,365;
- 4) 114.

Задание 2.7.А. Скорость течения реки 3 км/ч, а собственная скорость катера – 18 км/ч. Какие величины можно найти по этим данным?

Задание 3.7.А. Придумайте такое линейное уравнение, у которого:

- 1) есть одно решение;
- 2) есть несколько решений;
- 3) решения не существует.

На основании этого сделайте вывод: от чего зависит существование решений?

Уровень Б

Задание 4.7.А. Подготовьте доклад на 5-7 минут по теме «Методы решения уравнений в странах Древнего мира». Рекомендуемые источники:

- 1) Происхождение уравнений. [Электронный ресурс] URL: https://урок.рф/library_kids/proishozhdenie_uravnenij_070127.html.

Задание 5.7.А. Подготовьте презентацию по теме «Математические загадки в произведениях Льюиса Кэррола». Рекомендуемые источники:

- 1) Коллекция задач из произведений Льюиса Кэррола. [Электронный ресурс] URL: <https://pandia.ru/text/81/528/97117.php>.
- 2) Приключения Алисы в алгебре. [Электронный ресурс] URL: <https://dev.by/news/priklyucheniya-alisy-v-algebre-otvety-na-zagadki-strany-chudes>

В номере задания указывается две цифры и буква. Первая цифра – номер задания, вторая цифра – класс, буква указывает на предмет. (А – алгебра, Г – геометрия).

С заданиями уровня А обучающиеся могут справиться за отведенное время в конце урока, если, например, все запланированные задания на уроке были решены. Такие задачи создают ситуацию успеха, каждый ученик сможет их решить без особого труда, но это только придаст уверенности, обучающийся будет заинтересован в продолжении своего исследования, повышается мотивационная составляющая исследовательской деятельности.

Для заданий уровня Б выделяется от нескольких дней до нескольких недель в зависимости от способностей и готовности обучающегося к самостоятельному исследованию.

Задания данного комплекса можно использовать не только на завершающих этапах урока, но и на уроках открытия нового знания. Например, такое задание:

Задание 14.7.А. Пользуясь определениями «зависимая переменная» и «независимая переменная» из учебника, приведите по 3 примера функциональных зависимостей и укажите, что является зависимой, а что независимой переменными.

Перед началом работы над заданием, в котором необходимо представить результат исследования в виде доклада, реферата, эссе, следует разъяснить основные требования к написанию.

Задание 9.7.Г. Оформите доклад с презентацией на тему «В мире треугольников». Рекомендуемые источники:

- 1) В мире треугольников [Электронный ресурс] URL: <https://pedsovet.org/publikatsii/matematika/v-mire-treugolnikov>.

Задание 14.7.Г. Подготовьте реферат по теме «Леонардо до Винчи – художник и математик». Рекомендуемые источники:

- 1) Википедия. [Электронный ресурс] URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Леонардо_да_Винчи.

2) Гид по Италии. [Электронный ресурс] URL:
<https://yandex.ru/turbo/s/italy4.me/izvestnye-lyudi/leonardo-da-vinci.html>.

Задание 17.7.Г. Напишите эссе на тему «Геометрия вокруг нас».

1) Геометрия вокруг нас. [Электронный ресурс] URL:
<https://www.freepapers.ru/27/geometriya-vokrug-nas/125826.809836.list1.html>.

2) Геометрия в жизни человека. [Электронный ресурс] URL:
<https://school-science.ru/6/7/37052>.

В таких заданиях указываются источники, к которым можно обратиться в случае затруднений. Есть задания, в которых обучающийся самостоятельно может выбрать, как представить результат своей деятельности.

Задание 11.7.А. Презентуйте занимательные факты из жизни великих математиков «А знаете ли вы, что...».

Задание 13.7.Г. Представьте для одноклассников в творческой форме результаты исследования по теме: «Игры-головоломки Севера».

Темы из заданий уровня Б можно менять, учитывая индивидуальные особенности обучающихся, их интересы, а сами задания с комплекса дополнять на усмотрение учителя.

2.3. Опытнo-экспериментальная работа

Экспериментальная часть исследования проводилась в МБОУ Мотыгинская СОШ №1 пгт. Мотыгино, Мотыгинского района, Красноярского края в 7 «А» и 8 «А» классах. Число обучающихся этих классов – 42 человека. Занятия проводились в период педагогической практики в урочное время, по расписанию. Эксперимент проводился в три этапа:

1. Констатирующий этап – определение начального уровня развития исследовательской деятельности обучающихся;

2. Поисковый этап – разработка методики, направленной на развитие исследовательской деятельности;

3. Формирующий – применение разработанной методики и определение уровня развития исследовательской деятельности обучающихся после апробации. Совместно с педагогами и психологом МБОУ МСОШ №1 на первом этапе проводимого эксперимента в 7 и 8 классах была осуществлена диагностическая проверка начального уровня развития исследовательской деятельности.

Использовались следующие показатели сформированности исследовательской деятельности:

- Умение видеть проблему;
- Умение формулировать и задавать вопросы;
- Умение выдвигать гипотезы;
- Умение делать выводы и умозаключения;
- Умение доказывать и защищать свои идеи;
- Умение самостоятельно действовать на этапах исследования.

В таблице 1 представлены показатели, критерии, уровни сформированности исследовательской деятельности.

Таблица 1. Методика диагностики уровня сформированности исследовательской деятельности обучающихся

Показатели и критерии	Уровни		
	Низкий уровень	Средний уровень	Высокий уровень
1	2	3	4
1.Выделение проблемы (находит противоречие, формулирует проблему)	Не видит самостоятельно, принимает проблему, подсказанную воспитателем, не проявляет активности в самостоятельном ее поиске.	Иногда самостоятельно, но чаще с помощью учителя	Самостоятельно видит проблему
2.Формулирование вопросов	Наблюдение в процессе формулировки вопросов, анализ вопросов.	Формулирует вопросы.	Формулирует вопросы.
3. Целеполагание и целеустремленность (ставит цель исследования, осуществляет поиск эффективного решения проблемы).	С помощью учителя	С помощью учителя. Проявляет волевые и интеллектуальные усилия.	Самостоятельно. Проявляет волевые и интеллектуальные усилия

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4
4.Выдвижение гипотез и решения проблем	Наблюдение.	Выдвигает гипотезы, чаще с помощью воспитателя, предлагает одно решение.	Активно высказывает предположения, гипотезы (много, оригинальные), предлагает различные решения (несколько вариантов).
5.Способность описывать явления, процессы.	Наблюдение за деятельностью, отчет о результатах исследования.	Не совсем полное, логическое описание	Полное, логическое описание
6.Формулировка выводов и умозаключений	Затрудняется в речевых формулировках, не видит ошибок, не умеет обсуждать результат.	Может сформулировать выводы самостоятельно или по наводящим вопросам, аргументирует свои суждения и пользуется доказательствами и с помощью взрослого.	Формулирует в речи, достигнут или не результат, замечает соответствие или несоответствие полученного результата гипотезе, делает выводы.
7. Степень самостоятельности при проведении исследования.	Педагог ставит проблему, намечает метод ее решения, обучающийся осуществляет поиск при значительной помощи учителя.	Педагог ставит проблему, обучающийся самостоятельно ищет метод ее решения.	Самостоятельно ставит проблему, отыскивает метод ее решения и осуществляет его.

Под низким уровнем будем понимать самостоятельный исследовательский опыт, приобретенный в процессе обучения. Для него также характерно отсутствие знаний об исследовательской деятельности, низкая познавательная активность.

Средний уровень характеризуется появлением внешних мотивов к исследовательской деятельности. С помощью учителя обучающийся выполняет начальные шаги исследования, находит проблему и предлагает пути её решения.

При высоком уровне сформированности наблюдается самостоятельное желание вести исследовательскую деятельность, у обучающегося сформированы знания об исследовательской деятельности. Он может самостоятельно определять цель, задачи своего исследования, выявлять проблему, предлагать различное количество вариантов решения этой проблемы. На рисунке 2 отображены полученные результаты.

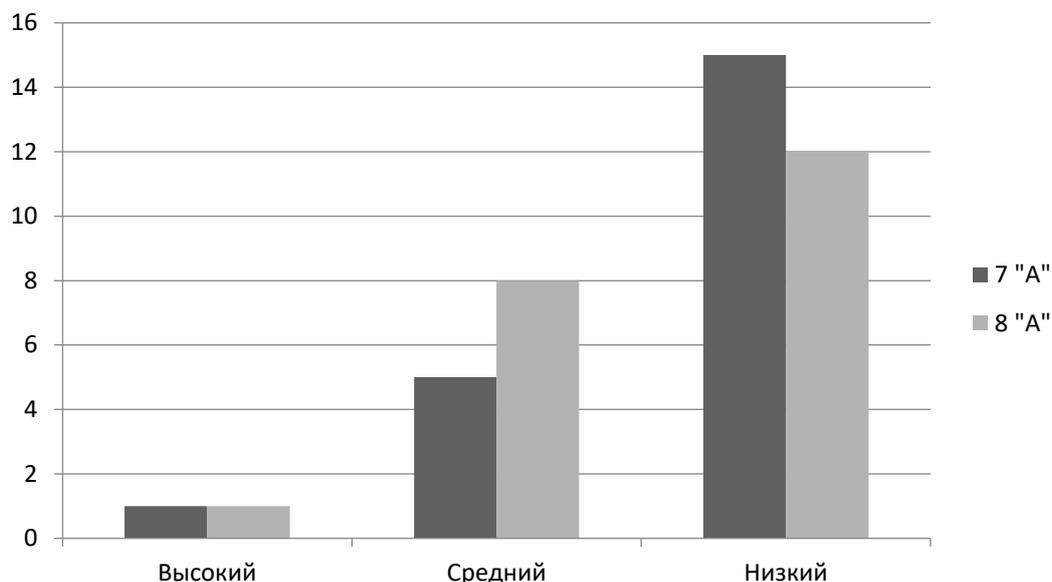


Рисунок 2. Результаты диагностики уровня сформированности исследовательской деятельности на первом этапе

В 7 «А» классе - 21 обучающийся. Из них высокий уровень сформированности исследовательской деятельности выявлен у 1 человека, средний - у 5, низкий – у 15. В 8 «А» классе - 21 обучающийся. Из них

высокий уровень сформированности исследовательской деятельности - 1 человек, средний - 8, низкий - 12.

На основании полученных данных были определены экспериментальная и контрольная группы: 7 «А» класс был выбран в качестве экспериментальной группы, а 8 «А» – в качестве контрольной.

На втором этапе эксперимента был разработан комплекс заданий, способствующих развитию исследовательской деятельности (Приложение №2).

На третьем формирующем этапе применялась разработанная методика. На уроках алгебры и геометрии в экспериментальном 7 «А» классе обучающимся давались задания, способствующие развитию исследовательской деятельности, как на уроках закрепления пройденного материал, так и на уроках открытия нового знания. Обучающиеся с интересом восприняли дополнительные задания из комплекса в связи с успешным выполнением, особенно понравились задания творческого вида.

После чего была проведена контрольная диагностика уровня сформированности исследовательской деятельности в 7 «А» и 8«А» классах. Результаты проверки отражены на рисунке 3.

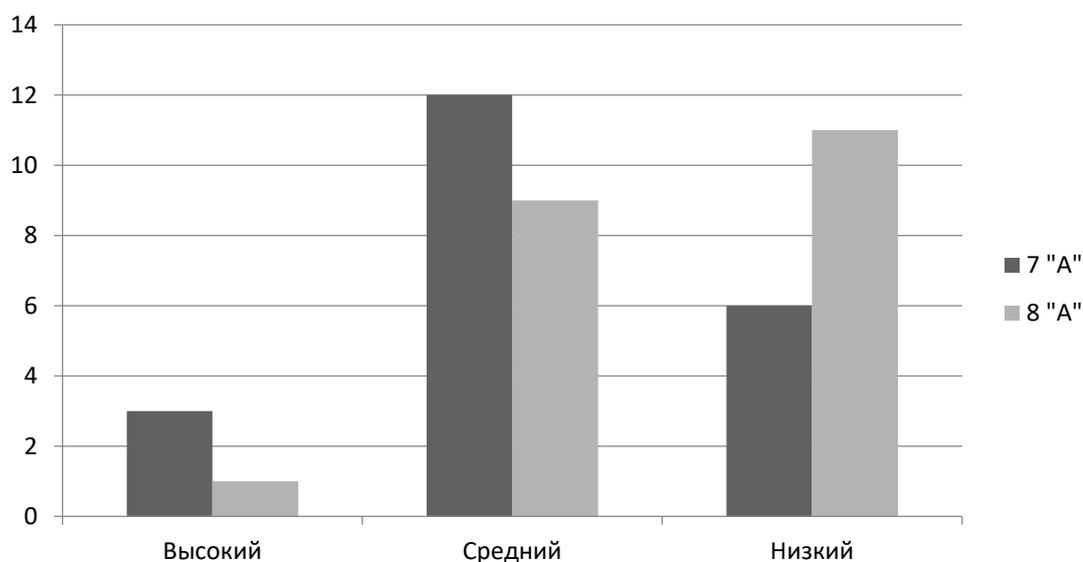


Рисунок 3. Результаты диагностики уровня сформированности исследовательской деятельности на третьем этапе

В экспериментальном классе у девяти обучающихся повысился уровень сформированности исследовательской деятельности, количество школьников с низким уровнем – 6 человек, со средним – 12. Высокий уровень выявили у трёх обучающихся. Что касается контрольного 8 «А» класса, то в нём мы видим увеличение количества обучающихся со средним уровнем сформированности исследовательской деятельности на одного человека.

Сравнение уровней сформированности исследовательских умений на первом и третьем этапе 7 «А» представлены на рисунке 4.

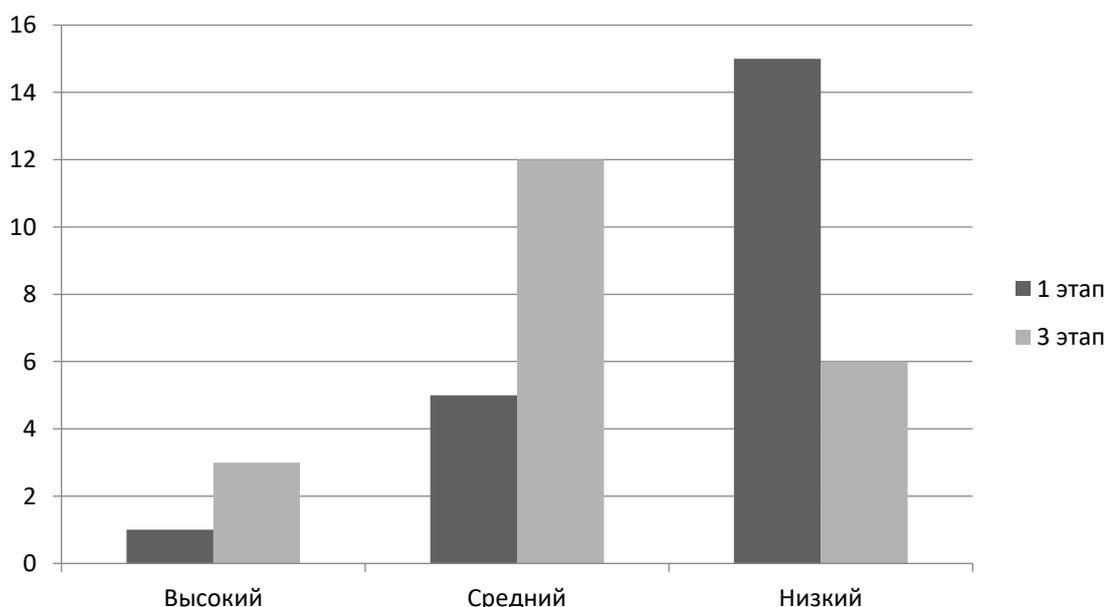


Рисунок 4. Сравнительные результаты диагностики исследовательской деятельности на первом и третьем этапах экспериментальной группы.

Уровень сформированности исследовательских умений на первом и третьем этапе 8 «А» представлены на рисунке 5.

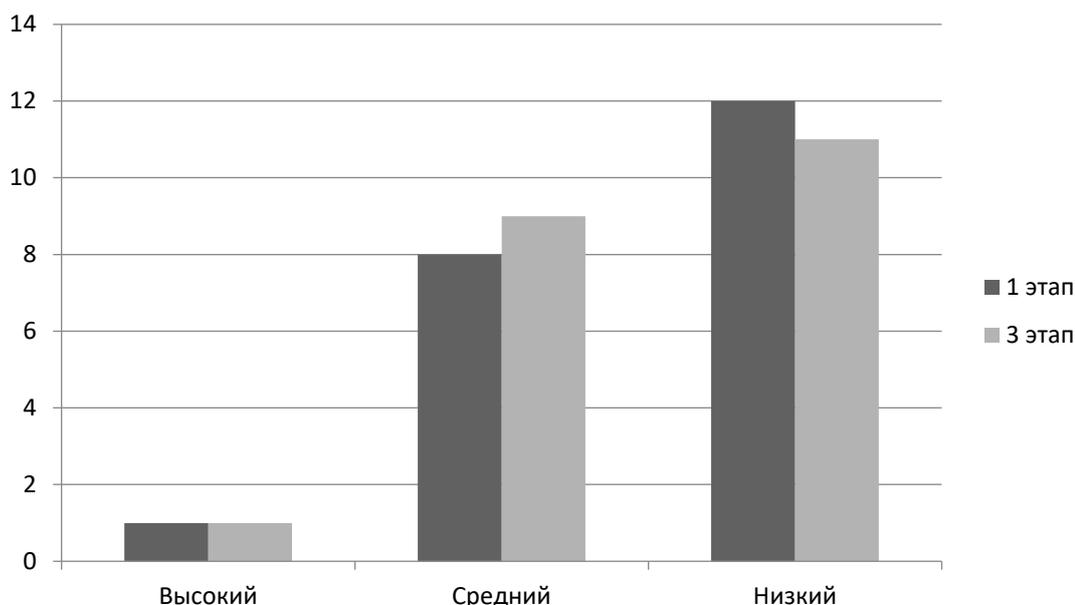


Рисунок 5. Сравнительные результаты диагностики исследовательской деятельности на первом и третьем этапах контрольной группы.

На основе полученных данных можно сделать выводы. Занятия по развитию исследовательских умений в процессе решения специальных задач на уроках математики в экспериментальном классе были достаточно продуктивны. По результатам диагностики количество обучающихся со средним уровнем сформированности исследовательской деятельности в экспериментальном классе выросло в 2,4 раза. Но из-за недостатка времени не удалось оценить метапредметные умения, уровень обученности, мотивации обучающихся в экспериментальной группе. В дальнейшем целесообразно использовать разработанный комплекс заданий в массовой школе на уроках алгебры и геометрии в 7 и 8 классах.

Выводы по главе 2

Во второй главе были представлены отбор содержания методического материала исследовательской деятельности и составление учебно-исследовательских задач и заданий. Пользуясь рекомендациями, педагог сможет составить и использовать на уроках собственный комплекс исследовательских задач.

Разработан учебно-методический комплекс заданий, направленный на развитие исследовательской деятельности.

Также представлены результаты апробации использования комплекса заданий.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследовательская работа является уникальным инструментом развития личности учащихся, действенным фактором образовательно-воспитательного процесса, способствующим развитию педагога и учащегося, формирующим высокий уровень общественной культуры и образования. В современных исследованиях, посвященных проблеме организации исследовательской деятельности школьников по математике, нет достаточно полного и подробного описания способа ее реализации на практике.

На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы нами была выделена структура исследовательской деятельности учащихся, определено ее содержание. В настоящей работе было представлено собственное видение организации исследовательской деятельности обучающихся. С целью выявления эффективности такого рода формы организации исследовательской деятельности обучающихся, представленная методика была реализована на практике.

Полученная в процессе опытно-экспериментальной работы информация свидетельствует о том, что необходимо формировать навыки исследовательской деятельности учащихся целенаправленно, поэтапно и непрерывно, используя для этой цели в образовательном процессе исследовательские технологии. Особое внимание при этом надо обратить на то, чтобы учащиеся осознавали важность и значимость исследовательской деятельности в своем обучении.

Задачи, стоящие перед нами решены, цель исследования достигнута, гипотеза получила частичное подтверждение. Для более точного подтверждения выдвинутой гипотезы необходимы дополнительные исследования, поскольку не удалось провести полностью все занятия с использованием предложенного комплекса заданий из-за недостатка времени.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Адамович К. А., Капуза А. В., Захаров А. Б., Фрумин И. Д. Основные результаты российских учащихся в международном исследовании читательской, математической и естественнонаучной грамотности PISA–2018 и их интерпретация / Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Институт образования. — М.: НИУ ВШЭ, 2019. — 28 с.
2. Баранова, Е.В. Как увлечь школьников исследовательской деятельностью / Е.В. Баранова, М.И. Зайкин // Математика в школе. — 2004. — № 2. — С. 7–10.
3. Богоявленская, Д.Б. Психология творческих способностей / Д.Б. Богоявленская. — М.: Педагогика, 2002.
4. Буваева, С. Альтернативное мышление – путь к творчеству / С. Буваева // Народное образование. — 1991. — № 7. — С. 24–27.
5. Войтенко, Л.И. Учебные исследования по математике в VI классе / Л.И. Войтенко // Математика в школе. — 2007. — № 10. — С. 16–20.
6. Войткевич, Н.Н. Элективная дифференциация как средство эффективной реализации профильного обучения / Н.Н. Войткевич // Профильная школа. — 2008. — № 4. — С. 22–24.
7. Волков, И.П. Приобщение школьников к творчеству: Из опыта работы / И.П. Волков. — М.: Просвещение, 1982.
8. Габайдулина, Л. Исследовательская деятельность и ИКТ / Л. Габайдулина // Народное образование. — 2007. — № 5. — С. 153–157.
9. Головкин, О. Научно-практическая деятельность школьников / О. Головкин // Народное образование. — 2003. — № 3. — С. 248–254.
10. Гончарова, Г. Кому доверим одаренных? / Г. Гончарова, С. Поняева, М. Антощук // Народное образование. — 1996. — № 8. — С. 94–98.

11. Дубов, В.М. Развитие творческих способностей старшеклассников на уроках информатики / В.М. Дубов // Профильная школа. – 2006. – № 6. – С. 13–16.
12. Зильберберг, Н.И. Приобщение к математическому творчеству / Н.И. Зильберберг. – Уфа: Башкирское книжное издательство, 1988.
13. Иванов, Г. Готовим юных исследователей / Г. Иванов // Народное образование. – 1999. – № 6. – С. 69–71.
14. Кедров, Б. О творчестве в науке и технике / Б. Кедров. – М.: Мол. гвардия, 1987.
15. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. [Электронный ресурс]: URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_156618/3f0c2ce94c2946a821d9a52987a9516f5eac89ee/
16. Кузнецов, И.Н. Научное исследование: методика проведения и оформление / И.Н. Кузнецов – М.: Дашков и К°, 2004.
17. Куров, И.Е. Научные исследования и учебный процесс / И.Е. Куров, А.А. Касьян // Высшее образование в России. – 1994. – № 2. – С. 38.
18. Леонтович, А.В. Концептуальные основания моделирования организации исследовательской деятельности учащихся / А.В. Леонтович // Исследовательская работа школьников. – 2006. – № 4. – С. 24–36.
19. Маркова, В.И. Развитие исследовательской культуры учителя при подготовке к организации профильного обучения в школе / В.И. Маркова // Профильная школа. – 2007. – № 5. – С. 15–20.
20. Меерович, М. Широкие возможности ТРИЗ / М. Меерович, Л. Шрагина // Народное образование. – 1997. – № 9. – С. 49–51.
21. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Алгебра. 7 класс. Учебник М.: 2019. – 272 с.
22. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Алгебра. 8 класс. Учебник М.: 2019. – 256 с.

23. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.; под ред. Подольского В.Е. Геометрия. 7 класс. Учебник М.: 2019. – 192 с.
24. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.; под ред. Подольского В.Е. Геометрия. 8 класс. Учебник М.: 2019. – 208 с.
25. Мухина, В. Психологический смысл исследовательской деятельности для развития личности / В. Мухина // Народное образование. – 2006. – № 7. – С. 123–127.
26. Неустроев, Г. Творим по мере наших сил / Г. Неустроев // Народное образование. – 2008. – № 10. – С. 9–29.
27. Никольский С.М., Потапов М.К. Алгебра. 7 класс. Учебник. и др. М.: 2013. - 287 с.
28. Обухов, А. Развитие исследовательской деятельности учащихся / А. Обухов // Народное образование. – 2004. – № 2. – С. 146–148.
29. Обухов, А.С. Исследовательская позиция личности / А.С. Обухов // Исследовательская работа школьников. – 2006. – № 1. – С. 34–38.
30. Ожегов, С.И. Толковый словарь русского языка / Российская академия наук. Институт русского языка им. В.В. Виноградова – 4-е изд., дополнение. – М.: Азбуковшек, 1999.
31. Рогова, И.А. Исследовательская работа обучающихся в рамках школьного образования / И.А. Рогова // Профильная школа. – 2008. – № 5. – С. 14–19.
32. Рождественская, И.В. Система работы по интеллектуально-творческому развитию детей / И.В. Рождественская // Исследовательская работа школьников. – 2006. – № 1. – С. 61–75.
33. Сальникова, Т.П. Исследовательская деятельность студентов / Т.П. Сальникова. – М.: ТЦ Сфера, 2005.
34. Сластенин, В.А. Методологическая культура учителя / В.А. Сластенин // Сов. педагогика. – 1990. – № 7. – С. 82–88.

35. Федеральны́й Государственный Образовательный Стандарт.
[Электронный ресурс]: URL:
http://www.stupeni15.edusite.ru/DswMedia/_file_doc_fgос_оо.pdf
36. Юрчук, В.В. Современный словарь по психологии / Составитель В.В. Юрчук. – Мн.: Элайда, 2000.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение №1

Анкета для учителей Мотыгинского района

Уважаемые коллеги! Выберите один или несколько вариантов, если Вы согласны с данными утверждениями.

- Исследовательская деятельность на уроках математики является необходимостью;
- Для продуктивного вовлечения обучающихся в исследовательскую деятельность отсутствует методическое обеспечение;
- На организацию урока с элементами исследовательской деятельности тратится большое количество времени;
- Большинство имеющихся заданий исследовательского характера не связаны с усвоением изучаемого материала.

Комплекс заданий

7 класс. Алгебра

«Линейные уравнения с одной переменной»

Уровень А

Задание 1.7.А Придумайте два уравнения с целыми коэффициентами, имеющие корень:

- 1) -2,8;
- 2) $3\frac{14}{17}$;
- 3) -0,365;
- 4) 114.

Задание 2.7.А Скорость течения реки 3 км/ч, а собственная скорость катера – 18 км/ч. Какие величины можно найти по этим данным?

Задание 3.7.А Придумайте такое линейное уравнение, у которого:

- 1) есть одно решение;
- 2) есть несколько решений;
- 3) решения не существует.

На основании этого сделайте вывод: от чего зависит существование решений?

Уровень Б

Задание 4.7.А Подготовьте доклад на 5-7 минут по теме «Методы решения уравнений в странах Древнего мира». Рекомендуемые источники:

- 1) Происхождение уравнений. [Электронный ресурс] URL: https://урок.рф/library_kids/proishozhdenie_uravnenij_070127.html.

Задание 5.7.А Подготовьте презентацию по теме «Математические загадки в произведениях Льюиса Кэррола». Рекомендуемые источники:

- 1) Коллекция задач из произведений Льюиса Кэррола. [Электронный ресурс] URL: <https://pandia.ru/text/81/528/97117.php>.
- 2) Приключения Алисы в алгебре. [Электронный ресурс] URL: <https://dev.by/news/priklyucheniya-alisy-v-algebre-otvety-na-zagadki-strany-chudes>.

«Целые выражения»

Уровень А

Задание 6.7.А Представьте число -30 в виде суммы двух отрицательных чисел так, чтобы слагаемые были:

- 1) целыми числами;
- 2) десятичными дробями;
- 3) смешанными числами.

Задание 7.7.А Представьте число -12 в виде суммы двух чисел с разными знаками так, чтобы слагаемые были:

- 1) целыми числами;
- 2) десятичными дробями;
- 3) смешанными числами.

Задание 8.7.А Исследуйте, как древнегреческий учёный Евклид (III в. до н. э.) доказывал формулы квадрата суммы и квадрата разности геометрически. Попробуйте и Вы доказать их с помощью рисунка.

Задание 9.7.А Придумайте задание для одночленов $15a^2$ и $5a^2$.

Уровень Б

Задание 10.7.А Оформите плакат по теме «Сокращенные формулы умножения».

Задание 11.7.А Презентуйте занимательные факты из жизни великих математиков «А знаете ли вы, что...».

Задание 12.7.А Приготовьте доклад на тему «Симметрия в алгебре. Симметрические многочлены». Рекомендуемые источники:

- 1) Симметрия в алгебре. [Электронный ресурс] URL: https://math.ru/lib/files/pdf/Bolt-Vil_Symmetry.pdf.
- 2) Симметричный полином. [Электронный ресурс] URL: https://ru.qwe.wiki/wiki/Symmetric_polynomial.

«Функции»

Уровень А

Задание 13.7.А Пользуясь определениями «зависимая переменная» и «независимая переменная» из учебника, приведите по 3 примера функциональных зависимостей и укажите, что является зависимой, а что независимой переменными.

Задание 14.7.А Измеряйте температуру воздуха в течение недели, начиная с понедельника, в одно и то же время. Составьте график зависимости температуры воздуха от дня недели и найдите:

- 1) какая была самая высокая температура и в какой день недели?
- 2) какая была самая низкая температура и в какой день недели?
- 3) в течение какого промежутка времени температура повышалась?
- 4) в течение какого промежутка времени температура понижалась?

Составьте по графику таблицу изменения температуры воздуха в течение недели каждые сутки.

Задание 15.7.А На координатной плоскости нарисуйте рисунок. Последовательно укажите координаты каждой точки в узлах клетки.

Уровень Б

Задание 16.7.А Подготовьте презентацию по теме «Животные на координатной плоскости».

Задание 17.7.А Приготовьте доклад на 5-7 минут по теме «Свойства функций в пословицах и поговорках». Рекомендуемые источники:

1. Свойства функций. [Электронный ресурс] URL:
<https://www.bestreferat.ru/referat-398352.html>

«Системы линейных уравнений с двумя переменными»

Уровень А

Задание 18.7.А Придумайте такую систему линейных уравнений с двумя переменными, у которой:

- 1) есть одно решение;
- 2) есть несколько решений;
- 3) решения не существует.

На основании этого сделайте вывод: от чего зависит существование решений?

Задание 19.7.А Придумайте задачу, которую можно решить с помощью системы линейных уравнений с двумя переменными.

Уровень Б

Задание 20.7.А Приготовьте доклад на 5-7 минут по теме «Аналитические методы решения систем уравнений».

Задание 21.7.А Составьте кроссворд, используя основные понятия темы «Системы линейных уравнений с двумя переменными».

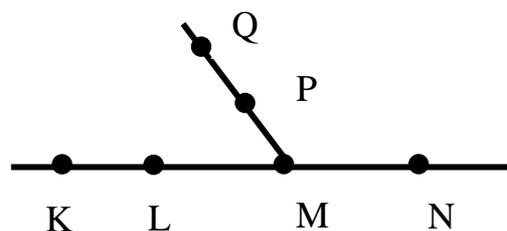
7 класс. Геометрия

«Простейшие геометрические фигуры и их свойства»

Уровень А

Задание 1.7.Г. На рисунке обозначены точки К, L, M, N, P, Q. Используя только эти точки, сколькими способами можно обозначить:

- 1) прямую KL;
- 2) отрезок MN;
- 3) луч NM;
- 4) угол \sphericalangle NMF?



Задание 2.7.Г. Отрезок, длина которого равна X , разделили на 10 равных частей. Чему равно расстояние от середины третьего отрезка до середины седьмого отрезка?

Задание 3.7.Г. Три прямые пересекаются в одной точке. Градусную меру скольких углов необходимо знать, чтобы можно было найти величины остальных углов?

Уровень Б

Задание 4.7.Г. Подготовьте кроссворд на тему «Простейшие геометрические фигуры и их свойства», используя изученные понятия.

Задание 5.7.Г. Подготовьте презентацию на тему «Логические задачи для определения количества геометрических фигур».

«Треугольник»

Уровень А

Задание 6.7.Г. В двух равнобедренных треугольниках есть пара равных тупых углов и пара равных острых. Верно ли, что треугольники равны? Если утверждение верно, докажите его. Если неверно, приведите опровергающий пример.

Задание 7.7.Г. Найдите углы треугольника, если один из них на 30° меньше суммы двух других.

Задание 8.7.Г. Точки K, L, M, N лежат на одной прямой в указанном порядке, причём $KL=LM=MN$. Существует ли такая точка C , что $\sphericalangle KCL = \sphericalangle LCM = \sphericalangle MCN$?

Уровень Б

Задание 9.7.Г. Оформите доклад с презентацией на тему «В мире треугольников». Рекомендуемые источники:

1. Видеоурок. [Электронный ресурс] URL:
<https://videouroki.net/razrabotki/mir-triughol-nikov.html>

Задание 10.7.Г. Придумайте ребусы по теме «Треугольник».

«Параллельные прямые. Сумма углов треугольника»

Уровень А

Задание 11.7.Г. Можно ли расположить на плоскости девять прямых так, чтобы каждая из них пересекалась ровно с N прямыми:

- 1) $N=6$;
- 2) $N=7$;
- 3) $N=8$.

Задание 12.7.Г. Найдите сумму углов:

- 1) четырёхугольника;
- 2) пятиугольника.

Какой вывод можно сделать?

Уровень Б

Задание 13.7.Г. Представьте для одноклассников в творческой форме результаты исследования по теме: «Игры-головоломки Севера».

Задание 14.7.Г. Подготовьте реферат по теме «Леонардо да Винчи – художник и математик». Рекомендуемые источники:

- 1) Википедия. [Электронный ресурс] URL:
https://ru.wikipedia.org/wiki/Леонардо_да_Винчи.
- 2) Гид по Италии. [Электронный ресурс] URL:
<https://yandex.ru/turbo/s/italy4.me/izvestnye-lyudi/leonardo-da-vinci.html>.

«Окружность и круг. Геометрические построения»

Уровень А

Задание 15.7.Г. В какой треугольник можно вписать окружность? Можно ли вписать несколько окружностей? Где будет находиться центр?

Задание 16.7.Г. Сколько общих касательных могут иметь две окружности? Рассмотрите все случаи.

Уровень Б

Задание 17.7.Г. Напишите эссе на тему «Геометрия вокруг нас».

Задание 18.7.Г. Подготовьте презентацию по теме «Геометрическая иллюзия и обман зрения». Рекомендуемые источники:

1. Геометрические иллюзии. [Электронный ресурс] URL: <http://www.zaesenok.ru/rubriki/za-stranitsami-uchebnika/28-7-klass/97-geometricheskie-illyuzii>
2. Иллюзии геометрических фигур. [Электронный ресурс] URL: <https://school-herald.ru/ru/article/view?id=685>

8 класс. Алгебра

«Рациональные выражения»

Уровень А

Задание 1.8.А. На сторонах квадрата записаны четыре натуральных числа. В каждой вершине квадрата записано число, равное произведению чисел, записанных на сторонах, для которых эта вершина является общей. Сумма чисел, записанных в вершинах, равна 55. Найдите сумму чисел, записанных на сторонах квадрата.

Задание 2.8.А. Даны степени a^{-3} , $8a^{-3}$, a^9 , $27a^3$. Составьте 3 задания, используя эти выражения.

Уровень Б

Задание 3.8.А. Подготовьте доклад на 5-7 минут по теме «Рациональные числа». Рекомендуемые источники:

1. Рациональные числа. [Электронный ресурс] URL: <https://zaochnik.com/spravochnik/matematika/dejstvitelnye-ratsionalnye-irrationalnye-chisla/ratsionalnye-chisla/>.

Задание 4.8.А. Подготовьте презентацию по теме «Война с ОДЗ». Рекомендуемые источники:

1. Область допустимых значений. [Электронный ресурс] URL: <https://zaochnik.com/spravochnik/matematika/vyrazhenija/oblast-dopustimyh-znachenij-odz/>.

2. Википедия. [Электронный ресурс] URL:
https://ru.wikipedia.org/wiki/Область_значений_функции.

«Квадратные корни. Действительные числа»

Уровень А

Задание 5.8.А. Верно ли утверждение, что при любом натуральном n значение выражения $(5n+7)^2-(n-1)^2$ делится нацело на 48?

Задание 6.8.А. Решите задачу из учебника «Арифметика» Магницкого. Двенадцать людей несут 12 хлебов. Каждый мужчина несёт по 2 хлеба, женщина – по половине хлеба, а ребёнок – по четверти хлеба. Сколько было мужчин, женщин и детей?

Уровень Б

Задание 7.8.А. Подготовьте доклад на 5-7 минут по теме «Строим графики сложных функций». Рекомендуемые источники:

1. Графики сложных функций. [Электронный ресурс] URL: <https://school-science.ru/7/7/40611>.

Задание 8.8.А. Проведите исследование частоты употребления букв русского языка в текстах.

«Квадратные уравнения»

Уровень А

Задание 9.8.А. Придумайте 2 квадратных уравнения, решения которых совпадали бы с решением уравнения: $6x^2+7x-5=0$

Задание 10.8.А. Докажите, что если старший коэффициент и свободный член квадратного уравнения имеют разные знаки, то уравнение имеет два корня.

Задание 11.8.А. Решите старинную индийскую задачу:

На две партии разбившись,

Забавлялись обезьяны.

Часть восьмая их в квадрате

В роще весело резвилась.
А двенадцать по лианам
Стали прыгать, повисая.
Сколько было обезьянок,
Ты скажи мне, в этой стае?

Уровень Б

Задание 12.8.А. Подготовьте доклад на 5-7 минут по теме «Франсуа Виет и его теорема». Рекомендуемые источники:

1. Википедия. [Электронный ресурс] URL:
https://ru.wikipedia.org/wiki/Виет,_Франсуа.

Задание 13.8.А. Подготовьте презентацию по теме «10 способов решения квадратных уравнений».

8 класс. Геометрия

«Четырёхугольники»

Уровень А

Задание 1.8.Г. Сформулируйте и докажите свойства и признаки квадрата.

Задание 2.8.Г. Что общего у этих геометрических фигур: ромб, параллелограм. Составьте таблицу.

Задание 3.8.Г. Сколько в выпуклом n -угольнике может быть острых углов?

Уровень Б

Задание 4.8.Г. Подготовьте доклад на 5-7 минут по теме «Деление стороны квадрата в заданном отношении путём складывания».

Задание 5.8.Г. Создайте классификацию четырёхугольников, оформив работу на плакате.

«Подобие треугольников»

Уровень А

Задание 6.8.Г. Два треугольника подобны с коэффициентом k . Найдите

- 1) отношение их периметров;
- 2) отношение их площадей.

Что можно сказать об их соответствующих медианах, высотах, биссектрисах?

Задание 7.8.Г. Могут ли два треугольника быть не равны, если две стороны и три угла одного из них равны каким-то двум сторонам и трём углам другого?

Задание 8.8.Г. Придумайте задачу по данной конструкции. В треугольнике проведена прямая, параллельная одной из его сторон и делящая его на две равновеликие фигуры.

Уровень Б

Задание 9.8.Г. Исследуйте видовой состав и размеры деревьев на пришкольном участке математическими методами.

Задание 10.8.Г. Подготовьте презентацию по теме «Геометрия в зимних олимпийских видах спорта».

«Решение прямоугольных треугольников»

Уровень А

Задание 11.8.Г. Дан отрезок, равный 1. С помощью циркуля и линейки постройте отрезки, равные $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.

Задание 12.8.Г. Ромб задан своими диагоналями. Найдите всё, что можно в нем найти.

Задание 13.8.Г. Сформулируйте теорему Пифагора, используя понятия: прямоугольник, его стороны и диагональ.

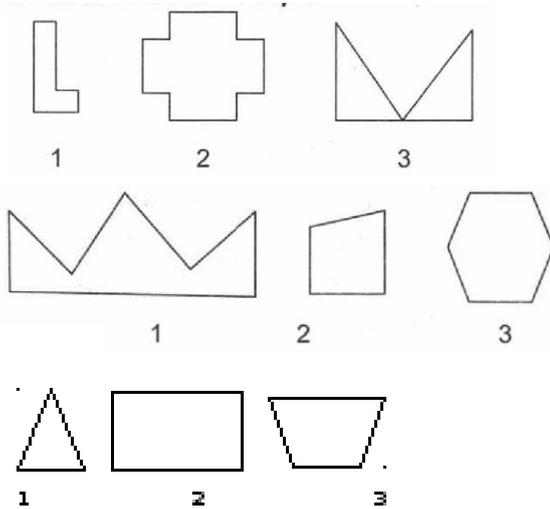
Уровень Б

Задание 14.8.Г. Подготовьте презентацию на одну из тем «Великая и могучая теорема Пифагора», «Загадочные тайны теоремы Пифагора».

Уровень А

Задание 15.8.Г. Найдите площадь правильного шестиугольника со стороной k .

Задание 16.8.Г. Укажите лишнюю фигуру и аргументируйте свой выбор.



Уровень Б

Задание 17.8.Г. Придумайте ребусы по теме «Многоугольник».

Задание 18.8.Г. Подготовьте презентацию на одну из тем «Шутка гениев: флексагон», «Параллелограмм Вариньона». Рекомендуемые источники:

1. Флексагон. [Электронный ресурс] URL: <https://www.popmech.ru/science/9331-shutka-geniev-fleksagon/>.
2. Параллелограмм Вариньона. [Электронный ресурс] URL: <https://foxford.ru/wiki/matematika/parallelogramm-varinona>.