

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования  
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им.  
В.П. АСТАФЬЕВА»  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики  
Выпускающая кафедра: Математики и методики обучения математике

**Жибинова Валентина Дмитриевна**  
ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ И СПОСОБОВ РЕШЕНИЯ КВАДРАТНЫХ  
УРАВНЕНИЙ ПОСРЕДСТВОМ МЕНТАЛЬНЫХ КАРТ ПРИ ОБУЧЕНИИ  
АЛГЕБРЕ В 8 КЛАССЕ**

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя  
профилями подготовки)

Направленность (профиль) образовательной программы: математика и  
информатика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой д.п.н., профессор Шкерина Л.В.

28.05.2020



(дата, подпись)

Руководитель: к.ф.-м.н., доцент каф. МиМОМ

Калачева С.И.



Дата защиты 30.06.2020

Обучающийся: Жибинова В.Д.



Оценка

прописью

Красноярск 2020

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

Введение .....	3
Глава I. ТЕМА «КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ.....	6
§1.1. Квадратные уравнения, их роль и место в школьном курсе математики.....	6
§1.2. Структура умения решения квадратных уравнений .....	15
§1.3. Ментальные карты в обучении школьников .....	19
Глава II. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО СИСТЕМАТИЗАЦИИ ЗНАНИЙ ШКОЛЬНИКОВ ПО РЕШЕНИЮ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ МЕНТАЛЬНЫХ КАРТ .....	26
§2.1. Исследования актуального уровня сформированности умения решения квадратных уравнений обучающихся 8 класса .....	26
§2.2. Анализ результатов диагностики сформированности умения решения квадратных уравнений.....	36
§2.3. Методические рекомендации по применению ментальных карт при систематизации знаний обучающихся 8 класса по решению квадратных уравнений .....	40
Заключение .....	53
Библиографический список.....	55
Приложение 1 .....	59

## Введение

Обучение школьников решению квадратных уравнений является актуальным в современном мире, так как квадратные уравнения широко используются в различных разделах математики, в решении важных прикладных задач. Для этой темы характерна большая глубина изложения и богатство устанавливаемых с ее помощью связей в обучении, логическая обоснованность содержания. Поэтому она занимает исключительное положение в линии уравнений.

**Актуальность** работы заключается в том, что решение квадратных уравнений требуется во многих заданиях, предусмотренных учебной программой. С одной стороны, ученики в школе отрабатывают навыки нахождения корней квадратного уравнения. С другой стороны, не все ученики усваивают эти навыки сразу. В дальнейшем при решении различных задач с применением квадратных уравнений у них возникают трудности. Конечно, со временем ученики усваивают и отрабатывают навыки нахождения корней, но упускает в это время другие важные знания и умения. Поэтому для успешного формирования умения решения квадратных уравнений у учеников необходимо разработать методические приемы, которые позволят повысить эффективность обучения.

В настоящее время актуальна проблема активизации учебной деятельности школьников. Важная роль в процессе обучения отводится визуализации учебной информации. Визуализация способствует усвоению информации, активизации учебной и познавательной деятельности, развитию критического мышления. Одним из средств визуализации является использование ментальных карт. Ментальные карты наглядно демонстрируют логические и содержательные связи учебного материала, формируют и развивают зрительное восприятие, образное представление знаний и учебных действий.

В связи со сказанным выше была определена **гипотеза исследования:** уровень умения решения квадратных уравнений у обучающихся 8 класса невысок и требует систематизации знаний и умений по теме.

**Объект исследования:** процесс обучения школьников решению квадратных уравнений.

**Предмет исследования:** возможности систематизации знаний и умений по теме «Решение квадратных уравнений» с применением ментальных карт.

**Целью** работы является разработка рекомендаций систематизации знаний и умений по теме «Решение квадратных уравнений» у обучающихся 8 класса с помощью ментальных карт.

**Задачи:**

1. Описать содержание, объем и место темы «Квадратные уравнения» в школьном курсе математики;
2. Определить содержания умения решения квадратных уравнений и уровни их сформированности;
3. Составить программу диагностики уровня сформированности умения решения квадратных уравнений;
4. Провести эксперимент по определению актуального уровня сформированности умения решения квадратных уравнений у обучающихся 8 класса.
5. Разработать рекомендации по формированию умения решения квадратных уравнений с применением ментальных карт.

**Область применения результатов работы:** диагностика умения решать квадратные уравнения, систематизация знаний и умений по теме «Решение квадратных уравнений» с использованием ментальных карт.

В процессе работы были использованы следующие методы исследования:

- Теоретический: анализ и обобщение.

- Эмпирический: изучение и анализ психолого-педагогической литературы.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованной литературы и приложения.

## Глава I. ТЕМА «КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

### §1.1. Квадратные уравнения, их роль и место в школьном курсе математики

Обучение школьников решению квадратных уравнений является актуальным в современном мире, так как квадратные уравнения широко используются в различных разделах математики и физики, в решении важных прикладных задач. Для этой темы характерна большая глубина изложения и богатство устанавливаемых с ее помощью связей в обучении.

Обучающиеся уже в 5 классе получают первоначальные сведения о простейших квадратных уравнениях при решении задач на нахождение стороны квадрата по заданной его площади.

В курсе алгебры 7-9 классов квадратному трехчлену уделяется достаточно много времени. Это «Квадратичная функция» и «Квадратные уравнения» в 8 классе, «Квадратные неравенства» в 9 классе.

В 7 классе квадратный трехчлен встречается при изучении темы «Разложение многочленов на множители с помощью комбинации различных приемов». Обучающиеся знакомятся с неполными квадратными уравнениями. Перед тем как перейти к данной теме обучающиеся должны закрепить свои знания по решению уравнений с одним неизвестным, знать свойства степени с натуральным показателем и уметь раскладывать многочлен на множители.

В курсе алгебры 8 класса квадратному трехчлену уделяется достаточно большое внимание. «Графическое решение квадратных уравнений», «Формулы корней квадратного уравнения», «Решение рациональных уравнений методом введения новой переменной», «Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций», «Теорема Виета», «Иррациональные уравнения», «Решение квадратных неравенств». Во всех вышеперечисленных темах основным умением является решение квадратного уравнения. В результате изучения курса

каждый обучающийся должен уметь: решать квадратные уравнения и уравнения, сводящиеся к ним, используя приемы и формулы для решения различных видов квадратных уравнений, графический способ решения уравнений; задачи, сводящиеся к решению квадратных уравнений.

В курсе алгебры 9 класса умение быстро и правильно решать квадратные уравнения играет огромную роль. Ниже перечислим темы, в которых фактически одним из основных является умение решать квадратные уравнения, способ решения которых вправе выбирать каждый ученик, основываясь на своих предпочтениях. Это «Линейные и квадратные неравенства», «Рациональные неравенства», «Множества и операции над ними», «Системы неравенств», «Рациональные уравнения с двумя переменными», «Системы уравнений с двумя переменными», «Неравенства и системы неравенств с двумя переменными», «Системы уравнений как математические модели реальных ситуаций», «Числовые функции», «Прогрессии». Практически весь курс 9 класса «пропитан» квадратными уравнениями. [2, 19]

Предметными результатами по математике основного общего образования является [27]:

- умение решать квадратные уравнения, и приводимые к ним уравнения с помощью выделения полного квадрата, применяя формулу корней и используя теорему Виета;
- применение графических представлений для решения и исследования уравнений, неравенств, систем;
- применение полученных знаний и умений для решения задач по математике и другим предметам.

В заданиях ОГЭ и ЕГЭ квадратные уравнения и неравенства встречаются в каждой части экзаменационной работы. [25, 31, 32]

Для изучения данной темы были проанализированы современные школьные учебники по алгебре 8 классов разных авторов, таких как А.Г. Мордкович (2019 г.), Ю.Н. Макарычев (2019 г.), А.Г. Мерзляк (2018 г.) (Приложение 1).

Во всех современных школьных учебниках алгебры методическая линия изучения квадратных уравнений практически одинакова. В конце учебника под ред. Ю.Н. Макарычева дается историческая справка, а в других учебниках этого нет.

В учебниках следующим образом формулируются основные понятия и теоремы.

Квадратным уравнением называют уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $x$  – переменная,  $a, b, c$  – некоторые числа, причем  $a \neq 0$ . [20]

Многочлен  $ax^2 + bx + c$  называют квадратным трехчленом. [21]

Числа  $a, b$  и  $c$  называют коэффициентами квадратного уравнения. Число  $a$  называют *первым* или *старшим коэффициентом*, число  $b$  – *вторым коэффициентом*, число  $c$  – *свободным членом*.

Квадратное уравнение, первый коэффициент которого равен 1 называют приведенным. [20]

Квадратное уравнение называют неприведенным, если его старший коэффициент отличен от 1.

Полное квадратное уравнение — это квадратное уравнение, в котором присутствуют все три слагаемых; иными словами, это уравнение, у которого коэффициенты  $b$  и  $c$  отличны от нуля. [23]

Если в квадратном уравнении  $ax^2 + bx + c = 0$  хотя бы один из коэффициентов  $b$  или  $c$  равен нулю, то такое уравнение называют неполным квадратным уравнением.

Существует три вида неполных квадратных уравнений:

- 1) при  $b = c = 0$  имеем:  $ax^2 = 0$ ;
- 2) при  $c = 0$  и  $b \neq 0$  имеем:  $ax^2 + bx = 0$ ;
- 3) при  $b = 0$  и  $c \neq 0$  имеем:  $ax^2 + c = 0$ .

[20]

Корнем квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$  называют всякое значение переменной  $x$ , при котором квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  обращается в нуль; такое значение переменной  $x$  называют также корнем квадратного трехчлена.

Выражение  $b^2 - 4ac$  обозначают буквой  $D$  и называют дискриминантом квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$  (или дискриминантом квадратного трехчлена  $ax^2 + bx + c$ ). [23]

Если  $D < 0$ , то квадратное уравнение корней не имеет.

Если  $D = 0$ , то квадратное уравнение имеет один корень  $x = \frac{-b}{2a}$ .

Если  $D > 0$ , то квадратное уравнение имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}. \quad [20]$$

*Теорема 1.* Если квадратный трехчлен не имеет корней, то его нельзя разложить на линейные множители. [23]

*Теорема Виета.* Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену

$$x_1 + x_2 = -p, x_1 \cdot x_2 = q.$$

*Теорема, обратная теореме Виета.* Если числа  $m$  и  $n$  таковы, что их сумма равна  $-p$ , а произведение равно  $q$ , то эти числа являются корнями уравнения  $x^2 + px + q = 0$ . [18]

В учебнике под редакцией А.Г. Мордкович предлагаются задания трех уровней: устные, средней трудности и повышенной трудности. Для второго и третьего уровней в конце учебника имеются ответы для заданий, что позволяет ученикам проверить правильность выполнения заданий и оценить свои знания. А в учебнике под редакцией Ю.Н. Макарычева присутствуют упражнения обязательного уровня, повышенной трудности и упражнения для повторения, а также специальные задания для работы в парах, которые способствуют

формированию коммуникативных УУД. Также как и в рассмотренных учебниках, в учебнике под редакцией А. Г. Мерзляка присутствует достаточный подбор заданий и для отработки навыков, и для творческих работ. Упражнения начинаются с легких и заканчиваются в теме достаточно сложными заданиями. Легкие задания помогают закрепить знания. Сложные задачи помогают развить аналитическое мышление и готовиться к экзаменам и олимпиадам.

Из всех рассмотренных учебников я бы отдала предпочтению учебнику под редакцией А.Г. Мерзляка, так как в нем информация излагается доступным и понятным языком, сопровождается примерами решения задач, удачно подобраны задания разных уровней, также присутствует в конце главы задания в тестовой форме на проверку усвоения знаний по пройденному материалу. Каждый параграф содержит не только достаточный объем теоретического материала, а также и большое количество подробно разобранных заданий и решений, что позволяет ученикам при необходимости самостоятельно изучить данную тему. Все что, необходимо знать ученикам выделяется в тексте учебника жирным текстом и курсивом. В конце каждой главы подводятся итоги, и выносятся основной теоретический материал по теме.

Обобщение способов деятельности учащихся при решении квадратных уравнений происходит постепенно. Можно выделить следующие этапы при изучении темы «Квадратные уравнения»:

I этап – «Решение неполных квадратных уравнений».

II этап – «Решение полных квадратных уравнений».

III этап – «Решение приведенных квадратных уравнений».

На первом этапе рассматриваются неполные квадратные уравнения. Так как сначала математики научились решать неполные квадратные уравнения, поскольку для этого не пришлось, как говорится, ничего изобретать. Это уравнения вида:  $ax^2 = 0$ ,  $ax^2 + c = 0$ , где  $c \neq 0$ ;  $ax^2 + bx = 0$ , где  $b \neq 0$ . Рассмотрим решение несколько таких уравнений:

1. Если  $ax^2 = 0$ . Уравнения такого вида решаются по алгоритму:

1) найти  $x^2$ ;

2) найти  $x$ .

Например,  $5x^2 = 0$ . Разделив обе части уравнения на 5 получается:  $x^2 = 0$ , откуда  $x = 0$ .

2. Если  $ax^2 + c = 0$ , где  $c \neq 0$ . Уравнения данного вида решаются по алгоритму:

1) перенести слагаемые без переменной, т.е.  $c$  в правую часть;

2) найти все числа, у которых квадраты равны числу  $c$ .

Например,  $x^2 - 5 = 0$ , это уравнение равносильно уравнению  $x^2 = 5$ . Следовательно, необходимо найти все числа, квадраты у которых равны числу 5. Таких чисел только два  $\sqrt{5}$  и  $-\sqrt{5}$ . Из этого следует, что уравнение  $x^2 - 5 = 0$  имеет два корня:  $x_1 = \sqrt{5}, x_2 = -\sqrt{5}$  и других корней не имеет.

3. Если  $ax^2 + bx = 0$ , где  $b \neq 0$ . Уравнения такого вида решаются по алгоритму:

1) вынести общий множитель за скобки;

2) найти  $x_1, x_2$ .

Например,  $x^2 - 3x = 0$ . Перепишем уравнение  $x^2 - 3x = 0$  в виде  $x(x - 3) = 0$ . Это уравнение имеет, очевидно, корни:  $x_1 = 0, x_2 = 3$ . Других корней оно не имеет, так как если в него подставить вместо  $x$  любое число, отличное от нуля и 3, то в левой части уравнения  $x(x - 3) = 0$  получится число, не равное нулю.

Таким образом, данные примеры показывают, как решаются неполные квадратные уравнения:

1) если уравнение имеет вид  $ax^2 = 0$ , то оно имеет один корень  $x = 0$ ;

2) если уравнение имеет вид  $ax^2 + bx = 0$ , то используется метод разложения на множители:  $x(ax + b) = 0$ ; значит, либо  $x = 0$ , либо  $ax + b$ . В итоге получается два корня:  $x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$ ;

3) если уравнение имеет вид  $ax^2 + c = 0$ , то его следует преобразовать к

виду  $ax^2 = -c$  и далее  $x^2 = -\frac{c}{a}$ . В случае, когда  $-\frac{c}{a} < 0$ , уравнение  $x^2 = -\frac{c}{a}$  не имеет корней (значит, не имеет корней и исходное уравнение  $ax^2 + c = 0$ ). В случае, когда  $-\frac{c}{a} > 0$ , т.е.  $-\frac{c}{a} = m$ , где  $m > 0$ , уравнение  $x^2 = m$  имеет два корня  $x_1 = \sqrt{m}$ ,  $x_2 = -\sqrt{m}$ , (в этом случае допускается более короткая запись  $x_{1,2} = \pm\sqrt{m}$ ).

Итак, неполное квадратное уравнение может иметь два корня, один корень, ни одного корня.

На втором этапе осуществляется переход к решению полного квадратного уравнения. Это уравнения вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $a, b, c$  – заданные числа,  $a \neq 0$ ,  $x$  – неизвестное.

Любое полное квадратное уравнение можно преобразовать к виду  $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ , для того, чтобы определять число корней квадратного уравнения и находить эти корни. Выражение  $b^2 - 4ac$  обозначают буквой  $D$  и называют дискриминантом квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ . Рассматриваются следующие случаи решения полных квадратных уравнений:  $D < 0$ ,  $D = 0$ ,  $D > 0$ .

1. Если  $D < 0$ , то квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  не имеет действительных корней.

Например,  $2x^2 + 4x + 7 = 0$ . Решение: здесь,  $a = 2$ ,  $b = 4$ ,  $c = 7$ .

$$D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = 16 - 56 = -40.$$

Так как  $D < 0$ , то данное квадратное уравнение не имеет корней.

2. Если  $D = 0$ , то квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  имеет один корень, который находится по формуле  $x = \frac{-b}{2a}$ .

Например,  $4x^2 - 20x + 25 = 0$ . Решение:  $a = 4$ ,  $b = -20$ ,  $c = 25$ .

$$D = b^2 - 4ac = (-20)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 25 = 400 - 400 = 0.$$

Так как  $D = 0$ , то данное уравнение имеет один корень. Этот корень находится по формуле  $x = \frac{-b}{2a}$ . Значит,  $x = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$ .

3. Если  $D > 0$ , то квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  имеет два корня,

которые находятся по формулам:  $x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}; x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$  (1)

Например,  $3x^2 + 8x - 11 = 0$ . Решение:  $a = 3, b = 8, c = -11$ .  $D=b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-11) = 64 + 132 = 196$ .

Так как  $D > 0$ , то данное квадратное уравнение имеет два корня. Эти корни находятся по формулам (1):

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{-8+\sqrt{196}}{2 \cdot 3} = 1;$$

$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{-8-\sqrt{196}}{2 \cdot 3} = -\frac{11}{3}.$$

Составляется алгоритм решения уравнения вида  $ax^2 + bx + c = 0$ .

1. Вычислить дискриминант  $D$  по формуле  $D = b^2 - 4ac$ .
2. Если  $D < 0$ , то квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  не имеет корней.
3. Если  $D = 0$ , то квадратное уравнение имеет один корень, который находится по формуле  $\frac{-b}{2a}$ .

4. Если  $D > 0$ , то квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  имеет два корня:  $x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}; x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$ .

Этот алгоритм универсален, он применяется для решения как неполных, так и полных квадратных уравнений. Однако неполные квадратные уравнения обычно по этому алгоритму не решают.

Математики – люди практичные, экономные, поэтому пользуются формулой:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ . (2)

Таким образом, можно сделать вывод, что квадратные уравнения можно решать подробно, используя сформулированное выше правило; можно – записать сразу формулу (2) и с ее помощью делать необходимые выводы.

На третьем этапе рассматриваются приведенные квадратные уравнения, которые имеют вид  $x^2 + px + q = 0$  (3), где  $p$  и  $q$  – данные числа. Число  $p$  – коэффициент при  $x$ , а  $q$  – свободный член. Дискриминант уравнения равен:  $D = p^2 - 4q$ . Рассматривают 3 случая:

1.  $D > 0$ , тогда уравнение (3) имеет два корня, вычисляемые по формуле

$$x_{1,2} = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}. \quad (4)$$

2.  $D = 0$ , тогда уравнение (3) имеет единственный корень, или, как говорят, два совпадающих корня:  $x_{1,2} = \frac{-p}{2}$ .

3.  $D < 0$ , то уравнение не имеет корней. [22]

При изучении квадратных уравнений важным является рассмотрение теоремы Виета, которая утверждает наличие зависимости между корнями и коэффициентами приведенного квадратного уравнения.

*Теорема Виета.* Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Иначе говоря, если  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$ , то

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q. \quad (5)$$

Данные формулы называют формулами Виета в честь французского математика Ф.Виета (1540-1603), который ввел систему алгебраических символов, разработал основы элементарной алгебры. Он был одним из первых, кто числа стал обозначать буквами, что существенно развило теорию уравнений.

Например, приведенное уравнение  $x^2 - 7x + 10 = 0$  имеет корни 2 и 5. Сумма корней равна 7, а произведение равно 10. Видно, что сумма корней равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Справедлива также теорема, обратная теореме Виета.

*Теорема, обратная теореме Виета.* Если для чисел  $x_1, x_2, p, q$  справедливы формулы (5), то  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$ .

Теорема Виета и теорема, обратная ей, часто применяются при решении различных задач.

Например. Напишем приведенное квадратное уравнение, корнями которого являются числа 1 и -3.

По формулам Виета

$$-p = x_1 + x_2 = 1 - 3 = -2,$$

$$q = x_1 \cdot x_2 = 1 \cdot (-3) = -3.$$

Следовательно, искомое уравнение имеет вид  $x^2 + 2x - 3 = 0$ . [13]

Сложность освоения теоремы Виета связана с несколькими обстоятельствами. Прежде всего, требуется учитывать различие прямой и обратной теоремы. В прямой теореме Виета даны квадратное уравнение и его корни; в обратной — только два числа, а квадратное уравнение появляется в заключении теоремы. Учащиеся часто совершают ошибку, обосновывая свои рассуждения неверной ссылкой на прямую или обратную теорему Виета.

Например, при нахождении корней квадратного уравнения подбором ссылаться нужно на обратную теорему Виета, а не на прямую, как часто делают учащиеся. Для того чтобы распространить теоремы Виета на случай нулевого дискриминанта, приходится условиться, что в этом случае квадратное уравнение имеет два равных корня. Удобство такого соглашения проявляется при разложении квадратного трехчлена на множители

В общем, неполные и приведенные квадратные уравнения имеют разные алгоритмы решения, при изучении данной темы необходимо показать, что общая формула корней применима и для этих случаев. Обычно они изучаются перед выводом корней общего квадратного уравнения. В целом можно сказать, что освоение темы «Квадратные уравнения» поднимает учащихся на важную новую ступень овладения содержанием школьной математики. [22]

## **§1.2. Структура умения решения квадратных уравнений**

Считается, что обучающийся на высоком уровне при решении квадратных уравнений должен самостоятельно уметь приводить уравнение к стандартному

виду, выделять квадратные уравнения из остальных, обосновывать свой выбор, определять тип квадратного уравнения, алгоритм его решения и смочь самостоятельно его реализовать. При этом обучающийся должен самостоятельно определять ход своих действий, анализировать правильность решения, корректировать решение в случае обнаружения ошибок, применять алгоритмы к решению задач прикладных и задач повышенного уровня.

Рассмотрим подробнее каждое умение и посмотрим какие задания встречаются в учебнике по алгебре 8 класса А.Г. Мерзляка.

### 1. Приведение уравнения к стандартному виду.

Привести многочлен к стандартному виду — означает замену исходного многочлена на равный ему многочлен стандартного вида, который получен из исходного многочлена при помощи тождественных преобразований.

Для того, чтобы найти корни квадратного уравнения, первым делом необходимо привести уравнение к стандартному виду. Сделать это можно при помощи раскрытия скобок, приведения подобных слагаемых и переноса слагаемых из одной части уравнения в другую. В учебнике имеются задания такого типа, где необходимо решить уравнение, при этом нужно сначала привести уравнение к стандартному виду, применяя вышеописанный метод.

### 2. Определение квадратного уравнения.

Обучающиеся знакомятся со следующим определением: Квадратным уравнением называют уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $x$  — переменная,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  — некоторые числа, причем  $a \neq 0$ . Левая часть квадратного уравнения является многочленом второй степени. Поэтому квадратное уравнение еще называют уравнением второй степени. Число  $a$  называют первым или старшим коэффициентом, число  $b$  — вторым коэффициентом, число  $c$  — свободным членом.

Обучающимся в учебнике предлагаются задания, где требуется среди данных уравнений указать квадратные, а также указать старший коэффициент, второй коэффициент и свободный член. Еще есть несколько заданий, в которых ученикам необходимо составить квадратное уравнение по его описанию.

### 3. Определение типа квадратного уравнения.

Обучающиеся знакомятся с видами квадратных уравнений: полное, неполное, приведенное. В учебниках встречаются задания, в которых требуется найти при каком значении какой-нибудь переменной уравнение будет приведенным квадратным, неполным неприведенным квадратным, неполным приведенным квадратным.

### 4. Решение неполных квадратных уравнений.

Обучающиеся знакомятся с видами неполных квадратных уравнений и алгоритмами их решения. В учебнике для удобства понимания и запоминания материала по данной теме предлагается сравнительная таблица.

Таблица 1

Решение неполных квадратных уравнений

Коэффициенты уравнения $ax^2 + bx + c = 0$	Неполное квадратное уравнение	Корни
$b = c = 0$	$ax^2 = 0$	$x = 0$
$b \neq 0, c = 0$	$ax^2 + bx = 0$	$x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$
$b = 0, -\frac{c}{a} < 0$	$ax^2 + c = 0$	Корней нет
$b = 0, -\frac{c}{a} > 0$	$ax^2 + c = 0$	$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}}, x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$

В учебнике на отработку этого умения также присутствуют несколько разных заданий. В некоторых требуется указать имеет ли корни данное неполное квадратное уравнение, а в остальных необходимо решить неполное квадратное уравнение. Имеются задания на отработку умения решать каждого вида неполного квадратного уравнения.

### 5. Решение полных квадратных уравнений с помощью дискриминанта.

Для того, чтобы решить квадратное уравнение с помощью дискриминанта, необходимо вычислить дискриминант по формуле  $D = b^2 - 4ac$ , по его значению определить количество корней, затем найти корни уравнения по формуле.

Теорема 1. Если  $D < 0$ , то квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  не имеет корней.

Теорема 2. Если  $D = 0$ , то квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  имеет один корень, который находится по формуле  $x = \frac{-b}{2a}$ .

Теорема 3. Если  $D > 0$ , то квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  имеет два корня, которые находятся по формулам:  $x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$ ;  $x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$

В учебнике предлагается множество квадратных уравнений, которые необходимо обучающимся решить с помощью дискриминанта. Также есть задания, в которых нужно только определить количество корней квадратного уравнения. Или указать какое из данных уравнений не имеет корней.

6. Решение приведенных квадратных уравнений через теорему Виета.

Квадратное уравнение, первый коэффициент которого равен 1, называется приведенным.

Теорема Виета. Сумма корней приведенного квадратного уравнения  $x^2 + px + q = 0$  равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену  $x_1 + x_2 = -p, x_1 \cdot x_2 = q$ .

Теорема, обратная теореме Виета. Если числа  $m$  и  $n$  таковы, что их сумма равна  $-p$ , а произведение равно  $q$ , то эти числа являются корнями уравнения  $x^2 + px + q = 0$ .

Множество различных заданий на отработку этих теорем присутствуют в учебнике. Например, найти корни квадратного уравнения, пользуясь теоремой, обратной теореме Виета, или проверить являются ли данные числа корнями квадратного уравнения применяя теорему, обратную теореме Виета и др.

7. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Если дискриминант квадратного трехчлена  $ax^2 + bx + c$  положительный, то данный трехчлен можно разложить на множители:  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ , где  $x_1, x_2$  – корни квадратного уравнения.

Конечно, в учебнике есть задания, где требуется квадратный трехчлен разложить на множители. Но также присутствуют задания, в которых нужно сократить дробь, применяя формулу разложения квадратного трехчлена на

множители или узнать, можно ли разложить на множители данный квадратный трехчлен.

Таким образом, на изучение темы «Квадратные уравнения» в 8 классе отводится много времени, примерно 20-30 часов. Данная тема занимает важное место в обучении школьников математике. Квадратные уравнения находят широкое применение при решении многих текстовых задач, а также решение многих задач физики сводится к решению квадратных уравнений. [20]

### **§1.3. Ментальные карты в обучении школьников**

Ментальные карты давно применяются при обучении школьников математике. Они обеспечивают понятным и наглядным образом представления информации. Для начала определимся, что мы будем называть ментальной картой.

Ментальные карты— это способ систематизации знаний с помощью схем; это технология изображения информации в особом графическом виде. [1]

Интеллект-карта, известная как ментальная карта или ассоциативная карта также может рассматриваться как удобная техника альтернативной записи. Метод использования интеллект-карт разработан психологом Тони Бьюзенем, который во время своего обучения искал способ эффективного запоминания и систематизирования информации. Он является специалистом в области саморазвития, развития памяти и мышления. [6]

Ментальная карта реализуется в виде древовидной схемы, на которой изображены слова, идеи, понятия, связанные ветвями, отходящими от центрального понятия или идеи. В основе этой техники лежит принцип «радиального мышления», который относится к ассоциативным мыслительным процессам, его отправной точкой является центральный объект, образ. От центрального образа во все направления расходятся лучи к границам листа. Над

лучами пишут ключевые слова или рисуют образы, которые соединяются между собой ветвящимися линиями. Такая запись дает возможность ментальной карте беспредельно расти и постоянно дополняться. [4]

Это показывает бесконечное разнообразие возможных ассоциаций и, следовательно, неисчерпаемость возможностей мозга. Интеллект-карты используются для создания визуализации, структуризации и классификации идей, а также как средство для обучения. [10, 11]

Тони Бьюзен дает несколько советов по созданию ментальных карт [7,8]:

- Слова должны быть помещены на ветках.
- Ветки должны быть живые и гибкие, чтобы исключать создание монотонных объектов.
- На каждой линии пишется только одно ключевое слово.
- Длина линии должна быть равна длине слова.
- Слова пишутся печатными буквами, как можно яснее и четче.
- Размеры и толщина букв и линий должна варьироваться в зависимости от важности. Это внесет разнообразие и позволит сосредоточиться на главном.
- Используйте разные цвета. Каждая ветвь может иметь свой цвет.
- Используйте рисунки и символы, особенно в центральной части.
- Если ветви чересчур разрослись, то их можно заключить в контуры, чтобы они не смешивались с соседними ветвями.
- Располагайте лист горизонтально. Такую карту будет удобнее читать.

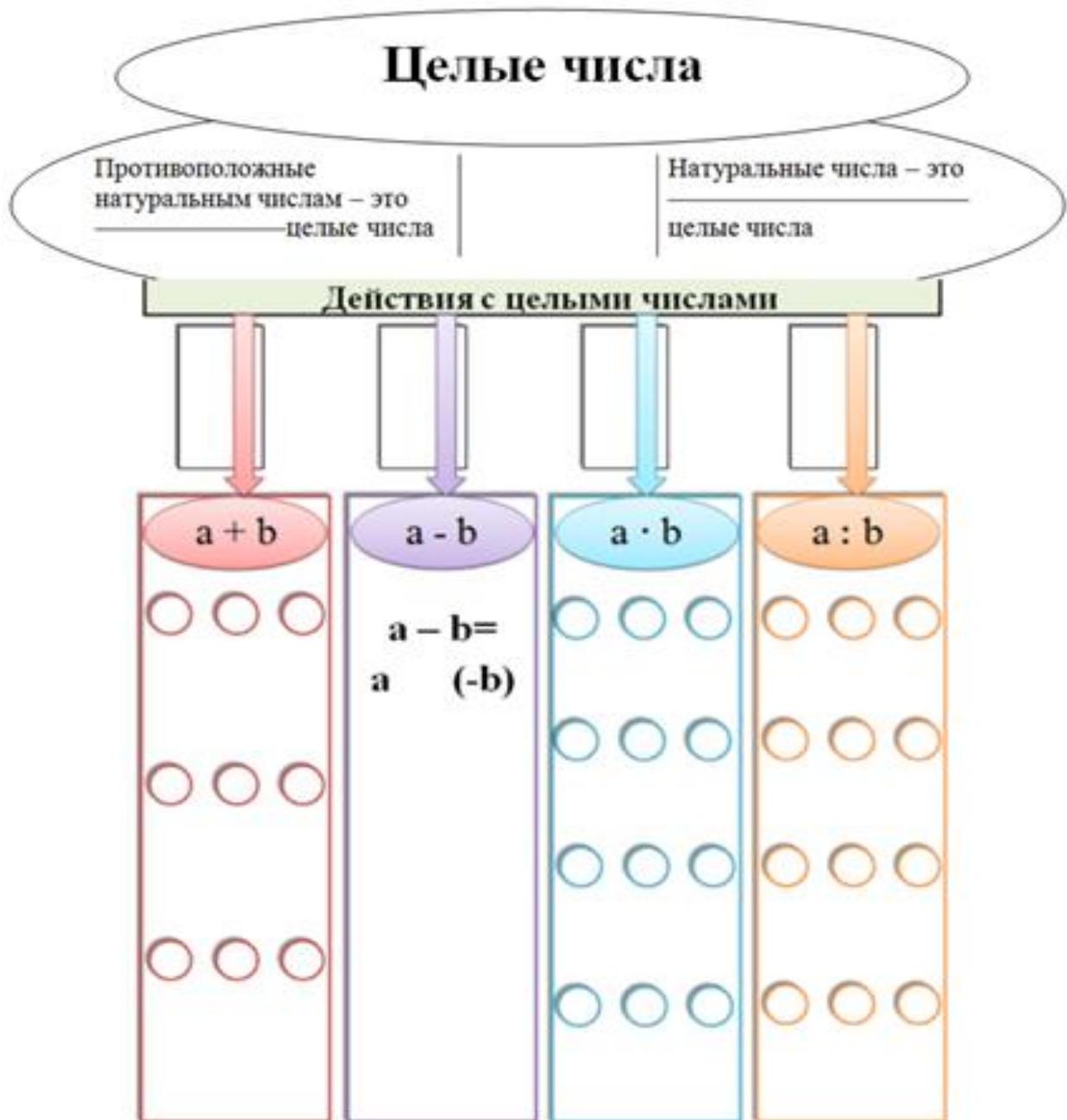
Можно выделить ряд преимуществ использования ментальных карт в обучении [1, 9]:

- Легкость запоминания информации, благодаря наглядности и структурированности данных.
- Информацию, представленную в таком виде легче фиксировать и анализировать.

- Развитие творческого и критического мышления у школьников.
- Физический объем материала уменьшается.
- При чтении карты видны взаимосвязи в каждом блоке, их структура и логика.
- При закреплении изученного материала облегчается понимание и запоминание учебного материала через визуализацию ключевых понятий и обобщение их отношений.
- Поговорим о недостатках использования ментальных карт в обучении [28]:
  - Ограниченная масштабируемость. Это касается сложных, многоступенчатых карт, когда выясняется, что схему невозможно нарисовать на выделенном участке бумаги полностью.
  - Интеллект-карта излишне фокусирует внимание на единичных центральных понятиях, упуская из виду второстепенные понятия и определения.

Существуют различные варианты организации деятельности обучающихся с картой понятий. Карты могут быть и индивидуальные, и совместные, например, когда учитель вместе с учениками создаёт карту. Можно задать часть карты, то есть сеть может быть не полна. В дополнение к ней учащимся предлагается список понятий, которые они должны встроить в заданную карту. В результате она расширяется и обогащается. В более сложных заданиях исходный фрагмент карты понятий может вообще отсутствовать, учащимся предлагается лишь список понятий, из которых она должна быть построена, и ключевой вопрос, для ответа на который строится карта понятий. В предельном случае может отсутствовать и список понятий, а задание состоит только из одного ключевого вопроса.

Можно организовать работу по цепочке, например, ученикам 6 класса дается следующий шаблон по теме «Целые числа», который необходимо совместно заполнить всем ученикам. Каждый ученик выходит к доске, и заполняет одну часть. [5]



*Рис. 1. Ментальная карта «Целые числа»*

После заполнения карта может выглядеть следующим образом.

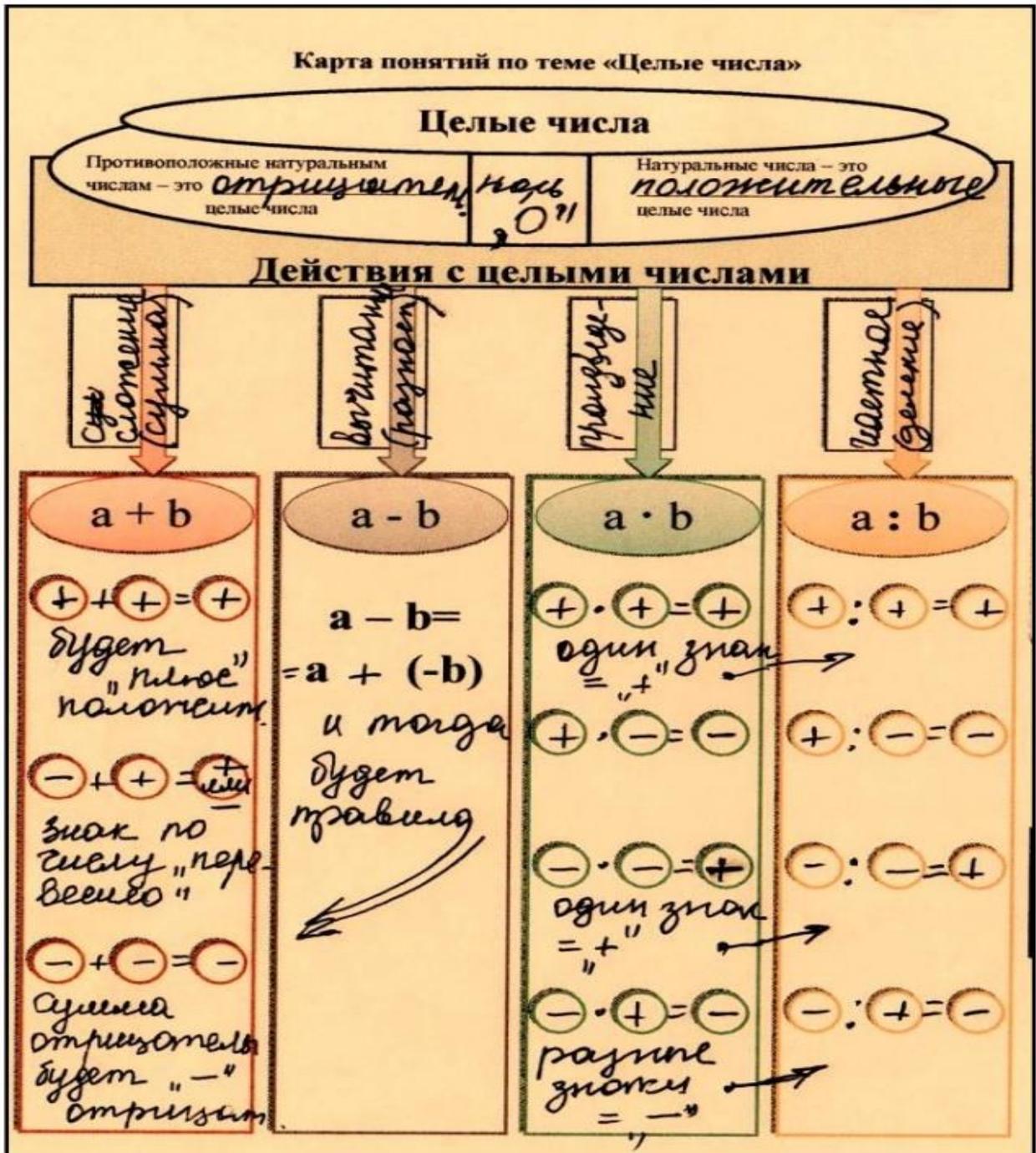


Рис. 2. Заполненная ментальная карта «Целые числа»

Таким образом, учитель может использовать ментальные карты при объяснении нового материала для наглядности, что позволит ученикам облегчить восприятие и осмысление новых знаний. Ученики могут самостоятельно создать карту памяти во время изучения новой темы при работе с учебником. Также ученики могут составить карту плана своего ответа, доклада. При

самостоятельном составлении интеллект-карт у учеников развивается логическое и творческое мышление, воображение. [14, 21]

Карту понятий можно использовать для проведения контроля за усвоением и пониманием материала, за полнотой восприятия информации, за установлением связей, за умением сворачивать и разворачивать информацию. Также карту можно использовать при проверке знаний во время самостоятельной работы, например, карта выдается ученикам в «полуготовом» виде: на ней указывают все связи, логические цепочки, но не отражены некоторые элементы, которые и должны восполнить учащиеся. Это получается карта-тест.

И напоследок хотелось бы добавить, что учитель может использовать электронные ментальные карты на уроках математики, в которые можно вносить изменения на любом этапе, благодаря этому уровень активности учеников повысится. Поскольку при электронных картах, в отличие от бумажных, возможно выполнить редактирование в любой момент на компьютере, и поэтому ученики меньше будут бояться собственных ошибок.

## **Выводы по I главе**

В данной главе рассмотрено содержание темы «Квадратные уравнения» в школьном курсе математики, определены основные понятия по теме, также приведен сравнительный анализ школьных учебников 8 класса.

Во всех учебниках задания направлены на отработку понятия квадратного уравнения, виды квадратных уравнений, а также на отработку нахождения корней квадратного уравнения по формулам и подбор корней с помощью теоремы Виета и теоремы, обратной теореме Виета. Также рассматриваются задачи, в которых решение сводится к применению квадратных уравнений и нахождению его корней. Присутствуют задания разнообразные по требованию и дидактическим целям, также имеются задачи на доказательство.

Создан список умений, от которых зависит умение решения квадратных уравнений, а именно: приведение уравнения к стандартному виду; определение квадратного уравнения; определение типа квадратного уравнения; решение неполных квадратных уравнений; решение полных квадратных уравнений с помощью дискриминанта; решение приведенных квадратных уравнений через теорему Виета; разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Выявлены минусы и плюсы использования ментальных карт на уроках математики при обучении.

## **Глава II. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО СИСТЕМАТИЗАЦИИ ЗНАНИЙ ШКОЛЬНИКОВ ПО РЕШЕНИЮ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ МЕНТАЛЬНЫХ КАРТ**

### **§2.1. Исследования актуального уровня сформированности умения решения квадратных уравнений обучающихся 8 класса**

Аннотация к проведению диагностики.

Диагностическая программа для определения актуального уровня сформированности умения решения квадратных уравнений у учеников 8 класса состоит из трех методик, которые включают в себя:

- 1) Заполнение таблиц и выбора верного варианта
- 2) Задания, в которых требуется решить уравнения
- 3) Тест

На основе анализа психолого-педагогической литературы по теме исследования были рассмотрены теоретико-методические аспекты проблемы формирования знаний и умений о способах решения квадратных уравнений в ходе проведения уроков математики и составлена программа опытно-экспериментальной части исследования.

Опытно-экспериментальная работа велась на базе МАОУ Лицей № 12, Красноярский край, Красноярск, ул. Шевченко, 8.

В исследовании принимали участие 10 обучающихся 8 «В» класса. В лицей созданы благоприятные условия для обучения и воспитания детей, классы оборудованы современными средствами информационно-коммуникативных технологий, школа ведёт активное взаимодействие с родителями и в целом психологический климат в образовательной среде МАОУ Лицей № 12 благоприятный. Согласно устной справке классного руководителя и учителя математики, дети, задействованные в опытно-экспериментальной работе активны, психологическое развитие соответствует возрасту.

Для диагностирования уровня сформированности умения решения квадратных уравнений составили 3 методики, которые включают в себя задания, работающие на проверку определённых критериев сформированности у школьников умения решения квадратных уравнений. Для них в свою очередь определены уровни сформированности критерия.

Обучающимся были выданы задания согласно каждой методике, которые обучающиеся выполняли на уроках математики.

Таблица 2

## Уровни сформированности умения решения квадратных уравнений

Критерии сформированности	Методика и задания	Низкий уровень (балл)	Средний уровень (балл)	Высокий уровень (балл)
Критерий 1. Приведение уравнения к стандартному виду.	Методика 1, таблица 2.	Обучающийся может определить или имеет ли уравнение стандартный вид, но не может привести к стандартному виду. (1 балл)	Обучающийся может привести уравнение к стандартному виду по образцу или с помощью учителя. (2 балл)	Обучающийся приводит уравнение сам к стандартному виду. (3 балл)
Критерий 2. Определение квадратного уравнения.	Методика 1, таблица 1.	Обучающийся распознает квадратное уравнение среди других, но не может назвать отличительные признаки квадратного уравнения. (1 балл)	Обучающийся самостоятельно может среди уравнений найти квадратное уравнение, но затрудняется в выделении основных признаков квадратного уравнения от неосновных. (2 балл)	Обучающийся самостоятельно может среди уравнений найти квадратное уравнение, формулирует его определение, отличительный признак. (3 балл)
Критерий 3. Определение	Методика 2, задание 1.	Обучающийся не знает типы	Обучающийся знает типы	Обучающийся различает

типа квадратного уравнения.		квадратных уравнений, но при использовании справочного материала и помощи учителя может определить тип квадратного уравнения. (1 балл)	квадратных уравнений, но не умеет определять по виду тип квадратного уравнения. (2 балл)	полное, неполное и приведенное квадратное уравнение (3 балл)
Критерий 4. Решение неполных квадратных уравнений.	Методика 2, задание 1.	Обучающийся решает уравнение по образцу или с помощью подсказок учителя. (1 балл)	Обучающийся знает алгоритмы решения неполных квадратных уравнений, но путается к какому типу, какой алгоритм применим. (2 балл)	Обучающийся самостоятельно решает уравнение и выполняет проверку. Умеет находить в решенных уравнениях ошибки и исправлять их Сам оценивает свои действия. (3 балл)
Критерий 5. Решение полных квадратных уравнений с помощью дискриминанта.	Методика 1, таблица 2,3. Методика 2, задание 3.	Обучающийся не знает алгоритм решения, не может его воспроизвести по образцу. (1-3 балла)	Обучающийся знает алгоритм решения, но затрудняется в его применении. (4-6 баллов)	Обучающийся самостоятельно решает уравнение и выполняет проверку. Умеет находить в решенных уравнениях ошибки и исправлять их Сам оценивает свои действия. (7-9 баллов)
Критерий 6. Решение приведенных квадратных уравнений через теорему Виета.	Методика 2, задание 2. Методика 3, задания 1-3, 8.	Обучающийся решает уравнение только по образцу и при помощи учителя. (1-3 балла)	Обучающийся находит корни уравнения по теореме Виета, выполняет проверку, видит свою ошибку, но не	Обучающийся самостоятельно решает уравнение и выполняет проверку. Умеет находить в решенных

			может её исправить. Затрудняется в выборе прямой или обратной теорем Виета при выполнении заданий. (4-6 баллов)	уравнениях ошибки и исправлять их Сам оценивает свои действия. (7-9 баллов)
Критерий 7. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.	Методика 3, задания 4-6, 7.	Обучающийся не может разложить квадратный трехчлен на множители, но находит его корни. (1-2 балла)	Обучающийся находит корни квадратного трехчлена, знает формулу разложения квадратного трехчлена на множители, но не может ее применить. (3-4 балла)	Обучающийся самостоятельно раскладывает квадратный трехчлен на множители. (5-6 баллов)

### ***1. Методика «Работа с таблицами»***

**Цель:** определение уровня сформированности таких критериев, как: 1) приведение уравнения к стандартному виду; 2) определение квадратного уравнения; 5) решение полных квадратных уравнений с помощью дискриминанта.

**Средства:** раздаточные листы с таблицами.

#### **Инструкция:**

1. Ученики сидят по одному за партой.
2. Ученики заполняют таблицы на время, каждую таблицу заполняют не более 7 минут.
3. Учитель выдает ученикам сначала первую таблицу. После того, как ученики заполнят её, то выдает вторую, затем после её заполнения третью.
4. После выполнения заданий учитель собирает работы для проверки.

Оценивание результатов проводится в соответствие с приведенной ниже таблицей.

Оценивание результатов методики 1

Задания	Уровни сформированности		
	Низкий (1 балл)	Средний (2 балла)	Высокий (3 балла)
Таблица 1	Отмечены 1-2 квадратных уравнения.	Отмечены 3-4 квадратных уравнения.	Отмечены все квадратные уравнения: 1, 4, 5, 7, 9.
Таблица 2	Пользуется справочным материалом. В 2, 3, 4 столбцах допущены 7-8 ошибок.	В 2, 3, 4 столбцах допущены 1-6 ошибок.	Правильно заполнены 2, 3, 4 столбцы таблицы.
	Пользуется справочным материалом. В 5, 6 столбцах допущены 5 ошибок.	В 5, 6 столбцах допущены 1-6 ошибок.	Правильно заполнены 5, 6 столбцы таблицы.
Таблица 3	Пользуется справочным материалом. Допущены 6-7 ошибок.	Допущены 1-5 ошибок.	Правильно заполнены столбцы таблицы.

В таблице №1 ученикам необходимо выделить из предложенных уравнений квадратные.

В таблице №2 ученикам необходимо найти коэффициенты полного, неполного, приведенного, квадратного уравнения, вычислить дискриминант, извлечь квадратный корень из дискриминанта.

В таблице №3 ученикам необходимо вычислить дискриминант и определить количество корней различных квадратных уравнений.

Максимальное количество баллов за заполнение таблиц –12 баллов.

На заполнение таблиц отводится не более 22 минут. При этом обучающимся сообщаются критерии оценивания и порядок выполнения работы. Работа выполняется на выданном учителем листе и сдается на проверку непосредственно учителю. Проверка проходит в классе (у учителя имеются шаблоны и ключи с ответами) и ученикам сообщаются результаты выполнения работы.

**Балл снижается только в том случае, если ошибка совершена при выполнении условий задания, за все прочие ошибки балл не снижается.**

**В таблице отметь галочкой варианты, для которых записанное утверждение верно «Уравнение является квадратным»**

Уравнение	Является квадратным
$8x - 11x^2 + 5 = 0$	
$9x^4 + 7x^2 - 6 = 0$	
$2x + 7 = 0$	
$9x^2 - 16 = 0$	
$2(x^2 + 5) = 0$	
$-x^3 - x + 1 = 0$	
$x - 5 - 13x^2 = 0$	
$16x^4 + 145x^2 + 9 = 0$	
$-5x^2 + 7x - 3 + 7x^2 = 0$	
$-x^3 - x = 0$	

**Заполни таблицу**

Уравнения	$a$	$b$	$c$	$D$	$\sqrt{D}$
$6x + x^2 + 8 = 0$					
$2x^2 + 3x - 2 = 0$					
$18 - x^2 + 7x = 0$					
$5x^2 - 3x - 8 = 0$					
$-x + 5x^2 + 2 = 0$					

**Заполни таблицу**

Уравнения	$D$	Количество корней
$x^2 - 6x + 9 = 0$		
$7x + x^2 - 1 = 0$		
$-3x - 6 + 0,5x^2 = 0$		
$x - 3x^2 - 2 = 0$		

$-5x^2 + 7x - 3 + 7x^2 = 0$		
$x^2 - 2x + 3 = 0$		

## 2. Методика «Работа с заданиями для письменного решения»

**Цель:** определение уровня сформированности таких критериев, как: 3) определение типа квадратного уравнения; 4) решение неполных квадратных уравнений; 5) решение полных квадратных уравнений с помощью дискриминанта; 6) решение приведенных квадратных уравнений через теорему Виета.

**Средства:** раздаточные листы с заданиями.

### Инструкция:

1. Ученикам разрешается сидеть за партой по 2 человека.
2. Ученикам выдается свой вариант (ниже приведены 3 варианта).
3. Строка в таблице соответствует номеру варианта.
4. Учитель в варианте работы указывает во втором и третьем задании, каким способом необходимо решить уравнения.
5. Свое решение ученики оформляют на отдельном листе.

Максимальное количество баллов за выполнение заданий – 12 баллов.

На выполнение заданий отводится 20 минут. При этом обучающимся сообщаются критерии оценивания и порядок выполнения работы. Работа выполняется на отдельном листе и сдается на проверку учителю. Оценка проводится в соответствие с приведенной ниже таблицей. При оценивании учитываются только проверяемые знания по теме «Квадратные уравнения» и не учитываются ошибки вычислительного характера.

Таблица 4

Оценивание результатов методики 2

Задания	Уровни сформированности		
	Низкий (1 балл)		Высокий (3 балла)
Задание 1	Пользуется справочным материалом.	Правильно	Правильно определен тип всех

	определен тип у 1-2 квадратных уравнений.	квадратных уравнений.	4 квадратных уравнений.
	Пользуется справочным материалом. Верно решены 1-2 уравнения.	Верно решены 3 уравнения.	Верно решены все 4 уравнения.
Задание 2	Пользуется справочным материалом. Верно решены 1-2 уравнения.	Верно решены 3 уравнения.	Верно решены все 4 уравнения.
Задание 3	Пользуется справочным материалом. Верно решены 1-2 уравнения.	Верно решены 3 уравнения.	Верно решены все 4 уравнения.

Проверка проходит в классе (у учителя имеются шаблоны и ключи с ответами), после чего учитель сообщает результаты выполнения работы. И в случаях допущения ошибок учениками, их работы отдаются обучающемуся на доработку.

**Балл снижается только в том случае, если ошибка совершена при выполнении условий задания, за все прочие ошибки балл не снижается.**

1. Укажите тип квадратного уравнения и решите уравнение:

1) $3x^2 - 27 = 0$	2) $x^2 - 6x = 0$	3) $5y^2 - 6y + 1 = 0$	4) $x^2 - 17x - 5 = 0$
1) $x^2 - 16 = 0$	2) $x^2 + 2x = 0$	3) $36y^2 - 12y + 1 = 0$	4) $x^2 - 19x + 5 = 0$
1) $2x^2 - 8 = 0$	2) $x^2 - 8x = 0$	3) $3x^2 - 8x + 5 = 0$	4) $x^2 + 19x - 8 = 0$

2. Не решая уравнение при помощи дискриминанта, найдите его корни:

1) $x^2 - 9x + 20 = 0$	2) $x^2 - 15x + 56 = 0$	3) $x^2 - 5x + 6 = 0$	4) $x^2 + 7x + 10 = 0$
1) $x^2 + 11x - 12 = 0$	2) $x^2 - 8x + 15 = 0$	3) $x^2 + 5x + 6 = 0$	4) $x^2 + 4x + 3 = 0$
1) $x^2 - x - 12 = 0$	2) $x^2 + 16x + 63 = 0$	3) $x^2 - 8x + 12 = 0$	4) $x^2 - 4x + 3 = 0$

3. Решите квадратное уравнение при помощи дискриминанта:

1) $3x^2 - 7x + 4 = 0$	2) $2x^2 - 5x - 3 = 0$	3) $x^2 + 6x - 19 = 0$	4) $y^2 - 5y + 6 = 0$
1) $5x^2 - 8x + 3 = 0$	2) $3x^2 - 8x + 5 = 0$	3) $x^2 - 22x - 23 = 0$	4) $x^2 + 2x + 2 = 0$
1) $5y^2 - 6y + 1 = 0$	2) $36y^2 - 12y + 1 = 0$	3) $x^2 - 10x + 25 = 0$	4) $x^2 - 12x + 36 = 0$

### 3. Методика теста

**Цель:** определение уровня сформированности таких критериев, как: 6) решение приведенных квадратных уравнений через теорему Виета и 7) разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

**Средства:** раздаточные листы с заданиями.

#### Инструкция:

1. Ученикам разрешается сидеть за партой по 2 человека.
2. Ученикам выдается свой вариант теста (ниже приведены 2 варианта).
3. Учитель сообщает обучающимся, что в заданиях с 1 по 6 нужно выбрать один ответ из предложенных, а в заданиях 7 и 8 записать решение и ответ.

Обучающимся раздаются листы с заданиями, которые они должны выполнить. После выполнения заданий учитель собирает работы для проверки. Оценка проводится в соответствие с приведенной ниже таблицей. При оценивании учитываются только проверяемые знания по теме «Квадратные уравнения» и не учитываются ошибки вычислительного характера.

Таблица 5

Оценивание результатов методики 3

№ задания в тесте	Уровни сформированности		
	Низкий (1 балл)	Средний (2 балла)	Высокий (3 балла)
1 – 3	Пользуется справочным материалом. Выбраны 1-2 правильных варианта ответа.	Выбраны 2 правильных варианта ответа.	Выбраны 3 правильных варианта ответа.
4 – 6	Пользуется справочным материалом. Выбраны 1-2 правильных варианта ответа.	Выбраны 2 правильных варианта ответа.	Выбраны 3 правильных варианта ответа.
7	Пользуется справочным материалом. Допущена 1-2 ошибки в алгоритме решения.	Допущена 1-2 ошибки в алгоритме решения.	Правильно записано решение и верно найден ответ.
8	Пользуется справочным материалом. Допущена 1-2 ошибки в алгоритме решения.	Допущена 1-2 ошибки в алгоритме решения.	Правильно записано решение и верно найден ответ.

Особенность данного теста в том, что в нем присутствуют задания, в которых обучающимся предлагаются варианты ответов, а их задачей является выбрать верный вариант из предложенных, основываясь на знании понятий. А

также необходимо в некоторых заданиях продемонстрировать умение решать квадратные уравнения.

Максимальное количество баллов за выполнение теста – 12 баллов.

На выполнение заданий теста отводится 15 минут. При этом обучающимся сообщаются критерии оценивания и порядок выполнения работы (задания выполняются в любой удобной для учеников последовательности). Работа выполняется на отдельном листе и сдается на проверку учителю. Проверка проходит непосредственно в классе (у учителя имеются шаблоны и ключи с ответами), после чего работа отдается ученикам на доработку, если она необходима.

**Балл снижается только в том случае, если ошибка совершена при выполнении условий задания, за все прочие ошибки балл не снижается.**

### 1 вариант

**1. Найдите сумму и произведение корней квадратного уравнения  $x^2 - 10x + 9 = 0$**

А) - 10; 9      Б) 10; 9      В) 10; - 9      Г) - 10; - 9

**2. Найдите сумму и произведение корней квадратного уравнения  $x^2 - 2x - 8 = 0$**

А) 2; - 8      Б) - 2; - 8      В) 2; 8      Г) - 2; 8

**3. У какого из заданных квадратных уравнений сумма корней равна -2, а произведение корней равно - 15:**

А)  $x^2 - 2x - 15 = 0$     Б)  $x^2 - 15x - 2 = 0$     В)  $x^2 + 15x - 2 = 0$     Г)  $x^2 + 2x - 15 = 0$

**4. Разложите на множители квадратный трёхчлен  $x^2 - x - 30$ :**

А)  $(x-6)(x+5)$       Б)  $(x+6)(x-5)$       В) разложить невозможно      Г)  $(x+11)(x-11)$

**5. Разложите на множители квадратный трёхчлен  $2x^2 - 3x - 2$ :**

А)  $(x - 2)(x + \frac{1}{2})$  Б)  $2(x + 2)(x - \frac{1}{2})$  В)  $2(x - 2)(x + \frac{1}{2})$  Г) разложить невозможно

**6. Разложите на множители квадратный трёхчлен  $3x^2 + 2x - 1$ :**

А) разложить невозможно    Б)  $3(x + \frac{1}{3})(x - 1)$     В)  $(3x - 1)(x + 1)$     Г)  $(x - \frac{1}{3})(x + 1)$

**7. Сократите дробь  $\frac{x^2+6x-7}{x^2-7x+6}$**

**8. Запишите приведенное квадратное уравнение, имеющее корни  $x_1 = -3, x_2 = 6$**

**2 вариант**

1. Найдите сумму и произведение корней квадратного уравнения  $x^2 + 10x + 9 = 0$

- А)  $-10; 9$       Б)  $10; 9$       В)  $-10; -9$       Г)  $10; -9$

2. Найдите сумму и произведение корней квадратного уравнения  $x^2 + 8x - 2 = 0$

- А)  $8; -2$       Б)  $-8; -2$       В)  $8; 2$       Г)  $-8; 2$

3. У какого из заданных квадратных уравнений сумма корней равна 2, а произведение корней равно -15:

- А)  $x^2 + 2x - 15 = 0$     Б)  $x^2 - 15x - 2 = 0$     В)  $x^2 + 15x - 2 = 0$     Г)  $x^2 - 2x - 15 = 0$

4. Разложите на множители квадратный трёхчлен  $x^2 - 2x - 8$ :

- А)  $(x+4)(x-2)$       Б)  $(x-4)(x+2)$       В) разложить невозможно      Г)  $(x-2)(x-8)$

5. Разложите на множители квадратный трёхчлен  $2x^2 - 9x - 5$ :

- А)  $(x - 5)(x + \frac{1}{2})$  Б)  $2(x + 5)(x - \frac{1}{2})$  В)  $2(x - 5)(x + \frac{1}{2})$  Г) разложить невозможно

6. Разложите на множители квадратный трёхчлен  $3x^2 + 2x - 1$ :

- А) разложить невозможно    Б)  $4(x - \frac{1}{4})(x - 1)$     В)  $(4x - 1)(x + 1)$     Г)  $(4x + 1)(x + 1)$

7. Сократите дробь  $\frac{x^2 - 8x - 9}{x^2 + 9x + 8}$

8. Запишите приведенное квадратное уравнение, имеющее корни  $x_1 = 3, x_2 = -1$

После полного проведения диагностики подсчитываем результаты проверки уровня сформированности умения решения квадратных уравнений.

## **§2.2. Анализ результатов диагностики сформированности умения решения квадратных уравнений**

После проведения всех методик были получены результаты, представленные по каждой из методик.

При проверке работ учеников была проверена не только правильность выполнения задания, но и количество исправленных ошибок, аргументированность ответов, а также учитывался тот факт, пользовался ли обучающийся справочным материалом при выполнении работы. В результате

были получены следующие данные, которые представлены в таблицах 6 – 9. Максимальное количество баллов, которое можно было набрать за выполнение одного задания – 3.

Таблица 6

Подсчет результатов проверки уровня сформированности умения решения квадратных уравнений

Методики	№ задания	Результаты учащихся										
		Р.К.	Д.Р.	М.Н.	И.Н.	М.А.	Н.С.	Н.А.	Я.А.	П.К.	А.Н.	
Методика работы с таблицами	1	2	3	1	2	1	3	1	2	3	2	
	2	2-4	3	3	1	1	2	2	1	1	2	2
		5,6	2	3	1	1	2	2	1	1	2	2
	3	2	3	1	1	1	2	1	1	2	2	
Методика работы с заданиями для письменного решения	1	1	2	3	2	2	1	2	2	2	3	3
		2	2	3	1	2	1	2	1	1	2	2
	2	3	3	1	1	1	2	1	1	2	2	
	3	2	3	1	2	1	2	1	1	2	2	
Методика теста	1-3	3	3	1	1	1	2	1	1	2	2	
	4-6	2	3	1	2	1	2	1	1	2	2	
	7	2	3	1	2	1	2	1	1	2	2	
	8	3	3	1	1	1	2	1	1	2	2	

Принимая во внимание эти результаты, можно судить об уровне сформированности критериев у 10 обучающихся 8 «В» класса МАОУ Лицей № 12. Максимальное количество баллов, которое можно набрать за выполнение диагностики – 36 баллов.

Таблица 7

Распределение баллов по критериям сформированности умения решения квадратных уравнений

Критерии	Методика 1			Методика 2			Методика 3				Уровни		
	Таблица 1	Таблица 2	Таблица 3	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задания 1-3	Задания 4-6	Задание 7	Задание 8	Низкий	Средний	Высокий
1		1-3									1	2	3
2	1-3										1	2	3
3				1-3							1	2	3
4				1-3							1	2	3

5		1-3	1-3			1-3					1-3	4-6	7-9
6					1-3		1-3			1-3	1-3	4-6	7-9
7								1-3	1-3		1-2	3-4	5-6

В соответствие с этой таблицей приведем таблицу по критериям у обучающихся исследуемой группы.

Таблица 8

Распределение баллов по критериям сформированности умения решения квадратных уравнений у участников исследования

	Критерий 1		Критерий 2		Критерий 3		Критерий 4		Критерий 5		Критерий 6		Критерий 7	
	$\Sigma$	Уровень												
Р.К.	3	В	2	С	2	С	2	С	6	С	9	В	4	С
Д.Р.	3	В	3	В	3	В	3	В	9	В	9	В	6	В
М.Н.	1	Н	1	Н	2	С	1	Н	3	Н	3	Н	2	Н
И.Н.	1	Н	2	С	2	С	2	С	4	С	3	Н	4	С
М.А.	2	С	1	Н	1	Н	1	Н	4	С	3	Н	2	Н
Н.С.	2	С	3	В	2	С	2	С	6	С	6	С	4	С
Н.А.	1	Н	1	Н	2	С	1	Н	3	Н	3	Н	2	Н
Я.А.	1	Н	2	С	2	С	1	Н	3	Н	3	Н	2	Н
П.К.	2	С	3	В	3	В	2	С	6	С	6	С	4	С
А.Н.	2	С	2	С	3	В	2	С	6	С	6	С	4	С
	4-Н-40%		3-Н-30%		1-Н-10%		4-Н-40%		3-Н-30%		5-Н-50%		4-Н-40%	
	4-С-40%		4-С-40%		6-С-60%		5-С-50%		6-С-60%		3-С-30%		5-С-50%	
	2-В-20%		3-В-30%		3-В-30%		1-В-10%		1-В-10%		2-В-20%		1-В-10%	

Теперь мы соотнесем полученные обучающимися баллы с проверяемыми критериями, и получим уровни развития всех учеников по каждому из критериев.

Таблица 9

Результаты проверки уровня сформированности умения решения квадратных уравнений

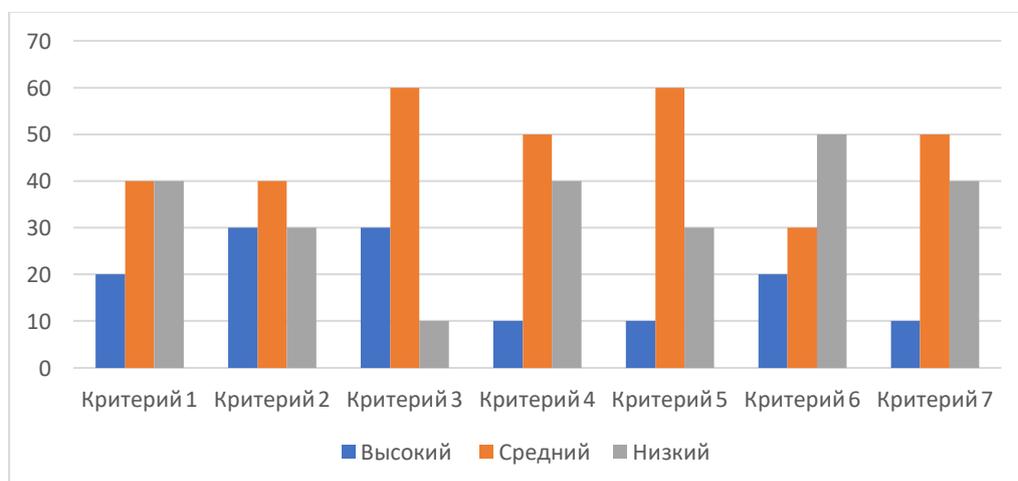
Критерии	Баллы класса за выполненные задания по критериям											$\Sigma$	МАХ-балл	% от максимального балла	Уровень
Приведение уравнения стандартному виду	3	3	1	1	2	2	1	1	2	2	18	30	60%	С	
Определение квадратного уравнения	2	3	1	2	1	3	1	2	3	2	20	30	67%	С	

Определение типа квадратного уравнения	2	3	2	2	1	2	2	2	3	3	22	30	73%	С
Решение неполных квадратных уравнений	2	3	1	2	1	2	1	1	2	2	17	30	57%	С
Решение полных квадратных уравнений с помощью дискриминанта	2	3	1	1	2	2	1	1	2	2	50	90	56%	С
	2	3	1	1	1	2	1	1	2	2				
	2	3	1	2	1	2	1	1	2	2				
Решение приведенных квадратных уравнений через теорему Виета	3	3	1	1	1	2	1	1	2	2	51	90	57%	С
	3	3	1	1	1	2	1	1	2	2				
	3	3	1	1	1	2	1	1	2	2				
Разложение квадратного трехчлена на линейные множители	2	3	1	2	1	2	1	1	2	2	34	60	57%	С
	2	3	1	2	1	2	1	1	2	2				

Исходя из данных таблицы видно, что уровень сформированности умения решения квадратных уравнений по каждому из критериев у большинства из проверяемой группы обучающихся 8 «В» класса развит на среднем уровне. Данное отношение ярко представлено на графике 1.

График 1

График сформированности умения решения квадратных уравнений у проверяемой группы обучающихся относительно выделенных критериев



Проведение диагностической программы и подсчет её результатов показал, что уровень сформированности у проверяемой группы 10 обучающихся 8 «В» класса Лицея № 12 невысок. Одна из причин этого, отсутствие систематизации знаний по теме «Решение квадратных уравнений».

При изучении темы «Квадратные уравнения и их решение» часто возникают противоречия: с одной стороны, ученик получает большой объем информации, а с другой – не может ее усвоить. Решить проблему можно с помощью обобщения и синтеза знаний и умений. Эти функции выполняет систематизация знаний, которая позволяет сформировать у обучающихся целостное восприятие учебного материала.

### **§2.3. Методические рекомендации по применению ментальных карт при систематизации знаний обучающихся 8 класса по решению квадратных уравнений**

Как выяснилось по результатам исследования, уровень сформированности умения решения квадратных уравнений у обучающихся 8 класса на среднем уровне.

Для повышения уровня сформированности умения решать квадратные уравнения я бы предложила ученикам ментальные карты. Они имеют радиальное и графическое строение и помогают представить учебный материал наглядным и удобным образом для восприятия. [16]

Для усвоения увеличивающегося объема учебного материала за ограниченное время необходима интенсификация образовательного процесса за счет систематизации, структурирования и визуализации информации.

Выделяют два способа создания ментальных карт: ручной и программный. Ручной способ более распространен, так как для него требуется всего лишь бумажный лист и ручки, карандаши, фломастеры. Программный способ — это использование компьютерных программ.

Рассмотрев оба способа, можно заметить, что у них есть как свои плюсы, так и минусы. Используя определенную программу, можно изменить свою ментальную карту: добавить, удалить или изменить объект. Кроме того удобнее хранить ментальную карту на электронном носителе, чем на альбомном листе. Минусом работы в программе является ее шаблонность, ограничения в рисовании и визуальном выражении своих мыслей. [29, 30]

При первом знакомстве обучающихся с ментальными картами учитель должен обратить внимание школьников на основные принципы создания ментальных карт. После проведения нескольких занятий (в форме лекции или практического занятия) с использованием ментальных карт, преподавателю следует дать обучающимся задание по разработке собственной ментальной карты. Сделать это лучше по итогам изучения темы или раздела. [16, 26]

Учителя часто пользуются бумажными ментальными картами, так как не все школы оснащены персональными компьютерами, интерактивными досками, проекторами для работы учителя и учеников.

На уроке систематизации знаний по теме «Неполные квадратные уравнения» ученикам предлагается заполнить приведенную ниже ментальную карту, которую учитель распечатывает заранее каждому ученику.

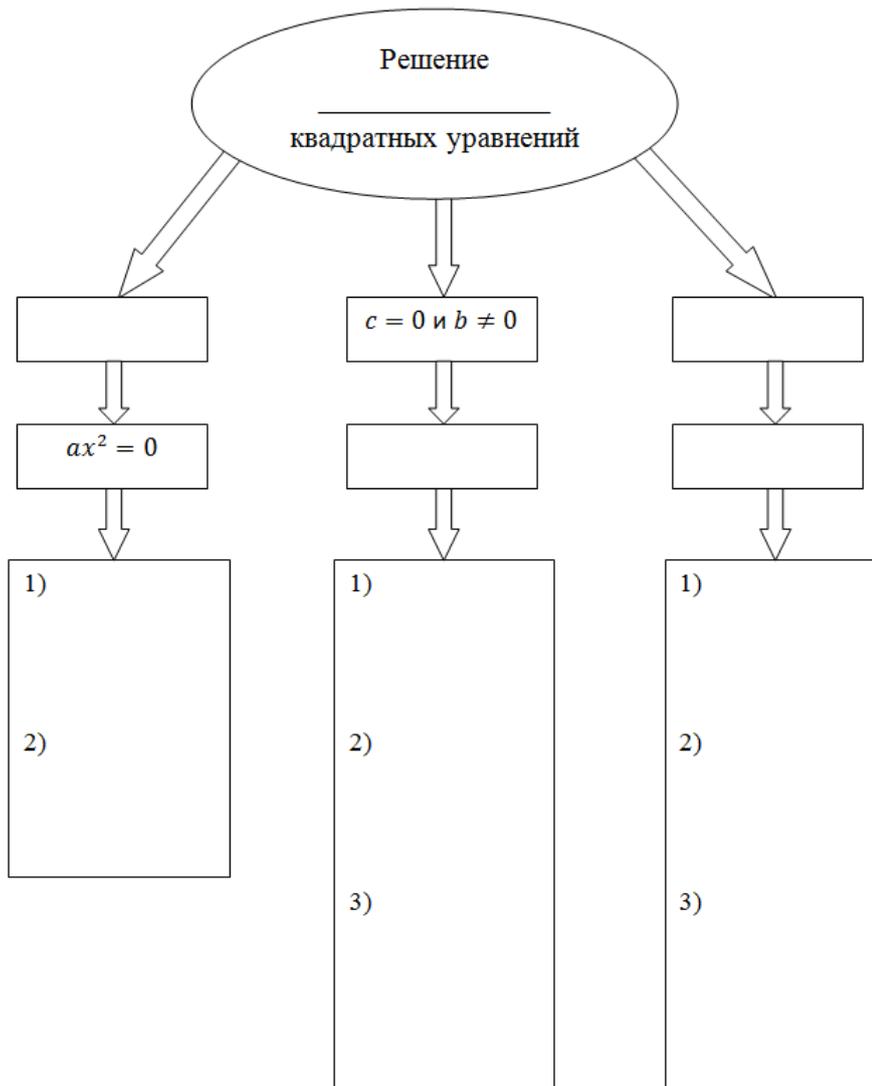


Рис. 3. Ментальная карта «Решение неполных квадратных уравнений»

Наиболее подходящим этапом урока для заполнения карты является этап актуализации. Карта поможет ученикам структурировать информацию по теме и представить её более наглядным образом. Ученики заполняют пропуски в карте, а затем вместе с учителем обсуждают их получившиеся варианты. Обучающиеся сами смогут оценить свои знания по данной теме и тут же восполнить пробелы. После заполнения карты учениками, учитель сможет увидеть какой вид решения неполных квадратных уравнений вызывает у обучающихся наибольшее затруднение.

Существует еще один способ использования данной карты – при объяснении нового материала. На уроке открытия новых знаний ученики вместе с

учителем заполняют карту и затем смогут её использовать на последующих уроках как справочный материал.

После заполнения карта может выглядеть следующим образом.

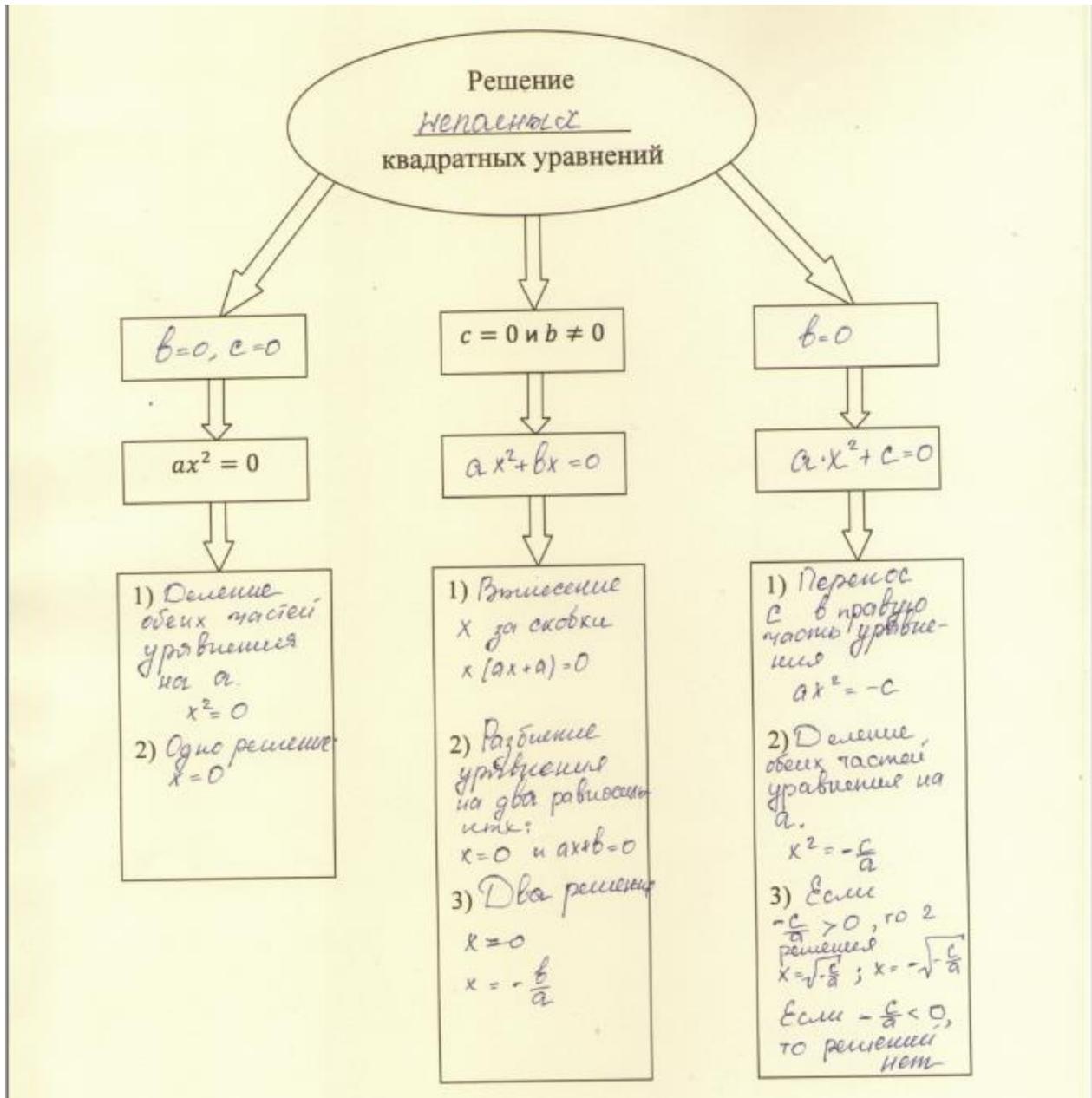


Рис. 4. Заполненная ментальная карта «Решение неполных квадратных уравнений»

В современном мире существует множество программных средств по созданию ментальных карт. Практически в каждой среде можно создать электронную ментальную карту бесплатно. Минусом бесплатных версий является

невозможность размещать на ветках изображения, видео, а также существуют ограничения на создание более 3 карт. [17]

Мой выбор остановился на сервисе создания ментальных карт «Popplet», так как он простой в использовании и мощный по функционалу. С его помощью можно добавлять на ветку не только текст, но и картинки и видео, а также есть возможность совместно редактировать карту и демонстрировать её в форме презентации. У сайта есть минус – интерфейс среды на английском языке. Но интерфейс сайта настолько прост, что даже если вы владеете английским языком на базовом уровне, то вы сможете спокойно пользоваться сайтом. [24]

Теперь перейдем непосредственно к самой карте «Квадратные уравнения», созданной в сервисе «Popplet».

Задания выполнены в сервисе LearningApps.org, так как сервис позволяет создать свой класс, добавить в него учеников и разместить в нем упражнения. И очень важно, что можно отследить статистику выполнения заданий обучающимися.

Данный сервис позволяет быстро и легко создавать электронные интерактивные упражнения для учебного занятия. Абсолютно любой педагог или учитель, имеющий минимальные навыки работы с компьютером, может создать свое интерактивное упражнение, которое может послужить для объяснения и закрепления материала. [12]

Конечно, использование данной карты на уроках математики подразумевает оснащенность кабинета школы персональными компьютерами для учеников и учителя.

Карта охватывает всё содержание темы «Квадратные уравнения». Она включает в себя: основные определения, виды квадратных уравнений, схему решения каждого вида уравнения, примеры решения, а также ссылки на задания для закрепления знаний. Поскольку карта объемная, не следует сразу всю давать её ученикам, а следует постепенно частями раскрывать её содержание.

Есть несколько вариантов использования данной карты в обучении школьников решению квадратных уравнений. Необходимо заранее научить обучающихся пользоваться средой для создания электронной ментальной карты.

Один из вариантов, учитель на протяжении всех уроков по данной теме применяет часть ментальной карты для объяснения материала. По мере изучения материала изображение дополняется новыми ветками и уровнями, которые отражают связь между основными ответвлениями. Таким образом, карта позволяет упорядочивать информацию и создаёт целостный образ содержание темы. Преимуществом подобной формы является то, что всё содержание темы находится перед глазами. При необходимости такую карту легко доработать и обновить. Учитель может вместе с учениками заполнять карту, либо же дать ученикам индивидуально создать свою карту с помощью специального программного обеспечения. Затем на следующем занятии преподаватель организует показ получившихся у обучающихся ментальных карт, их публичную презентацию и коллективное обсуждение. [16]

Другой вариант использования ментальной карты на уроке обобщения и систематизации знаний. Учитель организует деятельность обучающихся на актуализацию знаний и умений посредством какой-либо частью данной карты. Они обсуждают, вспоминают определения, методы решения, рассматривают примеры. Затем ученик самостоятельно или в паре выполняет задания. Задания в карте сделаны по каждому типу квадратных уравнений. Ученики проходят по ссылке на задания в сервис [LearningApps.org](https://www.learningapps.org/). При выполнении заданий ученики могут пользоваться ментальной картой. Затем учитель может посмотреть статистику выполнения задания, что позволит понять, какая тема вызвала наиболее затруднение и на чем следует акцентировать внимание обучающихся.

## Неполные квадратные уравнения.

2019-02-01 (2019-01-1)

The interface shows a grid of quadratic equations, each with an information icon and an input field. A central dialog box contains the task instructions.

**Задание**  
 Решите неполные квадратные уравнения. В ответ запишите корни уравнения, если они есть, в порядке их возрастания через нижнее подчеркивание. Например, -5\_5. Если при решении получилась обыкновенная дробь, ее необходимо заменить на десятичную.

**Equations:**

- $3b^2 - 12 = 0$
- $7x^2 - 63 = 0$
- $6x^2 + 24 = 0$
- $a^2 - 16 = 0$
- $x^2 + 6x = 0$
- $3x^2 + 7 = 12x + 7$
- $0,1a^2 - 0,5a = 0$
- $x(x+2) = 0$

Buttons: **OK**, **Submit** (blue circle with checkmark).

Рис. 5. Задание «неполные квадратные уравнения»

## Решение квадратных уравнений

2019-02-01 (2019-01-28)

The interface shows a grid of quadratic equations, each with an information icon and an input field. A central dialog box contains the task instructions.

**Задание**  
 Решите квадратные уравнения и запишите корни в порядке возрастания, ответы разделите ;.

**Equations:**

- $-x^2 + 2x + 8 = 0$
- $2x^2 + 3x - 2 = 0$
- $4x^2 + 4x + 1 = 0$
- $-x^2 + 7x - 10 = 0$
- $-x^2 + 7x + 8 = 0$
- $2x^2 - 9x + 4 = 0$
- $2x^2 - 5x + 3 = 0$
- $5x^2 - 3x - 2 = 0$
- $2x^2 - 7x + 3 = 0$
- $5x^2 - 7x + 2 = 0$
- $2x^2 + 3x - 5 = 0$
- $x(x - 5) = -4$
- $x(2x + 1) = 3x + 4$

Buttons: **OK**, **Submit** (blue circle with checkmark).

Рис. 6. Задание «Квадратные уравнения»

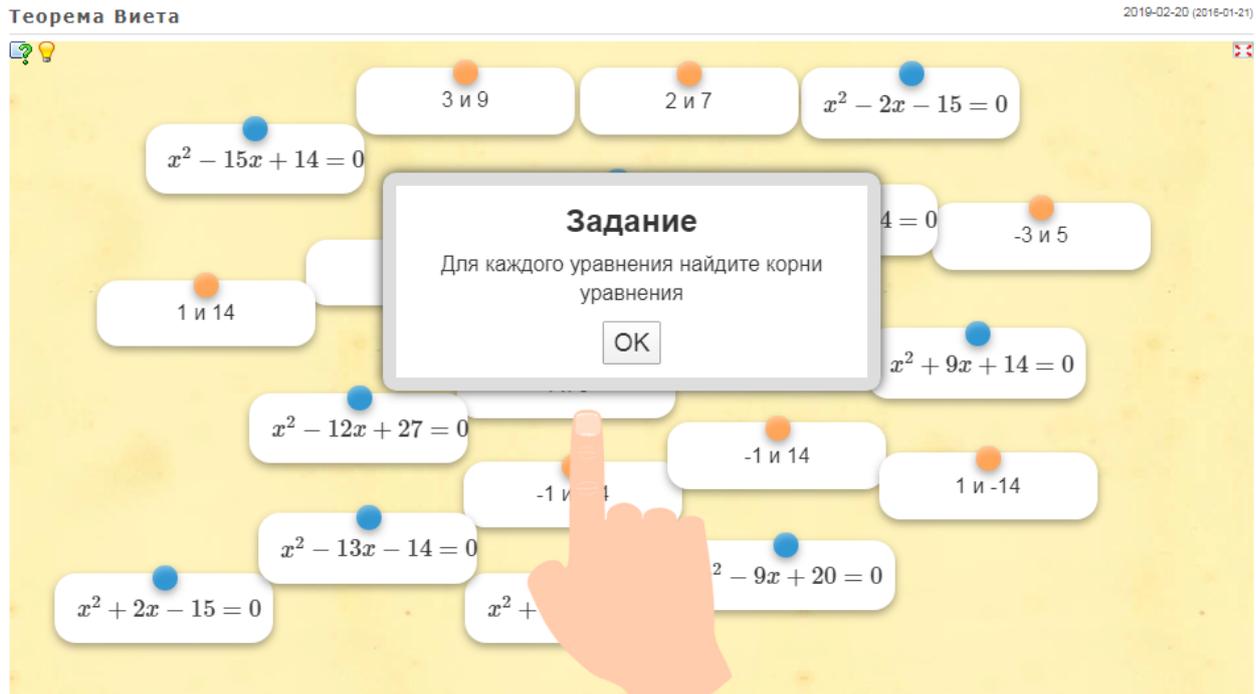


Рис.7. Задание «Теорема Виета»

В дальнейшем изготовленные ментальные карты могут быть использованы при подготовке к занятиям, контрольной работе, экзамену и т.д. Это сделает процесс обучения увлекательнее, а запоминание более легким. [16]

Использование ментальных карт в рамках обобщения и систематизации учебного материала по теме или разделу имеет ряд преимуществ и позволяет:

- возбудить интерес учеников;
- сделать учебный процесс «живым», динамичным;
- контролировать глубину усвоения темы обучающимися;
- развивать креативное мышление обучающихся;
- формировать коммуникативную компетентность обучающихся;
- формировать информационную культуру обучающихся, связанные с восприятием, переработкой и обменом информацией различного вида;
- улучшать все виды памяти обучающихся. [15]

Электронная ментальная карта по теме «Квадратные уравнения», созданная в сервисе «Popplet», выглядит объемно, но по ней легко передвигаться и

приближать ветки и элементы карты. Поскольку карта представляет всё содержание темы, для её рассмотрения лучше увеличить масштаб определенных веток и объектов. Ниже представлены фрагменты ментальной карты.

На первом фрагменте представлена центральная часть карты, от которой отходят различные ветвления в зависимости от типа квадратного уравнения.

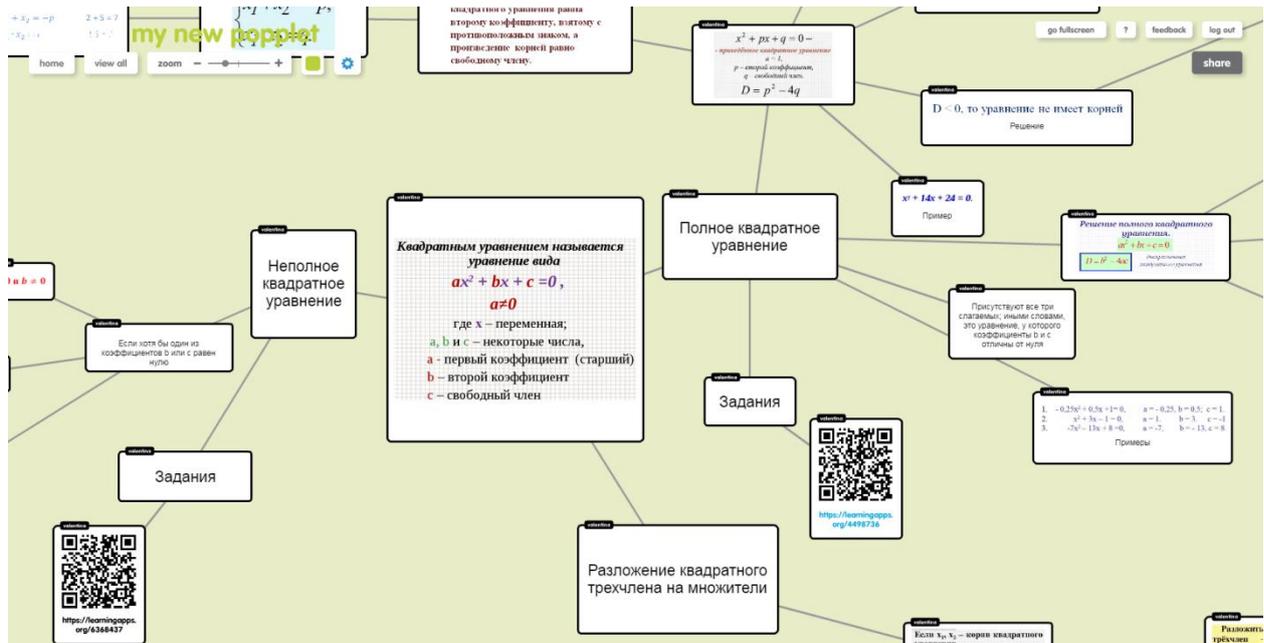


Рис. 8. Центральная часть электронной ментальной карты «Квадратные уравнения»

На втором, третьем и четвертом фрагментах изображены части неполных и полных квадратных уравнений. Представлены определения, примеры, виды уравнений, их алгоритмы решения, примеры решения и задания для закрепления.

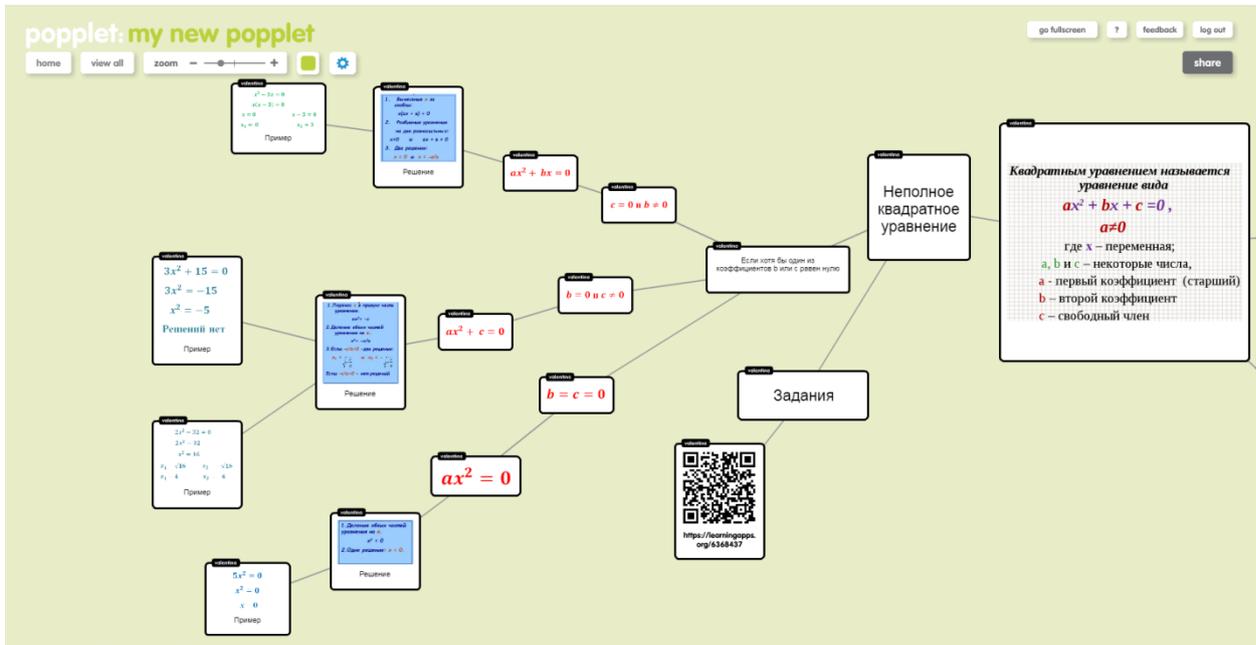


Рис. 9. Часть электронной ментальной карты «Неполные квадратные уравнения»

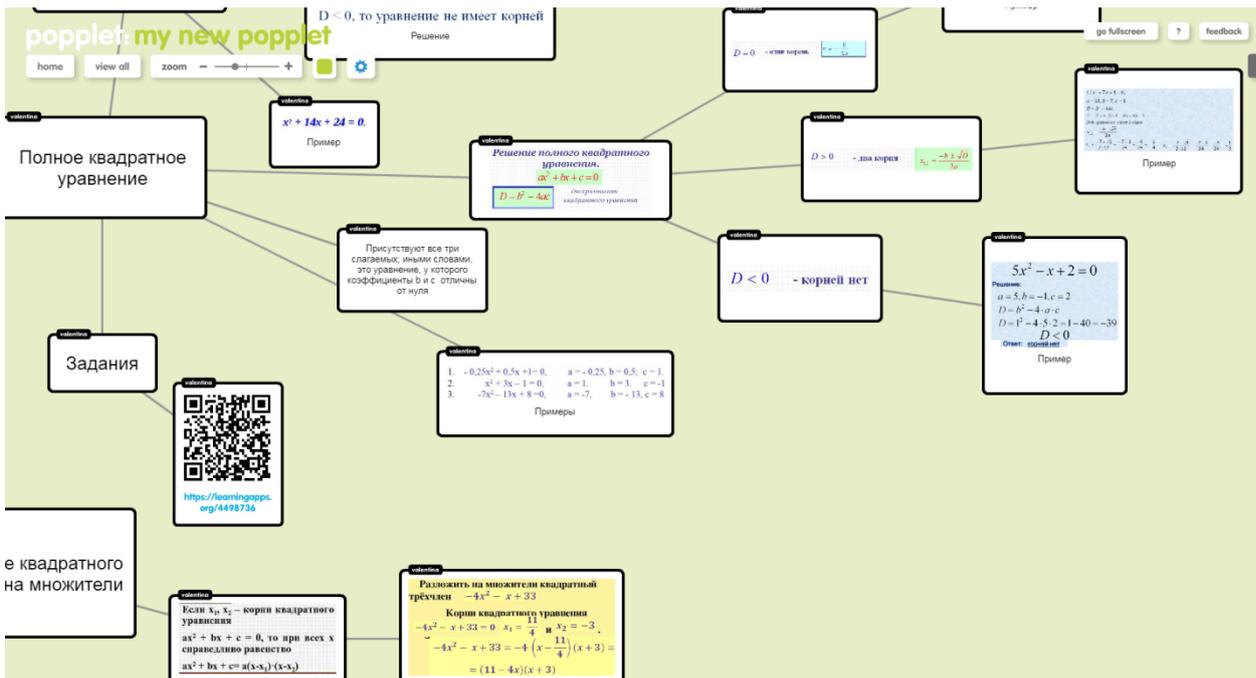


Рис. 10. Часть электронной ментальной карты «Полные квадратные уравнения»

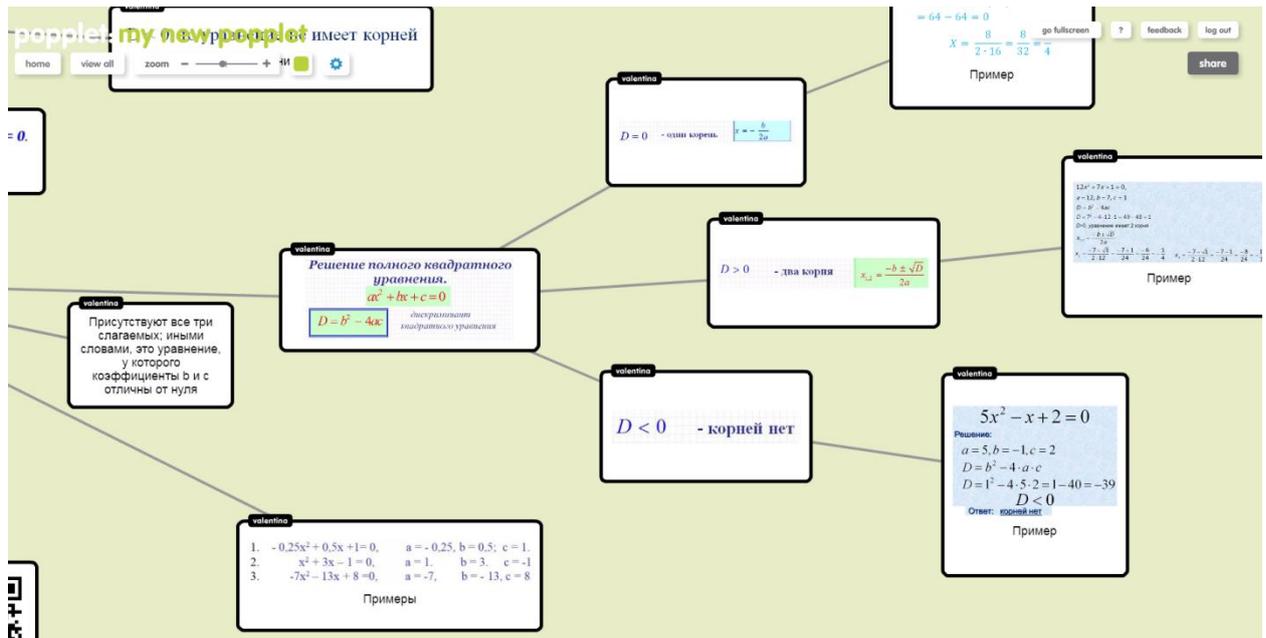


Рис. 11. Ментальная карта «Полные квадратные уравнения»

На следующем фрагменте изображено ответвление от ветки полных квадратных уравнений к ветке приведенным квадратным уравнениям. На фрагменте карты представлены определение, алгоритм нахождения корней и примеры.

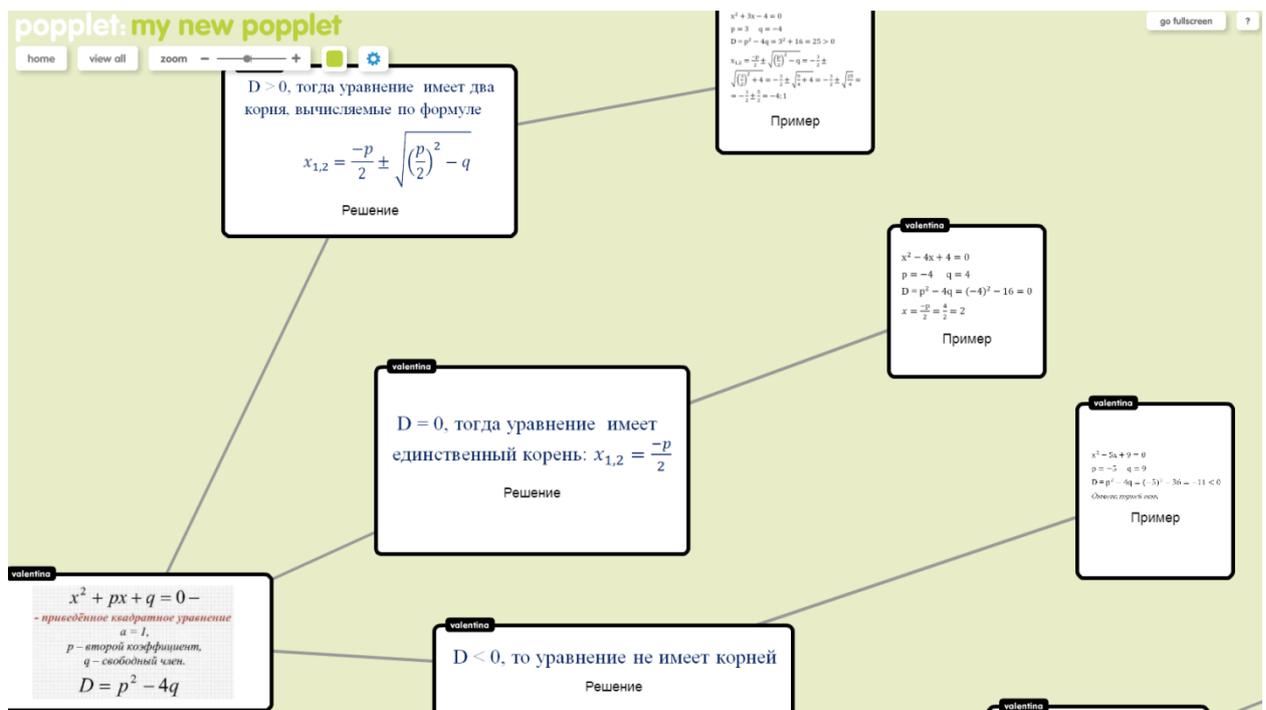


Рис. 12. Часть электронной ментальной карты «Приведенные квадратные уравнения»

На последнем фрагменте как раз таки представлено ответвление: от предыдущей ветки приведенное квадратное уравнение к ветке теорема Виета. На фрагменте представлено определение теоремы Виета и обратной теореме Виета, алгоритм нахождения корней с помощью теорем, примеры решений и задания для закрепления знаний.

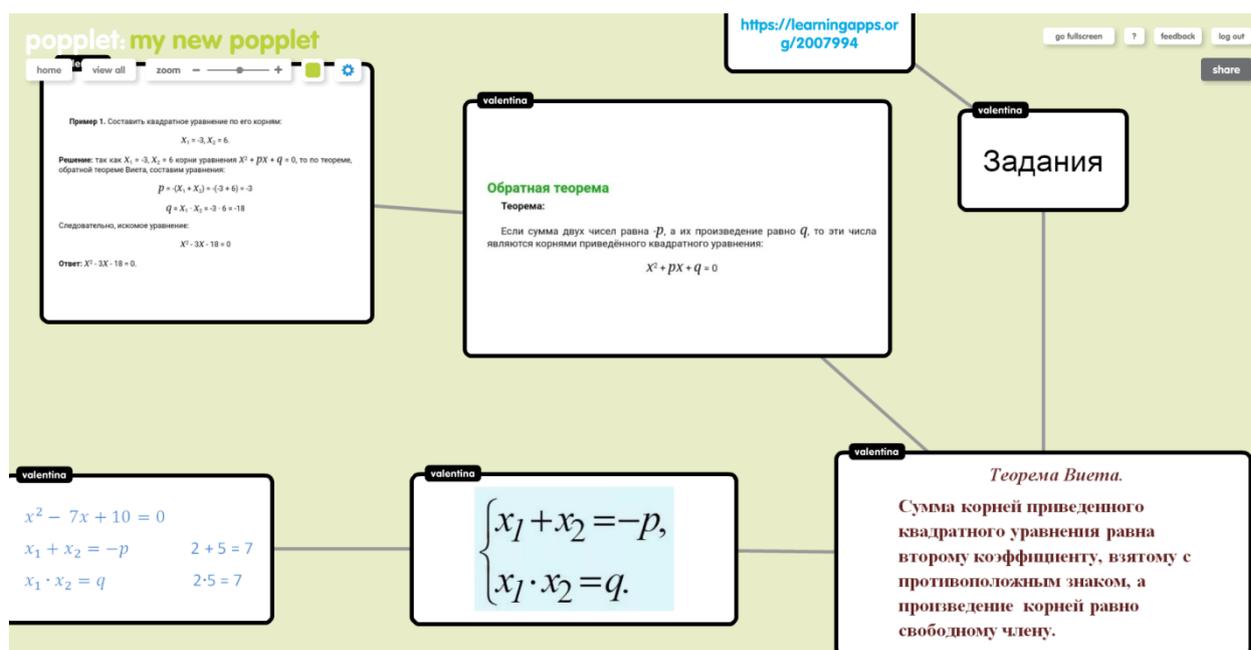


Рис. 13. Часть электронной ментальной карты «Теорема Виета»

Ссылка на карту: <http://popplet.com/app/#/5835109>.

В целом при использовании ментальных карт на учебном занятии важно руководствоваться следующими методическими правилами [3]:

- охват всего учебного материала, относящегося к данной теме;
- последовательное развёртывание основной ментальной карты;
- оптимизация размеров и количества изображённых на карте элементов и связей в соответствии с возможностью их восприятия и усвоения;
- детализация ветвей основной ментальной карты посредством дополнительных изображений;

- подведение итогов на основе ментальной карты с детализацией учебного задания.

## **Выводы по II главе**

В главе приведены разработки трех различных методик для диагностики у учеников умения решения квадратных уравнений и определения их уровня сформированности. Диагностика показала, что уровень сформированности умения решения квадратных уравнений у исследуемой группы обучающихся 8 «В» класса средний. Для повышения уровня и мотивации к обучению обучающихся 8 класса необходимо использовать достаточное количество эффективных приемов и методов обучения. Использование ментальных карт облегчает понимание и запоминание учебного материала через визуализацию ключевых понятий и обобщение их отношений.

Представлены ментальные карты по теме: «Квадратные уравнения», которые структурируют и объединяют материал в единую целостную картину. Они позволяют ученикам, глядя на квадратное уравнение, сразу определить, к какому типу оно относится, и тут же по образцу найти его корни. Обучающиеся, у которых умение решения квадратных уравнений сформировано на среднем уровне смогут с помощью них повысить свой уровень до высокого.

## Заключение

В дипломной работе представлена методическая линия изложения материала в учебниках по теме «Квадратные уравнения». Просмотрев школьные учебники по алгебре 8 класса, было выявлено, что материал, касающийся квадратных уравнений, обширен и составляет целую содержательно-математическую линию квадратных уравнений.

Для этой темы характерна большая глубина изложения и богатство устанавливаемых с ее помощью связей в обучении.

В ходе исследования установлено, что усвоение обучающимися методов решения квадратных уравнений как основного средства математического решения прикладных задач и задач повышенной сложности является одной из главных изучения курса целей алгебры.

Определены 7 критериев для определения уровня сформированности умения решения квадратных уравнений. А именно такие умения:

1. приведение уравнения к стандартному виду;
2. определение квадратного уравнения;
3. определение типа квадратного уравнения;
4. решение неполных квадратных уравнений;
5. решение полных квадратных уравнений с помощью дискриминанта;
6. решение приведенных квадратных уравнений через теорему Виета;
7. разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Разработаны три различных методики для диагностики у учеников умения решения квадратных уравнений и определения их уровня сформированности. Проведение диагностики показало средний уровень сформированности умения решения квадратных уравнений у исследуемой группы обучающихся 8 класса. Это подтверждает выдвинутую гипотезу: умения решения квадратных уравнений у обучающихся 8 класса невысоки и требуют систематизации знаний и умений по теме.

Мною были разработаны рекомендации по систематизации знаний и умений по теме «Решение квадратных уравнений» у обучающихся 8 класса с применением ментальных карт.

Таким образом, поставленные задачи были решены и цель исследования достигнута.

## Библиографический список

1. Балан И. В. Использование ментальных карт в обучении // Молодой ученый. [Электронный ресурс] . — 2015. — №11.1. — С. 58-59. — URL: <https://moluch.ru/archive/91/19343>, свободный / (дата обращения: 20.10.2019).
2. Бекаревич, А. Н. Уравнения в школьном курсе математики / А. Н. Бекаревич. – Минск : Народная асвета, 1968. – 152 с.
3. Бершадская Е.А. Применение метода интеллект-карт для формирования познавательной деятельности учащихся/ Е. А. Бершадская // Пед.технологии: проф. журн. для технологов образования. - 2009. - N 3. - С. 17-21
4. Бершадский М.Е. О методе интеллект-карт [Электронный ресурс].— URL:[http://bershadskiy.ru/index/metod\\_intellekt\\_kart/0-32](http://bershadskiy.ru/index/metod_intellekt_kart/0-32), свободный / (дата обращения: 10.02.2020).
5. Блощинская В.О. Карты понятий на уроках математики: от шаблона до Интернет-технологий (из опыта работы) [Электронный ресурс] .— В.О. Блощинская. — Электрон. Журн. — г. Комсомольск-на-Амуре: НАУКОГРАД, 2016. — URL: [http://nauka-it.ru/attachments/article/4186/bloschinskaya\\_v\\_komsomolsk\\_konf\\_16.pdf](http://nauka-it.ru/attachments/article/4186/bloschinskaya_v_komsomolsk_konf_16.pdf), свободный / (дата обращения: 20.10.2019).
6. Бьюзен Т. Думайте эффективно - Попурри, 2006 г., 104 стр., ISBN 985483735-1, 0-00714684-1
7. Бьюзен Т. Карты памяти: уникальная методика запоминания информации / Тони Бьюзен, Джо Годфри Вуд ; [пер. с англ. О. Ю. Пановой] - М: "Росмэн", 2007. - 326 с.
8. Бьюзен Т., Бьюзен Б., Интеллект-карты. Практическое руководство - Попурри, 2010 г., 368 стр., ISBN 978-985-15-1077-7, 0-563-53732-9
9. Василенко Т. MindMaps – опыт использования [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.improvement.ru/zametki/mindmap>, свободный / (дата обращения: 25.02.2020).

10. Воробьева В.М. Эффективное использование метода интеллект-карт на уроках /В.М. Воробьева Л.В. Чурикова, Л.Г. Будунова. — М: ГБОУ «ТемоЦентр», 2013. — 46с.
11. Жукова Т.Н. Роль визуализации в школьном образовании [Электронный ресурс]. — URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/rol-vizualizatsii-v-shkolnom-obrazovanii>, свободный / (дата обращения: 10.04.2020).
12. Забродина, Е. В. Применение сервиса LearningApps.org при обучении бакалавров педагогического образования / Е. В. Забродина. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2018. — № 18 (204). — С. 182-186. — URL: <https://moluch.ru/archive/204/49974>, свободный / (дата обращения: 26.05.2020).
13. Коржевина, Е. К. Об обучении решению квадратных уравнений без использования формулы корней / Е. К. Коржевина, Т. Н. Матыцина, Н. Л. Марголина. // Вестник КГУ. — 2017. — № 2. — С. 128-130.
14. Лурия А. Р. Основы нейропсихологии. Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. — М.: Академия, 2003. — 384 с.
15. Майер, Е. И. Использование ментальных карт в учебном процессе как средство систематизации и обобщения знаний учащихся // Молодой ученый. [Электронный ресурс] . — 2017. — № 43 (177). — С. 106-108. — URL: <https://moluch.ru/archive/177/46134>, свободный / (дата обращения: 07.06.2020).
16. Майер, Е. И. Некоторые методические рекомендации по использованию ментальных карт в образовательном процессе // Молодой ученый. [Электронный ресурс] . — 2017. — № 44 (178). — С. 165-167. — URL: <https://moluch.ru/archive/178/46135>, свободный / (дата обращения: 07.06.2020).
17. Майндмэп: 10 лучших сервисов для создания интеллект-карт [Электронный ресурс] . — URL: <https://www.unisender.com/ru/blog/idei/navesti-poryadok-v-golove-i-ne-tolko-10-luchshih-servisov-dlya-sozdaniya-intellektualnyh-kart>, свободный/ (дата обращения: 25.02.2020).

18. Макарычев Ю. Н. Алгебра 8 класс / Ю. Н. Макарычев. и др. – М. : Просвещение, 2019. – 287 с.
19. Макарычев Ю.Н. Алгебра. Рабочие программы. Предметная линия учебников Ю.Н. Макарычев и др .7 – 9 классы: учеб. пособие для общеобразоват. организаций / Н. Г. Миндюк. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2016. – 99 с.
20. Мерзляк А.Г.Алгебра: 8класс : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, МС. Якир. – М., 2018. – 256 с.
21. Метиева Л.А., Удалова, Э.Я. Развитие сенсорной сферы. Пособие для учителей специальных (коррекционных) образовательных учреждений VIII вида [Электронный ресурс]. – /Л.А.Метиева, Э.Я. Удалова// - URL: <https://metodich.ru/l-a-metieva-e-ya-udalova-razvitie-sensornoj-sferi-detej/index.html>, свободный / (дата обращения: 10.04.2020).
22. Методика изучения квадратных уравнений в различных школьных учебниках [Электронный ресурс]. – URL: <https://studfiles.net/preview/5430386/page:3/>, свободный / (дата обращения: 03.05.2018).
23. Мордкович, А. Г. Алгебра. 8 класс. Ч. 1. Учебник / А. Г. Мордкович. – М. : Мнемозина, 2019. – 215 с.
24. Пошаговая инструкция по использованию Popplet для создания ментальных карт [Электронный ресурс]. — URL: <http://marinakurvits.com/popplet/>, свободный / (дата обращения: 10.04.2020).
25. Семенов А.В. Математика. Основной государственной экзамен. Готовимся к итоговой аттестации: учебное пособие / А.В. Семенов, А.С.Трепалин, И.В.Яценко: под ред. И.В.Яценко: Московский Центр непрерывного математического образования. – М.: Интеллект-Центр, 2020. – 296 с.
26. Сидоров, С. В. Ментальные карты на лекции по педагогике [Электронный ресурс]. – С. В. Сидоров // Сайт педагога-исследователя: для студентов педагогических специальностей, преподавателей, школьных

- администраторов и педагогов-исследователей. - URL: <http://sv-sidorov.ucoz.com>, свободный/ (дата обращения: 10.02.2020).
- 27.** Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс].— URL: <https://fgos.ru>, свободный / (дата обращения: 03.05.2020).
- 28.** Что такое интеллект-карта и как ее нарисовать? [Электронный ресурс] . — Электрон. Текстовые дан. — URL: <https://berichnow.ru/finansovaya-gramotnost-2/chto-takoe-intellekt-karta-i-kak-ee-narisovat>, свободный / (дата обращения: 20.10.2019).
- 29.** Шенк Ф.Б.Ментальные карты: конструирование географического пространства в Европе/ Ф.Б. Шенк // Политическая наука. [Электронный ресурс]. – URL: <http://refdb.ru/look/2597859.html> (дата обращения 25.05.2020).
- 30.** Шипунов С.Как рисовать карты [Электронный ресурс]. – URL:<http://www.mind-map.ru/?s=33/> (дата обращения 13.05.2020).
- 31.** Яценко И.В. ЕГЭ 2020. Математика. Базовый уровень. 36 вариантов. Типовые варианты экзаменационных заданий / А.В.Антропов, А.В.Забелин, Е.А.Семенко: под ред. И.В.Яценко. – М.: Экзамен, 2020. – 191 с.
- 32.** Яценко И.В. ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. 20 вариантов экзаменационных заданий от разработчиков ЕГЭ. Тематическая тетрадь /И.В.Яценко, С.А.Шестаков: под ред. И.В.Яценко. – М.: Экзамен, 2020. – 295 с.

## Приложение 1

Таблица 1

## Схема изложения материала в учебниках

А.Г. Мордкович	Ю.Н. Макарычев	А.Г. Мерзляк
1.Основные понятия	1. –	1.Основные понятия
2.Полные квадратные уравнения	2.Неполные квадратные уравнения	2.Неполные квадратные уравнения
3.Неполные квадратные уравнения	3.Полные квадратные уравнения	3.Полные квадратные уравнения
4.Приведенные квадратные уравнения	4.Приведенные квадратные уравнения	4.Приведенные квадратные уравнения
5.Теорема Виета	5.Теорема Виета	5. Теорема Виета
6.Теорема, обратная теореме Виета	6.Теорема обратная теореме Виета	6.Теорема обратная теореме Виета
7.Разложение квадратного трехчлена на линейные множители	7.Историческая справка	7.Разложение квадратного трехчлена на линейные множители