МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. Астафьева»

МОЛОДЕЖЬ И НАУКА XXI ВЕКА

**XX Международный научно-практический
форум студентов, аспирантов и молодых ученых**

СОВРЕМЕННАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В КОНТЕКСТЕ РАЗВИТИЯ КРАЯ: ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Материалы IV Всероссийской
научно-практической конференции
студентов, аспирантов и школьников

Красноярск, 29 апреля 2019 г.

КРАСНОЯРСК
2019

ББК 22.1
С 568

С 568 **Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы**: материалы IV Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 29 апреля 2019 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2019. – 256 с.

ISBN 978-5-00102-325-8

ББК 22.1

ISBN 978-5-00102-325-8
(XX Международный
научно-практический форум
студентов, аспирантов и молодых ученых
«МОЛОДЕЖЬ И НАУКА XXI ВЕКА»)

СОДЕРЖАНИЕ

СТУДЕНЧЕСКИЕ НАУЧНЫЕ ДОСТИЖЕНИЯ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ

ПРИЛОЖЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ

А.В. Бондарь, В.С. Ротэрмель
*Научный руководитель **Н.А. Лозовая,***
кандидат педагогических наук
Сибирский государственный университет науки
и технологий имени академика М.Ф. Решетнева

В работе обозначена актуальность интегрального исчисления для решения задач лесозаготовительной отрасли. Приведены примеры подобных задач. Описан потенциал задач профессиональной направленности в математической подготовке выпускников инженерного профиля.
Ключевые слова: определенный интеграл, образующая ствола, работа, площадь, численные методы, Mathcad, качество математической подготовки.

Интегральное исчисление имеет большое практическое значение. Определенный интеграл широко применяется при решении задач геометрии, физики, техники и других задач специальной направленности.

Цель настоящей работы состоит в описании возможностей применения интегрального исчисления при решении задач, актуальных для лесозаготовительной отрасли и обосновании использования подобных задач как средства повышения качества математической подготовки студентов.

Интегральное исчисление возникло в глубокой древности при решении задач определения площадей плоских фигур и объемов тел. При вычислении площади круга египтяне пользовались приближением и полагали, что площадь круга равна площади квадрата со стороной $\frac{8}{9}$ диаметра: $S = \left(\frac{8}{9}d\right)^2$ [История математики, 1970, с. 31]. В древности для вычисления интеграла применяли метод исчерпывания.

Позднее рассматривались физическая задача определения пройденного за данное время пути по известной, но переменной скорости движения, задача о работе переменной силы.

Задачи древности актуальны и до настоящего времени, рассматриваются в разных производственных отраслях. Сегодня такие задачи решаются при помощи интегрального исчисления.

Рассмотрим возможности применения интегрального исчисления при решении задач лесозаготовительной отрасли.

Пример 1. Одной из задач лесозаготовительной отрасли является задача определения площадей земельных участков, ограниченных естественными кривыми, например, реки, овраги, горы, дороги и т. п., в условиях ограниченного количества измерений на местности. Для нахождения площади используют определенный интеграл. В случае, когда функция задана таблично или сложно найти первообразную, определенный интеграл вычисляют приближенно, используя одну из формул: формула прямоугольников, формула трапеций, формула Симпсона [Бахвалов, Жидков, Кобельков, 2002]. Заметим, что для повышения точности нахождения площади из перечисленных методов необходимо использовать метод численного интегрирования с использованием формулы Симпсона.

Пример 2. Вычислить работу, которую необходимо затратить, чтобы выкачать воду из резервуара, имеющего форму прямого цилиндра с радиусом основания R и высотой H [Михайленко, Антонюк, 1990, с. 89].

Составим математическую модель задачи:

$$A = \int_0^H \pi R^2 \rho g h dh.$$

Интегрируя, получаем: $A = \frac{1}{2}\pi\rho g R^2 H^2$.

Далее, подставляя числовые значения, определяем работу.

Вторая предложенная задача – задача прикладной направленности, метод решения которой может быть адаптирован к профессиональной деятельности, например, при выкачивании воды из ямы при затоплении или осушении.

Пример 3. Для вычисления запасов заготавливаемой древесины необходимо находить объемы спиливаемых деревьев. В.С. Петровский, К.В. Батурин и П.В. Малинников предлагают формулу для вычисления объемов стволов:

$$V = \frac{\pi}{4}\int_0^H (2x)^2 dl,$$

где $2x$ – диаметр ствола на расстоянии l от комля и

$$2x = d_{0.5}\left(a_4\left(\frac{l}{H}\right)^4 + a_3\left(\frac{l}{H}\right)^3 + a_2\left(\frac{l}{H}\right)^2 + a_1\left(\frac{l}{H}\right) + a_0\right),$$

где $d_{0,5}$ – диаметр ствола на середине высоты дерева, a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 – коэффициенты, значение которых зависит от породы [Петровский, Батурин, Малинников, 2014].

Третья задача наглядно демонстрирует необходимость применения интегрального исчисления в лесоинженерных расчетах.

Мы рассмотрели задачи, решение которых находится с помощью геометрических и физических приложений определенного интеграла. На практике часто появляются «неберущиеся» интегралы. В этом случае прибегают, как было отмечено выше, к численным методам, которые являются приближенными и дают погрешность даже при отсутствии погрешностей во входных данных. «Неберущиеся» интегралы можно также вычислить, используя прикладные компьютерные программы. На рисунке ниже представлено вычисление интеграла Пуассона в Mathcad.

Итак, прослеживается цепочка межпредметных связей: профессиональные дисциплины – математика – информатика. Рассмотрение задач профессиональной направленности, для решения которых необходимо использовать аппарат интегрального исчисления, знакомит студентов с существованием подобных задач и позволяет их решить.

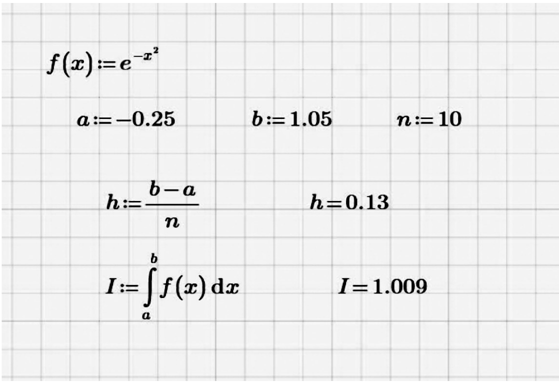


Рис. Вычисление интеграла Пуассона в Mathcad

Появляется осознание и понимание необходимости применения математического аппарата в будущей профессиональной деятельности, что повышает ценность математического знания. Решение студентами задач профессиональной направленности при использовании математического инструментария направлено на повышение качества математической и инженерной подготовки, позволяет включиться в профессиональное исследование на ранних курсах, самоопределиться, сохранить приобретенные математические знания и применить их в дальнейшей работе.

Библиографический список

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы: учебное пособие. 2-е изд. М.: Лаб. базовых знаний. 2002, 632 с.
2. История математики. Т. 1. С древнейших времен до начала XIX столетия / под ред. А.П. Юшкевича. М.: Наука, 1970. 354 с.
3. Михайленко В.М., Антонюк Р.А. Сборник прикладных задач по высшей математике: учебное пособие. Киев: Выща шк. 1990. 167 с.
4. Петровский В.С., Батурин К.В., Малинников П.В. Метод раскряжевки хлыстов и учета объемов полученных сортиментов круглого леса // Лесотехнический журнал. 2014. Т. 4. № 3 (15). С. 175–183.

ПОВОРОТ ПРОСТРАНСТВА И ЕГО ПРАКТИЧЕСКОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

М.В. Епанешникова
Научный руководитель ***Т.И. Уткина,***
доктор педагогических наук, профессор
Орский гуманитарно-технологический институт
(филиал) Оренбургского государственного университета

Исследуется возможность изучения поворота плоскости в связи с поворотом пространства как преобразования порождаемого им в инвариантной плоскости. Представлено практическое использование поворота пространства в реальной жизни. Описаны возможности применения поворотов пространства и плоскости для популяризации знаний о геометрических преобразованиях для учащихся.
Ключевые слова: поворот пространства, поворот плоскости, инвариантная плоскость, практическое использование.

В системе знаний о геометрических преобразованиях важное значение имеет понятие о повороте пространства. Использование поворота пространства позволяет понять значимость его в реальной жизни, в рассмотрении свойств поворота плоскости, а также в естественнонаучных дисциплинах. При изучении химии, многих разделов физики используются данные теории поворота пространства. Учение о движениях позволяет объяснить физические свойства и химический состав кристаллов. Эти далеко не полные направления использования теории движений в химии, физике и подчеркивают важность учения о геометрических преобразованиях, в частности поворот пространства.

Проведенный анализ учебников федерального комплекта позволяет сделать вывод о разной степени представленности материала о повороте пространства. Мы можем видеть, что в учебниках [Александров, 2014; Потоскуев, 2004] рассматриваются поворот пространства и поворот плоскости, даются их определения, выделяются основные свойства. Но вопрос о взаимосвязи поворота плоскости и поворота пространства не решается. В учебниках [Атанасян, 2009; Смирнова, 2008] вопросы о движениях не рассматриваются. Проведенные исследования позволяют сделать вывод об актуальности проблемы, рассматриваемой в статье. В данной работе представлен новый подход к изучению поворота пространства и поворота плоскости. В основу этого подхода положена работа Т.И. Уткиной [Уткина, 1991].

Предлагаем вариант изучения поворота пространства на уроках стереометрии. Дается конструктивное определение поворота пространства. Вводится обозначение и выясняются способы его задания; находятся координатные формулы; исследуется вопрос о наличии инвариантных точек; решается вопрос о представлении поворота пространства в виде композиции симметрий относительно плоскостей; формулируются свойства; устанавливается взаимное расположение прямой и ее образа и наличие инвариантных прямых; устанавливается взаимное расположение плоскости и ее образа и наличие инвариантных плоскостей; выделяется преобразование, которое устанавливается в инвариантной плоскости при повороте пространства; сопоставляются свойства поворота плоскости, которое им порождено.

Определение. ***Поворотом пространства*** вокруг ориентированной прямой ***l*** на угол ***α*** называется такое преобразование пространства, при котором любая точка прямой ***l*** остается неподвижной и в любой плоскости, перпендикулярной прямой ***l***, делается поворот этой плоскости на угол ***α*** вокруг точки пересечения ее с прямой ***l***. Поворот пространства однозначно определяется осью поворота и углом поворота.

В повороте вокруг оси ***l*** на угол ***α*** $M = M'$ в $R(O, i, j, k)$. Пусть $M(x, y, z)$ получаются координатные формулы:

$$\begin{cases} x' = x\cos\alpha - y\sin\alpha, \\ y' = x\sin\alpha + \cos\alpha, \\ z' = z. \end{cases}$$

Инвариантными точками поворота пространства являются любые точки, принадлежащие оси ***l***.

Рассмотрим композицию двух симметрий относительно пересекающихся плоскостей по прямой $\boldsymbol{l}$. Пусть точка $M(x, y, z)$ в симметрии относительно плоскости $\boldsymbol{\beta}$ переходит в точку M_1, затем относительно плоскости $\boldsymbol{\alpha}$ переходит в M_2. Используя координатные формулы симметрий относительно плоскостей, получаем координатные формулы композиции, которые определяют поворот с осью $\boldsymbol{l}$:

$$\begin{cases} x' = x\cos 2\gamma - y\sin 2\gamma, \\ y' = x\sin 2\gamma + y\cos 2\gamma, \\ z' = z. \end{cases}$$

Полученные формулы показывают, что композиция симметрий относительно пересекающихся плоскостей является поворотом пространства с осью $\boldsymbol{l}$ (линия пересечения) на удвоенный угол между плоскостями.

Всякий поворот пространства можно представить в виде композиции двух симметрий относительно пересекающихся плоскостей $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$, где $\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}$ – плоскости, проходящие через прямую $\boldsymbol{l}$, и поворот вокруг $\boldsymbol{l}$ на угол $\boldsymbol{\gamma/2}$. Поворот пространства есть движение. Поворот пространства не изменяет ориентацию фигур. При повороте пространства прямая переходит в прямую. Инвариантная плоскость будет плоскость, перпендикулярная оси $\boldsymbol{l}$, в которой порождается поворот плоскости, где поворотом плоскости с центром в точке O на угол α называется отображение плоскости, при котором M переходит в M', что $OM = OM'$, угол $MOM' = \alpha$, O отображается на себя. Поворот плоскости однозначно определяется заданием центра и угла поворота или центром и парой соответствующих точек.

В повороте $O(0,0)$ в $R(O, i, j)$ получаются координатные формулы:

$$\begin{cases} x' = x\cos\alpha - y\sin\alpha, \\ y' = x\sin\alpha + \cos\alpha. \end{cases}$$

Рассматривая поворот плоскости, можно сказать, что он является движением. Сравнивая координатные формулы поворота и движения, мы видим, что поворот – это движение первого рода. В повороте плоскости прямая переходит в прямую. Рассматривая координатные формулы поворота плоскости, получается, что точка O – центр поворота единственная инвариантная точка. Множество поворотов с общим центром образуют группу.

Поворот пространства и поворот плоскости проявляется в реальной жизни, его можно встретить в разных областях. Например, картины М. Эшера выполнены при помощи поворота фигур на разные углы, различные орнаменты на зданиях также выполнены при помощи поворотов пространства, спутники вращаются вокруг планет, планеты вращаются вокруг солнца. Также поворот пространства используется в часах, стрелка отклоняется на определенный угол.

Данная работа может быть использована в научно-популярных лекциях для учащихся, в разработке дополнительных общеразвивающих программ и в проектировании учебных программ в классах с углубленным изучением математики.

Библиографический список

1. Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. 10–11 классы. М.: Просвещение, 2014.
2. Атанасян Л.С. Геометрия. 10–11 классы М.: Просвещение, 2009.
3. Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. Геометрия 11 класс. М.: Дрофа, 2004.
4. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия 10–11 класс. М.: Мнемозина, 2008.
5. Уткина Т.И. Методика изучения геометрических преобразований пространства на факультативных занятиях в средней школе. М.: Свердловский государственный педагогический институт, 1991.

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ДРОБНО-РАЦИОНАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ И АСИМПТОТИЧЕСКИЕ КРИВЫЕ

В.С. Кобычева

Научный руководитель ***М.Б. Шашкина,***

кандидат педагогических наук, доцент

Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье представлено краткое описание асимптотических кривых, а также показано, как без помощи аппарата производной можно строить графики дробно-рациональных функций.

Ключевые слова: асимптотические кривые, криволинейные асимптоты, график, дробно-рациональная функция.

Мощным инструментом для исследования функции является производная, позволяющая найти экстремальные значения, точки перегиба и интервалы выпуклости / вогнутости кривой. Однако построить график дробно-рациональной функции возможно и без использования аппарата дифференциального исчисления. Приемы построения графиков, рассмотренные в данной статье, достаточно просты, поэтому вполне могут быть освоены школьниками. Также материал можно использовать для научно-исследовательских работ обучающихся.

Некоторое представление о графике функции вида

$f(x)=\dfrac{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1}+...+a_o}{b_k x^k + b_{k-1}x^{k-1}+...+b_o}$, где $a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1}+...+a_o$ и $b_k x^k + b_{k-1}x^{k-1}+...+b_o$ – многочлены, можно получить еще до начала исследования. Ценную информацию дает разность старших степеней числителя и знаменателя, поскольку позволяет определить поведение функции на бесконечности. Рассмотрим 3 случая: 1) $n-k\le 0$, 2) $n-k=1$, 3) $n-k\ge 2$ [Шахмейстер, 2011].

В первом из них функция имеет горизонтальную асимптоту, во втором – наклонную, в третьем – криволинейную. Причем, когда $n-k=2m,\ m\in N$, график асимптотической кривой напоминает параболу, а при условии, что $n-k=2m+1,\ m\in N,$ – кубическую параболу. Эти факты согласуются с общей теорией пределов. Дальнейшее исследование функции в каждом из случаев практически не отличается.

Так как ни в одном из классических учебников по математическому анализу [Фихтенгольц, 2002; Ильин, Садовничий, Сендов, 2015] нет сведений о криволинейных асимптотах, сформулируем определение, опираясь на теорему, связывающую передел и бесконечно малую функцию.

Определение. Кривая $y=g(x)$ называется ***асимптотой*** графика функции *f*, если $\lim\limits_{\substack{x\to x_o\\ x\to\infty}}\left(f(x)-g(x)\right)=0$, т.е.

$$f(x)=g(x)+\alpha(x),\ \text{где}\ \lim_{\substack{x\to x_o\\ x\to\infty}}\alpha(x)=0,\ \lim_{\substack{x\to x_o\\ x\to\infty}}g(x)=\infty.$$

Заметим, что f и g являются эквивалентными бесконечно большими функциями при $x\to x_0$ $(x\to\infty)$, поэтому вблизи точки x_0 или на бесконечности их графики практически совпадают.

Как уже было сказано ранее, график дробно-рациональной функции данного вида обязательно будет иметь криволинейную асимптоту при $x\to\infty$. Для того чтобы найти ее уравнение, необходимо выделить целую часть в аналитическом выражении данной функции.

Отметим также, что если функция имеет вертикальную асимптоту при $x\to x_0$, то она имеет и асимптотическую кривую при $x\to x_0$ (напоминающую гиперболу). Знание этого факта позволит построить более точный график. Впрочем, можно ограничиться и вертикальной асимптотой. Положение графика функции относительно асимптотической кривой удобнее всего определять по знаку разности функции и криволинейной асимптоты, аналогично действуем в случае с наклонными / горизонтальными асимптотами.

Опишем общий алгоритм построения графика дробно-рациональной функции.

1. Найти область определения функции и исследовать функцию на наличие вертикальных асимптот (вычислить односторонние пределы в точках разрыва).

2. Определить промежутки знакопостоянства.

3. Найти наклонную / горизонтальную или криволинейную асимптоту (какую из них имеет наш график, мы будем знать еще до проведения исследования).

4. Определить положение функции относительно асимптоты. С учетом пунктов 2 и 3 отметить области ее существования.

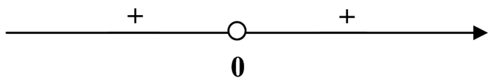
5. Найти контрольные точки. По возможности определить множество значений функции $E(f)$, проверить, имеет ли функция точки пересечения с асимптотами.

6. Схематично построить график.

Пример. Построить график функции $y = \dfrac{x^4+5}{x^2}$

1. $D(y) = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$. Т.к. $\lim\limits_{x\to x_o} \dfrac{x^4+5}{x^2} = +\infty$ $\Rightarrow$ $x = 0$ – вертикальная асимптота. Заметим, что функция является четной, т.к. область определения является симметричным относительно нуля множеством и $\forall x \in X$: $f(x) = f(-x)$. Соответственно, график должен быть симметричен относительно оси ординат.

2. Находим промежутки знакопостоянства (числитель корней не имеет).



3. Поскольку общий вид функции $f(x) = \dfrac{a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_o}{b_k x^k + b_{k-1}x^{k-1} + \ldots + b_o}$,

где $n - k \geq 2$, и существует вертикальная асимптота, то асимптотических кривых будет две. Найдем их. Выделив целую часть, получим $y = x^2 + \dfrac{5}{x^2}$.

При $x \to \infty$ $\dfrac{5}{x^2} \to 0$ $x^2 \to \infty$ $\Rightarrow$ $y = x^2$ – криволинейная асимптота при $x \to \infty$.

При $x \to 0$, а $\dfrac{5}{x^2} \to \infty$ $\Rightarrow$ $y = \dfrac{5}{x^2}$ – криволинейная асимптота при $x \to 0$.

4. Определим положение функции относительно асимптотической кривой. $\frac{x^4+5}{x^2}-x^2=\frac{5}{x^2}$. Видим, что при каждом x $\frac{5}{x^2}>0 \Rightarrow y=x^2+\frac{5}{x^2}$ на любом интервале находится выше асимптоты $y=x^2$.

$\frac{x^4+5}{x^2}-\frac{5}{x^2}=x^2$– аналогично предыдущей ситуации получаем, что $x^2+\frac{5}{x^2}$ на любом интервале находится выше асимптоты $y=\frac{5}{x^2}$.

С учетом пунктов 2 и 3 определим области существования графика функции (рис. 1)

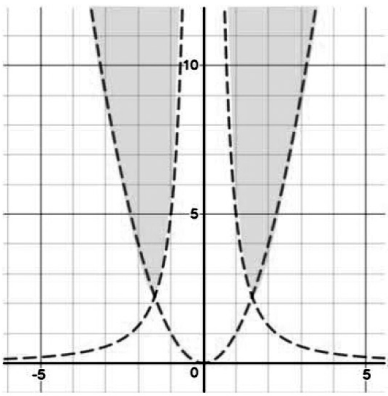


Рис. 1

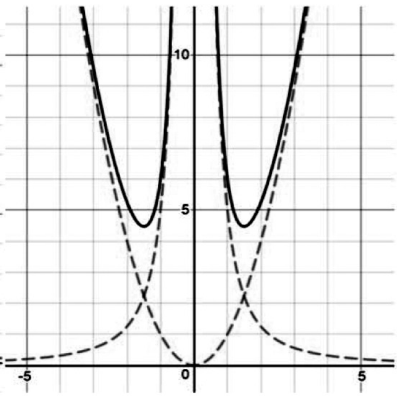


Рис. 2

5. Найдем *E(y)*. Пусть $\frac{x^4+5}{x^2}=k$, где k – некоторое значение функции. Данное уравнение имеет решение при $k \geq 2\sqrt{5} \Rightarrow E(y)=[2\sqrt{5};+\infty)$.

6. Схематично строим график функции (рис. 2).

Библиографический список

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. 4-е изд. перераб и доп.: учебник для бакалавров. М.: Юрайт, 2015.
2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учебник. 7-е изд. М.: Физматлит, 2002.
3. Шахмейстер А.Х. Построение графиков функций элементарными методами. 3-е изд., испр. и доп. СПб.: Петроглиф, Виктория плюс. М.: Изд-во МЦНМО, 2011.

ОБ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЯХ ПЯТОЙ СТЕПЕНИ, РАЗРЕШИМЫХ В РАДИКАЛАХ

В.А. Кучеренко
Научный руководитель ***Е.Н. Михалкин,***
доктор физико-математических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева

Статья посвящена рассмотрению некоторых типов алгебраических уравнений, разрешимых в радикалах. Приведен пример уравнения пятой степени, разрешимого в радикалах.
Ключевые слова: общее алгебраическое уравнение пятой степени, разрешимость в радикалах.

1. Введение

Одной из самых трудных проблем математики XVI–XVIII вв. был вопрос, разрешим ли с помощью конечного числа алгебраических шагов многочлен пятого порядка. В наше время в школе учат формулу решения квадратных уравнений, а с XVI в. известны аналогичные методы для решения уравнений третьей и четвертой степени. Но для многочленов пятого порядка не было найдено ни одного метода. Фундаментальная теорема алгебры гарантирует, что решения существуют, но в ней ничего не говорится о существовании формул, дающих точные решения (к тому времени уже существовали приблизительные числовые и графические методы) [Несмеев, 2017]. И вот появились два математических гения Нильс Хенрик Абель и Эварист Галуа. Абель показал, что корни уравнения пятой степени в общем случае не могут быть выражены в виде алгебраических функций от своих коэффициентов. Однако явные условия, при которых в особых случаях эти многочлены могли быть решены, метод их решения сформулировал Галуа.

2. Разрешимость в радикалах уравнения пятой степени

Рассмотрим уравнение пятой степени:

$$a_5 y^5 + a_4 y^4 + a_3 y^3 + a_2 y^2 + a_1 y + a_0 = 0.$$

С помощью преобразований Чирнгауза [Прасолов, Соловьев, 1997] это уравнение сводится к уравнению с двумя параметрами:

$$x^5 + ax + b = 0\,. \tag{1}$$

Его решением является пятизначная функция $x = x(a, b)$.

Согласно результатам Э. Галуа и Н. Абеля, в общем случае уравнение (1) не разрешимо в радикалах. Однако при некоторых значениях параметров a и b уравнение (1) разрешимо в радикалах [Прасолов, Соловьев, 1997].

Для уравнения (1) справедлива следующая теорема [Прасолов, Соловьев, 1997].

Теорема 1. *Пусть* a *и* b *– такие рациональные числа, что многочлен пятой степени* $x^5 + ax + b = 0$ *неприводим, тогда уравнение*

$$x^5 + ax + b = 0$$

разрешимо в радикалах в том и только том случае, когда существуют такие рациональные числа, $\varepsilon = \pm 1$, $c \geq 0$ *и* $e \neq 0$, *что*

$$a = \frac{5e^4(3-4\varepsilon c)}{c^2+1},\; b = \frac{-4e^5(11\varepsilon+2c)}{c^2+1}\,. \tag{2}$$

Из этой теоремы следует, что корни уравнения

$$x^5 + 15x - 44 = 0$$

допускают представление в виде радикалов.

Библиографический список

1. Прасолов В.В., Соловьев Ю.П. Эллиптические функции и алгебраические уравнения. М.: Факториал, 1997.
2. Несмеев Ю.А. Решение уравнения пятой степени разложением левой части на произведение многочленов второй и третьей степени // Вестник пермского университета. 2017. № 1 (36). С. 21–28.

О НЕКОТОРЫХ ПОДХОДАХ К РЕШЕНИЮ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ПЯТОЙ СТЕПЕНИ

Д.С. Мичурина
Научный руководитель ***Е.Н. Михалкин,***
доктор физико-математических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В данной работе представлены основные подходы к решению алгебраического уравнения пятой степени. В каждом случае приводятся области сходимости рядов и интегралов, которыми представляются решения этих уравнений.
Ключевые слова: алгебраическое уравнение, интеграл Меллина–Барнса, гамма-функция, модулярное уравнение, степенной ряд.

1. Введение

В 1786 г. шведский математик Бринг [Bring, 1876] с помощью преобразования Чирнгауза привел общее алгебраическое уравнение пятой степени к уравнению с одним параметром:

$$y^5 + 5y = a. \qquad (1)$$

Также с помощью элементарной замены переменной уравнение (1) сводится к виду

$$z^5 + xz - 1 = 0. \qquad (2)$$

Одним из известных подходов к решению уравнения пятой степени является подход Эрмита–Кронекера.

2. Метод Эрмита–Кронекера

Для нахождения решения $y(a)$ уравнения (1) вычисляем величину

$$u^{12} = f^{12}(\tau) = \frac{a^2 \pm \sqrt{a^4 + 256}}{2}.$$

Далее находим корни v_0, ..., v_4, v_∞, которые выражаются через f по формулам:

$$v_0 = f\left(\frac{\tau}{5}\right), \ v_1 = f\left(\frac{\tau+96}{5}\right), \ v_2 = f\left(\frac{\tau-48}{5}\right),$$

$$v_3 = f\left(\frac{\tau+48}{5}\right), \ v_4 = f\left(\frac{\tau-96}{5}\right), v_\infty = f(5\tau).$$

Заметим, что для обращения функции $f(\tau)$ требуется прибегнуть к эллиптическим интегралам, что весьма непросто. Однако в работе [Прасолов, Соловьев, 1997] показано, что корни v_0, ..., v_4, v_∞ удовлетворяют модулярному уравнению

$$v^6 - u^5 v^5 + 4uv + u^6 = 0.$$

Корни модулярного уравнения мы находим по формуле Семушевой–Циха [Семушева, Цих, 2000] в виде степенных рядов. Далее находим

$$w_l(a) = \frac{(v_\infty - v_l)(v_{l+1} - v_{l-1})(v_{l+2} - v_{l-2})}{\sqrt{5} f^3(\tau)},$$

и наконец, по формуле

$$y_l(a) = \frac{a}{w_l^2(a) + 5}, \quad l = 0, 1, 2, 3, 4. \tag{3}$$

находим корни исходного уравнения в виде степенного ряда. Полученный ряд сходится в области $(\mathrm{Re}\, a)^2 - (\mathrm{Im}\, a)^2 < 0$ (рис. 1).

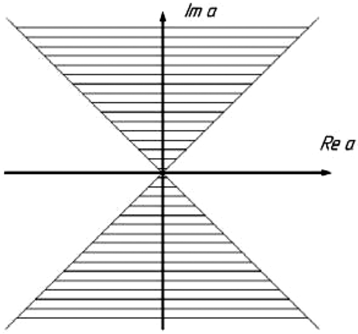


Рис. 1. Область сходимости ряда по методу Эрмита–Кронекера

3. Метод Меллина

Другим подходом к решению алгебраического уравнения является подход Меллина (1921), который представил решение уравнения (2) в виде интеграла Меллина–Барнса, а также и в виде степенного ряда. Интегральное представление для решения уравнения (2) следующее:

$$z(x) = \frac{1}{10\pi i}\int_{Re\ u=\frac{1}{2}} \frac{\Gamma(u)\Gamma\left(\frac{1-u}{5}\right)}{\Gamma\left(\frac{6}{5}+\frac{4}{5}u\right)} x^{-u} du, \qquad (4)$$

где Γ – гамма-функция Эйлера.

Этот интеграл сходится в секторе $|\arg x| < \frac{\pi}{5}$ (рис. 2).

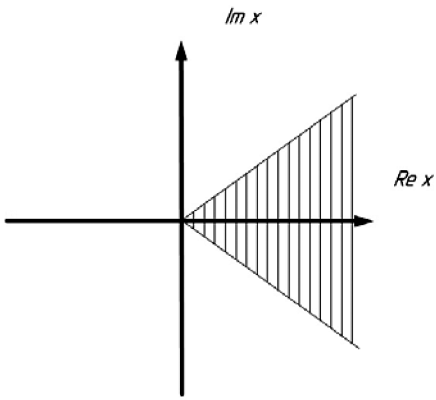


Рис. 2. Область сходимости интеграла Меллина–Барнса

Степенной ряд, который получается из интеграла Меллина–Барнса, имеет такой вид:

$$z(x) = \frac{1}{5}\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \Gamma\left(\frac{1+k}{5}\right)}{k!\,\Gamma\left(\frac{6-4k}{5}\right)} x^k. \qquad (5)$$

Этот ряд сходится в круге $|x| < \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{5}}\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{4}{5}}}$ (рис. 3).

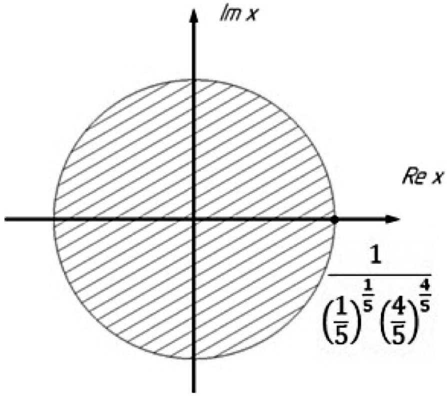


Рис. 3. Область сходимости для степенного ряда Меллина–Барнса

Таким образом мы видим, что каждый из подходов имеет свои преимущества и недостатки. Основная проблема заключается в том, что не во всей области представленные методы дают ответ.

Библиографический список

1. Bring E.S. Meletamata quaedam mathematica circa transformationem aequationen algebraicarum. Uppsala. 1786. V. 107.
2. Прасолов В.В., Соловьев Ю.П. Эллиптические функции и алгебраические уравнения. М.: Факториал, 1997. 288 с.
3. Семушева А.Ю., Цих А.К. Продолжение исследований Меллина о решении алгебраических уравнений // Комплексный анализ и дифферен. операторы (к 150-летию С.В. Ковалевской). 2000. С. 134–146.

ОБ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ИНТЕГРАЛАХ

В.В. Половинкина
Научный руководитель ***Е.Н. Михалкин,***
доктор физико-математических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева

В статье приводится классификация эллиптических интегралов. Рассматривается их применение.
Ключевые слова: эллиптический интеграл, модуль эллиптического интеграла, общее алгебраическое уравнение пятой степени.

Эллиптическим интегралом называют интеграл вида:

$$\int R\left(x, \sqrt{G(x)}\right) dx,$$

где $G(x)$ – многочлен третьей или четвертой степени, не имеющий кратных корней, а $R(x, y)$ – рациональная функция двух переменных [Прасолов, Соловьев, 1997].

Что касается классификации эллиптических интегралов, то выделяют три рода эллиптических интегралов:

$$\int \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 sin^2\varphi}}, \tag{1}$$

$$\int \frac{sin^2\varphi \, d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 sin^2\varphi}}, \tag{2}$$

$$\int \frac{d\varphi}{(sin\varphi - C)\sqrt{1 - k^2 sin^2\varphi}}, \tag{3}$$

соответственно первого, второго и третьего рода.

Интеграл второго рода с помощью замены переменной приводится к более компактному виду:

$$\int \sqrt{1 - k^2 sin^2\varphi} \; d\varphi, \tag{4}$$

где *k* называется модулем эллиптического интеграла.

Напомним параметрическое уравнение эллипса:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

где a, b – его полуоси, притом величина $k = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$, участвующая в (4), есть эксцентриситет эллипса.

Наряду с многочисленными применениями эллиптических интегралов, отметим, что они используются и при решении уравнений пятой степени методом Ch. Hermite и L. Kronecker, основанным на свойстве этих интегралов и применяемых там некоторых растяжений тета-функций [Hermite, 1859; Kronecker, 1858].

Библиографический список

1. Прасолов В.В., Соловьев Ю.П. Эллиптические функции и алгебраические уравнения. М.: Факториал, 1997. 288 с.
2. Hermite Ch. Sur la theorie des e´quations modulaires et la re´solution de l'e´quation du cinquie`me degre´. Paris. 107 (1859).
3. Kronecker L. Sur la resolution de l'e´quation du cinquie`me degre´// C.R. Acad. Sci. 46 (1858). P. 1150–1152.

МЕТОД МАЖОРАНТ ПРИ РЕШЕНИИ НЕРАВЕНСТВ

Н.Д. Рыбкина
Научный руководитель ***М.Б. Шашкина,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева

В статье рассмотрен метод мажорант, который используется при решении неравенств. Приведены примеры решения неравенств ЕГЭ по математике профильного уровня.

Ключевые слова: метод мажорант, мажоранта, ограниченность функции, неравенства.

Метод мажорант – это нестандартный метод решения неравенств, который основан на использовании ограниченности функций, а именно на нахождении множества значений функции.

Мажорантой функции $y = f(x)$ на множестве чисел P называется число M, такое что $f(x) \leq M$, либо $f(x) \geq M$ для $\forall\, x \in P$ [Ткачук, 2007].

M является мажорантой, если $f(x) = g(x)$ и существует M, такое что для $\forall\, x$ из области определения функций $f(x)$ и $g(x)$ выполняются неравенства $f(x) \geq M$ и $g(x) \leq M$, тогда уравнение $f(x) = g(x)$ можно представить в виде системы:

$$\begin{cases} f(x) = M, \\ g(x) = M \end{cases}$$

Метод мажорант находит применение при решении отдельных неравенств, которые не решаются обычными способами либо содержат разнородные функции. Например, можно использовать данный метод при решении задания 15 повышенного уровня сложности ЕГЭ по математике, содержащего логарифмические, показательные и комбинированные неравенства.

Для использования этого метода необходимо знать функции, которые имеют ограниченное множество значений.

Приведем некоторые функции с ограниченным множеством значений, которые встречаются в задании 15 повышенного уровня сложности [Фельдман]:

1. $\sqrt{x} \geq 0$
2. $|x| \geq 0$
3. $a^x > 0$
4. $x^{2n} \geq 0$

Рассмотрим примеры использования метода мажорант при решении неравенств.

Пример 1.

$$5^{-|x-2|} \cdot \log_2(4x - x^2 - 2) \geq 1$$

1. Наибольшее значение левой части неравенства равно 1:

$$0 < 5^{-|x-2|} \leq 5^0$$

$$0 < 5^{-|x-2|} \leq 5^0 = 1$$

2. Преобразуем аргумент логарифма:

$$4x - x^2 - 2 = 4x - x^2 - 4 + 2 = 2 -$$
$$-(x^2 - 4x + 4) = 2 - (x-2)^2$$
$$\log_2(4x - x^2 - 2) = \log_2(2 - (x-2)^2)$$

$$\log_2(2 - (x-2)^2) \le \log_2 2 = 1$$

3. Поскольку правая часть неравенства равна 1, а левая часть не больше 1, неравенство выполняется только тогда, когда оба множителя равны 1:

$$\begin{cases} 5^{-|x-2|} = 1, \\ \log_2(2 - (x-2)^2) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5^{-|x-2|} = 1^0 \\ 2^1 = 2 - (x-2)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x-2| = 0 \\ 2 - (x-2)^2 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ -(x-2)^2 = 0, x = 2 \end{cases} \Rightarrow x = 2$$

Ответ: $x = 2$.

Пример 2.

$$6x - 3x^2 + 1 \ge 4^{x^2 - 2x + 2}$$

1. Преобразуем левую часть неравенства:

$$6x - 3x^2 + 1 = 6x - 3x^2 + 4 - 3 =$$
$$= (-3x^2 + 6x - 3) + 4 =$$
$$= -3(x^2 - 2x + 1) + 4 = -3(x-1)^2 + 4$$

2. Оценим квадратичную функцию в левой части неравенства:

$$-3(x-1)^2 + 4 \le 4$$

3. Преобразуем показатель степени в правой части неравенства:

$$x^2 - 2x + 2 = x^2 - 2x + 1 + 1 = (x^2 - 2x + 1) + 1 =$$
$$= (x-1)^2 + 1; \ (x-1)^2 + 1 \geq 1$$

4. Посольку функция $y = 4^{x^2-2x+2}$ возрастает и $(x-1)^2 + 1 \geq 1$, то:

$$4^{(x-1)^2+1} \geq 4$$

5. Таким образом, неравенство $6x - 3x^2 + 1 \geq 4^{x^2-2x+2}$ можно представить в виде системы:

$$\begin{cases} -3(x-1)^2 + 4 = 4 \\ 4^{(x-1)^2+1} = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3(x-1)^2 + 4 = 4 \\ 4^{(x-1)^2+1} = 4^1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3(x-1)^2 + 4 = 4 \\ (x-1)^2 + 1 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3(x-1)^2 = 0 \\ (x-1)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow x = 1$$

Ответ: $x = 1$.

Таким образом, метод мажорант удобен для решения некоторых неравенств. В школьной программе данный метод решения неравенств не изучается, хотя может быть использован при решении заданий ЕГЭ профильного уровня.

Библиографический список

1. Ткачук В.В. Математика абитуриенту. М.: МЦНМО, 2007. 976 с.
2. Фельдман И.Н. Решение нестандартных уравнений и неравенств с помощью метода мажорант [Электронный ресурс]. URL: https://ege-ok.ru/2013/03/11/ (дата обращения: 31.03.2019).

ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ: ИННОВАЦИОННЫЕ ПОДХОДЫ

ПРИМЕНЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО АДАПТИВНОГО ТЕСТА В ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ»

О.Ю. Анистратенко
Научный руководитель ***П.П. Дьячук****,*
доктор педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева

В статье описан практический аспект применения динамического адаптивного теста при обучении студентов вуза математическому анализу. Приведен процесс тестирования и получения результатов. Студентам предложено тестирование в рамках изучения темы «Определенный интеграл».
Ключевые слова: динамический адаптивный тест, математический анализ, определенный интеграл, тестирование, процесс обучения.

Динамическое адаптивное тестирование в виде эксперимента проводилось в группе из 25 студентов первого курса во втором семестре обучения при изучении темы «Определенный интеграл». В то время как две другие группы студентов, занимающиеся по идентичной программе, обучались классическим способом без использования компьютерного тестирования.

Было выдвинуто предположение, что использование динамического адаптивного теста будет являться положительным дополнением к стандартному подходу обучения математическому анализу и позволит получить более качественные результаты при меньших временных и умственных затратах [Дьячук и др., 2018].

Процесс внедрения процедуры тестирования проходил следующим образом – после классического изучения небольшого логически завершенного фрагмента темы студентам предлагалось пройти тестирование. Таким образом, студенты получали необходимый материал по теме на лекционных занятиях, затем внедряли полученные знания на практических занятиях, после этого закрепляли полученные знания, навыки и умения с помощью динамического адаптивного теста.

Для полного и глубокого изучения темы «Определенный интеграл» студенты прошли тестирование по следующим методам интегрирования: непосредственное интегрирование в определенном интеграле, формула Ньютона–Лейбница; метод замены переменной в определенном интеграле; формула интегрирования по частям в определенном интеграле. Были задействованы задания с различными видами подынтегральных выражений: тригонометрических, иррациональных, рациональных дробей.

Каждый студент проходил тестирование за компьютером индивидуально. Стороннее вмешательство было исключено для чистоты эксперимента.

Итак, для прохождения каждого динамического адаптивного теста из трех необходимо было выполнить определенные действия в программной оболочке. А именно, правильно выстроить цепочку из четырех шагов при вычислении определенного интеграла, что позволяет видеть процесс решения в динамике и уметь раскладывать его на составляющие. Таких цепочек в программе предложено четыре. По количеству времени, затраченному на выбор варианта и правильности принятого решения, обучающемуся присваивается уровень с первого по десятый, который меняется после выполнения каждого шага. Каждому присвоенному уровню соответствует определенный статус подсказок от программной оболочки: чем выше уровень, тем меньше подсказок получает студент. Подсказки заключаются в том, что студент видит верность принятого решения и может изменить вариант решения на данном шаге, не заканчивая всю цепочку целиком. Тестирование заканчивается, как только студент достигнет десятого уровня [Дьячук и др., 2018].

Результаты тестирования показали, что студенты, имеющие хорошую теоретическую базу и умеющие применять ее на практике, затратили минимальное время на прохождение теста. Другим же студентам потребовалось длительное время для достижения десятого уровня, однако за это время им пришлось освоить необходимые знания и навыки для решения задачи, что привело к повышению их успеваемости.

Эксперимент показал, что действительно, применение адаптированного динамического тестирования позволяет сделать процесс обучения индивидуализированным, интерактивным, интересным и современным.

В сравнение с двумя другими группами, в которых не проводилось тестирование, успеваемость в экспериментальной группе стала выше, чем на начало проведения эксперимента. Количественные показатели эксперимента будут представлены в последующих статьях.

Библиографический список

1 Дьячук П.П., Шкерина Л.В., Шадрин И.В., Перегудина И.И. Динамическое адаптивное тестирование как способ самообучения студентов в электронной проблемной среде математических объектов // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. 2018. № 1 (43). С. 48–59.

2 Дьячук П.П., Масленников И.А., Якупов Р.Р. Динамические компьютерные тесты-тренажеры соответствия // Научный аспект. 2018. Т. 2. № 1. С. 206–211.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ АНИМАЦИИ ПРИ ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ ИЗ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ ПРОФИЛЬНОГО УРОВНЯ

О.В. Баюсова, Ю.А. Бояркина, О.В. Дерова
Научный руководитель ***В.В. Абдулкин,***
кандидат физико-математических наук,
Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева

В профильном ЕГЭ по математике задачи 13–19 относятся к категории задач, требующих более основательной математической подготовки. Традиционно в число этих задач включены задачи с параметрами (задача 18), которые вызывают сложности у обучающихся. В ста-

тье рассматривается применение анимации в программе Живая математика при обучении решению задач с параметрами из ЕГЭ по математике профильного уровня.
Ключевые слова: информационно-коммуникационные технологии, Живая математика, компьютерная анимация, задачи с параметрами, ЕГЭ.

В настоящее время процесс информатизации проявляется во всех сферах человеческой деятельности, в том числе и образования. Так, сегодня использование современных ИКТ является необходимым условием реализации ФГОС и совершенствования методики преподавания различных дисциплин. Это обусловлено тем, что применение обозначенных технологий способствует повышению мотивации обучения обучающихся, а также реализации принципа наглядности, обеспечению интерактивности обучения [Баюсова, 2018]. Одним из популярных ИКТ, используемых в процессе обучения математике, является специальная динамическая среда Живая математика.

Живая математика – это набор инструментов, который предоставляет все необходимые средства для построения чертежей и исследования математических проблем. Программа позволяет «оживлять» чертежи, плавно изменяя положение исходных точек, обеспечивает деятельность обучающихся в области построения, доказательств и решения задач [Бояркина, 2018].

В последние годы задание № 18 в вариантах ЕГЭ по математике профильного уровня традиционно является задачами с параметром, которые требуют функционально-графического представления.

Динамическая среда Живая математика с возможностью создания компьютерной анимации позволяет сделать наглядный динамический, «оживленный» чертеж [Абдулкин, Дерова, 2018].

В случае с задачами с параметрами компьютерная анимация помогает экспериментально установить искомые значения параметра, что не исключает необходимости решения аналитического решения, но упрощает задачу. Анимация развивает представление обучающихся о решении заданий с графиками и на что необходимо обращать внимание. Это является хорошей подсказкой при сдаче ЕГЭ.

Далее в качестве примера рассмотрим использование программы Живая математика при решении задач с параметрами функционально-графическим методом.

Задача. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 - 2x + |y| - 15 = 0, \\ x^2 + (y-a)(y+a) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right). \end{cases}$$

имеет ровно 6 решений.

Решение. Наиболее удобным методом решения данной системы – графический, так как каждое уравнение определяет множество точек на плоскости. Пересечение этих двух множеств и является решением системы.

Преобразуем каждое уравнение системы.

Получим:

$$\begin{cases} (x-1)^2 + |y| = 16, \\ (x-1)^2 + y^2 = a^2. \end{cases}$$

Первое уравнение задает части двух парабол, второе – окружность переменного радиуса, в зависимости от значения параметра $|a|$, с центром в точке (1;0).

Для дальнейшего поиска возможных решений будем использовать анимацию параметра. Это позволит показать, в каких случаях система уравнений имеет ровно 6 решений, то есть окружность будет иметь с параболами ровно 6 общих точек.

По мере увеличения параметра мы можем наблюдать, что сначала общих точек нет (рис., а), затем сразу возникает 6 точек (рис., б), что удовлетворяет условию задачи. При дальнейшем увеличении параметра от 4 до 16 система имеет 8 решений (рис., в). При значении параметра 16 снова возникнет ситуация с 6 решениями (рис., г). Далее, как только параметр превысит значение 16, останется только 4 решения.

Рассмотрев все ситуации, приходим к выводу, что система имеет только 6 решений в двух случаях: 1 – окружность проходит через пересечение двух парабол и 2 – окружность проходит через вершины парабол.

Зная точки пересечения парабол и хотя бы одну из вершин, несложно из второго уравнения системы найти искомые значения параметра *a* (*a*=±4 и *a*=±16).

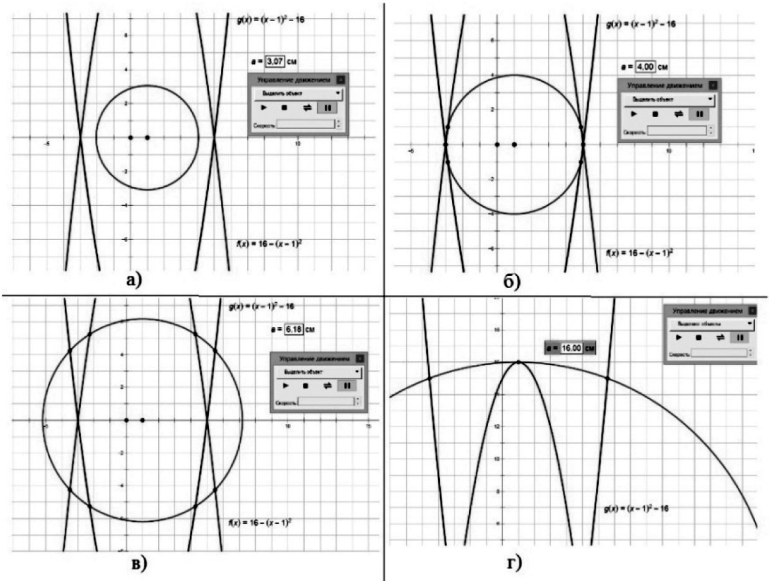


Рис. Иллюстрация изменения параметра с помощью анимации в компьютерной среде Живая математика

Таким образом, компьютерная среда Живая математика благодаря своим возможностям может стать хорошим помощником при подготовке к ЕГЭ по математике, а также заинтересовать учащихся в получении дополнительных знаний, не предусмотренных в школьном курсе математики.

Библиографический список

1. Абдулкин В.В., Дерова О.В. Использование компьютерной анимации при обучении решению задач на построение методом геометрических преобразований // Материалы VII Всероссийской научно-методической конференции с международным участием «Информационные технологии в математике и математическом образовании». Красноярск, 2018. С. 139–144.

2. Баюсова О.В. Решение задач с параметрами с помощью среды Живая математика // Материалы VII Всероссийской научно-методической конференции с международным участием «Информационные технологии в математике и математическом образовании». Красноярск, 2018. С. 95–98.
3. Бояркина Ю.А. Живая математика как средство повышения качества математического образования // Материалы VII Всероссийской научно-методической конференции с международным участием «Информационные технологии в математике и математическом образовании». Красноярск, 2018. С. 136–138.

МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ МОТИВАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ К ЗАНЯТИЯМ МАТЕМАТИКОЙ И ФИЗИКОЙ

Н.А. Бегмий
Научный руководитель ***Т.И. Уткина,***
доктор педагогических наук, профессор
Орский гуманитарно-технологический институт
(филиал) Оренбургского государственного университета

В работе раскрывается содержательный блок разработанной автором модели развития мотивации к занятиям математикой и физикой у учащихся 8 класса. Модель включает пять блоков: целевой, методологический, содержательный, диагностический, результативный.
Ключевые слова: модель, уровни развития, мотивация, контекстные, мотивационные, практико-ориентированные задачи, лабораторные работы.

Актуальность работы определяется социальным заказом, сформулированным в Концепции развития математического образования в Российской Федерации. В ней сделан вывод о том, что учащийся, не осознавший и не понявший цели обучения, как свои соответственные, и не владеющий средствами самостоятельной познавательной деятельности, не может успешно учиться. А для этого необходимы такие формы и методы учебной работы, которые вызвали бы у обучающихся потребность в данном виде деятельности или ее результатах. Иными словами, необходимо постоянно соотносить каждое педагогическое воздействие с потребностями и мотивами обучающихся [Божович, 1972].

В проведенном исследовании разработана и обоснована модель развития мотивации к занятиям математикой и физикой у обучающихся 8 класса, включающая блоки: целевой, методологический, содержательный, диагностический, результативный.

В основу проектирования модели положен выявленный компонентный состав мотивации к занятиям математикой и физикой обучающихся 8 класса. Он включает следующие компоненты: познавательные мотивы, мотивы подготовки к профессиональной деятельности, мотивы достижения успеха, мотивы личного самоутверждения, мотивы эмоционального удовольствия, мотивы социального самоутверждения, социально-эмоциональные мотивы [Маркова, 1992].

Содержательный блок модели включает: мотивационные задачи, комплекс практико-ориентированных задач по основному курсу математики, контекстные задачи, лабораторные работы по основному курсу физики, научно-популярную лекцию «Геометрия Лобачевского и ее отражение в окружающем мире», дополнительную общеразвивающую программу «Математика и физика в реальной жизни», внеурочную работу в форме проекта «Мой лучший проект».

Мотивационная задача рассматривается как сдвиг от внешнего мотива на цель учения [Фридман, 1977].

Под практико-ориентированной задачей понимается, прежде всего, математическая задача, контекст которой обеспечивает подлинные условия для использования математики при решении физических задач, оказывает влияние на решение и его истолкование. Не исключается использование задач, у которых условие исходит из каких-либо гипотез, если оно не слишком отдалено от реальной ситуации. Разработан комплекс практико-ориентированных задач на движение при изучении линейной функции и ее графика, на определение положения тела в пространстве в любой момент времени.

Под контекстными задачами понимаются задачи мотивационного характера, в условии которой описана конкретная жизненная ситуация, коррелирующая с имеющимся социокультурным опытом обучающихся; требованием задачи является анализ, осмысление и объяснение этой ситуации или выбор способа действия в ней, а результатом решения задачи является встреча с учебной проблемой и осознание ее личностной значимости. Разработан комплекс контекстных задач на движение в прямом и противоположном направлениях. Ниже приведен пример одной из задач комплекса.

Пример задачи. Расстояние между двумя причалами 35 км. Сколько времени потратит теплоход на путь по реке от одного причала до другого и обратно, если собственная скорость теплохода 17 км/ч, а скорость течения реки – 3 км/ч?

Также мы предлагаем учащимся две лабораторные работы: «Сравнение количества теплоты при смешивании воды разной температуры» (на определение количества теплоты, отданное горячей водой и полученное холодной при теплообмене); «Измерение удельной теплоемкости твердого тела» (на определение удельной теплоемкости металлического цилиндра с помощью различных измерительных приборов).

Научно-популярная лекция «Геометрия Лобачевского и ее отражение в окружающем мире» ориентирована на вовлечение обучающихся в изучение научно-популярной литературы по осознанному пониманию особенностей геометрии Лобачевского и ее применение в окружающем мире.

Дополнительная общеразвивающая программа «Математика и физика в реальной жизни», общая трудоемкость которой составляет 12 часов, включает разделы: занимательные задачи на сравнение и беседы «Роль математики и физики в реальной жизни»; дидактические игры «Любите ли вы физику?», «Любите ли вы математику?».

Внеурочная работа представлена в виде проекта «Мой лучший проект», выполненная ученицей 8 класса. Основная цель проекта – поиск ответа на вопрос: «Применение математики и физики в реальной жизни».

Эффективность разработанной модели развития мотивации к занятиям математикой и физикой доказана в реальном образовательном процессе муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения «Актюбинская средняя общеобразовательная школа» Оренбургской области Светлинского района на основе изменения в распределении обучающихся по уровням развития ее компонентов.

Библиографический список

1. Божович Л.И. Проблема развития мотивационной сферы ребенка: книга для учителя. СПб.: Питер Пресс, 1972.
2. Маркова А.К. Формирование мотиваций учения: книга для учителя. М.: Просвещение, 1992.
3. Фридман Л.М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач: книга для учителя. М.: Педагогика, 1977.

СИНГАПУРСКАЯ МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ: ИННОВАЦИОННЫЙ ПОДХОД

Я.А. Бондарева, В.А. Масленкова
Научный руководитель ***Л.В. Шкерина,***
доктор педагогических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева

В статье мы рассматриваем одну из современных инновационных методик обучения – сингапурскую методику, которая позволяет достичь высокого уровня образовательных результатов школьников. Приведены фрагменты уроков математики с использованием данной методики.

Ключевые слова: методы и формы обучения, образовательный процесс, сингапурская методика, урок математики.

Современная система образования и ее постоянные изменения требуют от педагогов гибкости и умения использовать в своей работе новый инструментарий. Так же быстро, как в последнее время изменяется мир, меняются и формы работы в классе. Согласно основным положениям образовательных стандартов, наряду с результатами учебного процесса урок должен обеспечивать социализацию, развитие познавательной, эмоциональной и волевой сфер обучаемых. Педагог должен делать упор на взаимодействие обучающихся друг с другом, чтобы каждый из них становился активным участником образовательного процесса в комфортной для себя образовательной среде.

Новые приоритеты образования подталкивают учителей к поиску и внедрению в школах современных технологий обучения, помогающих достичь более ощутимых результатов. Существует методика, которая позволяет педагогу вовлечь в учебный процесс всех учеников в классе и добиться максимальной эффективности этого процесса. Речь идет о так называемой сингапурской методике обучения [Алишев, 2014], в которой сосредоточены лучшие традиции и методики различных систем образования. Используемые структуры представляют собой метод обучения, который предлагает ученикам высказывать свои мысли и развивать идеи друг друга в обстановке, максимально способствующей творчеству.

Методика появилась в 1982 г. в Сингапуре, но всемирную популярность она стала приобретать в начале XXI столетия. В основе методики лежит система корпоративного обучения доктора Спенсера Кагана, бывшего советского, а ныне американского специалиста. Почему она так известна и эффективна? Обнаружилось, что сингапурские школьники показывают стабильно высокие результаты по математике в международных исследованиях TIMMS, PISA. Все дело в том, что в сингапурской математике нет резких сложных переходов в программе. Из основных принципов этой методики можно выделить следующие.

1. ***Простота и качество:*** школьники изучают основные математические понятия до полного усвоения и решают задачи, соответствующие своему возрасту. Преподаватели делают акцент на качество образования, а не на количество пройденного материала. В учебниках по сингапурской математике много красочных иллюстраций, которые помогают ребенку понять условие задания, там же изображены разные подходы к решению, которые открывают перед ребенком возможность попробовать каждый из них и выбрать для себя самый удобный.

2. *Повторение изученного материала:* по сингапурской методике повторению изученных тем придается большое значение. Ученики младших классов могут очень долго складывать кубики, чтобы хорошо понять принципы сложения. К тому же, решив большое количество примеров на одну и ту же тему, ребенок учится оперировать выученными понятиями на практике.

3. *Командное обучение:* ученики обучаются в атмосфере социального взаимодействия. Они обсуждают между собой решения примеров и учатся формулировать свои мысли и идеи. Кроме того, такое сотрудничество учит прислушиваться к мнению других и спокойно выходить из спорных ситуаций. Такой подход дает понять, что у многих задач есть несколько решений, каждый из которых может быть интересным и удобным в использовании.

4. *Не запоминать, а мыслить:* дети, которые обучаются по сингапурской методике, не стараются выучить весь учебник. Они направляют силы на понимание самой структуры решения задач и примеров. Только в этом случае возможен творческий подход, когда ребенок не заключен в искусственные рамки образовательного процесса и понимает, зачем и для чего выполняет то или иное действие [Кириллова, 2014].

Важной задачей школы по системе сингапурской математики считается изучение учениками элементарных основ и переход от конкретных значений к абстрактным понятиям.

Для достижения этого навыка была создана концепция из 3 ступеней.

1. Конкретный этап: основан на получении реального опыта. Здесь дети манипулируют группой физических объектов, чтобы понять принцип математических действий. Иными словами, при помощи счетных палочек, кубиков или других предметов дети в буквальном смысле пробуют складывать или вычитать «на ощупь».

2. Пиктуральный этап: переносит реальные объекты на бумагу или экран. Те же самые действия, которые производились на настоящих палочках и кубиках, теперь представляются ребенку в виде картинок. Только после окончательного закрепления материала на этой стадии учебный процесс переходит к следующей стадии.

3. Абстрактный этап: закрепляет полученные знания и представляет детям его выражение через систему знаков. Иными словами, кубики из жизни, которые перешли на картинку, становятся цифрами [Фирюлина, 2018].

Когда знания учеников достигают определенного уровня, преподаватель может переходить к новой теме. Главное, чтобы у каждого ученика в группе было четкое представление о том, чему он учится. На уроках по сингапурской методике используются около 250 обучающих структур для организации работы в группах. Приведем фрагменты урока с использованием некоторых из них.

Структура *Manage Mat* на организационном этапе урока: в центре стола ставится табличка, позволяющая удобно и просто распределить учеников в одной команде (партнер по плечу, по лицу; партнеры А, Б) для организации эффективного учебного процесса в командах. Дети рассаживаются в группу по 4 человека. Занимают свои места за партами, как показано на табличке.

Структура *Time Round Robin* на этапе актуализации знаний по теме «Формулы сокращенного умножения».

1. Учитель задает ряд вопросов: Запишите в буквенном виде формулу квадрата суммы. Какое тождество является формулой разности квадратов? Возведите в куб двучлен $(a + b)$. Запишите неполный квадрат разности.

2. Обучающиеся записывают ответы на листочках. После меняются тетрадями и проверяют ответы у партнера по плечу.

3. Устно отвечают номера 1 и 3.

4. Ребятам предлагаются карточки с заданиями на применение формул сокращенного умножения:

а) $(3b + c)^2$ в) $(–a – 3c)^2$ д) $0{,}3c^2 – 3b^2$

б) $x^2 – 3y^2$ г) $(2m – 4n)^3$ е) $(p + 5q)^2$.

5. Обучающиеся устно отвечают партнеру по плечу, на всех дается одно и то же время.

Структура *Stir The Class*: учитель формулирует задачу (вопрос), которая имеет несколько решений. Обучающиеся записывают на листочках за определенное время как можно больше идей (ответов). После своих ответов прочерчивают линию. После этого ученики встают, находят пару, прочитывают ответы друг друга. Если ответы совпадают – ставят галочку. Новые идеи записывают ниже черты.

Проанализировав различные структуры обучения математике по сингапурской методике, мы пришли к выводу, что данные структуры позволяют задействовать при работах в группах всех обучающихся.

Библиографический список

1. Алишев Т.Б., Гильмутдинов А.Х. Опыт Сингапура: создание образовательной системы мирового уровня. Мәгариф № 2, февраль, 2014. С. 52–53.
2. Фирюлина Н.В. Формы и методы педагогического сотрудничества: сингапурская методика // Научно-методический электронный журнал «Концепт». 2018. № V4. URL: http://e-koncept.ru/2018/186037.htm. (дата обращения: 2.04.19).
3. Кириллова С. Сингапурская методика «дружит» с ФГОС // Управление школой. 2014. № 1 (571). С. 34–39.

МЕЖПРЕДМЕТНЫЕ СВЯЗИ КАК ОДНО ИЗ ЭФФЕКТИВНЫХ СРЕДСТВ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В УСЛОВИЯХ ФГОС

А.А. Букреева
Научный руководитель ***М.Б. Шашкина****,*
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье поднимается вопрос о роли, наличии и воплощении межпредметных связей в образовательном процессе в условиях ФГОС. Предложены способы реализации межпредметных связей в средней школе при обучении математике.

Ключевые слова: ФГОС, межпредметные связи, межпредметные связи математики, метод проектов.

На сегодняшний день главным направлением при реализации ФГОС является формирование не только предметных знаний, умений и навыков, но также общеучебных умений, навыков и способов деятельности. Актуальным становится применение в обучении приемов и методов, формирующих умения самостоятельно добывать новые знания, находить полезную информацию, выдвигать гипотезы, делать выводы и умозаключения. Немаловажную роль в этом имеют межпредметные связи (МПС).

Применение МПС способствует формированию у обучающихся полного представления о явлениях природы и взаимосвязи между ними, превращает знания в практически более значимые и применимые на практике, знания и умения из одних предметов используются при изучении других, а также в определенных ситуациях при рассмотрении частных вопросов не только в учебной, но и во внеурочной деятельности, в будущей научной, профессиональной и общественной жизни выпускников школы [Нерушева, Коновалова, 2018].

МПС расширяют содержание урока, повышают его информационную ценность: обучающиеся применяют знания сразу из нескольких предметов к решению новых познавательных задач, проблемных вопросов, что требует значительного напряжения памяти, мышления, волевых процессов, возрастает познавательная активность.

Существуют различные способы реализации МПС: решение задач межпредметного характера; выполнение лабораторных работ межпредметного характера; показ взаимосвязи явлений, изучаемых в разных дисциплинах; опора на знания, приобретенные обучающимися в рамках изучаемого предмета, при овладении новыми знаниями из курса другого предмета.

Успех применения МПС зависит от формы проведения учебных занятий. К наиболее эффективным из них можно отнести конференции и семинары, экскурсии, факультативы, защиту проектов и др. В результате применения таких методов обучения обучающиеся оказываются вовлеченными в творческий процесс, происходит как закрепление, так и получение новых знаний по дисциплинам, формируются исследовательские и коммуникативные навыки работы.

Особенно актуальным является использование МПС при обучении математике. Важность использования МПС математики с другими дисциплинами очевидна – она имеет широкое применение в различных науках, но на уроках это остается «за бортом» из-за ограниченности временными рамками. Рассмотрим реализацию МПС математики с другими дисциплинами на примере метода проектов.

Начинать учиться такой деятельности необходимо уже с 5 класса. Для 5–6 классов наиболее удачными становятся гуманитарно-ориентированные межпредметные проекты по математике. Примерами проектов могут быть: создание тематических брошюр, математическим содержанием в которых будет, например, задание изображений растений из Красной книги по точкам на координатной плоскости. Такой проект не только реализует МПС математики с биологией, но и является социально ориентированным. В 7 классе вводится новая дисциплина – физика. Этот предмет дает широкий простор для проведения уроков с использованием МПС. Например, при изучении погрешностей учащимся можно предложить рассмотреть основные измерительные инструменты, используемые на уроках математики, физики, а также в быту и жизненной практике. При изучении различных видов симметрии есть возможность не только связать ее с реальными объектами, но и изготовить модель, ее демонстрирующую. В 8–9 классах возможно рассмотрение новых математических моделей реальных ситуаций (за счет различных видов уравнений и их систем, неравенств и их систем), позволяющих реализовать их непосредственное исследование средствами математики, анализом и прогнозированием. Также расширяется тематика проектов за счет большого количества МПС с другими дисциплинами, такими как физика, химия, география, биология. Например, при изучении последовательностей можно рассмотреть различные виды размножения животных и растений, проследить изменения популяции, составить простейшую модель, выйти на вывод формулы суммы арифметической и геометрической прогрессий. В выпускных классах для обобщения тем, посвященных графикам функций, можно предложить учащимся рассмотреть их в рамках конкретных учебных дисциплин и областей знаний, например, графики в медицине и метеорологии, экономике и физических процессах. Проекты, отражающие МПС математических и естественных наук, продолжают мотивировать на изучение математики, поскольку дают дополнительные точки соприкосновения предмета не только с бытовыми вопросами, но и с областями деятельности некоторых специалистов, а значит, происходит профессиональная ориентация школьников [Лунеева, 2017].

В настоящее время реализация МПС в учебном процессе проводится не на должном уровне. Анализ учебников позволяет отметить, что многие факты и понятия излагаются в них неоднократно по разным дисциплинам, но у обучающихся зачастую не возникает никаких ассоциаций с тем, что это им давно известно благодаря другому предмету. Многие авторы почти не упоминают, что какие-то явления, понятия уже изучались в курсах смежных предметов, либо не указывают на то, что данные понятия будут более подробно рассмотрены при изучении другого предмета. Более того, зачастую одно и то же понятие разными авторами интерпретируется по-разному, тем самым затрудняя процесс его усвоения. Также задания межпредметного характера в учебниках встречаются не часто [Гаврилова, Игнатова, 2018].

Для успешной реализации МПС требуются специальные условия в деятельности учителя. К ним можно отнести координацию учебных планов и программ, координацию учебников и методических пособий, а также разработанную и экспериментально проверенную методику обучения обучающихся переносу необходимой информации из одной дисциплины в другую и эффективные способы проверки этого важного умения [Скорикова, 2018].

Библиографический список

1. Гаврилова Т.Ю., Игнатова О.Г. Межпредметные связи курса математики основной ступени образования // Управление качеством образования: от проектирования к практике. Материалы всероссийской научно-практической конференции преподавателей школ и вузов. 2018. С. 169–173.

2. Лунеева О.Л. Элементы проектной деятельности межпредметной направленности на уроках математики в 5–9-х классах в контексте реализации ФГОС // Концепт. 2017. С. 37–47.
3. Нерушева Е.М., Коновалова Т.Ф. Межпредметные связи в образовании на примере интеграции математики и русского языка // Вопросы педагогики. 2018. № 11. С. 97–100.
4. Скорикова Ю.В. Межпредметные связи математики и информатики как средство повышения мотивации обучающихся // Наука и образование: новое время. 2018. № 1 (24). С. 256–260.

СПЕЦИФИКА СРЕДСТВ ОЦЕНИВАНИЯ СФОРМИРОВАННОСТИ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРЕ И ГЕОМЕТРИИ В 7–9 КЛАССАХ

А.С. Гаврилюк
Научный руководитель ***Л.В. Шкерина,***
доктор педагогических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье описан подход к созданию инструментария для оценивания уровня сформированности познавательных учебных действий при обучении математике в 7–9 классах на основе их динамической модели. Сформулированы требования к оценивающему средству с учетом возрастных особенностей обучающихся и содержания дисциплины.
Ключевые слова: познавательные универсальные учебные действия, возрастные особенности обучающихся, динамическая модель, метапредметные задания.

Одним из требований федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (ФГОС ООО) является обеспечение комплексного подхода к оценке предметных и метапредметных результатов освоения основной образовательной программы основного общего образования. Диагностическая деятельность на сегодняшний день является нормативно-обязательной для каждого педагога и для школы в целом.

Наиболее остро стоит вопрос диагностики метапредметных результатов подготовки обучающихся, в том числе универсальных учебных действий (УУД).

Педагогическая наука пока не предложила основной школе универсальные инструменты оценивания уровня сформированности универсальных учебных действий обучающихся, поэтому современная школа находится в поиске подходящего опыта [Кондратьева и др., 2016].

Заметный вклад в решение проблем оценивания метапредметных результатов обучения математике внесен Л.И. Боженковой, по мнению которой, познавательные универсальные учебные действия составляют основу процесса решения математических задач. Предметные результаты обучения математике содержат в себе систему предметных знаний и систему предметных действий, в основе которых лежат познавательные УУД [Боженкова, 2016].

В рамках требований ФГОС ООО к результатам обучения выделим следующие познавательные универсальные учебные действия:

1) познавательные общеучебные УУД – определение изучаемого понятия, выделение его свойств, перевод информации из текстового представления в графическое или символьное, и наоборот, решение задачи разными способами и выделение наиболее оптимального, формулирование вывода;

2) *познавательные логические УУД* – сравнение объектов по существенным признакам, установление причинно-следственных связей, построение цепочек логических рассуждений, структурирование учебной информации [Гаврилюк, 2018].

В процессе поиска новых оценочных средств и создания эффективного инструментария, позволяющего не только оценивать уровень сформированности познавательных УУД, но и отслеживать его динамику в процессе обучения, были сформулированы специальные требования к оценочным средствам.

Оценочное средство должно:

1) быть применимо в различных ситуациях, понятным и легко доступным широкому кругу учителей математики;

2) способствовать экономии учебного времени;

3) основываться на базовом математическом содержании, что способствует более «чистому» проявлению УУД;

4) давать результаты, которые легко обрабатывать, анализировать, систематизировать и хранить [Гаврилюк, 2018].

На основе анализа перечня адекватных умений, определенного Л.И. Боженковой [Боженкова, 2016], структуры и содержания УУД, рассмотренных О.В. Тумашевой и О.В. Берсеневой [Тумашева, Берсенева, 2016], были сформулированы критерии и описаны показатели сформированности познавательных УУД обучающихся 7-х, 8-х и 9-х классов [Гаврилюк, 2018].

Исходя из того, что каждый возрастной период школьника обусловливает основной или ведущий тип учебной деятельности [Эльконин, 2001], была проведена конкретизация показателей сформированности познавательных УУД этой категории обучающихся с учетом их возрастных особенностей, содержания и объема учебного материала. При описании показателей каждого из критериев сформированности познавательных УУД универсальных учебных действий были соблюдены требования четкости, лаконичности, однозначности формулировок и их понятности каждому участнику образовательного процесса [Шкерина, 2015].

В соответствии с названными требованиями составлена динамическая модель познавательных УУД обучающихся 7–9 классов (табл.).

Таблица

Динамическая модель познавательных УУД обучающихся 7–9 классов (фрагмент)

№	Познавательные УУД	Состав познавательного УУД		
		7 класс	8 класс	9 класс
1	Умение составлять алгебраическую модель к задаче	умеет выбрать правильную алгебраическую модель из предложенных вариантов	умеет дополнить алгебраическую модель до правильного варианта	умеет самостоятельно составить алгебраическую модель

Для выявления уровня сформированности познавательных УУД для каждого показателя сформировали банк типовых метапредметных заданий, которые легко адаптировать к содержанию различных тематических линий школьного курса математики 7–9 классов.

Библиографический список

1. Боженкова Л.И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении алгебре. М.: Лаборатория знаний, 2016.
2. Гаврилюк А.С. Особенности моделирования динамики универсальных учебных действий учащихся при обучении математике в 7–9 классах. В кн.: Современные проблемы и перспективы развития педагогики и психологии: сборник материалов 15-й международной науч.-практ. конф. Махачкала: Апробация, 2018. С. 19–21.
3. Гаврилюк А.С. Особенности мониторинга метапредметных результатов математической подготовки обучающихся // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы III Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 18 мая 2018 года / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол. Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2018. С. 124–127.
4. Кондратьева И.Н., Матюшкина М.Д., Рубашкин Д.Д. Познавательные универсальные учебные действия в основной школе: проблемы формирования и оценивания // Непрерывное образование. 2016. № 3 (17). С. 15–22.
5. Тумашева О.В., Берсенева О.В. Обучение математике с позиции системно-деятельностного подхода: монография; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2016.
6. Шкерина Л.В. Методика выявления и оценивания уровня сформированности профессиональных компетенций студентов – будущих учителей математики: учебное пособие. Красноярск: РИО КГПУ им. В.П. Астафьева, 2015.
7. Эльконин Д.Б. Психическое развитие в детских возрастах: Избранные психологические труды / под ред. Д.И. Фельдштейна. М.: Московский психолого-социальный институт, Воронеж: МОДЭК, 2001.

ФОРМИРОВАНИЕ ЗНАКОВО-СИМВОЛИЧЕСКИХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

А.В. Гергардт
Научный руководитель ***Э.К. Брейтигам,***
доктор педагогических наук, профессор
Алтайский государственный педагогический университет

Определяется значение знаково-символических универсальных учебных действий при обучении математике. Приведены примеры выделения трех планов в овладении символикой. Описаны возможности использования математических диктантов, приема непрерывного повторения при формировании знаково-символических универсальных учебных действий.
Ключевые слова: знаково-символические действия, универсальные учебные действия, символ, обыкновенные дроби, символьная запись.

Знаково-символическая деятельность играет важную роль в обучении математике, так как сложно представить математику без использования специальных символов и знаков, без графиков, таблиц и схем. Математическая символика не только не оставляет места для неточности выражения мысли и расплывчатого толкования написанного, но также позволяет автоматизировать проведение тех действий, которые необходимы для получения выводов.

К сожалению, учащиеся испытывают значительные трудности при работе с информацией, которая представлена в формализованном виде: не понимают формул, не видят закономерностей, отраженных в таблицах, не умеют читать графики, не умеют раскрывать внутренний смысл знаков. Эти трудности и проблемы связаны с недостаточными умениями перехода от одного способа представления информации к другому. Поэтому большое значение имеет формирование у учащихся таких универсальных учебных действий, которые обеспечивают выполнение перехода от словесной формы представления учебной информации к знаково-символической, то есть умение использовать и работать с знаково-символическими средствами.

Основные трудности в усвоении математики обучающимися связаны с абстрактностью учебного материала и непониманием символики, «спрятанного» в ней смысла, поэтому одним из основных элементов процесса обучения математике, а также важным компонентом знаково-символических универсальных учебных действий является понимание универсального символьного языка математики и умение пользоваться этим языком. Необходимо постепенно приучать учеников к буквенной символике, но делать это так, чтобы учащиеся понимали цель введения буквенной символики, заботиться о мотивации буквенного обозначения чисел. Большинство исследователей выделяют три необходимых плана в овладении символикой [Брейтигам, Кисельников, 2011].

1. Синтаксический – отношение знаков друг к другу внутри системы знаков, сочетание единиц и правил их образования и преобразования.

2. Семантический – отношение знаков к обозначаемым ими предметам, знаковые системы как средство выражения смысла, интерпретация знаков и их сочетаний.

3. Прагматический – отношение знаков к конкретной деятельности, к тем, кто выступает, интерпретирует и использует содержащееся в знаке сообщение.

Рассмотрим реализацию всех планов при изучении обыкновенных дробей.

Согласно первому плану, учитель должен детально объяснить правила написания нового символа, следует обратить особое внимание учащихся на запись дробной черты на уровне знаков «+», «–» и т.д. Также на этом этапе важно создать условия, которые бы позволили учащимся осознать важность грамотного написания и использования нового символа. Это можно реализовать на примере написания смешанных чисел, так как зачастую целую часть числа учащиеся пишут на уровне числителя или знаменателя, в результате чего допускают много ошибок в вычислениях.

Осуществляя второй план, обращается внимание на то, что введенные символы обозначают. Применительно к обыкновенным дробям нужно сделать акцент на том, что дробную черту можно понимать как знак деления. Здесь важно, чтобы учащиеся усвоили, что при выполнении каких-то действий можно заменять дробную черту на знак деления и наоборот. Также задача учителя состоит в том, чтобы создать условия для понимания учащимися смысла новых обозначений. Например, что дробь $\frac{1}{2}$ показывает одну часть (долю) из двух.

Реализуя прагматический план овладения символикой, необходимо учить «читать» символическую запись; использовать формулы, записанные в новой системе обозначений, например, зная правила сложения двух обыкновенных дробей, переписать его с учетом того, что дробную черту можно заменить знаком деления (рис.) и использовать эту формулу для нахождения значений выражений; декодировать информацию, переводя ее в другую форму, к примеру, показать дробь с помощью рисунка или записать ее словесно.

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$$

$$a:c+b:c=(a+b):c$$

Рис. Сложение обыкновенных дробей

Важный навык в буквенной записи предложений о числах дается учащимся не сразу, а потому целесообразно приучать к ней еще в курсе арифметики и на первых порах требовать двух записей каждого предложения, а именно в словесной и символической форме, постепенно переходя к одной символической с обязательным требованием прочесть словами каждую запись.

Необходимо фиксировать каждую ошибку учащихся в употреблении математической символики, в проведении математических рассуждений, разъяснять сущность этих ошибок, добиваться путем тренировки их исчезновения.

Для того чтобы отслеживать успехи учащихся в овладении математической речью и символикой и тренировать их в овладении ими, полезно проводить диктанты двух видов:

1. Учитель диктует набор математических выражений (формул, высказываний), а ученики должны записывать эти выражения с помощью математических символов.

2. Учитель на доске выписывает одно за другим математические выражения, а ученики письменно должны записать эти выражения без употребления математических символов.

Подобные диктанты также можно проводить и в устной форме.

При изучении новых символов целесообразно применять прием непрерывного повторения. В систему упражнений для устной работы любого урока обязательно следует включать упражнения из предшествующих разделов. При использовании этого приема осуществляется систематическое, непрерывное повторение изученного материала. Для эффективности работы задание можно написать на доске, а формулировку к заданию произнести устно или написать непосредственно перед выполнением задания. Этот прием позволяет усилить внимание и память; активизировать мыслительную деятельность учащихся; заставляет ученика быстро переключаться с одного вида деятельности на другой.

Таким образом, чтобы введенные символы имели значимость, были рабочими и понятными для учащихся, необходимо их детальное изучение, рассмотрение связей с уже используемыми символами, и, на наш взгляд, главное, должна быть показана важность их введения, их необходимость.

Библиографический список

1. Брейтигам Э.К., Кисельников И.В. Достижение понимания, проектирование и реализация подхода к обеспечению качества личностно развивающего обучения. Барнаул: АлтГПА, 2011. 160 с.

МОДЕЛЬ ТРЕБОВАНИЙ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ОБУЧАЮЩИМИСЯ ТЕМЫ «ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ» В 8 КЛАССЕ В ФОРМАТЕ ФГОС ООО

Г.Н. Гиматдинова
Научный руководитель ***Л.В. Шкерина,***
доктор педагогических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье рассматривается структурная модель требований к результатам подготовки по теме «Подобные треугольники» в 8 классе как комплекс основных математических и регулятивных учебных действий, формируемых в процессе изучения этой темы. Обозначены перспективы использования такой модели учителем.
Ключевые слова: подобные треугольники, результат обучения, структурная модель, математические и регулятивные учебные действия, диагностика.

В соответствии с требованиями ФГОС ООО приоритетными являются не только предметные знания, умения и навыки, приобретаемые в процессе освоения конкретной дисциплины, но и метапредметные результаты, которые включают в себя умения:

– самостоятельно получать и успешно усваивать новые знания;

– определять цели и задачи обучения и организовывать этот процесс [Газейкина, Казакова, 2016].

Метапредметные результаты включают в себя регулятивные, познавательные и коммуникативные учебные действия.

На примере темы «Подобные треугольники» в 8 классе представим опыт разработки структурной модели результата обучения как комплекса математических и универсальных учебных действий [Атанасян, 2014] (табл.).

На основе этой модели разрабатывается лист обратной связи, который включает задания для диагностики уровня сформированности математических и регулятивных универсальных учебных действий.

Таблица

Модель требований к результатам освоения обучающимися 8 классов темы «Подобные треугольники» (фрагмент)

Раздел	Математические действия	Регулятивные УУД (по организации учебной деятельности)
Определение подобных треугольников	формулирует: – определение пропорциональных отрезков; – определение подобных треугольников; – теорему об отношении площадей подобных треугольников; – теорему об отношении периметров подобных треугольников; – свойство биссектрисы треугольника	– формулирует цели и задачи учебной деятельности; – определяет необходимые действия для достижения результата по нахождению отношений периметров и площадей подобных треугольников, по применению свойства биссектрисы треугольника
Признаки подобия треугольников	– формулирует признаки подобия треугольников; – применяет признаки подобия для решения задач	– формулирует цели и задачи учебной деятельности; – определяет необходимые действия для доказательства подобия треугольников и составляет алгоритм их выполнения
Применение подобия к доказательству теорем и решению задач	формулирует: – определение средней линии треугольника; – определение среднего пропорционального отрезка; – применяет свойство средней линии треугольника; – находит пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике	– формулирует цели и задачи учебной деятельности; – определяет необходимые действия для достижения результата по нахождению пропорциональных отрезков в прямоугольном треугольнике, применения свойства средней линии; – составляет алгоритм доказательства теорем с помощью подобия
Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника	формулирует: – определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса острого угла прямоугольного треугольника; – основное тригонометрическое тождество; – значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса углов 30°, 45°, 60°	– формулирует цели и задачи учебной деятельности; – определяет необходимые действия для достижения результата по нахождению отношений между сторонами прямоугольного треугольника; по применению основного тригонометрического тождества составляет алгоритм нахождения сторон прямоугольного треугольника, используя углы 30°, 45°, 60°; построения углов через соотношения сторон в прямоугольном треугольнике

Обратная связь – информация, которую получает учитель в процессе обучения ученика и которая позволяет педагогу помочь учащемуся в достижении образовательных целей [Крылова, Бойцова, 2015]. Информацию можно применять для коррекции знаний и умений, при рефлексии учебной деятельности. Для родителей лист является документом, в котором фиксируются успехи или неудачи обучающегося, т.е. для организации индивидуальной работы не только с учащимися, но и родителями.

Библиографический список

1. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Позняк Э.Г., Юдина И.И. Геометрия. 7–9: учебник для общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2014.
2. Газейкина А.И., Казакова Ю.О. Диагностика сформированности познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы // Педагогическое образование в России. 2016. № 7. С. 161–168.
3. Крылова О.Н., Бойцова Е.Г. Технология формирующего оценивания в современной школе. СПб.: КАРО, 2015.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА В РЕШЕНИИ ПРАКТИЧЕСКИ НАПРАВЛЕННЫХ ЗАДАЧ КАК СРЕДСТВО МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ

О.С. Гуленцова, Д.Р. Жвакина
*Научный руководитель **Л.В. Шкерина,***
доктор педагогических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе изучены возможности повышения учебной мотивации обучающихся при изучении темы «Теорема Пифагора». Рассматриваются примеры применения теоремы в сотовой связи, архитектуре и инженерии.

Ключевые слова: теорема Пифагора, прямоугольный треугольник, мотивация, решение задач, практическая направленность.

В школьном курсе математики обучающиеся знакомятся с важнейшей теоремой геометрии – теоремой Пифагора. Она конструктивно применяется при решении как планиметрических, так и стереометрических задач. Формирование у обучающихся целостного представления о мире – главная задача школьного обучения, в том числе и математического. В этом контексте целесообразно решать задачи по геометрии, отражающие ее связь как с другими предметами, так и непосредственно с жизнью [Атанасян, 2014, с. 128].

На основе анализа учебно-методических пособий по геометрии, рекомендованных к использованию в образовательных учреждениях, можно сделать вывод, что для наилучшего понимания на этапе мотивации необходимо показать примеры применения теоремы Пифагора в разных сферах человеческой жизни [Приказ…, 2019].

Рассмотрим такие примеры.

1. Сотовая телефонная связь.

Все понимают, что сейчас мобильный телефон очень важный атрибут жизни современного человека. Каждому абоненту важна качественная сотовая связь, а качество зависит от высоты антенны мобильного оператора (рис. 1). Чтобы рассчитать, в каком радиусе можно принимать передачу, задействуем теорему Пифагора.

Рис. 1. Телефонная антенна

2. Архитектура.

В зданиях готического и романского стиля верхние части окон расчленяются каменными ребрами, которые не только играют роль орнамента, но и способствуют прочности окон (рис. 2).

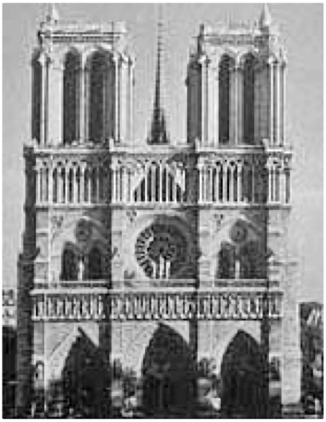


Рис. 2. Собор Парижской Богоматери

3. Крепостной ров.

Глубина крепостного рва равна 8 м, ширина 5 м, а высота крепостной стены от ее основания 20 м. Длина лестницы, по которой можно взобраться на стену, на 2 м больше, чем расстояние от края рва до верхней точки стены. Найдите длину лестницы (см. рис. 3).

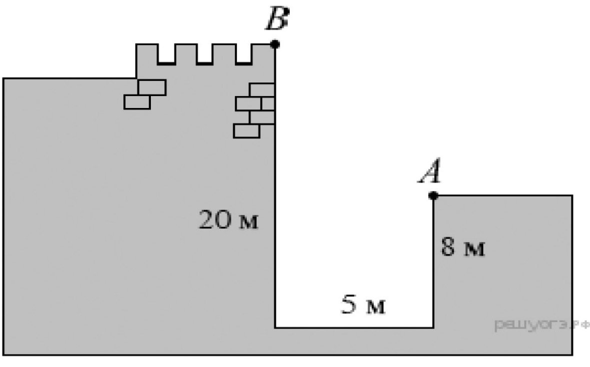


Рис 3. Крепостной ров

Решение: Достроим прямоугольный треугольник *ABC*, где $BC = 20 - 8 = 12$ (м).

Тогда

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$$

$$AB = \sqrt{169} = 13 \text{ (м)}$$

Длина лестницы $13 + 2 = 15$ (м).

Ответ: 15 метров.

В заключение хотелось бы отметить, что решение подобных задач будет способствовать не только полному усвоению темы «Теорема Пифагора», но и формировать у обучающихся целостное представление об окружающем мире и связи математики с другими науками и учебными предметами. Это позволит ребенку всесторонне гармонично развиваться.

Библиографический список

1. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия. 7–9 класс: учебник для общеобразоват. организаций. М.: Просвещение, 2014. 383 с.
2. Приказ о федеральном перечне учебников, рекомендованных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, среднего общего образования [Электронный ресурс]. URL: https://toipkro.ru/content/files/documents/podrazdeleniya/cuar/normativ/prikaz-345-ot-28.12.2018-fpu.pdf (дата обращения: 28.03.2019).

ОРГАНИЗАЦИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Т.Ю. Дементьева

Научный руководитель ***Е.Н. Михалкин,***

доктор физико-математических наук, доцент

Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье актуализируется проблема организации дополнительного математического образования обучающихся.

Ключевые слова: дополнительное образование, математика, внешкольная работа, математическое образование, потенциал учащегося.

Дополнительное образование детей как неотъемлемая часть системы образования России приобрела системные характеристики в 90-х гг. прошлого столетия. В соответствии с законом Российской Федерации «Об образовании» внешкольные учреждения преобразованы в учреждения дополнительного образования, а система внешкольного образования преобразована в систему дополнительного образования.

Исследователями выделяются хронологические периоды, в которых наиболее ярко прослеживаются особенности развития внешкольного образования и особенности становления дополнительного образования. По мнению исследователей, этими периодами являются временные отрезки: конец XIX – начало XX в., 20–30-е гг. XX в., 40–80-е гг. XX в. и период с 1992 г. по настоящее время.

Идеи внешкольного образования начали овладевать передовыми умами еще в XIX в. Общественность понимала, что социально-экономические условия вынуждали детей включаться в производство рано, а они не имели возможностей для полноценного развития [Дополнительное образование, 2005].

Деятельность педагогов по организации жизни детей с учетом общественно-хозяйственной деятельности России носила характер конкретно-практической направленности воспитания, что имело исключительную педагогическую ценность для становления общественного воспитания. Первые внешкольные учреждения во многом выполняли компенсирующую функцию: занятия в этих учреждениях компенсировали отсутствие у детей школьного образования [Лихачев, 2005].

Сегодня большую часть деятельности учителей под названием «внешкольная (внеурочная) работа по математике» называют дополнительным математическим образованием детей, которая выходит далеко за рамки обычных внеклассных занятий. Данные мероприятия проводятся для воспитания и организации досуга школьников. В основе современного дополнительного математического образования – образовательный блок, который компенсирует когнитивные, коммуникативные и иные потребности детей, нереализованные в рамках предметного обучения в школе.

Ценность дополнительного математического образования детей состоит в том, что оно усиливает вариативную составляющую общего математического образования, способствует применению на практике знаний и навыков, полученных в школе, стимулирует обучающихся к познанию. А главное – в условиях дополнительного математического образования дети могут развивать свой творческий потенциал, навыки адаптации к современному обществу и получают возможность полноценной организации свободного времени [Дополнительное образование детей, 2008].

Основное математическое и дополнительное математическое образование не должны существовать друг без друга, т.к. по отдельности они односторонни и неполноценны.

Для реализации заложенного в ребенке потенциала необходима слаженная работа всей педагогической системы.

По нашему мнению, можно выстроить несколько обязательных правил организации дополнительного математического образования в школе.

1. Создание учебно-методического кабинета, где школьники в их свободное время могли самостоятельно работать.

2. Концепция кураторства, старшие школьники назначаются кураторами младших.

3. Неотъемлемой составляющей в организации дополнительного математического образования считается формирование взаимосвязей с другими учебными заведениями. В данном случае нужно проводить совместные соревнования для учеников.

4. Значимым этапом в осуществлении дополнительного математического образования является формирование школьной математической газеты, в данном случае печать газеты помогает в пропаганде математических знаний и заинтересованности обучающихся.

5. Участие школьников в различных математических состязаниях.

Учащийся должен участвовать не только на олимпиадах, но и в более непринужденных соревнованиях, которые его заинтересуют.

В заключение отметим, что реализация методической системы организации и содержания дополнительного математического образования существенно улучшает математические способности школьников. Поэтому включение дополнительного образования в основную программу школьника является одним из наиболее эффективных способов повышения интеллектуальных способностей школьников.

Библиографический список

1. Дополнительное образование. В 2 ч. Ч. 1. Сборник нормативных документов (2001–2006) / В.А. Березина. М.: ИНФРА-М, 2005. 106 с.
2. Лихачев Б.Т. Педагогика: курс лекций. М.: Прометей, 2005. 589 с.
3. Дополнительное образование детей: учеб. пособие / под ред. О.Е. Куркина. М.: ВЛАДОС, 2008. 256 с.

ПОВЫШЕНИЕ МОТИВАЦИИ УЧАЩИХСЯ СТАРШЕЙ ШКОЛЫ К ИЗУЧЕНИЮ КУРСА МАТЕМАТИКИ ПРИ ПОМОЩИ ИНТЕРНЕТ-ТЕХНОЛОГИЙ

Р.Р. Джавадян

*Научный руководитель **В.В. Орлов,***

доктор педагогических наук, профессор

Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена

В статье рассмотрены возможности применения информационных технологий и интернет-технологий для обучения математике в старших классах. Рассказывается об использовании интернет-технологий в образовательном процессе с целью повышения мотивации учащихся к изучению математики. Приведен пример эксперимента, в рамках которого в старших классах внедрялся комплекс уроков по курсу математики с использованием интернет-технологий и его результаты.

Ключевые слова: мотивация, информационные технологии, компьютерные технологии, интернет-технологии, интернет-ресурсы.

Учителя математики, работающие с учащимися старшей школы, часто задумываются над проблемой повышения у них мотивации к учению. Вместе с тем далеко не каждый учитель понимает, что математика начинается вовсе не со счета. Математика начинается… с загадки, проблемы. В связи с этим, чтобы у учащихся сформировался интерес к учебному предмету, необходимо, чтобы они почувствовали удивление и любопытство, повторили путь человечества в познании.

За последние несколько лет для образовательных учреждений стало доступным приобретение компьютеров, в связи с чем одной из приоритетных задач современного российского образования стала информатизация (она же компьютеризация) учебного процесса. Однако многие педагоги не готовы к переходу от традиционных форм и методов обучения к использованию информационных технологий в образовании, поэтому использование компьютерных технологий на уроках (в том числе на уроках математики) является весьма редким явлением. Тем не менее нельзя игнорировать тот факт, что использование информационных технологий имеет ряд преимуществ перед традиционной формой организации обучающего процесса. Во-первых, ученик в ходе их использования получает возможность оперировать большим количеством разнообразной информации, нежели при использовании учебника. Во-вторых, он может интегрировать ее и автоматизировать ее обработку. В-третьих, ученик может быть более самостоятельным в учебных действиях.

Анализ литературы [Андерсен, 2007] позволил выделить следующие возможности использования интернет-технологий при изучении математики.

1. Для учителя: 1) самообразование, обмен педагогическим опытом, изучение передового педагогического опыта, ознакомление со справочной литературой; 2) подготовка учебного материала (конспект урока, презентация, наглядность, др.); 3) подготовка средств контроля (тесты теоретического и практического характера) и использование готовых тематических тестов.

2. Для учащихся: 1) создание электронного информационного продукта; 2) использование электронных средств обу-

чения (электронных учебников и энциклопедий, тематических сайтов и т.д.); 3) самоконтроль знаний (тестирование в режиме онлайн).

Таким образом, интернет в организации образовательного процесса по курсу математики целесообразно использовать как: 1) инструмент создания продукта деятельности; 2) источник информации; 3) инструмент контроля [Коммерс, 2005].

Уроки математики целесообразно проводить в компьютерном кабинете с доступом к ресурсам сети интернет. В ходе их проведения имеет смысл внедрять следующие формы работы:

1) ознакомление с новым материалом (использование интернет-ресурса в качестве дидактического средства на уроке):

– использование подготовленных учителем презентаций;

– использование аудио- и видеоматериалов (по результатам просмотра составляется доклад, «карта действий», проводится обсуждение);

2) закрепление изучаемого материала:

– проведение тестов онлайн;

– проведение тестов, составленных на основе материалов, представленных в сети (с возможностью автоматического оценивания результатов тестирования);

– составление индивидуальных и групповых презентаций по изучаемым темам;

– выполнение индивидуальных и групповых заданий.

В домашние задания по математике можно включать такие задания, как:

1) составление реферата по теме, рассмотренной на прошедшем уроке, с выбором отдельных ее аспектов (свободный поиск и обработка интернет-ресурсов по заданной теме с целью углубления знаний учащихся);

2) составление доклада по теме, планируемой для изучения на следующем уроке (изучение конкретных интернет-ресурсов по методическим указаниям учителя); алгоритм работы:

– подключение к интернету;

– выход на указанный учителем сайт;

– вход в указанный учителем раздел;

– поиск и просмотр искомого материала;
– закачка найденного материала;
– просмотр основных моментов материала;
– обобщение материала в виде короткого доклада [Захарова, 2010].

Для развития навыков научно-исследовательской деятельности у учащихся можно запланировать и реализовать проектную деятельность, результатами которой будут: плакаты, буклеты, мультимедийные презентации, книжки-раскладушки [Полат, 2008].

Подготовка к презентации проектов подразумевает использование ресурсов интернета с целью составления мультимедийных презентаций, плакатов (использование статей, статистических данных, наглядности), буклетов и т.д.

Исходя из предположения, что использование интернет-технологий в образовательном процессе будет способствовать повышению мотивации учащихся старшей школы к математике, в сентябре – декабре 2018 г. был проведен эксперимент, в рамках которого в одной из школ г. Санкт-Петербурга в 10 классе внедрялся комплекс уроков по курсу математики с использованием интернет-технологий. До и после проведения эксперимента осуществлялась диагностика, ориентированная на оценку мотивации учащихся 10 класса к изучению математики. В исследовании приняли участие 27 подростков в возрасте 15–16 лет. Для оценки мотивации учащихся к изучению математики использовались: «Методика диагностики направленности учебной мотивации» Т.Д. Дубовицкой (цель: выявление развития внутренней мотивации учебной деятельности учащихся при изучении ими конкретных предметов – в нашем случае математики) [Дубовицкая, 2002] и «Методика для диагностики учебной мотивации школьников» М.В. Матюхиной в модификации Н.Ц. Бадмаевой (цель: диагностика учебных мотивов школьников) [Бадмаева, 2004].

На констатирующем этапе исследования учащиеся продемонстрировали преимущественно средний и низкий уровни сформированности мотивации к изучению математики. Наряду с этим было выявлено, что у них преобладают внешние мотивы к изучению данного предмета: желание получать хорошие отметки и одобрение учителей и родителей, желание, чтобы не ругали за плохие отметки. Остальные же мотивы были у них мало выраженными. После участия в эксперименте у учащихся была отмечена положительная динамика в развитии мотивации к изучению математики. В частности, у них были отмечены такие внутренние мотивы изучения предмета, как направленность на изучение предмета как самостоятельной дисциплины и стремление находить творческий подход к решению поставленных задач.

Таким образом, был сделан вывод, что внедрение в учебный процесс интернет-технологий является эффективным средством повышения мотивации старшеклассников к изучению математики, поскольку интернет имеет значительные информационные и дидактические возможности для подготовки и проведения уроков.

Библиографический список

1. Андерсен Б.Б. Мультимедиа в образовании: информационные технологии в образовании: специализированный учебный курс. 2-е изд., испр. и доп. М.: Дрофа, 2007. 223 с.
2. Бадмаева Н.Ц. Влияние мотивационного фактора на развитие умственных способностей: монография. Улан-Удэ: ВСГТУ, 2004. 280 с.
3. Дубовицкая Т.Д. Методика диагностики направленности учебной мотивации // Психологическая наука и образование. 2002. № 2. С. 42–45.
4. Захарова И.Г. Информационные технологии в образовании. 6-е изд., стер. М.: Академия, 2010. 189 с.
5. Коммерс П., Симмерлинг М. Информационные и коммуникационные технологии для среднего образования. М.: Обучение – Сервис, 2005. 128 с.
6. Полат Е.С., Бухаркина М.Ю. Современные педагогические и информационные технологии в системе образования. 2-е изд., стер. М.: AcademiA, 2008. 365 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ: МОТИВАЦИОННЫЙ АСПЕКТ

Д.Р. Жвакина, О.С. Гуленцова
Научный руководитель ***Л.В. Шкерина****,*
доктор педагогических наук, профессор
Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева

В работе описаны некоторые возможности использования квадратичной функции в решении задач как условие мотивации обучающихся к изучению математики. В этом аспекте рассмотрен пример приложения параболы к решению ряда задач.
Ключевые слова: квадратичная функция, парабола, мотивация, архитектура, математика, обучение.

На уроке алгебры школьники впервые встречаются с одной из важнейших тем: «Квадратичная функция», связанной со многими разделами школьного и вузовских курсов математики, а также с рядом тем, рассматриваемых в других учебных дисциплинах, например, геометрии, физике, химии. Формирование у учащихся целостных знаний, умений и навыков по данной теме является важной задачей методики обучения математике. И если рассмотреть, как абстрактные математические понятия встречаются в окружающем мире, то предмет математики становится интересней, знания учеников более осмысленными и глубокими, а также у учащихся появляется представление о предмете современной математики, о роли математического моделирования в познании действительности.

В настоящее время очень важно формировать умения обучающихся, использовать предметные знания в решении заданий, выходящих за рамки этого предмета. В этом аспекте рассмотрим тему курса алгебры: «Квадратичная функция». Изучение квадратичной функции целесообразно начать с актуализации и систематизации знаний, умений и навыков учащихся о функциях, полученных ранее при изучении курса алгебры. На этапе мотивации изучения квадратичной функции важным моментом является выделение приложений квадратичной функции в различных областях человеческого знания и ознакомление с ними учащихся.

Так, например, некоторые космические тела, такие как кометы или астероиды, проходящие вблизи крупных космических объектов на высокой скорости, имеют траекторию движения в форме параболы [Виленкин,1978]. Для тренировок будущих космонавтов на земле проводятся специальные полеты самолетов по траектории параболы, чем достигается эффект невесомости в гравитационном поле земли (рис. 1).

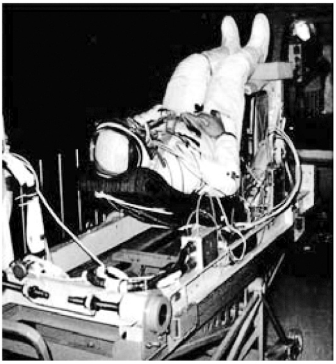


Рис. 1. Оборудование для тренировки космонавтов

Параболические формы не обошли стороной и область архитектурных сооружений. Благодаря своей отражающей способности параболы используют в постройке куполов дворцов и соборов, а также амфитеатров, чтобы зрители четко слышали актеров (рис. 2).

Рис. 2. Амфитеатр

Даже в такой важной сфере жизни человечества, как медицина, используется параболическое устройство, за счет которого удается разрушить камень в почках. Человека помещают на кресло, и подают электричество на параболическое устройство (рис. 3). Все лучи концентрируются в одной точке (фокус), фокус рассчитан на особое местонахождение. В данном случае это будет сам камень в почке.

Рис. 3. Оборудование для разрушения камней в почках

Ведущая роль в выявлении значимости понятия квадратичной функции в различных приложениях математики, определении связей этого понятия с другими математическими понятиями и понятиями, рассматриваемыми в смежных учебных дисциплинах, принадлежит задачам.

Пример такой задачи:

Самолет при взлете проходит взлетную полосу за 15 секунд, его ускорение постоянно и равно 2,5 м/с^2. Начальная скорость самолета равна 20 м/с. Известно, что путь, пройденный телом при равноускоренном движении, изменяется в зависимости от времени по закону $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$, где v_0 – начальная скорость, a – ускорение. Какова длина взлетной полосы [Саранцев, 2005]?

Решение: В формулу равноускоренного движения подставим все известные величины и получим, что $S = 20 + \frac{2,5*15^2}{2} \Longrightarrow$ $\Longrightarrow$ $S = 20 + 281,25 \Rightarrow S = 301,25$ метров – длина взлетной полосы.

Ответ: 301,25 метров.

В заключение отметим, что в ходе решения подобных задач и рассмотрения квадратичной функции как математической модели многих явлений действительности, у учащихся формируется мотивация, ценностное отношение и целостное представление о данном классе функций, что способствует повышению качества математических знаний, умений и навыков.

Библиографический список

1. Виленкин Н.Я. Функции в природе и технике. Книга для внеклассного чтения. М.: Просвещение, 1978.
2. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. 2-е изд., дораб. М.: Просвещение, 2005.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ ПРИЕМОВ ОБУЧЕНИЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Ю.И. Звирзд

Научный руководитель ***М.Б. Шашкина,***

кандидат педагогических наук, доцент

Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

Актуализируется проблема мотивации обучающихся в процессе обучения математике, описываются некоторые интерактивные приемы обучения, направленные на повышение качества обучения, развитие познавательной активности обучающихся.

Ключевые слова: проблема мотивации в обучении математике, дифференцированный подход, разноуровневый подход, исследовательская деятельность, поисковая деятельность, творческий подход, проектная деятельность.

В последнее время в системе образования произошел ряд изменений, которые внесли существенные коррективы в проектирование и организацию образовательного процесса. Требования к качеству подготовки обучающихся, образовательные результаты, определенные в федеральных государственных образовательных стандартах, Концепции развития математического образования, требуют новых подходов в обучении.

Одной из главных проблем в обучении математике является мотивация обучающихся. Как сделать урок более увлекательным, чтобы интерес школьников не угасал на протяжении всех 45 минут? Что нужно включить в содержание урока, чтобы у обучающихся возникло стремление к чему-то новому? Как убедить детей в важности и нужности математики в современном мире?

На наш взгляд, именно мотивация учеников на уроках математики – одна из самых актуальных составляющих успешного урока. Пути решения обозначенной проблемы нам видятся в использовании дифференцированного и разноуровневого подходов к обучению [Даутова, Крылова, 2006]. Стимулировать творческую активность обучающихся, развивать их познавательный интерес к обучению, усиливать мотивацию к изучению математики следует в процессе поисковой, исследовательской деятельности. Мы разделяем точку зрения педагогов о том, что цель учебного исследования – это не только и не столько ее результат, а именно знания, умения и способы деятельности, полученные в процессе осуществления исследования [Матрос, Полев, Мельникова, 2004].

Безусловно, невозможно каждый урок сделать нетрадиционным, творческим, нестандартным. Однако элементы поисковой, исследовательской деятельности, интерактивные приемы обучения могут в той или иной степени присутствовать на уроках математики, внося необходимое разнообразие в образовательный процесс [Минюк, 2014].

Опишем некоторые интерактивные приемы и методы обучения, применяемые нами на уроках математики, с целью повышения мотивации обучающихся, стимулирования их познавательной активности и интереса к предмету.

Деловая игра. Под деловой игрой мы понимаем моделирование какой-то определенной ситуации, которая могла бы произойти в реальной жизни. Этот метод позволяет создавать различные жизненные ситуации, в которых учащиеся должны найти оптимальное решение. Так, например, при изучении темы «Проценты» в 6 классе мы проводим игру «Супермаркет», связанную с моделированием деятельности крупного магазина.

Проектная деятельность обучающихся дает наилучшие результаты в старших классах. Но подготовка к серьезной проектной деятельности начинается еще в 5–8 классах. Поэтому мы постепенно знакомим обучающихся с этим методом. Так, например, при изучении в 8 классе темы «Виды уравнений и способы их решений» обучающиеся были разделены на группы и каждой из них были предложены определенные задания, был оговорен срок и результат, к которому нужно стремиться. Для учеников работа над учебными проектами – это возможность максимального раскрытия их творческого потенциала. Эта деятельность позволяет проявить себя индивидуально или в группе, попробовать свои силы, приложить свои знания, принести пользу, показать публично достигнутый результат, тем самым повышая уровень учебной мотивации и познавательную активность.

Творческое задание. Для выполнения творческого задания от обучающихся требуется не просто воспроизведение информации, а проявления творческого подхода к выполнению некоторой учебной задачи. Пример такого задания: проиллюстрировать определенные понятия по заданной теме на примерах из жизни или же ученик может придумать свою задачу, оформить ее и решить.

Разноуровневая дифференциация. Одной из эффективных форм организации деятельности обучающихся на уроке является групповая работа. В классе выделяются типологические группы. На их основе создаются рабочие звенья, позволяющие осуществлять дифференцированный подход и своевременную помощь каждой группе на различных этапах урока. В состав звена могут входить 2–4 человека. Работа со звеньями позволяет сочетать на уроке групповую работу с фронтальной.

При изучении геометрии после изучения каждой главы можно проводить *уроки-зачеты*. В течение подготовки оказывается помощь обучающимся, испытывающим затруднения при решении зачетных задач. Во время зачета класс работает в группах, которые возглавляют наиболее подготовленные обучающиеся. Считаем, что групповая работа в сочетании с другими формами деятельности способствует повышению эффективности обучения математики в целом.

Исследовательский метод помогает ученикам самостоятельно искать, анализировать и отбирать необходимую информацию, организовывать, преобразовывать, сохранять и передавать ее. Каждый ребенок склонен к познанию и исследованию того, что его окружает. И правильно поставленное обучение должно совершенствовать эту склонность, способствовать развитию соответствующих умений и навыков. Примером такой деятельности на уроке может быть исследование зависимости между отрезками пересекающихся хорд на геометрии в 8 классе. Учащиеся строят окружность определенного радиуса, строят хорды, заполняют предложенные таблицы, вычисляют, ищут закономерность, строят график зависимости, затем демонстрируют свои результаты.

В заключение хотелось бы отметить, что работа на уроках, основанная на применении вышеперечисленных приемов и методов, приносит определенные результаты. Повышает мотивацию обучающихся, стимулирует их познавательную активность и интерес к предмету.

Библиографический список

1. Даутова О.Б., Крылова О.Н. Современные педагогические технологии в профильном обучении. СПб.: КАРО, 2006.
2. Матрос Д.Ш., Полев Д.М., Мельникова Н.Н. Управление качеством образования на основе новых информационных технологий и образовательного мониторинга. М.: Педагогическое общество России, 2004.
3. Минюк Ю.Н. Метод проектов как инновационная педагогическая технология // Инновационные педагогические технологии: материалы междунар. науч. конф. (г. Казань, октябрь 2014 г.). Казань: Бук, 2014.

РАЗВИТИЕ УМЕНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ ИСПОЛЬЗОВАТЬ МАТЕМАТИКУ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ФИЗИКИ В 8 КЛАССЕ

Е.А. Инишова
Научный руководитель ***Т.И. Уткина****,*
доктор педагогических наук, профессор
Орский гуманитарно-технологический институт (филиал)
Оренбургского государственного университета

В статье представлены результаты исследования по разработке методических средств развития умений использовать математику при изучении физики в 8 классе. Описаны примеры лабораторных работ и практико-ориентированных задач, направленных на развитие компонентов умения. Представлена модель оценки уровня развития данных умений в учебном процессе.
Ключевые слова: комплекс практико-ориентированных задач, лабораторно-практические работы, умения использовать математику при изучении физики.

Актуальность проблемы развития умений использовать математику при изучении физики обусловлена требованиями ФГОС общего образования, профессиональным стандартом «Педагог» и результатами государственной итоговой аттестации обучающихся по математике и физике.

С целью выявления методических средств развития умений по использованию математики в изучении физики было проведено исследование по выявлению затруднений у учащихся 8 класса, которое включало: анализ учебных пособий, официальных данных о результатах государственной итоговой аттестации по математике и физике; наблюдение за работой учащихся на уроках физики; анкетирование учащихся и учителей математики и физики. Результаты проведенного исследования показали, что наибольшие затруднения у учащихся в изучении курса физики 8 класса вызывает использование следующего математического материала: перевод единиц измерения, выражение физической величины в заданной формуле, решение уравнений (линейных, квадратных), округление чисел, построение графиков функций, нахождение по графику значений функций.

С целью преодоления выявленных затруднений был проведен анализ учебных пособий относительно выявления компонентного состава умений использовать математику в курсе физики 8 класса. На основе проведенного анализа был выделен следующий компонент «умение использования свойств функций в изучении электрических и тепловых явлений» ($К_1$).

Наиболее эффективным методическим средством развития умений по использованию математики в изучении физики, как показал педагогический эксперимент, являются: лабораторно-практические работы и комплекс практико-ориентированных задач.

Ниже приведены примеры лабораторно-практической работы и практико-ориентированных задач.

Лабораторно-практическая работа

При изучении раздела: «Тепловые явления» по основной общеобразовательной программе учащимся предлагается лабораторно-практическая работа «Измерение удельной теплоемкости твердого тела».

Лабораторная работа: «Измерение удельной теплоемкости твердого тела».

Цель работы: измерить удельную теплоемкость металлического цилиндра и сравнить ее с табличным значением.

Приборы и материалы: стакан с водой, калориметр, термометр, сосуд с горячей водой, металлический цилиндр на нити.

Ход работы.

Медь: $c = 380\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг град}}$, сталь: $c = 500\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг град}}$, алюминий: $c = 920\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг град}}$.

1. Кубики нагрели на ***1 ^{0}С.*** На сколько джоулей увеличилась внутренняя энергия каждого кубика? медного _____; стального _____; алюминиевого _____.

2. Для изменения температуры нафталина, никеля и латуни массой 1 кг на 1 ^{0}С требуется 130, 460 и 400 Дж энергии. Чему равна удельная теплоемкость этих веществ? Нафталин ***c =*_________*;*** Никель ***c =*___________*;*** Латунь ***c =*__________.**

Эксперимент

Подготовка и проведение эксперимента.

1. Налейте в калориметр воду массой 150 г комнатной температуры. Измерьте температуру воды $t_{1.}$

2. Нагрейте цилиндр в сосуде с горячей водой. Измерьте температуру горячей воды t_2 (эта температура и будет начальной температурой для цилиндра).

3. Опустите цилиндр в калориметр с холодной водой. Измерьте температуру нагревшейся от цилиндра воды ,t.

Результаты измерений и вычислений запишите в таблицу.

Масса воды в калориметре $m_{воды}$, *кг*	Начальная температура воды $t_{1,}{}^0C$	Масса цилиндра $m_{цил}$, *кг*	Начальная температура цилиндра $t_{2,}{}^0C$	Общая температура воды и цилиндра, t, ^0C

Вычисления: (**$с_{воды}$ = 4200**) ***Количество теплоты, полученное водой при нагревании:***

$Q_1 = c_{воды} \cdot m_{воды} \cdot (t - t_1)$ = ________________________________

Количество теплоты, отданное металлическим цилиндром:

$c_{цил} = m_{цил} \cdot (t_2 - t)$ = _______________=_________________

Сравните полученный результат с табличным значением и определите материал, из которого изготовлен цилиндр. Постройте график зависимости удельной теплоемкости от массы тела.

Вывод: ____

Практико-ориентированные задачи – это задачи из окружающей действительности, которые тесно связаны с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни.

В проведенном исследовании нами разработан комплекс практико-ориентированных задач на применение математики в изучении следующих разделов физики: «Электрические явления» при изучении темы «Закон Ома», «Линзы» при построениях изображений в линзах.

Пример одной из задач: Электрический утюг включен в сеть с напряжением 220 В. Какова сила тока в нагревательном элементе утюга, если сопротивление его равно 48,4 Ом? Постройте график зависимости силы тока от сопротивления участка цепи [Иманова, 2014].

Для проверки эффективности методических средств развития умений по использованию математики в изучении физики экспертным методом выявлена модель оценки уровня развития этих умений. Модель включает следующие три уровня: понимание (отсутствие у учащегося опыта по применению математических знаний к восприятию новой информации по физике), воспроизведение (учащийся самостоятельно воспроизводит и применяет информацию в ранее рассмотренных типовых ситуациях), применение (способность учащегося применять математические умения в нетиповых ситуациях относительно физического знания). Количественные показатели уровня понимания 0–45 баллов, уровня воспроизведения 46–85 баллов, уровня применения 86–100 баллов.

Эффективность разработанных средств развития умений использовать математику при изучении физики доказана в реальном образовательном процессе муниципального общеобразовательного бюджетного учреждения «Ащебутакская средняя общеобразовательная школа» Оренбургской области Домбаровского района. Критериями эффективности предлагаемых методических средств является положительная динамика в распределении учащихся 8 класса по уровням развития выявленных компонентов развития умения использовать математику в решении физических задач.

Библиографический список

1. Иманова А. Использование практико-ориентированных заданий при обучении математике с целью развития математической грамотности школьников [Электронный ресурс]. URL:http://collegy.ucoz.ru/publ/39-1-0-16692 (дата обращения: 25.07.16).

ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ КАК ИНСТРУМЕНТ ПОВЫШЕНИЯ МОТИВАЦИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ»

Ю.И. Капач
Научный руководитель ***Е.И. Ганжа,***
кандидат физико-математических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

Актуализируется проблема мотивации обучающихся в процессе обучения математике, развития познавательной активности обучающихся.
Ключевые слова: проблема мотивации в обучении математике, история математики, историко-генетический метод.

Одной из современных мировых образовательных тенденций является гуманность школьного образования, ориентация процесса обучения на индивидуальные интересы учащихся. На передний план школьного образования выходит задача создания оптимальных условий для выявления и развития способностей учащихся, удовлетворения их интересов и духовных потребностей, обеспечения самоопределения и поиска «своего места» в жизни. Одним из аспектов развития личности является развитие мыслительной деятельности. Нельзя научить мыслить без знаний о прошлом, без истории. Использование учителем математики исторических сведений не является обязательным при изложении материала урока. Однако, как указывает К.А. Малыгин «...экскурсы в историческое прошлое оживляют урок, дают разрядку умственному напряжению, поднимают интерес к изучаемому материалу и способствуют прочному его усвоению» [Альхова, Макеева, 2002]. Рассказав об исторических причинах возникновения десятичных дробей, показав, как плоды деятельности великих ученых оказали влияние на развитие этой области математики и на решение конкретных задач, учитель возбудит у школьников интерес к изучаемому предмету и покажет его практическое значение.

Очевидно, каждый учитель математики полагает, что использование исторических сведений повышает интерес учащихся, имеет большое мировоззренческое и общекультурное значение. И, тем не менее, учителя крайне редко излагают на уроке математики исторические сведения, или используют в системе упражнений задачи с историческим содержанием. Это обосновано нехваткой учебного времени, отсутствием разработанной методики, желанием уделить больше внимания на закрепление. Проблема использования исторического материала на уроках математики интересовала многих ведущих ученых, педагогов и методистов, таких как: Г.И. Глейзер, Д.Я. Стройк, Н.Я. Виленкин и др. [Виленкин, 1987; Стройк, 1984]. Увлечь учащихся, вызвать у них живой интерес к изучаемым понятиям и теоремам – вот главная задача использования элементов истории математики на уроках.

Вопросы использования элементов истории математики в преподавании рассматривались многими известными учеными-математиками и деятелями в области математического образования. Среди наиболее известных исследований по этой теме, включающих отбор историко-математического материала и рекомендации по его использованию на уроках математики в школе, можно отметить работы: «Исторический и практический трактат по алгебре» Дж. Валлиса, «Геометрия путем изобретения» В.Г. Спенсер и многие другие. В этих, как и в большинстве работ, авторы сходятся во мнении, если учитель знает историю математики, знает, как происходило становление и развитие основных математических понятий и идей, то он будет лучше понимать внутреннюю логику учебных тем [Белобородова, 2005].

Учителю необходимо не только быть знакомым с историей науки, но параллельно, неразрывно с излагаемым материалом, обращать внимание на то, какие методические идеи и находки подсказывает ему история науки, следовать историко-генетическому методу. Историко-генетический метод способен подсказать учителю решение и некоторых чисто методических проблем. Например, как лучше спланировать изучение данного учебного материала, какой методической разработке отдать предпочтение, в какой последовательности изучать те или иные темы.

Историко-математические сведения, излагаемые учителем, могут быть самыми разными и нести самую разнообразную смысловую нагрузку. Однако наиболее эффективным их использование будет лишь в том случае, если они излагаются в системе, единым методом, а также, если их использование позволяет сделать изложение материала более последовательным, понятным, целостным и интересным.

На основании федеральных государственных стандартов общего образования, в содержание основного общего образования включен дополнительный методологический раздел «Математика в историческом развитии», что связано с реализацией целей интеллектуального и общекультурного развития обучающихся [Примерные программы…, 2009]. Содержание этого раздела разворачивается в содержательно-методическую линию, пронизывающую все основные разделы содержания математического образования на данной ступени обучения, и способствует созданию общекультурного, гуманитарного фона изучения курса. Вопрос об использовании исторического материала в процессе обучения математике не новый. Бесспорен тот факт, что каждый учитель в своей практике не раз использовал сведения из истории математики на уроках или внеклассных занятиях. Но если раньше учитель сам определял содержание вводимого исторического материала, то в новой Примерной программе основного общего образования по математике это содержание четко прописано. Как и раньше за педагогом остается право выбирать методы, способы и приемы использования исторических сведений на уроках математики.

Кроме того, за время работы в школе у нас сложилась своя система проведения «Уроков истории математики», когда знакомству с историческим материалом посвящается 1–2 урока. Такие уроки проводятся два раза в год в 5–9 классах, их содержание неразрывно связано с изучаемыми темами школьного курса математики, они прививают интерес к предмету, способствуют закреплению и более глубокому пониманию изученного материала, расширяют кругозор учащихся. История десятичных дробей в гораздо большем объеме может излагаться на внеклассных занятиях. Формы внеклассной работы могут быть самые различные:

факультативные занятия, математические кружки, занятия по решению исторических задач, доклады, как самих учащихся, так и учителя, математические вечера и викторины, выпуск стенгазет.

Библиографический список

1. Альхова З.Н., Макеева А.В. Внеклассная работа по математике. Саратов: Лицей, 2002.
2. Белобородова С.В. Об историко-генетическом методе // Математика в школе. 2005. № 6. С. 7–10.
3. Примерные программы основного общего образования. Математика. М.: Просвещение, 2009 (серия «Стандарты второго поколения»).
4. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики. М.: Наука, 1984.
5. Виленкин Н.Я. Из истории дробей // Квант. 1987. № 5. С. 34–36.

ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ К РЕШЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ЭКОНОМИЧЕСКИМ КОНТЕКСТОМ В СТАРШИХ КЛАССАХ

Е.Е. Катышева

*Научный руководитель **Л.В. Шкерина**,*

доктор педагогических наук, профессор

Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

Определяется классификация задач экономического содержания в Едином государственном экзамене по математике профильного уровня. Формулируются основные трудности, препятствующие обучающимся старших классов решать математические задачи с финансовым контекстом. Предложены этапы подготовки обучающихся к решению математических задач с экономическим контекстом.

Ключевые слова: математические задачи, экономический контекст, трудности, этапы подготовки.

В последние несколько лет очень активно обсуждается и частично реализуется в образовательных организациях программа «Финансовая грамотность», ориентированная на формирование личности обучающегося как экономически грамотного потребителя. Введение ФГОС среднего общего образования ориентировало учителей на создание образовательных программ, включающих цели не только на достижение предметных образовательных результатов, но и на овладение обучающимися универсальными способами учебных действий [Приказ…, 2012]. Однако, согласно теории Маслоу, едва ли получится от обучающихся ожидать высоких интересов в освоении экономических основ, пока не «подкормить» их чем-то более простым [Маслоу, 1999].

В математическом образовании на уровне общеобразовательной школы наблюдается тенденция «натаскивания» старшеклассников на решение экономических задач при подготовке к ЕГЭ по математике профильного уровня. Данный подход разрушает фундамент, на котором должна строиться финансовая грамотность потребителя. В связи с этим возникает необходимость поиска адекватных подходов для получения требуемого результата обучения математике. Исследование этой проблемы ведется на протяжении нескольких лет на базе МБОУ «Лицей № 7» города Саяногорска Республики Хакасия, включает в себя анализ результатов ЕГЭ по математике профильного уровня за период с 2015 по 2018 г.; анализ бесед с обучающимися старших классов и учителями школ города Саяногорска и Республики Хакасия; анализ проведенного мастер-класса по теме «Решение экономических задач формата ЕГЭ».

Это позволило выделить следующие трудности обучающихся старших классов в решении задач с экономическим контекстом:

– непонимание смыслового содержания текста задачи;

– трудоемкие вычисления, как следствие – долгое время решения задачи и недоведение вычислений до конца;

– отсутствие соответствующих задач в рекомендованных УМК.

Анализ Спецификации контрольных измерительных материалов для проведения в 2019 г. Единого государственного экзамена по математике профильного уровня показал, что проверяемым умением при решении задания 17 является умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни [Спецификация контрольных измерительных материалов…, 2018]. Но ведь обучающимся старших классов до 18 лет недоступно взятие кредита в коммерческом банке, в лучшем случае они имеют счет до востребования, к которому прикреплена дебетовая карта. Поэтому опыта использования приобретенных знаний и умений у них нет.

На основе полученной информации автором был разработан курс «Решение математических задач с экономическим контекстом» в рамках программы «Экономика (профильный уровень)», включающий в себя следующие этапы освоения курса:

1) выявить у обучающихся значение основных понятий финансовой математики (кредит, вклад, процент, доход, расход, долг, прибыль) и скорректировать их, доведя до понимания каждого слова в определении;

2) применяя технику смыслового чтения, формировать умение выделять данные из формулировки задачи (основной долг, срочность, процент, переплата, процент переплаты, платность кредита, возвратность);

3) по ключевым словам и фразам научить квалифицировать задачи на три типа: дифференцированный платеж, аннуитетный платеж, оптимизационные задачи;

4) актуализировать умения находить суммы n членов арифметической и геометрической прогрессии, действий с обыкновенными дробями, некоторые свойства треугольника Паскаля;

5) формирование умения составлять модель: аналитическую или в табличной форме (табл.) (в дальнейшем использовать программу Excel).

Таблица

Модель выплаты кредита

Месяц / год	Остаток основного долга	Часть основного долга в платеже	Начисленные проценты в платеже	Ежемесячный платеж
1				
2				
……				
Всего:		Сумма кредита \ вклада	Переплата по кредиту \ доход по вкладу	

6) формирование умения соотносить полученный результат не только с условием задачи, но и с реальными ситуациями, возникающими в жизни;

7) формирование представления о грамотном управлении своими финансами и грамотном подходе преумножения собственного капитала.

Решение математических задач с экономическим контекстом способствует формированию межпредметного знания, увеличивает интерес не только к математике, способствует формированию универсальных навыков. Нельзя не согласиться с Т.С. Терюковой, в том, что: «Выгодность образования, а экономического вдвойне, объясняется фактом «положительных экстерналий», когда решения, принимаемые экономически грамотными людьми, образуют вектор позитивного развития (в семейной сфере, бизнесе, экономике в целом)» [Терюкова, 2009]. Современный учитель математики должен сам соответствовать новым стандартам образования и иметь в своем арсенале компетенций еще и экономическую.

Библиографический список

1. Маслоу А.Г. Мотивация и личность. СПб.: Евразия, 1999. 480 с.
2. Приказ Министерства образования и науки РФ от 17 мая 2012 г. № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования» [Электронный ресурс]. URL: http://ivo.garant.ru/#/document/70188902/paragraph/59:0 (дата обращения: 15.03.19).
3. Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2019 году единого государственного экзамена по математике. Профильный уровень [Электронный ресурс]. URL: http://www.fipi.ru/ege-i-gve-11/demoversii-specifikacii-kodifikatory (дата обращения: 15.03.2019).
4. Терюкова Т.С. Экономические компетенции: сущность, структура и место в системе ключевых компетенций [Электронный ресурс]. URL: https://ecschool.hse.ru/data/2011/04/21/1210930289/42_2009_3-4.pdf (дата обращения: 15.03.2019).

ДИНАМИЧЕСКОЕ АДАПТИРОВАННОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ РЕШЕНИЯ ШКОЛЬНИКАМИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Т.В. Колесова, К.Н. Матвеева
Научный руководитель ***П.П. Дьячук,***
доктор педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева

Дается определение динамических адаптивных тестов. Представлены и рассмотрены три модели данных тестов по математике. Описывается и раскрывается механизм работы с динамическими адаптированными тестами и возможности их применения при оценивании математических знаний школьников.
Ключевые слова: динамические адаптированные тесты, компьютерное тестирование, динамика учебной деятельности, анализ, диагностика.

Недостатки традиционных процедур тестирования побудили исследовать альтернативные процедуры тестирования, которые точно и адекватно оценивают обучение школьников. С учетом этого в своей статье мы рассматриваем эффективность динамического адаптированного тестирования учащихся. Во-первых, мы рассмотрим ограничения традиционных методов тестирования и аргументируем важность динамической оценки. Во-вторых, мы опишем три модели динамических адаптированных тестов. Опишем их характеристики и процесс работы с ними.

Традиционно оценка знаний учащихся в значительной степени основывалась на тестах, связанных с нормой [Дюк, 1994]. Традиционные методы тестирования не предназначены для разработки конкретных учебных стратегий, устраняющих недостатки в обучении. Вместо этого эти процедуры оценивают итоговый продукт. В контексте традиционного тестирования упускается из виду возможность напрямую влиять на обучение. В целом традиционная оценка не диагностирует потенциал учащегося в достижении успеха. Недостатки традиционного тестирования побудили исследователей искать подходы к оценке, которые были бы более восприимчивыми к потенциальным силам отдельных учащихся. Сложилась необходимость создания такого вида тестирования, при котором будут учитываться индивидуальные особенности ученика и будет возможность оценить процесс «научения» школьника. Другими словами, увидеть, сколько ошибок он делает в процессе поиска решения задач.

Динамическое адаптированное тестирование включает обучающий компонент в ситуацию тестирования и исследует способность ученика к обучению.

В настоящее время практически в любой сфере научных и прикладных исследований используется компьютер для решения самых разных научных и профессиональных задач. Не исключение и деятельность педагога. Основной целью этого направления являются создание инструментария, в том числе компьютерных тестов, а также разработка принципиально новых видов тестирования и методов работы с экспериментально-психологической информацией [Дюк, 1994; Шмелев, Бельтцер, Ларионов, 2000; Шашкина, 1999]. Динамические адаптированные тесты по математике ориентированы на решение практических задач – обеспечение диагностическими инструментами, создаваемыми на базе новых информационных технологий.

Мы разберем и опишем модель динамически адаптированных тестов решения алгоритмических задач [Дьячук, Лариков, Дьячук, 2002; Дьячук, Пустовалов, Суровцев, 2008].

Динамические адаптированные тесты решения математических задач для школьников, представляя собой компьютерные дидактические средства (обучающее – контролирующих, тестирующих программ), удовлетворяют обязательным требованиям, предъявляемым к тестовым заданиям, – надежности, валидности, определенности, однозначности, устойчивости, позволяют получать объективную оценку знаний, некоторых умений и навыков, выявлять проблемы в математической подготовке школьников [Дьячук, Бортновский, 2005].

Динамические адаптивные тесты-тренажеры математических задач работают по следующему принципу: компьютер генерирует задания, то есть формулирует перед учеником цель;

для выполнения задания школьнику предлагаются виртуальные математические объекты, с которыми обучающийся может производить различные манипуляции или действия; система действий осуществляемых испытуемым по достижению цели образует временной ряд событий, который записывается в память компьютера; система внешнего управления осуществляет контроль над действиями ученика и оказывает на него корректирующие воздействия в виде численных оценок действий через оценочную обратную связь; представленный подсистемами: модуль учебного материала; вычислительный модуль; управляющий модуль (адаптер); интерфейс; модуль мониторинга учебной деятельности школьника, соответствует функционально-структурной модели интерактивной электронной обучающей проблемной среды, ориентированной на сочетание самоуправления учеником учебной деятельностью при решении математических задач и внешнего управления. Во время тестирования ведется кодированная запись информации о результатах учебной деятельности учащихся по решению математических задач. Составляется протокол (см. табл.);

Таблица

Протокол деятельности системы интерактивного управления

Ф.И.О.		Сконструировать график функции $y = 2(x-3)^2 - 4$			
Действие	Время	Действия	Уровень	Информ. управ.	Институт. управ.
X=x+1	43	1	4	0	1
Y=y+1	26	0	4	1	0
Y=y–1	13	1	4	0	1
Сжатие	27	1	4	0	1

Таким образом, описанные нами динамические адаптированные тесты решения математических задач школьниками позволяют учитывать не только их знания по математике, но и сам процесс решения математических задач. Это помогает составить индивидуальные программы обучения, что будет способствовать развитию математических компетенций учащихся.

Библиографический список

1. Дюк В.А. Компьютерная психодиагностика. СПб.: Братство, 1994. 364 с.
2. Дьячук П.П., Бортновский С.В. Методы компьютерной диагностики обучаемости решению задач // Педагогические измерения. 2005. № 2. С. 5–8.
3. Дьячук П.П., Лариков Е.В., Дьячук П.П. мл. Динамика процесса обучения решению алгоритмических задач // Научный ежегодник КГПУ / отв. ред. Н.И. Дроздов. Красноярск, 2002. С. 6–13.
4. Дьячук П.П., Пустовалов Л.В., Суровцев В.М. Система управления поиском решения алгоритмических задач // Системы управления и информационные технологии. 2008. Т. 33. № 3-2. С. 258–263.
5. Шашкина М.Б. Система педагогических тестов как средство управления учебно-познавательной деятельностью студентов в процессе изучения математических дисциплин в педагогическом вузе: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. Красноярск, 1999. 186 с.
6. Шмелев А.Г., Бельтцер А.И., Ларионов А.Г. Адаптивное тестирование знаний в системе Телетестинг // Информационные технологии в образовании: сборник материалов международной конференции-выставки. М.: МИФИ, 2000.

WEB-КВЕСТ КАК ВОЗМОЖНОСТЬ УЧИТЫВАТЬ ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

А.А. Корепанова
Научный руководитель ***Г.Г. Шеремет****,*
кандидат педагогических наук, доцент
Пермский государственный
гуманитарно-педагогический университет

В статье раскрыты возможности Web-квеста для учета индивидуальных особенностей школьников при изучении некоторых тем школьного курса математики.
Ключевые слова: стиль обучения, Web-квест, компоненты Web-квеста, информационный контент Web-квеста.

В последние годы Web-квест технологии приобретают все большую популярность среди учителей. Это обусловлено несколькими факторами. Во-первых, они помогают организовать самостоятельную поисковую деятельность учеников, причем, делают это в доступной для учащихся форме. Во-вторых, они создают дополнительную мотивацию. В Web-квесте ученикам не ставится цель найти определенную информацию, доказать теорему или решить задачу, эти задания лишь средства для достижения личной, важной для них цели. В-третьих, Web-квесты позволяют учитывать индивидуальные особенности учеников и осуществлять индивидуальный подход. В данной статье хотелось бы более подробно рассмотреть вопрос, как Web-квесты позволяют учитывать индивидуальные особенности учеников при достижении учебных целей и задач в обучении математике.

Одной из особенностей каждого ученика является его стиль обучения. Дэвид Колб, американский психолог, доктор в области социальной психологии, выделил 4 стиля обучения: деятель, мыслитель, практик, теоретик [Сергеева, 2010].

Деятель познает мир через конкретный опыт и активное экспериментирование. Он, основываясь на предыдущем опыте, экспериментирует, действует интуитивно, пытаясь прийти к правильному ответу. Он учится методом проб и ошибок. Однообразные действия ему быстро надоедают, поняв тему, он сразу же хочет перейти к следующей. Такой ученик любит дискуссии, поиски новой информации, не любит подчиняться правилам, нуждается в свободе, чтобы генерировать свои идеи.

Мыслитель ощущает и осмысливает. Он обычно держится в стороне от активности, слушает других, чтобы иметь возможность тщательно обдумать ситуацию и рассмотреть ее с разных точек зрения. Ему нравится искать информацию по одному вопросу в различных источниках и на основе найденного делать для себя определенные выводы. Такой ученик предпочитает подробную, аргументированную информацию.

Теоретик познает мир через осмысление и размышление. Он старается все известные ему факты, теории и наблюдения классифицировать, систематизировать, собрать в целостную картину.

Мыслит индуктивно, любит ставить под сомнение какую-либо идею или теорию.

Практик, размышляя, реализует все на практике. Его интересует практическое применение получаемых знаний. Первый вопрос, который он задает: «Где мне это пригодится?».

Перейдем к практической части. Как же все-таки Web-квесты позволяют учитывать индивидуальные особенности ученика, в частности его стиля обучения?

Web-квест – это проблемное задание с элементами ролевой игры, для выполнения которого используются информационные ресурсы интернета. В первую очередь это проблемное задание. Задачу необходимо давать в зависимости от стиля обучения учащегося. Так, для теоретика интересным и важным заданием будет создание таблицы, схемы, формулировка важных теорем и определений. Другими словами, он должен получить задание, которое поможет ему систематизировать знания, создать некую целостную картину изучаемой темы. Практику будет интересно решать задание, которое связано с практической стороной изучаемого вопроса. Мыслитель захочет решить какую-то проблему, основываясь на информации, которую необходимо найти. Деятелю стоит дать задание на экспериментирование, исследование какого-то вопроса эмпирическими методами. Web-квест включает в себя элементы ролевой игры. Это значит, что каждый ученик может получить роль, соответствующую его стилю обучения. Практик может получить роль конструктора, строителя и других прикладных профессий. Деятель может получить роль естествоиспытателя. Теоретик – роль ученого, мыслитель – роль историка. Таким образом, полученная роль и проблемное задание дадут дополнительную мотивацию к деятельности, преподнесут информацию в более интересной и легкой для них форме.

Информационный контент Web-квеста включает в себя пять основных компонентов: архивы, теория, приложения, проблемы, ошибки [Арюткина, Напалков, 2015].

Архивы – это историческая справка, информация и задания, касающиеся развития той или иной темы. Для учеников различных стилей могут быть предложены следующие задания. Деятелю: почувствовать себя в роли ученого и провести такой-то эксперимент; теоретику: составить хронологию по развитию определенной темы; мыслителю: собрать архивы по определенной теме и написать рассказ про работу ученых; практику: какие формулы и теоремы нужны были для постройки зданий и сооружений.

Теория – это информация по определенной теме, учебно-познавательные задания. Теоретику она должна быть представлена в виде систематизированной информации, мыслителю она должна быть представлена в мельчайших подробностях, деятелю стоит показать ее в экспериментах и доказательствах.

Приложения являются любимым компонентом практиков. Здесь можно представить подборку прикладных задач, чтобы показать им, что искомая информация пригодится в повседневной жизни.

Проблемы – это задания, которые позволяют открывать новые, неизвестные для учеников факты и закономерности. Данное задание будет интересно деятелям и мыслителям. Однако каждый из них будет решать подобную задачу по-разному: деятель будет экспериментировать, пока не придет к ответу, мыслитель же соберет всю необходимую информацию, проанализирует, придет к нужному результату.

Ошибки – это информация об ошибках в истории открытия каких-то законов, а также задания на нахождение ошибок и ошибочных суждений. Мыслитель и теоретик будут с радостью решать такие задания, так как для них всегда интересен поиск знаний и их взаимосвязи друг с другом.

Таким образом, Web-квесты позволяют сделать обучение более интересным, понятным, индивидуально направленным. Однако для того, чтобы Web-квест достиг своей цели, необходимо при его разработке учитывать следующие шаги: создать роли в соответствии со стилем обучения, каждой роли дать те задания, которые будут интересны ученику данного стиля обучения, конечным продуктом сделать то, что важно для мотивации ребенка определенного стиля обучения. План квеста может выглядеть так.

Для деятеля: роль – естествоиспытатель, задания – архив, проблемы, конечный продукт – вывод из проделанных экспериментов. Для мыслителя: роль – историк, задания – архив, теория, проблемы, ошибки, конечный продукт – решение определенной проблемы. Для теоретика: роль – ученый, задания – архив, проблемы, ошибки, конечный продукт – схема, таблица, хронология. Для практика: роль – конструктор, задания – архив, приложения, ошибки, конечный продукт – сборка аппарата, найти в реальной жизни модели.

Библиографический список

1. Арюткина С.В., Напалков С.В. Web-квест технологии на занятиях практикума по решению задач школьной математики // Фундаментальные исследования. 2015. № 2-1. С. 114–119.
2. Сергеев С.Ф. Инструменты обучающей среды: стили обучения // Образовательные технологии. 2010. № 3. С. 85–94.

ДИАГНОСТИКА УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ ИНФОРМАЦИОННОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ СТУДЕНТОВ – БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ПОСРЕДСТВОМ АНКЕТИРОВАНИЯ

Ю.Д. Куликова

Научный руководитель ***Л.В. Шкерина****,*

доктор педагогических наук, профессор

Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе обсуждается вопрос, связанный с диагностикой уровня сформированности информационной компетентности студентов – будущих учителей математики. Уточняется понятие информационной компетентности, определяются уровни ее сформированности. Приводятся и анализируются результаты анкетирования студентов по выявлению уровня сформированности информационной компетентности студентов – будущих учителей математики.

Ключевые слова: студент, будущий учитель математики, информационная компетентность, ИКТ-компетентность, уровень сформированности, анкетирование.

Компетентностный подход в профессиональном образовании ориентирует на формирование и развитие ключевых компетенций студентов, которые определяют его успешную адаптацию в обществе. В отличие от термина «квалификация», компетенции включают помимо сугубо профессиональных знаний и умений, характеризующих квалификацию, такие личностные качества, как инициатива, сотрудничество, способность к работе в группе, коммуникативные способности, умение учиться, оценивать, логически мыслить, отбирать и использовать информацию, применять информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) в своей профессиональной деятельности. Одной из значимых компетенций таких специалистов должна стать способность к саморазвитию, самообразованию, готовность к педагогической деятельности в условиях информатизации образования. В этих условиях способность педагога использовать средства информатизации и информационные технологии для решения профессиональных задач становится одним из компонентов его профессиональной компетентности. В современной педагогической литературе при определении уровня профессиональной деятельности учителя в сфере использования ИКТ используется термин «ИКТ-компетентность».

ИКТ-компетентность педагога включает все стороны современной работы педагога: подготовку и реализацию образовательных (учебно-воспитательных) программ, работу по участию в разработке программы развития школы, участие в жизни сообществ и т.п. Таким образом, информационная компетентность педагога предполагает освоение быстро обновляющихся средств ИКТ и их практическое использование в образовательной деятельности.

Изучив сам феномен и сущность *информационной компетентности* с позиции разных авторов, мы пришли к выводу, что большинство считают синонимами информационную и ИКТ-компетентность, а также рассматривают ее с двух сторон: с одной стороны, как способность работы с информацией (поиск, получение, отбор, анализ, обработка, передача и сохранение информации), с другой – как владение современными информационно-коммуникационными технологиями [Зимняя, 2004; Соловова, 2010; Тришина, 2005].

В данной статье мы выделили следующие уровни сформированности информационной компетентности: базовый, продуктивный, креативный.

Базовый уровень предполагает минимально необходимый набор знаний, умений, навыков, способ деятельности и отношений в сфере информационной компетентности.

Продуктивный уровень характеризуется владением основными знаниями, умениями, навыками, способами деятельности, отношениями в сфере информационной компетентности и опытом ее проявления.

Креативный уровень определяется способностью студента к поиску и реализации новых нестандартных решений в сфере информационной компетентности на основе базовых знаний, умений, навыков, способов деятельности, отношений и опыта ее проявления.

Практика показывает, что информационная компетентность учителей математики сформирована недостаточно высоко: не все педагоги используют в своей педагогической практике информационно-коммуникационные технологии.

Чтобы успешно осуществлять педагогическую деятельность в современных условиях, педагогу необходимо уметь правильно организовывать урок и работу обучающихся, регулярно искать новые разные формы, приемы и методы обучения.

В связи с этим возникает необходимость в разработке и создании специальной системы заданий, направленной на формирование у будущих учителей математики информационной компетентности.

Цель статьи заключается в выявлении уровня сформированности информационной компетентности у студентов – будущих учителей математики посредством анкетирования.

Констатирующий этап эксперимента проводился на базе Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. В эксперименте приняли участие студенты-магистранты II курса института математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева (12 человек). Для выявления уровня сформированности информационной компетентности студентов использовалась специальная анкета.

Анкета для диагностики уровня сформированности информационной компетентности будущего учителя (фрагмент)

Вопрос	Предполагаемый ответ
1. В ходе педагогической деятельности Вы:	1) отдаете предпочтение традиционным методам и средствам обучения; 2) пытаетесь совместить свои педагогические навыки со знанием компьютера; 3) легко определяете, какую из поставленных задач лучше решать с использованием ИКТ, а какую оставить на традиционные методики; 4) владеете ИКТ на высоком уровне, можете выполнять нестандартные задания с демонстрацией методов и приемов работы с программами.
2. При подготовке занятий Вы:	1) используете ИКТ для поиска информации; 2) используете ИКТ для составления конспектов, таблиц, раздаточного материала; 3) используете существующие мультимедийные продукты; 4) самостоятельно разрабатываете мультимедийные продукты.
3. Для демонстрации материала на уроке Вы:	1) используете готовые демонстрационные материалы; 2) используете специализированные прикладные программы; 3) самостоятельно разрабатываете макеты и модели в специализированных прикладных программах.

Анализ результатов анкетирования показал, что у 17 % студентов информационная компетентность сформирована на низком уровне. У 48 % студентов – на среднем уровне, на высоком уровне – у 35 % студентов.

Основываясь на полученных результатах, можно сделать вывод о необходимости повышения уровня сформированности информационной компетентности студентов – будущих учителей математики.

Библиографический список

1. Зимняя И.А. Ключевые компетентности как результативно-целевая основа компетентностного подхода в образовании. М.: ИЦПКПС, 2004. 42 с.
2. Соловова Н.В. Методическая компетентность преподавателя вуза: монография. М.: Изд-во АПК и ППРО, 2010. 324 с.
3. Тришина С.В. Информационная компетентность как педагогическая категория // Интернет-журнал «Эйдос». 2005. 10 сентября. URL: http://www.eidos.ru/journal/2005/0910-11.htm (дата обращения: 23.03.2019).

ФОРМИРОВАНИЕ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7 КЛАССОВ ПОСРЕДСТВОМ ПРОЕКТНЫХ ЗАДАНИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Д.В. Ляудина

Научный руководитель ***Л.В. Шкерина,***

доктор педагогических наук, профессор

Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье актуализирован состав регулятивных универсальных учебных действий обучающихся, которые целесообразно формировать в 7 классе посредством проектных задач. Описаны типы и приведены примеры проектных задач, которые могут использоваться для формирования этих действий обучающихся на уроках математики в 7 классах.

Ключевые слова: регулятивные универсальные учебные действия, математика, формирование, проектные задачи, этапы.

В настоящее время модернизация системы образования обусловлена сменой парадигмы: кроме знаний по предметным областям, важнейшей задачей образования является формирование универсальных учебных действий (УУД) обучающихся, благодаря которым выпускники школы смогут развить в себе умение учиться на протяжении всей жизни [Асмолов, 2010].

В составе основных универсальных учебных действий, соответствующих целям общего образования, выделяют четыре типа: личностные, регулятивные, познавательные и коммуникативные [ФГОС ООО, 2010].

Важное место в формировании умения учиться занимают регулятивные универсальные учебные действия, обеспечивающие организацию и коррекцию учебной деятельности.

К регулятивным универсальным учебным действиям относятся: целеполагание; планирование; прогнозирование; контроль (исполнение плана); составление плана и последовательность действий; коррекция; оценка [Асмолов, 2010].

Вышеперечисленные регулятивные действия можно распределить в три группы.

1. Группа действий по организации учебной деятельности: целеполагание; планирование; прогнозирование.

2. Группа действий по управлению учебной деятельностью: контроль (исполнение плана); самоконтроль; волевая саморегуляция (волевые усилия).

3. Группа действий по коррекции учебной деятельности: оценка; коррекция.

Одним из наиболее эффективных средств формирования регулятивных умений является проектная задача, решение которой состоит в поиске пути достижения результата в виде реального «продукта» [Шкерина, Константинова, Курсиш, 2016].

Задачи этого типа могут быть: предметные, метапредметные, одновозрастные и разновозрастные.

В ходе решения проектной задачи можно выделить основные этапы.

1. Анализ ситуации (надо ли ее решать?), выявление проблемы и перевод ее на математический язык (в чем проблема?).

2. Выявление дефицитов их типов. Установление приоритетов ценностей (почему именно этих ценностей будем придерживаться?).

3. Оценка необходимости восполнения дефицитов. Формулирование принципов отбора целей (зачем двигаться в этом направлении?).

4. Постановка и принятие цели действия. Выработка критериев постановки и достижения цели (куда придем в итоге?).

5. Поиск средств возможных путей решения, перевод проблемы в задачу.

6. Выбор средств решения проблемы (адекватных способов действий) Что будем делать и какой будет результат?

7. Решение проблемы (под решением понимается реальное продуктивное действие, а не только предложение выхода из ситуации).

8. Анализ полученного результата, соотнесение его с проблемой. Решили ли мы проблему?

9. Представление окружающим полученного результата (продукта).

В содержании проектной задачи нет конкретных ориентиров на ранее изученные темы или области знаний, к которым относятся те или иные задания. Школьники находятся в состоянии неопределенности относительно способа решения и тем более конечного результата.

Рассмотрим несколько примеров проектных задач.

Задача № 1.

Рассчитать, в какую сумму обойдется школе ремонт вашего класса. Отремонтировать нужно пол, стены, дверь и подоконник. Стены можно снова покрасить, а можно поклеить обоями. Пол можно застелить линолеумом или положить плитку. Необходимо рассчитать стоимость и количество разных материалов, общую сумму затрат и подобрать самый выгодный вариант.

Задача № 2.

1. Построить на заданной свободной площади план макета игровой площадки с использованием данных занимаемых площадей и форм игровых зон.

– песочницу (красная зона), $S = 9$ м^2;

– карусель (желтая зона), $S = 6$ м^2;

– качели (фиолетовая зона), $S = 0{,}9$ м^2, $S = 4{,}5$ м^2;

– горку (оранжевая зона), $S = 5{,}5$ м^2;

– беседку для отдыха (зеленая зона), $S = 20$ м^2;

– фонтан (синяя зона), S = 7 $м^2$;

– спортивная площадка (коричневая зона), S = 24 $м^2$.

2. На вашем плане макета игровой площадки осталась свободная площадь, засейте ее газонной травой. Рассчитайте, сколько пакетиков семян понадобится для вашего проекта и какова будет их стоимость, если известно, что на 0,65 $м^2$ площади требуется 1 пакетик семян по цене 8,3 рубля.

3. Представить презентацию вашего проекта.

В ходе решения проектных задач обучающиеся развивают следующие регулятивные УУД:

– рефлексировать (видеть проблему; анализировать сделанное – почему получилось, почему не получилось, видеть трудности, ошибки);

– целеполагать (ставить и удерживать цели);

– планировать (составлять план своей деятельности).

Проектные задачи имеют творческую составляющую. Решая их, обучающиеся не ограничиваются рамками обычного задания, они вольны фантазировать и придумать. Из всего вышеперечисленного можно сделать вывод, что задачи проектного типа поддерживают индивидуальность обучающихся и помогают развивать их самостоятельность. Обучающиеся приобретают опыт самоорганизации группы и себя внутри нее, управления собственным поведением в групповой работе.

Библиографический список

1. Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А. и др. Формирование УУД в основной школе: от действия к мысли. М.: Просвещение, 2010. 159 с.
2. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс]. URL: http://минобрнауки.рф/документы/938 (дата обращения: 29.03.2019).
3. Шкерина Л.В., Константинова А.С., Курсиш И.Ф. Формирование метапредметных умений школьников в условиях проектного обучения математике // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. 2016. № 1. С. 36–42.

МЕТАПРЕДМЕТНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ: ПОНЯТИЕ, ПРИНЦИПЫ И ТРЕБОВАНИЯ

А.А. Макаренко
научный руководитель ***О.В. Берсенева,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе описана необходимость решения проблемы метапредметного содержания обучения как средства формирования метапредметных универсальных учебных действий в обучении математике. Приведены требования к отбору метапредметного содержания обучения математике. Представлены примеры.
Ключевые слова: метапредметность, метапредмет, метапредметные результаты обучения, метапредметное содержание обучения.

В настоящий момент особый интерес и проблемы вызывают вопросы построения метапредметного содержания обучения математике. Это обусловлено тем, что заявленные в нормативных документах в области образования цели и результаты обучения, имеющие метапредметный характер, главным образом достигаются за счет именно такого содержания обучения. Метапредметность, которая явно обозначена во ФГОС в качестве универсального способа деятельности, до сих пор не представлена в качестве фундаментального ядра содержания образования. Между тем результаты исследований [Касачева, 2016; Хуторской, 2012 и др.] свидетельствуют о необходимости отражения метапредметности не только в деятельности, но и в содержании отдельных предметных областей, в том числе и математике.

Традиционно в общем понимании в содержании обучения математике принято выделять информационный и познавательный компоненты. С развитием научной мысли понятие содержания обучения расширилось. В частности, во ФГОС метапредметность представлена как способ формирования не только теоретического, но и критического мышлений; универсальных способов деятельности (личностные, регулятивные, познавательные, коммуникативные), обеспечивающих формирование целостной картины мира в сознании ребенка [Аскеров, 2016]. Ю.В. Громыко интерпретирует метапредметное содержание образования как деятельность, обеспечивающую процесс обучения, при изучении любого учебного предмета. Данная деятельность не относится к конкретному учебному предмету.

А.В. Хуторской, являющийся одним из идеологов метапредметного подхода в обучении, справедливо отмечает, что в содержании образования, а значит обучении математике, необходимо выделять фундаментальные образовательные объекты, метапредметные первосмыслы – узловые точки основных образовательных областей, благодаря которым существует реальная область познания и конструируется система знаний о них [Хуторской, 2012]. Далее на их основании необходимо выделение учебных метапредметов, входящих в обычные учебные курсы в виде метапредметной темы или раздела.

Таким образом, анализ психолого-педагогической литературы позволил определить, что метапредметное содержание обучения математике включает: когнитивный опыт личности (информационный компонент), опыт практической деятельности (деятельностный компонент), опыт творчества (личностный компонент), опыт отношений личности (рефлексивно-ценностный компонент) [Хуторской, 2012]. А именно:

– реальные математические объекты изучаемой действительности, в том числе фундаментальные образовательные объекты (например, скорость, знак, число и т.д.);

– общекультурные знания об изучаемой действительности, в том числе фундаментальные проблемы (например, откуда взялось число?);

– общеучебные (метапредметные) умения, навыки, обобщенные способы деятельности (например, обобщать, анализировать, прогнозировать);

– ключевые (метапредметные) образовательные компетенции.

Основной дидактической единицей содержания обучения математике является задача. Очевидно, что имеющееся содержание обучения математике в большей мере наполнено предметными задачами, которые необходимо адаптировать к новым требованиям. На наш взгляд, для этого достаточно изменение традиционных формулировок математических задач с учетом современных образовательных тенденций. Поэтому в содержание обучения математике необходимо включать задания, направленные на формирование:

– представлений о математике как части общечеловеческой культуры, о значимости математики в развитии цивилизации и современного общества;

– представлений о математике как форме описания и методе познания действительности, создание условий для приобретения первоначального опыта математического моделирования;

– общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики и являющихся основой познавательной культуры, значимой для различных сфер человеческой деятельности.

Соответственно, необходимо, чтобы содержание обучения отвечало требованиям: проблемности, целеустремленности, результативности (обеспечения формирования комплекса универсальных учебных действий). Данным требованиям отвечают задачи, ориентированные на проявление умений и способов деятельности:

– определять границы знания и незнания;

– формулировать цели своей деятельности и определять задачи для их достижения;

– выделять основную мысль текста, главные факты, устанавливать логическую цепочку основных фактов, исследовать;

– работать самостоятельно, в паре, группе;

– слышать других, адекватно критиковать и анализировать их ответы;

– осуществлять самоконтроль, самонаблюдение, самоанализ в процессе деятельности.

Приведем примеры таких заданий.

1. Составьте графическую модель задачи: «На территории Красноярского края встречаются бурые медведи, масса которых

до 350 кг, что составляет $\frac{7}{8}$ от массы медведя гризли, обитающего на западном побережье США, в Канаде и на Аляске, и $\frac{1}{2}$ от массы бурых медведей кадьяки, которые живут на Аляске. Найдите массы обоих медведей».

2. Средний рост игроков школьной сборной составляет 175 см. Рост игрока № 1 из этой сборной составляет 175 см. Верно ли утверждение: обязательно найдется игрок, помимо игрока № 1, ростом не менее 175 см. Ответ обоснуйте.

3. Определите, какие из следующих уравнений:

а) $-(4{,}1x + 2{,}5) - 3{,}9 = -x$;

б) $-(4{,}1x + 2{,}5)3{,}9x = -x$;

в) $-(4{,}1x + 2{,}5)x - 3{,}9 = -x(3{,}1x + 1) - x$

вы можете решить. Объясните, почему вы не можете решить уравнения?

В настоящее время в методической литературе имеется существенный недостаток подобных задач. Конструирование подобных задач и является целью продолжения работы автора.

Библиографический список

1. Аскеров А.С. Сущность содержания математического образования и его компоненты [Электронный ресурс] // NovaInfo.ru. 2016. № 57-3. URL:https://novainfo.ru/article/10013 (дата обращения: 02.04.2019).
2. Касачева Е.С. Метапредметный подход в современном образовании как реализация требований ФГОС [Электронный ресурс] // NovaInfo.ru, 2016. № 48-1. URL:https://novainfo.ru/article/6950 (дата обращения: 02.04.2019).
3. Тумашева О.В., Берсенева О.В. Проектные задачи на уроках математики // Математика в школе. 2015. № 10. С. 27–30.
4. Хуторской А.В. Метапредметное содержание и результаты образования: как реализовать федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС) [Электронный ресурс] // Интернет-журнал «Эйдос». 2012. № 1. URL: http://www.eidos.ru/journal/2012/0229-10.htm. (дата обращения: 02.04.2019).

ЗАДАЧИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПРОИЗВОДНОЙ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ БИОХИМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Н.А. Матвеева
Научный руководитель ***О.В. Тумашева,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский кадетский корпус им. А.И. Лебедя

В работе рассматривается вопрос об установлении межпредметных связей математики, биологии и химии, представлен подход к определению понятия производной для обучающихся биохимического профиля, задачи с подробным решением, а также задачи на закрепление материала.
Ключевые слова: межпредметные связи, биохимический профиль, математика, производная, касательная к графику.

Анализ современных учебников позволяет сказать, что во многих из них в должной мере не реализована идея межпредметных связей, которая необходима для формирования системных знаний обучающихся. Чтобы ликвидировать разрыв между отдельными учебными дисциплинами, нужно определить такое обучение, при котором предметы дополняли бы друг друга. В конечном итоге такое обучение поможет выработать у обучающихся умения и навыки рассматривать изучаемые явления во взаимозависимости и взаимосвязи [Шехирева, 2014].

Производная – одно из важнейших фундаментальных понятий математического анализа. Производная характеризует скорость изменения функции по отношению к изменению независимой переменной. Однако обучающиеся, зачастую сталкиваясь с этим понятием в первый раз, не осознают, для чего нужно его изучать, не видят практического применения. Однако понятие производной для каждой дисциплины можно охарактеризовать по-своему. Например, в геометрии производная характеризует крутизну графика, в механике – скорость неравномерного прямолинейного движения, в биологии – скорость размножения колонии микроорганизмов, в химии – скорость химической реакции и т.д.

Для того чтобы показать обучающимся, как применяются математические методы в химии или биологии, можно предложить записать определение производной следующим образом.

1. Биологический смысл производной. Если *y=P(t)* – закон размножения популяций, тогда $y` = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{P(t)}{\Delta t}$ – продуктивность популяции в данный момент времени.

2. Химический смысл производной. Пусть *C(t)* – концентрация вещества, которая получается во время химической реакции в момент времени *t*. Тогда $C(t_0)` = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta C(t_0)}{\Delta t}$ – скорость реакции в данный момент времени.

Для лучшего закрепления материала возможно использование следующих задач с подробным описанием решения.

Задача № 1. Популяция бактерий задается формулой $x(t) = t^3 + 5t + 10$. Найдите время, за которое скорость роста популяции достигает 152.

Решение:

Вычислим производную функции $x`(t) = 3t^2 + 5$. Так как в условии задачи известно, что скорость роста популяции равна 152, то получим равенство: $3t^2 + 5 = 152.$ Откуда получаем $t^2 = 49;\ t = \pm 7$. Так как время не может быть отрицательным, то делаем вывод, что $t = 7$с.

Ответ: 7.

Задача № 2. Количество вещества, вступившего в химическую реакцию, задается формулой $c(t) = 3 + 8t^4 - 29t^3$. Найдите скорость химической реакции через 4 с.

Решение:

Вычислим производную функции $c`(t) = 32t^3 - 87t^2$. Подставим в полученное выражение $t = 4$ с. Получим выражение: $c`(4) = 32 \cdot 4^3 - 87 \cdot 4^2 = 2048 - 1392 = 656$.

Ответ: 656.

Ниже представлен перечень математических задач, решаемых при помощи производной для обучающихся биохимического профиля.

1. Размер популяции бактерий в момент времени x (время отображается в часах) задается формулой $p(x) = 3000 + 100x^2$. Найти скорость роста популяции в момент x=5.

2. Ядру в клетке, движущемуся по закону $x(t) = 1 + 9t + 3t^2 - t^3$, по связям в цитоплазме пришла информация о том, что клетка сталкивается с другой клеткой, которая стремительно приближается к ней. Чтобы избежать столкновения, необходимо максимально увеличить скорость движения клетки. Каким должно быть ускорение клетки в момент, когда скорость станет максимальной?

3. Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию, задается зависимостью $p(t) = \frac{t^2}{2} + 3t - 3$ моль. Найти скорость химической реакции через 3 с.

4. Размер популяции рыбок в озере задается формулой а) $q(t) = \frac{t}{t+1}$; б) $d(t) = t + \frac{4}{t}$. В какой момент времени популяция станет равной нулю?

5. Координата движения бабочки изменяется с течением времени по закону $x(t) = 3t^2 - 7t + 6$. Найти скорость бабочки точки в момент времени $t = 6$.

6. Пусть количество вещества, получаемого в ходе химической реакции, задается зависимостью $x(t) = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$ моль. Найти скорость химической реакции через 2 с.

7. На рисунке изображен график зависимости химической реакции и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите скорость химической реакции f (x) в момент времени x_0 (рис. 1).

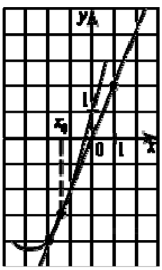


Рис. 1

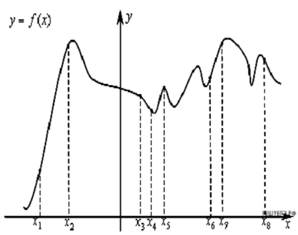


Рис. 2

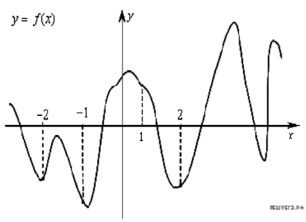


Рис. 3

8. На рисунке изображен график $y = f(x)$ изменения популяции волнистых попугаев. В скольких точках продуктивность популяции положительна (рис. 2)?

9. На рисунке изображен график изменения концентрации вещества в ходе химической реакции. В какой из этих точек скорость химической реакции наибольшая? В ответе укажите эту точку (рис. 3). Взаимодействие математики и предметов естественнонаучного цикла отвечает требованиям современных стандартов образования. Обучение, построенное на принципах межпредметных связей, позволяет сформировать у обучающихся объективную научную картину мира. Таким образом, межпредметность – это современный принцип обучения, который влияет на отбор и структуру учебного материала целого ряда предметов, усиливая системность знаний учащихся, активизирует методы обучения, ориентирует на применение комплексных форм организации обучения, обеспечивая единство учебно-воспитательного процесса.

Библиографический список

1. Шехирева Е.И. Установление межпредметных связей как одна из особенностей обучения учащихся классов химико-биологического профиля // Концепт. 2014. Т. 16. С. 81–85.
2. Гущин Д.Д. Интернет-проект «Решу ЕГЭ» [Электронный ресурс]. URL: https://math6-vpr.sdamgia.ru (дата обращения: 25.03.19).

ПРОБЛЕМЫ МОТИВАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ В СОВРЕМЕННОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

М.В. Меньшикова

*Научный руководитель **М.Б. Шашкина**,*
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В работе рассматривается проблема мотивации обучающихся при обучении математике. На основе ее анализа предложено использование задач, содержащих контекст повседневной жизни, которые способствуют мотивации математической деятельности обучающихся.

Ключевые слова: мотивация, мотивация учебной деятельности, мотивация математической деятельности, контекст повседневной жизни, прикладные задачи.

В основе модернизации современного школьного образования лежит установка на полноценное обеспечение возможностей для самоопределения, самораскрытия и самосовершенствования обучающихся. Качественное своеобразие данной системы определяется, прежде всего, особенностями потребностно-мотивационной сферы человека, проявляющейся в ходе реализации того или иного вида деятельности в форме соответствующей мотивации [Родионов, 2001].

Мотивация как психологический феномен исследуется в работах Д. Зиглера, В.А. Иванникова, Е.Л. Ильина, В.И. Ковалева, Н.И. Мешкова, Х. Хекхаузена, Л. Хьюела и др. Однако не существует единой точки зрения к трактовке понятий «мотивация», «мотивация учебной деятельности». Под ***мотивацией учебной деятельности*** мы будем понимать *многокомпонентное и многоуровневое образование, становление которого предполагает не просто изменение отношения к учению, а усложнение структуры мотивационной сферы за счет совершенствования существующих взаимосвязей между ее компонентами и появления новых взаимосвязей* [Родионов 2001].

В данном исследовании мы затронем проблемы мотивации математической деятельности. Многие исследователи и практикующие педагоги отмечают проблемы мотивационного характера, а именно снижение интереса обучающихся в 7–9 классах при изучении математики. Во многом это связано с тем, что обучающиеся не видят связи школьной математики с жизнью, и, как следствие, не понимают необходимости в изучении данного предмета. Это существенно влияет на качество математического образования и математической подготовки обучающихся, что, в свою очередь, оказывает негативное воздействие на различные сферы человеческой деятельности.

По мнению М.В. Юраковой, традиционно мотивации отводится место в начале учебной деятельности [Юракова, 2011]. Однако необходимо учесть то, что при обучении математике мотивационного этапа в начале урока недостаточно для овладения вниманием и появления интереса у обучающихся. Поэтому целесообразно на уроках предлагать задачи, содержащие контекст повседневной жизни, так как он помогает на понятном обучающимся языке объяснить даже самый сложный материал. Более того, в исследованиях отмечается, что использование контекста в обучении обеспечивает более равные возможности в изучении предмета для всех обучающихся, повышает их заинтересованность в предмете [Ларина, 2018].

Показать контекст повседневной жизни в математике можно через текстовые задачи, имеющие значимое для обучающегося содержание, близкое и понятное его жизненному опыту. Общедоступность текстовых задач прикладного характера в мире привела к всеобщему их использованию на школьных уроках и в государственной итоговой аттестации (ОГЭ и ЕГЭ). Тем не менее стоит заметить, что даже в условиях этого тотального тренда конкретное определение для таких задач так и не было сформулировано. Как бы то ни было наличие реалистичного контекста в любой текстовой задаче повышает ее содержательную обоснованность, задания такого типа могут быть и должны быть использованы для освоения навыка решения проблем в повседневной действительности.

В качестве примера подобных задач могут послужить задачи, предлагаемые Международной программой по оценке образовательных достижений учащихся (PISA) [Ковалева, 2006]. Заметим, что учитель и сами обучающиеся могут использовать сюжеты задач, конструируя новые ситуации и вопросы к ним. На основе контекста подобных задач можно организовать практические работы обучающихся.

Группа заданий «ПОХОДКА».

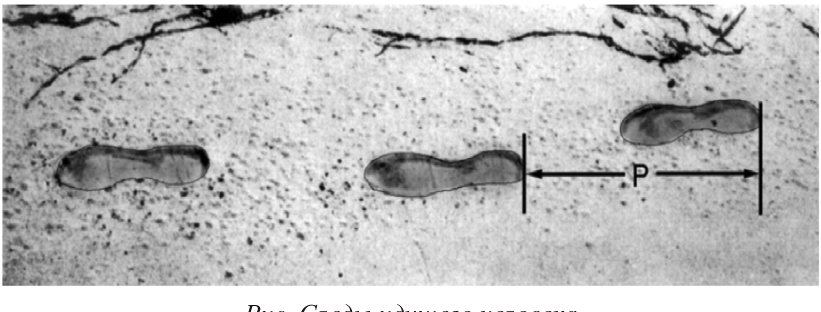


Рис. Следы идущего человека

На рис. изображены следы идущего человека. Длина шага P – расстояние от конца пятки следа одной ноги до конца пятки следа другой ноги. Для походки среднего мужчины зависимость между величинами n и P приблизительно выражается следующей формулой: $\frac{n}{P} = 140$, где n – количество шагов в минуту, P – длина одного шага в метрах.

1. По данной формуле определите, чему равна длина одного шага Сергея, если он делает 70 шагов в минуту. Запишите решение.
2. Павел знает, что длина его одного шага равна 0,80 м. Используя данную выше формулу, вычислите скорость Павла при ходьбе в метрах в минуту (м/мин), а затем в километрах в час (км/ч).
3. Измерьте длину своего шага и найдите свою формулу зависимости между длиной шага и количество шагов в минуту.

Хочется отметить, что формирование любых знаний, достижений, в том числе и математических, зависят, прежде всего, от готовности и «жажды» обучающихся, что в свою очередь связано с сформированностью мотивов обучения. Решение данного вопроса по большей части зависит от уровня организации учебной деятельности, которая должна по максимуму способствовать раскрытию внутреннего мотивационного потенциала личности каждого школьника.

Библиографический список

1. Ковалева Г.С., Краснянская К.А. Примеры заданий по математике // Центр оценки качества образования ИСМО РАО. 2006. 41 с.
2. Ларина Г.С. Использование контекста повседневной жизни в обучении математике в основной школе: международная перспектива: дис. … канд. наук НИУ ВШЭ. М., 2018. 163 с.
3. Родионов М.А. Теория и методика формирования мотивации учебной деятельности школьников в процессе обучения математике: дис. … д-ра пед. наук: 13.00.02. Саранск, 2001. 381 с.
4. Юракова М.В. Мотивация в процессе обучения математике // Вестник Брянского государственного университета. 2011. № 1. С. 340–346.

ПОДГОТОВКА СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗОВ К АНАЛИЗУ И ОЦЕНКЕ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА НА ПРИМЕРЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-КОМПЕТЕНТНОСТНЫХ ЗАДАЧ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

С.В. Мечик
Научный руководитель ***И.Г. Липатникова,***
доктор педагогических наук, профессор
Тюменский индустриальный университет
Свердловский областной педагогический колледж

Раскрывается значение информационно-компетентностных задач при обучении математике будущих инженеров-технологов. Приведены примеры задач, направленных на проведение анализа и оценки элементов химико-технологического процесса.
Ключевые слова: инженерное образование, кейс-технология, анализ, оценка, химико-технологический процесс.

В Федеральном государственном образовательном стандарте высшего образования 3 + [ФГОС ВО, 2015] анализ и оценка технологической системы и отдельных ее узлов является одной из основных профессиональных задач, которые должен уметь решать выпускник. В профессиональном стандарте «Специалиста по химической переработке нефти и газа» данная способность представлена в виде трудовых функций специалиста [Профессиональный стандарт, 2014].

Для подготовки студентов технических вузов к анализу и оценке химико-технологического процесса при обучении математике в качестве средства целесообразно использовать информационно-компетентностные задачи. Особенность указанных задач состоит в том, что целью решения является не построение математической модели, а проведение анализа информационной составляющей задачи, направленного на разделение изучаемого процесса на отдельные компоненты, а построение математической модели и ее преобразование является результатом данного анализа.

В результате проведенного анализа содержания профессионально-ориентированных дисциплин можно выделить типы кейсов по видам процессов, составляющих структуру химико-технологического процесса: кейсы о гидравлическом процессе (направлены на изучение закономерностей движения жидкостей); кейсы о тепловом процессе (описывающие особенности изменения температуры или количества теплоты во времени, распределение температуры тела по толщине стенки); кейсы о массообменных процессах (включают информацию о разных фазах одного вещества), кейсы о кинетике химических реакций (нацелены на исследование факторов и степени их воздействия на скорость реакции); кейсы о надежности технического оборудования (ориентированы на введение понятий надежности, интенсивности, наработки технологического оборудования и др.).

Каждый кейс содержит различные виды информационно-компетентностных задач, которые классифицированы на основе видов математических моделей, используемых для описания исследуемого процесса.

Например, скорость движения жидкости и ее вязкость являются факторами, влияющими на режим движения данной жидкости в трубе. Для исследования параметров, влияющих на протекание данного процесса в трубопроводе, следует рассмотреть задачу на составление дифференциального уравнения, описывающего данный процесс. Изучение зависимости вязкости жидкости от состава этой жидкости рационально рассмотреть при решении информационно-компетентностной задачи, решаемой методами математической статистики.

Пример информационно-компетентностной задачи об особенностях гидравлического процесса, сводящейся к дифференциальному уравнению.

В трубопроводе длиной l, внутренним и внешним диаметром $2r$ и $2R$ соответственно ($l > R$), течет жидкость в определенном установившемся режиме. Разность давлений на концах трубопровода равна p. При описании данного процесса следует учесть: 1) движущая сила движения жидкости равна произ-

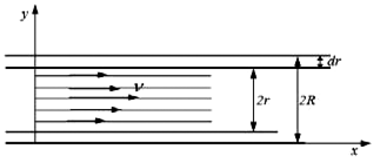


Рис. Движение жидкости в трубопроводе

ведению разности давлений на концах трубопровода и площади поперечного сечения; 2) скорость движения жидкости увеличивается при приближении к оси трубопровода (рис.); 3) сила внутреннего трения оказывает сопротивление движению цилиндра и пропорциональна произведению площади поверхности цилиндра, отношению изменения скорости к длине поверхности (в направлении, перпендикулярном скорости) и некоторого коэффициента пропорциональности (k); 4) движущая сила жидкости и сила внутреннего трения имеют противоположные направления.

На основе анализа представленной информации: а) составить дифференциальное уравнение, описывающее процесс; б) найти функцию, выражающую скорость движения жидкости, учитывая, что у стенки скорость жидкости обращается в ноль; в) провести анализ параметров, от которых зависит скорость движения жидкости в трубопроводе.

Пример информационно-компетентностной задачи об особенностях гидравлического процесса, решаемой методами математической статистики.

При движении в жидкости возникают силы внутреннего трения, оказывающие сопротивление движению. Эти силы действуют между соседними слоями жидкости, перемещающимися относительно друг друга. *Вязкостью* называется свойство жидкости оказывать сопротивление усилиям, вызывающим перемещение одних слоев относительно других, которое характеризует текучесть данной жидкости [Касаткин, 2004]. Гидравлические элементы определенных аппаратов работают только в определенном диапазоне вязкости рабочей жидкости. С помощью увеличения или уменьшения компонентов, входящих в состав смеси, можно изменять вязкость данной жидкости.

В результате лабораторной работы были получены данные о вязкости смеси при различном содержании одного из ее компонентов. Результаты работы представлены в таблице. Исследовать зависимость содержания вещества *X* (*%*) и ее вязкости *Y (Па·с)* в данной смеси.

Таблица

Показатели процентного содержания компонента X в некоторой смеси и значение вязкости данной смеси

X (%)	25,8	15,8	18,1	13,3	20,1	10,1	17,1	21,1	23,7	11,2	10,2	16,4	15,9	8
У (Па·с)	14,8	9,7	11,3	26	44,7	21	25,2	13,7	38,5	5,8	17,7	40	17,1	3

Если зависимость существует, то определить вид зависимости, составить эмпирическое уравнение. Проанализировать полученное уравнение и оценить абсолютную погрешность моделирования массива точек полученным уравнением. На основе полученной модели оценить процентное содержание компонента *X* в исследуемой смеси, которое обеспечивает показатель вязкости в пределах от 30 до 40 *Па·с*.

Использование различных видов информационно-компетентностных задач при обучении математике обеспечивает подготовку студентов технических вузов к анализу и оценке химико-технологического процесса.

Библиографический список

1. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. М.: Альянс, 2004. 753 с.
2. Об утверждении профессионального стандарта «Специалист по химической переработке нефти и газа»: Приказ Минтруда России от 21.11.2014 №926н. URL: http://fgosvo.ru/uploadfiles/profstandart/19.002.pdf (дата обращения: 23.03.2019).
3. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по направлению подготовки специальности: 18.03.02 Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии (уровень бакалавриата). URL: http://fgosvo.ru (дата обращения: 23.03.2019).

ФОРМИРОВАНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ЧЕРЕЗ МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ПРОЕКТЫ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ

Е.С. Михайлова
Научный руководитель ***Э.К. Брейтигам,***
доктор педагогических наук, профессор
Алтайский государственный
педагогический университет

Определяется значение междисциплинарных проектов при формировании логических универсальных учебных действий. Приведен пример междисциплинарного проекта, развивающего логические действия на различных школьных предметах.
Ключевые слова: познавательные универсальные учебные действия, логические универсальные учебные действия, междисциплинарный проект.

В последние десятилетия все чаще говорят о том, что школа должна готовить учеников к переменам, развивая в них такие качества, как мобильность, динамизм, конструктивизм. Востребованными становятся способность и готовность всю жизнь учиться, навыки исследовательской деятельности, способность самостоятельно решать проблемы в различных сферах деятельности на основе использования освоенного социального опыта. Отсюда вытекает вопрос: «Как учить детей самостоятельно решать проблемы в различных ситуациях, прививать навыки исследовательской деятельности, показать связь всех изучаемых предметов?»

Одним из путей решения данного вопроса может послужить развитие логических универсальных учебных действий (УУД) через межпредметные связи. Ведь овладение учащимися межпредметными связями и универсальными учебными действиями – основные метапредметные образовательные результаты согласно ФГОС.

Существует четыре категории УУД: познавательные, коммуникативные, личностные и регулятивные. Более подробно остановимся на познавательных универсальных учебных действиях, а именно, на логических.

Логические УУД – это универсальные учебные действия, направленные на формирование у обучающихся умения самостоятельно проводить анализ, синтез, устанавливать причинно-следственные связи, приводить доказательства, выдвигать гипотезы и обосновывать их, формулировать проблемы, создавать способы решения проблем творческого и поискового характера [Хабачева, Румянцева, 2015].

Они имеют наиболее общий характер и направлены на установление связей и отношений в любой области знаний. Сформированные логические действия определяют характер логического мышления. Междисциплинарные связи позволяют выделить общие идеи в различных дисциплинах, дают возможность единого подхода при организации усвоения схожих тем в разных предметах, что способствует формированию представления о целостности мира [Максимова, 2011]. Таким образом, междисциплинарные проекты могут служить одним из приемов формирования логических УУД.

Учащиеся школ часто задают вопрос: «Зачем учить математику? Как она связана с реальной жизнью? Где она может быть применима?» Одним из способов ответа на этот вопрос может стать включение школьников в проектную деятельность и разработка проекта, позволяющего увидеть связь математики с другими школьными дисциплинами, с окружающим миром.

Разработка междисциплинарного проекта была организована с учащимися 6 класса. Проведенный проект связывал математику и географию. Идея связи географии и математики в 6 классе возникла в связи с тем, что учащиеся данного класса задали следующий вопрос при решении задачи по математике: «Мы ответили на вопрос задачи, интересно, в реальной жизни такое же расстояние между данными городами?»

Основной целью педагогического эксперимента являлась проверка гипотезы: если учащиеся буду видеть связь математики с другими науками, благодаря проведению междисциплинарных проектов, то будут развиваться такие логические действия, как: установление причинно-следственных связей, выдвижение гипотез, постановка и решение проблемы, анализ, синтез, выбор оснований и критериев для сравнения.

При проведении проектов перед учителями математики и географии были поставлены следующие задачи.

1. Создать условия для заинтересованности учащихся математикой через предмет, который им более интересен.

2. Развивать творческую активность учащихся, умение выстраивать логические рассуждения, делать обобщения на основе данных, полученных в результате исследований.

3. Воспитывать у учащихся стремление к самосовершенствованию, удовлетворению познавательных потребностей.

Работа проходила в несколько этапов. Проведение данной работы осуществлялось как в урочное, так и внеурочное время. При изучении темы «Отношения и пропорции» учащимся было предложено участие в междисциплинарном проекте. На первой встрече педагоги-предметники рассказали ученикам общий план реализации проекта. В данной деятельности был задействован весь класс.

Учитель географии провел беседу с детьми, на которой они обсудили, какие озера Алтайского края им известны, например, на каких озерах они отдыхали. После беседы учащиеся разделились на 4 группы по 7 человек. После деления на группы учитель географии раздал названия разных озер каждой группе, по которым они должны собрать информацию, и обговорил с детьми дату и время второй встречи, на которой школьники показали свои наработки. Подготовка ко второй встрече длилась одну неделю.

На этой встрече ученики показали найденную информацию. С помощью учителя обучающиеся доработали материал до нужного уровня, а именно, преподаватель советовал каждой из групп, какие сведения еще нужно найти, а какие лишние. Учитель математики проверил основные «математические» характеристики озер, которые будут использованы при решении задач. На этой же встрече учащиеся оформили всю собранную информацию в электронном варианте в виде листов брошюры с картинками. В завершение данной работы учитель математики дал ученикам следующее задание: составить математические задачи с использованием основных «математических» характеристик озер, а также обговорил с детьми дату и время третьей встречи. На эту работу детям также отводилась неделя.

На третьей встрече учитель математики проверял правильность составленных задач каждой из групп, исправил возникшие ошибки. Задачи всех групп были собраны в единое целое и систематизированы в порядке возрастания сложности. Совместно с учителем учащиеся оформили задачи с решением в электронном варианте, как листы брошюры, которые будут приложением к основной части брошюры, составленной на второй встрече. Было решено представить результаты проекта на научной конференции, где один представитель от класса рассказал основную идею создания проекта и ее реализацию. Жюри были представлены наиболее интересные задачи с решением, которые составили учащиеся.

Таким образом, при проведении междисциплинарного проекта учащиеся совершили первые шаги в исследовании, а именно, учились собирать нужную информацию, выстраивали последовательность действий, сравнивали, анализировали информацию, формулировали условия задач, сравнивали правильность решения задач с реальными данными.

Библиографический список

1. Максимова В.Н. Межпредметные связи в учебно-воспитательном процессе: учебное пособие по спецкурсу. СПб.: РГПУ им. А.И. Герцена, 2011.
2. Хабачева Е.С., Румянцева А.В. Проблемы формирования у обучающихся логических универсальных учебных действий при использовании знаково-символических средств в курсе ботаники (5 класс) // Научный альманах. 2015. № 10-2 (12). С. 456–460.

ДИДАКТИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ КУЛЬТООРОЛОГИЧЕСКОГО ПОДХОДА В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

А.И. Молдыбаева
Научный руководитель ***А.В. Багачук,***
кандидат физико-математических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

В статье рассмотрены дидактические принципы, лежащие в основе культурологического подхода, и возможности математики в формировании личностных результатов образования. Дана краткая характеристика каждого принципа.
Ключевые слова: дидактические принципы, культурологический подход, математическое образование.

В современном мире стремительно изменяется характер образования. Введение федерального государственного образовательного стандарта способствует переориентации образования на личность ученика. Сегодня образовательный процесс должен формировать личность, которая в дальнейшем сможет самостоятельно развиваться в течение всей жизни. В основе личностно ориентированного образования лежит культурологический подход В.В. Краевского, И.Я. Лернера, М.Н. Скаткина.

Рассмотрим педагогические принципы, которые лежат в основе культурологического подхода в образовательном процессе.

1. Принцип культуросообразности впервые был выдвинут и обоснован немецким педагогом – гуманистом Адольфом Дистервегом в 1832 г. В более поздний период П. Флоренский высказал суждение о том, что принцип культуросообразности воспитания определяет отношения между воспитанием и культурой как средой, которая растит и питает личность, а также между воспитанием и развитием ребенка как человека культуры.

В современной педагогике принцип культуросообразности рассматривается как смыслообразующее понятие: это культуроемкость содержания образовательного материала; «способность образовательного процесса отражать и выражать общечеловеческие и национальные ценности в их взаимосвязи» [Крылова, 2000]. Это культура применения традиционных образовательных форм, соответствие культурным образцам; а также внедрение инновационных форм, основанных на ситуациях диалога, полилога, выбора, рефлексии в процессе усвоения культурных ценностей (творческая мастерская, урок-дискуссия, деловая игра и др.).

Например, в 5 классе при изучении темы «Прямоугольный параллелепипед. Пирамида» можно организовать творческую мастерскую по изготовлению объемных фигур из картона.

2. Принцип продуктивности в педагогической литературе рассматривается как дополнительный по отношению к культуросообразности; он раскрывает ее важнейшее качество – созидающий деятельностный характер, стимулирующий активность человека.

В русле образовательного процесса это может быть творческий замысел педагога и творческое воплощение культуросообразной продуктивности урока, внеклассного занятия. Это могут быть самые разнообразные творческие задания (на выбор) по самостоятельной работе; нестандартно организованная рефлексия, стимулирующая повышение интереса к изучаемой дисциплине.

3. Принцип мультикультурности – это способность в образовательном процессе показать разнообразие и многообразие культуры, отразить культуру как сложный процесс взаимодействия всех типов культур; способность создать условия для формирования культурной толерантности ребенка [Крылова, 2000].

Принципы мультикультурности и культуросообразности оказывают непосредственное влияние на содержание образования, т.е. на «наполнение» учебного материала и внеучебной деятельности общечеловеческими и национальными культурными ценностями в их взаимосвязи; его формы – способность соответствовать традиционным культурным образцам и создавать новые; методы и средства, в основе которых общепринятые культурные нормы и инновационные, рельефно отражающие идею поликультурного взаимодействия (при решении конкретных учебно-воспитательных задач). Примером использования принципа мультикультурности при отборе учебного материала по математике могут выступать задачи регионального характера, прикладные и проектные задачи.

4. Принцип единства и гармонизации рационального и эмоционального факторов обосновывается тем, что постижение ребенком широкого пласта культуры не может быть эффективным, если педагог обеспечивает преимущественно содержательно-смысловой контекст культурных ценностей, не заботясь об эмоционально-ценностном.

В связи с этим одним из фундаментальных звеньев в организации процесса обучения математике с позиций культорологического подхода, выступающего методологической основой новых стандартов, является формирование рефлексивных умений учащихся через создание условий, стимулирующих учащихся к реализации рефлексивной деятельности. Формирование рефлексивных умений средствами предметной области «Математика» обеспечит формирование эмоционально-ценностного контекста обучения, формирование адекватной самооценки и повышения уровня мотивации в обучении.

Таким образом, при отборе предметного содержания, методов и форм обучения необходимо придерживаться педагогических принципов культурологического подхода, описанных нами выше.

Библиографический список

1. Крылова Н.Б. Культурология образования. М.: Народное образование, 2000. 269 с.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

А.С. Молина

*Научный руководитель **М.Б. Шашкина,***
кандидат педагогических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

Определяется возможность применения практической работы на уроках математики с целью формирования регулятивных универсальных учебных действий обучающихся.

Ключевые слова: практическая работа, уроки математики, формирование регулятивных универсальных учебных действий.

Важнейшей задачей современной системы образования, согласно федеральному государственному образовательному стандарту, является формирование универсальных учебных действий (УУД). Овладение учащимися универсальными учебными действиями создает возможность самостоятельного успешного усвоения новых знаний, умений и компетентностей, включая умение учиться. Выделяют четыре группы УУД, одна из которых – регулятивные.

А.Г. Асмолов определяет следующие основные регулятивные УУД, которые относятся к метапредметным результатам освоения обучающимися основной образовательной программы ООО:

– принимать и сохранять учебную задачу;

– планировать (в сотрудничестве с учителем и одноклассниками или самостоятельно) необходимые действия, операции, действовать по плану;

– контролировать процесс и результаты деятельности, вносить необходимые коррективы;

– адекватно оценивать свои достижения, осознавать возникающие трудности, искать их причины и пути преодоления [Асмолов, 2017].

Одним из возможных способов формирования и развития регулятивных УУД на уроках математики мы считаем организацию практической работы.

Практические работы по математике – это самостоятельное решение обучающимися задач, условия которых даются в моделях, схемах или чертежах. Учитель, организуя практическую работу, способствует развитию умений обучающихся:

– решать задачу, поставленную учителем или самим учащимся при решении конкретной проблемы;

– ставить цели;

– выбирать оборудование, различные инструменты для измерения;

– планировать ход решения поставленной задачи;

– подбирать и использовать полученные знания, умения и способы деятельности для решения поставленной задачи;

– выполнять измерения, вычисления;

– самостоятельно получать данные для решения поставленной задачи, оценивать свои результаты, вносить коррективы, искать причины ошибок [Планируемые результаты общего образования, 2009].

Практическая работа как форма создает условия достижения не только метапредметных результатов, но и личностных. Еще одно достоинство данной формы организации деятельности в рамках урока математики – это достижение предметных результатов обучающимися через развитие специфических умений в ходе освоения учебного предмета «математика», а именно, овладение научной терминологией, ключевыми понятиями и приемами, преобразование и применение новых знаний в учебных ситуациях [Формирование универсальных учебных действий…, 2011].

Ниже представлены примеры организации практической работы на уроках математики, используемые нами в образовательной практике.

1. На уроке математики в 6 классе при изучении темы «Окружность» учащимся в рамках темы нужно выучить формулу длины окружности, но ребятам еще сложно понять, как у окружности может быть длина. Поэтому мы проводим такую практическую работу: ребята приносят на урок пробку от бутылки (или другой предмет в форме круга) и моток ниток. В начале урока им рассказывают, что у окружности тоже есть длина, но как же ее измерить? Ребята предлагая варианты, приходят к тому, что измерить можно ниткой. В ходе урока каждый ребенок измеряет ниткой длину своей окружности, прикладывает нить к линейке и записывают ее длину. Далее мы измеряем диаметр окружности, и каждый делит длину на диаметр, при этом у всех получается примерно 3,14–3,15. Потом учителем рассказывается, что это число принято называть π, и совместными усилиями выводим формулу: $l=\pi d=2\pi r$.

Иными словами, ребята учатся планировать свою работу, тем самым у них формируются регулятивные универсальные учебные действия.

2. В седьмом классе при изучении темы «Сумма углов треугольника» мы в тетрадях строим произвольный треугольник, да-

лее с помощью транспортира измеряем градусную меру каждого угла. После этого учащимся предлагается найти сумму всех трех углов. Несмотря на то что углы у всех будут разные, в сумме получается по 180°. Далее ребята с помощью наводящего вопроса приходят к выводу: сумма углов треугольника равна180°.

Таким образом, с помощью наводящих вопросов учащиеся прогнозируют результат своей работы, а значит, работа на уроке направлена не только на формирование знаний и умений, но и на формирование УУД.

3. На уроке геометрии в седьмом классе при изучении свойств прямоугольного треугольника в начале урока мы вспоминаем, какой треугольник является прямоугольным. Далее учащимся предлагается построить прямоугольный треугольник и сложить градусную меру его острых углов, у всех в сумме получилось 90°, таким способом мы вывели первое свойство прямоугольного треугольника. Далее предлагается найти длину каждого катета и сравнить с длиной гипотенузы. Таким образом, каждый приходит к выводу, что гипотенуза всегда больше катета. При помощи учителя ребята сами вывели свойства прямоугольного треугольника.

На этом уроке в самом начале обучающиеся самостоятельно выдвигают цели урока, планируют и прогнозируют результаты своей деятельности.

4. На уроке алгебры в восьмом классе при изучении свойств квадратных корней ребятам предоставляется такая карточка:

$\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}$	$\sqrt{25 * 4}$
$\sqrt{25}\sqrt{25}*\sqrt{4}\sqrt{4}$	$\sqrt{5}^2$
$\sqrt{25}$	$\sqrt{\frac{9}{16}}$
$\sqrt{16}$	$\sqrt{2^4}$

Обучающимся дается время, чтобы соотнести данные в левой и правой части карточки, далее выдается вторая карточка, в которой записаны свойства корней с пропусками, обучающиеся самостоятельно вставляют пропуски и выводят свойства корней. Таким образом, учащиеся практически без помощи учителя самостоятельно «открывают» новый материал.

Организация практической деятельности на уроках математики позволяет формировать такие универсальных учебные действия, как: целеполагание, планирование и прогнозирование результата.

Библиографический список

1. Асмолов А.Г. Психология личности. Культурно-историческое понимание развития человека. М.: Смысл, 2017.
2. Планируемые результаты общего образования / под ред. Г.С. Ковалевой, О.Б. Логиновой. М.: Просвещение, 2009.
3. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская и др.; под ред. А.Г. Асмолова. 2-е изд. М.: Просвещение, 2011. 159 с.

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ В СИСТЕМЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 9 КЛАССА

Е.Н. Мухутдинова

Научный руководитель ***М.А. Кейв****,*

кандидат педагогических наук, доцент

Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

Обосновывается целесообразность введения языка теории графов в систему математической подготовки обучающихся 9 класса как наглядной модели для решения разнообразных задач.

Ключевые слова: элементы теории графов, школьный курс математики, обучение математике в 9 классе, приложения теории графов, курс по выбору.

Одной из особенностей теории графов, которая и позволяет ставить вопрос о введении элементов теории графов в систему математической подготовки, является возможность представить граф (как математическую модель или как отвлеченный образ) геометрический – в виде простого, удобного в обращении рисунка: вершины отождествляются с точками на плоскости, а ребра – с линиями, соединяющими вершины. Рисунок графа, являясь знаком, чувственно воспринимаемым материальным предметом, служит посредником между реальной действительностью и математической моделью [Кейв, 2009].

Теория графов предлагает модели для всякой системы с бинарными отношениями. Если в изучаемом явлении выделить непустое множество каких-то элементов и множество бинарных отношений, заданных на первом множестве, то, как только удастся разумно соотнести вершинам графа интересующие нас объекты, а ребрам – отношения между ними, полученный граф становится математической моделью изучаемого явления, а свойства графа отражают структурные свойства этого явления [Кейв, 2016].

Перспективным и естественным является использование изобразительного языка графов в качестве служебных средств при решении различных методических вопросов обучения математике [Кейв, 2009]:

– графы как средство наглядности при обучении математике;

– графы как средство углубления и обогащения содержания школьной математики;

– графы как средство усиления взаимосвязей учебных дисциплин, изучаемых в школе;

– графы как средство развития прикладного направления математики.

С помощью графов можно аккуратно перебирать варианты в достаточно сложных комбинаторных задачах. Такой перебор дисциплинирует мышление школьников, позволяет не пропустить ни одного варианта и не повторить никакой вариант дважды, что особенно актуально для обучающихся 9 класса, поскольку в содержание итоговой государственной аттестации выпускников 9 класса включены задания комбинаторного типа, требующие нестандартного подхода к решению.

В данной статье остановимся на обосновании целесообразности введения элементов теории графов в систему математической подготовки обучающихся 9 класса – как наглядной модели для решения разнообразных задач.

С этой целью на базе МБОУ «Лицей № 12» г. Красноярска был проведен констатирующий этап эксперимента, в ходе которого обучающимся 9 класса было предложено выполнить ряд заданий контрольного среза с помощью построения графов (табл.).

Таблица

Контрольный срез № 1
Решите задачи с помощью построения графов: 1. В деревне 9 домов. Известно, что у Петра соседи Иван и Антон, Максим сосед Ивану и Сергею, Виктор – Диме и Никите, Евгений – сосед Никиты, а больше соседей в этой деревне нет (соседними считаются дворы, у которых есть общий участок забора). Может ли Петр огородами пробраться к Никите за яблоками? 2. В шахматном турнире по круговой системе, при которой каждый участник встречается с каждым, участвуют 7 школьников. Известно, что в настоящий момент Ваня сыграл шесть партий, Толя – пять, Леша и Дима – по три, Семен и Илья – по две, Женя – одну. С кем сыграл Леша? 3. При встрече 7 приятелей обменялись рукопожатиями. Сколько всего было рукопожатий?

Анализ результатов контрольного среза показал, что 80 % обучающихся не справились с предложенным заданием, что обусловливает необходимость включения элементов теории графов в систему математической подготовки обучающихся 9 класса.

Знакомство обучающихся с элементами теории графов и методами решения задач на языке теории графов мы предлагаем осуществлять не только на уроках математики, но и в рамках курса по выбору «Графы в задачах». Авторы данной статьи предлагают в содержании курса рассмотрение следующих вопросов: экскурс в историю графов; язык теории графов и основные понятия; маршруты в графах; эйлеровы и гамильтоновы графы; связность в графе; деревья; укладка графа; раскраска вершин графа; приложения теории графов; решение логических и комбинаторных задач с помощью графов.

Курсы по выбору играют важную роль в системе предпрофильного обучения математике. Они связаны, прежде всего, с удовлетворением индивидуальных образовательных интересов, потребностей и склонностей каждого школьника [Кейв, Власова, 2015]. Знакомство с теорией графов и ее языком прокладывает пути для обучающихся, интересующихся математикой, в топологию, комбинаторный анализ и другие области современной математики и ее приложений; облегчает чтение и понимание научно-популярной и научной литературы.

Библиографический список

1. Кейв М.А. Дискретная математика для будущего учителя: учебное пособие. Красноярск: КГПУ им В.П. Астафьева, 2009.
2. Кейв М.А. Дискретная математика: учебное пособие. Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2016.
3. Кейв М.А., Власова Н.В. Инновационные процессы в профильном образовании: учебное пособие. Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2015.

СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ РАЗВИТИЯ МОТИВАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ К ЗАНЯТИЯМ МАТЕМАТИКОЙ И ФИЗИКОЙ

С.Т. Разова

Научный руководитель ***Т.И. Уткина,***

доктор педагогических наук, профессор

Орский гуманитарно-технологический институт

(филиал) Оренбургского государственного университета

В статье рассматривается содержательный блок разработанной модели развития мотивации к занятиям математикой и физикой учащихся 7 класса. Модель включает шесть блоков: целевой, методологический, блок этапов развития, содержательный, диагностический, результативный. Содержательную основу составляет раскрытие содержательного блока модели развития мотивации к занятиям математикой и физикой.

Ключевые слова: развитие мотивации, умения, модель, содержательные аспекты.

Проблема развития мотивации к занятиям математикой и физикой нашла свое отражение в требованиях ФГОС общего образования, профессиональном стандарте «Педагог» и Концепции развития математического образования в Российской Федерации.

В них сделан вывод о том, что обучающийся, не осознавший и не понявший цели обучения, как свои соответственные, и не владеющий средствами самостоятельной познавательной деятельности, не может успешно учиться. А для этого необходимы такие формы и методы учебной работы, которые вызвали бы у учащихся потребность в данном виде деятельности или ее результатах. Иными словами, необходимо постоянно соотносить каждое педагогическое воздействие с потребностями и мотивами обучающихся.

В данной работе раскрываются содержательные аспекты разработанной модели развития мотивации к занятиям математикой и физикой обучающихся 7 класса в ранее проведенном исследовании.

Модель включает следующие блоки: целевой, методологический, блок этапов развития мотивации, содержательный, диагностический, результативный.

В данной работе под мотивацией к занятиям математикой и физикой понимаются все факторы, обусловливающие проявление учебной активности: потребности, цели, установки, чувство долга, интереса. Мотивационная динамика зависит не только от уровня компетентности и энтузиазма учащихся, но и от пристрастий учителя [Ломов, 1984].

В основу проектирования содержательного блока модели положены выявленный компонентный состав мотивации к занятиям математикой и физикой обучающихся 7 класса. Он включает следующие компоненты: познавательные мотивы, мотивы достижения успеха, мотивы личного самоутверждения, мотивы эмоционального удовольствия, мотивы социального самоутверждения, социально-эмоциональные мотивы [Маркова, 1992].

Содержательный блок содержит: контекстные задачи и комплекс практико-ориентированных задач по основному курсу математики, контекстные задачи и лабораторные работы по основному курсу физики, научно-популярную лекцию «Геометрия Лобачевского и ее отражение в окружающем мире», дополнительную общеразвивающую программу «Математика – ключ к физике», а также внеурочную работу в виде проекта «Математическая физика человека».

Под контекстной задачей в данном исследовании понимается задача мотивационного характера, в условии которой описана конкретная жизненная ситуация в сочетании с имеющимся социокультурным опытом учащихся. Требованием этих задач является анализ, осмысление и объяснение этой ситуации или выбора способа действия в них, а результатом решения задач является выявление учебной проблемы и осознание ее личностной значимости с обязательным использованием знаний по математике и физике.

Под практико-ориентированной задачей понимается, прежде всего, математическая задача. К ним относятся такие задачи, у которых контекст обеспечивает подлинные условия для использования математики при решении, оказывает влияние на решение и его истолкование. Не исключается использование задач, у которых условие исходит из каких-либо гипотез, если оно не слишком отдалено от реальной ситуации.

В данной работе рассмотрен комплекс задач на движение при изучении линейной функции и ее графика, а также задачи на определение положения тела в пространстве в любой момент времени.

Важным средством в разработанной модели являются лабораторные работы. На лабораторных занятиях обучающиеся получают навыки экспериментальной работы и обработки результатов ее на основе использования знаний по математике, умение обращаться с приборами, самостоятельно делать выводы из полученных опытных данных и тем самым более глубоко осваивать теоретический материал по физике и математике.

Разработанная модель включает две лабораторные работы: лабораторная работа № 1 «Измерение размеров малых тел», лабораторная работа № 2 «Измерение массы тела».

В разделе «Первоначальные сведения о строении вещества» при выполнении лабораторной работы № 1 «Измерение размеров малых тел» обучающиеся определяют диаметр молекул методом рядов, находят среднее арифметическое, погрешность измерения. При выполнении лабораторной работы № 2 «Измерение массы тела» обучающиеся учатся пользоваться рычажными весами и с помощью весов определять массу тел.

Научно-популярная лекция «Геометрия Лобачевского и ее отражение в окружающем мире» определяет особенности геометрии Лобачевского и ее применение в окружающем мире.

Проведение научно-популярной лекции предполагает вовлечение обучающихся через подготовку мини-докладов, связанных с творческим путем Н.И. Лобачевского, особенностями теории геометрии Лобачевского, применением неевклидовой геометрии в реальной жизни. Общеразвивающая программа «Математика – ключ к физике» ориентирована на развитие мотивации к изучению математики и физики у обучающихся 7 класса и включает следующие модули: «Математика в жизни человека», «Физика в жизни человека», «О роли математики в физике», «Математика – язык физики» (дидактическая игра).

Внеурочная работа представлена проектом «Математическая физика человека». Цель проекта: с помощью математических и физических методов исследовать и узнать физические параметры своего организма. Задачи проекта: познакомиться с математическими и физическими формулами (определить площадь и объем своего тела, определить среднюю скорость движения), провести исследования, сделать вывод.

Эффективность разработанной модели подтверждена в ходе педагогического эксперимента, проведенного на базе муниципального общеобразовательного учреждении «СОШ с. Добровольское» Новоорского района Оренбургской области.

Библиографический список

1. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 декабря 2010 г. № 1897).
2. Приказ Минтруда России от 18.10.2013 № 544н «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)».

3. Концепция развития математического образования в Российской Федерации (утвержден Правительством Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. № 2506-р).
4. Ломов Б.Ф. Методические и теоретические проблемы психологии. М.: Просвещение, 1984.
5. Маркова А.К. Формирование мотиваций учения: книга для учителя. М.: Просвещение, 1992.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СТРАТЕГИЙ ОТМЕНЫ ПОДСКАЗОК ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ УЧАЩИХСЯ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

М.П. Сандалова
Научный руководитель ***Л.И. Боженкова,***
доктор педагогических наук, профессор
Московский педагогический государственный университет

Описаны стратегии эффективного обучения детей с ментальными нарушениями. Дан сравнительный анализ двух стратегий отмены подсказок на основе проведенного клинического эксперимента.
Ключевые слова: обучение математике учащихся с ОВЗ, подсказка, стратегии отмены подсказок, поведенческое вмешательство.

Получение качественного образования гарантируется всем детям их конституционными правами. Соблюдение этих прав для детей с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) обеспечивается наличием образовательного стандарта для обучающихся с интеллектуальными нарушениями. Организация обучения математике для детей с ОВЗ невозможна без подбора эффективных стратегий обучения. Такой стратегией является разработка методик обучения на основе принципов прикладного анализа поведения ввиду многократно воспроизведенной доказанности эффективности обучения математическим навыкам в многочисленных исследованиях [Купер, Херон, Хьюард, 2016].

Одним из основополагающих принципов поведенческого подхода является прямая зависимость успешного освоения навыков от способов и своевременности предоставления подсказок, а так же их дальнейшего затухания [Альберто, Траутман, 2015].

Подсказка – это дополнительный стимул, который повышает вероятность того, что различительный стимул (S^D) – инструкция, вопрос, задача – послужит поводом к правильному ответу. Подсказки предлагаются после предъявления S^D, если в присутствии самого по себе S^D ответ не возникает.

Подсказанный ответ не находится под стимульным управлением. Подсказки необходимо отменить; поводом к ответу должен служить только различительный стимул. Слишком резкое устранение подсказок может привести к прекращению проявления желательных нам реакций ученика. Постепенное удаление подсказок, иначе говоря, их затухание, должно привести к тому, что ответ будет возникать и подкрепляться в присутствии только S^D.

Определение оптимальной скорости затухания подсказок требует от педагога существенных навыков. Если отменить подсказку слишком быстро, то поведение давать правильный ответ начнет возникать реже, в результате чего подкрепление утратит свою действенность. Если отменить подсказку слишком медленно, то высока вероятность развития зависимости от подсказки. Затухание подсказки осуществляют несколькими способами, среди которых четыре основные категории: уменьшение объема помощи, дозированное руководство, временное запаздывание и увеличение объема помощи [Billingsley&Romerl, 1983].

Для сравнительной оценки эффективности двух из них – уменьшения объема помощи и увеличения объема помощи – был проведен клинический эксперимент, участниками которого стали два ученика 5 класса с диагнозом расстройство аутистического спектра (Ученик П., 12 лет; Ученик М., 13 лет), посещающие ресурсный класс московской школы в рамках проекта построения инклюзивной модели обучения, получившего президентский грант. Поведенческое вмешательство осуществлялось во внеурочное время через специализированный центр коррекционного обучения в течение 17 дней подряд в декабре 2018 г.

Для измерения эффективности обучения оценивалась доля правильно и самостоятельно данных ответов при предъявлении не менее 30 стимулов.

В качестве целевого поведения было выбрано различение учащимися понятий прямая, луч и отрезок [Никольский и др., 2018]. Цель работы для обоих учащихся была сформулирована следующим образом: после предъявления визуального стимула (изображения) отрезка, луча или прямой, учащийся будет правильно называть предъявленный стимул в 90 % случаев в течение трех учебных сессий подряд.

При уменьшении объема помощи учитель начинает с того уровня подсказывания, который фактически гарантирует правильный ответ. По мере развития навыка ученика объем оказываемой помощи систематически снижают. Стратегия увеличения объема помощи, по сути, является обратной: при ее использовании учитель начинает с предъявления S^D, выбирает наименее сильную подсказку и предоставляет ученикам возможность ответить. При отсутствии правильного ответа уровень подсказки увеличивается.

В ходе эксперимента использовалось два вида подсказок – визуальные и речевые. Визуальные подсказки представляли собой яркие красные большие точки на предъявляемых изображениях отрезков и лучей, уменьшение подсказки заключалось в постепенном уменьшении размера точек и градиентном переходе яркого кранного цвета в черный, увеличение подсказки шло в обратном направлении. Алгоритм использования речевых подсказок представлен в таблице.

Таблица

Алгоритм использования речевых подсказок

S^D	Подсказка	Порядок при уменьшении помощи	Порядок при увеличении помощи
Это что? + изображение	Точки на обоих концах, на одном или их нет?	1	4
Это что? + изображение	Посмотри на концы рисунка	2	3
Это что? + изображение	Вспомни правило	3	2
Это что? + изображение	-	4	1

Эксперимент проходил по схеме чередования вмешательств: вмешательства осуществлялись попеременно по схеме ABBABA-AB, где А – учебные сессии проводились с использованием стратегии уменьшения объема помощи, В – с использованием стратегии увеличения.

Графики полученных в результате эксперимента данных представлены на рис. 1 и 2. Вертикальной пунктирной линией отделены фаза сбора данных до начала вмешательства и непосредственно фаза применения стратегий обучения.

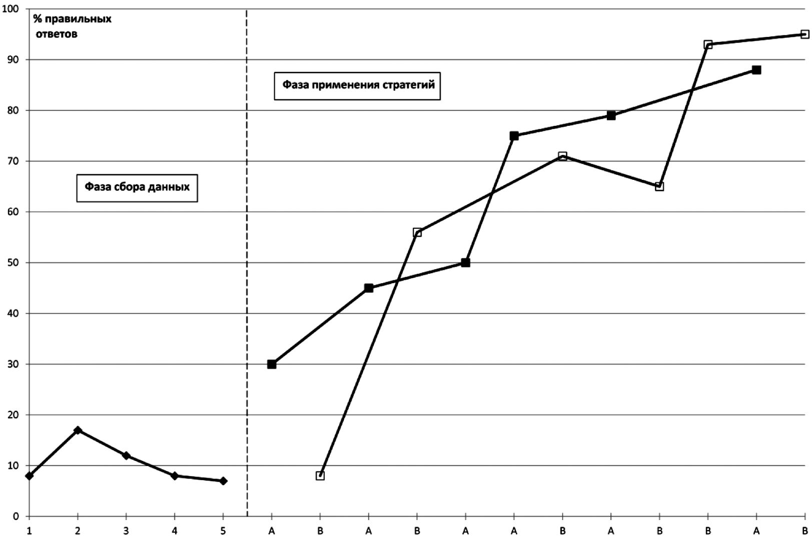


Рис. 1. Графическое представление полученных данных для ученика П

График ученика П. показал результативность обоих вмешательств, график ученика М. – большую действенность стратегии уменьшения объема помощи. Результаты эксперимента показали эффективность применения обеих стратегий в целом, разница данных для двух учеников в очередной раз указывает на необходимость индивидуализации образовательного маршрута учащихся с ОВЗ.

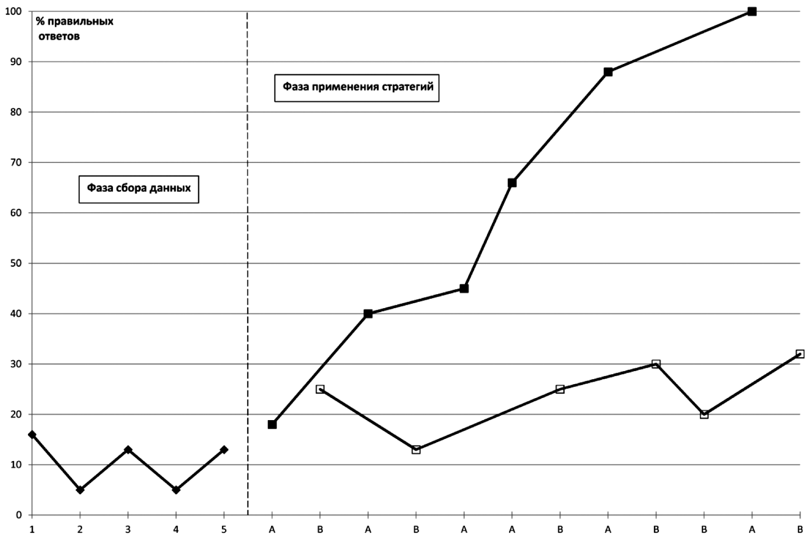


Рис. 2. Графическое представление полученных данных для ученика М

В процессе выделения нужной информации и при отработке алгоритма у учащихся с ОВЗ формируются некоторые познавательные универсальные учебные действия: овладение способами решения проблемы; умение составлять модель; умение отбрасывать второстепенную информацию.

Таким образом, применяемые процедуры поведенческого вмешательства не только эффективны, но и соответствуют деятельностному подходу, лежащему в основе федерального государственного образовательного стандарта для обучающихся с интеллектуальными нарушениями.

Библиографический список

1. Альберто П., Траутман Э. Прикладной анализ поведения: учебно-методическое пособие для педагогов, учителей-дефектологов, психологов / пер. с англ. М.: Оперант, 2015. 672 с.
2. Джон О. Купер, Тимоти Э. Херон, Уильям Л. Хьюард Прикладной анализ поведения. Пер. с англ. М.: Практика, 2016. 864 с.

3. Математика. 5 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников и др. 17-е изд. М.: Просвещение, 2018. 272 с.
4. Billingsley F.F., Romerl L.T. Response prompting and the transfer of stimulus control: Methods, research, and a conceptual framework. Journal of the Association for Persons with Severe Handicaps. 1983. P. 3–12.

ИННОВАЦИОННЫЕ ПОДХОДЫ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

М.А. Старикова
Научный руководитель ***Е.Н. Михалкин,***
доктор физико-математических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П.Астафьева

В статье актуализируется проблема мотивации учащихся в процессе обучения математике. Предложены пути решения проблемы на основе использования некоторых инновационных подходов.
Ключевые слова: инновация, обучение математике, методы обучения, методические приемы, качество знаний.

Социально-экономическая ситуация в мире постоянно меняется и развивается, что диктует необходимость модернизации системы образования, переосмысления подходов к обучению. Модернизация школьного образования, реализуемая в настоящее время, на первое место выдвигает требования к результатам образования, которые должны быть значимы за пределами системы образования. Традиционный подход в образовании, ориентированный на формирование системы знаний, умений и навыков, отстает от современных требований общества и рынка труда. Поэтому традиционное обучение не отвечает современным требованиям общества и существует объективная необходимость применения новых методов обучения, которые позволят формировать творческих знающих специалистов, способных самостоятельно решать научные проблемы.

Нововведения, или инновации, характерны для любой профессиональной деятельности человека и поэтому становятся предметом изучения, анализа и внедрения и приобретения учащимися новых знаний, способов познавательной деятельности. Инновации сами по себе не возникают, они являются результатом научных поисков, педагогического опыта отдельных учителей и целых коллективов. Данный процесс не может быть стихийным, он нуждается в управлении. Понятие «инновация» в переводе с латинского языка означает «обновление, новшество или изменение».

Инновация – это не всякое новшество или нововведение, а только такое, которое серьезно повышает эффективность обучения. Цель учителя – применяя новые педагогические технологии, научить школьников учиться. Увеличение умственной нагрузки на уроках математики заставляет задуматься над тем, как поддержать у учащихся интерес к изучаемому материалу, их активность на протяжении всего урока. Возникновение интереса к математике зависит в большей степени от методики ее преподавания, от того, насколько умело будет построена учебная работа. В связи с этим ведутся поиски новых эффективных методов обучения и методических приемов, которые активизировали бы мысль школьников, стимулировали бы их к самостоятельному приобретению знаний. На уроках математики в первую очередь надо развивать познавательный интерес к предмету, активную мыслительную деятельность учащихся. Как отмечают многие исследователи, главной для развития познавательного интереса являются ситуации решения познавательных задач, ситуации активного поиска, догадок, размышления, в которых необходимо разобраться самому [Епишева, 2009; Миронова, 2019; Шарукова, 2014].

Чтобы обучение стало интересным, нужно проводить нестандартные уроки. Очень важно, чтобы каждый урок достигал своей цели, обеспечивал качество подготовки учащихся. Чтобы содержательная и методическая наполненность урока, его атмосфера не только вооружали учащихся знаниями и умениями, но и вызывали у детей искренний интерес, подлинную увлеченность, формировали их творческое сознание. Чтобы они шли на урок без боязни перед сложностью предмета, ведь математика объективно считается наиболее трудным для усвоения школьным курсом. На уроках математики целесообразно использовать игровые технологии. Это позволит каждому учащемуся увлечься предметом и получить знания. Например, при изучении признаков делимости чисел на 5 в пятом классе можно провести игру «Спасатели». Учащимся предлагается бутылка с письмом, найденная в море. В письме просят о помощи люди, которых взяли в плен пираты: «Дорогие ребята! Помогите нам. Пираты сказали, что если мы без калькулятора и вычислений на бумаге не скажем, какие из предложенных чисел делятся на 5, то нас выбросят в море на съедение акулам. Числа 1254; 785; 10980; 2675; 27689; 2365438764; 28965432115; 260». Это позволит не просто озвучить признак делимости на 5, а учащиеся, выполняя роль спасателей, решают проблемную ситуацию и осуществляют поиск ее решения. Результатом и будет признак, который не надо заучивать. Знания, добытые в поисках, прочно оседают.

Также в 5 классе можно рассмотреть конструирование фигур из бумаги на примере известной головоломки «Танграм», рассматривая задачи. Например, составить из семи фрагментов головоломки: а) параллелограмм; б) треугольник; в) прямоугольник; г) трапецию. При изучении темы «Координатная плоскость» по точкам рисовать фигуры, координаты которых сначала дает учитель, а потом учащиеся могут составлять сами.

Игра-соревнование «Фишка», цель которой – отработка умений сложения положительных и отрицательных чисел, а также сравнения и внимания.

Таблица для игры «Фишка»

9	8	7	6	5	4	3	2	3	4	5	6	Фишка
–10	–9	–8	–7	–10	–9	–8	–7	–10	–9	–8	–7	
47	45	50	42	39	37	50	35	52	40	38	35	
–7	–6	–4	–5	–6	–9	–7	–8	–9	–7	–8	–9	
23	24	25	26	25	28	29	30	22	31	32	33	
100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	Старт

Первоначально фишка стоит на любой клетке на линии старта. Ученик двигает фишку по таблице (за один ход он может продвинуть ее на ближайшее соседнее поле по вертикали или по горизонтали), прибавляя число, записанное в клетке, на которую поставили фишку. Выигрывает тот, кто на линии финиша получит наибольшее число.

Каждому ребенку дарована от природы склонность к познанию и исследованию окружающего мира. Правильно поставленное обучение должно совершенствовать эту склонность, способствовать развитию соответствующих умений и навыков. Главное для педагога – увидеть и услышать ученика: его проблемы, наклонности, способности. Ученик, в свою очередь, должен обладать не только определенным минимумом предметных знаний, но и сформированными общенаучными умениями и навыками. Учитель должен дать обучающемуся необходимый инструментарий, который позволит проникнуть ему в сущность предмета, поможет включиться в активную практическую и мыслительную деятельность. Ну а в дальнейшем это позволит повысить качество знаний по математике.

Библиографический список

1. Интеграция инновационных подходов к обучению в математическом образовании: вопросы теории и практики / Епишева О.Б. и др. Тюмень: Изд-во ТГНУ, 2009.
2. Миронова О.В. Инновационный подход в обучении математике как средство активизации познавательной деятельности учащихся [Электронный ресурс]. URL: https://multiurok.ru/files/innovatsionnyi-podkhod-v-obuchienii-matiematikie-k.html (дата обращения 29.03.2019).
3. Шарукова Л.Ш. Инновационный подход в обучении математике // Электронное обучение в непрерывном образовании. 2014. № 1–2. С. 358–361.

МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ УМЕНИЯ ИСПОЛЬЗОВАТЬ МАТЕМАТИКУ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ФИЗИКИ

Е.И. Суховерхова
Научный руководитель ***Т.И. Уткина,***
доктор педагогических наук, профессор
Орский гуманитарно-технологический институт
(филиал Оренбургского
государственного университета)

Представляется модель развития умения использовать математику при изучении физики. Раскрывается содержание модели. Выявляется компонентный состав умения использовать математику при изучении физики.
Ключевые слова: умения использовать математику при изучении физики, модель развития умения.

В данной работе предъявлены результаты исследования по проектированию модели развития умения использовать математику при изучении физики.

Актуальность проблемы развития умения использовать математику при изучении физики определяется социальным запросом, сформулированным в Концепции развития математического образования в Российской Федерации [Концепция, 2013], ФГОС общего образования и профессиональным стандартом «Педагог» [ФГОС, 2010], а также результатами государственной итоговой аттестации обучающихся по физике и математике в формате ОГЭ и ЕГЭ.

В основу проектирования модели положены результаты ранее проведенного теоретического исследования по выявлению содержания и компонентного состава умения использовать математику при изучении физики в 9 классе: умения использовать координаты на плоскости и функции при изучении механики ($К_1$), умения использовать векторную алгебру при изучении динамики ($К_2$), умения использовать свойства окружности при изучении законов движения ($К_3$), умения использовать теорию уравнений и их систем при построении математических моделей физических задач ($К_4$), умения использовать тригонометрию при изучении колебаний ($К_5$).

Методологической основой проектирования модели являлись труды Н.А. Дахина [Дахин, 2002], И.Б. Новик [Новик, 1980], В.А. Штофф [Штофф, 1966]. В данной работе под моделью понимается созданный объект в виде схемы, который, будучи подобен исследуемому объекту, отображает и воспроизводит в более простом и обобщенном виде структуру, свойства, взаимосвязи и отношения между элементами этого объекта.

Разработанная модель включает пять блоков (целевой, методологический, содержательный, диагностический, результативный), имеющие структурно-логическую взаимосвязь.

Целевой блок ориентирован на развитие умения использовать математику при изучении физики в 9 классе.

Методологический блок раскрывает подходы (системно-деятельностный, личностно и практико-ориентированный), принципы (прикладной направленности, межпредметной взаимосвязи математики и физики, активизации в отражении математических и физических знаний в реальной жизни) и ориентированность на требования ФГОС относительно личностных, межпредметных и метапредметных результатов обучения.

В содержательном блоке раскрываются направления развития умения использовать математику при изучении физики через основные курсы математики и физики, дополнительную предпрофессиональную программу «Математика в физике» и внеурочную работу.

Развитие умения через основной курс математики рассматривается посредством использования контекстных и практико-ориентированных задач, основной курс физики на основе проведения трех лабораторных работ и научно-популярной лекции «Что математика для физики?».

Под контекстными задачами в данной работе понимается задача, в которой контекст (фабула, сюжет) обеспечивает описание физического процесса или явления, на фоне которых представляется задачная ситуация, для разрешения которой следует использовать интегративные знания математики и физики, а результат интерпретируется, согласно контексту.

В рамках основных курсов физики и математики разработан интегрированный урок «Применение линейной и квадратичной функции при решении физических задач».

Общая трудоемкость дополнительной предпрофессиональной программы составляет 17 часов и включает следующие модули:

– графики функций в изучении механики (графики функций и их свойства, интерпретация графиков функции к видам движения, переход от одной системы координат к другой и преобразования Галилея);

– векторы в изучении динамики (проекция вектора на ось и ее свойства, проекция вектора с учетом тригонометрических функций, векторная форма второго закона Ньютона);

– окружность в изучении законов движения (радианная мера угла и частота, свойства окружности и наглядное представление законов движения по окружности);

– построение математической модели при решении физических задач (математические модели законов сохранения через системы уравнений, математические модели процессов свободного падения тел на основе системы уравнений, общий подход к построению математических моделей физических задач);

– тригонометрические функции при изучении колебаний: математическая модель распространения волны через график функции косинуса, задание начальной фазы колебания через радианную меру угла, тригонометрические уравнения для описания волны.

Диагностический блок модели предусматривает три уровня развития умения использовать математику при изучении физики и включает в себя методику обработки результатов, полученных в ходе реализации содержательного блока представленной модели. Базовый уровень – «Опознание» – соответствует отметке 3 (удовлетворительно). В физической ситуации учащийся опознает математическую задачу – строится математическая модель физической задачи. Повышенный уровень – «Применение» – соответствует отметке 4 (хорошо). Учащийся может применять математические знания к решению физической задачи. Высокий уровень – «Креативный» – соответствует отметке 5 (отлично). Учащийся использует несколько подходов и алгоритмов, комбинирует их в особый для условия способ решения, нестандартно подходит к решению задачи.

Для обоснования уровней развития умения использовать математику при изучении физики был использован экспертный метод. В качестве экспертов выступали учителя математики, физики и преподаватели вуза, общий стаж каждого из которых составлял более 25 лет.

Результативный блок позволяет делать вывод о переходе учащихся на более высокий уровень развития умений по использованию математики в обучении физике.

Представленная модель прошла частичную апробацию на базе муниципального общеобразовательного автономного учреждения «Гимназия № 2 г. Орска».

Библиографический список

1. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 декабря 2010 г. № 1897).
2. Концепция развития математического образования в Российской Федерации (Утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. № 2506-р).
3. Дахин А.Н. Педагогическое моделирование: сущность, эффективность и неопределенность // Стандарты и мониторинг. 2002. № 4. С. 22–26.
4. Новик И.Б. Новый тип модельного познания // Вопросы философии. 1980. № 7. С. 130–142.
5. Штофф В.А. Роль модели в познании. Л.: Наука, 1966.

О ВОЗМОЖНОСТЯХ ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОГО СОПРОВОЖДЕНИЯ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИКТ

Ю.В. Фаут, И.Р. Идиатулин, А.О. Варыгина
Научный руководитель ***А.В. Багачук,***
кандидат физико-математических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический университет им В.П. Астафьева

Определяется возможность применения ИКТ на уроках математики для одаренных детей. Анализируется вопрос ИКТ-компетентности учителя в условиях формирования информационного общества. Представлены сервисы, которые помогут учителям проводить эффективную работу с одаренными детьми.
Ключевые слова: одаренные дети, ИКТ, математика, ИКТ-компетентность, преимущества ИКТ.

Одаренный ребенок – это ребенок, который выделяется яркими, очевидными, иногда выдающимися достижениями в том или ином виде деятельности. Проблема работы с одаренными учащимися чрезвычайно актуальна для современного образования [Васильева, Шлыкова, 2016]. Одним из направлений ФГОС общего образования второго поколения является обеспечение специальных условий для индивидуального развития одаренных детей. Создать максимально благоприятные условия для интеллектуального, морально-физического развития одаренных детей, стимулировать творческую деятельность одаренных детей – задачи, которые стоят перед современным учителем. В качестве одного из средств решения обозначенных задач можно рассматривать информационно-коммуникационные технологии.

Вариативность использования средств ИКТ при работе с одаренными детьми очень велика. Это выборочное использование дополнительного материала; применение тренинговых программ, диагностических и контролирующих материалов; выполнение домашних самостоятельных и творческих заданий с использованием компьютера, а также применение игровых и занимательных программ развивающего или обучающего характера.

Некоторые обучающиеся отличаются от своих сверстников особыми математическими способностями: они обладают хорошей сообразительностью, прекрасной смекалкой, большой изобретательностью, быстрее, чем другие, переходят от конкретного к отвлеченному, вернее других делают обобщения, их внимание привлекают частные и общие свойства чисел и действий. Также дети с повышенными математическими способностями нуждаются в особом внимании к ним, на специальных занятиях, потому что работа, рассчитанная на так называемого среднего ученика, их не удовлетворяет.

Что дают в работе информационно-коммуникационные технологии? Обозначим некоторые преимущества ИКТ:

– доступность любой полезной информации (не всякая литература есть в библиотеке или магазине);

– совершение виртуальных экскурсий (можно побывать в любой точке мира, посетить памятные места, побывать в разных музеях);

– участие в различных дистанционных олимпиадах, конкурсах, конференциях;

– просмотр и создание мультимедийных проектов и многое другое [Габдулхаков, 2017].

Работа с одаренными детьми – задача, требующая совместных действий многих специалистов. В школьном возрасте процент таких детей очень мал, и чаще всего они лишены необходимой для развития их талантов поддержки. Одаренный ребенок, в отличие от одаренного взрослого, сформировавшаяся личность, будущее которого еще не определено. В образовательном процессе развитие одаренного ребенка следует рассматривать как развитие его внутреннего деятельностного потенциала, способности быть автором, творцом, активным созидателем своей жизни, уметь ставить цель, искать способы ее достижения, быть способным к свободному выбору и ответственности за него, максимально использовать свои способности.

В этой связи контексте данной работы следует обратить внимание на развитие ИКТ-компетентности педагога, что в условиях формирования информационного общества является необходимым для эффективности организации методического сопровождения одаренных детей.

Использовать ИКТ в процессе работы с одаренными детьми возможно с помощью таких сервисов, как:

1. Smartsheet – это онлайн-инструмент для реализации наиболее полной совместной работы обучающихся на стадии проектирования, что особенно важно для рассматриваемой категории школьников, предпочитающих работу не в командном режиме.

2. Сервис Realtimeboard – поддерживающая русский язык интерактивная онлайн-доска для планирования, проведения мозговых штурмов, организации удаленных обсуждений. Инструмент **«Доска задач»** может использоваться для визуализации результативности деятельности. Основная цель – формирование навыков самооценки и рефлексии, выполняемой в ходе образовательного процесса.

3. Trello – возможность видеть несколько одновременно запущенных проектов и их состояние в текущий момент времени. Сервис позволяет проводить обсуждения, голосования, загружать файлы данных, задавать дедлайны, назначать текстовые и цветовые метки.

Сервисы и приложения, которые помогут учителям проводить проверочную или контрольную работу с одаренными детьми на уроках математики:

1. Kahoot – сервис, который позволяет проводить интерактивные викторины в классе.

2. Quizizz – сервис построен по тому же принципу, что и Kahoot: учитель создает опрос, ученики отвечают на него со своих устройств.

3. Triventy – главное отличие этого сервиса от предыдущих в том, что здесь школьники могут создавать вопросы сами. В течение урока учитель предлагает каждому ученику (или группе учеников) придумать вопрос по изучаемой теме, а в конце урока весь класс отвечает на вопросы, которые они придумали сами.

4. Plickers – если идея со смартфонами учеников вам не нравится, есть альтернативный сервис для опросов, в котором телефон будет только у учителя.

4. LearningApps – с помощью сервиса можно создавать упражнения для самопроверки учеников, а главный плюс – все русифицировано.

Библиографический список

1. Габдулхаков В.Ф. Применение информационно-коммуникативных технологий в работе с одаренными детьми // Одаренность и ее развитие. Казань, 2017. С. 112–115.
2. Васильева Л.В., Шлыкова О.Л. Интегрированный подход в обучении с применением ИКТ как способ развития познавательной активности школьников // Инфо-Стратегия 2016: Общество. Государство. Образование. Самара, 2016. С. 315–317.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГРАММ ДИНАМИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКИ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРИИ В РАМКАХ ТЕМЫ «ТРЕУГОЛЬНИК»

И.В. Хотенко

Научный руководитель ***Г.В. Воробьева****,*

учитель математики, школа № 150, г. Красноярск

Рассмотрено значение исследовательских умений в процессе обучения, описана их важность в рамках современной формации. Аргументирована значимость использования программ динамической математики на уроках геометрии. Приведен разбор задач по теме «Треугольник» с использованием программы Живая геометрия.

Ключевые слова: качество обучения, исследовательская деятельность, компьютерный эксперимент, вариативность решения, треугольник.

Принимая во внимание новые запросы общества, на первый план в процессе образования выходит становление школьников как личностей, способных мобильно действовать в изменяющемся мире. В настоящее время деятельность школы нацелена на обеспечение современного качества подготовки учащихся в условиях усложнения основных структур общественной формации. Именно поэтому при организации образовательного процесса приоритетной становится именно исследовательская деятельность.

Каждый из нас изначально по своей природе – исследователь. Спонтанное, неосознаваемое исследование свойственно любому человеку. Первоначально мотивом выступает, по словам И.П. Павлова, рефлекс «Что такое?», после чего у человека появляется познавательная активность и бескорыстное любопытство [Маклаков, 2001]. Для учащихся гораздо легче постигать новое, действуя подобно новооткрывателю: самим проводить исследования – наблюдая, ставя эксперименты, а затем делать на их основе собственные выводы.

Во всем разнообразии учебных дисциплин геометрия занимает одну из лидирующих позиций для проведения исследований. В условиях стандартного проведения уроков научить школьников исследовать что-то новое, им мало знакомое, очень проблематично, ведь проводить эксперимент на статичных чертежах в тетради зачастую просто невозможно. Располагают к исследовательской деятельности объекты, подвластные изменениям, поэтому на уроках выбранной дисциплины положительного эффекта можно добиться благодаря включению в процесс учебной деятельности интерактивной образовательной среды Живая геометрия.

Компьютерные эксперименты применяются в обучении геометрии на самых разных этапах работы и с теоремами, и с задачами. Конструктивные эксперименты необходимо применять с целью создания учащимися образа геометрической конфигурации, которая является объектом исследования, а также с целью установления условия существования такой конфигурации (см. пример 1) [Майер, 2011].

Пример 1. С помощью компьютерного эксперимента выясните условия существования треугольника, заданного двумя сторонами и высотой, проведенной к одной из этих сторон (рис. 1) [Храповицкий, 2003].

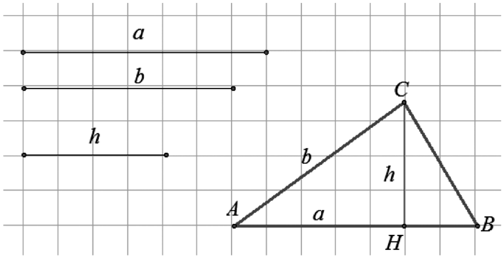


Рис. 1

Потянув мышкой за конец одного из данных отрезков, можно наблюдать за тем, что происходит с соответствующей компьютерной моделью треугольника *ABC*. Одновременно на экране можно высветить соответствующие длины не только данных отрезков, но и значения любых функций, заданных на них. Так, например, при уменьшении длины отрезка *h* угол при вершине В будет постепенно «разворачиваться» (рис. 2)

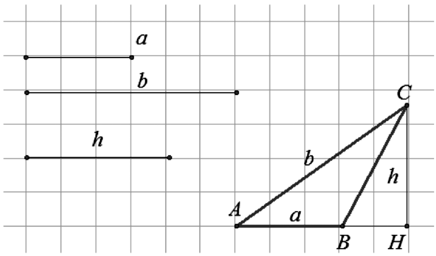


Рис. 2

и при достижении высотой значения, равного *b*, треугольник выродится в отрезок. В результате такого исследования у учащихся появляется возможность выяснить, в каком именно случае задача решения не имеет. Очень важным является осознание того, что это еще не доказательство. Для того чтобы подтвердить гипотезу, необходимо воспользоваться соответствующими теоремами планиметрии, в нашем случае «неравенством треугольника».

Пример 2. При помощи компьютерного эксперимента выяснить, при каком условии площадь треугольника, у которого одна сторона равна *a*, а другая – *b* будет наибольшей, можно ли определить вид такого треугольника? [Атанасян, 2012].

Вариант 1. Высота треугольника проходит внешним образом (рис. 3).

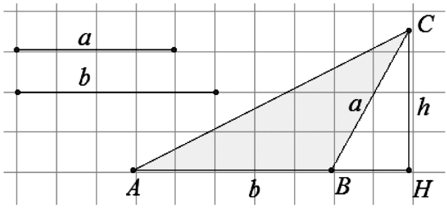


Рис. 3

Вариант 2. Высота треугольника проходит внутренним образом (рис. 4).

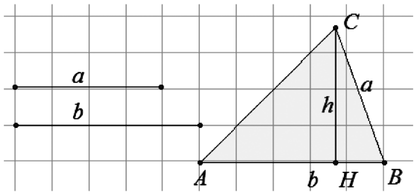


Рис. 4

Вариант 3. Высота треугольника совпадает с одной из сторон треугольника (рис. 5).

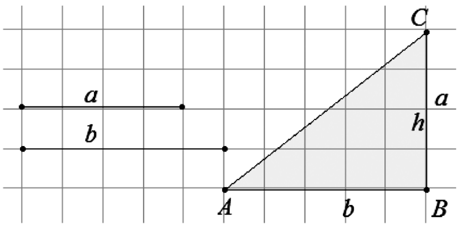


Рис. 5

В первых двух случаях получаем ситуацию, когда $h < a$. В третьем случае, когда $h = a$. С учетом того, что площадь треугольника представляет собой половину произведения основания на высоту, проведя несложные рассуждения, приходим к выводу, что площадь треугольника будет наибольшей в случае три.

Экспериментирование с динамической моделью направлено на исследование границ справедливости утверждения, оценки значимости тех или иных ограничений, наложенных на изменчивость объекта исследования, выявления скрытых факторов путем варьирования числа отображаемых и не отображаемых элементов построения, использования возможности оставлять «след» объектами в процессе изменения. В итоге при решении задач в динамической среде Живая геометрия учащиеся наблюдают, экспериментируют и выявляют проблему и учатся ставить цель дальнейшей работы, перерабатывая соответствующий теоретический материал.

Таким образом, в данной статье рассмотрены некоторые возможности использования интерактивной геометрической среды как средство формирования навыков исследовательской деятельности.

Библиографический список

1. Атанасян Л.С. Геометрия 7–9 класс. М.: Просвещение, 2012.
2. Майер В.Р. Решение треугольников. Компьютерное сопровождение. Красноярск, 2011.
3. Маклаков А.Г. Общая психология. СПб.: Питер, 2001.
4. Храповицкий И.С. Эвристический полигон для геометрии // Компьютерные эксперименты в образовании. СПб.: Изд-во ЦПО «Информатизация образования», 2003. № 1. С. 15–26.

ФОРМИРОВАНИЕ ЗНАКОВО-СИМВОЛИЧЕСКИХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5 КЛАССЕ

О.Ю. Чернова

Научный руководитель ***Э.К. Брейтигам,***

доктор педагогических наук, профессор

Алтайский государственный педагогический университет

Определяется методика формирования знаково-символических универсальных учебных действий на уроках математики в 5 классе. Приводится пример формирования схематизации.

Ключевые слова: знаково-символические универсальные учебные действия, математика, знак, символика, схематизация, моделирование.

Важнейшей задачей современной системы образования является формирование совокупности универсальных учебных действий (УУД), обеспечивающих компетенцию «научить учиться», а не только освоение учащимися конкретных предметных знаний и навыков в рамках отдельных дисциплин.

Овладение универсальными учебными действиями ведет к формированию способности самостоятельно успешно усваивать новые знания, умения и компетентности, включая самостоятельную организацию процесса усвоения, т.е. умение учиться. Данная способность обеспечивается тем, что универсальные учебные действия – это обобщенные действия, открывающие возможность широкой ориентации учащихся как в различных предметных областях, так и в строении самой учебной деятельности, включая осознание учащимися ее целевой направленности, ценностно-смысловых и операциональных характеристик [Столяр, 1986].

Универсальные учебные действия делятся на четыре вида: личностные; коммуникативные; регулятивные; познавательные.

В блоке познавательных УУД выделяют общеучебные, логические, действия постановки и решения проблем.

Особую группу общеучебных познавательных УУД образуют знаково-символические учебные действия, к которым относят умения осуществлять знаково-символическую деятельность, оперировать знаково-символическими средствами. Они обеспечивают конкретные способы преобразования учебного материала, представляют действия моделирования, выделения существенного отрыва от конкретных ситуативных значений, формирования обобщенных знаний [Цветков, 2008].

Знаково-символические учебные действия позволяют реализовать конкретные способы преобразования учебного материала. Широкое их использование направлено на оптимизацию процесса обучения математике. В отличие от естественного языка, использование знаков дает возможность представлять учебную информацию в наиболее удобном и легко воспринимаемом виде.

Ведущими направлениями формирования знаково-символических УУД являются: работа с символами, схематизация и моделирование.

Одним из основных элементов процесса обучения математике, а также важным компонентом знаково-символических учебных действий является понимание универсального символьного языка математики и умение пользоваться этим языком.

Необходимо постепенно приучать учеников к буквенной символике. Учитель должен детально объяснить правила написания нового символа. Далее обращается внимание на то, что введенные символы обозначают, также задача учителя состоит в том, чтобы создать условия для понимания учащимися смысла новых обозначений.

Критерием овладения символикой может служить умение учащихся переходить от одной формы представления информации (символьной) к другим и обратно: от других форм представления – к символьной.

Чтобы отслеживать успехи учащихся в овладении математической речью и символикой и тренировать их в овладении ими, полезно проводить математические диктанты.

Далее остановимся на схематизации. В ней выделяют несколько этапов: предварительный анализ, построение схемы и работа «с реальностью» при помощи схемы.

Предварительный анализ сводится к определению основных элементов будущей схемы, их анализу. Для начала нужно определить цель ее создания, какие связи между элементами она должна отражать и какие действия в дальнейшем с ней будут производиться.

Следующий этап – построение схемы. На данном этапе происходит не только само построение, но и определение вида схемы. Вид схемы зависит от цели построения, от ее элементов, от собственных предпочтений.

Этап работы «с реальностью» при помощи схемы – это ее дальнейшее использование. Нужно учить учащихся «читать» схемы, т.е. взять один из элементов схемы и проследить по ней его свойства, связи с другими элементами (в зависимости от вида схемы).

Рассмотрим пример формирования действия схематизации по теме «Обыкновенные дроби».

В построении схемы к задаче основная проблема у учащихся заключается в неумении изображать обыкновенные дроби, непонимании, что показывает числитель дроби, а что знаменатель. Поэтому первыми заданиями при формировании умения строить схемы могут быть, например, «Какую часть минута составляет от часа? Месяц от года?» и т.д. Здесь важно не только учить определять эту часть, но и изображать ее.

При решении задачи [Виленкин, 2013]: «Длина дороги 40 км. Заасфальтировали $\frac{2}{5}$ дороги. Сколько километров дороги заасфальтировали? Сколько осталось заасфальтировать?» Сначала необходимо изобразить дробь $\frac{2}{5}$ (рис.), затем начинается работа над формированием умения работать с данной схемой: как на схеме изображена длина дороги, заасфальтированной дороги; на сколько частей согласно рисунку разделена длина дороги; знаем ли мы, сколько километров составляет одна часть; можем ли мы определить это.

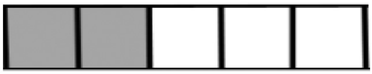


Рис. Изображение дроби

Схематизация в подобных задачах позволяет учащимся проанализировать, что обозначает обыкновенная дробь. Также при построении схемы (рисунка) происходит понимание, на что именно в задаче нужно разделить, чтобы прийти к верному результату. Так как зачастую учащиеся не задумываются над этим и просто выполняют деление по принципу, делится число или нет.

Библиографический список

1. Виленкин Н.Я. Математика. 5 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / Н.Я. Виленкин [и др.]. 31-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2013. 280 с.
2. Столяр А.А. Педагогика математики: учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов. Изд. 3-е, перераб. и доп. Минск: Вышэйшая школа, 1986. 414 с.

3. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования [Электронный ресурс]. URL: http://www.edu.ru/db/mo/Data/d_12/m413.pdf (дата обращения: 24.03.2019).
4. Цветков А.В. Об универсальной структуре знаково-символической деятельности // Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. 2008. № 75. С. 266–271.

СПЕЦИФИКА РАБОТЫ НАД ТЕКСТОВОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕЙ С ОБУЧАЮЩИМИСЯ СЕЛЬСКОЙ МАЛОКОМПЛЕКТНОЙ ШКОЛЫ

М.Е. Ширшикова
*Научный руководитель **А.В. Багачук**,*
кандидат физико-математических наук, доцент
Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева

В статье рассматриваются проблемы, возникающие при обучении обучающихся малокомплектных школ решению текстовых математических задач. Описаны причины возникновения выделенных проблем и предложены пути их решения, в частности на этапе осмысления содержания задачи.
Ключевые слова: обучение, обучающиеся малокомплектных школ, трудности в обучении, текстовая математическая задача, условие задачи, понимание, педагогические условия.

Введение федеральных государственных образовательных стандартов ориентирует образовательный процесс на формирование средствами различных образовательных областей разносторонне развитой личности, способной к дальнейшему обучению и самообучению в течение всей жизни.

Текстовые задачи занимают в курсе математики значительное место. Это объясняется большой образовательной, развивающей и воспитательной ролью, которую они играют при обучении школьников. Процесс решения текстовой задачи требует от обучающихся разнообразных умозаключений и суждений на основе анализа, синтеза и сравнений, что способствует развитию их логического мышления, активности и самостоятельности познавательной деятельности.

При всей специфичности текстовые задачи представляют собой чаще всего модели и имеют достаточно много общего с реальными задачами, которые приходится решать в различных ситуациях в течение всей жизни. Поэтому те знания, умения и навыки, которые приобретут обучающиеся в процессе решения текстовых задач, а также те черты характера, которые при этом воспитываются, оказывают огромное влияние и решающее значение в повседневной жизненной практике.

Очень часто при решении обучающимися различных задач возникают проблемы уже на уровне понимания смысла задачи, из чего следует совершенно неправильное построение модели задачи, взаимосвязи объектов, а решение принимает совершенно абстрактный характер, не имеющее личностного результата. Особенно такие сложности возникают у обучающихся, живущих в маленьких селах далеко от городского разнообразия, чье восприятие и мировоззрение в достаточной степени ограничено.

В силу скудного словарного запаса у обучающихся малокомплектной школы, неправильного понимания слов и выражений, используемых в задаче, обучающиеся автоматически переносят себя в состояние неудачи или страха перед задачей, что отрицательно сказывается на мотивации к изучению предмета. Проблемы могут возникать и из-за недостаточного знакомства обучающихся с предметами, ситуацией или свойством объекта, о котором идет речь в задаче; из-за неумения представлять себе ситуацию на основании услышанного от учителя, прочитанного самостоятельно словесного текста. Сложности вызываются также тем, что обучающиеся не понимают отношений между компонентами задачи. При осмысленном воспроизведении задачи у обучающегося должно возникнуть представление об изложенной в ней ситуации. Иначе говоря, воспроизведение задачи происходит на основе воссоздающего воображения. Эта ситуация должна содержать основные данные задачи, а также те изменения, которым они подвергаются по условию задачи. Но в большинстве случаев этого не происходит или происходит частично, что все равно не приводит к полному пониманию всей описанной в задаче «картины».

Для того чтобы понять задачу, обучающемуся малокомплектной школы недостаточно воспринять ее условие в словесной форме путем чтения или восприятия на слух, необходимо, чтобы у него при этом возникли такие наглядные образы, которые, воплотив в себе содержание предложенного в задаче материала, обеспечили бы ее воспроизведение.

На основе анализа психолого-педагогической литературы можно определить некоторые педагогические условия, способствующие пониманию содержания текстовых математических задач.

1. Помощь в понимании жизненной ситуации, отраженной в задаче путем использования предметных действий, драматизации, иллюстрации, моделирования и мультимедийного сопровождения.
2. Наводящие вопросы в построении модели задачи.
3. Дифференцированный подход к обучающимся.
4. Использование системы экспериментальных упражнений по семантическому и математическому анализу текстовой задачи [Скирова, 2013].

Педагогу, у которого работа связана с детьми из малокомплектных школ, необходимо учитывать эти условия. Не всегда непонимание условия текстовой задачи зависит от интеллектуальных особенностей обучающихся, иногда это зависит от таких факторов, которые при грамотном подходе педагога не помешают успешному обучению математике.

Библиографический список

1. Скирова Е.В. Специфика работы над текстом арифметической задачи с учащимися младшего школьного возраста с нарушением интеллектуального развития [Электронный ресурс] // Комплексное сопровождение детей и учащихся в системе непрерывного образования в условиях ФГОС. Преемственность в образовании. Эл. пер. изд. 2013. № 5 (11). URL: http://journal.preemstvennost.ru (дата обращения: 27.03.2019).

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИСТОРИЧЕСКИХ СВЕДЕНИЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ ДЛЯ РАЗВИТИЯ ИНТЕРЕСА К ПРЕДМЕТУ

А.А. Шпагина
Научный руководитель ***Э.К. Брейтигам,***
доктор педагогических наук, профессор
Алтайский государственный
педагогический университет

Статья посвящена исследованию влияния использования исторических сведений на степень заинтересованности учеников математикой. Представлены результаты анкетирования учеников и описано ранжирование по отношению к математике до формирующего этапа эксперимента и после.
Ключевые слова: образование, обучение, развитие интереса, математика, исследование, исторические сведения, внеклассная работа по математике.

Авторские школьные программы, учебники, поурочные планы по математике предполагают изучение исторических фактов. Любая наука базируется на фундаменте знаний, которые добыты другими поколениями [Малых, Пестерева, 2011]. Исторические сведения указывают на условия, причины зарождения и формирования понятий, методов, таким образом у школьников развивается диалектическое мышление, а также историко-математический материал формирует интерес к предмету.

Цель исследования – экспериментально проверить результативность использования исторических сведений на уроках математики.

Гипотеза исследования: предполагается, что систематическое включение исторического материала на уроках математики будет способствовать развитию интереса к предмету.

Для изучения гипотезы использовался инструментарий: анкетирование; ранжирование; руководство выполнением школьных исследовательских работ; проведение интеллектуальной игры по математике «Морской бой»; подготовка и проведение уроков по предмету математика с использованием исторических сведений.

Анкетирование является основой для исследовательского опроса и дает возможность проанализировать, в какой степени ученики данного класса знакомы с историческими сведениями по математике.

Был создан опросный лист. В него включили, например, такие вопросы: «Напишите любую фамилию из авторской группы, создавшей ваш учебник математики», «Знакомил ли вас учитель с авторской группой, написавшей учебник математики, по которому вы учитесь?» и т.д. Представленные вопросы использовались для того, чтобы получить ответы о том, знают ли ученики российских математиков – авторов учебников, по которым они учатся.

Использование анкетирования показало: 90 % учащихся ответили, что учитель не знакомил их с авторской группой учебника, 10 % учеников считают, что сообщали какую-то информацию, но они ее не помнят. Можно предположить, что учитель скорее всего знакомил учеников с авторами учебника в начале года, после каникул дети не запомнили информацию. 75 % школьников ответили на вопрос «Говорите ли на уроках математики о людях, внесших вклад в развитие науки, в открытие того или иного закона, понятия и т.п.?», что информация сообщается, но в малом объеме. 57 % учеников не понимают, зачем им информация об ученых-математиках. Отсюда был сделан вывод о том, что детям нужно обязательно рассказывать, зачем им нужно знать историю становления математики, какой вклад внесли российские ученые в развитие математики.

С целью развития интереса к математике с помощью обращения к ее истории была разработана тематика исследовательских работ для учащихся 8 класса: «Бесподобное подобие»; «Квадратные уравнения в древности»; «Применение подобия треугольников при измерительных работах»; «История тригонометрии: синус, косинус, тангенс» [Брейтигам, 2017].

Два ученика изъявили желание написать исследовательскую работу по темам: «Квадратные уравнения в древности», «История тригонометрии: синус, косинус, тангенс». На работу было отведено две недели. Были проведены 4 консультации при личной встрече в школе, а также постоянные консультации в течение двух недель в онлайн-режиме. Итогом работ стала защита своей работы каждым учеником на математической неделе перед аудиторией в 25 человек. Таким образом, ученики могли видеть, чего добились их одноклассники, а также выделить для себя полезную информацию.

В процессе научно-исследовательской работы использовался также метод игры. Проводилась интеллектуальная игра по математике «Морской бой», разработанная в виде программы в среде Lazarus.

За неделю ученикам сообщили о проведении данного внеклассного мероприятия. Были озвучены темы данной игры, требовалось подготовиться самостоятельно. Темы использовались те, которые уже были пройдены: «История развития уравнений»; «История возникновения квадратных уравнений»; «Франсуа Виет и его теорема»; «Подобие треугольников в реальной жизни». Присутствовали вопросы по историческим фактам и вопросы практического характера.

Во время ведения уроков по математике нами уделялось небольшое количество времени для того, чтобы сообщить ученикам исторический факт по темам уроков. Ознакомление с историческими фактами расширяет умственный кругозор учеников и повышает их общую культуру, позволяет лучше понять роль математики в современном обществе [Брейтигам, 2017].

Было использовано ранжирование в порядке убывания. Ученикам было предложено составить перечень наиболее предпочитаемых предметов в школе, от 1 до 10, считая, что самый первый – это самый интересный предмет.

Ранжирование использовалось как входной и выходной контроль. В качестве входного контроля ранжирование служило выявлению уровня предпочтения предмета математика (геометрия и алгебра) учениками 8 Б класса до проведения запланированных мероприятий с данным классом. Было выявлено, что у 57 % учащихся в классе математика (геометрия и алгебра) попадают в первую пятерку предметов. В качестве выходного контроля ранжирование послужило апробированием того, как влияет на развитие интереса к предмету использование исторических сведений на уроках математики в основной школе. По результатам ранжирования учебных предметов по степени интереса к ним на конец педагогического эксперимента выявлено, что математику в диапазон от 1 до 5 поставили на 14 % респондентов больше. Можно сделать вывод о том, что систематическое использование исторических сведений по математике способствовало повышению интереса по предмету.

По результатам научно-исследовательской работы можно сделать несколько выводов. Выполнение проектов проходило с большим напряжением, так как ученики не привыкли к анализу, выбору и последующему оформлению значительного объема информации. Интеллектуальная игра была воспринята школьниками в позитивной форме, ребята не ожидали, что занятия по математике могут проводиться таким образом. Так как детям были даны темы заранее, чтобы самостоятельно подготовиться, они с успехом отвечали на поставленные вопросы. По результатам выходного контроля был сделан вывод о том, что гипотеза верна, т.е. включение исторического материала в процесс обучения по предмету математика способствует развитию интереса.

Библиографический список

1. Малых А.Е., Пестерева В.Л. Использование исторических сведений в обучении математике // Ярославский педагогический вестник. 2011. № 3. Т. II (Психолого-педагогические науки). С. 60–64.
2. Брейтигам Э.К. Развитие творческого потенциала обучающихся в условиях реализации образовательных стандартов по математике // Актуальные проблемы развития математического образования в школе и вузе, г. Барнаул, 17–18 октября 2017 года / под ред. Э.К. Брейтигам, И.В. Кисельникова. Барнаул: АлтГПУ, 2017. С. 189–195.

ФОРМИРОВАНИЕ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ УЧАЩИХСЯ 5–6 КЛАССОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Е.К. Ятманова

Научный руководитель ***И.Г. Кулешова,***

кандидат педагогических наук, доцент

Алтайский государственный педагогический университет

В статье определяется значение формирования регулятивных универсальных учебных действий на уроках математики в 5–6 классах. Приведен пример работы над текстовыми задачами как один из наиболее эффективных учебных заданий на развитие регулятивных универсальных учебных действий.

Ключевые слова: регулятивные универсальные учебные действия, текстовые задачи.

Современные тенденции развития общества предъявляют к сфере образования новые требования, которые определяют главную цель современной школы – развитие системы универсальных учебных действий. Овладение учащимися универсальными учебными действиями выступает как способность к саморазвитию и самосовершенствованию путем активного и, что важно, сознательного присвоения нового социального опыта, а не только освоение учениками конкретных предметных знаний и навыков в рамках отдельных дисциплин. Психолого-педагогические основы возникновения понятия «универсальные учебные действия» толкуются в теориях различных авторов по-разному: совокупность действий учащегося, обеспечивающих его культурную идентичность, социальную компетентность, толерантность, способность к самостоятельному усвоению новых знаний и умений, включая организацию этого процесса [ФГОС, 2010]; умение учиться, т.е. способность субъекта к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта [Асмолов, Бурменская, Володарский, 2010]; относительно законченные элементы деятельности, направленные на достижение промежуточных целей, подчиненных общему замыслу [Коджаспирова, Коджаспиров, 2003].

Приоритет среди универсальных учебных действий имеют регулятивные учебные действия, обеспечивающие организацию, регуляцию и коррекцию учебной деятельности [Асмолов, Бурменская, Володарский, 2010].

Выделение регулятивных универсальных учебных действий связано со структурой учебной деятельности. По мнению авторов концепции формирования универсальных учебных действий, регулятивные универсальные учебные действия обеспечивают организацию учебной деятельности обучающегося. К ним относятся целеполагание, планирование, прогнозирование, контроль, оценка, коррекция, саморегуляция.

Регулятивные УУД отражают способность учащегося строить учебно-познавательную деятельность, учитывая все ее компоненты, а именно: цель, мотив, прогноз, средства, контроль, оценка. По мнению Д.В. Татьянченко, С.Г. Воровщикова, лучшим результатом обучения можно считать самостоятельную познавательную деятельность учащихся, когда они формулируют цели своей деятельности, находят рациональные способы их реализации, контролируют и оценивают условия, процесс и результаты своей деятельности.

На уроках математики работа с любым учебным заданием требует развития регулятивных умений. Одним из наиболее эффективных учебных заданий на развитие таких умений является текстовая задача, так как работа с ней полностью отражает алгоритм работы по достижению поставленной цели (по П.Я. Гальперину).

Пример работы над задачей: из двух населенных пунктов навстречу друг другу выехали одновременно два велосипедиста. Скорость первого велосипедиста 10 км/ч, а скорость второго – 12 км/ч. Через 2 часа они встретились. Определите расстояние между населенными пунктами.

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2
– Прочитайте задачу и представьте себе то, о чем идет речь. – О чем говорится в условии? – Что дано по условию?	– О двух велосипедистах, выехавших навстречу друг другу. – Скорость первого велосипедиста, скорость второго велосипедиста и время, спустя которое они встретились.

1	2
– Что нужно найти? – Можем ли мы сразу найти расстояние между двумя населенными пунктами? – По какой формуле будем находить расстояния, которые преодолели велосипедисты по отдельности? – Как найдем расстояние между населенными пунктами?	– Расстояние между населенными пунктами. – Нет, необходимо знать расстояние, которое проехал первый велосипедист, и расстояние, который проехал второй велосипедист. – По формуле пути: $S = v \cdot t$. – Найдем сумму расстояний, пройденных каждым велосипедистом. Это и будет являться расстоянием между населенными пунктами.

Включение проблемных ситуаций позволяет школьникам вместе с учителем сформулировать основную проблему (вопрос) урока, таким образом, выбрать цель деятельности. Проблемные ситуации курса математики в основном строятся на затруднении в выполнении нового задания, при этом система подводящих диалогов позволяет учащимся самостоятельно, основываясь на уже имеющихся знаниях, вывести новый способ действия для нового задания, спланировав свою деятельность и оценив результат.

Таким образом, развитие регулятивных умений осуществляется через проблемно-диалогическую технологию освоения новых знаний, где учитель руководит учебным процессом, а ученики совместно с ним ставят и решают учебную предметную проблему.

Библиографический список

1. Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарский И.А. Как проектировать универсальные учебные действия. От действия к мысли: пособие для учителя. М.: Просвещение, 2010. 152 с.
2. Коджаспирова Г.М., Коджаспиров А.Ю. Педагогический словарь: для студ. высш. и сред. пед. учеб. заведений. М.: Академия, 2003. 176 с.
3. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс]. URL: http://window.edu.ru/resource/768/72768/files/FGOS_OO.pdf (дата обращения: 23.03.2019).

МАТЕМАТИКА: ПЕРВЫЙ ОПЫТ ИССЛЕДОВАНИЯ ШКОЛЬНИКОВ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДАННЫХ В ИССЛЕДОВАНИИ pH СНЕЖНОГО ПОКРОВА РАЙОНОВ г. КРАСНОЯРСКА

М.В. Андреев
Научный руководитель ***Т.А. Шпедт****,*
учитель начальных классов, методист
Лицей № 6 «Перспектива», г. Красноярск

Определяются возможности применения математических данных в естественнонаучных исследованиях. Приведены примеры построения сводных таблиц и диаграмм использования десятичных дробей для более точного анализа данных. Описаны результаты исследования pH снежного покрова районов г. Красноярска.
Ключевые слова: данные, диаграммы, таблицы, исследование pH.

Использование математических данных и точных измерений очень часто способствует более наглядному представлению результатов естественнонаучных исследований. Младшим школьникам доступен не весь комплекс возможностей математических расчетов. Но умение использовать десятичные дроби, навыки в построении диаграмм и сравнительных таблиц позволяют провести наиболее точные измерения и наглядно и доступно продемонстрировать полученные результаты. Приведем пример использования математических данных в исследовании pH снежного покрова районов г. Красноярска.

Красноярск, к сожалению, занимает одну из последних строчек в рейтинге чистых городов России. Город традиционно является крупнейшим транспортным узлом Восточной Сибири. Режим черного неба стал уже обыденным и привычным для жителей города. Поэтому это исследование как никогда актуально для нас. Снег является показателем того, насколько загрязнена окружающая среда. В снежном покрове, как правило, концентрируется в несколько раз больше загрязняющих веществ, чем в атмосфере. Проведение измерений, процедур и проб по определению уровня pH снега за зиму может дать ответ, насколько сильным было загрязнение в определенном регионе. Снег – это индикатор, который показывает все процессы загрязнения природных сред.

Цель исследования: выделение наиболее экологически благоприятных для проживания районов города через исследование pH снежного покрова.

Методы исследования

1. Теоретический (изучение и анализ литературы, постановка целей и задач).
2. Экспериментальный (измерение кислотности снега pH-метром PH-009(1)).
3. Эмпирический (наблюдения, описания и объяснения результатов исследований.)

Для исследования в каждом из 7 районов были выбраны по 2 площадки с наименьшими и с наибольшими возможностями загрязнения.

Для проведения замеров был выбран pH-метр PH-009(1), так как он казался наиболее доступен как по цене, так и по простоте использования. В процессе изучения литературы мы выяснили, «что для всего живого в воде (за исключением некоторых кислотоустойчивых бактерий) минимально возможная величина pH=5; дождь, имеющий pH<5,5, считается кислотным дождем. Величина pH снега обусловлена попаданием из атмосферы не только твердых частиц, но и газообразных загрязняющих веществ: SO^2, CO, CO^2, N^2O, NO, NO^2. Этот показатель очень важен, т.к. может сильно повлиять на реакцию среды почвы после таяния снега (подкислить или подщелочить). Чистый снег, как и чистая дождевая вода, имеет pH=5,6, что связано с наличием в воздухе CO^2, образующим угольную кислоту, подкисляющую атмосферные осадки. Если в воздухе много оксидов азота, сернистого газа, диоксида серы и других кислотных оснований, то снег будет иметь величину pH < 5,6 (снег кислый). Если снег имеет значение pH выше 5,6, то он щелочной и загрязнен оксидами металлов, автомобильными выхлопами» [Прядко, 2006].

Рис. 1. Образцы снега

Рис. 2. Измерение кислотности снега pH-метром

Именно использование десятичных дробей позволило наиболее точно определить степень кислотности снега. Снег забирался по три раза в каждом из выбранных мест. Промежуток между экспериментами был от 7 до 10 дней (рис. 1, 2).

Дождавшись таяния снега в сосудах, откалибровав pH-метр, мы производили измерения, полученные результаты вносили в таблицу, а потом для большей наглядности сделали диаграмму (рис. 3).

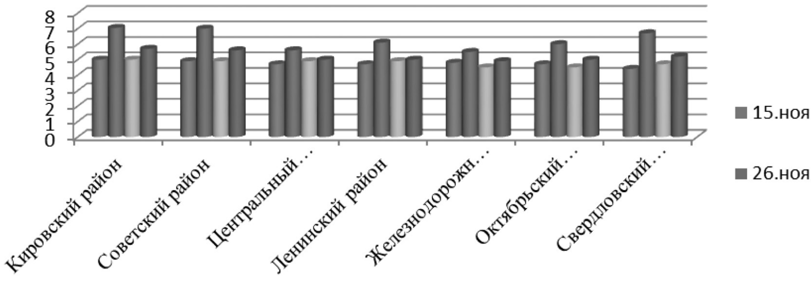


Рис. 3. Анализ показателя pH по районам города в ноябре

Как видно из диаграммы, во всех выбранных местах во всех районах, чем больше проходит времени после выпадения снега, тем выше его pH (табл.).

Таблица

Анализ среднего показателя pH

	Кировский район	Советский район	Центральный район	Ленинский район	Железнодорожный район	Октябрьский район	Свердловский район
средний показатель pH	5,7	5,6	5	5	4,9	5	5,2
	в пределах нормы	в пределах нормы	слабокислая	слабокислая	слабокислая	слабокислая	слабокислая

Средний показатель высчитывался путем расчета среднегоарифметического значения данных по району.

Выводы исследования

1. Районами с наиболее благоприятными экологическими условиями оказались Кировский и Советский. Это спальные районы, где отсутствуют крупные предприятия.

2. Самый высокий показатель pH (8), указывающий на слабощелочную среду и загрязнение оксидами металлов, оказался в районе завода ХМЗ, что не удивительно и связано с производством.

3. Самый низкий pH (4) был зафиксирован в Фан-парке «Бобровый лог». Несмотря на близость леса, такой снег, растаяв весной, способен повредить травянистую растительность, вызвать заболевания деревьев и кустарников. Отклонения от нормы мы связали с обширным строительством объектов Универсиады 2019 г.

4. Чем больше времени проходит с момента выпадения снега, тем выше его pH. Так как добавляется влияние не только атмосферы, но и различного рода химических загрязнений (выхлопы, средства для растворения снега и очистки дорог и т.д.).

5. Экологическая обстановка в большинстве районов города требует особого внимания.

6. На основании исследования и изучения литературы мы выяснили, что pH не единственный показатель загрязнения окружающей среды. Мы решили продолжить и для начала выбрали исследование снега на токсичность с использованием метода биотестирования С.Е. Мансуровой [Савина, 1997].

Как видим, математические данные позволили более точно провести сделанное исследование и наглядно продемонстрировать результаты.

Библиографический список

1. Прядко К.А. Понятия и определения: экология / Словарик школьника. СПб.: Литера, 2006. 64 с.
2. Савина Л.А. Я познаю мир. Детская энциклопедия. Химия. М.: АСТ, 1997. 307 с.

КАК УВЕЛИЧИТЬ ПРОПУСКНУЮ СПОСОБНОСТЬ ПОДЪЕЗДА К ЗДАНИЮ ЛИЦЕЯ?

П.С. Багачук

Научный руководитель ***Т.А. Пономарева,***

учитель начальных классов

Лицей № 6 «Перспектива, г. Красноярск

В работе описаны возможности использования математического аппарата для оценки пропускной способности участка дороги, прилегающего к зданию лицея, при реализации авторской схемы организации движения.

Ключевые слова: схема движения, измерение, пропускная способность, дорожный знак.

Сегодня жители практически каждого мегаполиса проводят большую часть своего времени в автомобильных пробках. При этом такая ситуация характерна не только для центральных городских улиц, но и при подъездах к зданиям школ, больниц, детских садов и других социальных объектов, которые, как правило, располагаются в зоне компактной жилой застройки. Сложившаяся обстановка обусловлена и недостаточным количеством дорог, отвечающих современным требованиям качества, и низкой культурой водителей, а порой и просто незнанием правил дорожного движения.

Эта проблема, как никогда, актуальна и для города Красноярска. Так, здания младшего и старшего корпусов нашего лицея располагаются в микрорайоне, активная застройка которого осуществлялась с середины прошлого века. В те годы никто и не предполагал такого роста транспортного потока в нашем городе спустя несколько десятилетий. И, конечно, этот факт отразился на состоянии подъезда к зданиям лицея, которые окружены со всех сторон многочисленными жилыми многоэтажками (рис. 1). Решить проблему улучшения подъезда к зданиям лицея возможно с помощью авторского алгоритма движения транспорта [Багачук, 2019]. Однако возникает вопрос: не будет ли предложенная схема замедлять процесс движения автомобилей на участке дороги, прилегающем к зданию лицея? Этому и посвящена настоящая работа.

Рис. 1. Схема расположения здания старшего корпуса лицея и подъездных путей к нему

Имеется следующая схема движения: навстречу друг другу по однополосной дороге, прилегающей к зданию лицея, двигаются по нескольку машин в противоположных направлениях (рис. 2). Одни из этих машин отъезжают от здания лицея (направление движения – вправо), другие подъезжают.

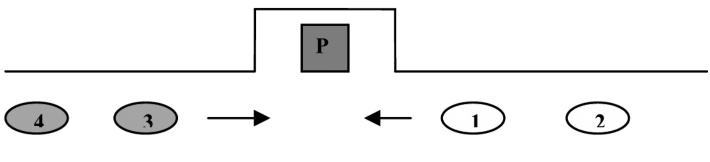


Рис. 2. Схема расположения автомобилей на дороге, прилегающей к лицею

Как показали теоретические расчеты, пропускная способность обозначенного участка дороги при реализации авторской схемы движения составляет 196 автомобилей в час. В то время как, согласно результатам опытно-экспериментальной работы, в реальных условиях без использования авторской схемы пропускная способность рассматриваемого участка дороги значительно ниже. Она равна 154 автомобилям в час. Заметим, что такая ситуация достигается лишь при соблюдении правил дорожного движения и уважительном отношении друг к другу участников движения. К сожалению, это происходит далеко не всегда, что еще больше снижает пропускную способность и увеличивает затраты времени автомобилистов.

После теоретической оценки пропускной способности при подъезде к лицею, а также после ряда выступлений на родительских собраниях и выдачи буклета заинтересованным автомобилистам с рекомендациями по схеме движения, нами была проведена серия экспериментальных замеров искомой величины в утреннее время в присутствии представителей ГАИ и наличии специального дорожного знака [Багачук, 2019]. В результате значение пропускной способности на практике оказалось равным в среднем 187 автомобилям в час, что несколько ниже, чем значение, полученное теоретическим путем. Это связано, прежде всего, с так называемым коэффициентом снижения расчетной пропускной способности, зависящим от качества дороги, категории автомобилей, погодных условий и т.п. [Отраслевой дорожный методический документ, 2019]. Кроме того, безупречная реализация данной схемы движения на практике требует времени. Постепенно схема будет отработана, и водители автоматически будут придерживаться перечисленных в буклете правил.

Таким образом, оценка пропускной способности при реализации авторской схемы движения при подъезде к зданию лицея показала, что можно значительно сэкономить время водителям и обезопасить движение всех участников.

Библиографический список

1. Багачук П.С. Как сделать безопасным подъезд к зданию лицея? // Россия. Мир. Мы: материалы Школьной Всероссий-

ской конференции. №1/2019. СПб.: ГНИИ «Нацразвитие», 2019. С. 38–44.
2. Ефремушкина О.А. Школьные олимпиады для начальных классов. Ростов н/Д: Феникс, 2007.
3. Отраслевой дорожный методический документ [Электронный ресурс]. URL: http://docs.cntd.ru/document/1200092512 (дата обращения: 31.03.2019).
4. Усачев А.А. Правила дорожного движения для будущих водителей и их родителей. М.: Самовар, 2009.

КРАСНОЯРСК В ЗАДАЧАХ

Е.А. Васильев, В.А. Маршалик
Научные руководители ***В.А. Масленкова, Я.А. Бондарева,***
учителя математики
Лицей № 2, г. Красноярск

Представлены авторские задачи по математике, посвященные истории Красноярска и Красноярского края.
Ключевые слова: математика, текстовые задачи, уравнения, диаграммы, дроби.

У каждого из нас есть родина. То место на земле, где мы появились на свет и впервые увидели небо. И пусть в течение жизни мы бываем во многих городах и странах, но мы никогда не забываем родного города.

Мы часто не знаем, а порой просто не интересуемся своим селением, не стараемся узнать, как и почему оно появилось. Судьба же любой, пусть самой небольшой деревушки, затерявшейся где-нибудь в лесной глуши или в степных просторах, всегда интересна, и если кто-то попытается ее узнать, тот никогда об этом не пожалеет.

История содержит в себе очень много различных исторических событий, дат, которые нужно знать и помнить. Мы считаем, чтобы лучше ориентироваться во всех исторических событиях родного города, чтобы лучше запомнить исторические даты и разнообразные цифровых данных, необходимо очень хорошо знать основы такой науки, как математика. Ведь не случайно говорят, что *«математика ум в порядок приводит», «математика – царица всех наук»*.

Как же можно применить математические знания к истории родного города и края?

Можно сделать это через решение математических задач, содержание которых включает в себя разнообразные исторические факты. Возникает вопрос, где взять такие задачи? Проанализировав задачи из разных учебников математики, мы пришли к выводу, что задач, посвященных истории Красноярска, в них нет. В связи с этим возникла необходимость в самостоятельной разработке подобных задач.

Цель статьи – разработка авторских задач по математике, посвященных истории Красноярска и Красноярского края.

Приведем некоторые из разработанных нами математических задач, посвященных истории Красноярска и Красноярского края.

1. Город Красноярск основан в 1628 году. В каком году Красноярск отметит свой ближайший юбилей, если сейчас 2019 год?

2. В 1856 году население Красноярска составляло 6 400 человек. На сколько возросло население города, если по данным на 2018 год население составляет 1 090 811 человек?

3. Пользуясь таблицей протяженности мостов города Красноярска, составьте соответствующую столбчатую диаграмму.

Таблица

Протяженность мостов г. Красноярска

	Название моста					
	Мост «777»	Октябрьский мост	Виноградовский мост	Коммунальный мост	Железнодорожный мост	Николаевский мост
Протяженность (в метрах)	602	2 605	550	2 300	907	1 562

4. В 1969 году началось строительство первого стационарного цирка в Свердловском районе города Красноярска. Через три года первые две тысячи зрителей смогли увидеть представления в новом здании Красноярского государственного цирка. Сколько лет исполнится Красноярскому цирку в 2019 году? В каком году Красноярский государственный цирк отметит свое столетие?

5. Площадь природного заповедника «Столбы» составляет 472 190 000 м^2. Выразите эту площадь:

а) в гектарах;

б) в арах;

в) в квадратных дециметрах.

6. Деревянная часовня на Караульной горе была построена в 1805 году, а в 1855 году деревянная постройка была заменена каменной. Сколько лет просуществовала деревянная часовня и сколько лет сейчас каменной?

7. Флора и фауна природного заповедника «Столбы» включает в себя сосудистые растения и различные виды мхов. Сосудистых растений, находящихся на территории заповедника, насчитают около 740, видов мхов на 30 меньше, чем видов позвоночных животных. А видов позвоночных животных в заповеднике насчитывают на 450 меньше, чем видов сосудистых растений. Сколько видов мхов располагается на территории «Столбов»? [Официальный сайт…, 2019].

8. Расстояние между Красноярском и Москвой составляет 4 130 км. С какой скоростью должен идти поезд, чтобы из Красноярска до Москвы доехать за 59 часов?

Работая над составлением задач, мы каждую сопровождали реальными данными; из исторических справок выбирали математическое содержание; соблюдали, чтобы задача была понятной и звучала корректно с точки зрения математики; выписывали из исторических справок числовые данные и устанавливали зависимости между числами: выясняли, во сколько раз (на сколько) одно число отличается от другого, какую часть одно число составляет от другого и т.д; формулировали условия и вопросы задач.

Разработанные нами задачи были предложены к решению обучающимся 5–6 классов на уроках математики в дополнение к учебным пособиям [Мерзляк, 2014]. Обучающиеся с воодушевлением решали предложенные задачи. Нами было проведено анкетирование, где 84 % опрошенных ответили, что решать задачи про свой родной город интереснее, чем задачи из учебника.

Библиографический список

1. Мерзляк А.Г. Математика: 5 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. М.: Вентана-Граф, 2014. 304 с.
2. Мерзляк А.Г. Математика: 6 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. М.: Вентана-Граф, 2014. 304 с.
3. Официальный сайт Заповедника Столбы [Электронный ресурс]. URL: http://www.zapovednik-stolby.ru (дата обращения: 13.03.19).

РАВНОСИЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА И РАВНОСИЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ НЕРАВЕНСТВ

Н.В. Ермаков

Научный руководитель ***Н.А. Матвеева****,*

учитель математики

Красноярский кадетский корпус им. А.И. Лебедя

В работе рассматриваются проблема и актуальность понимания равносильных неравенств учащимися. Представлены равносильные преобразования неравенств, подтверждающие необходимость их качественного, углубленного изучения.

Ключевые слова: неравенства, равносильные неравенства, преобразования неравенств, равносильные преобразования неравенств.

Однажды один из величайших деятелей науки, А. Эйнштейн, справедливо выдвинул очень важный жизненный принцип: «Среди беспорядка найдите простоту; среди раздора найдите гармонию; в трудности найдите возможность...», который нашел не только отражение, но и признание в нашей современности. В XXI в., характеризующемся безусловно огромными темпами развития всех сфер жизни общества, тысячи и миллионы людей отдают предпочтение быть пунктуальными, компетентными и организованными, систематизируя свой труд и стараясь проводить время с наибольшей выгодой. Образование, которое люди получают в школах, колледжах или университетах, рутинизировано, требует особого внимания, а вместе с тем и отнимает много времени, в связи с чем у подавляющего большинства учащихся пропадает или вовсе отсутствует желание самостоятельно искать пути решения тех или иных проблем.

В процессе решения неравенств, с которыми нам часто приходится сталкиваться при изучении математики, зачастую происходит переход от заданного неравенства к неравенствам иного вида, имеющим то же решение, но определяемое гораздо проще. Иными словами, в результате преобразований первичное неравенство возможно заменить равносильным ему, облегчающим поиск решения. Проведя комплексный анализ темы равносильных неравенств, мы выяснили, что метод, основанный на соотнесении идентичных решений с выделением из нескольких вариантов одного – самого простого для понимания – развивает у учащихся творческую активность и навыки, которые они могли бы использовать в повседневной жизни.

Итак, равносильные неравенства – неравенства, имеющие одни и те же решения. В частном случае, неравенства, не имеющие решений, тоже называются равносильными [Кос, 2017]. Иными словами, если неравенства равносильны и имеют решения, то любое решение первого будет являться и решением второго. Ни одно из равносильных неравенств не имеет решений, не являющихся решениями других, равносильных ему неравенств.

Пример. Даны три равносильных неравенства: $x > 2$; $2 \cdot x : 2 > 2$ и $x > 3 - 1$. В самом деле, множества решений этих неравенств одинаковые, решение каждого их них – числовой промежуток $(2, \ +\infty)$.

Неравенства $x^6 \leq -2$ и $|x+7| < 0$ являются равносильными, поскольку оба не имеют решений.

Неравенства $x > 3$ и $x \geq 3$ – не равносильные: $x = 3$ служит решением второго из этих равенств, но не служит решением первого.

Равносильное преобразование неравенства – это замена исходного неравенства равносильным ему, т.е. таким, которое имеет то же множество решений. Сами действия, приводящие к равносильному неравенству, тоже называют равносильными преобразованиями. Равносильные преобразования дают возможность находить решения неравенств, преобразуя заданное неравенство в равносильное ему, но более простое и удобное для решения. Итак, перечислим основные виды равносильных преобразований неравенств.

1. Замена выражений в обеих частях неравенства тождественно равными выражениями на области допустимых значений (ОДЗ) переменных заданного неравенства.

Пример 1. Рассмотрим неравенство $x > 2 + 6$. В правой части возможно заменить сумму значением так, чтобы получилось равносильное неравенство $x > 8$.

Пример 2. $3 \cdot (x + 1) - 2 \cdot x + 11 \leq 2 \cdot y + 3 \cdot (y + 1) + x$, в обоих частях неравенства мы раскроем скобки и приведем подобные слагаемые, получив в итоге равносильное неравенство $x + 14 \leq 5 \cdot y + 3 + x$. Если детально разобрать наши действия, то мы заменили левую часть данного неравенства тождественно равным ей выражением $x+14$, а правую часть – тождественно равным ей выражением $5 \cdot y+3+x$ на области допустимых значений переменных x и y заданного неравенства.

2. Прибавление или вычитание из обеих частей неравенства одного и того же числа.

Пример 3. Исходному неравенству $x < 7$ будет равносильно неравенство $x + (12 \cdot x - 1) < 7 + (12 \cdot x - 1)$.

3. Указанные выше равносильные преобразования дают как следствие еще одно действие, пожалуй, основное в процессе преобразования неравенств: перенос любого слагаемого из одной части неравенства в другую с противоположным знаком.

Пример 4. Исходному неравенству $3 \cdot x - 5 \cdot y > 12$ равносильно неравенство $3 \cdot x > 12 + 5 \cdot y$.

4. Умножение или деление обеих частей неравенства на одно и то же положительное число. А также, умножив (или разделив) обе части неравенства на одно и то же отрицательное число, поменяв при этом знак неравенства на противоположный (< на >, > на <, ≤ на ≥, а ≥ на ≤), получим равносильное неравенство.

Пример 5. Задано неравенство $2 \cdot x \leq 5$. Умножим его левую и правую части на положительное число 3, что даст нам равносильное неравенство $6 \cdot x \leq 15$.

Пример 6. Задано неравенство $-23 \cdot z < 1$. Разделим левую и правую его части на отрицательное число −23, сменив знак неравенства. Получим неравенство $z > -112$, равносильное данному.

Расширим и это свойство неравенств:

А) умножив обе части заданного неравенства на одно и то же выражение, положительное при любых значениях переменных из ОДЗ заданного неравенства, не изменяющее ОДЗ, получим равносильное неравенство;

Б) умножив обе части неравенства на одно и то же выражение, отрицательное при любых значениях переменных из ОДЗ заданного неравенства и не изменяющее ОДЗ, а также изменив знак равенства на противоположный, получим равносильное неравенство.

Пример 7. Задано неравенство $x > 1$. Умножим его правую и левую части на выражение $x^2 + 1$, положительное на всей ОДЗ, и получим равносильное неравенство $x \cdot (x^2 + 1) > 1 \cdot (x^2 + 1)$.

Таким образом, эквивалентные неравенства, производимые путем равносильных преобразований, как ни странно, разнятся с исходными, первичными неравенствами: это опосредовано специфическим восприятием учащимися значений, имеющих разную логическую структуру. Более простые и понятные записи воспринимаются школьниками гораздо лучше, что позволяют определить путь решения быстрее − благодаря своему виду.

Библиографический список

1. Кос К., Кос В. Равносильные неравенства. Равносильные преобразования неравенств [Электронный ресурс]. URL: http://cos-cos.ru/math/148 (дата обращения: 27.03.19).

ГРАФ КАК ИНСТРУМЕНТ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ

Д.И. Кабакова, К.С. Фирюлина
Научный руководитель ***И.В. Хотенко,***
учитель математики
Школа № 150, г. Красноярск

Приведены базовые определения теории графов, выявлены наиболее популярные дисциплины, где они используются. Подробно, с иллюстрацией рассмотрена задача на построение графа, выявление упорядоченной последовательности чисел. Самостоятельно составлена и решена задача про одноклассников, наглядно показывающая возможность применения графа в нашей жизни. Сформулирован вывод о том, что данная тема довольно многогранна и интересна, но фактически не рассмотрена в основном курсе математики.
Ключевые слова: математика, граф, вершины графа, ребра графа, требуемые условия, возможные варианты.

На уроках математики мы часто делаем таблицы, схемы, чертежи, но недавно мы столкнулись с необычным математическим инструментом для решения задач – графом.

Теория графов в настоящее время является интенсивно развивающимся разделом математики. Это объясняется тем, что в виде графовых моделей описываются многие объекты и ситуации, что очень важно для нормального функционирования общественной жизни [Ефремова, 2019]. Анализируя различные материалы по выбранной теме, мы выяснили, что графы используются в разных предметных областях: в информатике, в химии, в биологии и даже некоторые структурные единицы сети интернет выстроены с использованием соответствующего графа.

Нам стало интересно, сможем ли мы разобраться с такой необычной темой. Графом на плоскости называют несколько точек, некоторые из которых соединены линиями. Эти точки называют вершинами графа, а линии – ребрами. Если в вершине сходится четное число ребер, то вершина называется четной, если нечетное – нечетной. Вообще говоря, изначально теория графов рассматривалась как часть геометрии, но довольно быстро стала самостоятельным направлением математики [Мардахаева, 2012]. После того как мы овладели основными понятиями, решили рассмотреть следующую задачу: можно ли выписать в ряд цифры от 0 до 9 так, чтобы сумма любых двух рядом стоящих цифр делилась либо на 5, либо на 7, либо на 13? Мы решили задачу новым для нас математическим инструментом. Построили граф, приняв за вершины каждую из данных цифр, и соединили разноцветными ребрами каждые две из них, отвечающие заданным условиям (рис. 1) [Гусев, 2014].

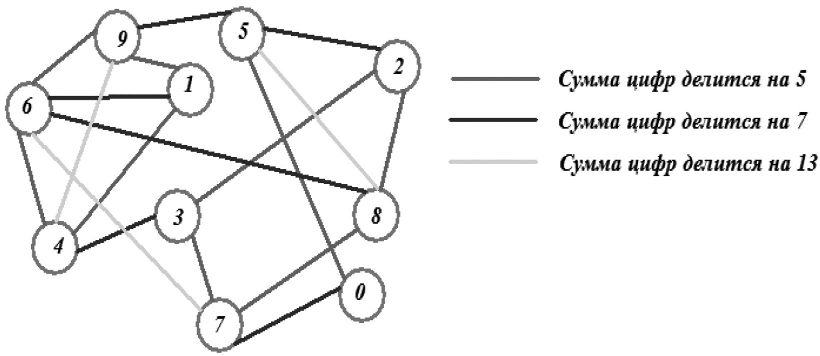


Рис. 1. Граф решения задачи на делимость

Таким образом, граф дает нам возможность выявить возможные варианты требуемой последовательности цифр, например:

6 – 1 – 9 – 4 – 3 – 2 – 8 – 7 – 0 – 5.

Мы решили сами придумать задачу про нас и наших одноклассников. В нашем классе есть ребята, которые очень любят велопрогулки. Некоторые из них знают номера телефонов друг друга. У Ксюши есть номер Ислама, у Павла номер Вероники, у Глеба номер Даши, у Агаверда номер Паши, у Богдана номер Глеба, у Даши номер Богдана, у Глеба номер Ислама и у Агаверда номер Вероники. А) может ли Ксения каким-то образом пригласить на велопрогулку Дарью? б) может ли Дарья договориться о прогулке с Вероникой?

Построим граф, обозначим вершины по первой букве имени каждого из одноклассников, а ребрами соединим тех ребят, чьи номера телефонов известны, получим (рис. 2):

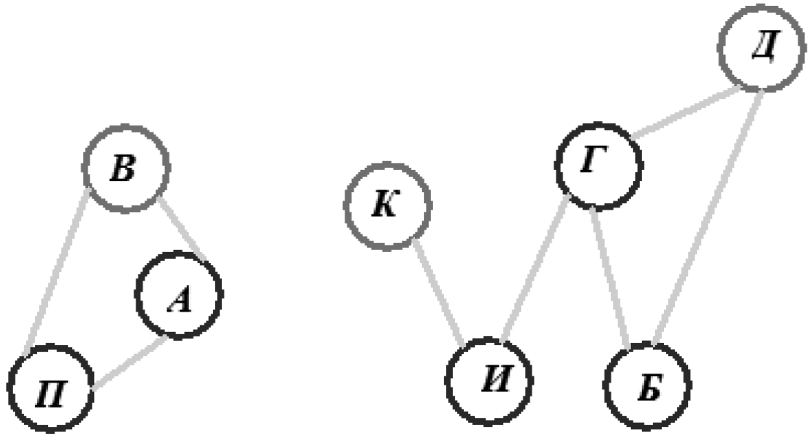


Рис. 2. Граф для решения задачи о телефонах

Из получившейся иллюстрации видно, что через своих одноклассников Ксения действительно может позвать Дарью на велопрогулку, а вот Даше договориться с Вероникой не получится.

Оказалось, что повседневные ситуации вполне можно описать при помощи графа и довольно легко найти ответ на логически сформулированный вопрос. Нам кажется данная тема довольно интересна для изучения, при решении заданий мы тренируем как логическое мышление, так и внимание, к сожалению, в основном курсе математики графы практически не рассматривают.

Библиографический список

1. Гусев А.А. Математический кружок. 6 класс. М.: Мнемозина, 2014.
2. Ефремова С.Д. Старт в науке [Электронный ресурс]. URL: https://school-science.ru (дата обращения: 27.03.2019).
3. Мардахаева Е.Л. Занятия математического кружка. 5 класс. М.: Мнемозина, 2012.

ГЕОГРАФИЯ ЧИСЛОВОЙ ИНФОРМАЦИИ В РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

Д.В. Кудряшова
Научный руководитель ***Т.В. Кузьмина,***
учитель математики
Лицей № 6 «Перспектива», г. Красноярск

В статье описывается зарождение различных систем счисления. Географически представлена информация о различных системах счисления.
Ключевые слова: система счисления, позиционная система счисления, непозиционная система счисления, десятичная система счисления, алфавитная запись чисел.

«Все есть число», – говорили пифагорийцы – ученики древнегреческого математика Пифагора. Из-за сходства многих предметов внешнего мира возникла потребность их сосчитать. У народов в древности были разные представления чисел и цифр. Для запоминания чисел первобытные люди пользовались зарубками на деревьях и узлами на веревках. С развитием производства и культуры, когда было нужно записывать большие числа, люди начали изобретать системы счисления.

Меня заинтересовало зарождение различных систем счисления. Я решила выяснить, как бы выглядила числовая информация обо мне в этих системах счисления.

Система счисления – это способ записи чисел с помощью цифр. Позиционная система (мультипликативная – для представления числа используется умножение всех цифр) – значение каждой цифры зависит от ее положения (места, позиции) в записи числа (Вавилонская, Др. Китай, Майя, Арабская). В непозиционных системах (аддитивные – сложение) значение каждой цифры не зависит от ее положения в записи числа (Египетская, Греческая, Еврейская, Римская, Кириллическая).

Двоичной системой счисления пользовались некоторые первобытные племена в Африке, Австралии и Южной Америке. Для изображения чисел в двоичной системе требуется лишь две цифры: 0 и 1. У некоторых африканских племен была распространена пятеричная система счисления: при счете они пользовались лишь пятью пальцами одной руки, считали пятками.

Древнеегипетская система счисления зародилась 5000 лет назад (30 век до н.э.). В этой системе цифрами являлись иероглифы, они обозначали числа 1, 10, 100 и так до миллиона. Если нужно изобразить несколько десятков, то иероглиф повторяли нужное количество раз. Числа могли записываться справа налево или слева направо и даже вертикально.

Шестидесятеричная система счисления вавилонян возникла за 2000 лет до н.э. (21 век до н.э.). Все числа от 1 до 59 записывали только двумя клиньями (▼ – 1 и ◄ – 10). Знаки имели клинообразный вид, так как вавилоняне писали на глиняных табличках палочками треугольной формы. Эти знаки повторялись нужное число раз. Числа больше 60 записывались по разрядам, с небольшими пробелами между ними. Сначала нуля не было. Лишь в 5 веке до н.э. был введен особый знак – наклонный клин, игравший роль нуля. Следы этой системы счисления сохранились до наших дней, так: 1 час = 60 минут, окружность делится на 360 градусов [Системы счисления, 2019].

Система счисления Древнего Китая одна из старейших и самых прогрессивных, т.к. в нее заложены такие же принципы, как и в современную «арабскую». Возникла 4000 лет назад. Числа записывались слева направо. Лишь в XIV веке н.э. был введен знак для пустого разряда – кружок – аналог нашего нуля (десятичная система).

Индейцы племени Майя (конец XV века н.э.) пользовались двадцатеричной системой (основание 20). Эта система применялась для календарных расчетов и астрономических наблюдений. Характерной особенностью было наличие нуля – изображение ракушки. Цифры конструировались из знака единицы (точка) и знака пятерки (горизонтальная черта). Записывались числа столбиком, в результате получалась «этажерка» с полками [Бингхэм, Чандлер, Кларк, 2007].

Ацтеки в XIV–XVI веках н.э. использовали двадцатеричную систему счисления. Цифры записывались в виде рядов точек. Такая система была достаточной для записи дат календаря. Позже в связи с необходимостью записи данных о количестве дани были введены символы для обозначения чисел: 20 (флаг), 400 (перо) и 8000 (мешок, полный зерна). Эта система счисления была неудобной: цифры приходилось повторять много раз, их ряды были похожи на иероглифы.

Греческая система счисления возникла в 4 веке до н.э. Здесь использовалась алфавитная запись чисел, в качестве символов употребляли буквы классического греческого алфавита.

Еврейская система счисления в качестве цифр использует 22 буквы еврейского алфавита. Алфавитные обозначения чисел были заимствованы евреями у древних греков. Ноль отсутствует. Еврейские числа записываются справа налево, в порядке убывания разрядов; перед последней (левой) буквой ставится двойная кавычка – гершаим. Числа, превосходящие 400, записывались путем комбинации: например, число 500 обозначалось символами, соответствующими числам 400 и 100. Позднее для обозначения чисел, превосходящих 400, использовались другие символы.

Римская система широко применяется в наше время для обозначений столетий, нумерации глав в книгах. Для записи используются изображения семи чисел.

Кириллическая система счисления – система счисления Древней Руси, основанная на алфавитной записи чисел с использованием кириллицы или глаголицы. Использовалась в России до начала XVIII века, затем была заменена на арабскую систему. В настоящее время используется в книгах на церковнославянском языке. Чтобы различать буквы и цифры, над числами ставился специальный знак – титло (~). Большинство букв древнерусского алфавита имели числовое соответствие. Так, буква «Аз» означала «один», «Веди» – «два» и т.д. Числа писались и произносились слева направо. По такому же принципу строилась глаголическая система счисления, в которой использовались буквы глаголицы [Энциклопедия, 2002].

Современную систему обозначения чисел называют арабской. Она используется в большинстве стран для записи чисел в десятичной системе счисления. Арабские цифры возникли в Индии не позднее 5 века н.э. Это видоизмененные индийские цифры, приспособленные к арабскому письму.

Итак, я изобразила карту мира, где наглядно видно, в каких уголках нашей планеты зародились различные системы счисления. На отдельных карточках я подготовила таблицы по каждой системе счисления и числовые данные обо мне в этих системах счисления, сопоставила данные на карточках с географической картой (рис.).

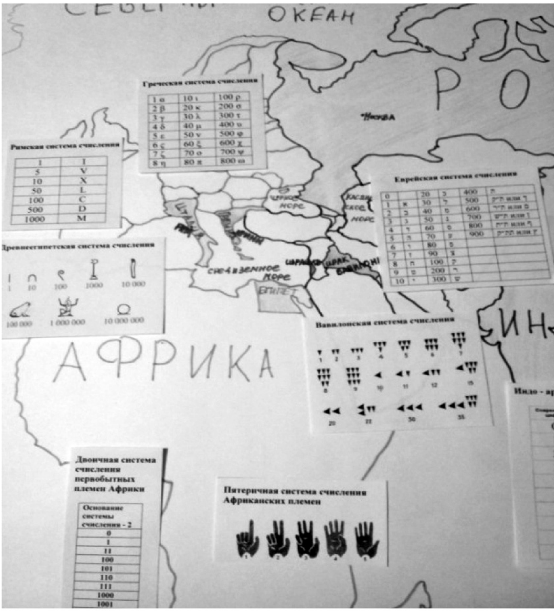


Рис. Сопоставление данных о различных системах счисления с географической картой

Библиографический список

1. Бингхэм Дж., Чандлер Ф., Кларк Ф. Большая книга знаний. М.: Росмэн-Пресс, 2007.
2. Системы счисления. [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Система_счисления (дата обращения: 10.03.2019).
3. Энциклопедия для детей. Т. 11. Математика. М.: Аванта+, 2002.

ЧИСЛОВЫЕ ПАЛИНДРОМЫ

И.Д. Куслин
Научный руководитель ***Н.А. Матвеева,***
учитель математики
Красноярский кадетский корпус им. А.И. Лебедя

В работе рассматривается понятие числового палиндрома и некоторые его свойства. Также представлены числовые конструкторы из чисел палиндромов различного уровня сложности.
Ключевые слова: палиндром, числовой палиндром, свойства палиндромов, числовой конструктор.

М. Гарднер пишет: «Палиндромы издавна интересовали тех, кто любит играть со словами и числами, возможно, из-за доставляемого глубокого эстетического удовольствия от симметрии, которой обладают». В переводе с греческого палиндром – «бегущий вспять» [Карпушина, 2013]. Палиндром – число, буквосочетание, слово или текст, одинаково читающееся в обоих направлениях. Числовой палиндром – это натуральное число, которое читается слева направо и справа налево одинаково. Иначе говоря, отличается симметрией записи (расположения цифр), причем число знаков может быть как четным, так и нечетным.

Примерами являются все однозначные числа, двузначные вида $\alpha\alpha$, такие как 55 и 99, трехзначные числа вида $\alpha\beta\alpha$, например 101 и т.д.

Во многих исследованиях обнаруживаются и анализируются числа, которые получили название «чисел-палиндромов». Это, по всей видимости, повелось от известных игр со словами-палиндромами, а может быть, все-таки первичными были именно числовые игры. В любом случае, изучение этих явлений на числах выглядит более ярко и завораживающе. Каждый раз возникает чувство удивления в связи с теми обнаруживаемыми закономерностями, которые связывают числа-палиндромы.

Иногда кажется всего десять цифр, а понять все закономерности, тайны числовых преобразований, способ, которым одни сочетания цифр вдруг превращаются в иные сочетания, мы не можем уже многие столетия. Палиндромические числа не просто красивы, у них есть еще ряд замечательных свойств.

1. Все однозначные числа являются палиндромами.

2. 26 – наименьшее число, не являющееся палиндромом, квадрат которого палиндром: $26^2 = 676$.

3. Пары чисел 13 – 31 и 113 – 311 при возведении в квадрат дают также пары палиндромов: 169 – 961 и 12769 – 96721.

4. Возьмем любое число и запишем его в обратном порядке. При суммировании таких чисел рано или поздно получим палиндром:

1) $3724 + 4273 = 7997$;

2) $1433 + 3341 = 4774$.

Из простых чисел-палиндромов, располагая их определенным образом, можно составить симметричные фигуры, отличающиеся оригинальным рисунком из повторяющихся цифр (рис. 1–3).

911090119
9110119
91019
191
19991
9919199
919191919

Рис. 1

3103013103013
31030303013
310131013
3103013
31013
313
3

Рис. 2

3
131
13331
1333331
13331113331
133111331
113111311
131111131
1133331333311
133133111331331
13311131113111331

Рис. 3

Если вооружиться таблицей простых чисел и воображением, как сделали мы, то можно получить следующие палиндромические фигуры.

			1		
		1	6	1	
	1	0	5	0	1
	1	2	6	2	1
1	1	2	5	2	1
	1	0	6	0	1
		1	1	1	

Рис. 4

			1		
		1	0	1	
	1	0	2	0	1
1	0	2	3	2	0
1	2	3	6	3	2
1	0	2	3	2	0
	1	0	2	0	1
		1	0	1	
			1		

Рис. 5

Сложность фигуры может ограничиваться лишь только нашей фантазией. Сочетая простые правила составления рисунков, можно создать снежинки (рис. 6), кораблики (рис. 7) и прочие объекты.

				1				
			1	0	1			
				1				
	1			1			1	
1	0	1	1	0	1	1	0	1
	1			1			1	
				1				
			1	0	1			
				1				

Рис. 6

						3					3			
					1	3	1			1	3	1		
				1	3	3	1		1	3	3	1		
			1	3	1	3	1	1	3	1	3	1		
						3					3			
						3					3			
1	2	0	3	4	5	3	7	3	5	4	3	0	2	1
	1	3	3	4	5	3	7	3	5	4	3	3	1	
		1	3	4	5	3	7	3	5	4	3	1		

Рис. 7

Также можно создавать геометрические фигуры, пронизанные вдоль и поперек палиндромами (рис. 8–9).

7	7	7	8	7	8	7	7
7	5	5	6	5	6	5	5
7	5	3	4	3	4	3	5
8	6	4	1	1	1	4	6
7	5	3	1	0	1	3	5
8	6	4	1	1	1	4	6
7	5	3	4	3	4	3	5
7	5	5	6	5	6	5	5
7	7	7	8	7	8	7	7

Рис. 8

2
30203
133020331
1713302033171
12171330203317121
151217133020331712151
1815121713302033171215181
16181512171330203317121518161
331618151217133020331712151816133
9333161815121713302033171215181613339
11933316181512171330203317121518161333911

Рис. 9

В заключение отметим, что умение замечать числа-палиндромы, их свойства дают возможность о многом задуматься и заняться подробным изучением других не менее интересных чисел. Эти факторы расширяют кругозор учащихся, пробуждают интерес к изучению предмета.

Библиографический список

1. Карпушина Н.М. Вне формата. Занимательная математика: гимнастика для ума или искусство удивлять. М.: Наука и жизнь, 2013.
2. Найфонова З.А. Числа-палиндромы [Электронный ресурс]. URL: http://pglu.ru/upload/iblock/7ca/42.pdf (дата обращения: 27.03.19).

РАЗЛИЧНЫЕ СПОСОБЫ УМНОЖЕНИЯ – ВЫБИРАЕМ НАИБОЛЕЕ УДОБНЫЙ

И.А. Лагутин
Научные руководители ***В.А. Масленкова, Я.А. Бондарева,***
учителя математики
Лицей № 2, г. Красноярск

Рассматриваются различные способы умножения, проводится анализ рациональности использования этих способов в жизни и на уроках математики.

Ключевые слова: умножение, способы умножения, графические способы умножения, старинные способы умножения.

В современной жизни каждому человеку часто приходится выполнять огромное количество расчетов и вычислений. Те способы вычислений, которыми мы пользуемся сейчас, не всегда были так просты и удобны. В старину пользовались более громоздкими и медленными приемами. Особенно трудны в старину были действия умножения и деления. Тогда не существовало одного выработанного практикой приема для каждого действия. Существует множество различных интересных и доступных методов умножения. В данной статье рассмотрим некоторые из них [Олехник, Нестеренко, Потапов, 1985].

I. Итальянское умножение «решеткой»

Этим способом пользовались еще в древности, в Средние века он широко распространился на Востоке, а в эпоху Возрождения – в Европе. Способ решетки именовали также индийским, мусульманским или «умножением в клеточку». А в Италии его называли «джелозия», или «решетчатое умножение». Суть этого способа умножения поясним на примере. Вычислим произведение 296 и 73.

1. Нарисуем таблицу с квадратными клетками, в которой будет три столбца и две строки, – по количеству цифр в множителях (табл. 1).

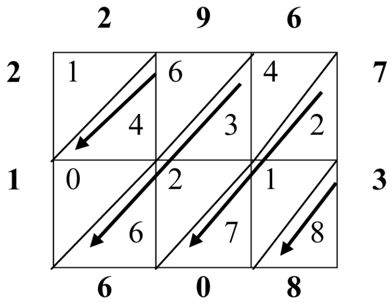
2. Разделим клетки пополам по диагонали.

3. Над таблицей запишем число 296, а с правой стороны вертикально число 73.

4. Перемножим каждую цифру первого числа с каждой цифрой второго и запишем произведения в соответствующие клетки, располагая десятки над диагональю, а единицы под ней. Цифры искомого произведения получим сложением цифр в косых полосах. При этом будем двигаться по часовой стрелке, начиная с правой нижней клетки: 8, 2 + 1 + 7 и т.д. Запишем результаты под таблицей, а также слева от нее. (Если при сложении получится двузначная сумма, укажем только единицы, а десятки прибавим к сумме цифр из следующей полосы). Получим 21 608.

Таблица 1

Графический способ умножения



II. Графический способ умножения

Происхождение графического способа умножения неизвестно – утверждают, что его придумали японцы, китайцы или арии. В основе этого метода лежит стандартный способ перемножения чисел, но он представлен в наглядной (графической) форме. Суть этого способа умножения поясним на примере. Вычислим произведение 32 и 21.

1. На листе бумаги поочередно рисуем наклонные линии, по количеству десятков и единиц в умножаемых числах.

2. Первый множитель рисуется с левым уклоном, второй с правым, десятки левее, а единицы правее (рис. 1).

3. Отделяем самые левые пересечения.

4. Отделяем самые правые пересечения.

5. И остается середина.

6. Считаем количество точек на пересечениях и записываем результат: сотни (самая левая группа точек), десятки (точки, оставшиеся в середине) и единицы (группа точек, расположенных правее).

7. Записываем ответ (слева направо): 672.

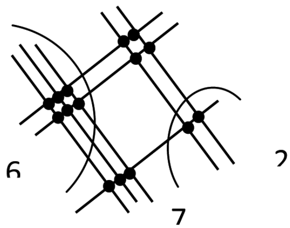


Рис. 1. Графический способ умножения

III. Умножение «крестиком»

В одной старинной русской рукописи описывается интересный прием «умножения крестиком», применявшийся еще в Древней Индии под названием «молниеносного». Рассмотрим на примере: найдем произведение чисел 24 и 32.

1. Записываем числа следующим образом:

$$\begin{array}{cc} 2 & 4 \\ & \cdot \\ 3 & 2 \end{array}$$

2. Последовательно производим следующие действия:

$4 \cdot 2 = 8$ – это последняя цифра результата;

$2 \cdot 2 = 4$; $4 \cdot 3 = 12$; $4 + 12 = 16$;

6 – предпоследняя цифра в ответе (единицу запоминаем);

$2 \cdot 3 = 6$, $6 + 1 = 7$ – это первая цифра в ответе.

Получается число 768.

IV. Русский способ умножения

Этот способ не похож на школьные приемы [Корнеев, 2019]. Русский способ умножения использовали в обиходе великорусских крестьян и унаследован ими от глубокой древности. Суть способа заключается в том, что умножение двух любых чисел сводится к ряду последовательных делений одного числа пополам при одновременном удвоении другого числа.

Например, найдем произведение чисел 32 и 13.

$32 \cdot 13$
$16 \cdot 26$
$8 \cdot 52$
$4 \cdot 104$
$2 \cdot 208$
$1 \cdot 416$

Деление пополам продолжают до тех пор, пока в частном не получится 1, параллельно удваивая другое число. Последнее удвоенное число и дает искомый результат. Нетрудно понять, на чем этот способ основан: произведение не изменяется, если один множитель уменьшить вдвое, а другой вдвое же увеличить.

Изучив различные способы умножения, мы провели эксперимент, в ходе которого выяснилось, с помощью какого способа можно наиболее удобно и быстро выполнить вычисление. С помощью секундомера установили, сколько времени затрачивается на решение примера (34 42) каждым рассматриваемым способом. Результаты эксперимента представлены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты эксперимента

№	Способ умножения	Время (в секундах)
1.	Итальянский способ умножения	14 секунд
2.	Графический способ умножения	21 секунда
3.	Умножение «крестиком»	14 секунд
4.	Русский способ умножения	16 секунд
5.	Вычисление столбиком	16 секунд

Основываясь на результатах эксперимента, наиболее удобными и «быстрыми» способами оказались «умножение крестиком» и «итальянский способ». При этом привычное нам вычисление в столбик оказалось медленнее на 2 секунды.

Библиографический список

1. Корнеев А.А. Феномен русского умножения. История [Электронный ресурс]. URL: http://numbernautics.ru/ (дата обращения: 13.03.19).
2. Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В., Потапов М.К. Старинные занимательные задачи. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. 160 с.

«СЕРЕБРЯНОЕ СЕЧЕНИЕ» В КРАСНОЯРСКЕ

Е.А. Лопасова, К.С. Романова

Научный руководитель ***Е.А. Солдатова****,*

учитель математики

Школа № 72 им. М.Н. Толстихина, г. Красноярск

В статье представлены примеры «серебряного сечения» и его присутствия в архитектурных строениях г. Красноярска, в картинах красноярских художников, в литературных произведениях красноярских поэтов. Показана гармония серебряных пропорций в произведениях искусства наших земляков.

Ключевые слова: «серебряное сечение», отношение величин, серебряная пропорция, красота, гармония.

О зрительных способностях человека выделять гармоничное известно давно. При этом правое полушарие отдает предпочтение пропорциям «золотого сечения», левое полушарие отходит от пропорций золотого сечения и вытягивает рисунок. Такой вытянутый рисунок представляет собой «серебряное сечение». «Серебряное сечение» – это геометрическое соотношение двух величин, приближенно равное либо 2,41, либо 3,14 и выделяемое эстетически.

С одной стороны, считают, что две величины находятся в «серебряном сечении», если отношение суммы меньшей и удвоенной большей величины к большей то же самое, что и отношение большей величины к меньшей [1; 2]. В этом случае, «серебряное сечение» – число, приблизительно равное 2,41. Соотношение, описанное в определении выше, записывается алгебраически так: $\boldsymbol{(b+2a)/a = a/b}$. Коэффициент «серебряного сечения» равен 2,41. Коэффициент «серебряного сечения» можно найти еще другим способом, как отношение длины окружности ее диаметру, оно равно 3,14.

Для исследования архитектурных строений нашего города предположили, что примеры «серебряного сечения» можно найти в храмах, церквях, а также в известных каждому красноярцу городских постройках.

Например, нашли пропорции «серебряного сечения» в кафедральном соборе Покрова Пресвятой Богородицы (рис. 1). Высота большого и малого барабанов к их ширине находятся в отношении «серебряного сечения».

Рис. 1. Пропорции «серебряного сечения» в кафедральном соборе Покрова Пресвятой Богородицы

Очень нарядно среди деревянных построек смотрится церковь иконы Божией Матери Всецарица (рис. 2). Интересно ее архитектурное решение, оно основано на «серебряном сечении». Фасады с четырех сторон украшают кокошники с оконцами. Высота шестигранного барабана второго уровня и высота фасада находятся в отношении 3,14, в таком же отношении находятся высота крыши к высоте верхнего купола. Кокошник, украшающий вход в церковь, тоже пропорционален в отношении 3,14.

Рис. 2. Церковь иконы Божией Матери Всецарица

Рис. 3. Красноярская часовня Святой Великомученицы Параскевы Пятницы

Символ Красноярска часовня Святой Великомученицы Параскевы Пятницы представляет собой восьмигранную кирпичную башню в древнерусском стиле (рис. 3). Расположена на Караульной горе. Это первый мемориальный памятник города. «Серебряное сечение» можно увидеть в отношении высоты от основания до карниза к высоте от карниза до основания креста на куполе, также расстояние от нижней части слуховых окон на шатровом покрытии до основания купола относится к высоте купола, как 2,41. Украшением нашего города является новый железнодорожный вокзал (рис. 4).

В нарядном фасаде вокзала можно увидеть «серебряное сечение», это отношение высоты центральной части здания до купола к высоте шпиля. В симметричных пристройках просматриваются серебряные прямоугольники с отношением 1: π. В привокзальных зданиях, создающих общую композицию, тоже можно увидеть прямоугольники «серебряного сечения», но в отношении 1:

2,41. Уникальность привокзальной площади придает скульптурная композиция. Это фигура льва, установленная на 16-метровой стеле. Лев с серпом и лопатой – геральдический символ Красноярска. В этой скульптуре также можно просчитать «серебряное сечение» 1: π. Высота льва на подставке, так относится к высоте стелы, как длина столба к высоте постамента.

Рис. 4. Красноярский железнодорожный вокзал

«Серебряное сечение» можно найти и в произведениях красноярских художников и поэтов. Один из известных красноярских художников Борис Яковлевич Ряузов (1919–1994) писал сибирские пейзажи, на его картинах природа оживает. На картине «Морозец» чувствуется морозный туман, холодный воздух окутывает лицо (рис. 5). В точке «серебряного сечения» привлекает внимание занесенный снегом дом, в окнах горит свет. Там тепло, там люди, там жизнь.

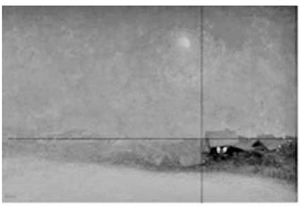


Рис. 5. «Морозец»

Рис. 5. «Горные кедры»

Рис. 5. «Пещера Хайси»

Все величие и разнообразие сибирской природы отразилось в картинах художника Тойво Ряннеля (1921–1998). Картина «Горные кедры» стала своеобразным символом красноярской школы пейзажа (рис. 6). В точках «серебряного сечения» мощь и сила сибирских кедров. Картине «Горные кедры» посвятил свои стихи сибирский поэт Казимир Лисовский:

Насквозь исхлестанные ветром,
Косыми прутьями дождя,
Стоят **величественно** кедры,
Корнями в скалы уходя.
Стоят на горном перевале,
Стоят всем вьюгам **вопреки**!
Стоят и их никто не свалит,
На то они сибиряки!

Пейзаж картины «Пещера Хайси» загадочен, перед силою пещеры отступают деревья (рис. 7). В узлах «серебряного сечения» лучи солнца словно импульсы отдают тепло, свет. Утес попадает в точку «серебряного сечения» неслучайно. Художник видит мужество природы и подтверждает это поэтическими строчками [3]:

…Художник я, с богами вровень,
Здесь, над горной высотой,
В родстве **с гармонией суровой**
Я властвую над красотой…

Тойво Ряннель сочинил стихи под впечатлением верхнеенисейского водопада, там, где могучая река Енисей начинает свое рождение.

Рождение Енисея

В таежной дали непролазной,
Где сказкой кажется заря,
В кругу богов мы правим праздник
Рождения богатыря.
Салют! И троекратный выстрел
Встречает громом водопад,
Гудит, гудит на горной выси
Лавинным грохотом раскат.
Вот так, торжественно и просто,
Бросая брызги в облака,
Здесь набирается упорства
В борьбе рожденная река.
В каком порыве постоянном,

С какою собранностью всей
Штурмует гордые Саяны
Неукротимый Енисей!

Подсчитывается общее количество слов в стихотворении, делится на коэффициент «серебряного сечения», полученный результат отсчитывается с начала или конца стиха, находится ударное слово, в нем главный смысл. В словах, вычисленных с помощью «серебряного сечения», слышится шум, неукротимость, сила, торжественность.

Великие гении не вычисляют «серебряные сечения», они о них совсем и не думают. Значит, «серебряное сечение» не нуждается в том, чтобы художники, архитекторы, поэты сознательно поклонялись «серебру». Достаточно, чтобы они поклонялись красоте и воспевали ее в своих творениях.

Библиографический список

1. Проблемно ориентированная информационная система по теории чисел [Электронный ресурс]. URL: http://poivs.tsput.ru/ru (дата обращения: 27.03.2019).
2. Чернов А. Ключи от Парфенона [Электронный ресурс]. URL: http://chernov-trezin.narod.ru/ZS (дата обращения: 27.03.2019).
3. Художественный мир Сибири [Электронный ресурс]. URL: http://museumsrussian.blogspot.ru (дата обращения: 27.03.2019).

ЛЕОНТИЙ ФИЛИППОВИЧ МАГНИЦКИЙ И ЕГО АРИФМЕТИКА

К.В. Лужникова, К.В. Хачатрян
*Научный руководитель **Ю.Е. Зонненберг**,*
учитель математики
Школа № 144, г. Красноярск

Выбранная тема обусловливается возможностью знакомства с первым российским учебником по математике, историей его создания, выявления исторической зависимости его появления и влияния на развитие математической науки в России. В статье описывается содержание арифметики великого русского математика Л.Ф. Магницкого.

Ключевые слова: арифметика, математика.

Леонтий Филиппович Магницкий (1669–1742) – русский математик, педагог. С 1701 г. и до конца жизни преподавал математику в школе математических и навигационных наук. «Магницкий» – псевдоним, который придумал для него Петр I. Распутывая трудности, возникшие при создании Навигационной школы – первого в России технического учебного заведения, Петр I пришел в восторг от разговора с этим молодым соотечественником и сравнил его с магнитом, притягивающим к себе разнообразные знания и нужных людей.

В 1703 г. вышло первое русское печатное руководство под длинным заглавием «Арифметика, сиречь наука числительная, с разных диалектов на словенский язык переведенная и во едино собрана и на две книги разделена… Сочинися книга чрез труды Леонтия Магницкого». В книге были сведения из механики, физики, гидравлики, метеорологии, навигации, корабельного дела и прочие, то есть научный материал, который имел исключительное значение для всего русского народа [Гаврин, Фрибус, 1994].

Рассмотрим одну из самых замечательных математических книг, созданных русскими авторами в течение XVIII в., т. е. «Арифметики» Магницкого, которая впервые была напечатана в 1703 г. в Москве и почти сразу после выхода в свет ставшей основным математическим учебником России на долгие годы.

В этой книге, помимо арифметических сведений, давались также значительные алгебраические, геометрические, тригонометрические, метеорологические, астрономические, а также навигационные сведения. Таким образом, произведение Магницкого являлось скорее энциклопедией математических знаний, чем простым учебником арифметики. На первой странице книги изображен дворец науки. На престоле сидит царевна «Арифметика», в ее правой руке символический ключ – это ключ ко всем знаниям. Без арифметики нет доступа к другим наукам. К познанию арифметики ведут пять ступеней: счисление, сложение, вычитание, умножение и деление [Нагибин, 1964].

В «Арифметике» Магницкого рассматривается пять действий: нумерация, сложение, вычитание, умножение и деление. Магницкий впервые ввел термины «множитель», «делитель», «произведение», «извлечение корня», изменил устаревшие слова «тьма, легион» словами «миллион, биллион, триллион, квадриллион». В «Арифметике» Магницкий впервые использует арабские цифры [Минковский, 1966; Олехник, Нестеренко, 1994].

В процессе работы над статьей мы выяснили, что в учебнике Магницкого использованы традиции русских математических рукописей, но в нем значительно улучшена система изложения материала: вводятся определения, осуществляется плавный переход к новому, появляются новые разделы, задачи, приводятся дополнительные сведения. Убедились, что «Арифметика» Магницкого сыграла большую роль в распространении математических знаний в России.

Библиографический список

1. Гаврин И.И., Фрибус Е.А. Старинные задачи. М.: Просвещение, 1994.
2. Минковский В.Л. За страницами учебника математики. М.: Просвещение, 1966.
3. Нагибин Ф.Ф. Математическая шкатулка. М.: Просвещение, 1964.
4. Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В., Потапов М.К. Старинные занимательные задачи. М.: Вита-Пресс, 1994.

ТАКОЙ ПРОСТОЙ И СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ

Н.Ю. Лукоянов, Е.О. Юсков

Научный руководитель ***И.В. Хотенко****,*

учитель математики

Школа № 150, г. Красноярск

Представлено определение и общепринятое обозначение процента. Приведены подробные примеры его употребления в повседневной жизни учащихся. Проведено исследование с целью выявления правильности

и осознанного употребления понятия процента учащимися шестого и десятого классов. Сформулирован вывод о необходимости и важности применения математических знаний на практике.
Ключевые слова: математика, процент, применение знаний, исследование, эффективность.

Каждый день мы посещаем школьные уроки, на которых нам рассказывают много разной информации, задают домашние задания. Часто нам кажется, что это пустая трата времени, ведь в повседневной жизни нам пригождается совсем ограниченное количество знаний, да и те мы изучили еще в начальной школе: читать умеем, складывать и вычитать тоже, зачем все усложнять? Где все это нам пригодится? С такими вопросами мы обратились к предмету, который каждый день есть в школьном расписании – к математике, ведь именно с ним иногда возникают особые трудности.

Одной из непонятных на первый взгляд тем, которая связана не только с цифрами и числами, но и с комбинациями преобразований, стала тема «Проценты». Понятие *процент* произошло от латинского «per cent», что в переводе означает «на сотню» [Ушаков, 1995]. Таким образом, процент – это сотая часть, представлен он знаком «%», используется для обозначения доли чего-либо по отношению к целому [Виленкин, 2016]. Определение не сложное, только что с того, что оно теперь нам знакомо? Мы решили в этом разобраться и устроили «поиск» процентов только не в учебнике или тетрадях, а в нашей реальной жизни.

После двухдневного «рейда» по поиску процентов мы выяснили, что в действительности он довольно распространен и указан в следующих категориях:

– продукты (молоко 3,2 %, сметана 20 %, масло 72,5 %, сыр 50 %, уксус 70 %, шоколад (содержание какао 75 %) и т.д.);

– одежда (на каждом фирменном наименовании указан состав изделия, например, хлопок 95 % и 5 % эластан);

– скидки в магазинах и прочих заведениях (скидка 25 % на весь товар в день рождения);

– заряд телефона, компьютера и другой техники (заряд смартфона составляет 55 %);

– процентная ставка (к примеру, ипотека под 8,5 % или вклад под 4 % годовых и т.д.);

– влажность воздуха (ежедневно слышим и видим в прогнозе погоды);

– состав парфюмерии, бытовой химии, лекарств и пр.

К нашему удивлению, оказалось, что процент в прямом смысле «окружает нас». И создается такое ощущение, что в его определении нам все понятно. Поэтому мы решили выяснить, насколько хорошо школьники умеют применять понятие процента в решении практических вопросов из повседневной жизни. Для этого мы составили задачу: «перед новым годом цена на путевку в Таиланд возросла на 20 %, а затем в преддверии 23 февраля началась акция и цена путевки снизилась на 20 %. Изменилась ли цена тура (в сравнении с первоначальной)? Данная задача была предложена для решения обучающимся шестого и десятого классов. Многие ответы были короткими: «нет, цена не изменилась». Из учеников десятого класса дали верный ответ – 50 %, а в шестом классе справились с заданием 48 % опрошенных. Можно сделать вывод, что осознанное применение понятия процента показали только половина школьников, вне зависимости от возраста.

Проведя исследование, мы пришли к выводу, что действительно пользоваться математическими знаниями мы умеем не всегда, и «заученные» правила не могут нам помочь, если мы их не способны применять к реальной жизни. Получается, что недостаточно уметь считать и знать таблицу умножения, чтобы эффективно использовать ресурсы, которыми мы располагаем. И карманные деньги можно использовать экономнее, если использовать математические знания.

Библиографический список

1. Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С., Шварцбурд С.И. Математика. 5 класс: учебник для общеобразоват. учреждений. М.: Мнемозина, 2016.
2. Ушаков Д.Н. Толковый словарь современного русского языка. М.: Аделант, 2013.

НЕСТАНДАРТНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В.С. Лыков, Д.П. Князева
Научный руководитель ***Ю.А. Цыбулько,***
учитель математики
Школа № 46, г. Красноярск

В статье рассматриваются нестандартные методы решения иррациональных уравнений с целью повышения уровня понимания и практической подготовки обучающихся 11 класса по математике.
Ключевые слова: иррациональные уравнения, методы решения, обучение математике, подготовка к ЕГЭ по математике.

Большинство заданий ЕГЭ по математике требуют от выпускников владения различными методами решения разного рода уравнений и их систем. Тема «Иррациональные уравнения» входит в состав обязательных тем школьного курса математики и включена в содержание итоговой государственной аттестации старшеклассников по математике. Актуальность статьи определяется значимостью темы «Иррациональные уравнения» в школьном курсе математики и вместе с тем нехваткой времени на рассмотрение нестандартных методов и подходов к решению иррациональных уравнений, которые встречаются в заданиях профильного ЕГЭ по математике.

В школьном курсе обучающиеся знакомятся в основном со следующими стандартными методами решения иррациональных уравнений: введение новой переменной, функционально-графический, возведения обеих частей уравнения в одну и ту же степень и т.д. [Мордкович, 2008].

Однако не каждое иррациональное уравнение можно сразу решить стандартным методом.

Так, например, чтобы решить иррациональное уравнение следующего вида: $2x+\sqrt{1-x}+1=\sqrt{x}+4\sqrt{x-x^2}$, стандартных методов недостаточно. На примере данного уравнения рассмотрим разнообразные нестандартные способы его решения.

1 способ

1) ОДЗ: $x \in [0;1]$.

2) Заменим выражения:

$2x = x + x = \sqrt{x^2} + \sqrt{x^2}$

$1 = (\sqrt{1-x})^2 + \sqrt{x}^2$, так как $(\sqrt{1-x})^2 = |1 - x| = 1 - x$ *с учетом ОДЗ.*

$4\sqrt{x - x^2} = 4\sqrt{x}\sqrt{(1-x)} = \sqrt{x}\sqrt{1-x} + 3\sqrt{x}\sqrt{1-x}$

3) Тогда уравнение примет вид:

$$\sqrt{x}^2+\sqrt{x}^2+\sqrt{1-x}+\sqrt{1-x}^2+\sqrt{x}^2 = \sqrt{x} + \sqrt{x}\sqrt{1-x} + 3\sqrt{x}\,\sqrt{1-x}$$

$$\sqrt{x}^2+\sqrt{x}^2+\sqrt{1-x}+\sqrt{1-x}^2+\sqrt{x}^2 - \sqrt{x} + \sqrt{x}\sqrt{1-x} + 3\sqrt{x}\,\sqrt{1-x} = 0$$

Разложим левую часть уравнения на множители, применяя метод группировки:

$$(\sqrt{x}^2+\sqrt{x}^2+\sqrt{x}^2-\sqrt{x}\sqrt{1-x}-\sqrt{x}) + (\sqrt{1-x}+\sqrt{1-x}^2 - 3\sqrt{x}\sqrt{1-x}) = 0$$

$$(3(\sqrt{x}^2) - \sqrt{x}\sqrt{1-x} - \sqrt{x}) - \sqrt{1-x}\,(-1-\sqrt{1-x}+3\sqrt{x})=0$$

$$\sqrt{x}(3\sqrt{x} - \sqrt{1-x} - 1) - \sqrt{1-x}\,(3\sqrt{x} - \sqrt{1-x} - 1)= 0$$

$$(3\sqrt{x}-\sqrt{1-x}-1)(\sqrt{x} - \sqrt{(1-x)}) = 0$$

4) Полученное уравнение равносильно совокупности двух уравнений:

$3\sqrt{x}-1=\sqrt{1-x}$ или $\sqrt{x}=\sqrt{1-x}$

ОДЗ: $3\sqrt{x}-1\geq 0$, $x\geq\frac{1}{9}$ $\qquad$ $x=1-x$, $\boldsymbol{x=0{,}5}$

$(3\sqrt{x}-1)^2=(\sqrt{1-x})^2$,

$9x-6\sqrt{x}+1=1-x$,

$9x+11+x=6\sqrt{x}$,

$10x=6\sqrt{x}$, $100x^2=36x$,

$100\,x^2-6x=0$, $x(100x-36)=0$,

x=0 (посторонний корень) или $\boldsymbol{x}$**=0,36**.

5) **Ответ: 0,5; 0,36**.

2 способ

1) ОДЗ: $x\in[0;1]$

2) Используем метод введения новой переменной:

Пусть $\sqrt{1-x}=\sin t$, тогда $1-x=\sin^2 t$, $-x=\sin^2 t-1$, $x=\cos^2 t$.

3) Исходное уравнение примет вид:

$$2\cos^2 t-4\cos t\sin t=\cos t\,(1+4\sin t),$$

$$2\cos^2 t-\cos t=4\cos t\sin t-\sin t,$$

$$\cos t\,(2\cos t-1)=\sin t\,(4\cos t-1),$$

$$2\cos^2 t+\sin t+\sin^2 t+\cos^2 t-\cos t-4\cos t\sin t=0,$$

$$(\sin^2 t-2\cos t\sin t+\cos^2 t)+(2\cos^2 t+\sin t-\cos t-2\sin t\cos t)=0,$$

$$(\sin t-\cos t)^2+(2\cos^2 t-\cos t)+(\sin t-2\sin t\cos t)=0,$$

$$(\sin t-\cos t)^2+\cos t\,(2\cos t-1)-\sin t\,(2\cos t-1)=0,$$

$$(\sin t-\cos t)^2+(2\cos t-1)(\cos t-\sin t)=0,$$

$$(\cos t-\sin t)\cdot(\cos t-\sin t+2\cos t-1)=0,$$

$$(\cos t-\sin t)\cdot(3\cos t-\sin t-1)=0.$$

Полученное уравнение равносильно совокупности двух уравнений:

cos t=sin t или 3 cos t – sin t – 1=0.

4) В каждом из полученных уравнений проведем обратную замену:

$\sqrt{x}=\sqrt{1-x}$ или $3\sqrt{x}-1=\sqrt{1-x}$

$x=1-x$ *ОДЗ:* $3\sqrt{x}-1\geq 0$; $x\in[0;1]$

$\boldsymbol{x}$**=0,5** $x=0$ (посторонний корень) или $\boldsymbol{x}$**=0,36**

5) Ответ: 0,5; 0,36.

На примере одного иррационального уравнения мы попытались показать применение не только стандартных, хорошо изученных методов (введение новой переменной, функционально-графический, возведения обеих частей уравнения в одну и ту же степень и т.д.), но и возможные нестандартные методы решения иррациональных уравнений. Рассмотрение подобных примеров на уроках математики в профильных классах активизирует учебно-познавательную деятельность обучающихся и способствует повышению качества предметной подготовки.

Библиографический список

1. Мордкович А.Г. и др. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс (профильный уровень): в 2 ч. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович, Л.О. Денищева, Л.И. Звавич и др.; под ред. А.Г. Мордковича. 2-е изд., доп. М.: Мнемозина, 2008. 264 с.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ФОКУСЫ

Ю.Е. Марач
Научный руководитель ***Ю.Е. Зонненберг,***
учитель математики
Школа № 144, г. Красноярск

Строгая, любящая точности математика иногда страшит нас, учеников своей точностью и правильностью. В своей работе хотим показать, что математика может быть интересной, познавательной и веселой, а иногда и смешной, ответив на вопрос: математические фокусы – это мистические способности или…?
Ключевые слова: математические фокусы, математика.

Миллионы людей во всех частях света увлекаются математическими фокусами, которые являются своеобразной формой демонстрации математических закономерностей. И это не удивительно. «Гимнастика ума» полезна в любом возрасте, она тренирует память, обостряет сообразительность, вырабатывает настойчивость, способность логически мыслить, анализировать и сопоставлять. Чем обоснован выбор именно математических фокусов?

Математические фокусы не требуют особенного реквизита, длительной тренировки, ловкости рук, они просты в исполнении. А разгадать главный их секрет поможет знание математических закономерностей, свойств чисел и действий над числами, свойств делимости чисел [Кордемский, 1986].

Некоторые учащиеся считают математику и ее законы скучными, другие считают, что математика имеет мало практического применения в повседневной жизни, третьи вообще не имеют желание связывать свою жизни с математикой и поэтому считают, что им не зачем ее изучать. Поэтому существует необходимость в повышении внимания учащихся к изучению математики через ее занимательные аспекты.

Фокус – искусный трюк, основанный на обмане зрения, внимания при помощи ловкого и быстрого приема, движения [Ожегов, 2018].

Примеры математических фокусов: «Угадай число», фокус с числами, «Зачеркнутое число» и т.д. Рассмотрим некоторые из них.

Фокус «Угадай число». Попросите любого зрителя задумать число, после этого он должен его умножить на 2, прибавить к результату 8, разделить результат на 2 и задуманное число отнять. В результате вы смело называете число 4.

Фокус с часами. Показывающий отворачивается от стола, а в это время зритель бросает кость и задумывает какое-нибудь число (желательно не большее 50, чтобы не затягивать фокус). Допустим, это 19. Далее зритель начинает притрагиваться к цифрам на циферблате, начав с числа, указанного игральной костью, двигаясь по часовой стрелке. Число, на которое придется последнее, 19-е касание, записывается. Затем он снова делает 19 прикосновений, но уже в направлении, обратном движению часовой стрелки, отсчитывая их с той же цифры, что и в предыдущий раз. Число, на которое придется последнее прикосновение, опять записывается. Оба записанных числа складываются, и сумма их называется вслух. После этого показывающий сразу называет число, выпавшее на игральной кости. Секрет фокуса: если названная сумма меньше или равна 12, то для получения ответа нужно просто разделить ее на 2. Если же сумма больше 12, то показывающий сначала вычитает из нее 12, а затем уже делит остаток на 2.

Фокус «Зачеркнутая цифра». Пусть кто-либо задумает какое-нибудь многозначное число, например, число 847. Предложите ему найти сумму цифр этого числа (8+4+7=19) и отнять ее от задуманного числа. Получится: 847-19=828. В том числе, которое получится, пусть он зачеркнет цифру – безразлично какую, и сообщит вам все остальные. Вы немедленно назовете ему зачеркнутую цифру, хотя не знаете задуманного числа и не видели, что с ним проделывалось.

Выполняется это очень просто: подыскивается такая цифра, которая вместе с суммой вам сообщенных цифр составила бы ближайшее число, делящееся на 9 без остатка. Если, например, в числе 828 была зачеркнута первая цифра (8) и вам сообщили цифры 2 и 8, то, сложив 2+8, вы соображаете, что до ближайшего числа, делящегося на 9, т. е. до 18 – не хватает 8. Это и есть зачеркнутая цифра [Гарднер, 1978].

В ходе работы над данной темой мы пришли к выводу, что математические фокусы разнообразны и не обладают никакими мистическими способностями. Весь секрет фокусов в том, что фокусник знает и умеет использовать особые свойства чисел, а зритель этих свойств не знает. Фокусы развивают навыки быстрого устного счета, навыки более сложных вычислений. Фокусы с применением математики способны не только развлечь человека, который опытен в точных науках, но и привлечь внимание и развить интерес к «царице наук» у тех, кто еще только знакомится с ней.

Библиографический список

1. Гарднер М. Математические чудеса и тайны. М.: Наука, 1978.
2. Кордемский Б.А. Удивительный мир чисел. М.: Просвещение, 1986.
3. Ожегов С.И. Толковый словарь русского языка. М.: Образование, 2018.

«ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ»

О.В. Маслова
Научный руководитель ***Ю.Е. Зонненберг,***
учитель математики
Школа № 144, г. Красноярск

Возможно ли найти совершенству математически точное обоснование? Одним из ответов на этот вопрос является «золотое сечение» – его называют также золотой пропорцией и гармоническим делением. В статье описан этот феномен и его применение в реальной жизни.
Ключевые слова: «золотое сечение», золотые фигуры, симметрия, ряд Фиббоначи, золотая пропорция.

«Золотое сечение» – это соотношение двух величин a и b, $b > a$, причем справедливо $b/a = (a+b)/b$. Приблизительная его величина равна 1,61803…. Принято считать, что понятие о «золотом сечении» ввел в научных обиход Пифагор, древнегреческий философ и математик (VI в. до н.э.). В его понимании гармония является божественной и заключается в числовых соотношениях [Кольман, 1961]. Поиск числового выражения гармонии вылился в открытие принципов золотой пропорции. «Золотое сечение» можно встретить в повседневной жизни: и в живописи, и в архитектуре, и в природе.

Исследователи обнаружили, что композиция рисунка «Джоконда» Леонардо да Винчи основана на золотых треугольниках, являющихся частями правильного звездчатого пятиугольника (рис. 1).

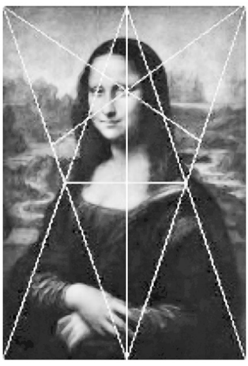


Рис. 1. Золотые треугольники на картине «Джоконда»

Также пропорция «золотого сечения» просматривается в картине Рафаэля «Избиение младенцев» в виде золотой спирали (рис. 2) [Ковалев, 1989].

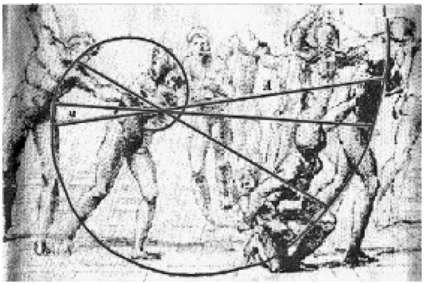


Рис. 2. Золотая спираль на картине «Избиение младенцев»

В природе «золотое сечение» встречается в идеальных пропорциях строения живых организмах. Например, в ящерице длина хвоста так относится к длине остального тела, как 62 к 38. Можно заметить золотые пропорции, если внимательно посмотреть на яйцо птицы. Рассмотрим побег цикория. Если первый выброс принять за 100 единиц, то второй равен 62 единицам, третий – 38, четвертый – 24 и т.д. Длина лепестков тоже подчинена золотой пропорцией.

На рис. 3 виден целый ряд закономерностей, связанных с «золотым сечением» в архитектуре. Пропорции здания Парфенона можно выразить через различные степени числа Ф=0,618…. [Васютинский, 1990].

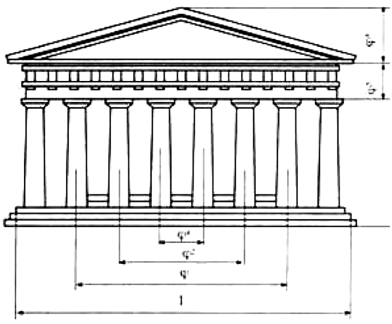


Рис. 3. «Золотое сечение» в здании Парфенона

«Золотое сечение» мы можем также увидеть и в здании Собора Парижской Богоматери (Нотр-дам де Пари) и в пирамиде Хеопса. Не только египетские пирамиды построены в соответствии с совершенными пропорциями «золотого сечения», то же самое явление обнаружено и у мексиканских пирамид.

С историей «золотого сечения» связано имя итальянского математика Леонардо Фибоначчи. Ряд чисел 0, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 и т.д. известен как ряд Фибоначчи. Каждый член последовательности, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих, а отношение смежных чисел ряда приближается к отношению золотого деления. Все исследователи золотого деления в растительном и в животном мире, искусстве неизменно приходили к ряду Фибоначчи как арифметическому выражению закона золотого деления [Воробьев, 1978]. В 1855 г. немецкий исследователь «золотого сечения» профессор Цейзинг опубликовал свой труд «Эстетические исследования». Цейзинг измерял около двух тысяч человеческих тел и пришел к выводу, что «золотое сечение» выражает средний статистический закон.

Нами было проведено исследование по поиску идеальных пропорций тела мальчиков и девочек 6 «Г» класса МАОУ СШ № 144 г. Красноярска (табл.). По результатам проведенного исследования нами был сделан вывод, что пропорции тела мальчиков ближе к показателю «золотого сечения», чем у девочек.

Таблица

Идеальные пропорции учащихся 6 «Г» класса

№	Пол	Рост	Длина от талии до пола	Отношение
1	2	3	4	5
1	М	171	102	1,68
2	М	176	105	1,68
3	М	167	101	1,65
4	М	162	98	1,65
5	Ж	162	99	1,64
6	Ж	164	101	1,62
7	Ж	166	103	1,61
8	М	188	114	1,64
9	М	185	111	1,66
10	Ж	154	95	1,62

Окончание табл.

1	2	3	4	5
11	М	185	113	1,63
12	Ж	170	104	1,63
13	Ж	180	111	1,61
14	М	154	95	1,62
15	М	164	101	1,62
16	М	166	103	1,61
17	Ж	188	114	1,64
18	Ж	185	111	1,66
19	М	154	95	1,62

Современные научные открытия, основанные на «золотом сечении», дают основание высказать предположение, что оно является некоторым «метафизическим» знанием, «проточислом», «универсальным кодом Природы», который может стать основой для дальнейшего развития науки, в частности, математики, теоретической физики, генетики, компьютерной науки.

Библиографический список

1. Васютинский Н. Золотая пропорция. М.: Молодая гвардия, 1990.
2. Воробьев Н.Н. Числа Фибоначчи. М.: Наука, 1978.
3. Ковалев Ф.В. Золотое сечение в живописи. М.: Высшая школа, 1989.
4. Кольман Э. История математики в древности. М.: Молодая гвардия, 1961.

XXIX ВСЕМИРНАЯ ЗИМНЯЯ УНИВЕРСИАДА 2019 г. В ЗАДАЧАХ

В.А. Нероба, А.И. Прищепенко

Научные руководители ***В.А. Масленкова, Я.А. Бондарева,***

учителя математики

Ллицей № 2, г. Красноярск

Представлены авторские задачи по математике, посвященные XXIX Всемирной зимней Универсиаде 2019 г., проходившей в городе Красноярске.

Ключевые слова: математика, текстовые задачи, уравнения, доли, дроби, универсиада.

Если спросить любого красноярца о наиболее знаковом событии, произошедшем в начале 2019 г., ответом будет «Проведение зимней Универсиады-2019».

История XXIX Всемирной зимней Универсиады 2019 г. в г. Красноярске началась в 2012 г. Президент России 9 января подписал поручение председателю Правительства РФ о начале реализации конкретных мероприятий по подготовке Красноярска к участию в заявочной кампании. 2013 г. В Брюсселе 9 ноября Исполком FISU принял решение о проведении зимней Универсиады-2019 в Красноярске.

XXIX Всемирная зимняя Универсиада 2019 г. в г. Красноярске проходила в период со 2 по 12 марта 2019 г. Всего было разыграно 76 комплектов наград, за медали боролись спортсмены из 58 стран мира. До этого рекорд по числу стран-участниц принадлежал Студенческим играм, прошедшим в Алма-Ате: в зимней Универсиаде-2017 приняли участие 57 стран [Официальный сайт, 2019].

Цель статьи – разработка авторских задач по математике, посвященных данному мероприятию, с целью увековечения его в истории города.

Приведем некоторые из разработанных нами математических задач, посвященных Универсиаде 2019 г., для обучающихся 5 класса в поддержку действующему учебному комплекту [Мерзляк, 2014].

I. Задачи по теме: «Доли»

1. За период проведения зимней Универсиады в г. Красноярске было разыграно 76 комплектов медалей. Российская сборная завоевала 112 медалей. Какую часть всех медалей завоевала сборная России?

2. Общее количество медалей, которое завоевала Россия за время проведения зимней Универсиады 2019 г., составило 112 медалей, из них золотых – 41, а серебряных – 39. Какую часть всех медалей составляют бронзовые?

II. Задачи по теме: «Нахождение дроби от числа»

1. На зимней Универсиаде-2019 спортсмены из Финляндии завоевали 12 медалей. Количество общих медалей сборной из

Китая составило $\frac{1}{3}$ от общего числа медалей Финляндии. Сколько медалей завоевали китайские спортсмены?

2. Спортсмены из Южной Кореи на зимней Универсиаде-2019 собрали 14 медалей. А сборная Норвегии собрала $\frac{4}{7}$ от общего числа медалей Южной Кореи. Сколько медалей завоевали спортсмены из Норвегии?

III. Задачи по теме: «Нахождение числа по значению его дроби»

1. За период проведения зимней Универсиады в г. Красноярске российскими спортсменами было завоевано 112 медалей, что составило $\frac{28}{57}$ всех разыгрываемых медалей. Сколько медалей было разыграно на Универсиаде?

2. Россию на зимней Универсиаде-2019 представляло 296 спортсменов, что составило $\frac{74}{19}$ шведских спортсменов. Сколько спортсменов из Швеции представляло свою страну на Универсиаде?

IV. Задачи по теме: «Уравнения»

1. Решите задачу с помощью уравнения:

За период проведения XXIX зимней Универсиады 2019 г. было разыграно 228 медалей. Сборная России завоевала 112 медалей. Сборная Китая – в 28 раз меньше, чем сборная России. А Финляндия завоевала в 3 раза больше медалей, чем Китай. Сколько медалей завоевали сборная Финляндии?

2. Решите задачу с помощью уравнения:

На зимней Универсиаде 2019 г. в Красноярске сборная российских спортсменов завоевала 112 медалей, из них золотых – 41; бронзовых на 9 меньше, чем золотых, а серебряных на 40 меньше, чем золотых и бронзовых вместе. Сколько бронзовых медалей завоевала сборная спортсменов из России?

Работая над составлением задач, мы каждую сопровождали реальными данными; из результатов и медальных зачетов выбирали математическое содержание; соблюдали, чтобы задача была понятной и звучала корректно с точки зрения математики; выписывали из данных об Универсиаде все числовые данные и устанавливали зависимости между числами: выясняли, во сколько раз (на сколько) одно число отличается от другого, какую часть одно число составляет от другого и т.д., формулировали условия и вопросы задач.

Разработанные нами задачи были предложены к решению обучающимся 5 класса на уроках математики. Обучающиеся с воодушевлением решали предложенные задачи.

Библиографический список

1. Мерзляк А.Г. Математика: 5 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. М.: Вентана-Граф, 2014. 304 с.
2. Официальный сайт XXIX Всемирной Зимней Универсиады 2019 года в г. Красноярске [Электронный ресурс]. URL: https://krsk2019.ru/ru (дата обращения: 13.03.19).

ЧЕТЫРЕХМЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО

Д.Д. Ованенко

Научный руководитель ***И.В. Цапкова,***

учитель математики

Лицей № 1, г. Ачинск

В данной работе представлены методы исследования четырехмерного пространства. Комбинация этих методов позволит нам получить понимание способа построения, изображения фигур в четырехмерном пространстве. Каждый метод рассматривается на примере тессеракта (четырехмерного куба). Работа может помочь любому желающему разобраться в основах четырехмерной геометрии и понять ее логику.

Ключевые слова: четырехмерное пространство, аналитический метод, динамический метод, метод сечений, тессеракт.

Традиционно считается, что воспринимать и представлять четырехмерные фигуры человек не может, так как он трехмерное существо. Он воспринимает трехмерные фигуры с помощью двухмерной сетчатки глаза. Для восприятия четырехмерных фигур необходима трехмерная сетчатка, но у человека ее нет. Возникает **проблема**: как наглядно описать геометрию четырехмерного пространства? Способы изучения данной проблемы учеными довольно разнообразны, но каждый способ по-своему труден для восприятия. Считаем, что комбинация различных методов позволит нам получить понимание построения, изображения фигур в четырехмерном пространстве.

Цель: построение геометрии четырехмерного пространства и моделирование фигур в нем.

Гипотеза: четырехмерные фигуры поддаются пониманию, если применить к их изучению несколько методов одновременно.

Объект исследования: четырехмерное пространство.

Предмет исследования: свойства фигуры.

Методы исследования: изучение и анализ литературы, сравнение, моделирование.

Метод координат

Точкой четырехмерного пространства называется упорядоченная четверка чисел (x; y; z; t), также есть одноименные оси. У координатных плоскостей четырехмерного пространства, так же, как и у трехмерного, две координаты любые, а оставшиеся равны нулю. Чтобы найти количество координатных плоскостей, просто выпишем все комбинации. Всего 6 координатных плоскостей.

В четырехмерном пространстве появляются трехмерные координатные плоскости – это множество точек, у которых три координаты принимают любые значения, а четвертая равна нулю. Всего существует 4 трехмерные координатные плоскости. Если изобразить, например, трехмерную координатную плоскость xyz, то она будет выглядеть параллелепипедом. На данном этапе было аналитически описано четырехмерное пространство. Теперь для понятного представления четырехмерного пространства будем использовать геометрическую фигуру. Существует 6 правильных четырехмерных многогранников, рассмотрим самую простую из них – четырехмерный куб, или тессеракт. Тессерактом называется множество точек (x; y; z; t), у которых все координаты принимают значения от 0 до 1. Вершинами тессеракта будем называть точки, у которых переменные заменяются либо 0, либо 1. Из нулей и единиц можно составить 16 различных четверок чисел. То есть тессеракт имеет 16 вершин. Ребрами четырехмерного куба называются множества точек, для которых все координаты, кроме одной, постоянны, а четвертая принимает любые значения от 0 до 1. Если выпишем все соотношения, то увидим, что тессеракт имеет 32 ребра. Двумерная грань тессеракта – это множества точек, для которых две координаты принимают любые значения от 0 до 1, а две другие постоянны. Можно составить 24 различные комбинации, потому тессеракт имеет 24 двумерные грани. Также у тессеракта, вероятно, появится еще новый вид элементов, размерность которых равна трем. Трехмерная грань тессеракта – это множества точек, у которых три координаты принимают любые значения от 0 до 1, а одна постоянна. Всего их 8, т.к. для каждой из четырех координат есть два любых значения 0 и 1, и тогда имеем 4*2=8.

Динамический метод

На рис. 1 изображен тессеракт, хорошо видно, какая грань содержит какое ребро и т.д.

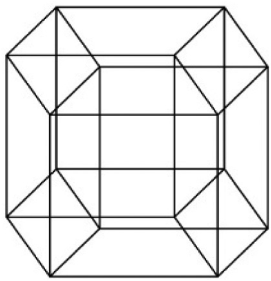


Рис. 1. Тессеракт

Если построить по очереди кубы различных размерностей, то можно заметить, что при построении каждой следующей фигуры элементы предыдущей дублируются. На рис. 2 видно, как продублировался трехмерный куб. Соединим все вершины и получим четырехмерный куб [Гельфанд, 2009].

Наглядное представление можно получить и другим способом. Все слышали о развертке трехмерного куба, аналогично можно сделать развертку четырехмерного куба. Это будет трехмерная фигура, которая состоит из восьми кубиков.

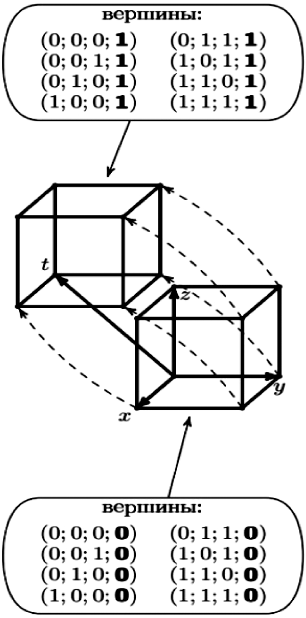


Рис. 2. Дублирование трехмерного куба

Метод сечений

Еще один метод визуализации четырехмерных тел – это сечение, или, говоря иначе, мы должны бросить четырехмерные тела во вселенную меньшей размерности. Подобно тому, как строятся двухмерные сечения трехмерных тел, можно построить трехмерные сечения четырехмерных тел, причем также как двухмерные сечения одного и того же трехмерного тела могут сильно отличаться по форме, так и трехмерные сечения будут еще более разнообразными, так как будут менять и количество граней, и количество сторон у каждой грани сечения.

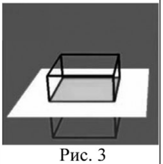


Рис. 3

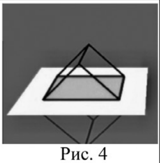


Рис. 4

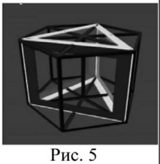


Рис. 5

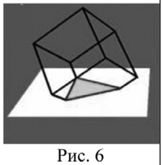


Рис. 6

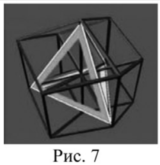


Рис. 7

Так будет выглядеть сечение трехмерного куба двумерным пространством, если бросить его гранью параллельно плоскости: видим квадрат, который будет появляться и исчезать (рис. 3). Если бросить трехмерный куб в двумерное пространство ребром вперед, то это будет прямоугольник, у которого меняются длины сторон. Двумерные существа видят при этом растущий и убывающий прямоугольник (рис. 4). Так будет выглядеть сечение четырехмерного куба трехмерным пространством, если его бросить ребром вперед. Мы будем видеть растущую и убывающую треугольную призму (рис. 5). Теперь бросим трехмерный куб углом вперед в двумерное пространство: получается треугольник, который вырастает, искажается и уходит (рис. 6). Мы можем сделать то же самое, только измерением выше. Возьмем четырехмерный куб и бросим его углом вперед в трехмерное пространство: увидим тетраэдр, который вырастает, искажается и уходит (рис. 7).

Заключение

В работе были представлены три метода моделирования четырехмерных фигур: динамический, аналитический и метод сечений. Именно сочетание этих методов позволило понять устройство четырехмерного пространства. Данная работа может помочь любому желающему разобраться в основах четырехмерной геометрии, понять ее логику и научиться видеть, различать особенности четырехмерной фигуры. Одним из возможных направлений дальнейшего исследования можно считать изучение свойств других четырехмерных фигур указанными в работе методами.

Библиографический список

1. Гельфанд И.М., Глаголева Е.Г., Кириллов А.А. Метод координат. М: МЦНМО, 2009. 184 с.

ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ ШАРНИРНЫМ ПАРАЛЛЕЛОГРАММОМ

Л.А. Парфенова
Научный руководитель ***И.В. Цапкова,***
учитель математики
Лицей № 1, г. Ачинск

В работе сформулированы основные аксиомы построения шарнирным параллелограммом, рассмотрены базовые задачи на построение циркулем и линейкой курса геометрии 7–9 класса. Работа будет полезной для школьников и учителей в качестве пособия для дополнительных занятий по теме «Геометрические построения циркулем и линейкой», на уроках по теме «Параллелограмм и его свойства», а также для всех желающих, интересующихся математикой и моделированием.
Ключевые слова: шарнирный параллелограмм, антипараллелограмм, задачи на построение циркулем и линейкой, трисекция угла, сравнительный анализ.

Курс школьной геометрии рассматривает решение задач на построение с помощью циркуля и линейки [Блинков, 2017]. И, казалось, что этих инструментов достаточно для решения всех задач, но науке известны еще с древности задачи, неразрешимые циркулем и линейкой: квадратура круга, удвоение куба, трисекция угла. А значит циркуля и линейки недостаточно для решения задач на геометрические построения. К тому же циркуль для школьника достаточно дорогой инструмент и недолговечен.

С развитием математики развивалась и теория геометрических построений. Инструментами для таких построений служили шарнирные механизмы. Возможно, именно шарнирный параллелограмм является альтернативным инструментом для решения задач на построения в школьном курсе геометрии.

Цель исследования: исследование способов решения задач на построение школьного курса геометрии с помощью шарнирного параллелограмма.

Объект исследования: шарнирный параллелограмм.

Предмет исследования: задачи на построение циркулем и линейкой.

Гипотеза: альтернативным инструментом для решения задач на геометрические построения может служить шарнирный параллелограмм.

Методы исследования: изучение литературы, систематизация, сравнение, анализ.

Параллелограмм – это четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны (рис. 1).

Основные свойства параллелограмма

1. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны: $AB = CD, BC = AD; \angle ABC = \angle CDA, \angle BCD = \angle DAB$.

2. Диагонали параллелограмма точной пересечения делятся пополам: $OC = OA; BO = OD$ (рис. 1).

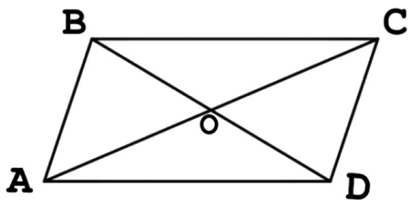


Рис. 1

Шарнирный параллелограмм – это простейший замкнутый механизм, звенья которого способны двигаться друг относительно друга и при этом составляют параллелограмм (рис. 2).

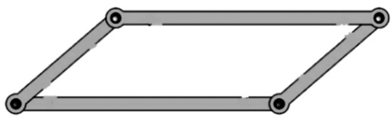


Рис. 2

Антипараллелограмм – это простейший замкнутый механизм, в котором каждые два противоположных звена равны между собой, но не параллельны. Длинные противоположные звенья пересекаются между собой в точке, находящейся между их концами; пересекаются между собой и продолжения коротких звеньев (рис. 3).

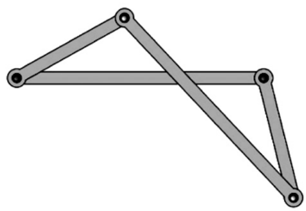


Рис. 3

Рассмотрим решение одной из задач (таблица).

Таблица

Построение треугольника по серединам его сторон

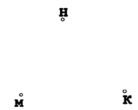
<table>
<tr><td>Циркуль и линейка</td><td>Шарнирный параллелограмм
и линейка</td></tr>
<tr><td colspan="2">Анализ</td></tr>
<tr><td>Пусть треугольник ABC, где точка M – середина AB, H – середина AC, K – середина BC уже построен.
Δ MHK подобен Δ ABC, т.к. его стороны являются средними линиями Δ ABC и каждая из них параллельна соответствующей стороне Δ ABC.</td><td>Пусть треугольник OML, где точка N – середина стороны OL, K – середина стороны OM, P – середина стороны ML уже построен.
Δ NKP подобен Δ OLM, т.к. его стороны являются средними линиями Δ OLM и каждая из них параллельна соответствующей стороне Δ OLM.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Построение</td></tr>
<tr><td>Даны точки M, H, K – середины сторон Δ ABC (рис. 1).
Соединим эти точки отрезками.
Из точки H проведем циркулем окружность радиусом, равным MK.
Из точки K проведем окружность радиусом, равным MH. Точку пересечения этих окружностей обозначим B. Из точки M таким же способом проведем окружность радиусом, равным HK. Точки пересечения с предыдущими окружностями обозначим A и C.
Соединим A, B и C. Вершины Δ MHK являются серединами сторон Δ ABC (рис. 2).


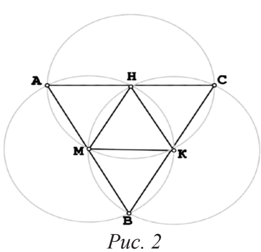
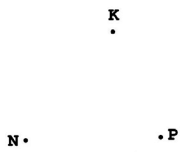
Рис. 1


Рис. 2</td><td>Даны точки N, K, P (рис. 1), соединим их (рис. 2). С помощью параллелограмма ABCD проведем прямую a||NP, K ∈ a; b||NK, b ∈ P; c||KP, N ∈ c (рис. 3). Прямые пересекутся в точках O, M, L.
Треугольник OML – это и есть треугольник, серединами сторон которого являются точки N, K, P.


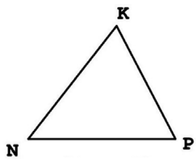


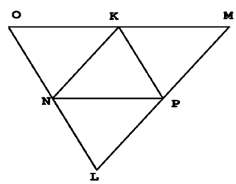
Рис. 1 Рис. 2


Рис. 3</td></tr>
</table>

Попытки решить задачу о трисекции угла не удались, не было найдено ни одного способа решения данной задачи.

Заключение

Таким образом, шарнирным параллелограммом решать задачи на построение возможно и даже в некоторых случаях это упрощает решение. Заметим, что все чертежи выполнялись шарнирным параллелограммом, сконструированным из доступных материалов, что делает его экономичным инструментом. Одним из главных недостатков параллелограмма – невозможно строить окружности, что существенно сужает круг решаемых задач. Для разрешимости задач, например, о трисекции угла одного простого шарнирного параллелограмма недостаточно. Работу можно продолжить усовершенствованием модели шарнирного параллелограмма с возможностью строить им окружности. Это позволит расширить круг задач на построение, в том числе, не решаемые циркулем и линейкой.

Библиографический список

1. Блинков А.Д., Блинков Ю.А. Геометрические задачи на построение. М.: МЦМО, 2017. 50 с.

М-КООРДИНАТЫ

И.К. Плисяков
Научный руководитель ***А.А. Маньков,***
педагог дополнительного образования
Лицей № 6 «Перспектива», г. Красноярск

В статье описывается новая система координат. Введен новый способ сопоставления точки плоскости паре чисел, с сохранением линейности уравнения прямой. Выведены требования на коэффициенты уравнения прямой на основных, особых случаях. Выведены формулы связи между М-координатами и аффинными, через которые можно перейти к любым известным координатам.
Ключевые слова: М-координаты, новый способ решения задач, выводы формул М-координат, новый способ сопоставлять точку паре чисел.

1. М-координаты точки

1.1. Определение М-координат. Введем аффинную систему координат, такую что точка O является началом координат, и где l_0 – ось Ox, на оси Oy выбраны точки X и Y. $\bar{e}$ – базисный вектор оси Ox. Базисным вектором оси Oy может быть любой вектор [Александрова, 2008].

Тогда координаты: $X(0; l_x), Y(0; l_y)$, где $l_x \neq l_y \neq 0$ $l_x \neq l_y \neq 0, O = (0;0), M = (x_0; y_0)$,

Пусть $M_x = MX \cap l_0$ и $M_y = MY \cap l_0$.

Найдем уравнение прямой MX:

Подставляя $y = 0$, получаем $M_x\left(\frac{l_x x_0}{l_x - y_0}; 0\right)$

Аналогично получаем $M_y\left(\frac{l_y x_0}{l_y - y_0}; 0\right)$ (1.1)

Определение: для пары точек X и Y, прямой l и вектора $\bar{e} \parallel l$, *М-координатами* точки M назовем пару чисел $\left(\frac{\bar{e}}{\overline{OM_x}}; \frac{\bar{e}}{\overline{OM_y}}\right)$.

Тогда $M\left(\frac{l_x - y_0}{l_x x_0}; \frac{l_y - y_0}{l_y x_0}\right) = M(x'; y')_м$ в М-координатах.

1.2. Формула перехода между аффинными и М-координатами

Из пункта 1.1 мы получили, что координаты $(x; y)$ и $(x'; y')_M$ связаны следующим образом:

$$x' = \frac{l_x - y}{l_x x}, y' = \frac{l_y - y}{l_y x}. \qquad (1.2)$$

1.3. Формула перехода между М-координатами и аффинными

Решая систему (1.2) относительно переменных x и y, получаем:

$$x = \frac{l_x - l_y}{l_x x' - l_y y'}, y = \frac{l_x l_y (x' - y')}{l_x x' - l_y y'}. \qquad (1.3)$$

Формула (1.3) позволяет найти исходные аффинные координаты через М-координаты с точностью до базисного вектора оси Oy [Яглом, Ашкинузе, 1962].

2. Уравнение прямой в М-координатах

Обозначение: $ax + by + c = 0$ уравнения прямой*, в аффинной системе координат [Щипачев, 1998; Солодовников, Торопова, 1987].

Пусть М находится на прямой $ax + by + c = 0$, переведем прямую в М-координаты, подставив в уравнение замену (1.3):

$$a\frac{l_x - l_y}{l_x x' - l_y y'} + b\frac{l_x l_y (x' - y')}{l_x x' - l_y y'} + c = 0$$

Заметим, что прямая в М-координатах имеет линейный вид $px' + qy' + r = 0$,

$$p = l_x(bl_y + c), q = -l_y(bl_x + c), r = a(l_x - l_y) \quad (2.0)$$

2.1. Уравнение прямой М-координат в аффинных

Подставим в уравнение прямой замену (1.2):

$$p\frac{l_x - y}{l_x x} + q\frac{l_y - y}{l_y x} + r = 0$$

$$a = rl_x l_y, b = -(pl_y + l_x q), c = l_x l_y (p + q) \quad (2.1)$$

Краткие выводы М-координат:

1) $a = rl_x l_y, b = -(pl_y + l_x q), c = l_x l_y (p + q)$

2) $p = l_x(bl_y + c), q = -l_y(bl_x + c), r = a(l_x - l_y)$

3) $l \supset O \Leftrightarrow p + q = 0$

4) $q = 0 \Leftrightarrow l \supset X$

5) $p = 0 \Leftrightarrow l \supset Y$

6) $l \parallel XY \Leftrightarrow \frac{p}{q} = -\frac{l_x}{l_y}$

7) $l \parallel Ox \Leftrightarrow r = 0$

8) $l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow -\frac{l_y}{l_x} = \frac{r_2 q_1 - r_1 q_2}{r_2 p_1 - r_1 p_2}$

9) $l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow -\frac{l_y}{l_x} = \frac{r_2 q_1 - r_1 q_2}{r_2 p_1 - r_1 p_2}$

Пример решения задач через М-координаты

Условие: на медиане BM треугольника ABC взята произвольная точка S. Лучи AS и BS соответственно пересекают стороны BC и AB в точках A_1 и C_1. Доказать, что отрезок A_1C_1 параллелен основанию AC.

Дано (перевод задачи в М-координаты):

X, Y – полюсы оси y. l_0 – ось x, причём $-l_x = l_y \neq 0$

M_x, M_y – произвольные точки, на l_0, где $M_x \neq M_y$

M, N – $YMy \cap XM_x$ и $YM_x \cap XM_y$, соответственно.

Доказать: $NM \parallel XY$

Решение: Координаты

$$M\left(\frac{\bar{e}}{\overline{OM_x}};\frac{\bar{e}}{\overline{OM_y}}\right), N\left(\frac{\bar{e}}{\overline{OM_y}};\frac{\bar{e}}{\overline{OM_x}}\right) \Rightarrow M(x';y'), N(y';x')$$

Прямая параллельна XY, если $\frac{p}{q} = -\frac{l_x}{l_y}$

XY, если $\frac{p}{q} = -\frac{l_x}{l_y}$

Тогда составим уравнение прямой

$$MN \Rightarrow \frac{x-x'}{y'-x'} = \frac{y-y'}{x'-y'} \Rightarrow -x - y + x' + y' = 0$$

Где $p = -1, q = -1, r = x + y$

$$\text{Причем } -\frac{l_x}{l_y} = -\frac{l_x}{-l_x} = 1. \frac{p}{q} = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{p}{q} = -\frac{l_x}{l_y} \Rightarrow NM \parallel XY \text{ ч.т.д.}$$

Таким образом, М-координаты открывают новые возможности в математике, а именно:

– введение нового способа сопоставлять точку плоскости паре чисел, с сохранением линейности уравнения прямой;

– получилось исследовать требования на коэффициенты уравнения прямой на основных, особых случаях;

– выведены формулы связи между М-координатами и аффинными, через которые можно перейти к любым известным координатам.

– упрощение решения задач на отношение или параллельность.

Библиографический список

1. Александрова Н. В. История математических терминов, понятий, обозначений: Словарь-справочник. 3-е изд., испр. М.: ЛКИ, 2008.
2. Яглом И.М., Ашкинузе В.Г. Идеи и методы аффинной и проективной геометрии. Часть 1. Аффинная геометрия. М.: Учпедгиз, 1962.
3. Щипачев В.С. Высшая математика: учебник для вузов. М.: Высшая школа, 1998.
4. Солодовников А.С., Торопова Г.А. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии. М.: Высшая школа, 1987.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ПРИ РЕШЕНИИ РОБОТОТЕХНИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

А.А. Полеев

Научный руководитель ***Н.П. Брюханова****,*

педагог дополнительного образования

Станция юных техников, г. Норильск

В статье рассмотрена задача о повышении скорости за счет увеличения передаточного отношения. Приведена формула для расчета увеличения скорости движения робота.

Ключевые слова: передаточное отношение, робот, зубчатая передача, повышающая передача, понижающая передача, скорость, mindstorms EV3.

Век, в котором мы живем, – постоянно изменяющийся и развивающийся мир техники и цифровых технологий. Уже никого не удивляет количество и разнообразие механизмов и роботов, которые нас окружают. С каждым годом они становятся все совершеннее, точнее и требуют знания точных наук, таких как математика. Но наряду с этим возникает ряд технических проблем, которые решаются только с помощью математического аппарата. Рассмотрим одну из таких задач [Копосов, 2012].

Возможно ли увеличить скорость движения робота, если его моторы уже работают на максимальной мощности?

В коробках передач транспортных машин, механизмах подъема и поворота кранов, коробках скоростей станков и конвейеров широко применяют зубчатые передачи, которые регулируют скорость вращения: замедляя или ускоряя.

Зубчатая передача – это механизм или часть механизма, в состав которого входят зубчатые колеса (шестерни). В зависимости от соединения зубчатых колес между мотором и колесом можно увеличивать или уменьшать скорость вращения колеса, а значит, увеличивать или уменьшать скорость движения самого механизма. Ведущим колесом в этой системе называется зубчатое колесо, которое приводится во вращение внешней силой (например, от мотора или рукоятки) и в свою очередь вращает, по крайней мере, еще одно зубчатое колесо (рис.). Ведомым колесом называется зубчатое колесо, которое приводится во вращение другим зубчатым колесом. При всякой передаче существенную роль играет особая величина – передаточное отношение, которое рассчитывается как отношения диаметров ведущего и ведомого колес [Филиппов, 2018]. Таким образом, чтобы точно рассчитать, во сколько раз увеличится скорость робота, необходимо составить отношение диаметров ведущей и ведомой шестерни. Для конструктора MINDSTORNS EV3 мы определим ее следующим образом:

$$L = \frac{d_1}{d_2},$$

где $d_1 d_2$ – диаметр ведущей шестерни, а $d_2 d_2$ – диаметр ведомой шестерни. Для удобства вместо диаметров можно использовать количество зубьев шестерней. В качестве примера рассчитаем передаточное отношение системы шестеренок с ведущим колесом, диаметр которого равен где $d_1 = d_2 = 48$ (рис. 1).

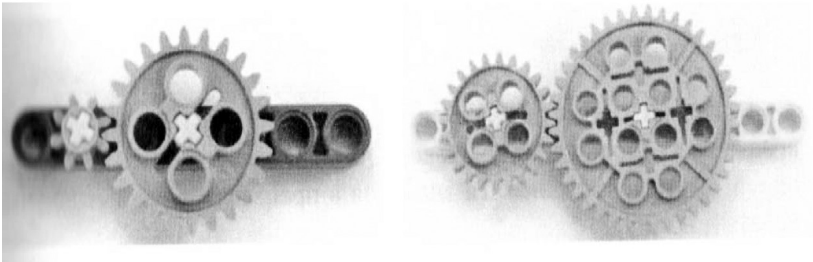


Рис. Система шестеренок

Количество зубьев ведомой шестерни $d_2 d_2$ = 24. Это не сложно определить простым пересчетом. Составим отношение и вычислим передаточное число:

$$L = \frac{48}{24} = 2.$$

Таким образом, получили, что при таком соединении зубчатых колес скорость робота должна увеличиться в 2 раза. Проведя экспериментальные измерения, убеждаемся, что наше предположение об изменении скорости робота верно.

Из всего этого можно сделать вывод, что для увеличения скорости движения необходимо использовать повышающие зубчатые передачи, а для уменьшения скорости – понижающую передачу.

Библиографический список

1. Копосов Д.Г. Первый шаг в робототехнику. Практикум для 5–6 классов. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012.
2. Филиппов С.А. Робототехника для детей и родителей. СПб.: Наука, 2018.

ПРОГРАММИРОВАНИЕ В ИГРАХ И ЗАДАЧАХ НА ПРИМЕРЕ СОЗДАНИЯ ОБУЧАЮЩЕЙ ИГРЫ «ПОМОГИ ПОНИ СОБРАТЬ ЯБЛОКИ»

К.Р. Ромазанова
Научный руководитель ***Н.И. Ляпина,***
учитель начальных классов
Лицей № 6 «Перспектива», г. Красноярск

В статье рассматриваются возможности создания и использования обучающей компьютерной игры для развития познавательной деятельности младших школьников.
Ключевые слова: обучающая игра, среда визуального программирования SCATCH, познавательная деятельность, таблица умножения, спрайт, игровые фоны.

Всем детям приходится в школе знакомиться с таблицей умножения. И некоторым очень трудно ее понять и выучить наизусть. У многих при этом возникали сложности, так как приходилось в буквальном смысле запоминать набор непонятных цифр. Если ученик не сможет усвоить таблицу умножения сразу, то в будущем он может столкнуться с определенными сложностями, так как от прочного ее усвоения зависит дальнейшее успешное изучение всех школьных предметов.

По наблюдениям, большинство детей очень любят играть в компьютерные игры, и нам пришла идея совмещения компьютерной игры и запоминания таблицы умножения. В нашей работе представлен процесс создания обучающей игры «Помоги пони собрать яблоки».

Игра представляет собой программу, которая создана в среде визуального программирования SCRATCH [1; 3] путем визуального конструирования с помощью набора логических кирпичиков.

Посмотрев образцы готовых проектов на сайте среды SCRATCH (https://scratch.mit.edu/), мы решили писать свои программы в этой среде. Сюжетом для игры был выбран сюжет из мультфильма «My Little Pony», использовалась среда Scratch 2 Offline Editor, редактор изображений Paint.

В своей программе мы использовали преимущественно стандартные фоны и спрайты. Для начала понадобилось изображение корзины. Картинка корзины была найдена в интернете и изменена в редакторе Paint. Кроме внешнего вида отредактированы размеры корзины и сделан прозрачный фон (рис. 1).

Рис. 1. Изображение корзины до (слева) и после редактирования

Файлы изображения корзины называется korzina2.png.

Также были созданы в редакторе Paint два изображения, которые являются заставками и возникают при окончании игры (рис. 2).

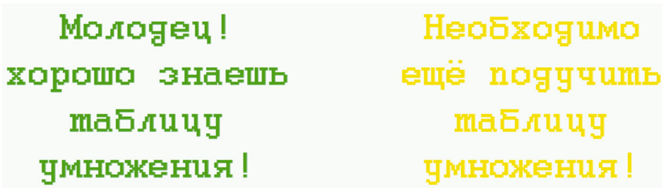


Рис. 2. Изображение заставок окончания игры

Файлы заставок win_txt.png (на рис. 2 слева) и fail_txt.png имеют также прозрачный фон и размер 480x360 точек.

Еще одно изображение – это начальная заставка, которая показывается при запуске программы. Она также создавалась в редакторе Paint путем наложения изображения пони и раскраски фона с помощью инструментов редактора Paint (рис. 3).

Рис. 3. Изображение обложки игры

Файл обложки называется oblojka.png.

Все файлы изображений находятся в папке \RES проекта.

Все действия в нашей игре происходят на определенных фонах (сцена состоит из трех фонов), имитирующих передний и задний план игры (fon1, fon2), а также стартовый фон при запуске игры (fon_start) (рис. 4).

Основные фоны, где разворачиваются события игры fon1 и fon2, создавались из типового фона, входящего в среду scratch «blue sky».

Дополнительно с помощью инструментов редактора фонов scratch был дорисован желтый прямоугольник, имитирующий песок и добавлена корзина для сбора яблок. Корзина на изображение накладывалась путем импорта файла korzina2.png (кнопка «Импорт» сверху редактора фонов).

Фон 1 (fon1) и фон 2 (fon2) отличаются лишь положением и формой гребней зеленых волн (рис. 5), тем самым создается движение главного героя относительно заднего плана. Сам герой остается неподвижным в центре экрана. Фон 3 (start_fon) появляется в начале игры на некоторое время и служит заставкой с описанием правил игры. Спустя некоторое время фон 3 сменяется на основные фоны – фон 1 и фон 2.

Фоны не имеют скриптов и звуков в своих свойствах.

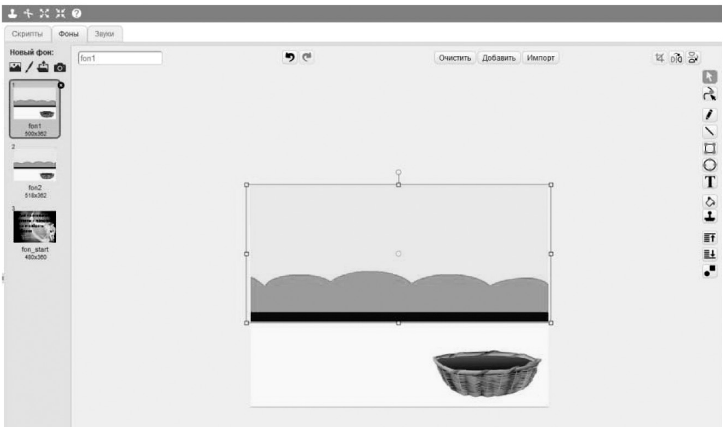


Рис. 4. Создание фонов для игры

Спрайт – это одно изображение, которое объединяет в себе два и более изображений (костюмов) [2].

Мы создали главного героя – пони. Для этого из набора стандартных спрайтов среды Scratch выбрали желаемый спрайт. Для пони создано 2 костюма: 1-й костюм – pony_ok, 2-й костюм – pony_err. Второй костюм (красный) наша пони будет «надевать», когда будет дан неправильный ответ (рис. 6).

Рис. 6. Создание спрайта главного героя – Пони

Основными преимуществами этой программы являются простота в установке, интуитивно понятный интерфейс пользования и небольшой объем, занимаемый на диске для хранения.

В результате проведенной работы появилась игра «Помоги пони собрать яблоки», которая поможет младшим школьникам в нестандартной форме выучить таблицу умножения.

Библиографический список

1. Главная страница Scratch https://scratch.mit.edu/ (дата обращения: 29.03.2019).
2. Что такое СПРАЙТ. URL: https://inter-net.pro/css/chto-takoe-sprajt (дата обращения: 29.03.2019).
3. Уроки по Scratch. Как создать свой ПЕРВЫЙ проект на скретч. URL: https://www.youtube.com/watch?time_continue=3&v=Ihn690ZxXZE (дата обращения: 29.03.2019).

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕЙ И ЧЕТВЕРТОЙ СТЕПЕНИ

В.М. Ток

Научный руководитель ***Г.Н. Гиматдинова,***

учитель математики

Школа № 150 им. Героя Советского Союза В.С. Молокова, г. Красноярск

В работе сформулированы общие методы решения алгебраических уравнений, способы решения уравнений третьей и четвертой степени. Приведены алгоритмы формулы Кардано и метода Феррари.

Ключевые слова: методы решения, уравнения третьей и четвертой степени, формула Кардано, метод Феррари.

Содержательно-методическая линия уравнений является одной из ведущих в школьном курсе математики. Теория уравнений является теоретической основой для описания естественных законов природы. При этом большинство задач о пространственных формах и количественных отношениях реального мира сводится к составлению и решению различных видов уравнений. В школьном курсе математики в 9 классе «обязательным минимумом» считается решение уравнений первой и второй степени, однако в олимпиадных заданиях, заданиях ОГЭ и ЕГЭ встречаются уравнения высших степеней, в частности третьей и четвертой степени, которые вызывают сложности у большинства учащихся.

Общими методами решения алгебраических уравнений являются:

– метод разложения на множители (группировка, выделение полного квадрата, применение формул сокращенного умножения, вынесение общего множителя за скобки);

– метод введения новых переменных;

– функционально-графический [Мордкович, 1995].

Кубическое уравнение – алгебраическое уравнение третьей степени, имеющее общий вид: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0, a \neq 0$

Одним из универсальных способов решения кубического уравнения вида $y^3 + py + q = 0$ является формула Кардано.

Отметим, что любое кубическое уравнение общего вида может быть приведено к каноничной форме при помощи замены переменной $x = y - \frac{b}{3a}$.

1. Когда кубическое уравнение приведено к виду $y^3 + py + q = 0$, мы находим коэффициенты Q, α и β по формулам:

$$p = \frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2} = \frac{3ac-b^2}{3a^2};$$

$$q = \frac{2b^3}{27a^3} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{d}{a} = \frac{2b^3-9abc+27a^2d}{27a^3};\ Q = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2.$$

2. Если Q>0, то уравнение имеет один вещественный корень и 2 сопряженных комплексных корня. Если Q=0, то все корни уравнения вещественны и 2 из них одинаковы, или, если p=q=0, то уравнение имеет один трехкратный вещественный корень. Если Q<0, то все корни уравнения вещественны, их можно получить по формуле с помощью комплексных чисел.

Итак, по формуле Кардано корни кубического уравнения в канонической форме равны:

$$y_1 = \alpha + \beta,\ y_{2,3} = -\frac{\alpha+\beta}{2} \pm \tau\frac{\alpha-\beta}{2}\sqrt{3},$$

где $\alpha = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{Q}},\ \beta = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{Q}}.$

3. Если в начале решения приходилось преобразовывать уравнение с заменой переменной, то необходимо подставить полученные результаты в первоначальное уравнение.

Также уравнения третьей степени решаются с помощью методов:

– группировки;
– вынесения общего множителя за скобки;
– теоремы Виета для кубических уравнений;
– схемы Горнера;
– формул для симметрического уравнения.

Уравнение четвертой степени имеет вид:

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0, a \neq 0.$$

Среди уравнений четвертой степени можно выделить:

– биквадратное, решаемое с помощью метода подстановки, при котором образуется квадратное уравнение;

– двучленное, которое решается с помощью формул сокращенного умножения, и находятся корни двух квадратных трехчленов;

– возвратное (симметрическое 1 и 2 рода), в котором $x \neq 0$ и можно разделить обе части уравнения на x^2, а после провести замену переменных, что приведет к квадратному уравнению [Олехник, Потапов, Пасиченко, 1997].

В общем случае приведенное уравнение четвертой степени вида:

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0, a \neq 0$$

можно решить методом Феррари.

Находится y_0– любое из корней кубического уравнения

$$y^3 - by^2 + (ac - 4d)y - a^{2d} + 4bd - c^2 = 0$$

Затем решаются два квадратных уравнения:

$$x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{y_0}{2} \pm \sqrt{(\frac{a^2}{4} - b + y_0)x^2 + \frac{{y_0}^2}{4}} - D = 0,$$

в которых подкоренное выражение является полным квадратом. Корни этих уравнений являются корнями исходного уравнения четвертой степени.

Рассмотрим пример [Мордкович, 2009].

Найти корни уравнения $x^4 + 3x^3 + 3x^2 - x - 6 = 0$.

Решение:

Имеем $a = 3, b = 3, c = -1, d = -6$

$$y^3 - by^2 + (ac - 4d)y - a^{2d} + 4bd - c^2,$$

$$y^3 - 3y^2 + 21y - 19 = 0.$$

Одним из корней полученного кубического уравнения является $y_0 = 1$, так как $1^3 - 3 \cdot 1^2 + 21 \cdot 1 - 19 = 0$. Получаем два квадратных уравнения

$$x^2 + \frac{a}{2}x + \frac{y_0}{2} \pm \sqrt{(\frac{a^2}{4} - b + y_0)x^2 +}$$

$$+ \left(\frac{a}{2}y_0 - c\right)x + \frac{{y_0}^2}{4} - D = 0$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{4}} = 0$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \pm \sqrt{(\frac{1}{2}x + \frac{5}{2})^2} = 0$$

$x^2 + 2x + 3 = 0$ или $x^2 + x - 2 = 0$

Ответ: $x_{1,2} = -1 \pm i\sqrt{2}$, $x_3 = 1$, $x_4 = -2$.

Библиографический список

1. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 2. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень). М.: Мнемозина, 2009.
2. Мордкович А.Г. Решаем уравнения. М.: Школа-Пресс, 1995.
3. Олехник С.Н., Потапов М.К., Пасиченко П.И. Уравнения и неравенства. Нестандартные методы решения. Справочник. М.: Факториал, 1997.

ВИДЫ СИСТЕМ СЧИСЛЕНИЯ

Ш.Ш. Файзиев
Научный руководитель ***Г.Н. Гиматдинова,***
учитель математики
Школа № 150 им. Героя Советского Союза В.С. Молокова,
г. Красноярск

В работе приведена классификация видов систем счисления. Сформулированы определения каждого вида. Приведены примеры.
Ключевые слова: цифры, число, системы счисления, позиционные и непозиционные системы счисления.

На ранних этапах развития цивилизации люди практически не умели считать, они могли различать совокупность двух и трех предметов, а большее количество называли словом «много». После стали появляться новые слова для обозначения количества объектов. Развитие торговли, промышленности, экономики и других отраслей дали большой толчок в формировании понятия числа к тому виду, к которому мы привыкли сегодня.

Современный человек в повседневной жизни постоянно сталкивается с числами и цифрами. Различные системы счисления используются часто: от числовых расчетов в школе и до вычислений на компьютерах. Выделяют два вида систем счислений: позиционные и непозиционные. Традиционная в школьных учебниках классификация нами была расширена, результаты обобщены в виде схемы [Андреева, Босова, Фалина, 2005].

Под унарной системой счисления понимается система, где за основу берется единица. Непозиционная система счисления – система счисления, в которой каждой цифре соответствует величина, не зависящая от ее места в записи числа. Позиционная система счисления – система счисления, в которой значение цифры зависит от ее позиции в записи числа.

Непозиционная система счисления включает в себя не только унарную, но и алфавитную и прочие системы. Алфавитная система счисления – система, в которой буквам (всем или только некоторым) приписываются числовые значения, обычно следующие порядку букв в алфавите. Примерами такой системы являются славянская, греческая, грузинская, армянская и др. Также к непозиционным системам счисления можно отнести вавилонскую, римскую, древнеегипетскую и т.д. [Глейзер, 1981].

Позиционные системы счисления можно разделить на однородные и смешанные. Под однородной системой понимается система счисления, в которой для всех разрядов (позиций) числа набор допустимых символов (цифр) одинаков. А под смешанной системой – система счисления, в которой в каждом разряде (позиции) числа набор допустимых символов (цифр) может отличаться от наборов других разрядов. Примерами смешанной системы являются денежные знаки, измерение времени, двоично-десятичные, двоично-восьмеричные и др.

Среди однородных систем счисления выделяются анатомические и математические. Анатомическая система счисления связана с анатомией человека, например, пять пальцев на одной руке, десять пальцев на двух руках и т.д. Математическая (механическая) система счисления применяется для организации машинных операций по преобразованию информации, для представления машинных кодов в удобном виде и т.д.

Независимо от того, в какой системе записаны числа, можно производить с ними следующие действия:

– перевод из одной системы счисления в другую;

– арифметические операции – сложение, вычитание, умножение и деление.

Предложенная классификация позволяет намного лучше ориентироваться при осуществлении сформулированных действий (рис.).

Библиографический список

1. Андреева Е.В., Босова Л.Л., Фалина И.Н. Математические основы информатики. Элективный курс: учебное пособие. М.: БИНОМ, 2005.
2. Глейзер Г.И. История арифметики в школе: IV–VI кл. Пособие для учителей. М.: Просвещение, 1981.

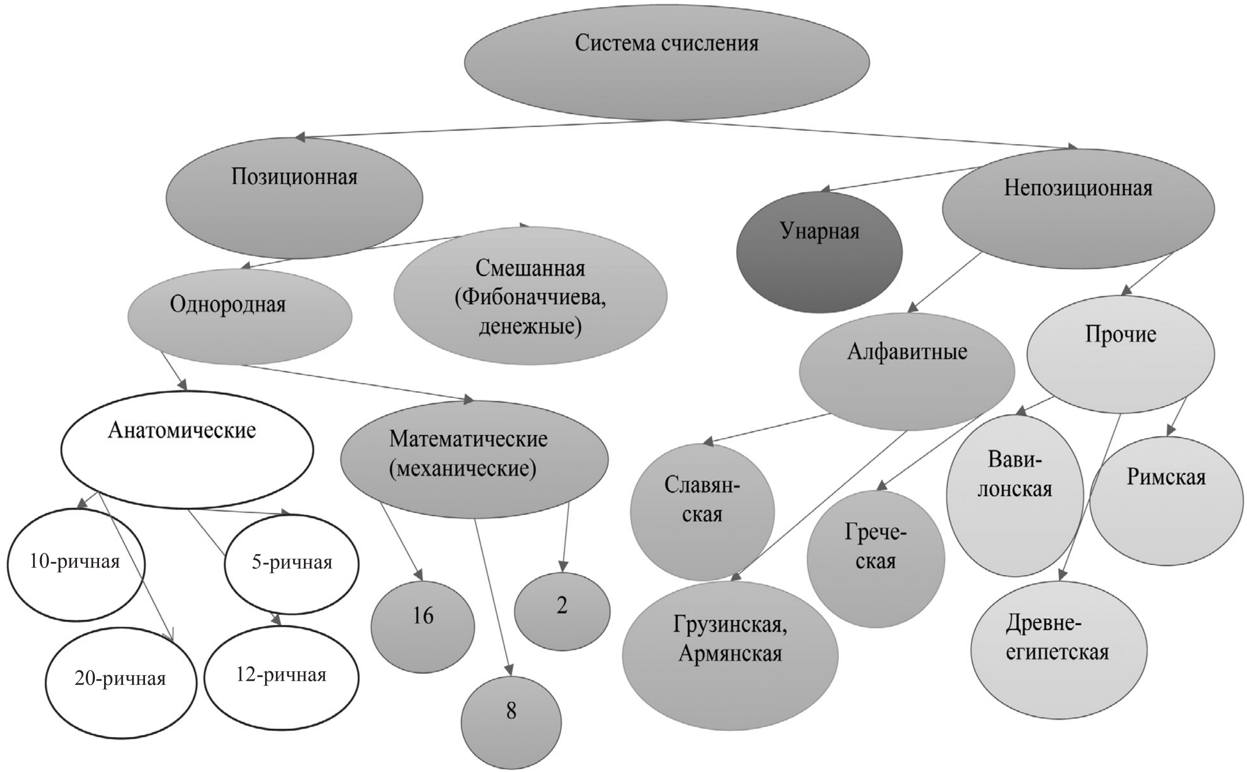


Рис. Виды систем счисления

МАТРИЦЫ ПЕРЕХОДОВ МУЗЫКАЛЬНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ

В.А. Шали
Научный руководитель ***Е.В. Малеева,***
учитель математики
Лицей № 6 «Перспектива», г. Красноярск

В статье рассматривается возможность прогнозирования определенного влияния музыкального произведения на человека не опытным путем, а с помощью математического анализа музыкального произведения. Также отмечена возможность использования математического анализа для определения авторства произведения в «музыкальной криминалистике».
Ключевые слова: влияние музыки на человека; матрица переходов; качественный анализ влияния музыки; математический анализ музыкального произведения; музыкальная психология.

С середины XX в. учеными разных стран проводились исследования влияния музыки на живые организмы, в том числе и на человека. Было доказано, что музыка может влиять как положительно, так и отрицательно [Germanist]. Для выявления положительно и отрицательно влияющих на живые организмы музыкальных произведений использовались наблюдения и эксперименты [Смирнова, 2010]. Но параллельно с этими исследованиями начиная с 1952 г. немецким физиком Вильгельмом Фуксом были выведены математические методы исследования, которые позволяют делать аналогичные выводы, основанные на строгих математических закономерностях, а не на экспериментах на живых организмах, в том числе, людях. Так, информацию о главном элементе музыки – мелодии Вильгельм Фукс обнаружил в матрице переходов [Волошинов, 2000]. Дальнейших серьезных исследований в этой области не обнаружено, хотя изучение влияния музыки на физиологические функции, психическое состояние и деятельность человека является одной из двух наиболее крупных областей исследования проблем музыкальной психологии. Под воздействием музыки подразумевается ее способность изменять физическое и психическое состояние реципиента. Многие исследователи пытаются выявить факторы, детерминирующие максимально эффективное взаимодействие музыки и человека, понять механизмы музыкального воздействия. Вместе с тем при попытке составить целостную картину, отображающую процесс взаимодействия музыки и человека, многие авторы обнаруживают неполноту его описания. Большинство исследователей использует только качественный анализ состояния испытуемого на основе тестов и словесного отчета без попыток теоретической трактовки полученных результатов и применения математического аппарата [Дергаева, 2005]. Поэтому было решено провести математический анализ с помощью матриц переходов музыкальных произведений, влияние которых на человека уже исследовалось с точки зрения психологии. Была выдвинута гипотеза, что в музыкальных произведениях, по-разному влияющих на человека, будут обнаружены разные математические закономерности, которые в дальнейшем можно будет использовать для прогнозирования влияния музыкального произведения на человека без проведения опытов. Чтобы облегчить очень трудоемкий и кропотливый процесс составления матрицы переходов, появилась идея написать программу для автоматического составления таких матриц. В ходе работы была создана программа на языке программирования Python, выдающая матрицы переходов музыкальных произведений [Лутц, 2010]. Программа была протестирована и оптимизирована на музыкальных произведениях, матрицы для которых составил еще Вильгельм Фукс. Данной программой были обработаны более 20 файлов формата midi из классической и современной музыки, о которой имеются результаты экспериментальных исследований влияния музыки на живые организмы [Алексеев].

Примеры матриц переходов произведений, благотворно влияющих на человека, приведены на рис. 1–3.

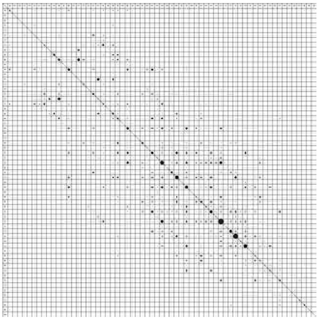


Рис. 1. Симфония № 4 П.И. Чайковского

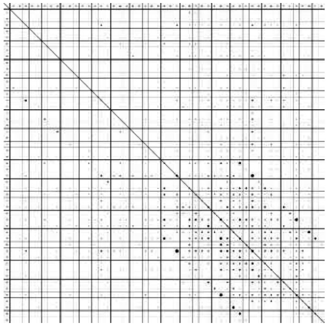


Рис. 2. Шуберт. Лесной царь

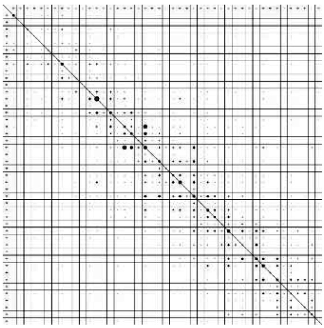


Рис. 3. Моцарт. Маленькая ночная серенада

Примеры матриц переходов произведений, негативно влияющих на человека, представлены на рис. 3, 4.

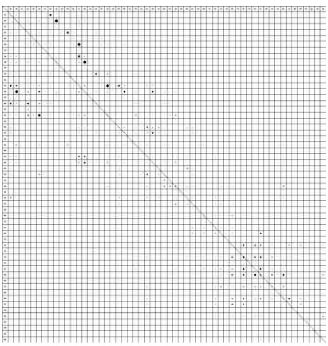


Рис. 4. Произведение группы «Skillet»

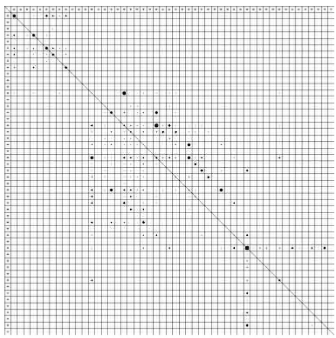


Рис. 5. Произведение группы «Skillet»

На полученных матрицах переходов наглядно видно, что в классических произведениях наблюдается симметрия, большинство переходов расположено равномерно вдоль главной оси, на других представленных матрицах наблюдается нарушение симметрии, во многих случаях значительный сдвиг переходов от оси вверх или вниз и в левую (басовую) сторону.

Таким образом, было подтверждено предположение, что математическими методами можно предсказать положительное или отрицательное влияние музыкального произведения на человека без проведения рискованных экспериментов. Кроме того, математический анализ музыкальных произведений можно использовать в «музыкальной криминалистике» для определения авторства в спорных случаях. Данные направления в настоящий момент очень слабо развиты и имеют дальнейшие теоретические и практические перспективы.

Библиографический список

1. Смирнова И. Таинственное могущество звука // Наука и религия. 2010. № 9, 10.
2. Дергаева И.А. Комплексное исследование восприятия и психологического воздействия музыки: дис. ... канд. психол. наук: 19.00.01. Ярославль: ЯГУ им. П.Г. Демидова, 2005.
3. Germanist. Целебная сила музыки // Новости медицины в Европе [Электронный ресурс]. URL: https://euromednews.ru/2013/02/celebnaya-sila-muzyki (дата обращения: 01.04.2019).
4. Волошинов А.В. Математика и искусство. М.: Просвещение, 2000.
5. Алексеев А. Анатомия midi [Электронный ресурс]. URL: http://www.midi.ru/doc/7.htm (дата обращения: 01.04.2019).
6. Лутц М. Изучаем Python. М.: Символ-Плюс, 2010.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СОФИЗМЫ

А.А. Шарифова
Научный руководитель ***Ю.Е. Зонненберг,***
учитель математики,
Школа № 144, г. Красноярск

Статья посвящена описанию некоторых математических софизмов. Софизмы способствуют повышению строгости математических рассуждений и содействуют более глубокому усвоению понятий и методов математики. Для изучающих математику софизмы полезны еще и тем, что их разбор развивает логическое мышление. Обнаружить ошибку в софизме – это значит осознать ее, а осознать ошибки предупреждает от повторения ее в других математических рассуждениях.
Ключевые слова: математические софизмы, умозаключения, рассуждения, ошибки, логика.

Софизм – это умозаключение или рассуждение, обосновывающее какую-нибудь заведомую нелепость, абсурд или парадоксальное противоречащее общепринятым представлениям. Итак, софизм – всего лишь сбивчивое доказательство, попытка выдать ложь за истину. Отсюда следует, что никакого глубоко и требующего специального разъяснения содержания за ним не стоит. В софизме как результате заведомо некорректного применения математических и логических операций не проявляются также какие-либо действительные логические трудности. Коротко говоря, софизм – это мнимая проблема [Большая энциклопедия Кирилла и Мефодия].

Математический софизм – удивительное утверждение, в доказательстве которого кроется незаметные, а подчас и довольно тонкие ошибки. История математики полна неожиданных интересных проблем, разрешение которых порой служило толчком к новым открытиям. Математические софизмы приучают внимательно и настороженно продвигаться вперед, тщательно следить за точностью формулировок, правильностью записи чертежей, за законностью математических операций. Очень часто понимание ошибок в софизме ведет к пониманию математики в целом, помогает развивать логику и навыки правильного мышления. Если нашел ошибку в софизме, значит, ты ее осознал, а осознание ошибки предупреждает от повторения ее в дальнейших математических рассуждениях. Они не приносят пользы, если их не понимать [Мадера, Мадера, 2003].

Софистами называли группу древнегреческих философов 4–5 вв. до н.э., достигших большого искусства в логике. В период падения нравов древнегреческого общества появляются учителя красноречия, которые целью своей деятельности считали и называли приобретение и распространение мудрости, вследствие чего они именовали себя софистами. Исторически с понятием «софизм» неизменно связывают идею о намеренной фальсификации, руководствуясь признанием Протагора, что задача софиста – представить наихудший аргумент как наилучший путь хитроумных уловок в речи, в рассуждениях, заботясь не об истине, а об успехе в споре или о практической выгоде. Однако софизмы существовали за долго до философов-софистов, а наиболее известные и интересные были сформулированы позднее в сложившихся под влиянием Сократа философских школах. Термин «софизм» впервые ввел Аристотель, охарактеризовавший софистику как мнимую, а не действительную мудрость.

Рассмотрим классификацию софизмов.

1. Алгебраические софизмы – намеренно скрытые ошибки в уравнениях и числовых выражения.

2. Логические софизмы – софизмы, ошибки которых заключаются в неправильных рассуждениях.

3. Геометрические софизмы – софизмы, связанные с геометрическими фигурами [Горячев, Воронец, 1993].

О математических софизмах можно говорить бесконечно много, как и о математике в целом. Изо дня в день рождаются новые парадоксы, некоторые из них останутся в истории, а некоторые просуществуют один день. Софизмы есть смесь философии и математики, которая не только помогает развивать логику, но и искать ошибку в рассуждениях. Исследовать софизмы действительно очень интересно и необычно. Порой сам поражаешься уловкам софиста, настолько безукоризненны его рассуждения. Они существуют и обсуждаются более двух тысячелетий, причем острота их обсуждения не снижается с годами. Если софизмы всего лишь хитрости и словесные уловки, выведенные на чистую воду еще Аристотелем, то долгая их история и устойчивые интересы к ним не понятны.

Библиографический список

1. Горячев Д.Н., Воронец А.М. Задачи, вопросы и софизмы для любителей математики. М.: Просвещение, 1993.
2. Мадера А.Г., Мадера Д.А. Математические софизмы. М.: Просвещение, 2003.
3. Большая энциклопедия Кирилла и Мефодия [Электронный ресурс]. URL: https://megabook.ru/ (дата обращения: 30.03.2019).

ТЕОРЕМА МЕНЕЛАЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ

Д.А. Шестова

Научный руководитель ***Е.Ю. Журавлева,***

педагог дополнительного образования

Дворец творчества детей и молодежи,

г. Железногорск Красноярского края

Определяется значение геометрических задач в старших классах. Приведены примеры решения задач с помощью теоремы Менелая и без нее, показаны преимущества применения теоремы. Описаны возможности использования указанных задач на уроках математики.

Ключевые слова: отношение отрезков, подобие треугольников, старшие классы.

Развитое геометрическое воображение – это качество, необходимое будущим инженерам, физикам, строителям, архитекторам и многим другим. Однако анализ типичных ошибок, допущенных участниками ЕГЭ, свидетельствует о том, что заметные пробелы в геометрической подготовке сохраняются у значительной части экзаменуемых. Данная работа будет полезна как ученикам, имеющим достаточный уровень подготовки и стремящимся постичь логику решения специфических геометрических задач, так и ребятам, заинтересовавшимся быстрым, почти волшебным приемом решения сложной задачи.

Очень часто ученики испытывают трудности при решении задач, в которых нужно найти отношение отрезков в треугольнике. Сложно догадаться, какие дополнительные построения нужно выполнить для получения подобных треугольников. В связи с этим мы решили определить целесообразность применения теоремы Менелая при решении задач на отношение отрезков в треугольнике.

Для достижения поставленной цели были подобраны задачи, в которых упоминается отношение отрезков и решены на основе использования теоремы Менелая и подобия треугольников.

Рассмотрим решение одной геометрической задачи двумя разными способами: используя вспомогательное построение и с помощью теоремы Менелая.

Задача. На сторонах *AB*, *BC* и *AC* треугольника *ABC* взяты соответственно точки *K*, *L* и *M*, причем *AK:KB* = 2:3, *BL:LC* = 1:2, *CM:MA* = 3:1. В каком соотношении отрезок *KL* делит отрезок *BM*? [Шарыгин, 1982].

I способ (решение задачи с помощью теоремы Менелая).

Рассмотрим треугольник *ABC*, где прямая *KL* пересекает две стороны *AB* и *BC*, в точках *K* и *L*, и продолжение третьей *AC* в точке *P* (рис. 1).

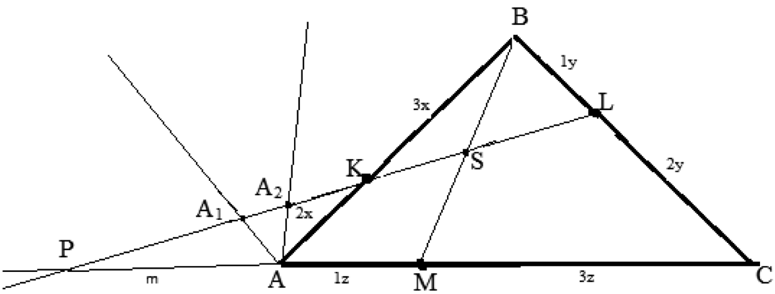


Рис. 1. Чертеж к задаче (первый способ)

По теореме Менелая $\frac{CL}{LB}\cdot\frac{BK}{KA}\cdot\frac{AP}{PC}=1 \Rightarrow \frac{2}{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{AP}{PC}=1 \Rightarrow \frac{AP}{PC}=\frac{1}{3}$.

Следовательно, $AP = m$, $AC = 2m$, $A = 4z$, $m = 2z$, $AP = 2z$, $AM = z$, $MP = 3z$.

Рассмотрим треугольник ABM, где прямая SK пересекает стороны AB и BM в точках K и S соответственно и продолжение стороны AM в точке P.

$\frac{BS}{SM} \cdot \frac{MP}{PA} \cdot \frac{AK}{KB} = 1$. $\frac{BS}{SM} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1$ $\frac{BS}{SM} = \frac{1}{1}$. Ответ: $\frac{1}{1}$.

II способ (решение задачи без теоремы Менелая).

Проведем $AA_1 \parallel BC$.

1) $\Delta PAA_1 \sim \Delta PLC$, т.к. LP – общая, $\angle PKA = \angle KLC$,

$\frac{AA1}{LC} = \frac{PA}{PC}$, $AA_1 = \frac{LC \cdot PA}{PC}$.

2) $\Delta A_1AK \sim \Delta LBK$, т.к. $\angle A_1KA = \angle BKL$ как вертикальные, $\angle A_1AK = \angle KLC$ как накрест лежащие при параллельных прямых AA_1, BC и секущей AB. Значит, $\frac{A1A}{BL} = \frac{AK}{KB}$, $A_1A = \frac{BL \cdot AK}{KB}$.

3) $\frac{LC \cdot PA}{PC} = \frac{BL \cdot AK}{KB}$. $\frac{LC}{LB} \cdot \frac{PA}{PC} \cdot \frac{KB}{AK} = 1 \Rightarrow \frac{2}{1} \cdot \frac{PA}{PC} \cdot \frac{3}{2} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow AC = 4z$, $m = 2z$, $AP = 2z$, $AM = z$, $MP = 3z$.

Проведем $AA_2 \parallel MB$ (рис. 2).

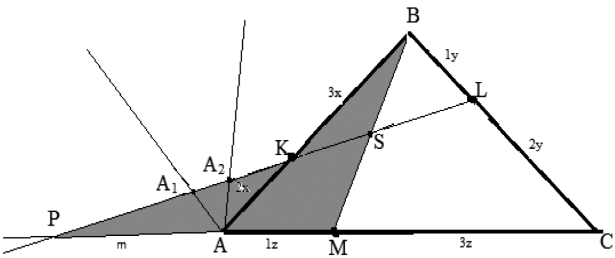


Рис. 2. Чертеж к задаче (второй способ)

4) $\Delta PAA_2 \sim \Delta PSM$, т.к. $\angle P$ – общий, $\angle PA_2A = \angle A_2SM$ как соответственные при $A_2A \parallel BM$ и секущей PL, значит, $A_2A = \frac{SM \cdot AP}{MP}$.

5) $\Delta AA_2K \sim \Delta KBS$, т.к. $\angle PKA = \angle BKS$ как вертикальные, $\angle KAA_2 = \angle KBS$ как накрест лежащие при $AA_2 \parallel BM$ и секущей A_1S.

$\frac{A2A}{BS} = \frac{AK}{KB}$, $A_2A = \frac{BS \cdot AK}{KB}$, $\frac{BS \cdot AK}{KB} = \frac{SM \cdot AP}{MB}$, $\frac{SM}{BS} \cdot \frac{KS}{AK} \cdot \frac{AP}{MP} = 1$

$$\frac{SM}{BS}=\frac{AK}{KS}\cdot\frac{MP}{AP}=\frac{2\cdot 3}{3\cdot 2}=1{:}1. \text{ Ответ: } \frac{1}{1}.$$

Очевидно, применение теоремы Менелая значительно упрощает решение.

Сформулируем рекомендации по применению теоремы Менелая.

1. Теорему Менелая можно использовать при решении задач, в которых говорится о треугольнике и прямой, пересекающей его стороны или продолжение (прямая не всегда задается явно).

2. Когда идет речь об отношении отрезков (иногда завуалированном), необходимо: а) доказать (или дано) равенство отрезков; б) доказать, что точка является серединой отрезка; в) использовать свойство биссектрисы (биссектриса делит сторону треугольника на пропорциональные отрезки).

3. Если условие (1) не дано, то можно рассмотреть не весь данный треугольник, а его часть.

4. Иногда, чтобы получить нужное отношение, можно дважды применить теорему Менелая, а затем производить дальнейшие преобразования с полученными уравнениями.

5. Применять обратную теорему нужно, если необходимо доказать, что какие-нибудь точки лежат на одной прямой [Гордон, 2011].

Мы считаем, что теорема Менелая должна быть включена в основной курс геометрии 7–9 классов в силу несомненных преимуществ ее применения: некоторые задачи, решенные с помощью теоремы Менелая, решаются быстрее и короче (так же как и с помощью теоремы Пифагора); решение задач без использования теоремы Менелая часто требует дополнительного построения.

Библиографический список

1. Гордон Р.К. ЕГЭ 2011. Математика. Задача С4. Геометрия. Планиметрия / под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко. М.: МЦНМО, 2011. С. 46–47.
2. Шарыгин И.Ф. Задачи по геометрии (планиметрия). М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. С. 5.

МОЛОДЕЖЬ И НАУКА XXI ВЕКА

XX Международный научно-практический
форум студентов, аспирантов и молодых ученых

СОВРЕМЕННАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В КОНТЕКСТЕ РАЗВИТИЯ КРАЯ: ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Материалы IV Всероссийской
научно-практической конференции
студентов, аспирантов и школьников

Красноярск, 29 апреля 2019 г.

Редактор *А.П. Малахова*
Корректор *М.А. Исакова*
Верстка *Н.С. Хасаншина*

660049, Красноярск, ул. А. Лебедевой, 89.
Редакционно-издательский отдел КГПУ им. В.П. Астафьева,
т. 217-17-52, 217-17-82

Подписано в печать 12.04.19. Формат 60x84 1/16.
Усл. печ. л. 15,87. Бумага офсетная.
Тираж 100 экз. Заказ № 04-РИО-007

Отпечатано в типографии «Литера-принт»,
т. 295-03-40