

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: Математики и методики обучения математике

Луговская Ольга Александровна
ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**ФОРМИРОВАНИЕ НАВЫКОВ ЗНАКОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В
ПРОЦЕССЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ
9 КЛАССА**

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой д.п.н., профессор Шкерина Л.В.

Л. Шкерина

(дата, подпись)

Руководитель: к.п.н., доцент каф. МиМОМ

Кейв М.А.

М.А. Кейв

Дата защиты

29.06.2020г.

Обучающийся Луговская О.А.

Оценка

5

прописью



Красноярск 2020

Содержание

Введение.....	3
Глава 1. Теоретические аспекты формирования навыков знакового моделирования на языке теории графов у обучающихся 9 класса.....	6
1.1 Элементы теории графов в системе математической подготовки обучающихся 9 класса как средство формирования навыков знакового моделирования.....	6
1.2 Курсы по выбору в системе математической подготовки школьников.....	11
Вывод по первой главе.....	15
Глава 2. Методическое обеспечение курса по выбору «Графы вокруг нас»...16	
2.1 Программа курса по выбору для обучающихся 9 класса «Графы вокруг нас».....	16
2.2 Конспекты занятий курса по выбору «Графы вокруг нас».....	31
2.3 Педагогический эксперимент: основные этапы и результаты.....	51
Вывод по второй главе.....	55
Заключение.....	56
Библиографический список.....	58
Приложения.....	62

Введение

Совершенствование системы образования является одной из приоритетных задач государства и общества. Для того чтобы обеспечить образование на должном уровне, ориентируясь на фундаментальное ядро содержания общего образования, разрабатываются различные методики преподавания с использованием разных подходов и инноваций [34].

В новых образовательных стандартах и программах указаны различные универсальные учебные действия (УУД), которые должны освоить обучающиеся. Одним из таких универсальных действий является «умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения различного типа задач» [32].

«Язык и методы теории графов, проникая во многие сферы человеческой деятельности, становятся неотъемлемой составной частью общей математической культуры. Понятие графа очень ёмко и связано со многими основными понятиями математики, к числу которых относятся и многие понятия школьной математики» [10].

«Теория графов предлагает модели для всякой системы с бинарными отношениями – отношениями между парой элементов» [36].

«Если в изучаемом явлении выделить непустое множество элементов и множество бинарных отношений, заданных на первом множестве, то, как только удастся разумно соотнести вершинам графа интересующие нас объекты, а ребрам – отношения между ними, полученный граф становится математической моделью изучаемого явления» [21].

Можно ли начать изучение элементов теории графов еще в школе?

«Одной из особенностей теории графов, которая, собственно, и позволяет ставить вопрос о введении элементов теории графов в школьный курс математики, является возможность представить граф (как математическую модель или как отвлеченный образ) геометрический – в виде простого рисунка: вершины отождествляются с точками на плоскости, а ребра – с линиями, соединяющими вершины. При изображении графа определенные

свойства изучаемого явления моделируются с помощью простых знаков – точек (одного цвета или нескольких цветов) и отрезков (одного цвета или нескольких цветов, направленных или ненаправленных). При построении рисунков графов, соответствующих какому-то явлению, мы имеем дело с так называемым знаковым моделированием» [11].

Гипотеза исследования: если в систему математической подготовки обучающихся 9 класса включить элементы теории графов, то это будет способствовать развитию умений применять знаки и символы, модели и схемы для решения различного типа задач.

Ориентируясь на Федеральный базисный учебный план и примерные учебные планы для образовательных учреждений Российской Федерации, реализующих программы общего образования, включить элементы теории графов в систему математической подготовки обучающихся 9 класса можно в рамках предпрофильного обучения, посредством специального курса по выбору, освещающего популярные вопросы теории графов. Исследование, направленное на поиск результативных методик обучения школьников элементам теории графов, остается по-прежнему актуальным.

Проблема исследования заключается в поиске ответа на вопрос: как формировать навыки знакового моделирования в процессе математической подготовки обучающихся 9 класса?

Объект исследования: процесс математической подготовки обучающихся 9 класса.

Предмет исследования: дидактические условия формирования навыков знакового моделирования в процессе математической подготовки обучающихся 9 класса.

Цель исследования: методическая разработка и апробация курса по выбору «Графы вокруг нас», направленного на формирование навыков знакового моделирования у обучающихся 9 класса.

Задачи исследования:

- обосновать целесообразность включения элементов теории графов в систему математической подготовки обучающихся 9 класса;
- охарактеризовать основные требования к проектированию и реализации программы курса по выбору в системе предпрофильной подготовки школьников;
- разработать методическое обеспечение курса по выбору «Графы вокруг нас»;
- провести педагогический эксперимент, проанализировать и описать его результаты.

Методы исследования: теоретический (анализ научно-методической литературы по изучению элементов теории графов); эмпирический (педагогический эксперимент, наблюдение, сравнение, измерение, опрос).

Настоящая квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка и приложений.

В введении данной выпускной квалификационной работы обозначена проблема, сформулирована цель, обозначены объект, предмет, определены гипотеза и задачи исследования.

В первой главе: проведен анализ научно-методической литературы по изучению особенностей языка теории графов; обозначены способы и средства формирования навыков знакового моделирования, которые соответствуют возрастной группе обучающихся 9 класса; определена форма организации учебных занятий во внеурочное время, такая как курсы по выбору.

Во второй главе: представлена методическая разработка курса по выбору для обучающихся 9 класса «Графы вокруг нас»; представлены основные этапы и результаты педагогического эксперимента, проведенного на базе образовательного учреждения.

В заключении обозначены полученные результаты проведенного исследования.

Глава 1. Теоретические аспекты формирования навыков знакового моделирования на языке теории графов у обучающихся 9 класса

1.1 Элементы теории графов в системе математической подготовки обучающихся 9 класса как средство формирования навыков знакового моделирования

«Моделирование – это особый метод познания окружающего мира, который относится к общенаучным методам. Он может применяться как на эмпирическом, так и на теоретическом уровнях» [7].

Моделирование – это своеобразное замещение одного объекта другим. Такое замещение делается с целью упрощения изучения свойств исходного объекта. Использование в качестве моделей знаков или символов при решении различных задач будет являться знаковым моделированием.

Одной из моделей знакового моделирования при решении задач являются графы (графовые модели).

Как научиться применять эти модели на практике? Как сделать изучение элементов теории графов доступным для школьника и сформировать у него навыки знакового моделирования?

Существует три основных подхода к определению понятия граф:

1) «Граф состоит из конечного множества вершин и множества ребер, где каждое ребро есть подмножество множества вершин, содержащее два элемента» [2], [5].

2) Несколько иное определение: «граф состоит из конечного множества вершин и симметричного антирефлексивного бинарного отношения на этом множестве вершин».

3) «Граф состоит из конечного множества вершин, конечного множества ребер и отношения инцидентности между вершинами и ребрами, такого, что всякое ребро инцидентно двум вершинам» [11].

Простой язык теории графов позволяет, посредством знакового моделирования, решать многочисленные, разнообразные и довольно нетривиальные задачи в различных сферах деятельности.

«Во многих прикладных задачах изучаются системы связей между различными объектами. Объекты называются вершинами и отмечаются точками, а связи между вершинами называются дугами и отмечаются стрелками между соответствующими точками. Такие системы и образуют графы. Граф может изображать сеть улиц в городе: вершины графа — перекрестки, а дуги—улицы с разрешенным направлением движения (улицы могут быть с односторонним и двусторонним движением). В виде графов можно представить блок-схемы программ (вершины — блоки, а дуги — разрешенные переходы от одного блока к другому), электрические цепи, географические карты и молекулы химических соединений, связи между людьми и группами людей» [29].

«Специфика теории графов позволяет вводить основные понятия, методологически связывая их с практикой, показывая пути возникновения этих понятий при помощи формализации и обобщения различных сторон действительности. При этом в силу широкой применимости теории графов, изучение ее основ и методов может и должно происходить в процессе изучения основного курса математики, в процессе использования языка теории графов при обучении математике. При постепенном его введении, по мере необходимости и целесообразности, он будет «работать» на протяжении всего обучения математике» [11].

Начальные сведения о графах, как геометрических схемах, состоящих из точек (вершин) и соединяющих их линий (ребер), достаточно просты, а работа с ними вызывает большой интерес у обучающихся.

В школьном курсе математики теория графов не рассматривается, но в учебниках по математике для начальных классов и для основной школы, можно встретить задачи, которые намного проще решить с помощью графов, нежели другими способами.

Для обучающихся составление графов, при решении задач, является интересным и познавательным занятием – это помогает повысить их интерес к изучаемому предмету. Некоторые задачи, встречающиеся в школьных

учебниках по математике, легче решить, используя язык теории графов. Рассмотрим примеры таких задач:

Задача 1. ««Этот вечер свободный можно так провести...» *: пойти погулять к реке, на площадь или в парк и потом пойти в гости к Вите или к Вике. А можно остаться дома, сначала посмотреть телевизор или почитать книжку, а потом поиграть с братом или разобраться наконец у себя на письменном столе. Нарисовать дерево возможных вариантов» [22].

Решение: Данное решение производится после того как будет изображено дерево событий. Благодаря графическому изображению условий задачи можно с легкостью посчитать сколько всего вариантов возможных событий есть (Рис. 1).

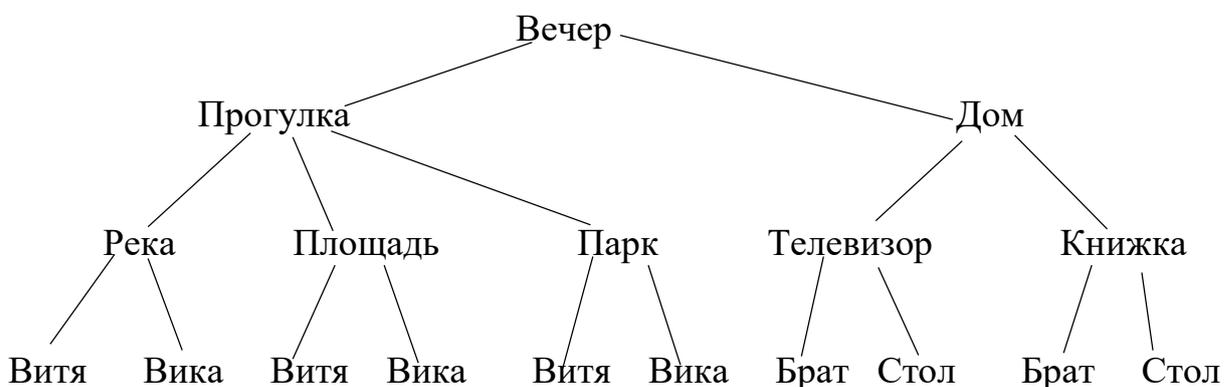


Рис. 1. Графическое решение задачи 1.

Ответ: всего 10 вариантов возможных событий.

Задача 2. Три друга – Лёша, Сергей и Денис – купили щенков разной породы: щенка такса, щенка колли и щенка овчарки. Известно, что: щенок Лёши темнее по окрасу, чем такса, Леси и Гриф; щенок Сергея старше Грифа, овчарки и таксы; Джек и такса всегда гуляют вместе. У кого какой породы щенок? Назовите клички щенков.

Решение: в данной задаче изобразим граф из 9 вершин и 6 ребер. Где вершины разбиваем на три множества: имена, клички, порода и размещаем их в разных частях плоскости для наглядности (Рис. 2). Опираемся на ключевую фразу, которая поможет решить задачу: «щенок Лёши темнее по окрасу, чем такса, Леси и Гриф», значит у Лёши не такса, не Леси, не Гриф. Другая ключевая фраза: «щенок Сергея старше Грифа, овчарки и таксы», значит у

Сергея не Гриф, не овчарка, не такса. Еще одна ключевая фраза: «Джек и такса всегда гуляют вместе», значит Джек - это не такса. По составленному графу видно, что у Сережи не такса и не овчарка, а значит- колли, поэтому проводим первое ребро. Затем видим, что у Лёши не такса и не колли, а значит - овчарка, проводим еще ребра. Денису осталась такса. У Лёши не Леси и не Гриф, значит Джек. У Сергея не Гриф и не Джек, а Леси. Исходя из этого Денису остается Гриф, проводим последнее ребро.

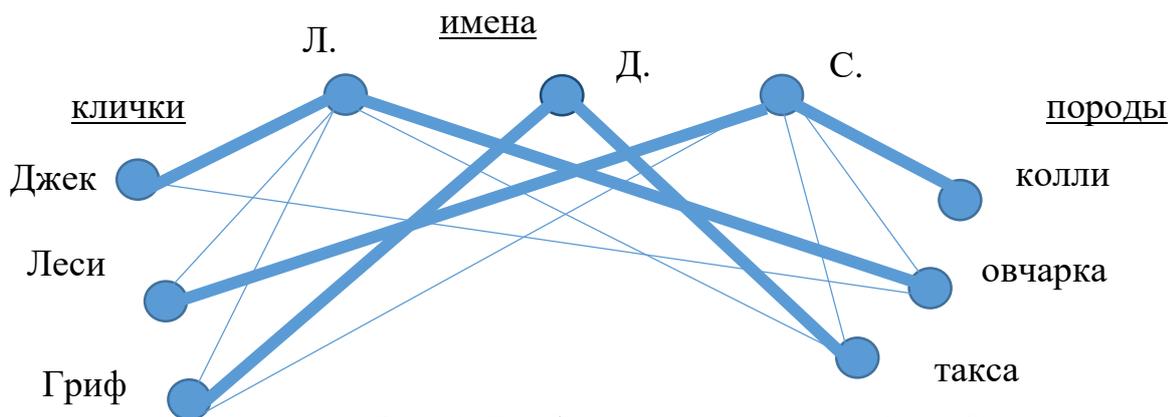


Рис. 2. Графическое решение задачи 2.

Ответ: у Лёши овчарка по кличке Джек, у Сергея – колли Леси, у Дениса – такса Гриф.

Задача 3. Между девятью планетами солнечной системы установлено космическое сообщение. Рейсовые ракеты летают по следующим маршрутам: Земля – Меркурий; Плутон – Венера; Земля – Плутон; Плутон – Меркурий; Меркурий – Вене; Уран – Нептун; Нептун – Сатурн; Сатурн – Юпитер; Юпитер – Марс и Марс – Уран. Можно ли долететь на рейсовых ракетах с Земли до Марса?

Решение: Нарисуем схему условия (Рис. 3): планеты изобразим точками, а маршруты ракет – линиями.

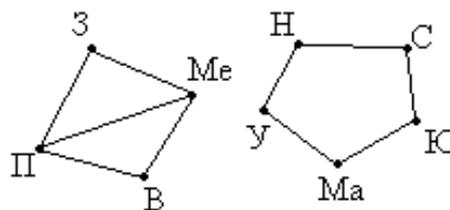


Рис. 3. Графическое решение задачи 3.

При помощи данного изображения можно увидеть, что долететь с Земли до Марса нельзя.

Такой подход к решению задач заставляет мышление школьников работать последовательно, позволяет не пропустить все условия и не повторить их дважды, что особенно актуально для обучающихся 9 класса, поскольку в содержание итоговой государственной аттестации выпускников средней школы встречаются различные задания комбинаторного типа, которые требуют нестандартного подхода к решению.

Использование графов помогает продемонстрировать понятие изоморфизма. Формирование понятия изоморфизма (замены) у обучающихся и использование его на практике способствует развитию такого качества, как умения обнаружить структурное сходство внешне разных систем предметов и отношений. Приведем пример такой задачи:

Задача 4. Имеются три дома и три колодца. Каждый хозяин пользуется любым из трех колодцев, но не любит встречаться с другими хозяевами. Можно ли проложить непересекающиеся дорожки, соединяющие каждый из домов с каждым колодцем? Наглядное решение задачи (Рис. 4):

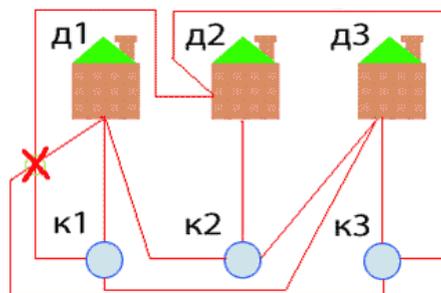


Рис. 4. Графическое решение задачи 4.

Таким образом, изучение элементов теории графов помогает сформировать у обучающихся математическую культуру, а также навыки знаково-символического моделирования при решении различных по сложности задач.

Для учителя использование элементов теории графов, на уроках математики, является неотъемлемым средством формирования навыков знакового моделирования. Кроме того, некоторые педагоги отмечают, что

целесообразным является использование изобразительного языка графов в качестве служебных средств при решении различных методических вопросов обучения математике [11, 32, 34]:

- графы как средство наглядности при обучении математике;
- графы как средство углубления и обогащения содержания школьной математики;
- графы как средство усиления взаимосвязей учебных дисциплин, изучаемых в школе;
- графы как средство развития прикладного направления математики.

1.2 Курсы по выбору в системе математической подготовки школьников

Профильное обучение на старшей ступени общего образования предполагает реализацию ответственного выбора обучающегося профилирующего направления собственной деятельности.

«В предпрофильной подготовке решение этой проблемы идет через курсы по выбору, основная функция которых – профориентационная. В профильном обучении на решение этой задачи направлены курсы по выбору (факультативы)» [12].

«Курсы по выбору (факультативы) – это форма организации учебных занятий во внеурочное время, направленная на расширение, углубление и коррекцию знаний обучающихся по учебным предметам в соответствии с их потребностями, запросами, способностями и склонностями» [10].

Между курсом по выбору и программой школьного предмета есть существенное отличие, это то, что курс не дублирует содержание предмета, обязательного для изучения в школе.

При изучении дополнительных учебных предметов, курсов по выбору обучающиеся должны показать результаты обучения:

- 1) развитие личности обучающихся средствами предлагаемого для

изучения учебного предмета, курса: развитие общей культуры обучающихся, их мировоззрения, ценностно-смысловых установок, развитие познавательных, регулятивных и коммуникативных способностей, готовности и способности к саморазвитию и профессиональному самоопределению;

2) овладение систематическими знаниями и приобретение опыта осуществления целесообразной и результативной деятельности;

3) развитие способности к непрерывному самообразованию, овладению ключевыми компетентностями, составляющими основу умения: самостоятельному приобретению и интеграции знаний, коммуникации и сотрудничеству, эффективному решению (разрешению) проблем, осознанному использованию информационных и коммуникационных технологий, самоорганизации и саморегуляции;

4) «обеспечение академической мобильности и (или) возможности поддерживать избранное направление образования»;

5) «обеспечение профессиональной ориентации обучающихся» [32].

Тип элективных курсов зависит от специфики образовательных задач, на которые они направлены. Исходя из этого в практике предпрофильного обучения выделяются следующие типы курсов по выбору:

-межпредметные курсы, основная задача которых развить у обучающихся основы метапредметных компетенций;

-предметно-ориентированные, формируют у обучающихся предметные компетенции;

-внепредметные элективные курсы, способствуют развитию у обучающихся личных качеств, удовлетворяют познавательным интересам обучающихся в различных обширных областях деятельности человека.

Как и основная школьная программа, так и программа курсов по выбору для обучающихся должна удовлетворять требованиям:

-в первую очередь, соответствовать концептуальным положениям профильного обучения и требованиям ФГОС общего образования;

-быть направлены на практическую деятельность;

- быть логичными при построении и при подаче материала;
- быть связной и обладать хорошей структурированностью по содержанию;
- иметь активные методы обучения, которые дадут учащимся сделать выбор для продолжения образования;
- иметь некоторую степень новизны и эксклюзивности;
- обладать определенной степенью обобщенности содержания, которое позволит развивать метапредметные и предметные умения и навыки.

Примерная структура программы включает в себя несколько компонентов:

1. «Титульный лист.
2. Пояснительная записка (аннотация).
3. Учебно-тематический план.
4. Содержание курса по темам.
5. Учебно-методическое обеспечение» [12].

Пояснительная записка в структуре рабочей программы предназначена для того, чтобы четко и кратко сформулировать основные цели, задачи, а также основную идею курса по выбору, продемонстрировать общую характеристику предпрофильной подготовки, указать на количество изучаемых часов, которые отведены на изучение конкретного курса, критерии оценивания достигнутых результатов. Пояснительная записка не должна быть большая по объему, в ней должны быть разъяснены общая характеристика образовательной программы, а также специфика предполагаемой учебной деятельности.

Учебно-тематическое планирование, как правило, оформляется в виде таблицы (таблица 1) с указанием наименований основных модулей, тем и разделов, теоретических и практических часов, ожидаемых образовательных результатов, предполагаемой деятельности учащихся и возможными формами контроля.

Учебно-тематическое планирование курса по выбору

№ п/п	Наименование модулей, тем, разделов	Кол-во часов	Обще-образовательные цели	Вид деятельности учащегося	Формы контроля

Основной структурный элемент образовательной программы, который включает разъяснение и обоснование каждой предложенной темы – это содержание тем учебного курса. В данном разделе рассматриваются главные изучаемые вопросы, основные требования к знаниям, а также к умениям обучающихся, различные формы контроля, разнообразные виды самостоятельной работы обучающихся.

Учебно-методическое обеспечение включает в себя обязательный перечень необходимых учебных и методических материалов, к которым можно отнести фонд оценочных средств, различный дидактический материал, различные актуальные Интернет-ресурсы; литература, которая использовалась при написании программы и т.п.

Очень важным является контроль обучающихся, система оценки. Для этого разрабатываются итоговая зачетная работа по курсу и разнообразные формы промежуточных аттестаций. Указывается различная форма оценивания. Оценка может выглядеть, как «зачет/не зачет» или же по классической пятибалльной шкале. Использование оценок промежуточного контроля может помочь вовремя определить трудности в усвоении материала и своевременно скорректировать деятельность обучающихся. Обучение элементам теории графов, обучающихся школы, возможно с помощью введения разработанного курса по выбору «Графы вокруг нас» в систему математической подготовки в школе. Данный факультативный курс направлен на предпрофильную подготовку обучающихся 9 классов, с помощью которого обучающиеся смогут в различных областях деятельности применять навыки знакового моделирования.

Выводы по первой главе

Теория графов – один из разделов дискретной математики, который широко применяется на практике и в других областях знаний. Язык теории графов целесообразно применять в процессе математической подготовки обучающихся школы. Для 9 класса возможно включение элементов теории графов, как в содержание уроков по математике, так и в состав предпрофильной подготовки посредством специального курса по выбору, который освещает интересные и популярные вопросы теории графов.

Использование графического языка теории графов как средства формирования навыков знакового моделирования является одним из перспективных направлений развития математического образования школьников.

Глава 2. Методическое обеспечение курса по выбору

«Графы вокруг нас»

2.1 Программа курса по выбору для обучающихся 9 класса «Графы вокруг нас»

1. Пояснительная записка

Программа курса по выбору «Графы вокруг нас» для 9 класса предназначена для организации учебных занятий во внеурочное время, направлена на расширение, углубление и коррекцию знаний обучающихся по математике. Программа удовлетворяет потребностям обучающихся, их запросам и способностям, а также способствует повышению уровня предпрофильной подготовки. Программа составлена на основе Федерального Государственного образовательного стандарта основного общего образования, утвержденного приказом №1897 Министерства образования и науки РФ от 17.12.2010 г. и «Примерные программы основного образования. Математика» М.: Просвещение, 2011.

Актуальность данного курса связана с широким применением теории графов в различных сферах деятельности (физика, химия, информатика и т.д.). Данный курс поможет обучающимся овладеть навыками знакового моделирования при решении разнообразных задач. Темы, представленные в курсе по выбору «Графы вокруг нас», будут интересны обучающимся 9 класса, привлекут их внимание.

Данный курс по выбору «Графы вокруг нас» направлен:

- на повышение математической подготовки обучающихся;
- на формирование устойчивого интереса к предмету;
- на развитие математических, а также личностных и метапредметных способностей, в частности, на развитие навыков знакового моделирования;
- на определение профиля дальнейшего обучения;
- на усовершенствование способностей коммуникации в устной и письменной формах при решении задач;

-на организацию сотрудничества обучающихся, развитие их творческих способностей.

2. Общая характеристика курса по выбору

Курс по выбору «Графы вокруг нас» для 9 класса направлен на достижение следующих целей:

в предметном направлении:

-овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми для продолжения образования;

-формирование способности использовать навыки знакового моделирования в повседневной жизни.

в метапредметном направлении:

-формирование общих способов интеллектуальной деятельности, которые характерны для математики;

-развитие умений создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения различного типа задач.

в направлении личностного развития:

-формирование представлений о математике, как части общечеловеческой культуры;

-формирование значимости математики в развитии современного общества;

-развитие логического и критического мышления.

Главные задачи курса по выбору «Графы вокруг нас» для 9 класса:

- введение основных понятий и методов теории графов;

- рассмотрение основных приемов знакового моделирования на языке теории графов;

- формирование навыков и умений распознавать задачи, решаемые при помощи теории графов;

- формирование интереса у обучающихся к предмету.

В первую очередь, организация обучения включает в себя лекции. Практикум предназначен для развития практических навыков. Чтобы

заинтересовать обучающихся данными темами, представлены семинары и современные педагогические технологии (игровые и интерактивные).

3. Место курса в учебном плане

Курс по выбору «Графы вокруг нас» предназначен для предпрофильной подготовки обучающихся 9 класса. В соответствии с учебным планом образовательного учреждения рассчитан на 17 часов.

4. Личностные, метапредметные, предметные результаты освоения курса

в личностном направлении:

-формирование устойчивой мотивации к обучению, к самостоятельной и коллективной деятельности;

-формирование навыков самоанализа и самоконтроля;

-формирование умения вербально выразить в процессе диалога собственные чувства и эмпатию к собеседнику своей\другой этнической группы;

-формирование умений анализировать изменения своего эмоционального состояния в процессе изучения, получения и переработки полученной информации и её осмысления, опыта урегулирования конфликтов.

в метапредметном направлении:

-познавательные: развитие логического и образного мышления, умение анализировать, делать выводы, строить модели и проводить аналогию, формировать грамотное употребление математической терминологии в устной речи.

-регулятивные: освоение действий по проверке, анализу и коррекции результатов своей деятельности, осознание качества и уровня усвоения, правильность выполнения учебной задачи.

-коммуникативные: развитие умения слушать и вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении проблем, продуктивное взаимодействие и сотрудничество со сверстниками.

в предметном направлении:

- изучение основных понятий теории графов;
- освоение основных методов и алгоритмов теории графов;
- развитие умений применять изученный материал на практике, проводить соответствие между объектами, которые выражают их структурную идентичность.

5. Содержание тем учебного курса по выбору «Графы вокруг нас»

Программа данного курса состоит из 11 тем и ориентирована на обучающихся 9 класса.

Тема 1. Путешествие в Страну Графов

Знакомство с историей возникновения теории графов. Введение понятий: граф, вершина, ребро, степень вершины, смежные ребра, изолированная и висячая вершина, петля.

На примерах, встречающихся в повседневной жизни, вводятся основные понятия данной темы (рисунки с 5 по 7).



Рис. 5. Пример 1.

Рис. 6. Пример 2.

Рис. 7. Пример 3.

Тема 2. Разнообразие видов графа. Лемма о рукопожатиях

Знакомство с понятиями: простой граф, мультиграф, псевдограф, ориентированный граф, полный граф. Лемма о рукопожатиях и следствия из нее. В практической части предложены задачи для закрепления следствий из леммы о рукопожатиях, а также упражнения для определения видов графа.

Примеры задач:

Задача 1. На итоговом выступлении в музыкальной школе каждый участник пожал руку другому участнику, всего сделано 15 рукопожатий, сколько участников было на выступлении в музыкальной школе?

Решение: воспользуемся следствием из леммы о рукопожатиях. Число рукопожатий $= n(n-1)/2$. Чему равно n неизвестно. Из леммы о рукопожатиях следует, что:

$$15 = n(n-1)/2;$$

$$2*15 = n(n-1);$$

$$30 = n(n-1);$$

$$n = 6.$$

Ответ: На итоговом выступлении в музыкальной школе было 6 участников.

Задача 2. На 8 марта каждый из 10 мальчиков класса подарил по 8 цветков одноклассникам. Известно, что каждая девочка получила по 5 цветков. Сколько всего девочек в классе?

Решение: Подсчитаем «ребра»: каждый из 10 мальчиков подарил по 8 цветков, поэтому всего было подарено 80 цветков ($10*8=80$). Поскольку каждая девочка получила в подарок по 5 цветков, то всего девочек в классе 16 ($80/5=16$).

Задача 3. Иван, Миша, Паша, Костя и Данил при встрече в школе обменялись рукопожатиями (каждый пожал руку каждому по разу). Сколько всего рукопожатий было сделано?

Решение: воспользуемся следствием из леммы о рукопожатиях. Число рукопожатий $= n(n-1)/2$. Мальчиков всего 5. Поэтому пользуемся формулой $n(n-1)/2$. $5(5-1)/2=10$. Итого было совершено 10 рукопожатий.

Тема 3. Графы и их маршруты

Введите определение маршрута во время игры и его виды: замкнутый, не замкнутый, длина маршрута, мост

Примеры заданий:

Задание 1: используя фломастер и рисунок 8 проложите маршрут от парты к стулу, от стула к двери, от двери к доске, от доски к парте.

Решение:

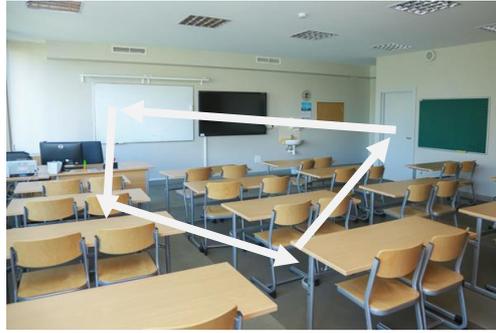


Рис. 8. Графическое решение задания 1.

Задание 2: используя фломастер и рисунок 9 проложите маршрут от доски к учительскому столу, от учительского стола к двери, от двери к парте

Решение:

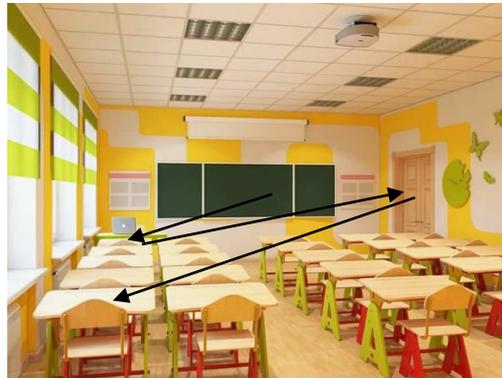


Рис. 9. Графическое решение задания 2.

Задание 3: с помощью линейки на карте (рис. 10) измерьте расстояние от начала пути до клада.

Решение:



Рис. 10. Графическое решение задания 3.

Измерения могут не совпасть, но это и не главное. Благодаря такому заданию делается вывод, что у графа и его маршрута есть длина, то есть определенный размер.

Тема 4. Теорема Кёнига

Введение понятия: двудольности графа, цикл, простой цикл. Теорема Кёнига и следствия из нее.

Примеры задач:

Задача 1. В турнире по шахматам участвовали две команды. Каждый игрок одной команды играл с каждым игроком другой команды. Сколько встреч проведено, если в командах: а) по 2 игрока; б) по 3 игрока; в) по 4 игрока; г) по 5 игроков.

Решение: Для решения задачи под буквой а) можно начертить граф (рис. 11):

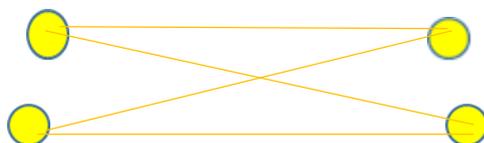


Рис. 11. Графическое решение задачи 1.

Благодаря графическому изображению можно увидеть, что встреч было проведено 4. Далее решение под буквами б, в, г можно сделать аналогично. Исходя из полученных решений можно сделать вывод, что количество встреч с участием одинакового количества игроков в каждой группе можно вычислить путем умножения одного числа участников на другое: $2*2=4$; $3*3=9$; $4*4=16$; $5*5=25$.

Ответ: а) 4; б) 9; в) 16; г) 25.

Задача 2. В турнире по шашкам участвовали две команды. Каждый игрок одной команды играл с каждым игроком другой команды. Сколько игроков в каждой команде, если было проведено: а) 36 встреч; б) 49 встреч; в) 16 встреч. Известно, что количество игроков в каждой команде одинаковое.

Решение: данная задача является обратной задачи 3. Для вычисления количества игроков достаточно вспомнить таблицу умножения или правило извлечения числа из-под корня. $36/6=6$; $49/7=7$; $16/4=4$.

Ответ: в каждой команде по: а) 6 игроков; б) по 7 игроков; в) по 4 игрока.

Тема 5. Маршруты вокруг нас

Выступления обучающихся с докладами на тему «Маршруты вокруг нас». Тему подбирают на свое усмотрение и пожелание.

Тема 6. Наши первые достижения

Проведение самостоятельной работы, оценка достигнутых результатов.

Тема 7. Деревья в графах

Введение понятия дерево. Изучение свойств дерева. Рассмотрение понятий: вес ребра, нагруженный граф, остовное дерево и минимальное остовное дерево.

Примеры задач:

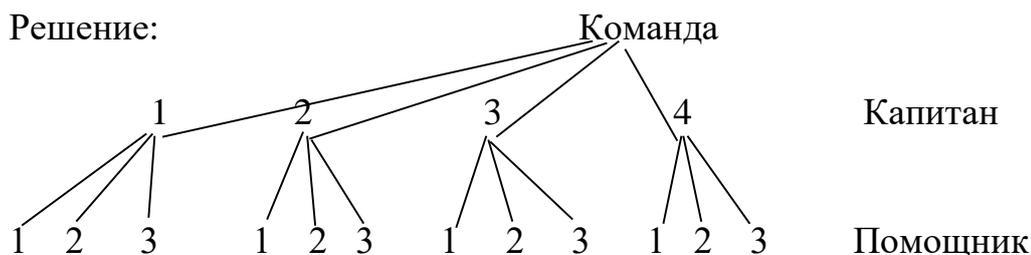
Задача 1. В пекарне продаются пироги со сладкой и несладкой начинкой. Сладкие пироги с клюквой, малиной или черникой, несладкие пироги с капустой или с рыбой. Изобразите условия задачи с помощью графа.

Решение:



Задача 2. В команде по плаванию 4 человека. Сколько вариантов есть для выбора капитана и его помощника среди пловцов.

Решение:



Капитана выбираем одним из 4 способов, а помощника одним из трех вариантов. Таким образом есть 12 вариантов выборов.

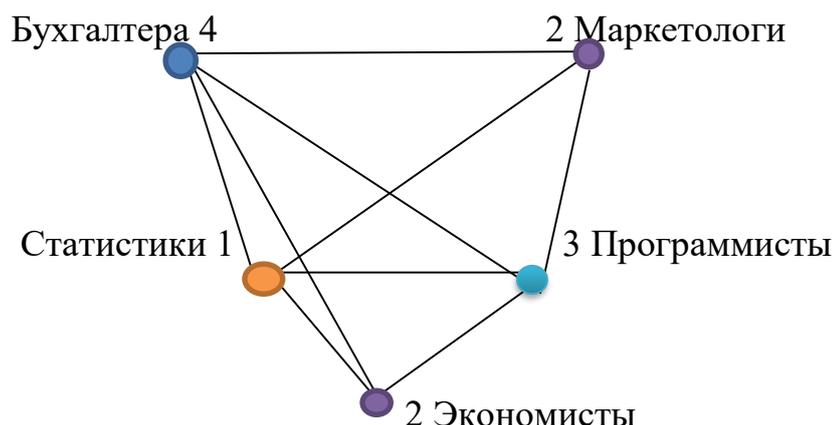
Тема 8. Раскрасим вершины графа

Введение понятия раскраска вершин графа, правильная раскраска вершин графа, хроматическое число. Алгоритм правильной раскраски вершин графа.

Примеры задач:

Задача 1. В колледже имеется пять групп 2 курса различных направлений специальности: бухгалтера, маркетологи, программисты, экономисты, статистики. Учащиеся каждой группы должны посещать занятия по соответствующей профессии (бухгалтерский учет, маркетинг, программирование, экономика, статистика). Бухгалтера также должны посещать занятия по экономике, экономисты- по бухгалтерскому учету, программисты- по экономике, Статистики- по экономике, маркетологи по статистике и бухгалтерскому учету. Кроме того, каждая из групп хотела бы посещать занятия по программированию, а статистики еще лекции по маркетингу и бухгалтерскому учету. Требуется составить оптимальное расписание, которое удовлетворило бы всех учащихся.

Решение: Изобразим схематически группы обучающихся колледжа:



Соединим ребрами, каждую из вершин так, чтобы это удовлетворяло условию задачи. Начинаем нумеровать вершины, используя алгоритм раскраски.

Составим таблицу (таблица 2) по получившимся результатам:

Таблица 2

Таблица получившихся результатов

1	Статистика	
2	Маркетинг	Экономика
3	Программирование	
4	Бухгалтерский учет	

Тема 9. Приложения теории графов

Расширение кругозора у обучающихся. Формирование знаний областей применения графов.

Тема 10. Мастер-класс по решению задач с помощью графов

Изучение приложений теории графов в различных сферах деятельности. Решение практико-ориентированных задач.

Тема 11. Итоговое занятие

Проектная деятельность.

6. Учебно-методические ресурсы

Примерные темы проектной деятельности:

1. Применение граф в информатике;
2. Применение граф в картографии;
3. Применение граф в медицине;
4. Применение граф в строительстве;
5. Применение граф в авиации;
6. Применение граф в РЖД;

Литература для обучающихся:

1. Мельников О.И. Незнайка в стране графов: Пособие для учащихся. Изд. 5-е. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012.
2. Мельников О.И. Теория графов в задачах и упражнениях. Более 200 задач с подробными решениями: Метод. Пособие для практических занятий и самообразования. Изд. 1-е. М.: Едиториал УРСС, 2016.

Литература для учителя:

1. Буркатовская Ю.Б. Теория графов. Часть 1: учебное пособие: Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2014.
2. Калугин Н.А. Элементы теории графов: учеб. пособие: Самар. гос. аэрокосм. ун-та. - Самара, 2013.

3. Кейв М.А. Дискретная математика для будущего учителя: учебное пособие: Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. - Красноярск, 2008.

Интернет-ресурсы и цифровые образовательные ресурсы:

1. ЦОР по теме «Графы и их применение». Режим доступа:

[\[http://school-collection.edu.ru/catalog/search/?text=%E3%F0%E0%F4%FB&context=all\]](http://school-collection.edu.ru/catalog/search/?text=%E3%F0%E0%F4%FB&context=all)

7. Планируемые результаты обучения

Личностные:

Обучающийся проявляет критичность мышления, формирует способность работать самостоятельно и коллективно.

Предметные:

Обучающийся владеет основными понятиями курса по выбору «Графы вокруг нас», может свободно использовать теорию графов при решении задач, применяет графы в различных сферах деятельности.

Метапредметные:

Познавательные УУД:

Обучающийся умеет логически и образно мыслить. Умеет анализировать, делать выводы, проводить сравнение, грамотно употребляет математическую терминологию в устной речи. Может моделировать условие задачи с помощью схемы, рисунков, а также выбрать наиболее эффективный способ решения задачи.

Коммуникативные УУД:

Обучающийся умеет слушать и вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении проблем, продуктивно взаимодействовать и сотрудничать со сверстниками.

Регулятивные УУД:

Обучающийся может провести проверку, анализ и коррекцию результатов своей деятельности, осознает качество и уровень усвоения, правильность выполнения учебной задачи.

8. Тематическое планирование с определением основных видов учебной деятельности

Таблица 3

Тематическое планирование с определением основных видов учебной деятельности

№ урока	Тема урока и тип урока	Кол-во академ. часов	Элемент содержания	Предметные результаты обучения	УУД
1	Путешествие в Страну Графов. <i>Вводная лекция</i>	2	Знакомство с историей возникновения теории. Ввод понятий: граф, вершина, ребро, степень вершины, смежные ребра, изолированная и висячая вершина, петля.	- знать основные элементы графа; - уметь определять степень вершины графа; - уметь определять вид вершины графа (изолированная, висячая, петля).	Познавательные: осуществление сравнения и определения. Коммуникативные: развитие умения слушать и вступать в диалог. Регулятивные: Оценивает продукт своей деятельности, Называет трудности, с которыми столкнулся при решении задачи, и предлагает пути их преодоления/ избегания в дальнейшей деятельности.
2	Разнообразие видов графа. Лемма о рукопожатиях. <i>Лекция и практическая часть</i>	2	Знакомство с понятиями простой граф, мультиграф, псевдограф, ориентированный граф, полный граф. Введение леммы о рукопожатиях. В практической части предложены задачи для закрепления следствий из леммы о рукопожатиях, а также упражнения для определения видов графа.	- уметь отличать виды графа; - уметь правильно пользоваться следствиями из леммы о рукопожатиях; - владеть навыками применения теории на практике.	Познавательные: устанавливает причинно-следственную связь. Коммуникативные: участвовать в коллективном обсуждении проблем, продуктивное взаимодействие и сотрудничество со сверстниками. Регулятивные: ставит цель деятельности на основе поставленной проблемы и предлагает несколько способов ее достижения.
3	Графы и их маршруты. <i>Урок-игра</i>	2	Проводится игра. Ввод определения маршрута: замкнутый, не замкнутый, длина маршрута, мост	-знать определение маршрута; - знать и уметь определять замкнутый маршрут; - знать и уметь определять не замкнутый маршрут;	Познавательные: осуществляет выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий. Коммуникативные: организовывает и планирует учебное сотрудничество с учителем и сверстниками; определяет цели и

				- владеть навыками применения теории на практике.	функции участников, способы взаимодействия; планировать общие способы работы. Регулятивные: обнаруживает и формулирует учебную проблему и решает ее.
4	Маршруты вокруг нас. <i>Семинар</i>	1	Выслушиваются доклады обучающихся о видах маршрутов встречающихся вокруг нас.	знать определение маршрута; - знать и уметь определять замкнутый и не замкнутый маршруты.	Познавательные: участвует в проектно-исследовательской деятельности. Коммуникативные: Соблюдает нормы публичной речи и регламент в монологе и дискуссии. Регулятивные: самостоятельно планирует и осуществляет текущий контроль своей деятельности.
5	Теорема Кёнига. <i>Лекция и практическая часть</i>	2	Введение понятий двудольности графа, цикл, простой цикл. Изучение теоремы Кёнига и ее следствия.	- находить компоненты связного графа; -знать определение двудольный граф; - владеть навыками применения теории на практике.	Познавательные: считывает информацию, представленную с использованием ранее неизвестных знаков (символов) при наличии источника, содержащего их толкование. Коммуникативные: организывает и планирует учебное сотрудничество с учителем и сверстниками; определяет цели и функции участников, способы взаимодействия; планировать общие способы работы. Регулятивные: планирует пути достижения целей, отбирает адекватные методы.
6	Наши первые достижения. <i>Самостоятельная работа</i>	1	Подведение промежуточных итогов.	- уметь применять и представлять полученные знания на практике.	Познавательные: осуществляет выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий. Коммуникативные: оформляет свою мысль в форме стандартных продуктов письменной коммуникации сложной структуры. Регулятивные: самостоятельно планирует и осуществляет текущий контроль своей деятельности.

7	Деревья в графах. <i>Лекция и практическая часть</i>	2	Введение понятия дерево. Изучение свойств дерева. Рассмотрение понятий остовного и наружного графа. Изучение веса ребра и минимального остовного дерева. Задачи на закрепление материала. Рассмотрение задачи «о трех домах и трех колодцах»	-знать понятие дерево и его свойства; -знать понятие остовного и наружного графа; - знать вес ребра и минимальное остовное дерево; -владеть навыками применения теории на практике.	Познавательные: переводит сложную по составу информацию из графического или символического представления в текст и наоборот. Коммуникативные: организовывает и планирует учебное сотрудничество с учителем и сверстниками; определяет цели и функции участников, способы взаимодействия; планировать общие способы работы. Регулятивные: устанавливает целевые приоритеты.
8	Раскрасим вершины графа. <i>Лекция и практическая часть</i>	2	Знакомство с понятием вершинной раскраски графа и алгоритмом правильной раскраски вершин графа; применение полученных знаний при решении задач.	-знать понятие вершинная раскраска графа; - знать алгоритм раскраски вершин; -владеть навыками применения теории на практике.	Познавательные: осуществляет выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий. Коммуникативные: учитывать разные мнения и интересы и обосновывать собственную позицию. Регулятивные: при планировании достижения целей самостоятельно и адекватно учитывать условия и средства их достижения.
9	Приложения теории графов. <i>Семинар</i>	1	Расширение кругозора у обучающихся. Формирование знаний областей применения графов.	-знать сферы применения теории графов; - значимость графов в различных областях.	Познавательные: устанавливает взаимосвязь описанных событий, явлений, процессов. Коммуникативные: оформляет свою мысль, четко формулирует и обосновывает слова. Регулятивные: самостоятельно планирует и осуществляет текущий контроль своей деятельности.
10	Мастер-класс по решению задач с помощью графов. <i>Работа в группах</i>	1	Изучение приложения теории графов в различных сферах деятельности.	-уметь решать задачи с использованием полученных знаний; - уметь применять навык решения в различных	Познавательные: устанавливает взаимосвязь описанных событий, явлений, процессов. Коммуникативные: Соблюдает нормы публичной речи и регламент в монологе и

				областях деятельности.	дискуссии. Регулятивные: выделять альтернативные способы достижения цели и выбирать наиболее эффективный способ.
11	Итоговое занятие. <i>Контрольный срез</i>	1	Закрепление пройденного курса.	- уметь применять и представлять полученные знания.	Познавательные: осуществляет выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий. Коммуникативные: оформляет свою мысль в форме стандартных продуктов письменной коммуникации сложной структуры. Регулятивные: Анализировать и сопоставлять свои знания.

2.2 Конспекты занятий курса по выбору «Графы вокруг нас»

Конспект занятия №1

Тема: «Путешествие в Страну Графов» (2 ч.)

Основная дидактическая цель: ввести понятия теории графов: граф, вершина, ребро, степень вершины, смежные ребра, изолированная и висячая вершина, петля.

План:

1. Организационный момент (5 мин.);
2. Знакомство с историей возникновения теории графов (5 мин.);
3. Ввод понятий (35 мин.);
4. Практикум: решение задач (25 мин.);
5. Итоги урока (10 мин.);
6. Рефлексия (10 мин.).

Структура и ход урока

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД
Организационный этап	<p>С первой минуты урока возникает вопрос: что же это за предмет «Графы вокруг нас»? Что мы будем изучать на этом уроке?</p> <p>На уроках мы будем изучать такой раздел математики как теория графов. На самом деле графы окружают нас повсюду. И сегодня мы попадем в эту волшебную страну.</p> <p>Например, схема трамвайных маршрутов. Линиями обозначены пути движения трамваев, а остановки-точками. Или план эвакуации при пожаре, еще один пример графа. Точками здесь представлены зеленые значки направления движения, а линиями- путь к основному эвакуационному выходу. Если вы решите исследовать свою родословную и построите</p>	<p>Дают свои предположения. Слушают учителя. Изучают рисунки.</p>	<p>Личностные: проявляют критичность мышления.</p> <p>Познавательные: умеют устанавливать причинно-следственные связи.</p>

	генеалогическое дерево, то это дерево тоже будет графом (Приложение 1).		
Знакомство с историей возникновения теории графов	<p>Еще в XVIII веке теория графов применялась при решении головоломок и занимательных игр. Основателем теории графов считается Леонард Эйлер (1707-1882)- швейцарский математик, а также член Петербургской академии наук. В 1736 году он предложил занимательную задачу и ее решение. Сейчас эта задача является самой известной - задача о кёнигсбергских мостах. С ней мы познакомимся чуть позже.</p>	Слушают учителя. Делают пометки в тетради.	Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета.
Ввод понятий	<p>Как и в основной математике в теории графов есть свои понятия. Запишем такие понятия. Пусть задано некоторое непустое множество V и множество E пар различных элементов из V. Элементы множества V называются вершинами графа, элементы множества E называются ребрами графа, а пара (V, E) т.е. множество вершин и множество ребер, называются графом. Рассмотрим рисунок А (Приложение 2). На нем изображен некий граф G, который задан множеством вершин $V=\{1,2,3,4,5\}$ и множеством ребер $E=\{(1,2),(2,3), (3,4),(4,2)\}$. Введем новые понятия. Если две вершины графа соединены ребром, то они называются смежными. Еще одно понятие: число ребер, выходящих из вершины V, называют степенью вершины V и обозначаются $d(v)$. Давайте обратим внимание на вершину 5, $d(v)=0$, такая</p>	Записывают понятия в тетрадь. Изучают рисунки. Вместе с учителем разбирают пример.	Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета. Регулятивные: понимают и сохраняют учебную задачу, умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности.

<p style="text-align: center;">Ввод понятий</p>	<p>вершина называется изолированной, а вершина 1, $d(v)=1$ будет называться висячей. Такой вершиной на рисунке А висячей является вершина 1.</p> <p>Еще одно понятие - петля. Петля - это ребро, которое может «выходить и заходить» в одну и ту же вершину. Когда ребро является петлей, тогда его степень считают дважды. Закрепим это определение на примерерисунка Б (Приложение 2). $Deg V_n$ называют число ребер, соответствующее этой вершине. Найдем число ребер, соответствующее каждой вершине и определим ее степень.</p> <p>$Deg V_1=1, Deg V_2=3, Deg V_3=1, Deg V_4=3, Deg V_5=2, Deg V_6=4$. Необходимо запомнить, что все ребра, выходящие из одной вершины, указывают на степень этой вершины. Введенные понятия не сложны, если рассматривать их на практике при решении задач.</p>		
<p style="text-align: center;">Практикум: решение задач</p>	<p>Для закрепления изученного материала давайте попробуем решить знаменитую задачу о кёнигсбергских мостах, о которой упоминалось в самом начале урока, а также другие не менее интересные задачи.</p> <p>Задача 1. Можно ли, выйдя из дома, прогуляться по всем мостам по одному разу и вновь вернуться домой? Раздаются карточки с изображением реки с мостами (Приложение 3).</p> <p>Решение: на карточке карандашом ставим точку – выход из дома, затем проводим линии, так чтобы получилось пройти по всем мостам и вернуться в начальную точку. Ответ: эта задача не имеет решения.</p> <p>Задача 2. На рисунке В(Приложение 2) изображен граф. Определите степень каждой вершины ($Deg V_n$).</p> <p>Решение: Воспользовавшись тем, что все ребра,</p>	<p>Выполняют решение у доски и в тетради.</p>	<p>Личностные: проявляют критичность мышления.</p> <p>Регулятивные: понимают и сохраняют учебную задачу, умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности.</p> <p>Познавательные: умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логические рассуждения.</p>

выходящие из одной вершины, указывают на степень этой вершины, будем смотреть на изображенный граф и считать ребра, выходящие из каждой вершины. Ответ: $Deg V_1=3$; $Deg V_2=3$; $Deg V_3=3$; $Deg V_4=3$; $Deg V_5=4$; $Deg V_6=2$; $Deg V_7=3$; $Deg V_8=3$; $Deg V_9=2$; $Deg V_{10}=4$; $Deg V_{11}=4$; $Deg V_{12}=4$.

Задача 3. Используя рисунок Г (Приложение 2) и определения вершин обозначьте каждую из вершин изображенного графа (смежная, петля, изолированная, висячая). Решение: используя определения, изученные на занятии, называем вершины.

Ответ: 1- смежная, 2- смежная, 3- петля, 4- изолированная, 5- висячая. **Задача 4.** На рисунке Д (Приложение 2) изображен граф G, определите количество вершин, количество ребер, а также степень каждой вершины.

Решение: Для начала пронумеруем каждую вершину, так мы определим количество вершин у графа G – их 10. Затем начиная с первой вершины будем определять степень вершин:

$Deg V_1=3$ $Deg V_6=2$
 $Deg V_2=3$ $Deg V_7=2$
 $Deg V_3=3$ $Deg V_8=3$
 $Deg V_4=3$ $Deg V_9=3$
 $Deg V_5=3$ $Deg V_{10}=3$

в итоге посчитаем количество ребер
 $E=\{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5), (5,1), (1,8), (8,7), (8,9), (9,4), (9,10), (7,3), (7,6), (10,6), (6,5), (10,2)\}$.

Ответ: количество вершин графа $G=10$, количество ребер= 15, $Deg V_1=3$, $Deg V_2=3$, $Deg V_3=3$, $Deg V_4=3$, $Deg V_5=3$, $Deg V_6=2$, $Deg V_7=2$, $Deg V_8=3$, $Deg V_9=3$, $Deg V_{10}=3$.

<p style="text-align: center;">Итоги урока</p>	<p>Дайте определение каждой вершине (смежная, петля, изолированная, висячая). Вопросы по изученной теме:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Что такое граф? - Как вы поняли понятие смежные вершины? - Какая вершина называется висячей? - Что означает изолированная вершина? - Что такое степень вершины и как ее находить? <p>Домашнее задание: запомнить определение каждой вершины, вспомнить правило определения степени вершин.</p> <p>Задача 1: используя карточку с рисунком (Приложение 4) определите количество вершин, количество ребер, а также степень каждой вершины.</p> <p>Задача 2: начертите граф в котором 7 вершин, две из которых петля, одна висячая и одна изолированная вершина. Максимальная степень вершин данного графа $Deg V=5$.</p>	<p>Отвечают на вопросы учителя. Записывают домашнее задание в дневник.</p>	<p>Познавательные: умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логические рассуждения.</p>
<p style="text-align: center;">Рефлексия, выдача домашнего задания</p>	<p>Давайте подведем итоги первого занятия. На выданном листочке (Приложение 5) напишите ответы на вопросы.</p>	<p>Отвечают на вопросы. Сдают листочки учителю.</p>	<p>Познавательные: рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности.</p>

Конспект занятия №2

Тема: «Разнообразие видов графа» (2 ч.)

Основная дидактическая цель: ознакомиться с понятиями простой граф, мультиграф, псевдограф, ориентированный граф, полный граф, лемма о рукопожатиях.

План:

1. Организационный момент (5 мин.);
2. Актуализация знаний (10 мин.);
3. Виды графов, лемма о рукопожатиях (25 мин.);
4. Практикум: решение задач (30 мин.);
5. Итоги урока (10 мин.);
6. Рефлексия (10 мин.).

Структура и ход урока

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД
Организационный этап	Здравствуйте дорогие ребята! Сегодня мы продолжим изучение нашего предмета «Графы вокруг нас». Запишите сегодняшнюю дату в тетрадь.	Приветствуют учителя. Записывают дату в тетрадь.	Коммуникативные: развитие умения слушать.
Актуализация знаний	На прошлом занятии мы познакомились с новой темой «Граф». Напомните мне пожалуйста, что же такое граф, какие элементы в него входят и какие бывают вершины.	Дают ответы на вопросы.	Познавательные: развитие логического и образного мышления, умение анализировать, выводы. Коммуникативные: развитие умения вступать в диалог.
Виды графов	Если вы заметили на прошлом уроке я показывала вам различные картинки с изображением графов. Давайте еще раз на них взглянем таблица А (Приложение 6). Есть ли в них различия? А как вы думаете есть ли у каждого из них название? На самом деле есть и тема нашего сегодняшнего урока	Изучают таблицу 2. Высказывают свои предположения. Изучают таблицу 3. Решают задачу вместе с учителем. Чертят граф по условию задачи.	Познавательные: сопоставлять характеристики объектов по одному или нескольким признакам, формирование грамотного употребления математической терминологии в устной речи, осуществляет выбор наиболее

«Виды графов». Давайте посмотрим на таблицу Б (Приложение 7). Здесь указаны виды графов, их изображение и понятие. С видами графов мы познакомились, а как их использовать мы сейчас с вами будем узнавать. Рассмотрим задачу: «На соревнованиях по плаванию участвовало 5 спортсменов. Во время церемонии открытия каждый пожал руку друг другу. Сколько рукопожатий было совершено?»

Решение: Чтобы решить данную задачу мы начертим граф. Спортсменов представим точками, а рукопожатия их – линиями. Графически изобразив условия задачи можно легко посчитать сколько было рукопожатий.

Ответ: 10.

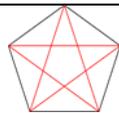
В данной задаче, с малым количеством условий, нам помогает графическое изображение в виде полного графа. А если поменять условие задачи и участников будет не 5, а 100. Как тогда решить данную задачу?

Так как в каждом рукопожатии участвует две руки, то при любом числе рукопожатий общее число пожатых рук (причем каждая рука учитывается столько раз, во скольких рукопожатиях она участвовала) равно удвоенному числу рукопожатий. И сейчас мы можем ввести лемму о рукопожатиях: сумма степеней всех вершин графа- четное число, равное удвоенному числу ребер.

Существует следствие из леммы о рукопожатиях:

1. В графе число вершин нечетной степени – четное.

Попробуйте нарисовать граф с нечетным количеством вершин, степени которых нечетные. Что у вас получилось? (не получилось изобразить такой граф) Какой вывод можно сделать? (что не



Записывают ответ.

Слушают учителя. Записывают Лемму о рукопожатиях и ее следствия.

эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий. Коммуникативные: развитие умения слушать и вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении проблем.

	<p>существует графа с нечетным количеством вершин, степени которых нечетные) 2. Число ребер в полном графе $n(n-1)/2$.</p>		
Практикум: решение задач	<p>Закрепим навыки, полученные на уроке. Решим ряд задач. Задача 1. На итоговом выступлении в музыкальной школе каждый участник пожал руку другому участнику, всего сделано 15 рукопожатий, сколько участников было на выступлении в музыкальной школе? Решение: воспользуемся следствием из леммы о рукопожатиях. Число рукопожатий = $n(n-1)/2$. Чему равно n неизвестно. Из леммы о рукопожатиях следует, что: $15 = n(n-1)/2$; $2 * 15 = n(n-1)$; $30 = n(n-1)$; $n = 6$. Ответ: На итоговом выступлении в музыкальной школе было 6 участников. Задача 2. Можно ли 15 телефонов соединить проводами так, чтобы каждый был соединен ровно с 5 другими? Решение: воспользуемся следствием из леммы о рукопожатиях. В графе число вершин нечетной степени - четное. Если представить, что телефоны - это вершины, а провода - это ребра, то приходим к выводу что так соединить телефоны не получится ($15/5=3$ - нечетное число). Задача 3. На 8 марта каждый из 10 мальчиков класса подарил по 8 цветков одноклассницам. Известно, что каждая девочка получила по 5 цветков. Сколько всего девочек в классе?</p>	<p>Решают задачи у доски и в тетради.</p>	<p>Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета. Регулятивные: понимают и сохраняют учебную задачу, умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности. Коммуникативные: умеют работать самостоятельно и вести общение с учителем.</p>

<p>Практикум: решение задач</p>	<p>Решение: Подсчитаем «ребра»: каждый из 10 мальчиков подарил по 8 цветков, поэтому всего было подарено 80 цветков ($10 \cdot 8 = 80$). Поскольку каждая девочка получила в подарок по 5 цветков, то всего девочек в классе 16 ($80/5 = 16$).</p> <p>Задача 4. Иван, Миша, Паша, Костя и Данил при встрече в школе обменялись рукопожатиями (каждый пожал руку каждому по разу). Сколько всего рукопожатий было сделано?</p> <p>Решение: воспользуемся следствием из леммы о рукопожатиях. Число рукопожатий = $n(n-1)/2$. Мальчиков всего 5. Поэтому пользуемся формулой $n(n-1)/2$. $5(5-1)/2 = 10$. Итого было совершено 10 рукопожатий.</p> <p>Задача 5. Определите виды графов на рисунках: а, б, в, г, д, е (Приложение 8). Решение:</p> <p>а- ориентированный, б- мультиграф, в- простой, г- пустой, д- полный, е- псевдограф.</p>		
<p>Итоги урока</p>	<p>Ответьте на мои вопросы: Какие виды графов вы знаете? Как выглядит каждый из них? Сформулируйте лемму о рукопожатиях и ее следствие Какие виды графов вы знаете? Как выглядит каждый из них? Сформулируйте лемму о рукопожатиях и ее следствие.</p> <p>Домашнее задание: Запомнить понятия и изображения видов графа. Задача 1: На</p>	<p>Дают ответы на вопросы учителя.</p>	<p>Коммуникативные: аргументация своего мнения, умение вести общение с учителем.</p>

Итоги урока	<p>соревнованиях по шахматам участвовало 12 спортсменов. Во время окончания соревнований каждый пожал руку друг другу. Сколько рукопожатий было совершено?</p> <p>Задача 2: На 23 февраля, праздник «День защитника Отечества», каждая из 15 девочек класса подарили по 3 воздушных шарика одноклассникам. Известно, что каждый одноклассник получил по 5 шариков. Сколько всего мальчиков в классе?</p> <p>Придумайте задачу на применение леммы о рукопожатиях.</p>		
Рефлексия	Итак, подведите итоги нашего занятия. Нарисуйте в тетради смайлик – оценка вашей работы на уроке (Приложение 9). Обозначьте трудности, которые вызвала данная тема.	Рисуют смайлики, пишут свои варианты затруднений которые были на уроке.	Познавательные: рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности.

Конспект занятия №3

Тема: «Графы и их маршруты» (2 ч.)

Основная дидактическая цель: проведение игры с вводом определения маршрута: замкнутый, не замкнутый, длина маршрута, мост.

План

1. Организационный момент (5 мин.);
2. Проведение игры (40 мин.);
3. Подведение итогов игры, запись выводов (25 мин.);
4. Итоги урока (15 мин.);
5. Рефлексия (5 мин.).

Структура и ход урока

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД
Организационный	Здравствуйте дорогие ребята! Сегодня на уроке нас ждет веселая игра. Давайте поделимся на 2 команды по желанию.	Приветствуют учителя. Делятся на команды.	Коммуникативные: развитие умения слушать.

Проведение игры	<p>Все Вы помните, что во многих задачах на передвижение есть такое слово как маршрут или следовал по маршруту. Так вот ваши задания.</p> <p>Задание 1: используя фломастер проложите маршрут от парты к стулу, от стула к двери, от двери к доске, от доски к парте (Приложение 10).</p> <p>Задание 2: используя фломастер проложите маршрут от доски к учительскому столу, от учительского стола к двери, от двери к парте (Приложение 11).</p> <p>Задание 3: с помощью линейки на карте (Приложение 12) измерьте расстояние от начала пути до клада.</p> <p>Задание 4: Для следующего задания мне нужны добровольцы из каждой команды. Каждый возьмет в руки карточку с планетой и ее названием (Приложение 13) и встанут около доски. Оставшиеся участники команд должны при помощи клубка ниток решить задачу: Между девятью планетами Солнечной системы введена космическая связь. Ракеты летают по следующим маршрутам: Земля-Меркурий, Плутон-Венера, Земля-Плутон, Плутон-Меркурий, Меркурий-Венера, Уран-Нептун, Нептун-Сатурн, Сатурн-Юпитер, Юпитер-Марс, Марс-Уран. Можно ли с Земли добраться до Марса?</p> <p>Задание 5: Используя карту садового участка (Приложение 14) проложите маршрут от входа в сад</p>	<p>Слушают задания, выполняют их.</p>	<p>Личностные: проявляют критичность мышления.</p> <p>Регулятивные: понимают и сохраняют учебную задачу, умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности.</p> <p>Коммуникативные: умеют работать в группе и вести общение с учителем.</p>
------------------------	---	---------------------------------------	---

<p>Подведение итогов игры, запись выводов</p>	<p>до груши, от груши до яблони и от вишни до сливы. Подведем итоги нашей игры. Выберем победителей. Что мы можем увидеть на картинке задания 1? (заканчивается та же где и начинается). Такой маршрут мы будем называть замкнутым. А на картинке из 2 задания какой у нас маршрут получился? (не замкнутый маршрут). Теперь сверим наши измерения. У всех они могут не совпасть, но это для нас и не главное. Какой вывод мы можем сделать из измерения маршрута на пиратской карте? (что у графа и его маршрута есть длинна, определенный размер) Благодаря заданиям 1 и 2 мы уже можем назвать какой маршрут у нас получился в 5 задании замкнутый или... (не замкнутый) Давайте теперь правильно сформулируем определения. Маршрутом называется конечная последовательность вершин инцидентных им ребер данного графа, в котором конец каждого ребра (кроме последнего), является началом следующего ребра. Введем понятие связный граф. Граф связный, когда его любые две вершины можно соединить маршрутом. Замкнутым называется маршрут если концом последнего ребра является первая вершина. Число ребер, входящих в маршрут будет называться его длинной. Граф, который состоит из нескольких частей, будь то изолированная вершина или связный граф будет называться несвязным графом. Давайте вернемся к нашему заданию с планетами. Схематически можно изобразить нашу картинку так (рисует на доске):</p>	<p>Смотрят на выполненные задания, анализируют, дают свои варианты ответов. Делают записи в тетрадь. Делают предположение (соединить любые две планеты)</p>	<p>Познавательные: рефлексия способов и условий действия. Анализ и синтез итогов. Регулятивные: Оценка-осознание уровня и качества работы. Личностные: Самооценка. Коммуникативные: аргументация своего мнения, умение вести общение с учителем.</p>
--	--	---	--

	<p>Что мы можем сделать чтобы из двух связных графов получить один большой? Проведем одну маленькую черточку от Меркурия до Урана. Так вот эта черточка будет называться мостом. Ребро которое можно удалить или добавить называется мостом.</p>		
Итоги урока	<p>Давайте подведем итоги урока-игры. Сегодня мы узнали, что в графах есть маршруты. Какие маршруты вы узнали? Что является длиной маршрута? Дайте определение понятию мост. Запишите домашнее задание. Я предлагаю Вам в группах или по отдельности подготовить мини-доклад о том в каких сферах деятельности можно встретить изученные сегодня маршруты.</p>	Дают ответы на вопросы.	Коммуникативные: аргументация своего мнения, умение вести общение с учителем.
Рефлексия	<p>А сейчас продолжите предложения. Вам на уроке сегодня понравилось, потому что... Вам на уроке не понравилось, то что... У меня вызвало затруднение... Мне было легко, потому что...</p>	Пишут свои варианты, сдают карточки.	Познавательные: рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности.

Конспект занятия №4

Тема: «Маршруты вокруг нас» (1 ч.)

Основная дидактическая цель: обеспечить осознанное усвоение знаний понятий маршрут, виды маршрута. Формировать способность практического применения знаний. Воспитать ответственность, самостоятельность, коммуникабельность при выступлении.

План

1. Организационный момент (2 мин.);
2. Выступление обучающихся (40 мин.);
3. Рефлексия (3 мин.).

Структура и ход урока

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД
Организа- ционный этап	Добрый день ребята. На прошлом занятии я предложила вам подготовить мини-доклад о том где можно встретить изученные маршруты.	Приветствуют учителя.	Коммуникативные: развитие умения слушать.
Выступление обучающихся	Прошу те группы которые подготовились по желанию выходить к доске и представлять свои доклады (заслушивает доклады).	Выступают в группах и по отдельности со своим докладом, аргументируют свой выбор темы.	Познавательные: участвует в проектно-исследовательской деятельности. Коммуникативные: Соблюдает нормы публичной речи и регламент в монологе и дискуссии. Регулятивные: самостоятельно планирует и осуществляет текущий контроль своей деятельности.
Рефлексия	<p>На столе у вас лежат круглые карточки, раскрасьте те части, которые соответствуют вашему мнению о сегодняшнем уроке.</p> 	Закрашивают сегменты	Познавательные: контроль и оценка процесса и результатов деятельности.

Конспект занятия №5

Тема: «Теорема Кёнига» (2 ч.)

Основная дидактическая цель: введение понятий двудольности графа, цикл, простой цикл. Изучение теоремы Кёнига и ее следствия.

План

1. Организационный момент (5 мин.);
2. Актуализация знаний (10 мин.);
3. Ввод понятий (25 мин.);
4. Практикум: решение задач (25 мин.);
5. Итоги урока (5 мин.);
6. Рефлексия (5 мин.).

Структура и ход урока

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД
Организационный этап	Здравствуйте дорогие ребята! Сегодня мы вспомним изученные на прошлом уроке понятия и изучим новую интересную тему. Запишите дату и тему нашего урока «Теорема Кёнига». Но прежде чем приступить к новой теме давайте вспомним некоторые понятия с прошлых уроков.	Приветствуют учителя. Записывают дату и тему в тетрадь.	Коммуникативные: развитие умения слушать.
Актуализация знаний	Какие понятия вам больше всего запомнились? Возникли ли затруднения при выполнении домашних заданий? Какие задачи на применение леммы о рукопожатиях вы смогли придумать? Давайте посмотрим на таблицу В (Приложение 16) и вспомним изученные виды графа. Какие различия здесь видны? Что общего есть в данных графах? Есть графы, которые не имеют ребер, а есть графы, вершины которых соединены между собой ребрами. Давайте вспомним понятие связного и несвязного графа. Вы правы, граф называется связным, если от любой его вершины можно по ребрам перейти к любой другой его вершине. Если это невозможно, то	Рассказывают о том, что им запомнилось. Задают вопросы по домашнему заданию. Читают свои придуманные задачи. Указывают на различия и схожесть графов из таблицы В. Дают определения. Выполняют задания.	Личностные: проявляют критичность мышления. Регулятивные: сохраняют учебную задачу, умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности. Познавательные: умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логические рассуждения. Коммуникативные: сосредотачивают внимание.

Актуализация знаний	<p>такой граф называется несвязным. А еще, если от одной вершины до другой вершины можно перейти по ребрам графа, то считается что вершина графа принадлежит одной компоненте. Так вот каждая компонента и есть связной граф.</p> <p>А что такое мост?</p> <p>То есть, ребро графа будет называться мостом, если при его удалении число компонента связности увеличивается на единицу.</p>		
Ввод понятий	<p>Давайте на практике определим, какие из нарисованных графов связные, а какие несвязные (Приложение 17).</p> <p>Решение: рисунок а и рисунок г связные графы, рисунок б и рисунок в- несвязные графы.</p> <p>Теперь давайте по тем же рисункам определим число компонент несвязных графов.</p> <p>Решение: на рисунке б граф имеет 2 компоненты, на рисунке в граф также имеет 2 компоненты. На остальных рисунках компонент по одной.</p> <p>Давайте самостоятельно определим связные графы или нет и какое количество компонент содержат несвязные графы, если они есть (Приложение 18).</p> <p>Для тех кто справился с заданием раньше получают карточку с ответами для самопроверки (Приложение 19). Вы выполнили все задания на «Ура!» Теперь введем понятие двудольный граф. Двудольный граф - граф, вершины которого можно разбить на два множества так, что каждое ребро соединяет вершины из разных множеств. Если две вершины, входящие в разные доли смежны, то граф называется полным двудольным. Вот примеры таких графов рисунки а, б, в, г (Приложение 20).Запишем еще два понятие. Цикл- это путь, в котором совпадает его начальная</p>	<p>Слушают учителя. Определяют виды графов и число компонент на рисунке. Выполняют задания из приложения. Сверяют ответы. Записывают понятия в тетрадь. Записывают теорему и ее следствие. Задают вопросы.</p>	<p>Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета.</p> <p>Регулятивные: понимают и сохраняют учебную задачу, умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности. Коммуникативные: умеют вести общение с учителем.</p> <p>Познавательные: считывает информацию, представленную с использованием ранее неизвестных знаков (символов).</p>

<p style="text-align: center;">Ввод понятий</p>	<p>и конечная вершина. Простым циклом в графе называется цикл, не проходящий ни через одну вершину из всех вершин графа более одного раза. Исходя из понятия двудольности графа изучим теорему Кёнига: Для двудольности графа необходимо и достаточно, чтобы он не содержал циклов нечетной длины.</p> <p>Следствие из теоремы: граф является двудольным тогда и только тогда, когда он не имеет простых циклов нечетной длины. Для того чтобы проверить граф на предмет двудольности, достаточно в каждой компоненте связности выбрать любую вершину и помечать оставшиеся вершины во время обхода графа поочередно, как четные, так и нечетные. Если при этом не возникает конфликта, все четные вершины образуют множество 1, а все нечетные образуют множество 2, то граф двудольный. Посмотрим на рисунок д (Приложение 20).</p> <p>Возникли ли трудности в восприятии этих понятий, теоремы и следствия из нее?</p>		
<p style="text-align: center;">Практикум: решение задач</p>	<p>Закрепим полученные на прошлом занятии и сегодня знания на практике.</p> <p>Задача 1. Определите какие графы являются связными, а какие несвязные (Приложение 21). Определите какое наименьшее количество ребер необходимо дочертить в несвязном графе, чтобы он стал связным.</p> <p>Решение: вспоминаем определение связного графа. Граф называется связным, если от любой его вершины можно по ребрам перейти к любой другой его вершине. Таким образом мы рассматриваем каждый граф.</p>	<p>Решают задача у доски и в тетради.</p>	<p>Личностные: проявляют критичность мышления.</p> <p>Регулятивные: понимают и сохраняют учебную задачу, умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности. Коммуникативные: умеют работать самостоятельно и вести общение с учителем.</p>

Ответ: 1, 2, 5 графы несмежные, 3 и 4 графы смежные. В 1 графе необходимо добавить 2 ребра, во 2 - 2 ребра в 5 - 4 ребра.

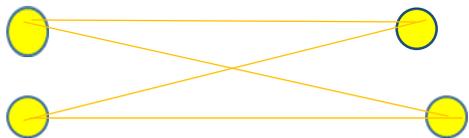
Задача 2. Определите какие из графов, изображенных на рисунке (Приложение 22) являются двудольными, полными двудольными и не двудольными.

Решение: Для того чтобы проверить граф на предмет двудольности, выбираем любую вершину и начинаем помечать оставшиеся вершины во время обхода графа поочередно, как четные, так и нечетные. Для удобства можно помечать их цифрами 1 и 2.

Ответ: двудольными являются графы – а, г, д, е, ж, и. Не двудольными являются графы– б, в, з. Полными двудольными графами являются – а, д, е.

Задача 3. В турнире по шахматам участвовали две команды. Каждый игрок одной команды играл с каждым игроком другой команды. Сколько встреч проведено, если в командах: а) по 2 игрока; б) по 3 игрока; в) по 4 игрока; г) по 5 игроков.

Решение: Для решения задачи под буквой а) можно начертить граф:



Благодаря графическому изображению можно увидеть, что встреч было проведено 4.

Далее решение под буквами б, в, г можно сделать аналогично. Исходя из полученных решений можно сделать вывод, что количество встреч с участием одинакового количества игроков в каждой группе

<p style="text-align: center;">Практикум: решение задач</p>	<p>можно вычислить путем умножения одного числа участников на другое: $2*2=4$; $3*3=9$; $4*4=16$; $5*5=25$. Ответ: а) 4; б) 9; в) 16; г) 25. Задача 4. В турнире по шашкам участвовали две команды. Каждый игрок одной команды играл с каждым игроком другой команды. Задача 4. Сколько игроков в каждой команде, если было проведено: а) 36 встреч; б) 49 встреч; в) 16 встреч. Известно, что количество игроков в каждой команде одинаковое. Решение: данная задача является обратной задачи 3. Для вычисления количества игроков достаточно вспомнить таблицу умножения или правило извлечения числа из-под корня. $36/6=6$; $49/7=7$; $16/4=4$. Ответ: в каждой команде по: а) 6 игроков; б) по 7 игроков; в) по 4 игрока.</p>		
<p style="text-align: center;">Итоги урока</p>	<p>Давайте подведем итоги: - Как звучала тема нашего урока? - С какими понятиями мы познакомились? - Назовите теорему Кёнига и его следствие? Домашнее задание: Задача 1: в турнире по городкам участвовали две команды. Каждый игрок одной команды играл с каждым игроком другой команды. Сколько встреч проведено, если в командах: а) по 7 игрока; б) по 9 игроков; в) по 10 игроков. Задача 2: в соревнованиях на бег в 50 метров участвовало две команды. Сколько игроков в каждой</p>	<p>Отвечают на вопросы учителя. Записывают домашнее задание.</p>	<p>Личностные: проявляют критичность мышления. Познавательные: умеют устанавливать причинно-следственные связи. Коммуникативные: участвуют в диалоге.</p>

	команде Если было парных забегов: а)81; б)36; в) 100. Повторить материалы прошлых занятий.		
Рефлексия	Я Вам раздала анкеты. Заполните пожалуйста данные анкеты самоанализа (Приложение 23) и сдайте ее.	Заполняют анкету и сдают ее учителю.	Познавательные: рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности.

Остальные конспекты уроков представлены в приложении 15.

2.3 Педагогический эксперимент: основные этапы и результаты

Педагогический эксперимент проходил на базе МАОУ Гимназия №15 г. Красноярска. Основная цель эксперимента: формирование навыков знакового моделирования на языке теории графов в процессе математической подготовки обучающихся 9 класса.

В эксперименте участвовали два девятого класса (Приложение 32).

Для определения уровня сформированности навыков знакового моделирования на языке теории графов обучающимся 9 А класса (экспериментальный класс) и обучающимся 9 В класса (контрольный класс) был предложен срез №1 (таблица №4). В содержание диагностического среза входят задачи, решаемые при помощи построения графов-моделей.

Таблица 4

Контрольный срез №1

Решите при помощи графов следующие задачи:
базовый уровень сложности 1. В шахматном турнире по круговой системе участвуют семь школьников. Известно, что на данный момент: Ваня сыграл шесть партий, Толя – пять, Леша и Дима – по три, Семен и Илья – по две, Женя – одну. С кем сыграл Леша?
повышенный уровень сложности 2. Решите задачу: Между девятью планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают по следующим маршрутам: Земля – Меркурий, Плутон – Венера, Земля – Плутон, Плутон – Меркурий, Меркурий – Венера, Уран – Нептун, Нептун – Сатурн, Сатурн – Юпитер, Юпитер – Марс и Марс – Уран. Можно ли добраться с Земли до Марса?
высокий уровень сложности 3. Десять человек приветствовали друг друга рукопожатиями. Пять человек сделали по семь рукопожатий, трое – по пять, двое – по четыре. Сколько всего было сделано рукопожатий?

Таблица 5

Критерии оценивания уровня сформированности у обучающихся 9 класса навыков решения задач с использованием знакового моделирования на языке теории графов

Уровень сложности	Показатели сформированности
Базовый	Может решать задачи базового уровня сложности с использованием языка теории графов
Повышенный	Может решать задачи повышенного уровня сложности с использованием языка теории графов
Высокий	Может решать задачи высокого уровня сложности с использованием языка теории графов

Анализ результатов контрольного среза показал, что 47% обучающихся 9 А класса продемонстрировали уровень сформированности навыков знакового моделирования на языке графов, ниже базового; 41% – базовый уровень; 8% – повышенный уровень; 4% – высокий уровень. Анализ работ 9 В класса показал, что 49% обучающихся продемонстрировали уровень сформированности навыков знакового моделирования на языке графов, ниже базового; 45% – базовый уровень; 5% – повышенный уровень; 1% – высокий уровень (рис.12).



Рис. 12 Диаграмма результатов контрольного среза № 1.

По результатам анализа контрольного среза, проведенного в 9-х классах можно сделать вывод, что большинство обучающихся владеют навыками знакового моделирования на недостаточно высоком уровне. Причем такая ситуация наблюдается сразу в двух классах.

Формирующий этап эксперимента проходил в течение первого полугодия. На основании разработанной программы и конспектов занятий курса по выбору «Графы вокруг нас» было организовано и проведено дополнительное обучение элементам теории графов обучающихся экспериментального класса (9А).

В процессе обучения курсу по выбору «Графы вокруг нас» обучающиеся изучали основные понятия теории графов и закрепляли свои знания при помощи решения разнообразных задач.

При наблюдении за процессом обучения курса по выбору «Графы вокруг нас» было заметно следующее: обучающиеся 9 класса проявляли интерес к содержанию курса, с интересом решали задачи при помощи языка теории графов, удивлялись разнообразию приложений теории графов.

После экспериментального обучения был проведен заключительный (контрольный) этап эксперимента в двух 9 классах. Обучающимся был предложен контрольный срез №2 с подобными задачами как в срезе №1 (Таблица 6). Это позволило определить готовность обучающихся к использованию языка теории графов при решении разнообразных задач, а также целесообразности введения курса по выбору «Графы вокруг нас» в систему предпрофильной подготовки обучающихся.

Таблица 6

Контрольный срез №2

Решите при помощи графов следующие задачи:
<p>базовый уровень сложности</p> <p>1. В турнире по шахкам круговой системой участвуют семь школьников. Известно, что Иван сыграл шесть партий, Анатолий – пять, Алексей и Дмитрий – по три, Павел и Артем – по две, Евгений – одну. С кем сыграл Алексей?</p>
<p>повышенный уровень сложности</p> <p>1. Решите задачу: Между девятью городами введено авиасообщение. Самолеты летают по следующим маршрутам: Красноярск – Москва, Санкт-Петербург – Калининград, Красноярск – Санкт-Петербург, Санкт-Петербург – Москва, Москва – Калининград, Петрозаводск – Краснодар, Краснодар – Самара, Самара – Владивосток, Владивосток – Новосибирск и Новосибирск – Петрозаводск. Можно ли добраться из Красноярска до Новосибирска?</p>
<p>высокий уровень сложности</p> <p>1. Встретились три подруги – Белова, Краснова и Чернова. Белова сказала подруге, одетой в красный костюм: «На одном из нас белый костюм, на другой – красный и на третьей – черный, но на каждой костюм цвета, не соответствующего фамилии». Какой цвет костюма у каждой?</p>

Анализ результатов контрольного среза № 2 показал положительную динамику в экспериментальном (9 А) классе (рис.13, 14): до 6% сократилось число обучающихся, которые продемонстрировали уровень сформированности навыков знакового моделирования на языке графов, ниже базового; 60% – базовый уровень; 20% – повышенный уровень; 14% – высокий уровень. В контрольном (9 В) классе значительных изменений не

наблюдается: 48% обучающихся продемонстрировали уровень сформированности навыков знакового моделирования на языке графов, ниже базового; 46% – базовый уровень; 5% – повышенный уровень; 1% – высокий уровень (рис.13).



Рис. 13 Диаграмма результатов контрольного среза № 2.



Рис. 14 Диаграмма результатов экспериментального класса на начало эксперимента и на окончание эксперимента.

Полученные результаты, подтверждают гипотезу исследования: если в систему математической подготовки обучающихся 9 класса включить элементы теории графов, то это будет способствовать развитию умений применять знаки и символы, модели и схемы для решения различного типа задач.

Вывод по второй главе

Во второй главе представлена методика обучения элементам теории графов обучающихся 9 класса в рамках курса по выбору «Графы вокруг нас».

В первом параграфе представлена программа курса по выбору «Графы вокруг нас», которая включает следующие составляющие: пояснительная записка, общая характеристика курса, место курса в учебном плане, основные результаты освоения курса, содержание тем учебного курса по выбору, учебно-методические ресурсы, требования к результатам обучения и тематическое планирование.

Во втором параграфе представлено методическое сопровождение занятий курса по выбору «Графы вокруг нас».

В третьем параграфе описаны результаты педагогического эксперимента по формированию навыков знакового моделирования у обучающихся 9 класса.

Заключение

Моделирование – это особый метод познания окружающего мира, который относится к общенаучным методам [7].

Процесс использования в качестве моделей знаков или символов при решении различных задач называют знаковым моделированием.

Одной из моделей знакового моделирования при решении задач являются графы (графовые модели).

Данное исследование посвящено поиску ответов на вопросы: Как научиться применять графовые модели на практике? Как сделать изучение элементов теории графов доступным для школьника и сформировать у него навыки знакового моделирования?

Результаты проведенного исследования показали, что существует возможность для включения элементов теории графов в содержание предпрофильной подготовки обучающихся 9 классов посредством курса по выбору «Графы вокруг нас».

В работе представлена программа, разработаны и реализованы в образовательной практике занятия курса по выбору «Графы вокруг нас». Данные занятия включают в себя задания на формирование и развитие навыков знакового моделирования у обучающихся.

Проведен педагогический эксперимент, по результатам которого выявлено, что включение элементов теории графов в систему математической подготовки обучающихся 9 класса способствует формированию навыков знакового моделирования у обучающихся.

Все задачи исследования решены:

- охарактеризованы основные требования к проектированию и реализации программы курса по выбору в системе предпрофильной подготовки школьников;
- разработано методическое обеспечение курса по выбору «Графы вокруг нас»;

- проведен педагогический эксперимент, проанализирован и описан его результат;

- обоснована целесообразность включения элементов теории графов в систему математической подготовки обучающихся 9 класса.

Библиографический список

1. Аксенова М. Энциклопедия для детей. [Том 11] Математика. / ред. коллегия: М. Аксенова, В. Володин, М. Самсонов. – М.: Мир энциклопедий Аванта+, Астрель, 2011. – 621 с.
2. Алексеев ВЕ., Захарова Д.В. Теория графов: учебное пособие.- Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017.- 119 с.
3. Алексеев Н.Г. Формирование осознанного решения учебной задачи // Педагогика и логика. М.: Касталь, 1993.
4. Альсина Клауди. Мир математики: в 40 т. Т.11: Клауди Альсина. Карты метро и нейронные сети. Теория графов. / Пер. с исп. – М.: Де Агостини, 2014. – 144 с.
5. Буркатовская ЮБ. Теория графов. Часть 1: учебное пособие/ Ю.Б.Буркатовская; Томский политехнический университет.- Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2014. – 200 с.
6. Глухова А.К, «Элементы теории графов в школьном курсе математики» , диссертация, Москва, 2016 г.
7. Звонарев СВ. Основы математического моделирования: учебное пособие/ С.В.Звонарев.-Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2019. – 112 с.
8. Калугин Н.А. Элементы теории графов: учеб. пособие: Самар. гос. аэрокосм. ун-та. – Са–ара, 2013.
9. Кейв МА. Дискретная математика: учебное пособие [электронное издание]. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2016.
10. Кейв МА. Дискретная математика для будущего учителя математики: учебное пособие / М.А. Кейв. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2008.
11. Кейв МА. Дискретная математика для будущего учителя: уч. Пос.- Красноярск: КГПУ им В.П. Астафьева, 2009.
12. Кейв МА., Власова Н.В. Инновационные процессы в профильном образовании: учебное пособие. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2015.

13. Концепция развития математического образования Российской Федерации: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.apmath.spbu.ru/docs/metod/1391175942.pdf> (дата обращения: 06.05.2020).

14. Курьянов, М.А. Активные методы обучения : метод. Пособие / М.А. Курьянов, В.С. Половцев. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2011. – 80 с. – 50 экз.

15. Машарова Т.В. Педагогическая технология: личностно-ориентированное обучение. М.: Владос. – 2002. – 193 с.

16. Медведева О.С. Решение задач как средство развития мышления учащихся // Математика в школе. — 1995. — № 1. — С. 49-51.

17. Мельников О.И. Занимательные задачи по теории графов, уч.-Метод. Пособие/ Изд-е 2-е, стереотип.- Минск: НТОО «ТетраСистемс», 2001

18. Мельников О.И. Незнайка в стране графов: Пособие для учащихся. Изд. 5-е. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012.

19. Мельников О.И. Теория графов в задачах и упражнениях. Более 200 задач с подробными решениями: Метод. Пособие для практических занятий и самообразования. Изд. 1-е. М.: Едиториал УРСС, 2016.

20. Методика преподавания математики в средней школе: учебное пособие. // Под ред. Рогоновского Н.М. Мн.: Вышш. Шк., 1990.- 267 с.

21. Мир математики: в 40 т. Т.11: Клауди Альсина. Карты метро и нейронные сети. Теория графов. / Пер. с исп. – М.: Де Агостини, 2014. – 144с.

22. Мордкович АГ. Алгебра. 9 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений/ А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. – 12-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2010. – 224 с.

23. Мордкович АГ. Алгебра. 9 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений/ [А.Г.Мордкович, Л.А.Александрова, Т.Н.Мишустина и др.]; под ред. А.Г.Мордкович. – 12-е изд., испр. – М.: Мнемозина, 2010.- 223 с.

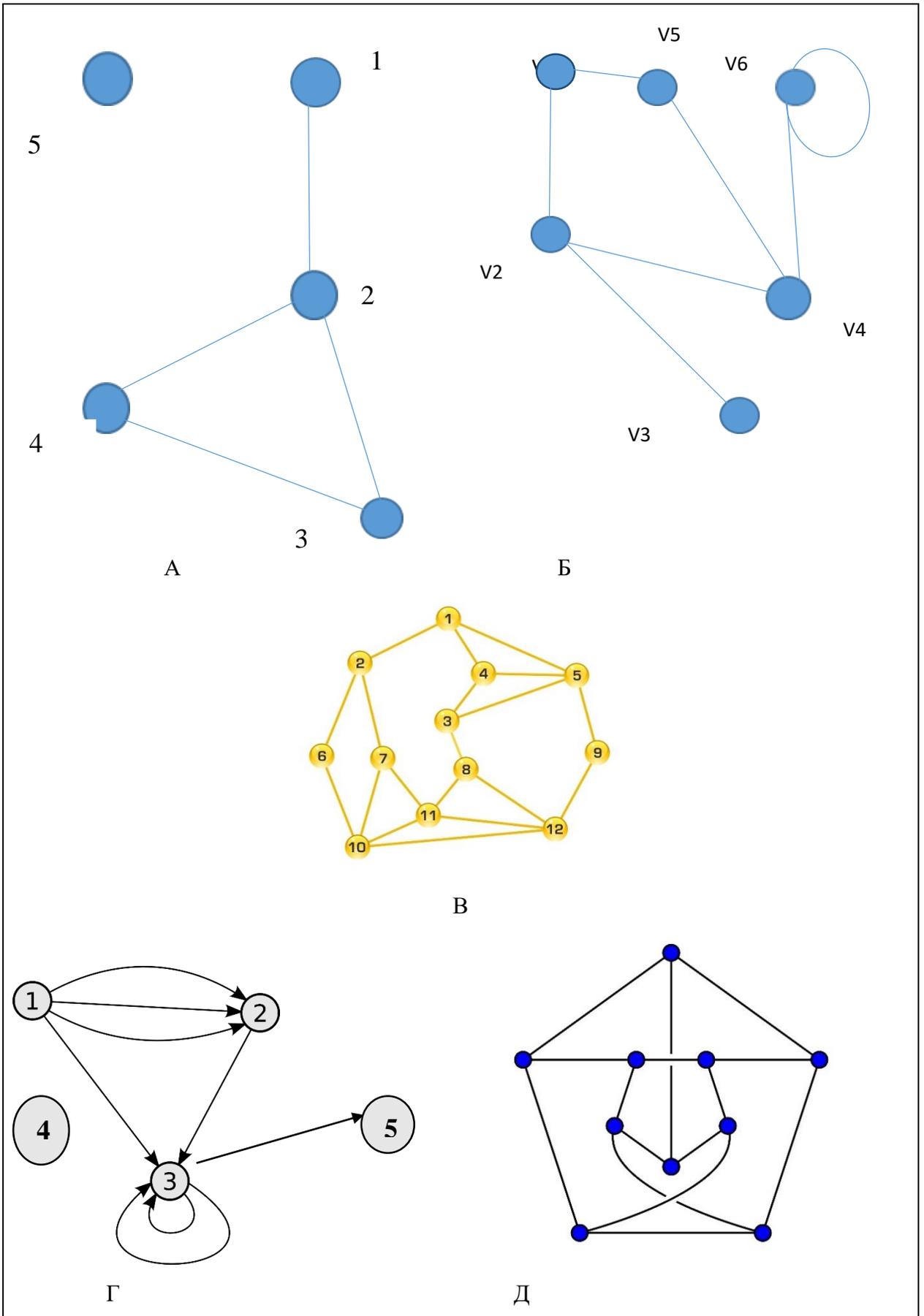
24. Оре О. Графы и их применение: пер. с англ./ Под ред. И предисл. И.М. Яглома. Изд. 4-е.- М.: Издательство ЛКИ, 2008.
25. Педагогические технологии: Учебное пособие для студентов педагогических специальностей. Под общей ред. В. С. Кукушина. – Серия «Педагогическое образование». М.: Издательство «МарТ», 2004.
26. Предпрофильная подготовка учащихся: Разработка и экспертиза курсов по выбору. Структура и содержание портфолио (методические рекомендации). – Вологда: Издательский центр ВИРО, 2006. – 84 с.
27. Селевко Г. К. Современные образовательные технологии: Учебное пособие. М.: Народное образование, 1998.
28. Слостенин В.А. и др. Педагогика: Учеб. Пособие для студ. Высш. Пед. учеб. Заведений / В. А. Слостенин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов; Под ред. В.А. Слостенина. – М.– Издательский центр «Ака«емия», 2»02. – 57– с.
29. Судоплатов СВ. Дискретная математика: учебник для дистанционного образования/ С.В. Судоплатов, Е.В.Овчинникова.- Новосибирск 2011. – 143 с.
30. Титова Е.В. Методика воспитания: методологические аспекты. СПб. 1996.
31. Фарков, А.В. Математические олимпиады в школе. 5-11 класс. – М., 2004.
32. Федеральный государственный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО) – Приказ Минобрнауки России от 17.12.2010 г. №1897 (зарегистрирован Минюстом России 01.02.2011, рег. №19644).
33. Фосс В. Элементы теории графов // Квант, 1973, №8. С. 55-59. Энциклопедия: Дискретная математика /Гл. ред. В.Я. Козлов. – М.: БРЭ, 2004.
34. Фундаментальное ядро содержания общего образования [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://docviewer.yandex.ru/view/0/?*=gRxlxahD7HnV0aUtjB9yjHj5r117InVybcI6lmh0dHBzOi8vczExMD E3LmVkdTM1LnJ1L2ItYWdlcy9kb2NzL2Znb3MveWFkcm8uZG9jliwidGI0bGUiOiJ5YWRYby5kb2MiLCJub2l mcmFtZSI6dHJ1ZSwidWlkjoiMCIsl nRzljoxNTg4Nzc4MTk4OTUxLCJ5dSI6IjY3NDA2NTkxNTEExMDg3Nzc4Ij

wic2VycFBhcmFtcyl6lmxhbmc9cnUmdG09MTU4ODc3ODE5MCZ0bGQ9cnUmbmFtZT15YWRYby5kb2MmdGV4dD0IRDEIODQIRDEIODMIRDAIQkQIRDAIQjQIRDAIQjAIRDAIQkMIRDAIQjUIRDAIQkQIRDEIODIIRDAIQjAIRDAIQkIIRDEIOEMIRDAIQkQIRDAIQkUIRDAIQjUrJUQxJThGUQwJUUI0JUQxJGwJUQwJUJFKyVEMSU4MSVEMCVCRSVEMCVCNCVEMCVCNSVEMSU4MCVEMCVCNiVEMCVCMCVEMCVCRCVEMCVCOCVEMSU4RisIRDAIQkUIRDAIQjEIRDEIODkIRDAIQjUIRDAIQjMIRDAIQkUrJUQwJUJFUQwJUJxJUQxJGwJUQwJUlwJUQwJUJ3JUQwJUJFUQwJUJlyJUQwJUlwJUQwJUJEJUQwJUJ4JUQxJThGkzlwMTkmdXsPWh0dHBzJTNBly9zMTEwMTcuZWR1MzUucnUvaW1hZ2VzL2RvY3MvZmdvcy95YWRYby5kb2MmbHI9NjlmZWltZT1kb2MmbDEwbj1ydSZzaWduPTM2NGJhZWY4Y2QzN2Y5MTk5OTZiN2QyYjAyYjZiZjc5JmtleW5vPTAifQ%3D%3D&lang=ru (дата обращения: 06.05.2020).

35. ЦОР по теме «Графы и их применение». [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://o-informatika.blogspot.com/2016/02/blog-post.html> (дата обращения: 06.05.2020).

36. Энциклопедия для детей. [Том 11] Математика. / ред. Коллегия: М. Аксенова, В. Володин, М. Самсонов. – М.: Мир энциклопедий Аванта+, Астрель, 2011. – 621 с.]

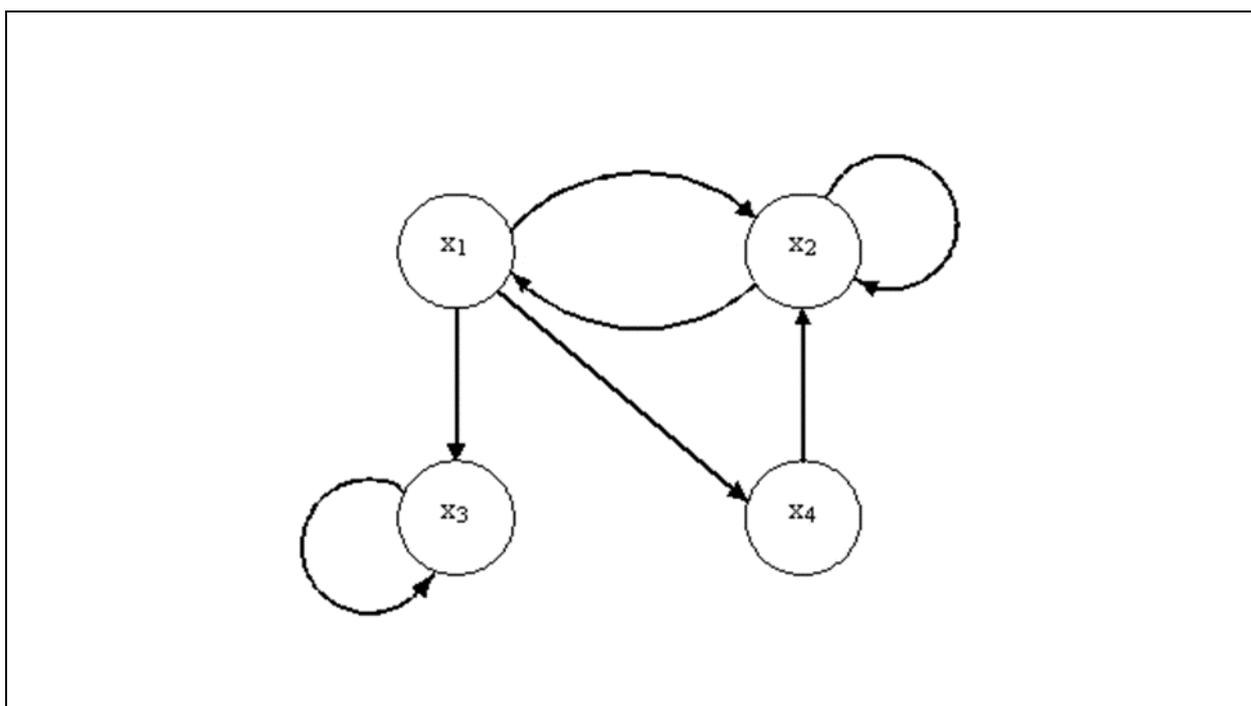
37. Энциклопедия: Дискретная математика /Гл. ред. В.Я. Козлов. – М.: БРЭ, 2004.



Задача о Кенигсбергских мостах.



Приложение 4. Рисунок к домашнему заданию, урок №1



Ответьте на вопросы:

Интересно ли вам было на уроке? _____

Какие возникли сложности? _____

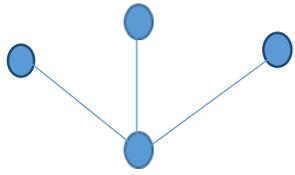
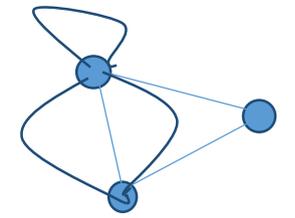
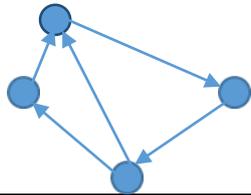
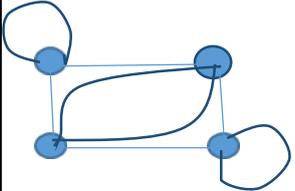
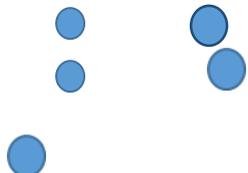
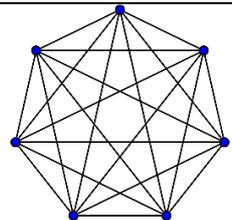
Что больше всего запомнилось? _____

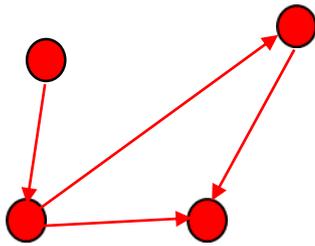
Готов(а) ли ты продолжать эту тему? _____

Приложение 6. Таблица

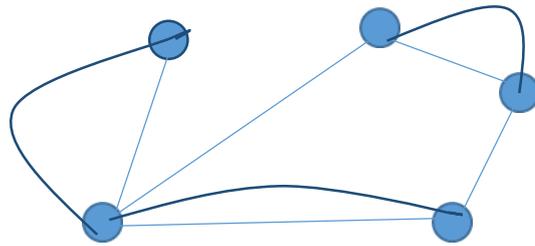
Таблица А

<p>Рис. 2.4</p>	
<p>Рис. 2.5</p>	

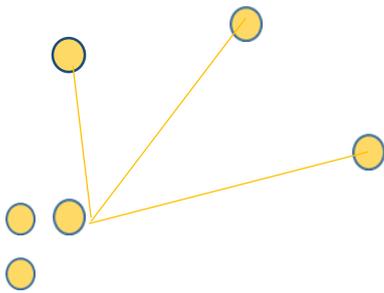
№	Название графа	Понятие	Изображение
1	Простой	Граф без кратных (инцидентны одним и тем же вершинам и их > 1) ребер и петель	
2	Мультиграф	Если у графа различные вершины соединены более чем одним ребром	
3	Ориентированный	Граф в котором ребра ориентированы (направлены)	
4	Псевдограф	Если у графа существуют ребра с совпадающими концами (петли)	
5	Пустой	Граф не содержащий ребер	
6	Полный	Граф, в котором каждая пара различных вершин смежная	



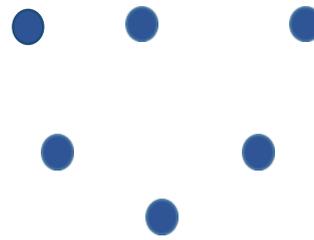
а)



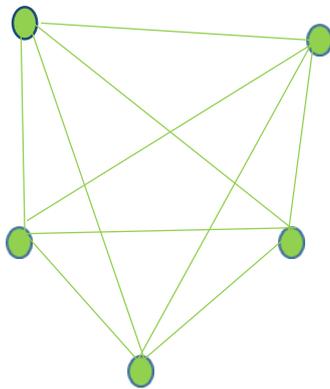
б)



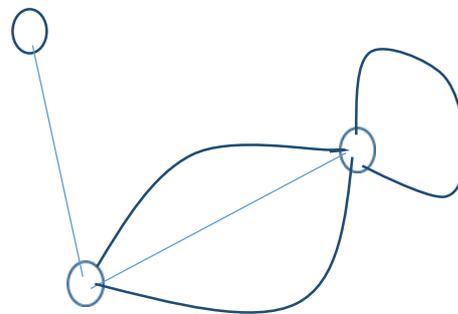
в)



г)



д)



е)

Приложение 9. Рефлексия урока №2



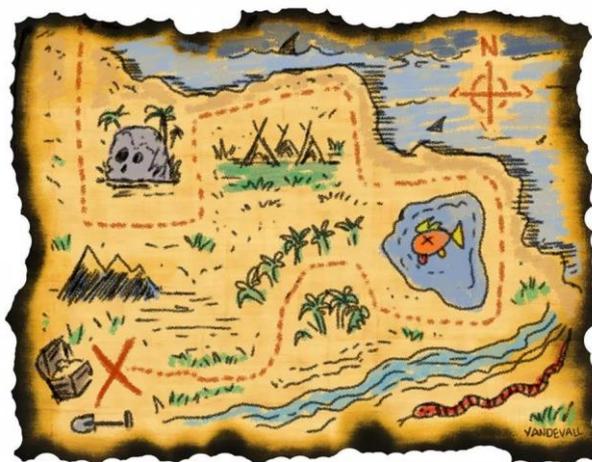
Приложение 10. Картинка к задаче №1



Приложение 11. Картинка к задаче №2



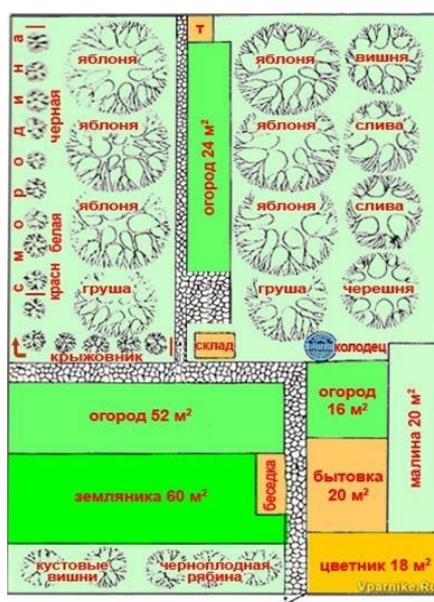
Приложение 12. Карта



Приложение 13. Планеты



Приложение 14. Садовый участок



**Конспект занятия №Тема:6
«Наши первые достижения» (1 ч.)**

Основная дидактическая цель: подведение промежуточных результатов. Выявить уровень развития умения применять теоретические знания.

План

1. Организационный момент (10 мин.);
2. Самостоятельная работа (25 мин.);
3. Итоги урока (5 мин.);
4. Рефлексия (5 мин.).

Структура и ход урока

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД
Организационный этап	Здравствуйте. Сегодня на уроке нас ждет небольшая самостоятельная работа. Но прежде чем к ней приступить я бы хотела у вас спросить. Возникли ли у вас трудности в выполнении домашнего задания? Какие?	Приветствуют учителя. Готовят рабочее место. Задают вопросы по домашнему заданию.	Коммуникативные: выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге.
Самостоятельная работа	Сейчас вы приступите к выполнению самостоятельной работы (Приложение 24). Пожалуйста не волнуйтесь и старайтесь распределить свое время на выполнение заданий. Если возникнут трудности, то оставьте задание и перейдите к следующему.	Выполняют задания в тетради по вариантам.	Регулятивные: контроль, коррекция своей работы. Познавательные: анализ, синтез работы, проведение аналогии.
Итоги урока	Самостоятельная работа закончилась. Какие задания вам понравились и почему? Узнали ли вы что-то новое из заданий? Выполняли ли мы раньше такие задания на уроках?	Отвечают на вопросы учителя. Аргументируют свои ответы.	Познавательные: умеют строить логическое рассуждение, делать умозаключения Коммуникативные: выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге.

Рефлексия	<p>Ответьте письменно в тетради сразу после самостоятельной работы.</p> <p>Возникли ли сложности с выполнением заданий?</p> <p>Было ли сложно понять формулировку заданий?</p> <p>Какие задания для тебя были самыми легкими?</p>	<p>Отвечают на вопросы письменно в тетради.</p>	<p>Познавательные: рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности.</p> <p>Коммуникативные: аргументация своего мнения.</p>
------------------	---	---	--

Конспект занятия №7

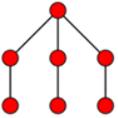
Тема: «Деревья в графах» (2 ч.)

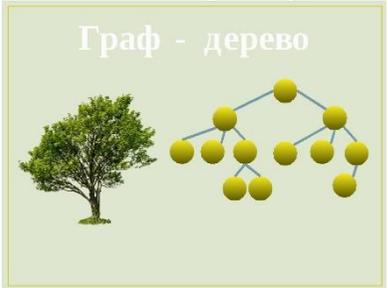
Основная дидактическая цель: введение понятия дерево. Изучение свойств дерева.

План

1. Организационный момент (5 мин.);
2. Актуализация знаний (10 мин.);
3. Ввод понятий (40 мин.);
4. Практикум: решение задач (25 мин.);
5. Итоги урока (5 мин.);
6. Рефлексия (5 мин.).

Структура и ход урока

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД
Организац ионн ый этап	<p>Здравствуйте дорогие ребята! Сегодня мы начнем новую тему, которая не оставит вас равнодушными. Посмотрите на доску и скажите мне на что похож данный граф (рисует на доске).</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<p>Приветствуют учителя. Слушают учителя. Делают предположения (одно из них может стать: родословная семья).</p>	<p>Коммуникативные: развитие умения слушать.</p> <p>Познавательные: анализ, синтез задания, проведение аналогии.</p>

	<p>Давайте воспользуемся подсказкой и посмотрим на таблицу Б (Приложение 7). Есть ли среди этих видов подобный граф? (нет)</p> <p>А это значит, что перед нами совсем новый вид графа. И действительно данный граф очень похож на то как мы составляем свою родословную. И если данный граф перевернуть, то он очень будет походить на ветку дерева или же само дерево. Так как вы считаете, как такой вид графа будет</p>	<p>Сравнивают данные таблицы с изображенным на доске графом. Делают свои предположения.</p>	<p>Познавательные: считает информацию, представленную с использованием ранее известных знаков (символов).</p> <p>Коммуникативные: развитие умения слушать и вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении проблем, продуктивное взаимодействие и сотрудничество со сверстниками.</p>
Актуализация знаний	<p>называться? (показывает картинку)</p> 		
Ввод понятий	<p>Посмотрите на это граф еще раз.</p> <p>Каким данный граф является? (смежным)</p> <p>Посмотрите, есть ли в данном графе какой-либо путь, в котором совпадает его начальная и конечная вершина. (нет) А это значит что цикла здесь нет. Давайте попробуем сформулировать определение дерева. Дерево – это связный граф, не содержащий циклов. У такого графа есть свои свойства, давайте их запишем.</p> <p>Свойство 1. Для каждой пары вершин дерева существует единственный путь, их соединяющий.</p> <p>Свойство 2. Всякое ребро в дереве является мостом. После удаления ребра, дерево распадается на два</p>		

<p style="text-align: center;">Ввод понятий</p>	<p>несвязных графа. Свойство 3. В дереве число вершин на одну больше числа ребер. В жизни нас повсюду окружают графы. Приведите мне примеры, которые графов-деревьев. Вы правы, генеалогическое дерево, молекулы, карты, дороги и многое другое можно представить в виде графа дерево. Если взять в пример какую-либо карту автомобильных дорог, то мы увидим, что вершинами будут являться города, а ребрами дороги между этими городами. Если мы вспомним наш урок-игру и пиратскую карту, то мы с легкостью можем сказать, что у ребер есть свой вес (км, м, см...). на карте у нас это были измерение от одного поворота до другого выраженного в сантиметрах. А значит мы можем сделать вывод, что у ребра есть свой вес, то есть значение, поставленное в соответствие данному ребру графа. Запишем это понятие. Вес ребра- это значение, поставленное в соответствие данному ребру графа. А вот если в графе все ребра имеют вес, некую числовую характеристику, то такой граф мы назовем нагруженный граф. В любом связном графе существует остовное дерево- это подграф данного графа, с тем же числом вершин, который является деревом. Остовное дерево, у которого сумма весов ребер минимальна, называется минимальным остовным деревом.</p>	<p>Изучают картинку. Отвечают на вопросы. Проводят аналогию и делают свои предположения. Записывают определения и свойства в тетради. Приводят примеры. Записывают остальные определения.</p>	<p>Личностные: проявляют критичность мышления. Регулятивные: осознанно владеют логическими действиями определения понятий. Познавательные: умеют строить логическое рассуждение, делать умозаключения. Коммуникативные: выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге.</p>
<p style="text-align: center;">Практикум: решение задач</p>	<p>Теперь перейдем от теории к практике. Решим несколько задач. Задача 1. В пекарне продаются пироги со сладкой и несладкой начинкой. Сладкие пироги с клюквой, малиной или черникой, несладкие пироги с капустой или с рыбой. Изобразите условия задачи с помощью графа.</p>	<p>Решают задачи у доски и самостоятельно в тетради. Сверяют решения.</p>	<p>Личностные: проявляют критичность мышления. Регулятивные: осознанно владеют логическими действиями определения понятий. Познавательные: умеют строить логическое рассуждение, делать</p>

Решение: Пирог

- Сладкие
 - С клюквой
 - С малиной
 - С черникой
- Несладкие
 - С капустой
 - С мясом

Задача 2. В команде по плаванию 4 человека. Сколько вариантов есть для выбора капитана и его помощника среди пловцов.

Решение: Команда

Помощник

Капитана выбираем одним из 4 способов, а помощника одним из трех вариантов. Таким образом есть 12 вариантов выборов.

Задача 3. У царя Гвидона было 3 сына. Известно, что ровно 100 его потомков имело по 2 сына, а остальные умерли бездетными. Сколько потомков было у царя?

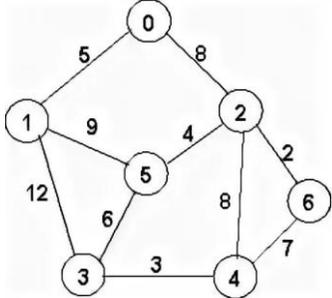
Решение:

Всякий потомок царя Гвидона – это либо сын одного из его потомков, либо сын самого Гвидона. Из условия мы можем найти сколько сыновей было у потомков $2 \cdot 100 = 200$. Вспомним, что в условии было три сына, тогда $200 + 3 = 203$.

Ответ: у царя Гвидона было 203 потомка.

Задача 4. В городе есть несколько достопримечательностей, которые соединены дорогами. Проложите маршрут так, чтобы турист смог посмотреть на все достопримечательности с

умозаключения.

Практикум: решение задач	<p>наименьшими затратами времени и вернуться в исходное место. Решение: От нулевой вершины начинаем подбирать маршрут, проходя по ребрам с наименьшим весом. $5+9+6+3+7+2+8=40$ минут.</p>  <p>Ответ: турист потратит 40 минут на осмотр достопримечательностей.</p>		
Итоги урока	<p>Итак мы сегодня познакомились с такими понятиями как... (дерево, остовное дерево, минимальное остовное дерево) Давайте вспомним их определения.</p>	<p>Проговаривают основные понятия данные на уроке, дают им определения.</p>	<p>Познавательные: рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности. Коммуникативные: аргументация своего мнения.</p>
Рефлексия	<p>Посмотрите на выданные вам карточки (Приложение 25). Выберите то настроение, которое было у вас на начало урока помете его циферкой 1 и то настроение которое стало на конец урока циферкой 2. Если оно совпадет, то ставьте две цифры рядом.</p>	<p>Расставляют цифра на карточке и сдают их.</p>	<p>Познавательные: рефлексия действия, контроль и оценка результатов деятельности</p>

Конспект занятия №8

Тема: «Раскрасим вершины графа» (2 ч.)

Основная дидактическая цель: знакомство с понятием вершинной раскраски графа и алгоритмом правильной раскраски вершин графа; применение полученных знаний при решении задач

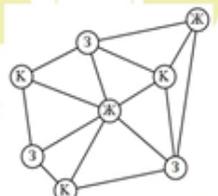
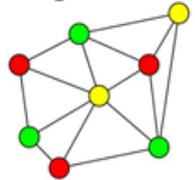
План

1. Организационный момент (10 мин.);

2. Ввод понятий (30 мин.);
3. Практикум: решение задач (40 мин.);
4. Итоги урока (5 мин.);
5. Рефлексия (5 мин.).

Структура и ход урока

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД
Организационный этап	<p>Здравствуйтесь ребята. А вы знали, что все фрагменты одной карты или раскраски можно раскрасить при помощи всего четырех красок и причем два рядом стоящих фрагмента всегда будут разным цветом.</p> <p>В 1852 году Ф. Гутри, изучая различные карты, предположил, что их можно раскрасить в четыре цвета так, чтобы страны с общими границами имели разные цвета. Многие математики пытались найти такую карту, для раскраски которой потребовалось бы пять цветов, но никому не удавалось. В итоге с помощью компьютера путем перебора многих тысяч вариантов окончательно было доказано: «Четырех красок достаточно».</p>	<p>Приветствуют и слушают учителя.</p>	<p>Коммуникативные: развитие умения слушать.</p> <p>Познавательные: анализ, синтез, проведение аналогии.</p>
Ввод понятий	<p>Итак, что же значит раскрасить вершины графа? Да, когда говорят о раскраске вершины графа, то имеют в виду присвоить вершине какой-либо цвет. Для того чтобы правильно раскрасить вершины графа, необходимо раскрасить вершины так, чтобы любые две смежные вершины, имели разные цвета.</p> 	<p>Делают свои предположения, аргументируют их. Слушают учителя, делают записи в тетрадь. Дают свои варианты ответов, формулируют алгоритм и записывают его себе в тетради.</p>	<p>Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета.</p> <p>Регулятивные: понимают и сохраняют учебную задачу, умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности.</p> <p>Коммуникативные: умеют вести общение с учителем.</p>

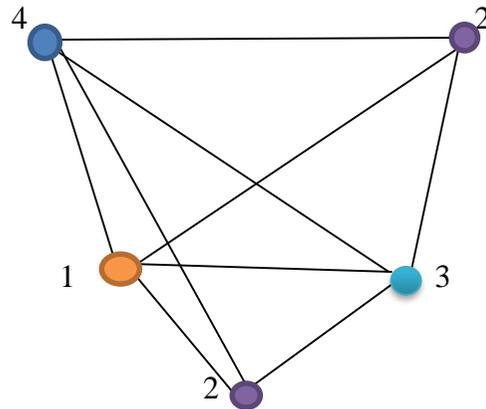
	<p>Наименьшее число цветов, которое необходимо для правильной раскраски графа, называется хроматическим числом и записывается как $X(G)$.</p>		
<p>Решение задач: практикум</p>	<p>Как вы думаете с чего надо начать раскраску вершин? (начать с какой-либо вершины) Действительно надо выбрать вершину и обозначить ее за начальную. А что делать дальше...(раскрашивать остальные вершины) Да, дальше мы раскрашиваем вершины, но так чтобы у смежных вершин цвет был различный. Для удобства, можно вместо цветов четыре любые краски заменить на цифры: 1, 2, 3, 4. Давайте теперь вместе сформулируем алгоритм правильной раскраски вершин и запишем его в тетради. Задача 1. Правильно раскрасьте вершины графа и определите хроматическое число.</p>  <p>Решение: Используя алгоритм раскрашиваем вершины.</p>  <p>Задача 2. В колледже имеется пять групп 2 курса различных направлений специальности: бухгалтера, маркетологи, программисты, экономисты, статистики. Учащиеся каждой группы должны</p>	<p>Выполняют решения задач на доске и в тетради.</p>	<p>Личностные: проявляют критичность мышления. Регулятивные: осознанно владеют логическими действиями определения понятий. Познавательные: умеют строить логическое рассуждение, делать умозаключения.</p>

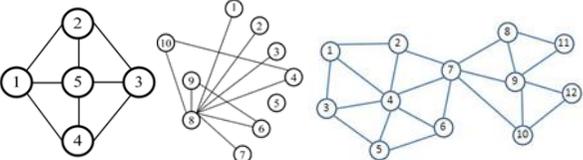
Решение задач: практикум

посещать занятия по соответствующей профессии (бухгалтерский учет, маркетинг, программирование, экономика, статистика). Бухгалтера также должны посещать занятия по экономике, экономисты- по бухгалтерскому учету, программисты- по экономике, Статистики- по экономике, маркетологи по статистике и бухгалтерскому учету. Кроме того, каждая из групп хотела бы посещать занятия по программированию, а статистики еще лекции по маркетингу и бухгалтерскому учету. Требуется составить оптимальное расписание, которое удовлетворило бы всех учащихся.

Решение: Изобразим схематически группы обучающихся колледжа. Соединим ребрами, каждую из вершин так, чтобы это удовлетворяло условию задачи. Начинаем нумеровать вершины, используя алгоритм раскраски.

1. Статистики
2. Маркетологи
3. Программисты
4. Бухгалтера



Решение задач: практикум	<p>Составим расписание в виде таблицы, исходя из того, что мы получили. Расписание:</p> <table border="1" data-bbox="315 225 869 379"> <tr> <td>1</td> <td colspan="2">Статистика</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Маркетинг</td> <td>Экономика</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td colspan="2">Программирование</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td colspan="2">Бухгалтерский учет</td> </tr> </table> <p>Задача 3. Используя алгоритм раскраски графа, правильно раскрасьте графы.</p> 	1	Статистика		2	Маркетинг	Экономика	3	Программирование		4	Бухгалтерский учет			
1	Статистика														
2	Маркетинг	Экономика													
3	Программирование														
4	Бухгалтерский учет														
Итоги урока	<p>Что нового на уроке вы узнали? Чему на уроке вы научились? Сформулируйте алгоритм правильной раскраски вершин. Что такое хроматическое число? Запишите домашнее задание. Найти в интернете или любой детской раскраске пустой рисунок и раскрасьте его при помощи четырех красок, используя алгоритм раскраски вершин графа.</p>	<p>Отвечают на вопросы. Записывают домашнее задание.</p>	<p>Познавательные: рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности. Коммуникативные: аргументация своего мнения.</p>												
Рефлексия	<p>У вас на столах находится лист с разными смайликами (Приложение 26). Обведите ту картинку, которая совпадает с вашим мнением об уроке.</p>		<p>Познавательные: рефлексия действия, контроль и оценка результатов деятельности</p>												

Конспект занятия №9

Тема: «Приложения теории графов» (1 ч.)

Основная дидактическая цель: расширение кругозора у обучающихся. Формирование знаний областей применения графов.

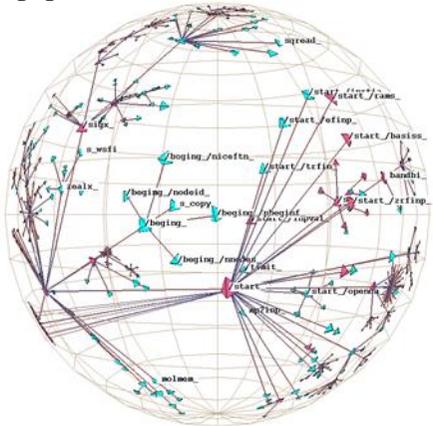
План

1. Организационный момент (5 мин.);
2. Приложения теории графов (35 мин.);
3. Рефлексия (5 мин.).

Структура и ход урока

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД
Организационный этап	Приветствую вас, дорогие ребята. Как ваше настроение? Я с нетерпением хочу увидеть ваши раскрашенные, при помощи алгоритма правильной раскраски вершин графов, рисунки. На прошлых уроках не раз было сказано, что графы окружают на повсюду. Дороги, линии метро, строение молекул. А сегодня мы более подробно изучим в каких сферах деятельности графы встречаются	Приветствуют учителя. Показывают выполненное задание. Задают вопросы.	Личностные: проявляют критичность мышления. Познавательные: умеют устанавливать причинно-следственные связи. Коммуникативные: участвуют в диалоге.
Приложения теории графов	Наверное, каждый из вас в свободное время сидит за компьютером дома, а кто-то из вас возможно хочет стать программистом. Так вот первая сфера деятельности в которой применяются графы — это информатика. Графы в информатике Графы в информатике служат математической моделью сетевых структур. На рисунке А (Приложение 27) представлена структура интернета 1970 года, тогда она имела лишь 13 точек. Узлы представляют собой вычислительные центры, а ребра соединяют две вершины с прямой связью между	Слушают учителя. Изучают графический материал. Вступают в диалог с учителем и сверстниками. Делают свои предположения.	Познавательные: развитие логического и образного мышления, умение анализировать, делать выводы, проводить сравнение; формирование грамотного употребления математической терминологии в устной речи. Регулятивные: осознание качества и уровня усвоения. Коммуникативные: развитие умения слушать и вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении

Приложения теории графов	<p>ними. Давайте посмотрим на рисунок Б. Скажите мне, какие элементы здесь указаны? Как они соединены друг с другом? Как можно назвать такой граф?</p> <p>Применение граф в картографии. Карты мы уже не раз ставили в пример, когда вводили то или иное понятие теории графов и это не случайно. Посмотрите на карту города Красноярск (Приложение 28). Я думаю вы с легкостью найдете здесь все изученные понятия, будь то цикл или мост. Приведите примеры.</p> <p>Применение граф в медицине. Здесь я попрошу вас самим привести примеры, как можно использовать графы. В помощь вам рисунок А (Приложение 28).</p> <p>Применение граф в строительстве. Применение графов в строительстве очень распространено. Не имеет значение будь это многоэтажное здание, деревянный дом или гараж... Все в строительстве связано с графами. Посмотрите на рисунок А (Приложение 29) назовите мне графы, которые вы увидите.</p> <p>Применение граф в авиации. В такой сфере деятельности точность очень важна. От этого зависят человеческие жизни. И конечно же точный расчет всех перелетов применяется при помощи графов. На этом шаре видны схемы перелетов самолетов</p> <p>Применение граф в РЖД В РЖД также, как и в картографии применяются графы при строительстве путей рисунок Б (Приложение 29). При составлении схемы проездов</p>		<p>проблем, продуктивное взаимодействие и сотрудничество со сверстниками.</p>
---------------------------------	---	--	---

<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Приложения теории графов</p>	<p>поездов, электричек и грузовых поездов. Есть еще много различных сфер человеческой деятельности где применяются графы. На следующем уроке мы проведем мастер-класс по решению задач. И на практике докажем что таких сфер много.</p> 		
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Рефлексия</p>	<p>Наш урок подходит к концу, и я прошу вас продолжите предложения: На уроке мне было интересно, потому что... Я узнал, что... Я смог(ла) понять... Мне было не интересно, потому что... В ходе урока я бы поменял(а)...</p>	<p>Делают записи в тетради.</p>	<p>Личностные: формирование навыков самоанализа и самоконтроля.</p>

Конспект занятия №10

Тема: «Мастер класс по решению задач с помощью графов» (1 ч.)

Основная дидактическая цель: расширение кругозора у обучающихся, закрепить навыки решения задач.

План

1. Организационный момент (5 мин.);
2. Актуализация знаний (10 мин.);

3. Решение задач (20 мин.);
4. Итоги урока (5 мин.);
5. Рефлексия (5 мин.).

Структура и ход урока

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД
Организац ионн ый этап	На прошлом занятии мы с вами познакомились с приложениями графов. То есть посмотрели на малую часть отраслей человеческой деятельности где графы можно применять.	Приветствуют и слушают учителя.	Познавательные: умеют устанавливать причинно-следственные связи.
Актуализация знаний	Давайте вспомним что из себя представляет граф? Какие виды графов вы помните? Кто мне скажет определение Леммы о рукопожатиях? Каковы ее следствия? Вспомним нашу игру и положение маршрутов. Что такое маршрут? Каким он может быть? Что такое мост?	Отвечают на вопросы учителя.	Личностные: проявляют критичность мышления. Регулятивные: сохраняют учебную задачу, умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности. Познавательные: умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логические рассуждения. Коммуникативные: сосредотачивают внимание.
Решение задач	Мы вспомнили очень многое из изученных ранее тем. Давайте применим эти знания и устроим мастер-класс по решению задач. Разделитесь на группы по пять человек, и мы приступим к работе. У вас на столе карточка с заданиями (Приложение 30). Одна голова хорошо, а пять лучше. Поэтому работайте сообща. После того как все решат данные задачи, один представитель группы будет выходить к доске и представлять решение задачи.	Делятся на группы по желанию. Решают задачи. Выступают у доски с решениями задач.	Личностные: проявляют критичность мышления. Регулятивные: понимают и сохраняют учебную задачу, умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности. Познавательные: умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логические рассуждения. Коммуникативные: выстраивают аргументацию

Итоги урока	Мы заслушали все ответы на все задания. Вы поняли на какие темы были задачи? Назовите их. Такого типа задачи мы решали раньше? Где могут встретиться такие задачи? В каких сферах деятельности человека могут применяться такого рода задачи?	Отвечают на вопросы учителя.	Познавательные: умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логические рассуждения. Коммуникативные: выстраивают аргументацию
Рефлексия	Продолжите предложения: Мне (не)понравилось работать в группе, потому что... На уроке мне было (не)интересно, потому что... У меня возникли проблемы с заданием №..., потому что... Я (не)активно участвовал в работе, потому что...	Записывают продолжения предложений в тетради.	Познавательные: рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности.

Конспект занятия №11

Тема: «Итоговое занятие» (1 ч.)

Основная дидактическая цель: подведение итогов, формирование правильного выражения собственного умозаключения и выводов, умение аргументировано излагать личную точку зрения и защищать ее.

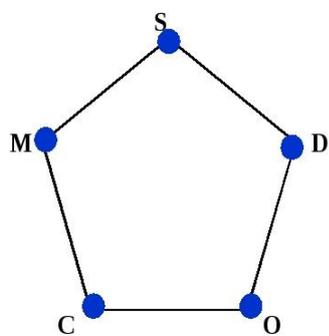
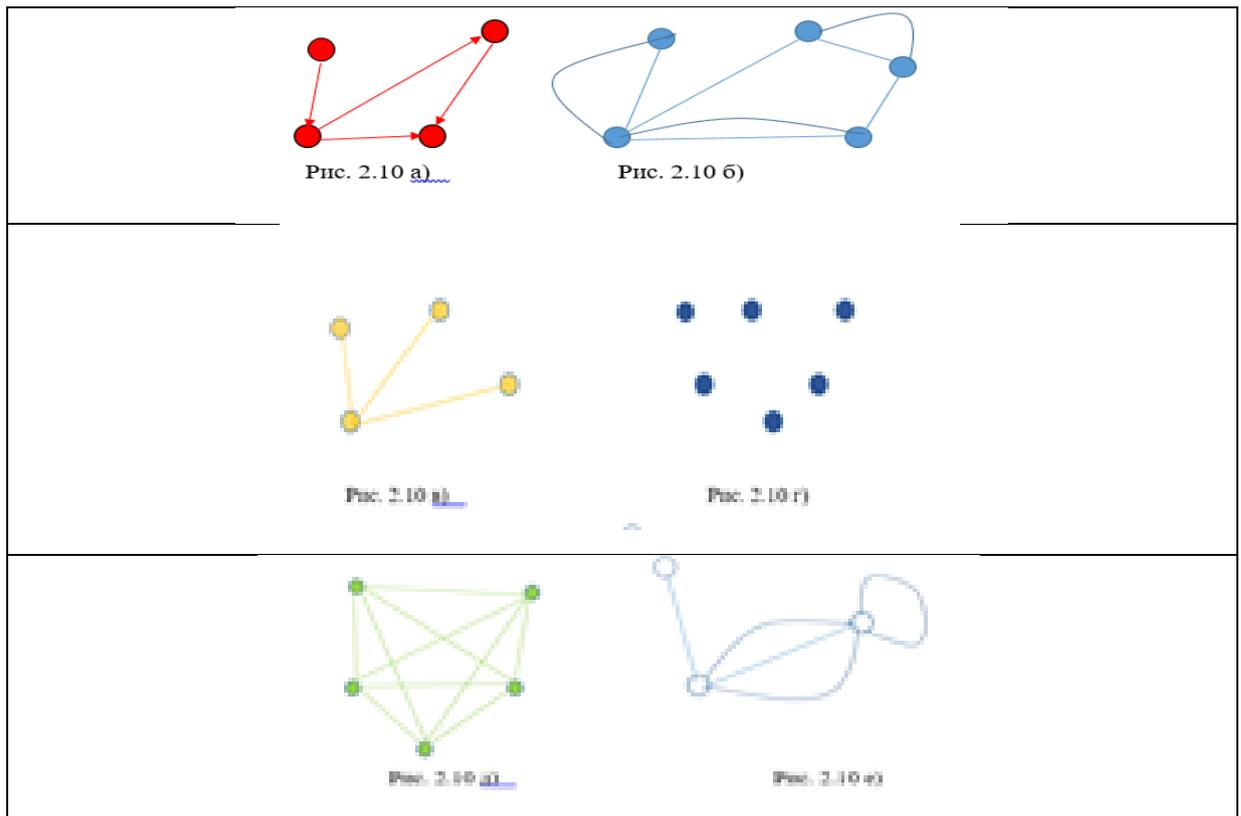
План

1. Организационный момент (5 мин.);
2. Контрольный срез (25 мин.);
3. Рефлексия (15 мин.).

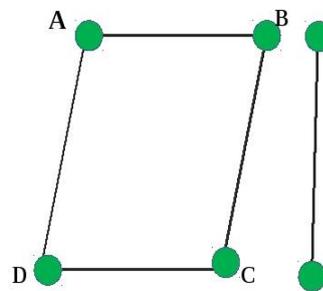
Структура и ход урока

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД
Организационный этап	Приветствую вас дорогие друзья на заключительном уроке курса «Графы вокруг нас». Сегодня мне бы хотелось чтобы вы поделились своими впечатлениями и знаниями полученными на предыдущих уроках.	Приветствуют и слушают учителя.	Личностные: проявляют критичность мышления. Познавательные: умеют устанавливать причинно-следственные связи.

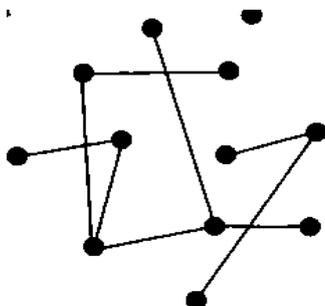
Контрольный срез	Чтобы оценить ваши знания я предлагаю вам выполнить небольшой контрольный срез №2 (Приложение 31). Все задания вам уже знакомы. Похожие задачи мы не раз провешивали на уроках. Поэтому у вас все получится!	Слушают учителя. Выполняют задания контрольного среза.	Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета. Регулятивные: понимают и сохраняют учебную задачу, умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности. Коммуникативные: умеют работать самостоятельно и вести общение с учителем.
Рефлексия	Для того чтобы я смогла ясно оценить нашу совместную работу, прошу вас написать мини-сочинение на тему «Графы вокруг меня». Здесь вы можете обозначить свои достижения, полученный опыт и пользу данного курса.	Пишут сочинение и сдают его учителю.	Личностные: проявляют критичность мышления. Регулятивные: понимают и сохраняют учебную задачу, умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности. Познавательные: умеют строить логические рассуждения.



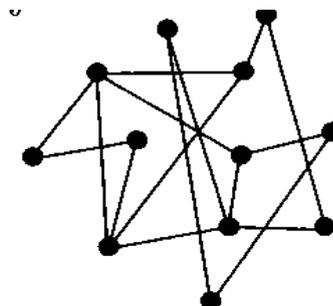
а)



б)

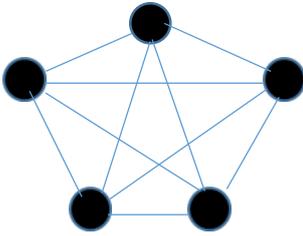
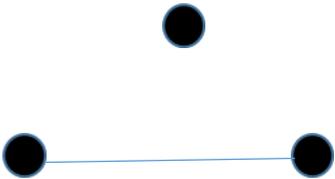
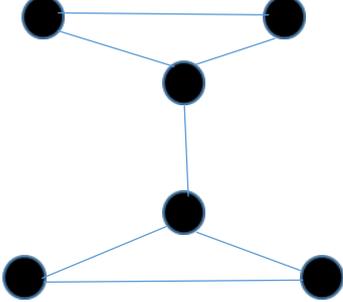
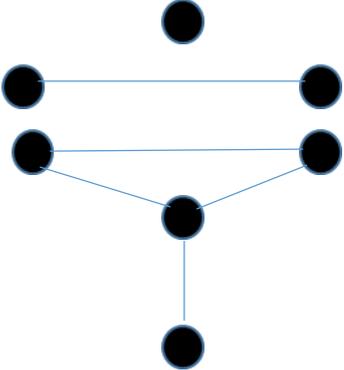


в)

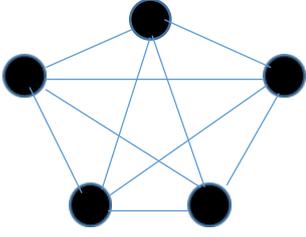
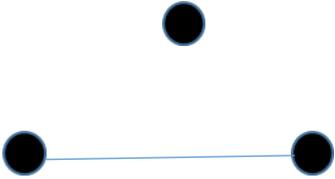
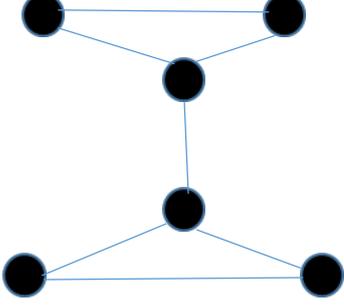
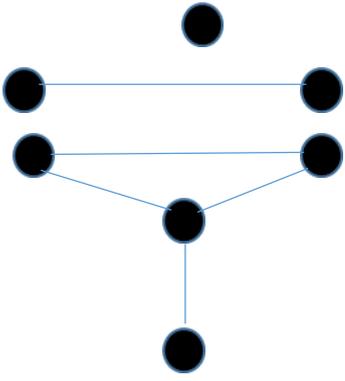


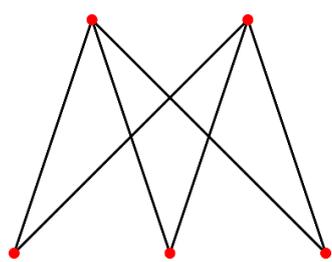
г)

Приложение 18. Карточка для самостоятельного заполнения

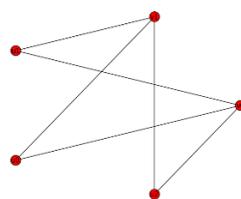
Граф	Связный или несвязный	Кол-во компонент
		
		
		
		

Приложение 19. Карточка для самопроверки

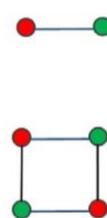
Граф	Связный или несвязный	Кол-во компонент
	связный	1 компонента
	несвязный	2 компоненты
	связный	1 компонента
	несвязный	3 компоненты



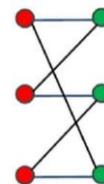
а)



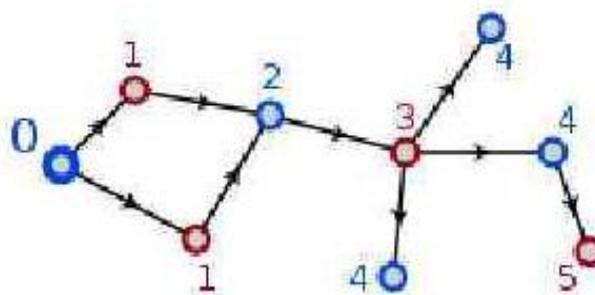
б)



в)

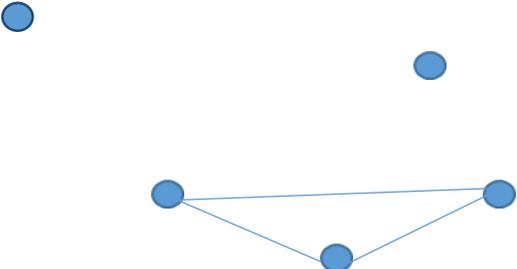
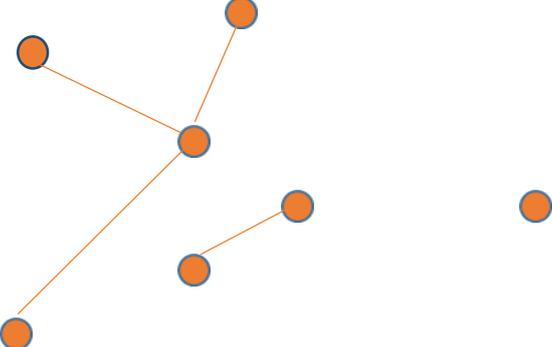
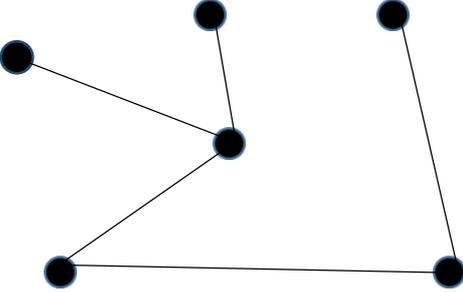
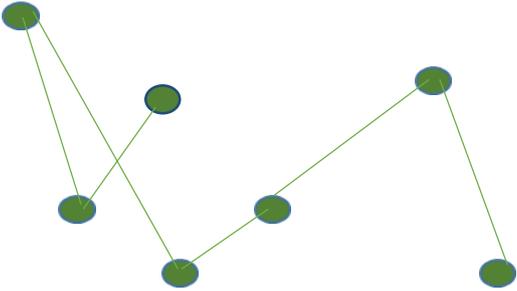
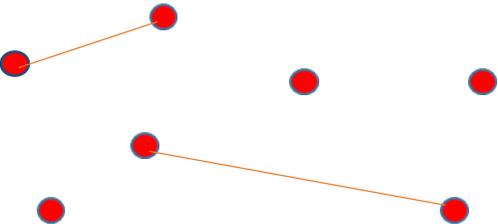


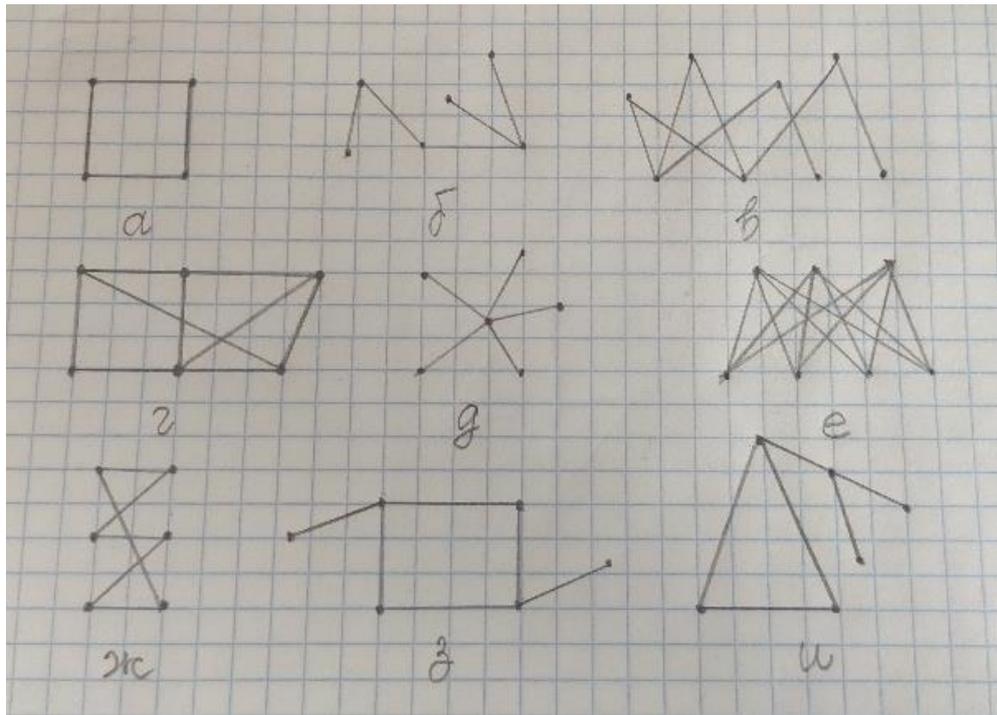
г)



д) Проверка двудольности с помощью чётности расстояний

Приложение 21. Раздаточная карточка

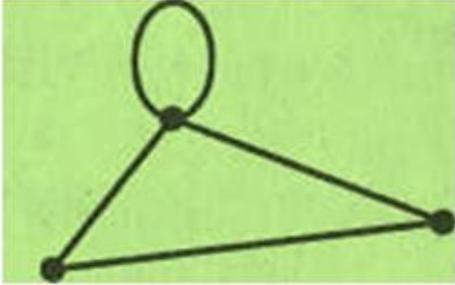
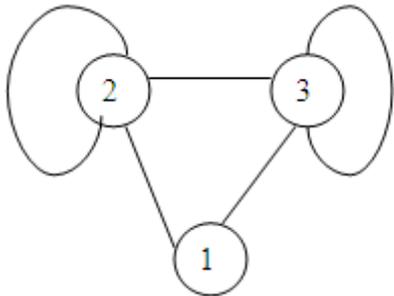
Граф	Связный или несвязный	Кол-во ребер
		
		
		
		
		



Анкета самоанализа

На уроке я работал	активно / пассивно
Своей работой на уроке я	доволен / не доволен
Урок мне показался	коротким / длинным
За урок я	не устал / устал
Мое настроение	стало лучше / стало хуже
Материал урока мне был	понятен / не понятен полезен / бесполезен
Домашнее задание	интересен / скучен легким / трудным интересно / не интересно

Приложение 24. Самостоятельная работа.

Вариант 1	Вариант 2
<p>Задание 1. Определите степень каждой вершины ($\text{Deg } V_n$).</p> <p>Задание 2. Обозначьте каждую из вершин изображенного графа (смежная, петля, изолированная, висячая).</p>	
	
<p>Задание 3. Начертите граф в котором 8 вершин, три из которых петля, одна висячая и одна изолированная вершина. Максимальная степень вершин данного графа:</p>	
Deg $V=4$	Deg $V=5$
<p>Задание 4. На соревнованиях по биатлону каждый спортсмен пожал руку другому участнику, всего сделано</p>	
13 рукопожатий, сколько участников было на соревнованиях по биатлону?	17 рукопожатий, сколько участников было на соревнованиях по биатлону?
<p>Задание 5. На встрече выпускников каждый из 15 выпускников подарил по 3 цветка выпускницам. Известно, что каждая выпускница получила по 5 цветков. Сколько было выпускниц на встрече?</p>	<p>Задание 5. На встрече выпускников каждый из 18 выпускников подарил по 3 цветка выпускницам. Известно, что каждая выпускница получила по 6 цветков. Сколько было выпускниц на встрече?</p>
<p>Задание 6. В турнире по шахматам участвовали две команды. Каждый игрок одной команды играл с каждым игроком другой команды. Сколько встреч проведено, если в командах; в</p>	
а) по 3 игрока; б) по 4 игрока.	А) по 5 игроков; б) по 2 игрока.
<p>Задание 7. Начертите любые три двудольных графа, два не двудольных графа и один полный двудольный графа.</p>	
<p>Задание 8. Начертите замкнутый маршрут состоящий из 5 вершин и длина которого равна 27 см.</p>	<p>Задание 8. Начертите не замкнутый маршрут состоящий из 7 вершин и длина которого 25 см.</p>

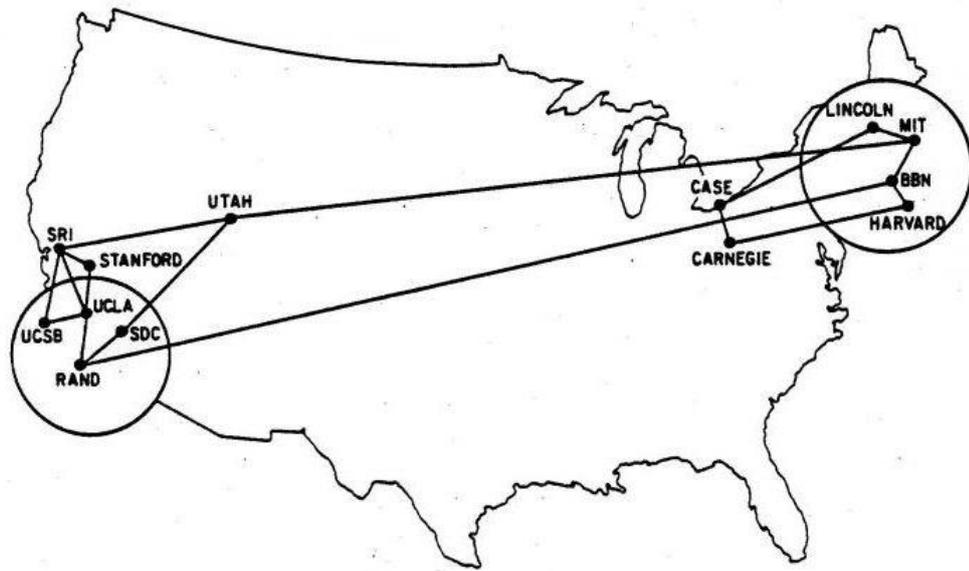
Приложение 25. Карточка рефлексии к уроку №7



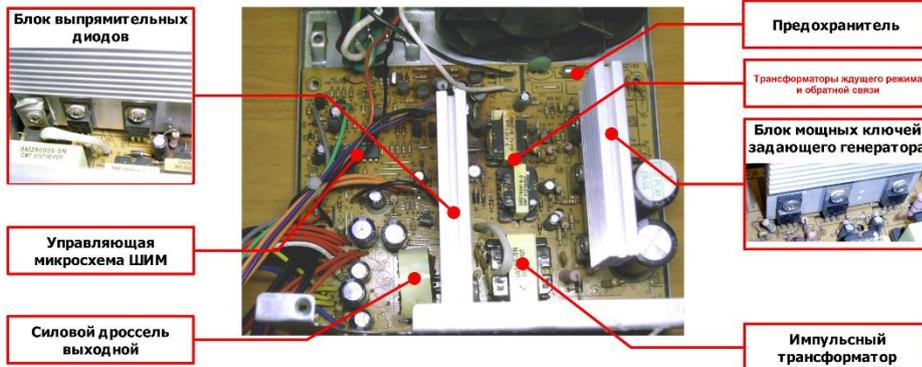
Приложение 26. Карточка рефлексии к уроку №8



Приложение 27. Картинка А



Приложение 27. Картинка Б



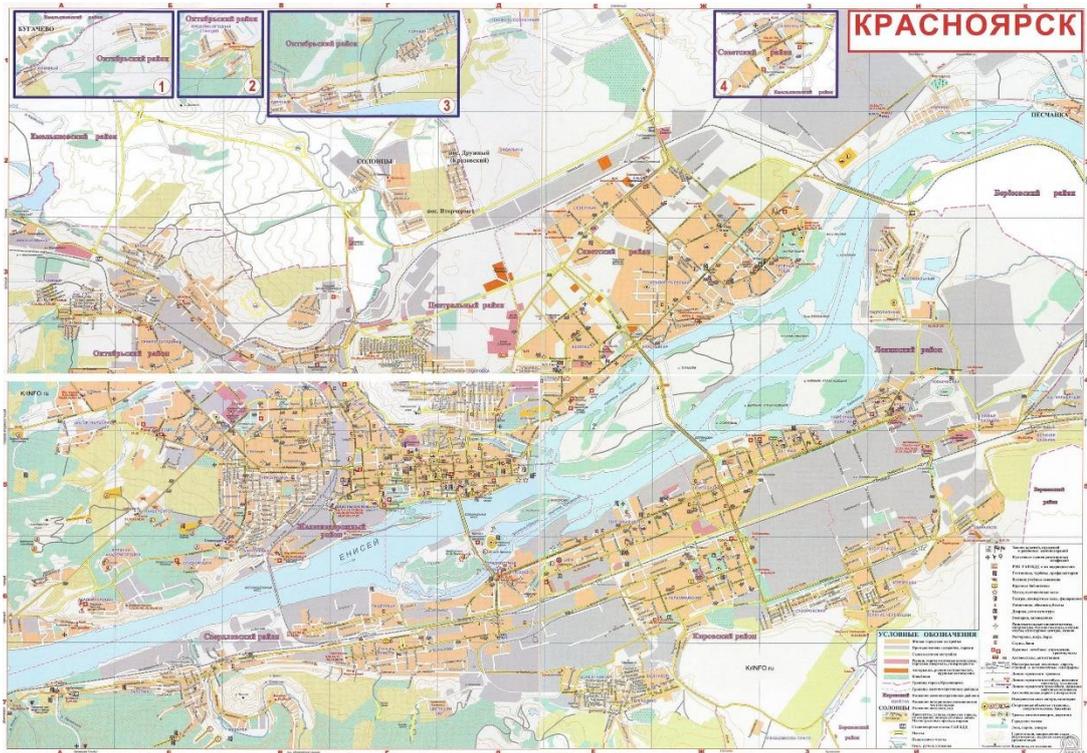
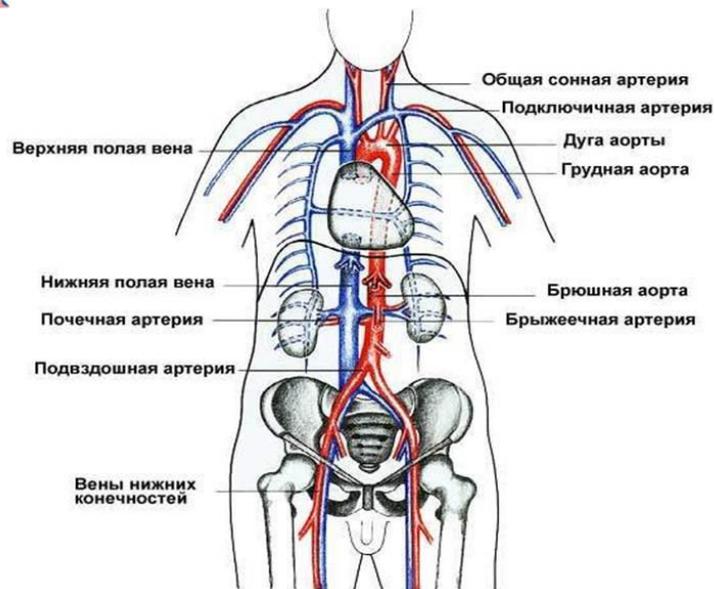


Рисунок А

КРОВЕНОСНАЯ СИСТЕМА



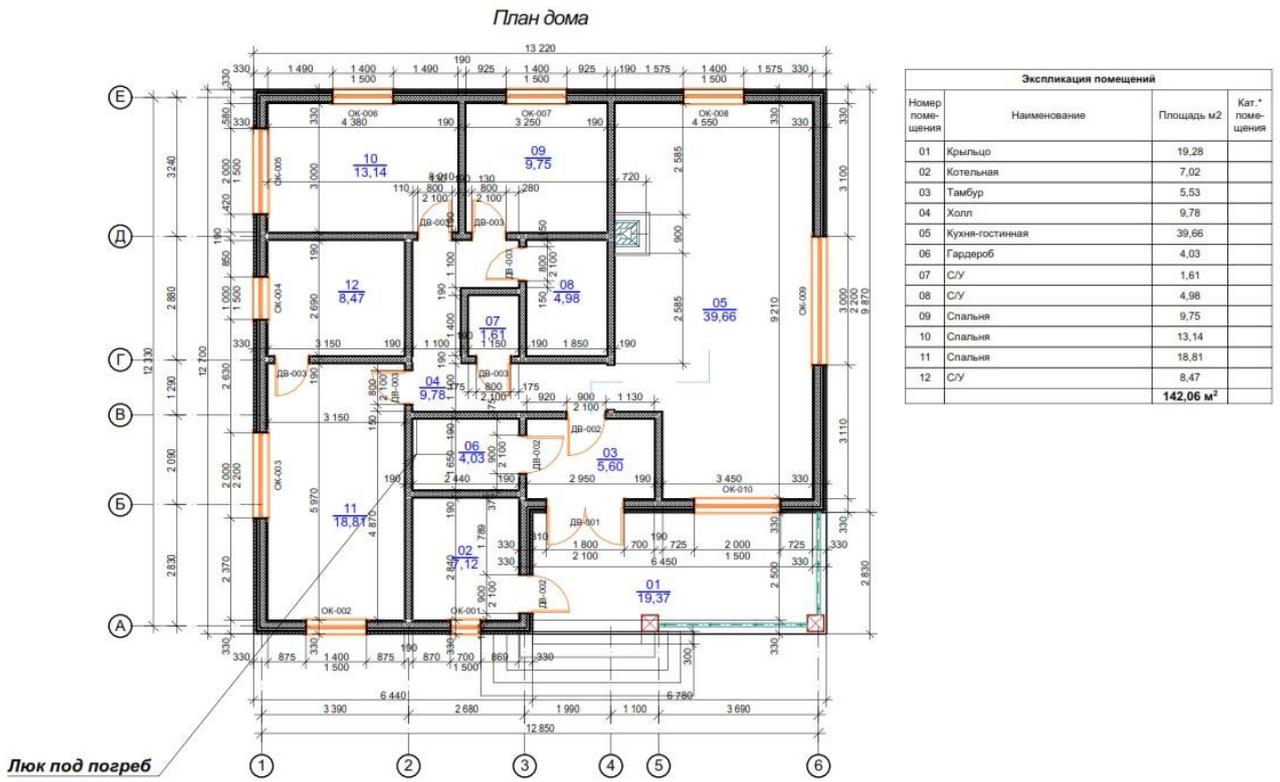
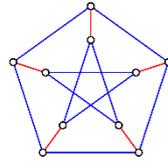


Рисунок Б



Задание 1.

Определите степень каждой вершины ($\text{Deg } V_n$) графа, количество его вершин и ребер:



Задание 2.

На соревновании по шашкам каждый участник пожал руку другому участнику, всего сделано 18 рукопожатий, сколько участников было на выступлении в музыкальной школе?

Задание 3.

Можно ли 17 телефонов соединить проводами так, чтобы каждый был соединен ровно с 7 другими?

Задание 4.

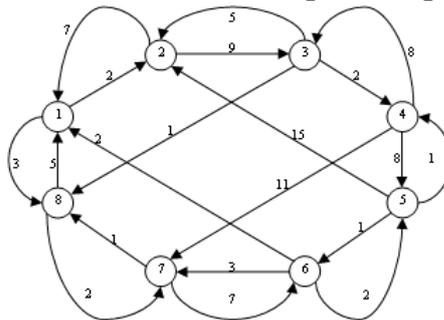
На 8 марта каждый из 12 мальчиков класса подарил по 4 цветков одноклассницам. Известно, что каждая девочка получила по 6 цветков. Сколько всего девочек в классе?

Задание 5.

В пекарне продаются пирожки со сладкой и несладкой начинкой. Сладкие пирожки с клюквой, малиной или черникой, несладкие пироги с капустой или с мясом. Изобразите условия задачи с помощью графа.

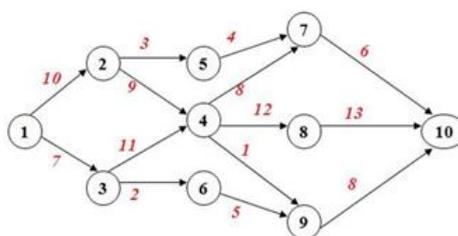
Задание 6.

В городе есть несколько достопримечательностей, которые соединены дорогами. Проложите маршрут так, чтобы турист смог посмотреть на все достопримечательности с наименьшими затратами времени и вернуться в исходное место. А также с наибольшей затратой времени.



Задание 7.

Правильно раскрасьте вершины графа.



Контрольный срез №2

базовый уровень сложности

1. В турнире по шашкам круговой системой участвуют семь школьников. Известно, что Иван сыграл шесть партий, Анатолий – пять, Алексей и Дмитрий – по три, Павел и Артем – по две, Евгений – одну. С кем сыграл Алексей?

повышенный уровень сложности

1.Решите задачу: Между девятью городами введено авиасообщение. Самолеты летают по следующим маршрутам: Красноярск – Москва, Санкт-Петербург – Калининград, Красноярск – Санкт-Петербург, Санкт-Петербург – Москва, Москва – Калининград, Петрозаводск – Краснодар, Краснодар – Самара, Самара – Владивосток, Владивосток – Новосибирск и Новосибирск – Петрозаводск. Можно ли добраться из Красноярска до Новосибирска?

высокий уровень сложности

1. Встретились три подруги – Белова, Краснова и Чернова. Белова сказала подруге, одетой в красный костюм: «На одном из нас белый костюм, на другой – красный и на третьей – черный, но на каждой костюм цвета, не соответствующего фамилии». Какой цвет костюма у каждой?

Приложение 32. Списки участников эксперимента
Список обучающихся 9 «А» класс

Буторина	Ксения	Сергеевна	Ж	21.05.2004
Бутрим	Алина	Владимировна	Ж	18.05.2004
Бутузова	Яна	Станиславовна	Ж	12.05.2004
Быконя	Александра	Александровна	Ж	10.06.2004
Ершова	Виктория	Владиславовна	Ж	18.12.2003
Зайкова	Виктория	Андреевна	Ж	14.02.2004
Зеленская	Ирина	Александровна	Ж	18.02.2004
Козлов	Павел	Алексеевич	М	20.07.2004
Листравой	Евгений	Евгеньевич	М	25.12.2003
Михайлова	Екатерина	Евгеньевна	Ж	08.12.2004
Непомнящая	Ксения	Владимировна	Ж	26.10.2004
Носко	Дарья	Васильевна	Ж	14.02.2004
Оленников	Максим	Викторович	М	04.02.2004
Прокошев	Вячеслав	Владимирович	М	19.04.2004
Пузакова	Елизавета	Дмитриевна	Ж	09.02.2004
Середкин	Владислав	Алексеевич	М	24.07.2004
Синяева	Елизавета	Евгеньевна	Ж	09.06.2004
Христофорова	Влада	Андрьяновна	Ж	03.06.2004
Шевчук	Данила	Дмитриевич	М	20.07.2004
Шестовских	Алина	Дмитриевна	Ж	04.02.2004
Ямалутдинова	Кристина	Амировна	Ж	08.06.2004

Список обучающихся 9 «В» класс

Антоненко	Алина	Викторовна	Ж	09.03.2004
Баженов	Евгений	Андреевич	М	28.12.2004
Батурина	Юлия	Александровна	Ж	05.10.2004
Бояринова	Марина	Юрьевна	Ж	05.09.2004
Гайнулин	Денис	Александрович	М	16.02.2004
Ельшева	Анна	Сергеевна	Ж	14.06.2004
Ефимов	Никита	Алексеевич	М	10.12.2003
Заева	Елизавета	Алексеевна	Ж	24.03.2004
Затейщикова	Юлия	Евгеньевна	Ж	20.07.2004
Лаврентьев	Роман	Игоревич	М	04.05.2004
Мак	Любовь	Ивановна	Ж	05.09.2004
Мальхин	Никита	Русланович	М	09.03.2004
Машукова	Полина	Вячеславовна	Ж	22.02.2004
Петров	Андрей	Сергеевич	М	24.10.2004
Пусть	Арсений	Алексеевич	М	21.11.2004
Салахутдинов	Кирилл	Ильдарович	М	04.04.2004
Семенкова	Дарья	Евгеньевна	Ж	16.03.2004
Семенов	Никита	Сергеевич	М	01.03.2004
Тарасова	Ева	Алексеевна	Ж	15.04.2004
Толстихин	Данил	Анатольевич	М	22.09.2004
Толстихин	Никита	Анатольевич	М	22.09.2004
Уйбо	Елизавета	Павловна	Ж	22.10.2004