МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Красноярский государственный педагогический университетим. В.П. Астафьева»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет институт математики, физики и информатики
(полное наименование института/факультета)
Выпускающая(ие) кафедра(ы) математики и методики обучения математике
(полное наименование кафедры)

Старикова Марина Алексеевна

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Тема: **Организационно-педагогические условия внутришкольной подготовки к ЕГЭ по математике обучающихся 11 классов**

Направление подготовки/специальность 44.04.01 Педагогическое образование
(код и наименование направления)
Магистерская программа Математическое образование в условиях ФГОС
(наименование программы)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ:

Заведующий кафедрой:
д-р пед. наук, профессор ШкеринаЛ.В.
(ученая степень, ученое звание, фамилия,инициалы)

«11.12.»2019г.

(дата, подпись)

Руководитель магистерской программы:
д-рпед. наук, профессор ШкеринаЛ.В.
(ученая степень, ученое звание, фамилия,инициалы)

«09.12»2019г.

(дата, подпись)

Научный руководитель:
д-р физ-матем. наук, доцент МихалкинЕ.Н.
(ученая степень, ученое звание, фамилия,инициалы)

«09.12»2019г. Е. Мих

(дата, подпись)

Обучающийся: Старикова М.А.
(фамилия, инициалы)

«25.11.»2019г.

(дата, подпись)

Оценка
(прописью)

Красноярск 2019

Реферат магистерской диссертации

Стариковой Марины Алексеевны

По теме: Организационно-педагогические условия внутришкольной подготовки к ЕГЭ по математике обучающихся 11 классов.

Магистерская диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка и приложения. Работа иллюстрирована рисунками и таблицами. Список литературы включает источников.

Цель исследования: повышение качества математического образования при подготовке учащихся к ЕГЭ в рамках внутришкольного математического образования.

Магистерская диссертация решала следующие **задачи**:

1. Разработать тренировочный вариант ЕГЭ, чтобы выявить проблемы подготовки к экзамену
2. Рассмотреть психо-физиологического состояния выпускников в условиях подготовки и сдаче ЕГЭ
3. Охарактеризовать основные направления организации и системы подготовки учащихся к сдаче экзаменов
4. Систематизировать и обобщить виды уравнений и неравенств, основные методы и приемы их решения
5. Проанализировать, а также разработать задания для организации обучающихся 11 классов для успешной сдачи ЕГЭ.

В основу нашего исследования положена следующая **гипотеза**: при положительной мотивации учащихся к участию в ЕГЭ, при овладении ими техников выполнения теста, полноценном повторении изученного материала можно обеспечить высокие результаты в соответствии с возможностями каждого ученика.

В магистерской диссертации были использованы такие **методы**, как теоретический анализ, сравнение, наблюдение, разработка.

В первой главе были охарактеризованы основные направления в организации и подготовке к ЕГЭ по математике. Были выделены проблемы подготовки к ЕГЭ по математике. Рассмотрены особенности здоровья и психофизиологического состояния выпускников школ в условиях подготовки и сдачи итоговых экзаменов.

Во второй главе охарактеризованы особенности методики изучения содержательной линии уравнений и неравенств. Проведен анализ содержания данной линии в различных учебниках для общеобразовательных учреждений за 10-11 классы. Рассмотрены основные методы и приемы решения различных типов уравнений и неравенств. Разработаны задания для успешной сдачи ЕГЭ.

Результатом работы является анализ проблем подготовки, разработка теста ЕГЭ, а также приведены задания ЕГЭ, которые помогут успешной сдачи ЕГЭ.

Abstract of the master's thesis

Starikova Marina Alekseevna

On the topic: Organizational and pedagogical conditions of in-school training for the exam in mathematics for students in grades 11.

The master's thesis consists of introduction, two chapters, conclusion, bibliography and application. The work is illustrated drawings and tables. References include sources.

The purpose of the study: improving the quality of mathematical education in preparing students for the exam in the framework of intra-school mathematical education.

The master's thesis solved the following problems:

1. Develop an exam test to identify problems preparing for the exam
2. To consider the psycho-physiological state of graduates in the conditions of preparation and passing the exam
3. Describe the features of the organization and the system of preparing students for exams
4. To systematize and generalize the types of equations and inequalities, the main methods and techniques for solving them
5. To analyze, as well as develop assignments for students in grades 11 to successfully pass the exam.

The basis of our study is based on the following **hypothesis**: with positive motivation of students to participate in the exam, with the mastery of test execution techniques, and a full repetition of the material studied, high results can be achieved in accordance with the capabilities of each student.

Such methods as theoretical analysis, comparison, observation, development were used in the master's thesis.

The first chapter described the main directions in organizing and preparing for the exam in mathematics. The problems of preparing for the exam in mathematics were highlighted. The features of the health and psychophysiological

state of school graduates in the context of the preparation and passing of final exams are considered.

The second chapter describes the features of the methodology for studying the substantive line of equations and inequalities. The analysis of the content of this line in various textbooks for educational institutions for grades 10-11. The basic methods and techniques for solving various types of equations and inequalities are considered. Developed tasks for the successful completion of the exam.

The result of the work is the analysis and development of tasks that will help the successful completion of the exam.

Оглавление

Введение

Попытка улучшения качества образования в России за счет более объективного контроля и более высокой мотивации на успешное его продолжение, привели к необходимости введения независимых форм контроля над знаниями учащихся. Изменение формы контроля соответственно ведет за собой необходимость изменения системы подготовки к успешной сдаче экзамена. Единый государственный экзамен (ЕГЭ) по математике стал обязательным для выпускников всех отечественных общеобразовательных школ с 2008/09 учебного года, чему предшествовала длительная и широкомасштабная экспериментальная работа. Он представляет собой, по замыслу разработчиков, форму объективной оценки качества подготовки лиц, освоивших образовательные программы среднего (полного) общего образования, с использованием заданий стандартизированной формы (контрольно-измерительных материалов), выполнение которых позволяет установить уровень освоения ими федерального государственного образовательного стандарта (полного) общего образования.

Подготовка школьников к единому государственному экзамену – важная задача любого среднего общеобразовательного учреждения. Каждая школа решает эту задачу в соответствии с теми образовательными возможностями, которыми она располагает в данный момент.

Математика – это язык, который используется и в науке, и в бизнесе, и во многих других сферах жизни. Математика развивает не только логическое мышление, но и интуицию, и характер. Она учит уверенности и доверию к себе; учит оптимально использовать известную вам информацию и искать новые решения. Математическими способностями обладают далеко не все школьники, а от успешной сдачи экзамена зависит дальнейшая судьба и технарей, и гуманитариев. Эта проблема в равной мере волнует и учителей, и учеников, а также родителей будущих выпускников.

Математика – наука интересная и сложная, поэтому нельзя упускать ни одной возможности, чтобы сделать ее более доступной. Возрастание роли математики в современной жизни привело к тому, что для адаптации в современном обществе и активному участию в нем необходимо быть математически грамотным человеком. Под математической грамотностью понимается способность учащихся: распознавать проблемы, возникающие в окружающей действительности, которые могут быть решены средствами математики; формулировать эти проблемы на языке математики; решать эти проблемы, используя математические знания и методы; анализировать использованные методы решения; интерпретировать полученные результаты с учетом поставленной проблемы; формулировать и записывать окончательные результаты решения поставленной проблемы.

В Федеральных государственных образовательных стандартах начального, основного и среднего общего образования особое внимание уделяется организации внеурочной деятельности детей, которая становится неотъемлемой частью образовательного процесса в школе, важной составляющей воспитания и социализации обучающихся. Внеурочная деятельность способствует удовлетворению разнообразных интересов учащихся в неформальном общении, клубах, любительских объединениях, кружках в свободное от уроков время. Организация внеурочной деятельности целесообразна, прежде всего, для повышения качества общего образования.

Внеурочная деятельность может осуществляться, в том числе и посредством внутришкольной системы дополнительного образования. Школьное дополнительное образование является системой, предлагающей разнообразные образовательные услуги для личностного, профессионального, творческого и духовного развития учащихся. Для включения школьников в дополнительное образование необходим определенный уровень сформированности интереса к соответствующему виду деятельности, который как раз и достигается при систематическом участии детей во внеурочной работе.

Цель исследования: повышение качества математического образования при подготовке учащихся к ЕГЭ в рамках внутришкольного математического образования.

Объект исследования: образовательный процесс по математике в средней (полной) школе.

Предмет исследования: методика подготовки учащихся к ЕГЭ

В основу нашего исследования положена следующая **гипотеза**: при положительной мотивации учащихся к участию в ЕГЭ, при овладении ими техников выполнения теста, полноценном повторении изученного материала можно обеспечить высокие результаты в соответствии с возможностями каждого ученика.

Задачи исследования:

1. Разработать тест ЕГЭ, чтобы выявить проблемы подготовки к экзамену
2. Рассмотреть психофизиологического состояния выпускников в условиях подготовки и сдачи ЕГЭ
3. Охарактеризовать особенности организации и системы подготовки учащихся к сдаче экзаменов
4. Систематизировать и обобщить виды уравнений и неравенств, основные методы и приемы их решения
5. Привести задания для обучающихся 11 классов по теме «Уравнения и неравенства» для успешной сдачи ЕГЭ.

Для решения поставленных задач применялись следующие **методы** исследования: теоретический анализ, сравнение, наблюдение, разработка.

Научная новизна исследования заключается в том, что:

1) дан анализ современного состояния проблемы контроля и оценки результатов учебной деятельности учащихся;

2) разработан тренировочный вариант ЕГЭ, для определения пробелов в знаниях учащихся;
3) приведены задания ЕГЭ по теме «Уравнения и неравенства» разных видов сложности.

Практическая значимость работы состоит в том, что результаты исследования и рекомендации могут быть использованы в работе педагогических коллективов общеобразовательных школ, в том числе в практической деятельности руководителей школ и учителей, работающих в выпускных классах.

Магистерская диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка и приложения.

Во введении обоснована актуальность исследования, сформулирована его цель, объект, предмет, гипотеза и задачи; раскрыта практическая значимость, охарактеризованы методы исследования.

В первой главе были охарактеризованы основные направления в организации и подготовке к ЕГЭ по математике. Были выделены проблемы подготовки к ЕГЭ по математике. Рассмотрены особенности здоровья и психофизиологического состояния выпускников школ в условиях подготовки и сдачи итоговых.

Во второй главе охарактеризованы особенности методики изучения содержательной линии уравнений и неравенств. Проведен анализ содержания данной линии в различных учебниках для общеобразовательных учреждений за 10-11 классы. Рассмотрены основные методы и приемы решения различных типов уравнений и неравенств.

Результатом работы является анализ проблем подготовки, разработка теста ЕГЭ, а также приведены задания, которые помогут успешной сдачи ЕГЭ.

Глава 1. Теоретические основы занятий по подготовке к ЕГЭ по математике в рамках внутришкольного математического образования

Единый государственный экзамен (ЕГЭ) по математике – один из самых сложных и ответственных экзаменов выпускников. ЕГЭ длится четыре часа. Это очень напряженная самостоятельная работа, ведь мобильные телефоны, подсказки и шпаргалки запрещены на экзамене. Важность результатов ЕГЭ для современных школьников трудно переоценить. Поступление в ВУЗ, а как следствие и карьера, да и, возможно, будущая жизнь ученика, так или иначе зависит от количества баллов, полученных на экзамене. Профильный ЕГЭ по математике часто является пропуском в целый мир востребованных профессий, хорошо оплачиваемых и интересных. Естественно, что выпускники и их родители ожидают от школьных уроков качественной подготовки к ЕГЭ. Но мало кто задумывается, что ЕГЭ проверяет знания за весь курс средней школы, а учитель скован рамками программы 11-го класса, в которой встречается небольшая часть всех проверяемых на ЕГЭ тем. К этому стоит добавить и сильную ограниченность во времени, слабый начальный уровень ребят, а также отсутствие эффективной методики подготовки, что является серьезным препятствием в работе учителя.

Напомним, что в 2016 году весь материал ЕГЭ по математике разделили на два уровня – профильный и базовый. Профильная математика нужна, как правило тем, кто поступает на технические и экономические специальности. А базовая математика – в основном для гуманитариев. Если баллы ЕГЭ по математике нужны лишь для получения аттестата, достаточно только сдать базовую математику ЕГЭ. Причем его намного проще сдать на высокий балл, чем пройти минимальный порог профильной математики.

В заданиях базовой части ЕГЭ по математике 20 задач, причем оценивается только краткий ответ, который определенным образом заносится в бланк. Перечислим темы, входящие в программу базового ЕГЭ по математике: преобразование алгебраических выражений, действия с корнями и степенями, логарифмы, текстовые задачи на проценты, движение и работу, элементы теории вероятностей, задачи геометрии и стереометрии, тригонометрические преобразования и производная.

А для тех, кто поступает на инженерные и экономические специальности, подготовка к ЕГЭ по математике профильного уровня просто необходима. Математика нужна для решения тех задач, с которыми они встретятся в своей будущей работе.

Профильный ЕГЭ по математике состоит из 19 заданий. Из них 12 заданий – более простые, оформлены они в виде теста. А вторая часть – 7 сложных задач, в которых оценивается не только ответ, но и обоснованное решение. Разумеется, решение должно быть верным.

Первая часть состоит из 12 задач. Она представляет собой выпускной экзамен за курс средней школы. В этих задачах проверяются все навыки и умения, полученные на уроках математики в школе, начиная с начальных классов. И если ученик в пятом или седьмом классе что-то недопонял – на таком непрочном фундаменте тяжело что-либо построить.

Отсюда вывод: не надо начинать подготовку к ЕГЭ по математике с решения типовых вариантов. Такую ошибку допускают многие учителя. Начинать подготовку к ЕГЭ по профильной математике следует с повторения всего базового курса школьной математики. В данной работе разработана система заданий, которая позволяет пробелы школьников. Далее подбираются задания, с помощью которых планируется устранить эти пробелы.

Задания первой части направлены, как правило, на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний. Задания этой части проверяют следующие умения и навыки:

- базовые вычислительные и логические умения и навыки;

- умение анализировать информацию, представленную на графиках и в таблицах;

- умение использовать простейшие вероятностные, а также статистические модели;

- умение ориентироваться в простейших геометрических конструкциях.

Обратим внимание, что в этих первых 12 заданиях ЕГЭ важен лишь правильный ответ, а ход решения не важен. Ответ в этих задачах должен быть записан в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Поэтому так важны внимание и уверенность – чтобы сразу записать правильный ответ и позже не возвращаться к его проверке, а заняться сложными задачами части 2.

Каждая задача первой части оценивается в один первичный балл.

Вторая часть профильного ЕГЭ включает в себя лишь 7 задач. Она больше всего похожа на традиционный вступительный экзамен в ВУЗы. Это сложные, комбинированные задачи, требующие творческого подхода, логики и внимания.

Ниже приведем задачи, которые входят во вторую часть профильного ЕГЭ по математике:

Задание 13. Уравнения (рациональные, иррациональные, логарифмические, показательные, тригонометрические). Многие выпускники считают, что в этой задаче могут быть только тригонометрические уравнения. Однако все чаще в этой задаче дают комбинированные уравнения, в которых есть и тригонометрия, и логарифмы, и показательные функции. Оценивается в 2 первичных балла.

Задание 14. Стереометрия (призмы, пирамиды, конусы и другие объемные тела). Здесь содержатся задачи на нахождение углов между прямыми и плоскостями, расстояний между прямыми, между параллельными плоскостями и от точки до плоскости, а также вычисление площадей и объемов. Это достаточно сложная задача, требующая знаний стереометрии и планиметрии, а также пространственного воображения. Задание 14 оценивается всего в 2 первичных балла

Задание 15. Неравенства (показательные, иррациональные и логарифмические), корни и модули, всевозможные приемы решения. Здесь нужны и знания, и логика. Оценивается в 2 первичных балла

Задание 16. Геометрия на плоскости. Треугольники, параллелограммы, трапеции, окружности и другие плоские фигуры, а также их всевозможные комбинации на плоскисти. Надо отлично знать весь курс планиметрии: теоремы, свойства, основные схемы решения из курса планиметрии. Оценивается в 3 первичных балла

Задание 17. Экономические задачи. Здесь и задания на оптимизацию, на банковские платежи, вклады и кредиты. Для задач на кредиты рассматриваются две схемы – аннуитет и схема с дифференцированными платежами. Данная задача, как правило, требует большого количества громоздких вычислений. В добавок к этому, следует напомнить, что на ЕГЭ по математике калькулятором пользоваться запрещено. Данное задание оценивается в 3 первичных балла

Задание 18 . Задачи с параметром. Необходимо наизусть знать свойства, а также графики основных элементарных функций, знать уравнение окружности. Множество типов и методов решения. Те, кто освоили эту задачу, без труда сдадут экзамен по математическому анализу во время первой сессии в техническом или экономическом вузе. Оценивается в целых 4 первичных балла.

Задание 19. Нестандартные задачи, обычно это олимпиадные задачи. Они требуют непростых, очень логичных математических рассуждений. Чтобы ее решать, нужна высокая математическая культура, развитая интуиция и логика и конечно, знание специальных приемов. Это задание, как и задание 18, оценивается в 4 первичных балла.

Задания части 2 проверяют следующие основные умения выпускников:

- выполнять вычисления и преобразования;
- решать уравнения и неравенства;
- выполнять действия с функциями;

- выполнять действия с геометрическими фигурами;

- строить и исследовать математические модели.

В некоторых вузах (МГУ, СПБГУ) помимо ЕГЭ абитуриенты должны еще сдавать и дополнительные вступительные экзамены (ДВИ). Для решения задач ДВИ по математике достаточно знаний в рамках школьной программы. Каждый вариант ДВИ содержит 8 задач. Две первых обычно простые, следующие две – посложнее, сложнее профильного ЕГЭ, но не намного. Оставшиеся четыре задачи требуют заметно более высоких знаний.

Почти всегда в задачах присутствуют логарифмы, показательные функции, корни, модули, тригонометрия – это традиционный набор обычного вступительного экзамена. Часто экзамен включает трудные задачи по планиметрии и стереометрии. Также попадаются текстовые задачи, и почти всегда встречается задача с несколькими переменными или параметром.

1.1. Проблемы подготовки выпускников к итоговой аттестации по математике

Единый государственный экзамен базового и профильного уровня составлен таким образом, что без специальной подготовки выполнить все задания, основываясь на базе знаний, полученных в ходе изучения школьной программы невозможно. Часто случаются примеры, когда даже отличные оценки в школе не являются гарантией успешного прохождения этого барьера. Необходима совместная серьезная, кропотливая работа учителя, ученика и родителей для успешной сдачи экзамена. Проанализируем основные проблемы, которые встают на пути к успешной сдаче ЕГЭ.

1. Сокращение учебных часов, отведённых на изучение математики. Базовые темы, такие как тригонометрия, производная, первообразная, логарифмы и весь курс стереометрии изучаются на довольно поверхностном

уровне. Здесь не обойтись без элективных курсов и дополнительных занятий во внеурочное время, самостоятельной подготовки.

2. Насыщенность программы новым материалом в 11 классе, который учителя вынуждены преподавать вплоть до окончания третьей четверти, что довольно затрудняет подготовку к экзамену. Поэтому подготовка начинается во внеурочное время, так как на уроке надо проходить программный материал. Нагрузка при этом увеличивается, нужно успевать усвоить новый материал и не забывать систематически готовиться к ЕГЭ.

3. Нетипичность и многообразие формулировок заданий в вариантах ЕГЭ. В школьных учебниках, как правило, используются стандартные формулировки. Слабых и средних учеников незнакомые формулировки заданий ставят в тупик, хотя после разъяснений они легко справляются с заданием.

4. Демонстрационные материалы, предлагаемые Министерством науки и образования для тренировки учащихся, имеют большие расхождения с реальными вариантами ЕГЭ. Поэтому гипотетически приходится учитывать требования ЕГЭ предыдущих лет, надеясь, что они не сильно изменятся в нынешнем учебном году.

5. При подготовке к экзаменам дают знать о себе «слабые места» типичные для многих учеников. 70% ошибок на ЕГЭ – по темам из начальной школы! Это дроби, отрицательные числа, элементарные преобразования выражений и все такое же простенькое. Высокий полет математической мысли заканчивается ошибками на уровне пятого класса. Слабое знание теории, незнание и непонимание смысла заданий приводит к тому, что выпускники теряются, не способны самостоятельно размышлять, делать верные выводы и что как следствие, неверно выполненное задание.

6. Привычка считать все на калькуляторе, вплоть да таблицы умножения доставляет много проблем. Отсутствие навыков быстрого счета, непривычка считать самостоятельно - в уме или на бумаге, приводит к тому, что ученики подчас совершают грубые ошибки в элементарных примерах.

Типичные ошибки повторяются из года в год, и выпускники допускают одни и те же ошибки.

7. Незнание многими выпускниками критериев оценивания решений в части С, где требуется полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи. Главным критерием является математическая правильность решения. Каждому учителю, занимающемуся подготовкой к ЕГЭ необходимо четко изучить критерии и ознакомить с ними учащихся.

9. В преддверии экзаменов практически все выпускники начинают ощущать психологическое напряжение. Оно и понятно – наступает ответственный момент в их жизни. Даже самые подготовленные ученики могут на экзамене переволноваться, растеряться и в самый ответственный момент появляются обидные и совершенно не нужные ошибки. Чтобы помочь старшеклассникам справится с психологическими проблемами, нужно знакомить их с процедурой и спецификой экзамена. Необходимо, чтобы старшеклассники привыкли к специфике экзамена, умели правильно распределить время на все задания, занимались систематически, чтобы появилась отработанная техника решений. Одним из существенных аспектов психолого-педагогического сопровождения выпускников является ознакомление родителей со способами правильного общения со своими детьми, оказания им психологической поддержки, создания в семье благоприятного психологического климата.

Часто учителя, репетиторы и родители, помогающие своим детям подготовиться к ЕГЭ, пытаются прорешать как можно больше вариантов предыдущих лет. Но такой путь не перспективен. Во-первых, варианты не повторяются. Во-вторых, у школьника не формируется устойчивый общий способ деятельности с заданиями соответствующих видов. В-третьих, у него появляется чувство растерянности и полной безнадежности: заданий так много и все они такие разные, и каждый раз нужно применять соответствующий подход. Иными словами, уже через неделю учащийся не можете вспомнить, как решил конкретное задание. Причем нетвердо владеющий общими способами деятельности с материалом школьник пытается именно вспомнить соответствующее решение, а не применить общий подход к заданиям такого типа. Естественно, запомнить все решения всех заданий невозможно. Поэтому намного разумнее учить школьников общим универсальным приемам и подходам к решению. Необходимо показывать «на пальцах», откуда что берется и вытекает, рассказывать интересные факты о формуле или учёном, который ее вывел, подбирать хоть одну, но любопытную задачу – другими словами оживить занятие и показать красоту математики, ввести в понятие ее культуры. При обучении решать задачи повышенного уровня сложности самое серьёзное внимание надо уделить именно обучению поиску решений, а не показывать готовые алгоритмы или стандартные процедуры. Нужно обязательно привлекать ученика к самостоятельной работе с теорией и с уже разобранными в учебнике заданиями для самостоятельного изучения – без всего этого в ВУЗе ученикам трудно будет быстро адаптироваться и влиться в продуктивную работу.

Методический анализ результатов ГИА-11 по математике (базовый уровень) за 2019год

В 2019 году в ЕГЭ по математике (базовый уровень) приняли участие 7568 человек, что составило 46,82% от числа всех участников ЕГЭ. Это существенно меньше, чем в 2018 году. Среди сдававших экзамен подавляющее большинство (99,99%) – выпускники текущего года, обучавшиеся по программам среднего общего образования. Если говорить о распределении участников по типам образовательных организаций, то традиционно большинство сдающих выпускники средних общеобразовательных школ – 5736 человек (75,79%). Выпускники лицеев, гимназий и школ с углубленным изучением отдельных предметов составили в совокупности 20,05%, что на 2,23% меньше, чем в прошлом году. Гендерный состав участников ЕГЭ по математике (базовый уровень) в этом году резко изменился по сравнению с прошлым годом: юношей приблизительно на 35% меньше, чем девушек. Среди городов больше всего участников ЕГЭ по математике (базовый уровень) в городах Красноярске – (29,60% от общего числа участников ЕГЭ в регионе), Ачинске – (3,90%) и Минусинске – (3,13%). Меньше других ЕГЭ по математике (базовый уровень) выбирают выпускники в городах Бородино (0,52%) и Сосновоборск (0,85%), среди не городских территорий – в Боготольском (0,18%) и Сухобузимском (0,22%) районах. [4]

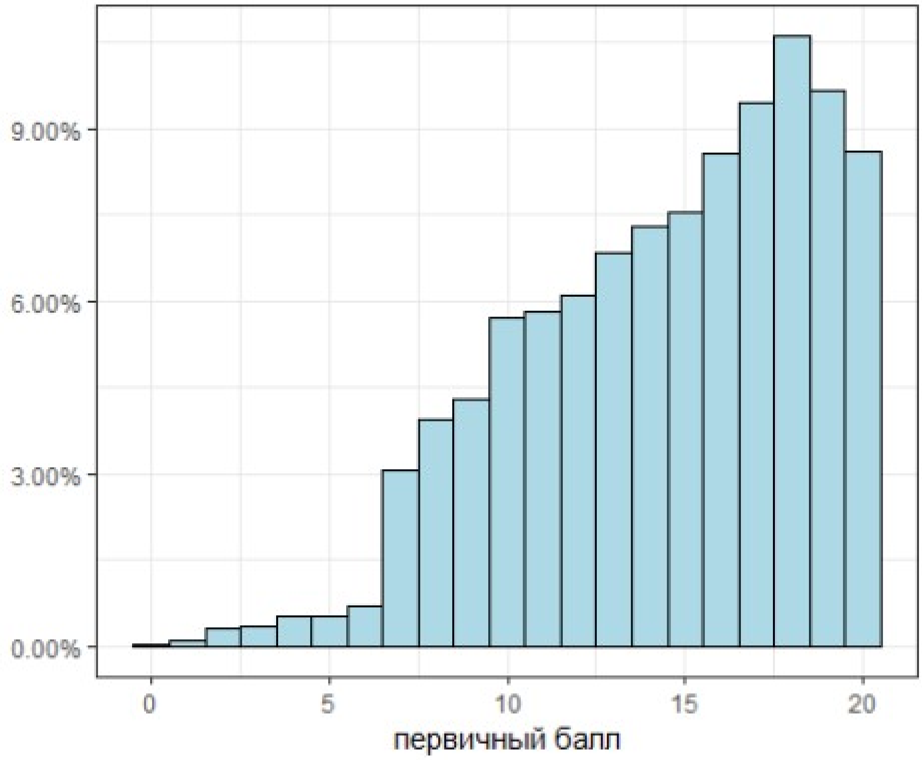


Рис.1. Диаграмма распределения тестовых баллов по математике (базовый уровень) в 2019г.(доля участников получивших тот или иной тестовый балл)

Динамика результатов ЕГЭ по математике (базовый уровень) за последние 3 года представлена в таблице.

Таблица 1.

Динамика результатов ЕГЭ по математике (базовый уровень) за последние 3 года

Результаты ЕГЭ	Красноярский край		
	2017г.	2018г.	2019г.

Не преодолели минимальный балл	1,7%	1,57%	2,56%
Средний тестовый бал	4,08%	4,33%	4,10%
Получили 3	21,39%	15,06%	22,85%
Получили 4	44,61%	32,18%	36,28%
Получили 5	32,30%	51,19%	38,31%

Набрали менее минимального балла 2,56% от количества участников ЕГЭ по математике (базовый уровень) 2019 г., что чуть больше показателей прошлого года (1,57%). Средний тестовый балл участников ЕГЭ по математике (базовый уровень) в крае – 4,10 (в 2018 г. средний балл составил 4,33). Получили оценку 5 – 38,31% (в 2018 г. – 51,19% выпускников), что обусловлено в этом году однозначностью выбора экзамена по математике (базовый или профильный). Получили оценку 4 – 36,28% (в 2018 г. – 32,18% выпускников). Таким образом, в целом наблюдается нестабильная динамика результатов базового экзамена по математике.

Анализ заданий

Данные в таблице 2 представлены по открытому варианту 301 (выполняло 578 (7,64%) из 7568).

Таблица 2.

Анализ задания 301

Обознач. задания в работе	Проверяемые умения	Проверяемые элементы содержания	Уровень сложности	Средний % выполнения	% выполнения в группе не преодолевших минимальный	% выполнения в группе	% выполнения в группе	% выполнения в группе
В1	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Целые числа. Дроби, рациональные числа. Преобразование выражений, включающих арифметические операции.	б	91,52%	50%	82,91%	93,06%	95,02%
В2	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Дроби, рациональные числа. Преобразование выражений, включающих арифметические операции. Преобразование выражений, включающих операцию возведения в степень.	б	79,76%	75%	47,01%	78,24%	97,1%
В3	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Дроби, проценты, рациональные числа	б	81,83%	0%	57,26%	80,09%	96,68%
В4	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Преобразование выражений, включающих арифметические операции	б	72,15%	0%	34,19%	71,76%	92,12%

В5	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Преобразование выражений, включающих корни натуральной степени	б	83,56%	75%	61,54%	81,48%	96,27%
В6	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Преобразование выражений, включающих арифметические операции	б	87,54%	0%	69,23%	91,67%	94,19%
В7	Уметь решать уравнения и неравенства	Логарифмические уравнения	б	74,22%	25%	35,9%	71,3%	96,27%
В8	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Прямоугольник. Площадь прямоугольника	б	82,53%	0%	48,72%	83,33%	99,59%
В9	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей практики. Интерпретация результатов, учет различных ограничений	б	94,64%	75%	83,76%	95,83%	99,17%
В10	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Вероятности событий	б	60,03%	0%	29,91%	57,41%	78,01%
В11	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической	Табличное и графическое представление данных. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных	б	99,65%	100%	99,15%	99,54%	100%

	деятельности и повседневной жизни	процессах и явлениях							
B12	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Табличное представление данных. Преобразование выражений, включающих арифметические операции	б	92,91%	25%	85,47%	92,13%	98,34%
B13	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Призма. Правильная призма. Объем призмы	б	46,54%	0%	11,11%	35,10%	74,69%
B14	Уметь выполнять действия с функциями	Понятие о производной функции, геометрический смысл производной	б	34,43%	0%	11,11%	22,22%	57,26%
B15	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Треугольник. Величина угла, градусная мера угла	б	60,21%	25%	11,97%	49,54%	93,78%
B16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая	б	53,81%	0%	3,42%	39,35%	92,12%
B17	Уметь решать уравнения и неравенства	Неравенства	б	73,7%	0%	32,48%	70,83%	97,51%
B18	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей практики. Интерпретация результатов, учет различных ограничений	б	92,21%	75%	84,62%	89,35%	98,76%
B19	Уметь выполнять вычисления и	Преобразование выражений, включающих арифметические операции	б	70,07%	25%	29,06%	66,20%	94,19%

	преобразования							
B20	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Преобразование выражений, включающих арифметические операции. Рациональные неравенства	б	63,49%	0%	32,48%	55,09%	87,14%

Анализ результатов выполнения заданий экзаменационной работы

С задачами на вычисления (**задания № 1, 2**) участники экзамена справились следующим образом:

задание № 1 на арифметические действия с десятичными дробями выполнили 91,52% учащихся (в 2018 г. – 84,64%), что несколько выше показателей прошлого года;

задание № 2 – действия со степенями с целым показателем – выполнили 79,76% учащихся (в 2018 г. – 82,97%), что несколько ниже показателей прошлого года.

В группе участников, не преодолевших границу минимального балла, задание № 2 выполнили 75%, тогда как задание № 1 выполнили всего 50% участников. Необходимо активно включать вычислительные примеры на порядок действий и совместные действия десятичных и обыкновенных дробей, положительных и отрицательных чисел, действий со степенями с целым показателем на каждом учебном занятии, систематически использовать устный счет на уроках.

Задание № 7 на применение стандартного алгоритма решения квадратного уравнения оказалось посильным для 74,22% учащихся (в 2018 г. – 80,04%).

Задание № 4 на вычисление параметра по известным данным (работа с формулой) решили 72,15% учащихся (в 2018 г. – 93,92%).

З**адание № 5** на нахождение значения числового выражения выполнили 83,56% учащихся (в 2018 г. – 83,30%).

С вычислительной стороны задания **№4, 5, 7** не являлись сложными, в справочных материалах была дана необходимая информация. Можно отметить нестабильную динамику выполнения данных заданий за последние три года, в группе учащихся, не преодолевших границу минимального балла, **задание № 4** не было выполнено вообще. Следовательно, при организации учебных занятий необходимо включать задания на нахождение значений по формулам, значений тригонометрических, иррациональных, логарифмических, показательных выражений в урочную работу.

Задание № 3 задачи на проценты, ее верно выполнили 81,83% выпускников (в 2018 г. – 82,38%).

Задание № 6, которое также было вычислительной задачей с практическим контекстом, выполнили 87,54% (в 2018 г. – 97,87%). Причем в группе учащихся, не преодолевших границу минимального балла, решаемость данных заданий составила 0%.

Успешно справились выпускники с выполнением **задания № 11** – 99,65%. Подготовка учащихся к выполнению таких заданий как чтение столбчатых диаграмм или нахождение наибольшего (наименьшего) значения по графику привела к стабильному выполнению таких заданий среди всех групп учащихся.

Задание № 12 основывалось на правильном получении данных из таблицы и вычислениях, процент его выполнения – 92,91%, что несколько ниже показателей прошлого года (96,31%).

Задание № 17 связано с умением решать неравенства, устанавливать соответствие между числами и предложенными отрезками. На протяжении предыдущих трех лет решаемость данного задания оставалась крайне низкой, в прошлом году наметилась положительная динамика, сохранившаяся и в этом году: 73,70% выпускников выполнили это задание верно (58,92% в прошлом году). Необходимо и дальше актуализировать на учебных занятиях задания, связанные с решением неравенств различного вида (возможно, через устный счет или математические диктанты). Для составления комплектов заданий можно воспользоваться материалами открытого банка математических заданий.

Задание № 8 проверяло умение применять знания о геометрических объектах к решению практических задач. С этой достаточно простой практической задачей справились 82,53% выпускников, что выше показателей прошлого года (71,03%).

Задание № 13 проверяло умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение объема детали, погруженной в бак в форме правильной четырехугольной призмы. С данной задачей в этом году справились 46,54% выпускников, что ниже показателей 2018 г. (52,17%).

Задание № 15 представляло собой задачу на основные темы курса планиметрии (в данном случае требовалось владение понятием тангенса острого угла прямоугольного треугольника). С решением справились 60,21% выпускников (в 2017 г. – 47,99%, в 2018 г. – 90,05%).

Задание № 16 проверяло умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение высоты конуса. С ее решением справились 53,81% выпускников (в 2018 г. – 57,37%). В целом необходимо отметить снижение результатов выполнения заданий по геометрии по сравнению с прошлым годом. Поэтому остается актуальным включение геометрических заданий в урочную и внеурочную работу, использование рабочих тетрадей, открытого банка заданий и решение задач по готовым чертежам.

Задание № 9 проверяло знание возможных значений величин реальных объектов. 94,64% выпускников умеют устанавливать соответствие между величинами и их возможными значениями (в 2018 г. – 91,45%).

Задание № 18 проверяло сформированность у учащихся общей логической культуры. В данном задании для получения логической цепочки рассуждений не требовались вычислительные навыки. С выполнением данного задания успешно справились 92,21%. Это свидетельствует о сформированности у выпускников умения решать базовые логические задачи на реальные ситуации, используя полученные знания и здравый смысл.

Задание № 10 (по теории вероятностей и статистике) на проверку знания элементов теории вероятностей выполнили 60,03% выпускников, что несколько ниже показателей прошлого года (в 2018 г. – 75,68%). Данное задание содержало простую практико-ориентированную задачу на классическое определение вероятности. Нестабильность результатов выполнения данного задания за последние четыре года показывает, что необходимо и дальше тему «Теория вероятностей и статистика» изучать на отдельных уроках, использовать для работы с учащимися набор задач из открытого банка заданий по математике.

Задание № 14 проверяло умение устанавливать соответствие между графиками функций и значениями производной этих функций в соответствующих точках. С данным заданием успешно справились всего 34,43% выпускников, что ниже решаемости данного задания в прошлом году (90,05%).

Задание № 19 на конструирование числа с заданными свойствами, справились 70,07% выпускников, что является достаточно хорошим результатом, результаты его выполнения выше, чем в прошлом году (59,74%). Для продуктивного решения данной задачи необходимо повторять с учащимися признаки делимости и метод перебора.

Задание № 20 в этом году успешно выполнили 63,49% выпускников. В прошлом году решаемость данного задания составляла всего 58,72%. Данная задача относится к задачам на смекалку, решение подобных задач повышает мотивацию к изучению математики, развивает мышление учащихся.

В группе выпускников, получивших за экзамены «2», т.е. фактически не овладевших практическими математическими компетенциями и допускающих большое количество ошибок в вычислениях и при чтении условия задач, наиболее успешно выполнили **задание № 2** (преобразование выражений, включающих операцию возведения в степень), **задание № 5** (преобразование выражений, включающих корни натуральной степени), **задание № 9** (установление соответствия между величинами), **задание № 11** (нахождение наибольшего (наименьшего) значения по графику), **задание № 18** (логическая задача). Геометрические задания выполнила крайне незначительная часть участников экзамена из данной группы. В основном они выполняли задания прикладного характера.

В группе выпускников, получивших за экзамены оценки «3» и «4», т.е. освоивших курс математики основной школы на базовом уровне, успешность выполнения заданий по курсу основной школы составляет более 32%. Задания по геометрии данные выпускники решают хуже. Задания курса математики за курс старшей школы решаются также менее успешно.

В целом, с учетом участников, получивших «5», высокие результаты (выше 80%) продемонстрированы выпускниками при выполнении следующих **заданий: № 1** (действия с десятичными дробями), **№ 3** (простейшая задача на проценты), **№ 5** (действия с корнями), **№ 6** (простейшая задача на действия с целыми числами), **№ 8** (практическая задача по геометрии), **№ 9** (знание объемов реальных объектов), **№ 11** (чтение диаграмм, графиков), **№ 12** (анализ данных в таблицах), **№ 18** (логическая задача).

Характеристики выявленных сложных для участников ЕГЭ заданий с указанием типичных ошибок и выводов о вероятных причинах затруднений при выполнении указанных заданий.

Существенной проблемой остается слабое овладение базовыми представлениями о геометрическом смысле производной (задание № 14). По-прежнему низки результаты выполнения геометрических задач (планиметрических и стереометрических). Это говорит о концептуальных недостатках в обучении геометрии. Необходимо делать акцент на развитие геометрической интуиции, наглядных геометрических представлений.

Факторами, вызывающими ошибки, остаются недостаточный уровень понимания условия, вычислительные ошибки, недостаточная развитость наглядных представлений.

Результаты экзамена показывают что выпускники, сдающие ЕГЭ базового уровня, имеют различные уровни математической подготовки: среди них есть как те, кому математика дается с большим трудом, так и те, кто вполне мог бы с успехом продолжить изучение математики на высоком уровне. Поэтому необходимо обратить внимание на то, каким для каждой из этих категорий выпускников должно быть обучение в старшей школе при условии, что они уже сделали свой выбор не в пользу математики.

Для обучающихся, фактически не овладевших математическими компетенциями, требуемыми в повседневной жизни, необходимо предусмотреть дополнительные занятия для ликвидации проблем в базовых предметных компетенциях за счет введения элективного курса в 10–11 классах по подготовке к ЕГЭ по математике.

Выводы

Анализ результатов ЕГЭ по математике (базовый уровень) позволяет говорить об улучшении выполнения практико-ориентированных заданий, росте общей математической культуры сдающих базовый экзамен, отражающейся в успешном решении логических задач. Также значительное число участников экзамена приступают и успешно выполняют задание на конструирование числа.

Анализ статистических данных по результатам экзамена 2019 года позволяет сделать вывод о сохранении положительной динамики результатов учащихся по математике (базовый уровень), а также выделить ключевые проблемы в математической подготовке учащихся:

- недостаточная алгебраическая подготовка в основной школе;

- несформированность наглядных геометрических представлений. Главной задачей остаётся переход на разноуровневое математическое образование, где школьнику должна предоставляться возможность выбора того уровня математических знаний, который потребуется ему в дальнейшей учебной деятельности и в жизни.

Методический анализ результатов ГИА-11 по математике (профильный уровень) за 2019год

На протяжении последних трех лет в Красноярском крае доля участников ЕГЭ по математике профильного уровня нестабильна, но имеет тенденцию к снижению. В 2017 году она составила 53,56 % от общего числа участников, в 2018 году – 55,16 %, в 2019 году – 48,73 %. Гендерный состав участников ЕГЭ по профильной математике 2018 года только укрепил наметившуюся тенденцию: в 2017, 2018 и 2019 годах более половины сдающих составляют юноши, тогда как в 2015 и 2016 гг. преобладали девушки. [5]

В 2019 году доля выпускников прошлых лет и доля обучающихся по программам среднего профессионального образования несколько ниже, чем за предыдущие два года, в 2019 году их доля составила 6,12% и 0,89% соответственно. Состав участников по типам общеобразовательных организаций значимых изменений не претерпел.

Менее 30% выпускников выбирают экзамен по математике профильного уровня в таких районах как Тюхтетский (27,12%), Эвенкийский муниципальный (28,07%) и Боготольский (29,73%). Лидирующую позицию в этом показателе среди городов занимает ЗАТО г. Железногорск (68,36%), среди сельских территорий – Пировский район (66,04%). В районах г. Красноярска доля сдающих математику на профильном уровне колеблется от 54,69% в Ленинском до 63,51% в Октябрьском районах.

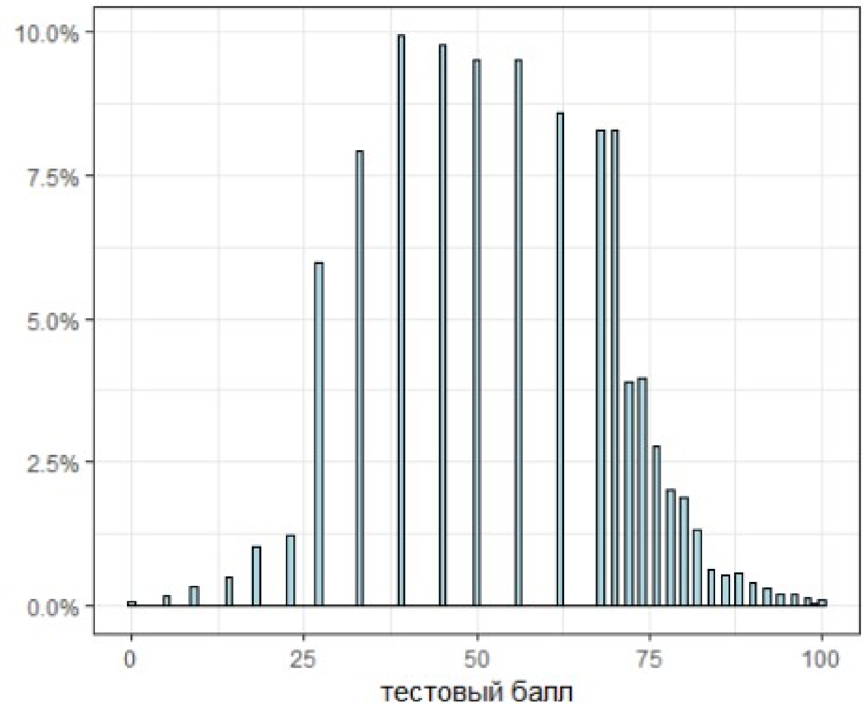


Рис.2. Диаграмма распределения тестовых баллов по математике (профильный уровень) в 2019г.(доля участников получивших тот или иной тестовый балл)

Динамика результатов ЕГЭ по математике (профильный уровень) за последние 3 года представлена в таблице.

Таблица 3.

Динамика результатов ЕГЭ по математике (профильный уровень) за последние 3 года

Результаты ЕГЭ	Красноярский край		
	2017г.	2018г.	2019г.
Не преодолели минимальный балл	17,21%	8,70%	3,29%
Средний тестовый бал	42,18%	47,31%	54,65%
Получили от 81 до 99 баллов	1,50%	1,40%	4,27%
Получили 100 баллов	0,01%	0,01%	0,10%

В 2019 году в ЕГЭ по математике профильного уровня приняли участие 7876 человек. Набрали ниже минимального балла 3,29% от количества участников ЕГЭ по математике (профильный уровень). Эта доля существенно ниже в сравнении с прошлым годом (8,70%), и ниже, чем в 2017 году (17,21%). Средний тестовый балл участников ЕГЭ по математике (профильный уровень) в крае – 54,65. 100 баллов получили восемь участников. Диаграмма распределения участников ЕГЭ по тестовым баллам показывает, что если в 2018 году результаты наибольшей группы участников находились в интервале от 33 до 62 баллов, то в этом году – в интервале от 39 до 68 баллов. Доля выпускников, получивших от 81 до 99 баллов, по сравнению с 2018 годом значительно увеличилось – с 1,40% до 4,27%.

Анализ заданий

Данные в таблице представлены по открытому варианту 301 (выполняло 608 (7,72%) из 7876).

Таблица 4.

Анализ задания 301

Обознач. задания в работе	Проверяемые умения	Проверяемые элементы содержания	Уровень сложности задания	Средний % выполнения	% выполнения в группе не преодолевших минимальный балл	% выполнения в группе 60-80 т.б.	% выполнения в группе 80-100 т.б.
B1	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности повседневной жизни	Целые числа. Дроби, рациональные числа. Применение математических методов для решения содержательных задач	б	97,04%	0	98,48%	100%
B2	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности повседневной	Табличное и графическое представление данных	б	99,34%	0%	100%	100%

	жизни						
В3	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Треугольник. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат. Трапеция. Площадь треугольника	б	94,08%	0%	97,73%	100%
В4	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Вероятности событий. Примеры использования вероятностей и статистика при решении прикладных задач	б	95,89%	0%	98,11%	100%
В5	Уметь решать уравнения и неравенства	Показательные уравнения	б	93,26%	0%	97,73%	100%
В6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Окружность, вписанная в четырехугольник	б	89,31%	100%	95,08%	100%
В7	Уметь выполнять действия с функциями	Понятие о производной функции, геометрический смысл производной. Применение производной к исследованию функции	б	52,47%	0%	75%	100%
В8	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Цилиндр. Объем цилиндра	б	57,07%	0%	83,71%	95,45%
В9	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования	п	83,88%	0%	99,24%	100%
В10	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической	Рациональные уравнения. Применение математических методов для решения содержательных задач	п	89,31%	0%	97,73%	95,45%

	деятельности и повседневной жизни						
В1 1	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Квадратные уравнения. Рациональные уравнения. Применение математических методов для решения содержательных задач	п	69,41%	0%	89,39%	90,91%
В1 2	Уметь выполнять действия с функциями	Понятие о производной функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функции	п	63,82%	0%	88,64%	100%
С1	Уметь решать уравнения и неравенства	Тригонометрические уравнения. Основные тригонометрические тождества	п	46,22%	0%	83,9%	100%
С2	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Прямые и плоскости в пространстве. Перпендикулярность прямой и плоскости. Пирамида	п	1,07%	0%	1,7%	9,09%
С3	Уметь решать уравнения и неравенства	Рациональные неравенства. Логарифмические неравенства. Метод интервалов	п	14,72%	0%	26,89%	84,09%
С4	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Треугольник. Окружность и круг	п	0,66%	0%	0%	18,18%
С5	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Целые числа. Дроби, рациональные числа. Применение математических методов для решения содержательных задач	п	14,14%	0%	24,37%	93,94%

C6	Уметь решать уравнения и неравенства	Рациональные уравнения. Системы уравнений. Приемы решения систем уравнений	в	2,92%	0%	2,27%	53,41%
C7	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Рациональные числа. Преобразования выражений, включающих арифметические операции	в	1,48%	0%	1,61%	17,05%

Анализ результатов выполнения заданий экзаменационной работы проведен исходя из выборки, представленной в таблице (данные по группе, не преодолевших минимальный балл, не дают возможности анализировать выполнение заданий по данной группе).

Задание № 1 представляло несложную арифметическую текстовую задачу на умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни. Можно отметить положительную динамику решения выпускниками данного задания на протяжении последних четырех лет: 90,65% в 2015г., 96,77% в 2018 г. и 97,04% в этом году. Возникающие ошибки при решении данной задачи связаны с неумением читать условие задачи, понимать её логику. Допускались также и арифметические ошибки. Статистика выполнения задания по группам учащихся, выполнившим работу на 60–100 баллов показывает, что выпускники стали лучше решать арифметические текстовые задачи. Тем не менее необходимо и дальше уделять внимание решению различных прототипов арифметических задач, арифметическим вычислениям, в том числе и устному счету, навыки которого у определенной части выпускников либо частично утрачены, либо недостаточно сформированы.

Задание № 2 на чтение диаграммы, моделирующее реальную ситуацию, выполнили 99,34% выпускников, что несколько больше, чем в прошлом году (94,30%). Данное задание на считывание информации, представленной в виде графика, требовало внимательного прочтения текста задания.

В **задании № 3** необходимо было определить площадь треугольника по данным рисунка, представляющего собой изображение треугольника на клетчатой бумаге (сетке). Выполнение этого задания – 94,08%, что значительно выше, чем в прошлом году (86,44%). Часть неправильных ответов обусловлена недостаточным знанием формулы площади треугольника, часть – неверными вычислениями. Таким образом, систематическое рассмотрение на учебных занятиях с учащимися различных типов заданий на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей) достаточно эффективно.

Задание № 4 на вычисление в простейших случаях вероятности событий показывают, что 95,89% (в 2018 г. – 77,16%) выпускников умеют находить отношение числа благоприятных для наступления некоторого события исходов к числу всех исходов. Следует отметить, что наблюдается повышение результатов в решении заданий данной тематики по сравнению с 2017 г. и 2018 г. в группах учащихся, выполнивших работу на 60–80, 80–100 баллов. Имеющиеся ошибки связаны с невнимательным чтением условия задачи, с вычислительными ошибками при переводе обыкновенной дроби в десятичную.

В **задании № 5** выпускникам необходимо было решить несложное показательное уравнение, которое сводилось к решению линейного уравнения. С задачей справились 93,26% выпускников, что несколько меньше, чем в 2018 году (93,74%). Часть ошибочных ответов связана с использованием свойств степени, а также с ошибками решения линейных уравнений. Для исключения арифметической ошибки при решении подобных заданий необходимо рекомендовать учащимся делать обязательную проверку полученного ответа путем его подстановки в данное уравнение.

Результаты выполнения **задания № 6** по планиметрии – 89,31% (в 2018 г. – 79,24%) и задания № 8 по стереометрии – 57,07% (в 2018г. – 57,72%) показывают, с одной стороны рост уровня геометрической подготовки учащихся, а с другой стороны то, что сохраняются существенные пробелы в геометрической подготовке у довольно большой части учащихся. Необходимо отметить, что решаемость данных заданий в группе выпускников, решивших экзаменационную работу на 60–100 баллов, составила по шестому заданию 95,08% – 100%, по восьмому заданию 83,71% – 95,45%. Следует обратить особое внимание на развитие геометрической интуиции учащихся, умения работать с чертежом, узнавать базовые геометрические конструкции.

Задание № 7 на использование геометрического смысла производной продолжает вызывать затруднение при решении – выполнили 52,47% участников (в 2018 г. – 49,72%,). Статистика показывает большой разброс в результатах решаемости задания. Так, в группе выпускников, выполнивших работу на 60–100 баллов, решаемость данного задания составляет 75,00% – 100%.

Задания № 12 на нахождение точки минимума функции с помощью исследования производной функции показывают положительную динамику в решаемости данного задания. В этом году с заданием справились 63,82% участников (в 2016 г. – 39,14%, в 2018 г. – 39,42%). Как и в решаемости задания № 7, статистика показывает большой разброс в результатах. В группе выпускников, выполнивших экзаменационную работу на 60–100 баллов, решаемость данного задания составила 88,64% – 100%.

Задание № 9 на выполнение вычислений и преобразований решило 83,88% выпускников. Следует отметить, что процент выполнения этого задания несколько ниже, чем в прошлом году (2018 г. – 88,47%). Однако в группе выпускников, выполнивших работу на 60– 100 баллов, решаемость данного задания составляет 99,24% – 100%.

Задание № 10 проверяло умение работать с формулой, находить значение одного из параметров. Выполнение задания 89,31% (в 2017 г. – 68,37%, в 2018 г. – 54,14%). Необходимо отметить нестабильную динамику в выполнении данного задания на протяжении трех лет. В этом году решаемость задания в группе выпускников, выполнивших работу на 60–100 баллов, составляет 89,39% – 90,91%, что несколько ниже, чем за предыдущие годы. Типичные ошибки связаны в первую очередь с невнимательным чтением условия задания.

Задание № 11 проверяло умение строить и исследовать простейшие математические модели – решать текстовые задачи на движение. Задание выполнили правильно 69,41% выпускников, что существенно выше решаемости в 2018 г. (55,87%). Можно отметить, что наибольшие трудности были в составлении уравнения по условию задачи и его решении. Анализируя данные таблицы решаемости можно отметить, что в группе выпускников, выполнивших работу на 60–100 баллов, решаемость данного задания составляет 89,39% – 90,91%.

В **задании № 13** в последние годы, эксперты предметной комиссии отмечали ошибки в значениях тригонометрических функций углов, неверное решение простейших тригонометрических уравнений, неправильный или необоснованный отбор корней, принадлежащих определенному промежутку. При выполнении второго пункта участники ЕГЭ часто демонстрировали небрежность при отборе корней с помощью тригонометрической окружности. Решаемость данного задания составила 72 46,22%, что выше значений прошлого года (в 2018 г. максимальный балл (2 балла) за задание 13 получили 18,78%, набрали меньше максимального балла 4,32%). В группе выпускников, выполнивших работу на 60–100 баллов, решаемость данного задания составляет 83,90% – 100%, что тоже несколько выше показателей прошлого года.

В этом году в **Задании № 14** необходимо отметить затруднения в решении данного задания: при доказательстве того, что сечение является прямоугольником, доказывали что фигура – параллелограмм, а дальше безосновательно делали вывод, что данная фигура – прямоугольник. Решаемость данного задания составила 1,07%, что гораздо ниже показателей прошлого года (максимальный балл за верное выполнение этого задания получили 3,29% выпускников, набрали меньше максимального балла 5,72% выпускников). Пункт б) задачи в большинстве не решали. И поэтому выполнение данного задания в группе выпускников, выполнивших работу на 80 – 100 баллов составило 9,09% .

Решаемость **задания № 15** составила в этом году 14,72%, что несколько выше показателей прошлого года (9,58%). Эксперты отмечали, что было достаточно много работ, в которых были ошибки в нахождении области допустимых значений, в использовании метода интервалов, в решении квадратных неравенств. Несколько снизился процент выполнения данного задания в группе выпускников, выполнивших работу на 80 – 100 баллов с 89,20% в прошлом году до 84,09% в этом году.

В **задаче № 16** решаемость составила 0,66%, что несколько ниже показателей прошлого года (0,74%). Эксперты отмечали, что большая часть выпускников, решая данную задачу, использовали частный случай правильного треугольника. А также неверно выполняли чертеж относительно данных задачи, неверно прочитывали и понимали условие задачи и соответственно проводили неверное доказательство. При выполнении данного задания испытывали затруднения и выпускники, получившие от 80 до 100 баллов (18,18%).

В **задании № 17** решаемость составила 14,14% (в 2018 г. максимальный балл за верное выполнение задания получили 1,49% выпускников, набрали меньше максимального балла 2,35% выпускников). Основные ошибки связаны в первую очередь с неверным составлением математической модели задачи и вычислительными ошибками. В целом показатель выполнения этого задания несколько выше, чем за предыдущие два года, в том числе и по группам выпускников, получивших 60 – 80 баллов (24,37%), 80 – 100 баллов (93,94%).

К заданиям высокого уровня сложности относились **задание № 18** и **задание № 19**. Это задания на применение комбинации различных методов решения. Для успешного выполнения этих заданий необходим, кроме хороших математических знаний, высокий уровень математической культуры.

Решаемость **задания № 18** составила 2,92% (в 2018 г. максимальный балл за верное выполнение задания получили 0,32% выпускников, набрали меньше максимального балла 2,57% выпускников). Основные ошибки были связаны с решением иррациональных уравнений, проведением преобразований и вычислений. Эксперты отмечают недостаточную культуру оформления логических шагов решения.

Задание № 19 в этом году решили 1,48% выпускников, в группе выпускников, выполнивших работу на 80–100 баллов, решаемость составила 17,05%. Задание проверяло умение осуществлять поиск решения, выбирая различные подходы из числа известных. Эксперты отмечали, что в пункте а) не был рассмотрен случай присутствия фруктов со средней массой 100 г, в пункте б) многие выпускники сводили задачу к перебору случаев, в пункте в) оценка строилась через частный пример.

В целом эксперты предметной комиссии ЕГЭ обратили внимание на следующее: результаты выполнения **заданий № 13, 15, 17, 18** выше, а в заданиях **№ 14, 16, 19** несколько ниже по сравнению с прошлым годом. Эксперты отмечают, что продолжает оставаться достаточно большое количество ошибок, связанных с проблемами усвоения курса основной школы (вычислительные ошибки, неумение преобразовывать рациональные выражения, решать квадратные неравенства, решать неравенства методом интервалов и т.д.).

Характеристики выявленных сложных для участников ЕГЭ заданий с указанием типичных ошибок и выводов о вероятных причинах затруднений при выполнении указанных заданий

Существенной проблемой остается слабое овладение базовыми представлениями о геометрическом смысле производной (**Задание № 7**) и базовыми умениями исследования функции с помощью производной (**Задание № 12**), а также слабое владение фактами и методами планиметрии и стереометрии, умением решать геометрические задачи (**Задание № 8**).

И хотя в этом году можно отметить положительную динамику выполнения выпускниками **Задания № 7**, основные ошибки при решении связаны с формальным усвоением темы, не позволяющим делать правильные выводы и использовать графические интерпретации, считывать свойства функции по графику производной этой функции или свойства производной функции по графику этой функции. Поэтому при изучении начал математического анализа следует смещать акцент с формальных вычислений на понимание базовых понятий.

Наиболее распространенные ошибки при выполнении **Задания № 12** в нахождении производной, неуверенном владении алгоритмом нахождения точки минимума (максимума) функции.

Задание № 8 на нахождение объема цилиндра. Задание важное, так как оно проверяет сформированность пространственных представлений и знание соотношений между величинами пространственных фигур. Около 43% выпускников продемонстрировали отсутствие этих качеств. Ошибки связаны с недостаточным знанием основных фактов и формул стереометрии, неумением сделать правильный вывод на основании данных в задаче.

Снизилась доля получивших полный балл за решение геометрических заданий с развернутым ответом. Нестабильность динамики результатов в 2015– 2019 гг. означает наличие проблем в преподавании геометрии, уклоном в вычислительные задачи. Следует подчеркнуть значимость геометрических знаний у выпускников для дальнейшего успешного обучения в инженерных ВУЗах.

Выводы

По итогам экзамена по математике профильного уровня задания с кратким ответом выполнялись значительно лучше заданий с развернутым ответом. Высокие показатели успешности продемонстрированы при решении задач № 1–6, 10 – выше 89%, что свидетельствует о сформированности у участников экзамена базовых математических компетенций за курс математики основной и средней общеобразовательной школы.

Успешность выполнения заданий базового уровня сложности составляет 52% – 99%. Наметилась небольшая положительная динамика в выполнении заданий по геометрии и математическому анализу.

Успешность выполнения заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом составляет 63% – 89% (в 2018 г. 39% – 88%). Значительно выше результаты выполнения заданий № 10, 11, 12 по сравнению с предыдущим годом. Результаты выполнения заданий этого блока свидетельствуют о том, что в этом году увеличилось количество выпускников, хорошо овладевших программой по математике основной и старшей школы и готовых к продолжению обучения в высших профессиональных учебных заведениях по сравнению с 2018 годом.

Выпускники, успешно выполняющие задания с развернутым ответом, владеют на хорошем уровне программой по математике за курс основной и старшей школы и могут письменно оформить результаты своих рассуждений. В 2019 году стали несколько ниже показатели выполнения заданий повышенного уровня сложности с развернутым ответом № 14, 16 и 19.

Итоги ЕГЭ 2019 г. определяют основные проблемы, которые необходимо решать при обучении математике:

• несформированность базовой логической культуры у учащихся;

• недостаточные геометрические знания у значительной части учащихся;

• неумение проводить анализ условия задачи, искать пути решения, применять известные алгоритмы в измененной ситуации;

• неразвитость регулятивных умений: находить и исправлять собственные ошибки. Указанные выше проблемы вызваны системными недостатками в преподавании математики.

Необходимо обратить внимание на:

• отсутствие системы выявления и ликвидации пробелов в осваиваемых математических компетенциях, начиная с 6 класса;

• отсутствие системной поддержки углубленного математического образования в 8–11 классах.

Для выявления проблем подготовки, разработан тренировочный вариант ЕГЭ (приложение 1), результат которого покажет, по каким разделам математики возникают трудности у учащихся. Таким образом, будет проще справиться с пробелами в знаниях, через прорешивания проблемных заданий.

1.2 Особенности здоровья и психофизиологического состояния выпускников общеобразовательной школы

Подготовка к экзамену связана с чрезвычайно большим напряжением организма учащегося. Интенсивная умственная деятельность, повышенные статические нагрузки, обусловленные длительной вынужденной позой, ограничение двигательной активности, нарушение режима сна и отдыха, неполноценное питание, эмоциональные переживания приводят к перенапряжению нервной системы, отрицательно влияют на общее состояние и сопротивляемость организма выпускника.

Возрастные анатомо-физиологические и психические особенности, состояние здоровья, степень двигательной подготовленности и другое, не являются постоянными и неизменными. В результате естественных процессов развития организма ребенка и влияния всей совокупности условий его жизни возрастные признаки и особенности постоянно изменяются. Задачей учителя является не пассивное приспособление к ним, а всестороннее содействие их прогрессивному изменению, изучение их и правильное использование естественного хода процесса развития человека. Результаты исследований и практика показывают, что следует активно изучать, подкреплять, направлять и даже преднамеренно вызывать желаемые положительные изменения в функциональных проявлениях организма, в поведении и в процессе становления личности учащихся. Педагог в своей деятельности также должен учитывать индивидуальные проявления возрастных особенностей развития учащихся, чтобы строить учебно-воспитательную работу на основе реальных возможностей ребенка.

При этом необходимо помнить, что организм школьника постоянно находится в состоянии роста и развития. Одной из главных задач, обеспечивающих эти процессы, должно быть создание условий, которые будут стимулировать обмен веществ в организме, накопление и резервирование достаточных энергетических ресурсов для пластического обмена, достижение гармонии в развитии всех органов и систем. Первое обеспечивается оптимальным объемом двигательной деятельности в повседневном режиме дня учащихся, второе - регулированием объемов физических и умственных нагрузок, не допускающих исчерпывания энергетических возможностей, и организацией необходимого отдыха (включая нормальный сон при полноценном питании).

Другой особенностью, характерной для старшего подросткового возраста и требующей постоянного внимания, является незрелость и недостаточная устойчивость их организма по отношению к различным внешним воздействиям, с чем связана и высокая степень его ранимости. В этой связи необходимо: во-первых, беречь организм школьника от таких влияний и воздействий, которые еще не соответствуют его возможностям, т.к. вызывают различные перенапряжения и ведут к торможению процесса развития, его извращению или даже к развитию заболеваний; во-вторых, настойчиво, планомерно и осторожно, строго последовательно укреплять и закаливать организм, повышать его жизнеспособность и сопротивляемость к неблагоприятным влияниям внешней среды.

Для достижения этой цели необходимо знать конкретное состояние всех систем и органов учащихся в данный период, своевременно улавливать возникающие в них изменения, продуманно применять те или иные формы и методики занятий, рассчитывать объем и интенсивность учебных нагрузок, соблюдать гигиенические требования (чистый воздух, соответствующие возрасту учебный инвентарь, оборудование и др.).

Учитывая особенности возрастного развития опорно-двигательного аппарата, необходимо настойчиво избегать неправильных поз, воздействий высоких нагрузок на позвоночник, одностороннего напряжения мышц туловища, чтобы предотвратить нарушения осанки учащегося.

Большую осторожность и чувство меры при умственных и физических нагрузках необходимо соблюдать в отношении работы органов кровообращения и дыхания. Постоянно следует помнить об опасности для сердца завышенных и излишне эмоциональных нагрузок при выполнении и сдаче контрольных работ, зачетов и экзаменов.

Наибольшего внимания требует неокрепшая еще нервная система учащихся, которой постоянно предъявляются очень высокие требования на уроках по всем учебным дисциплинам. Интеллектуальные усилия в процессе обучения, постоянный контроль и малая двигательная активность — все это является значительной негативной нагрузкой для нервной системы ребенка. Необходимо иметь в виду еще одну особенность учеников - их легкую, часто излишне повышенную возбудимость, а также связанную с ней высокую реактивность. Это явление обусловлено общими функциональными особенностями нервной системы детей, а в некоторых отношениях - недостаточной уравновешенностью основных нервных процессов. Степень возбудимости далеко неодинакова даже у учеников одного и того же возраста, так как это зависит от типа нервной системы. При этом надо помнить, что у подростков еще недостаточно устойчиво внимание, они быстро отвлекаются, восприятие и мышление у них поверхностные и им присуща эмоциональная несдержанность. В связи с неуравновешенностью характера, излишней самоуверенностью, страстным стремлением к самостоятельности и усиливающимся чувством собственного достоинства у учащихся могут возникнуть острые конфликты во взаимоотношениях с товарищами и даже с учителями, могут появиться чрезмерные увлечения, зачастую приводящие к ухудшению состояния здоровья. В связи с перечисленным важно строго соблюдать правила постепенности и последовательности в постановке учебных задач.

Другим важным педагогическим условием успешной подготовки учащихся к экзаменам является учет психофизиологических процессов, происходящих у учеников в ходе подготовки и выполнения контрольных работ и различного рода тестовых заданий, сдачи зачетов, промежуточных и итоговых экзаменов, в том числе и в форме ЕГЭ. Практика показывает, что в основе подготовки учащихся к экзаменам лежат те же механизмы, что и в основе обучения. Обучение — это система познавательных действий школьников, направленных на усвоение программного материала и на развитие их психики.

С другой стороны общеизвестно, что процесс усвоения знаний включает в себя такие компоненты, как восприятие, осмысление, понимание, обобщение, закрепление и применение. В каждом элементе усвоения знаний проявляются предшествующие элементы, но это не значит, что последовательность их раз и навсегда предопределена, возможны случаи смены их местами. Все зависит от задач обучения, его содержания, возможностей учителей и учеников.

На эффективность обучения влияет и развитие эмоциональной сферы учащегося, которая оптимально проявляется при индивидуальном подходе в обучении, учитывающем его слабые и повышенные способности.

На усвоение материала и успешную аттестацию учащихся влияют и уровни развития процессов памяти, внимания, мышления и тревожности.

При выполнении контрольных работ, различного рода тестов, аттестаций требуется воспроизвести (вспомнить) известный материал, и здесь основная нагрузка ложится на память. Если надо найти ход решения задачи, то в этом случае опорой является мышление. И в том, и в другом случаях успех выполнения будет в немалой степени зависеть от внимания. Внимание - необходимая предпосылка запоминания; невозможно поддерживать достаточный уровень внимания, когда ум занят чем-то иным: отвлекающими событиями, переживаниями, беспокойством и др. При фиксированном внимании спонтанное (случайное) запоминание уступает место намеренному запоминанию с участием сознания. Это первый шаг на пути к хорошей фиксации излагаемого материала в памяти. Именно от внимания зависит память. По мнению С.А. Шестиалтынного, плохо запоминается материал, если школьник спешит, обеспокоен, озабочен, тревожен, рассеян, поглощен другим делом, устал, уже знаком с этим материалом или информация, которую надо запомнить, не имеет для него значения. Тревожность одна из главных причин плохой работы памяти и концентрации внимания во время аттестации. С другой стороны - хорошее развитие памяти и позитивная психологическая установка позволяют быстрее преодолеть беспокойство и делают возможной концентрацию внимания. Снятие психологического напряжения во время экзаменов дает возможность ученику оценить ситуацию и сосредоточиться для ответа.

В процессе подготовки и в момент итоговой аттестации учащиеся переживают экзаменационный стресс. В зависимости от подготовленности выпускников и воздействия факторов внешней среды он может протекать благоприятно, в форме айстресса, когда организм испытывает минимальное напряжение и быстро восстанавливается, или быть разрушающим - в форме дистресса, и тогда функциональные изменения в нервной, эндокринной и сердечно-сосудистой системах более выражены и длительны и могут стать причиной развития болезней. Задача школы - всеми средствами способствовать благоприятному выходу учащихся из экзаменационного стресса.

По мнению психологов, экзаменационный стресс легче преодолевается, если человек располагает определенным жизненным опытом и у него сформированы психические свойства, благоприятствующие преодолению всех сложностей, которые несет в себе именно эта ситуация. Поэтому предлагается ввести в учебный процесс старших классов переводные экзамены в форме тестов, а условия их выполнения максимально приблизить к ЕГЭ, в первом полугодии в 10-х классах ввести ежедневный урок тестирования. Кроме того, для достижения оптимального результата рекомендуется самостоятельная подготовка учащихся по сборникам тестов, содержащих в кратком изложении элементы теорий, задачи с пояснением решений и задачи для упражнений. Помимо того, необходимо организовать в школе информационную службу для разъяснения выпускникам всех вопросов, связанных с содержанием и особенностями проведения ЕГЭ.

Необходимо ознакомить учащихся с характеристикой контрольно-измерительных материалов и результатами анализа их использования при проведении экзамена. Полезно также перед тренировочным экзаменом ознакомить учащихся со структурой экзаменационной работы, указать, что общие сведения об экзамене содержатся в инструкции по его выполнению, которая прилагается к тесту. В инструкции даются дополнительные указания о том, как записывать ответ, чтобы застраховать себя от ошибок. Такая подготовка благоприятно отразится и на результатах итоговой аттестации.

1.3. Организация и система подготовки учащихся к сдаче ЕГЭ

Подготовка к ЕГЭ предполагает целенаправленную, ответственную, систематическую работу учителей, психологов, родителей и самих учащихся старших классов. При этом важным условием успешной подготовки к сдаче ЕГЭ и средством повышения качества математического образования может быть диагностика учебных достижений. Под учебными достижениями мы понимаем личностные достижения учащегося при освоении содержания математического образования. Диагностика учебных достижений позволяет учителю своевременно выявить успехи, пробелы и недостатки у отдельных учащихся и у всего класса, оперативно корректировать образовательный процесс. Информация об учебных достижениях может использоваться для самопроверки и улучшения качества профессиональной деятельности учителя математики.

Подготовка - это не только натаскивание и отработка заданий прошлых лет, а это готовность учащихся работать с КИМами, изучение программного материала с включением заданий текстов и в той форме, что и в ЕГЭ, работа над устранением пробелов в знаниях, развитие умений рационально организовывать свою деятельность, уметь ориентироваться во времени, в выборе посильных заданий.

При подготовке к ЕГЭ по математике самое главное, чтобы выпускник поставить себе цель. Кем он хочет стать? Какой будет его будущая жизнь и работа? Для решения каких задач ему нужна будет математика? Ведь не для того, чтобы «хоть как-нибудь» сдать ЕГЭ и забыть все на следующий день?

Очень хорошо, если выпускник уже знает, в какой ВУЗ хочет поступить и сколько баллов необходимо набрать. Чем более конкретна и измерима его цель – тем легче будет ее достичь, потому что его мотивация будет выше. Выпускнику легче будет рассчитать свои силы и время. Ему не нужно будет заставлять себя сесть за домашнее задание – его выполнение будет доставлять ему удовольствие. Потому что он будете знать, что идет к своей цели.

Поэтому первое задание для тех, кто перешел в 10 или 11 класс и их родителей – выбрать, на какую специальность и в какие вузы поступать, и сколько баллов надо набрать на ЕГЭ по математике. И это надо сделать сразу, чтобы рассчитать силы и правильно выбрать курсы ЕГЭ.

Также хочется остановиться на системе устных упражнений. Развитие скорости устных вычислений и преобразований, а также развитие навыков решения простейших задач «в уме» является важным моментом подготовки ученика к ЕГЭ.

Сформулируем принципы построения методической подготовки к ЕГЭ.

Первый принцип – тематический. Разумнее выстраивать такую подготовку, соблюдая “правило спирали” – от простых типовых заданий до заданий со звездочками, от комплексных типовых заданий до заданий части 2. Система развития мышления учащихся осуществляется с помощью системы различных типов задач с нарастающей трудностью. Повторение организуется, так что однотипные задания располагаются группами, это дает возможность научить учащихся правильным рассуждениям при решении задач и освоить основные приемы их решения.

Второй принцип: на этапе подготовки тематический тест должен быть выстроен в виде логически взаимосвязанной системы, где из одного вытекает другое, т.е. выполненный сегодня тест готовит к пониманию и правильному выполнению завтрашнего. Знания, полученные логическим путем, способствуют пониманию нового материала.

Третий принцип: переход к комплексным тестам разумен только в конце подготовки (апрель-май), когда у школьника накоплен запас общих подходов к основным типам заданий и есть опыт в их применении на заданиях любой степени сложности.

Четвертый принцип: все тренировочные тесты следует проводить с жестким ограничением времени. Занятия по подготовке к тестированию нужно стараться всегда проводить в форсированном режиме с подчеркнутым акцентированием контроля времени. Темп такого занятия учитель должен задать сразу и держать его на протяжении всех 45 минут во что бы то ни стало, используя время занятия до последней секунды. Этот режим очень тяжел школьникам на первых порах, но, привыкнув к этому, они затем чувствуют себя на ЕГЭ намного спокойнее и собраннее.

Пятый принцип: максимализация нагрузки (по содержанию и по времени) для всех школьников в равной мере. Это необходимо, так как тест по определению требует ставить всех в равные условия и предполагает объективный контроль результатов.

Шестой принцип: принцип тренировки. Учащимся предлагаются тренировочные тесты, выполняя которые они могут оценить степень подготовленности к экзаменам. Ученик может не только выполнить тест, но и получить ответы на вопросы, которые вызвали затруднение.

Седьмой принцип: принцип сложности. Работа по подготовке к ЕГЭ/ОГЭ должна осуществляться на высоком уровне трудности. Это значит, что не нужно бояться включения в задания на уроке таких вопросов, которые выходят за рамки школьного курса, большое значение должно быть уделено разбору заданий, вызвавших наибольшее затруднение.

Восьмой принцип: принцип доступности. Важнейшим моментом подготовки к ЕГЭ/ОГЭ является работа над пониманием формулировки вопроса и умением отвечать строго на поставленный вопрос. В процессе этой работы рекомендуется использовать различные упражнения, суть которых является анализ формулировки вопроса и подбор правильного ответа, т.е. соответствующего данной формулировке, для успешного выполнения заданий необходима постоянная тренировка в решении таких заданий.

Девятый принцип. Принцип синусоиды: за 2-3 месяца перед экзаменом напряженность подготовки должна достигать своего пика. За месяц до экзамена напряженная работа должна прекратиться – учащимся необходимо время для того, чтобы психологически подготовиться к экзамену

Десятый принцип. Принцип интуиции: учащихся нужно учить интуитивному мышлению. При решении тестов в части А и В, учащиеся могут пользоваться своей интуицией, опираясь на знания из разных областей предмета. Очень часто именно интуитивно полученный ответ оказывается верным.

Стратегия подготовки к ЕГЭ учащихся,
которые имеют личностные и познавательные трудности в учении

Выявление учащихся, имеющих личностные и познавательные трудности при подготовке и сдаче ЕГЭ, возможно несколькими способами:

- в результате наблюдений,
- по итогам экспертной оценки педагогов,
- по итогам фронтальной плановой диагностики, проведенной на более ранних этапах,
- по материалам психолого-педагогического сопровождения.

В зависимости от имеющихся у учащихся затруднений выделяется две основные группы: *учащиеся, имеющие личностные и познавательные трудности*.

Учащиеся, имеющие личностные трудности

К данной группе учащихся относятся:

–*Инфантильные дети*: они отличаются низким уровнем самоконтроля и волевых процессов. Стратегия поддержки данной группы учащихся заключается в необходимости работы с алгоритмами. Важно при подготовке к ЕГЭ/ОГЭ разбить материал на короткие, легко выполнимые шаги и заканчивать работу на позитиве, не дожидаясь возникновения чувства усталости и нежелания работать.

–*Тревожные дети.* Для тревожных учащихся экзамены сопряжены с определенным эмоциональным напряжением. Они склонны воспринимать любую ситуацию, связанную с учебой, как опасную. Стратегия поддержки этих учащихся заключается в следующем: нельзя нагнетать обстановку, напоминая о серьезности предстоящего экзамена и значимости его результатов. Чрезмерное повышение тревоги у детей этой категории приводит только к дезорганизации деятельности. Задача взрослого – создание ситуации успеха, поощрение, поддержка.

– *Неуверенные дети.* Проблема таких детей в том, что они не умеют опираться на собственное мнение и склонны прибегать к помощи других людей. При сдаче ЕГЭ эти учащиеся испытывают дополнительные сложности, поскольку принципиальное значение на экзамене имеет самостоятельный выбор деятельности. Стратегия поддержки: во время проведения пробного экзамена неуверенного учащегося можно поддерживать простыми фразами, способствующими созданию ситуации успеха: «Я уверен, у тебя все получится», «Ты обязательно справишься».

– *Дети с комплексом отличника*. Дети данной категории обычно отличаются высокой или очень высокой успеваемостью, ответственностью, организованностью, исполнительностью. Если они выполняют задание, то стремятся сделать его лучше всех или быстрее всех. Камень преткновения для них – это необходимость пропустить задание, если они не могут с ним справиться. Стратегии поддержки: очень важно помочь таким детям скорректировать их ожидания и помочь осознать разницу между «достаточным» и «превосходным». Им необходимо понять, что для получения высокой оценки нет необходимости выполнять все задания.

Дети с познавательными трудностями

– *Учащиеся-синтетики*. Синтетический стиль деятельности характеризуется рядом типичных моментов. Дети-синтетики опираются в большей степени на общее, а не на частности. Они мало внимания уделяют деталям, потому что их интересуют общие взаимосвязи. Стратегия поддержки: развивать у синтетиков аналитические навыки, учитывая, что общий ход их деятельности – от общего к частному. При изучении каждой темы следует ее обобщить, выделить основные блоки и наполнять их конкретным содержанием. При работе с тестами синтетиков нужно ориентировать на выявление основного в каждом задании: что здесь является главным, на что стоит обращать внимание в первую очередь?

– *Учащиеся, испытывающие недостаток самоорганизации.* Данной группе учащихся характерна невнимательность и рассеянность. У них очень редко бывают истинные нарушения внимания, так как сформированы все психические функции, необходимые для того, чтобы быть внимательными, но общий уровень организации деятельности очень низкий. Стратегии поддержки: на этапе подготовки к ЕГЭ очень важно научить ученика использовать для саморегуляции деятельности различные материальные средства, такие как песочные часы, отмеряющие время, составление списка необходимых дел, линейка, указывающая на нужную строчку. Важно, чтобы ученик научился использовать эти опоры на предварительном этапе, иначе на экзамене это отнимет у него слишком много сил и времени.

– *Астеничные учащиеся.* Основная характеристика астеничных детей – высокая утомляемость, истощаемость. Они быстро устают, у них снижается темп деятельности и резко увеличивается количество ошибок. Стратегии поддержи: при работе с астеничными детьми очень важно не предъявлять заведомо невыполнимых ожиданий, которым ребенок не сможет соответствовать. Организовать оптимальный режим подготовки, чтобы учащийся не переутомлялся: ему необходимо делать перерывы в занятиях, гулять, достаточно спать.

–*Гиперактивные учащиеся*. Это быстрые, энергичные, активные, с высоким темпом деятельности, они импульсивны и порой не сдержанны. Они быстро выполняют задания, но зачастую делают это небрежно, не проверяют себя и не видят собственных ошибок. На этапе подготовки к ЕГЭ важно не пытаться изменить темп деятельности, особенно с помощью инструкций типа «не торопись». Такой ученик все равно будет работать в том темпе, в котором ему комфортно. Необходимо развивать у них функцию контроля, то есть навыки самопроверки: по завершении работы найти ошибки, самостоятельно проверить результаты выполнения задания. Основной принцип, которым нужно руководствоваться гиперактивным учащимся: «сделал – проверь».

– *Гипоактивные учащиеся*. Таких детей характеризует низкая подвижность, низкая лабильность психических функций. Они с трудом переключаются с одного задания на другое. Еще одна их особенность заключается в том, что им требуется длительный период при выполнении каждого задания. Если таких учеников начинают торопить, темп их деятельности еще больше снижается. Стратегия поддержки: развивать навык переключения внимания и научить ребенка пользоваться часами для того, чтобы определять время, необходимое для каждого задания.

Использование различных средств обучения при подготовке к ЕГЭ

На сегодняшний день в распоряжении, как учителей, так и самих учеников есть целый арсенал различных средств для формирования необходимых навыков и подготовки к успешной сдаче ЕГЭ по каждому предмету. К ним относятся всевозможные пособия с тестами для самоподготовки, различные онлайн тренажеры, обучающие компьютерные программы и, конечно, нельзя списывать со счетов традиционные учебники. Рассмотрим эти средства.

1. Кодификатор. Подготовку к ЕГЭ стоит начинать с просмотра кодификатора: там указаны все темы и их содержание, которые могут

попасться на ЕГЭ. Книги от ФИПИ — самые проверенные и самые приближенные к реальному ЕГЭ.

2. Дистанционная обучающая система для подготовки к экзамену «РЕШУ ЕГЭ» (http://решуегэ.рф). Этот информационный ресурс можно использовать:

- для организации тематического повторения (разработан классификатор экзаменационных заданий, позволяющий последовательно повторять те или иные небольшие темы и сразу же проверять свои знания по ним);

- для организации текущего контроля знаний предоставляется возможность включения в тренировочные варианты работ произвольного количества заданий каждого экзаменационного типа;

- для проведения итоговых контрольных работ предусмотрено прохождение тестирования в формате ЕГЭ по одному из предустановленных в системе вариантов или по индивидуальному случайно сгенерированному варианту.

3. Дистанционное обучение. Учитывая индивидуальные знания и способности учащихся, выявляемые на старте каждого учебного года, каждый преподаватель может комплексно реализовать несколько форм дистанционной подготовки к ЕГЭ:

- самостоятельное повторение учебного материала и тренинг выполнения заданий с использованием ИКТ;

- онлайн тестирование учащихся на своих учительских сайтах;

- групповые рассылки и индивидуальные консультации по материалам КИМ в письменной форме через электронную почту.

4. Использование ИКТ. Использование ИКТ значительно облегчает работу учителя при организации учебного процесса, являются важным элементом, способствующим более качественной подготовке к ЕГЭ. Использование информационных технологий при подготовке к ЕГЭ позволяет:

- активизировать познавательную деятельность учащихся;

- обеспечить высокую степень индивидуализации обучения;

- повысить объем выполняемой работы на уроке;

- усовершенствовать контроль знаний;

- обеспечить доступ к различным справочным системам, электронным библиотекам, другим информационным ресурсам.

Одной из форм работы на уроке является использование мультимедийных презентаций, что позволяет представить учебный материал как систему ярких опорных образов, наполненных исчерпывающей структурированной информацией, продемонстрировать ученикам образцы оформления решений прототипов заданий. В этом случае задействуются различные каналы восприятия, что позволяет заложить информацию не только в фактографическом, но и в ассоциативном виде в долговременную память учащихся.

5. Учебник. Учебники не только обучают, но и развивают и воспитывают учащихся. Работая с учебником, учащиеся могут выполнять и самостоятельно составлять разнообразные типы заданий. В учебниках по всем предметам предусмотрены различные типы заданий: задание-анализ схем и таблиц, задание на выбор обобщающего понятия, задание на соотнесение видовых понятий с родовыми, выбор позиций из списка и классификации путем установления соответствия и других уже названных типов проверяемых на экзамене заданий.

6. Мониторинг. Повысить уровень обученности и качество знаний учащихся позволяет использование мониторинга знаний умений и навыков, применение самодиагностики, самооценки, проведение индивидуальной работы с учениками по ликвидации пробелов в знаниях. Хороший результат отслеживания показателей обучения каждого выпускника дают диагностические карты учебных достижений каждого ученика по результатам контрольных диагностических работ.

При организации учебного процесса необходимо учитывать наличие групп учащихся, имеющих различный уровень математической подготовки. Количество часов при изучении ее на базовом уровне должно составлять не менее 5 часов в неделю. Соответственно, рабочие программы по математике образовательных организаций должны это отражать.

В рабочих программах необходимо сделать акцент на формировании практико-ориентированных умений, выстроить систему изучения практической, жизненно важной математики в основной и старшей школе, обратить внимание на:

– умение принимать решения на основе выполненных расчетов;

– навыки самоконтроля с помощью оценки значений физических величин на основе жизненного опыта;

– развитие базовой логической культуры;

– освоение базовых объектов и понятий курса стереометрии, актуализации базовых знаний курса планиметрии.

В обучении учащихся, имеющих значительные пробелы в знаниях и слабые вычислительные навыки, необходимо предусмотреть компенсирующую программу обучения математике.

Для учащихся, фактически не овладевших математическими компетенциями, необходимыми в повседневной жизни, и допускающих большое число ошибок в вычислениях и при чтении условия задачи, необходимо предусмотреть дополнительные занятия для ликвидации проблем в базовых предметных компетенциях (возможно, за счёт введения в 10–11 классах элективного курса по подготовке к ЕГЭ по математике). Для подготовки к государственной итоговой аттестации таких учащихся необходимо выявить 9– 10 заданий экзамена базового уровня, которые учащийся может выполнить, и в процессе обучения добиться стабильного выполнения этих заданий. Далее поэтапно расширять круг успешно выполняемых заданий. При решении заданий широко использовать такие эффективные приемы обучения как: прием использования примеров и образцов, прием использования подсказок (похожая задача, указание на конкретный прием решения и т.д.), переформулирование условия задания.

Работая с учащимися, имеющими достаточно высокий уровень подготовки по предмету, но не планирующими сдавать экзамен профильного уровня, следует уделить особое внимание развитию наглядных геометрических представлений, а также решению задач 19–20, способствующих развитию мышления. При обучении решению сложных или трудоемких в плане вычислений и преобразовании заданий полезно использовать групповые формы работы, прием мозгового штурма.

Для учащихся, которые могут успешно освоить курс математики средней школы на профильном уровне, необходимо сделать акцент на полное изучение традиционных курсов алгебры и начал анализа и геометрии на профильном уровне. Количество часов математики должно быть не менее 6–7 часов в неделю.

Необходимо выработать у обучающихся быстрое и правильное выполнение заданий части 1, используя открытый банк заданий. Умения, необходимые для выполнения заданий базового уровня, должны быть под постоянным контролем.

Задания с кратким ответом (повышенного уровня) части 2 должны находить отражение в содержании математического образования и аналогичные задания должны включаться в систему текущего и рубежного контроля.

В записи решений к заданиям с развернутым ответом необходимо обращать особое внимание на доказательность рассуждений.

Важное значение имеет информированность учащихся относительно того, чему они должны научиться, какие задания должны научиться решать, а какие могут научиться решать для того, чтобы получить желаемое количество баллов на экзамене. Отсюда необходимость в открытости предъявляемых требований к результатам обучения, а на этапе подготовки к экзамену – в ориентации на конечный запланированный результат.

Для учащихся, не достигших базового уровня математической подготовки к окончанию основной школы, дальнейшее математическое образование должно проводиться по специальным компенсирующим программам, направленным на освоение базовых умений.

При изучении курса алгебры необходимо обращать внимание на формирование культуры вычислений и преобразований, без уверенного выполнения которых затруднено решение любых математических задач. Большинство ошибок в решении задач ЕГЭ связаны с недостаточным освоением курса алгебры основной школы.

При изучении геометрии следует активнее повышать наглядность преподавания, уделять больше внимания изображению геометрических фигур, формированию конструктивных умений и навыков, применению геометрических знаний для решения практических задач. В процессе преподавания геометрии в 10–11 классах необходимо сконцентрироваться на освоении базовых объектов и понятий курса стереометрии (углы в пространстве, многогранники, тела вращения, площадь поверхности, объем и т.д.), а также актуализировать базовые знания курса планиметрии. Целесообразно использовать любые приемы и средства, которые способствовали бы визуализации предлагаемых обучающимся задач. Это не только построение чертежей по условию задачи, это прежде всего различные предметные модели (полезно для каждой решаемой задачи иметь соответствующую ей модель-подсказку, чтобы использовать ее для визуализации условия, поиска и проверки решения), компьютерные программы, позволяющие выполнять стереометрические чертежи. Полезно выделить эту работу в отдельный тематический практикум.

При изучении начал математического анализа следует уделять больше внимания пониманию основных идей и базовых понятий анализа (геометрический смысл производной и первообразной и др.), практикоориентированным приложениям, связанным с исследованием функций.

Необходимо изучение теории вероятностей и статистики вести с расчетом на практическое применение. Сюда входят элементы финансовой и статистической грамотности, умение принимать решения на основе расчетов.

В условиях проведения двухуровневого экзамена по математике для организации учебного процесса образовательные организации должны учитывать наличие двух групп учащихся, имеющих различные образовательные запросы. Необходимо, чтобы рабочие программы по математике образовательных организаций предусматривали данную тенденцию. Решение этой задачи позволит повысить эффективность использования учебных часов по математике. Учителям математики целесообразно активно использовать накопленный положительный опыт обучения математике.

Выводы по первой главе

Анализ результатов Единого государственного экзамена по математике 2019 года в Красноярском крае показал, что достаточно высокими являются показатели решаемости задач, что говорит о сформированности у участников экзамена базовых математических компетенций за курс математики основной и средней общеобразовательной школы. Однако выпускникам школ не удается избежать ошибок, связанных с неумением читать и понимать задачу, выполнять тождественные преобразования. Успешность решения задач по отдельным разделам математики 10-11х классов Также положительная динамика наметилась в выполнении заданий по геометрии и математическому анализу и заданий повышенного уровня, по сравнению с 2018 годом.

Существуют, конечно, и внутришкольные проблемы, которые связаны с организационными трудностями разделения на профильные и базовые группы, отсутствием у учителей возможности проводить эффективные дополнительные занятия по решению задач высокого уровня сложности, обострением в последнее время кадровых проблем.

В качестве причины, вероятно, можно рассматривать и снижение уровня подготовки молодых учителей, следствием чего является невысокий уровень подготовки абитуриентов педагогических вузов, а также переход на бакалавриат. В связи с этим нельзя не отметить, что учебные планы подготовки учителей математики перегружены дисциплинами психолого-педагогического цикла за счет сокращения часов на изучение математических дисциплин, что не способствует получению бакалаврами качественного математического образования.

Основными направлениями организации подготовки к ЕГЭ по математике являются:

1. Подготовка на уроке,

2. Подготовка во внеурочное время,

3.Самоподготовка

Далее в своем исследовании обратимся к описанию методики изучения содержательной линии «Уравнения и неравенства», позволяющей сформировать у учащихся обобщенные приемы и методы решения уравнений и неравенств в курсе старшей школы.

Глава 2. Методика изучения содержательной линии «Уравнения и неравенства» в курсе старшей школы

2.1. Содержание линии уравнений и неравенств

Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования в требованиях к предметным результатам освоения курса «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» в 4 пункте отражает «владение стандартными приёмами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств». Это указывает на важность изучения данной темы в школьном курсе математики.

В школьном курсе математики выделяют различные содержательно-методические линии. Строгого определения понятия «содержательно-методическая линия» не существует. Считается, что осмысление реализации математической линии связано с анализом школьных учебников, отбором «ядерного» материала линии, его логической организацией, математическими трактовками этого материала и его связями с другим учебным материалом [3]. В статье С.И.Дяченко [2] отмечается, что анализ реализации линии связан с выделением понятийного аппарата линии и трактовками основных понятий, с классификацией математических задач линии и методов их решения, с выделением основных этапов формирования данной линии.

В курсы может быть включен материал, связанный с уравнениями и неравенствами. Он составляет значительную часть школьного курса математики, но временные рамки урока не позволяют рассмотреть все вопросы. Кроме того, обязательным минимумом содержания обучения математике, заданным государственным стандартом для основной школы, определен учебный материал для обязательного рассмотрения, но не для обязательного усвоения (например, нестандартные методы решения уравнений и неравенств, методы решения уравнений и неравенств с параметром и т.д.).

С каждым уравнением, неравенством связаны конструирующие их аналитические выражения. Последние в свою очередь могут задавать функции одной или нескольких переменных. Поэтому присутствие функций, а точнее, их свойств, не может не влиять на решение задач такого рода. Просто в одних случаях мы как бы негласно используем свойства функций, в других явно ссылаемся на них. Порой «гласное» смещение акцентов в сторону свойств функций может оказать существенную пользу в поиске рациональных идей решения. Изученные свойства функций и методы их исследования должны найти применение в школе при решении уравнений, неравенств. В школьном курсе математики рассмотрение этих вопросов остается в стороне, но в ЕГЭ достаточно часто встречаются задания, решаемые с помощью применения свойств функций. Поэтому целесообразно этот материал вынести на курсы по выбору.

Ввиду важности и обширности материала, связанного с понятиями уравнений и неравенств, их изучение в современной методике математики организовано в содержательно-методическую линию – линию уравнений и неравенств. Здесь рассматриваются вопросы формирования понятий уравнения и неравенства, общих и частных методов их решения, взаимосвязи изучения уравнений и неравенств с числовой, функциональной и другими линиями школьного курса математики. Можно выделить три основных направления развертывания линии уравнений и неравенств в школьном курсе математики.

1. Прикладная направленность линии уравнений и неравенств раскрывается при изучении алгебраического метода решения текстовых задач. Этот метод широко применяется в школьной математике, так как он связан с изучением приемов, используемых в приложениях математики.

2. Теоретико-математическая направленность линии уравнений и неравенств имеет два аспекта: первый - изучение наиболее важных классов уравнений, неравенств и их систем , второй - изучение обобщенных понятий и методов, относящихся к линии в целом. Оба эти аспекта важны в школьном курсе математики. Основные классы уравнений и неравенств связаны с простейшими и одновременно наиболее важными математическими моделями. Использование обобщенных понятий и методов позволяет логически упорядочить изучение линии в целом, поскольку они описывают то общее, что имеется в процедурах и приемах решения, относящихся к отдельным классам уравнений, неравенств, систем. В свою очередь, эти общие понятия и методы опираются на основные логические понятия: неизвестное, равенство, равносильность, логическое следование, которые также должны быть раскрыты в линии уравнений и неравенств.

3. Для линии уравнений и неравенств характерна направленность на установление связей с остальным содержанием курса математики. Эта линия тесно связана с числовой линией. Основная идея, реализуемая в процессе установления взаимосвязи этих линий, - это идея последовательного расширения числовой системы. Все числовые множества, за исключением множества действительных чисел, возникают в связи с решением каких-либо уравнений, неравенств, систем. Например, числовые промежутки появляются при решении неравенств или систем неравенств. Связь линии уравнений и неравенств с числовой линией двусторонняя. Обратное влияние проявляется в том, что каждая вновь введенная числовая область расширяет возможности составления и решения различных уравнений и неравенств.

Линия уравнений и неравенств тесно связана также и с функциональной линией. Одна из важнейших таких связей приложения методов, разрабатываемых в линии уравнений и неравенств, к исследованию функции (например, к заданиям на нахождение области определения некоторых функций, их корней, промежутков знакопостоянства и т.д.). С другой стороны, функциональная линия оказывает существенное влияние как на содержание линии уравнений и неравенств, так и на стиль ее изучения. В частности, функциональные представления служат основой привлечения графической наглядности к решению и исследованию уравнений, неравенств и их систем.

В ФГОС ООО изучение линии уравнений и неравенств в основной школе предполагает овладение умениями:

- решать линейные, квадратные уравнения и рациональные уравнения, сводящиеся к ним, системы двух линейных уравнений и несложные нелинейные системы;

- решать текстовые задачи алгебраическим методом, интерпретировать полученный результат, проводить отбор решений, исходя их формулировки задачи;

- решать линейные и квадратные неравенства с одной переменной и и системы;

- применять графические представления при решении уравнений, систем, неравенств [ФГОС, 2011].

В стандарте среднего (полного) общего образования изучение линии уравнений и неравенств в старшей школе на базовом уровне предполагает овладение умениями:

- решать рациональные, логарифмические и показательные уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;

- составлять уравнения и неравенства по условию задачи;

- использовать для приближенного решения уравнений и неравенства графический метод;

- изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем.

На профильном уровне:

- решать рациональные, логарифмические и показательные уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;

- доказывать несложные неравенства;

- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений, и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;

- изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

- находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;

- решать уравнения, неравенства и системы с применением графический представлений, свойств функций, производной [ФГОС, 2012].

Образовательное и развивающее значение линии уравнений и неравенств в школе велико. Понятие уравнения и неравенства имеют методологический аспект, поскольку введение этих понятий на символическом и графическом языках позволяет представить математические модели реальных процессов. Создавая схематизированные модели в виде уравнений и неравенств, отражающие реальные процессы, мы получаем реальные знания о самой действительности. Учение об уравнениях и неравенствах способствует развитию алгоритмической культуры, лежащей в основе методов решения уравнений и неравенств. Будучи тесто связанным с понятием функции, изучение уравнений способствует развитию функционального мышления, что помогает учащимся глубже осознать зависимость между величина-ми, характеризующимся различного рода явления реального мира, и способы выражения этих зависимостей. При изучении тождественных преобразований, функций и других фундаментальных тем программы уравнения и неравенства могут быть использованы как эффективное средство повторения, закрепления, углубления и расширения теоретических знаний для развития творческой математической деятельности. Метод уравнений и неравенств играет значительную роль в решении задач формально-логического и жизненного содержания, связанных с основами современной экономики, с производством, со смежными дисциплинами. Это способствует развитию у учащихся гибкости и самостоятельности мышления при поиске рациональных способов решения задач методом уравнений и подтверждает большое прикладное значение курса математики, ее связь с жизнью.

В 10-11 классах продолжается расширение и углубление знаний об уравнениях и неравенствах. Здесь изучаются тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения и неравенства. Различные виды уравнений и неравенств, изучаемые в школе представлены на следующих рисунках.

Дидактический анализ линии уравнений и неравенств в различных учебниках для общеобразовательных учреждений

Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 10-11 класс

Учебник состоит из двух частей. Учебник базового уровня предназначен для учащихся 10-11 классов. В 10 классе рассматриваются простейшие тригонометрические уравнения:

1. Метод введения новой переменной;
2. Метод разложения на множители;
3. Однородные тригонометрические уравнения.

В 11 классе рассматриваются логарифмические и показательные уравнения и неравенства. В конце 11 класса рассматривается равносильность уравнений; общие методы решения уравнений; решение неравенств с одной переменной, уравнения и неравенства с двумя переменными; системы уравнений; уравнения и неравенства с параметрами. Отметим, что для базового уровня предусмотрены простые уравнения и неравенства с параметрами, дающие некоторое представление об их решении.

Мордкович А.Г., Семенов П.В. Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень) 10класс и 11класс

Для профильного уровня учебники разделены по классам для 10 и для 11 класса. В 10 классе дается представление о простейших тригонометрических уравнений и способах их решения, рассматриваются основные методы решения тригонометрических уравнений.

В отличие от учебника базового уровня в учебнике профильного уровня для 11 класса рассматриваются уравнения высших степеней, приводится достаточное количество примеров на некоторые виды уравнений высших степеней.

Система заданий, посвященная решению показательных и логарифмических уравнений и неравенств в задачнике профильного уровня намного разнообразнее. Имеются задания с параметрами и модулями, что является неоспоримым плюсом для тех учащихся, которые собираются сдавать ЕГЭ по математике профильного уровня и поступать в вуз по профилю.

Также как и в учебнике базового уровня в самом конце рассматривается равносильность уравнений и неравенств с общих позиций. В отдельности обобщается и систематизируется материал по решению уравнений и неравенств с модулями, иррациональных уравнений и неравенств с двумя переменными, задачи с параметрами. В задачнике имеется достаточно хорошая система упражнений по рассматриваемому блоку.

Никольский С.М, Потапов М.К. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс.

Учебники содержат материал как для базового, так и для профильного уровня. Учебник нацелен на подготовку учащихся к поступлению в вузы.

В учебнике 10 класса перед обобщением материала о решении рациональных уравнений автор предлагает учащимся ознакомиться с теорией многочленов. После рассматривается общий способ решения неравенств методом интервалов.

Отметим, что в отличие от учебника под редакцией А.Г. Мордковича в рассматриваемом учебнике показательные и логарифмические уравнения и неравенства изучают в 10 классе.

Далее рассматриваются тригонометрические уравнения и неравенства. При этом автор предлагает для изучения основные тригонометрические уравнения. Тригонометрические неравенства предназначены для профильного обучения. Рассматриваются простейшие неравенства для синуса, косинуса, тангенса и котангенса, а также неравенства сводящиеся к простейшим заменой неизвестного. Для профильного обучения предусмотрены такие темы, как введение вспомогательного угла и замена неизвестного $t = \sin x + \cos x$.

В учебнике недостаточно практического материала, для отработки умения решать рациональные, логарифмические, показательные и тригонометрические уравнения и неравенства.

В 11 классе обобщается и систематизируется теоретический материал по решению уравнений и неравенств. Формулируются теоремы о равносильности уравнений и неравенств, рассматриваются преобразования, приводящие к уравнению-следствию, а также равносильность уравнений и неравенств системам.

Такие темы, как равносильность уравнений и неравенств на множестве, подразумеваются на базовом уровне, но и для профильного изучения имеются дополнительные темы из этого раздела. В обязательном порядке рассматривается метод промежутков для уравнений и неравенств: уравнения и неравенства с модулями, метод интервалов для непрерывных функций.

Дополнительными разделами являются использование свойств функций при решении уравнений и неравенств и уравнения и неравенства с параметрами. Это большой плюс для тех, кто изучает математику на профильном уровне и собирается поступать в вузы по профилю.

2.2 Методика решения уравнений

В школе, изучая математику, учащиеся постоянно решали уравнения и неравенства. Постепенно осваивались стандартные приемы решения алгебраических, а позже и трансцендентных уравнений и неравенств. К каждому типу уравнений и неравенств предлагались различные способы решения.

Уравнением называется равенство с переменной. В общем виде уравнение записывают: $f(x) = g(x)$. Под этой записью понимают математическую запись задачи нахождения значений аргумента, при котором значение двух данных функций равны.

Корнем уравнения называется значение переменной, которое превращает это уравнение в верное равенство.

Решить уравнение – означает найти все его корни или доказать, что их нет.

Областью допустимых значений (ОДЗ) или область определения для функций $f(x)$ и $g(x)$, стоящих в левой и правой частях уравнения.

На образовательном портале для подготовки к экзаменам «СДАМ ГИА: РЕШУ ЕГЭ» представлен каталог заданий с темами уравнения (задания №5 и №13) в заданиях ЕГЭ (профильного уровня). Типы уравнений, представленный на сайте:

1. Простейшие уравнения (линейные, квадратные, кубические, рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические)
2. Иррациональные уравнения
3. Рациональные уравнения
4. Тригонометрические тождества
5. Логарифмические и показательные уравнения
6. Тригонометрические уравнения
7. Тригонометрические уравнения, исследования ОДЗ
8. Уравнения смешанного типа

Рассмотрим методику решения некоторых уравнений из учебника А.Г.Мордковича «Алгебра и начала математического анализа»

Прежде, чем говорить о решениях уравнений и неравенств, важно понимать принципиальные вопросы, связанные с равносильностью уравнений.

Равносильность уравнений

Определение. Два уравнения с одной переменной $f(x) = g(x)$ и $p(x) = h(x)$ называют равносильными, если множества их корней совпадают.

Определение. Если каждый корень уравнения $f(x) = g(x)$ является в то же время корнем уравнения $p(x) = h(x)$, то уравнение $p(x) = h(x)$ называют следствием уравнения $f(x) = g(x)$.

Решение уравнения, как правило, осуществляется в три этапа.

Первый этап – технический. На этом этапе осуществляют преобразования по схеме (1) → (2) → (3) → (4) →… и находят корни последнего (самого простого) уравнения указанной цепочки.

Второй этап – анализ решения. На этапе, анализируя проведенные преобразования, отвечают на вопрос, все ли они были равносильными.

Третий этап – проверка. Если анализ, проведенный на втором этапе, показывает, что некоторые преобразования могли привести к уравнению-следствию, то обязательна проверка всех найденных корней их подстановкой в исходное уравнение.

Общие методы решения уравнений

Замена уравнения $h\big(f(x)\big) = h(g(x))$ уравнением $f(x) = g(x)$

Этот метод мы применяли:

- при решении показательных уравнений, когда переходили от уравнения $a^{f(x)} = a^{g(x)}(a > 0, a \neq 1)$ к уравнению $f(x) = g(x)$;

- при решении логарифмических уравнений, когда переходили от уравнения $\log_a f(x) = \log_a g(x)(a > 0, a \neq 1)$ к уравнению $f(x) = g(x)$;

- при решении иррациональных уравнений, когда переходили от уравнения $\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)}$ к уравнению вида $f(x) = g(x)$.

Этот метод можно применять только в том случае, когда $y = h(x)$ – монотонная функция, которая каждое свое значение принимает по одному разу.

Метод разложения на множители

Суть этого метода заключается в следующем: уравнение $f(x)g(x)h(x) = 0$ можно заменить совокупностью уравнений:

$f(x) = 0; g(x) = 0; h(x) = 0.$

Решив уравнения этой совокупности, нужно взять те их корни, которые принадлежатобласти определения исходного уравнения,а остальные отбросить как посторонние.

Метод введения новой переменной

Суть метода проста: если уравнение $f(x) = 0$ удалось преобразовать к виду $p\big(g(x)\big) = 0$, то нужно ввести новую переменную $u = g(x)$, решить уравнение $p(u) = 0$, а затем решить совокупность уравнений:

$g(x) = u_1;\ g(x) = u_2;\dots; g(x) = u_n,$

где $u_1, u_2, \dots, u_n$ – корни уравнения $p(u) = 0$.

Функционально-графический метод

Идея графического метода решения уравнения $f(x) = g(x)$ проста и понятна: нужно построить графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$, а затем найти точки их пересечения. Корнями уравнения служат абсциссы этих точек.

В некоторых случаях построение графиков функций можно заменить ссылкой на какие-либо свойства функций (поэто мы говорим не о рафическом, а о функционально-графическом методе решения уравнений). Если, например, одна из функций $y = f(x)$, $y = g(x)$ возрастает, а другая убывает, то уравнение $f(x) = g(x)$ либо не имеет корней, либо имеет один корень.

Тригонометрические уравнения

Тригонометрическими уравнениями обычно называют уравнения, в которых переменные содержатся под знаками тригонометрических функций. К их числу прежде всего относятся простейшие тригонометрические уравнения, т.е. уравнения вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $tg\, x = a$, где a – действительное число.

К простейшим относят и уравнения вида $T(kx + m) = a$, где T – знак какой-либо тригонометрической функции.

Выделим следующие методы решения тригонометрических уравнений:

1) Метод введения новой переменной
2) Метод разложения на множители
3) Функционально-графический метод
4) Методы искусственных преобразований
5) Метод экстримальных значений
6) Метод, основанный на скалярном произведении.

Метод введения новой переменной

Решить уравнение: $\cos^2 x - \sin^2 x - \cos x = 0$.

Решение.

Воспользуемся основным тригонометрическим тожеством: $\sin^2 x +$ $\cos 2x = 1$, выразим $\sin 2x$:

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x.$$

Тогда заданное уравнение можно переписать в виде

$$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) - \cos x = 0.$$

После преобразований получим:

$$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0.$$

Введем новую переменную: $z = \cos x$. Тогда уравнение примет вид $2z^2 - z - 1 = 0$, откуда находим: $z_1 = 1$, $z_2 = -\frac{1}{2}$. Значит, либо $\cos x = 1$, либо $\cos x = -\frac{1}{2}$. Из первого уравнения находим $x = 2\pi n$; из втворого уравнения находим:

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n;\ x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n.$$

Ответ: $x = 2\pi n$, $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$.

Метод разложения на множители.

Смысл метода: если уравнение $f(x) = 0$ удается преобразовать к виду $f_1(x) \cdot f_2(x) = 0$, то либо $f_1(x) = 0$, либо $f_2(x) = 0$. В подобных случаях говорят так: задача сводится к решению совокупности уравнений:

$f_1(x) = 0$; $f_2(x) = 0$.

Решить уравнение $2\sin\frac{x}{2}\cos 5x - \cos 5x = 0$.

Решение.

Выносим общий множитель за скобки: $\cos 5x\left(2\sin\frac{x}{2} - 1\right) = 0$. Значит, приходим к совокупностиуравнений

$\cos 5x = 0$; $2\sin\frac{x}{2} - 1 = 0$.

Из первого уравнения находим: $5x = \frac{\pi}{2} + \pi n$; $x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5}$.

Из второго уравнения находим: $\sin\frac{x}{2} = \frac{1}{2}$; $\frac{x}{2} = (-1)^n\frac{\pi}{6} + \pi n$; $x = (-1)^n\frac{\pi}{3} + 2\pi n$.

Ответ: $x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5}$; $x = (-1)^n\frac{\pi}{3} + 2\pi n$.

Замечание. Учтите, что переход от уравнения $f_1(x) \cdot f_2(x) = 0$ к совокупности уравнений $f_1(x) = 0$; $f_2(x) = 0$ не всегда безопасен.

Однородные тригонометрические уравнения

Определение. Уравнение вида $a\sin x + b\cos x = 0$ называют однородным тригонометрическим уравнением первой степени; уравнение вида $a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0$ называют однородным тригонометрическим уравнением второй степени.

Рассмотри общий случай, когда оба коэффициента (a и b) отличны от 0.

Дано уравнение $a\sin x + b\cos x = 0$, где $a \neq 0$, $b \neq 0$. Разделив обе части уравнения почленно на $\cos x$, получим:

$$\frac{a\sin x}{\cos x} + \frac{b\cos x}{\cos} = \frac{0}{\cos x}.$$

В итоге переходим к простейшему тригонометрическому уравнению $tg\, x = -\frac{b}{a}$.

Но! Делить обе части уравнения на одно и то же выражение можно только в том случае, когда мы уверены, что это выражение нигде не обращается в нуль.

Алгоритм решения уравнения $a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0$

1) Посмотреть,есть ли в уравнении член $a\sin^2 x$.
2) Если член $a\sin^2 x$ вуравнении содержится (т.е. $a \neq 0$), то уравнение решается делением обеих его частей на $\cos^2 x$ и последующим введением новой переменной $z = tg\, x$.
3) Если член $a\sin^2 x$ в уравнении не содержится (т.е. $a = 0$), то уравнение решается методом разложения на множители: за скобки выносят $\cos x$.

Решить уравнение $3\sin^2 3x - 2\sqrt{3}\sin 3x\cos 3x + 5\cos^2 3x = 2$ и выделить те его корни, которые принадлежат интервалу $(-\pi;\pi)$.

Решение.

С числом 2, содержащимся в правой части уравнения, поступим следующим образом. Извнстно, что $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ – основное тождество, верно для любого t. В частности $\sin^2 3x + \cos^2 3x = 1$. Тогда $2\sin^2 3x + 2\cos^2 3x = 2$. Заменим 2 в правой части уравнения на $2\sin^2 3x + \cos^2 3x$, получим:

$$3\sin^2 3x - 2\sqrt{3}\sin 3x\cos 3x + 5\cos^2 3x = 2\sin^2 3x + 2\cos^2 3x$$

$$3\sin^2 3x - 2\sqrt{3}\sin 3x\cos 3x + 5\cos^2 3x - 2\sin^2 3x - 2\cos^2 3x = 0$$

$$\sin^2 3x - 2\sqrt{3}\sin 3x\cos 3x + 3\cos^2 3x = 0.$$

Мы преобразовали уравнение в однородное тригонометрическое уравнение второй степени. Применим способ почленного деления на $\cos^2 3x$, получим равносильно уравнение

$$tg^2\, 3x - 2\sqrt{3}tg\, 3x + 3 = 0.$$

Введем новую переменную $z = tg\, 3x$, получим квадратное уравнение

$$z^2 - 2\sqrt{3}z + 3 = 0.$$

Преобразуем квадратное уравнение к виду

$$\left(z - \sqrt{3}\right)^2 = 0, \text{ откуда } z = \sqrt{3}, \text{ т.е.}$$

$$tg\,3x = \sqrt{3};$$

$$3x = arctg\,\sqrt{3} + \pi n;$$

$$3x = \frac{\pi}{3} + \pi n;$$

$$x = \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}.$$

Теперь найдем такие значения x, которые принадлежат интервалу $(-\pi; \pi)$. Получаем неравенство:

$$-\pi < \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3} < \pi.$$

Умножим все части неравенства на 9 и разделим на π:

$-9 < 1 + 3n < 9;$

$$-10 < 3n < 8$$

$-\frac{10}{3} < n < \frac{8}{3}.$

Осталось выяснить, какие целочисленные значения параметра n удовлетворяют последнему неравенству. Это -3, -2, -1, 0, 1, 2. Значит, если перечисленные шесть значений подставить вместо n в формулу решений $x = \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}$, то мы тем самым и выделим интересующие нас корни уравнения, принадлежащие заданному интервалу $(-\pi; \pi)$.

1) Если $n = -3$, то $x = \frac{\pi}{9} - \pi = -\frac{8\pi}{9}$;
2) Если $n = -2$, то $x = -\frac{5\pi}{9}$;
3) Если $n = -1$, то $x = -\frac{2\pi}{9}$;
4) Если $n = 0$, то $x = \frac{\pi}{9}$;
5) Если $n = 1$, то $x = \frac{4\pi}{9}$;
6) Если $n = 2$, то $x = \frac{7\pi}{9}$;

Ответ: $-\frac{8\pi}{9}; -\frac{5\pi}{9}; -\frac{2\pi}{9}; \frac{\pi}{9}; \frac{4\pi}{9}; \frac{7\pi}{9}$.

Показательные уравнения

Показательными уравнениями называют уравнения вида

$$a^{f(x)} = a^{g(x)},$$

где a – положительное число, отличное от 1, и уравнения, сводящиеся к этому виду.

Опираясь на теоремы (*) и (**):

Теорема (*). Если $a > 1$, то равенство $a^t = a^s$ справедливо тогда и только тогда, когда $t = s$.

Теорема (**). Если $0 < a < a$, то равенство $a^t = a^s$ справедливо тогда и только тогда, когда $t = s$;

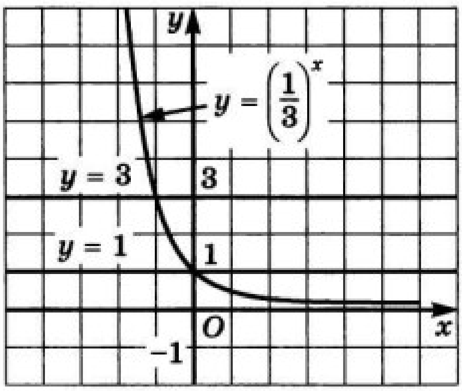
следует, что показательное уравнение $a^{f(x)} = a^{g(x)}$(где $a > 0, a \neq 1$) равносильно уравнению $f(x) = g(x)$.

Выделим три основных метода решения показательных уравнений.

1) Функционально-графический метод. Он основан на использовании графических иллюстраций или каких-либо свойств функций.

Решить уравнение $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 1$.

Решение. Построив в однойсистеме координат графики функций $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ и $y = 1$, замечаем, что они имеют одну общую точку $(0; 1)$.



Значит уравнение $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 1$ имеет единственный корень $x = 0$.

Ответ: 0

2) Метод уравнивания показателей. Он основан на теореме о том, что уравнение $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ равносильно уравнению $f(x) = g(x)$, где a – положительное число, отличное от 1.

Решить уравнение $\frac{(0,2)^{x-0,5}}{\sqrt{5}} = 5 \cdot 0,04^{x-2}$.

Решение. Здесь есть возможность и левую и правую части уравнения представить в виде степени с основанием 5. Получаем:

1) $(0,2)^{x-0,5} = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-0,5} = (5^{-1})^{x-0,5} = 5^{0,5-x}$;

2) $\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}} = 5^{0,5}$;

3) $\frac{5^{0,5-x}}{5^{0,5}} = 5^{0,5-x-0,5} = 5^{-x}$;

4) $5 \cdot 0,04^{x-2} = 5 \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^{x-2} = 5 \cdot (5^{-2})^{x-2} = 5 \cdot 5^{-2x+4} = 5^{5-2x}$.

Таким образом, заданное уравнение мы преобразовали к виду

$$5^{-x} = 5^{5-2x}.$$

Далее получаем: $-x = 5 - 2x$; $x = 5$.

Ответ: 5

3) Метод введения новой переменной.

Решить уравнение: $4^x + 2^{x+1} - 24 = 0$.

Решение. Заметив, что $4^x = (2^2)^x = 2^{2x} = (2^x)^2$, а $2^{x+1} = 2^x \cdot 2$, перепишем заданное уравнение в виде $(2^x)^2 + 2^x \cdot 2 - 24 = 0$.

Введем новую переменную: $z = 2^x$; тогда уравнение примет вид $z^2 + 2z - 24 = 0$. Решив квадратное уравнение относительно z, находим $z_1 = 4$; $z_2 = -6$. Так как $z = 2^x$, решим два уравнения:

$2^x = 4$; $2^x = -6$.

Из первого уравнения находим $x = 2$; второе уравнение не имеет корней, оскольку при любых значениях x выполняется неравенство $2^x > 0$.

Ответ: 2.

2.2.3. Логарифмические уравнения

Логарифмическими уравнениями называют уравнения вида

$$\log_a f(x) = \log_a g(x),$$

где a – положительно число, отличное от 1, и уравнения, сводящиеся к этому виду.

Теорема. Если $f(x) > 0$ и $g(x) > 0$, то логарифмическое уравнение $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ (где $a > 0, a \neq 1$) равносильно уравнению $f(x) = g(x)$.

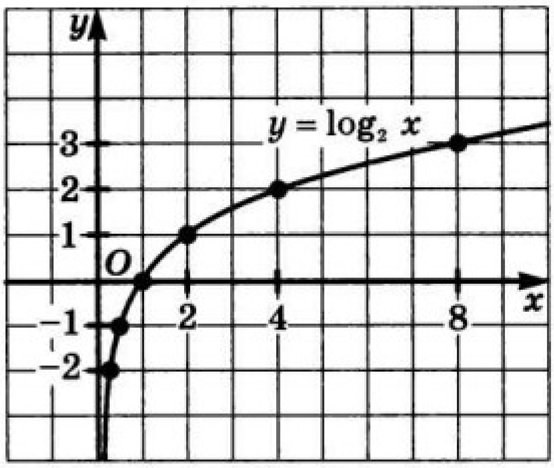
На практике эту теорему применяют так: переходят от уравнения $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ к уравнению $f(x) = g(x)$ (такой переход называется потенцированием), решают уравнение $f(x) = g(x)$, а затем проверяют его корни по условиям $f(x) > 0$, $g(x) > 0$, определяющим область допустимых значенийпеременной (ОДЗ). Те корни уравнения $f(x) = g(x)$, которые удовлетворяют этим условиям, являются корнями уравнения $\log_a f(x) = \log_a g(x)$. Те корни уравнения $f(x) = g(x)$, которые не удовлетворяют хотя бы одному из этих условий, объявляются посторонними корнями для уравнения $\log_a f(x) = \log_a g(x)$.

Выделим три основных метода решени логарифмических уравнений.

1) Функционально-графический метод. Он основан на использовании графических иллюстраций или каких-либо свойств функций.

Решить уравнение $\log_2 x = 0$.

Решение. Уравнение $\log_2 x = 0$ имеет один корень $x = 1$, поскольку графикфункции $y = \log_2 x$ пересекает ось x в единственной точке $(1; 0)$.



Ответ: 1

2) Метод потенцирования. Он основан на теореме, полученной в начале темы.

Решить уравнение $\log_3(x^2 - 3x - 5) = \log_3(7 - 2x)$.

Решение.

1) Потенцируя (т.е. освобождаясь от знаков логарифмов), получаем:

$x^2 - 3x - 5 = 7 - 2x$;

$x^2 - x - 12 = 0$;

$x_1 = 4, x_2 = -3$.

2) Проверим найденные корни по условиям, определяющим ОДЗ:

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 5 > 0, \\ 7 - 2x > 0. \end{cases}$$

Значение $x = 4$ не удовлетворяет этой системе неравенств (т.к. не удовлетворяет второму неравенству системы), т.е. $x = 4$ – посторонний корень для заданного уравнения. Значени $x = -3$ удовлетворяет обоим неравенствам системы, а потому $x = -3$ – корень заданного уравнения.

Ответ: -3

3) Метод введения новой переменной.

Решить уравнение $\lg^2 x + \lg x + 1 = \frac{7}{\lg\frac{x}{10}}$.

Решение. Так как $\lg\frac{x}{10} = \lg x - \lg 10 = \lg x - 1$, то заданное уравнение можно переписать так: $\lg^2 x + \lg x + 1 = \frac{7}{\lg x - 1}$.

Есть смысл ввести новую переменную: $y = \lg x$; тогда уравнение примет следующий вид: $y^2 + y + 1 = \frac{7}{y-1}$.

Далее находим:

$$(y - 1)(y^2 + y + 1) = 7;$$

$$y^3 - 1 = 7;$$

$$y^3 = 8;$$

$$y = 2.$$

Это значение удовлетворяет условию $y \neq 1$ (т.к в рациональном уравнении переменная содержится в знаменателе, а потому следует проверить, не обращется ли знаменатель в нуль при найденном значении переменной y.

Итак, $y = 2$. Но $y = \lg x$, значит, нам осталось решить простейшее логарифмическое уравнение $\lg x = 2$, откуда находим $x = 100$.

Ответ: 100

2.3. Методика изучения неравенств

Неравенством с одной переменной называется неравенство, содержащее одну независимую переменную.

Пусть дано неравенство с одной переменной $f(x) > g(x)$ (вместо знака $>$ могут быть знаки $<$, $\leq$, $\geq$). Областью определения неравенства $f(x) > g(x)$ называется пересечение областей определения функций $f(x)$ и $g(x)$.

Решением неравенства называется всякое значение переменной, при котором исходное неравенство с переменной обращается в верное числовое неравенство.

Решить неравенство с переменной – значит найти все его решения или доказать, что их нет.

На образовательном портале для подготовки к экзаменам «СДАМ ГИА: РЕШУ ЕГЭ» представлен каталог заданий с темами неравенств (задания №15) в заданиях ЕГЭ (профильного уровня). Типы неравенств, представленных на сайте

Неравенства:

1. Рациональные неравенства
2. Неравенства, содержащие радикалы
3. Показательные неравенства
4. Неравенства с логарифмами по переменному основанию
5. Неравенства с модулем

6. Смешанные неравенства

Рассмотрим некоторые неравенства из учебника А.Г.Мордковича «Алгебра и начала анализа»

2.3.1. Показательные неравенства

Показательными неравенствами называют неравенства вида $a^{f(x)} > a^{g(x)}$,

где a – положительное число, отличное от 1, и неравенства, сводящиеся к этому виду.

Для решения неравенства $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ проведем следующие рассуждения. Разделим обе части неравенства на выражение $a^{g(x)}$, получим неравенство $\frac{a^{f(x)}}{a^{g(x)}} > 1$, равносильное неравенству $a^{f(x)} > a^{g(x)}$. Далее имеем:

$a^{f(x)-g(x)} > 1$, т.е. $a^t > 1$, где $t = f(x) - g(x)$.

Теперь следует рассмотреть два случая: $a > 1$ и $0 < a < 1$.

Если $a > 1$, то неравенство $a^t > 1$ имеет место тогда и только тогда, когда $t > 0$. Значит, $f(x) - g(x) > 0$, т.е. $f(x) > g(x)$.

Если $0 < a < 1$, то неравенство $a^t > 1$ имеет место тогда и только тогда, когда $t < 0$. Значит, $f(x) - g(x) < 0$, т.е. $f(x) < g(x)$.

Тем самым доказано следующее утверждение.

Теорема 4. Если $a > 1$, то показательное неравенство $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ равносильно неравенству того же смысла: $f(x) > g(x)$.

Если $0 < a < 1$, то показательное неравенство $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ равносильно неравенству противоположного смысла: $f(x) < g(x)$.

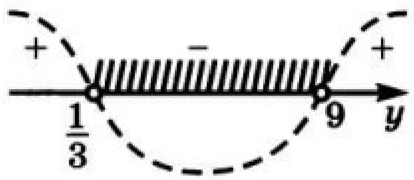
Решить неравенство $\frac{4 \cdot 3^x - 10}{3^{x+1} - 1} < 1$.

Решение. Заметим, что $3^{x+1} = 3 \cdot 3^x$, и введем новую переменную $y = 3^x$. Получим: $\frac{4y-10}{3y-1} < 1$.

Далее получаем:

$\frac{4y-10}{3y-1} - 1 < 0$; $\frac{y-9}{3y-1} < 0$; $\frac{y-9}{3(y-\frac{1}{3})} < 0$.

Применив для решения последнего неравенства метод интервалов находим: $\frac{1}{3} < y < 9$.



Возвращаясь к переменной x, получим:

$\frac{1}{3} < 3^x < 9$; $3^{-1} < 3^x < 3^2$; $-1 < x < 2$.

2.3.2. Логарифмическое неравенство

Логарифмическими неравенствами называют неравенства вида $\log_a f(x) > \log_a g(x)$,

где a – положительно число, отличное от 1, и неравенства, сводящиеся к этому виду.

Для решения неравенства $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ где, разумеется, следует считать, что $f(x) > 0$ и $g(x) > 0$, преобразуем его к виду $\log_a f(x) - \log_a g(x) > 0$

и далее: $\log_a \frac{f(x)}{g(x)} > 0$, т.е. $\log_a t > 0$, где $t = \frac{f(x)}{g(x)}$.

Теперь следует рассмотреть два случая: $a > 1$ и $0 < a < 1$.

Если $a > 1$, то неравенство $\log_a t > 1$ имеет место тогда и только тогда, когда $t > 1$. Значит, $\frac{f(x)}{g(x)} > 1$, т.е. $f(x) > g(x)$, мы учли, что $g(x) > 0$.

Если $0 < a < 1$, то неравенство $\log_a t > 0$ имеет место тогда и только тогда, когда $0 < t < 1$. Значит, $0 < \frac{f(x)}{g(x)} < 1$, т.е. $f(x) < g(x)$, мы учли, что $g(x) > 0$ и $f(x) > 0$.

Проведенные рассуждения позволяют сформулировать следующее утверждение.

Теорема. Если $f(x) > 0$ и $g(x) > 0$, то:

при $a > 1$ логарифмическое неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно неравенству того же смысла $f(x) > g(x)$;

при $0 < a < 1$ логарифмическое неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно неравенству противоположного смысла $f(x) < g(x)$.

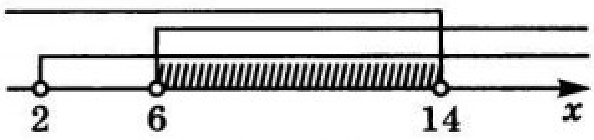
Решить неравенство $\log_3(2x - 4) > \log_3(14 - x)$

Решение. Область допустимых значений переменной для заданного неравенства определяется условиями $2x - 4 > 0$ и $14 - x > 0$. Поскольку основание логарифмов служит число 3, а оно больше 1, то «освобождаясь» от знаков логарифмов, мы получим неравенство того же смысла: $2x - 4 > 14 - x$.

В итоге получаемсистему неравенств:

$$\begin{cases} 2x - 4 > 0, \\ 14 - x > 0, \\ 2x - 4 > 14 - x. \end{cases}$$

Из первого неравентсва системы находим, что $x > 2$, из второго $x < 14$, а из третьего $x > 6$. Геометрическая иллюстрация



помогает найти решение системы неравенств: $6 < x < 14$.

Ответ: $6 < x < 14$

2.3.3. Равносильные неравенства

Напомним, что решением неравенства $f(x) > g(x)$ называют всякое значение переменной x, которое обращает заданное неравенство с переменной в верное числовое неравенство. Иногда используем термин частное решение. Мноеством всех частных решений неравенства называют общим решением,но чаще употребляют термин решение. Таким образом, термин решение используют в трех смыслах: как общее решение, как частное решение и как процесс, но обычно по смыслу бывает ясно, о чем речь.

Два неравенства с одной переменной $f(x) > g(x)$ и $p(x) > h(x)$ называют равносильными, если их решения (т.е. множества частных решений) совпадают.

Если решение неравенства $f(x) > g(x)$ содержится в решении неравенства $p(x) > h(x)$, то неравенство $p(x) > h(x)$ называют следствием неравенства $f(x) > g(x)$.

2.3.4. Иррациональные неравенства

Обсудим решение неравенства вида $\sqrt{f(x)} < g(x)$.

Во-первых, запишем условие, определяющее ОДЗ: $f(x) \geq 0$.

Во-вторых, заметим, что при $g(x) \leq 0$ неравенство $\sqrt{f(x)} < g(x)$ не имеет решений, значит можно сразу потребовать выполнения условия $g(x) > 0$.

В-третьих,заметим,что при указанных условиях($f(x) \geq 0$ и $g(x) > 0$) обе части неравенства $\sqrt{f(x)} < g(x)$ неотрицательны, значит если возвести их в квадрат, получим неравенство $f(x) < (g(x))^2$, равносильное данному.

Таким образом, иррациональное неравенство $\sqrt{f(x)} < g(x)$ равносильно системе неравенств.

$$\begin{cases} f(x) \geq 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) < \left(g(x)\right)^2. \end{cases}$$

Обсудим решение неравенства вида $\sqrt{f(x)} > g(x)$.

Во-первых, запишем условие, определяющее ОДЗ: $f(x) \geq 0$.

Во-вторых, заметим, что при $g(x) < 0$ справедливость неравенства $\sqrt{f(x)} > g(x)$ не вызывает сомнений (поскольку $\sqrt{f(x)} \geq 0$). Это значит, что решения системы неравенств $f(x) \geq 0$ и $g(x) < 0$ являются одновременно и решениями неравенства $\sqrt{f(x)} > g(x)$.

В-третьих,заметим,что если $g(x) \geq 0$, то обе части неравенства $\sqrt{f(x)} > g(x)$ неотрицательны, значит если возвести их в квадрат, получим неравенство $f(x) > (g(x))^2$, равносильное данному.

Таким образом, иррациональное неравенство $\sqrt{f(x)} > g(x)$ равносильно совокупности систем неравенств:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0, \\ g(x) < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} f(x) \geq 0, \\ g(x) \geq 0, \\ f(x) > \left(g(x)\right)^2. \end{cases}$$

Неравенства, содержащих переменную под знаком модуля, используется определение модуля функции

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), f(x) \geq 0, \\ -f(x), f(x) < 0. \end{cases}$$

Можно также воспользоваться свойствами модуля, в частности, такими, как:

$$|f(x)| \geq 0; |f(x) \cdot g(x)| = |f(x)| \cdot |g(x)|;$$

$$|f(x)|^2 = (f(x))^2; \left|\frac{f(x)}{g(x)}\right| = \frac{|f(x)|}{|g(x)|}; |-f(x)| = |f(x)|;$$

$$|f(x)| > |g(x)| \Leftrightarrow (f(x))^2 > (g(x))^2$$

(аналогичные свойства неравенства имеют место, если в последней равносильности знак $<, \leq, \geq$).

Иногда используется геометрическая интерпретация модуля, согласно которой $|x - a|$ есть расстояние на числовой прямой между точками x и a.

Неравенство вида $|f(x)| > a \Leftrightarrow -a < f(x) < a$, если $a > 0$;

если $a < 0$, то решением неравенства $|f(x)| > a$ является множество допустимых значений функции $f(x)$; если $a = 0$, то решением неравенства $|f(x)| > a$ является множество тех x, для которых $f(x) \neq 0$.

При решении неравенств, применяют метод интервалов для модулей.

Решить неравенство $|3x - 2| > -2$.

Решение. Поскольку $|3x - 2| \geq 0$, то исходное неравенство верно для любого действительного x, т.е. $x \in (-\infty;\ +\infty)$.

Ответ: $x \in (-\infty;\ +\infty)$.

Тригонометрические неравенства, сводящиеся к квадратным

Если тригонометрические неравенства в результате тождественный преобразований сводятся к виду $a\sin^2 t + b\sin t + c \geq 0$ или $a\cos^2 t + b\cos t + c \geq 0$, то вводят подстановку: $y = \sin t\ (y = \cos t), |y| \leq 1$. Получают неравенство вида $ay^2 + by + c \geq 0$.

Решают алгебраическое неравенство, возвращаются к подстановке. Решают простейшее тригонометрическое нераевнство, которое получили в результате подстановки.

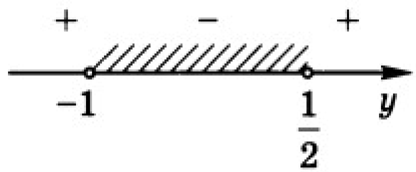
Решить неравенство: $2\sin^2 x + \sin x - 1 < 0$.

Решение. Пусть $\sin x = y, \quad y \in [-1; 1]$,

тогда $2y^2 + y - 1 < 0$.

$y_1 = -1;\ y_2 = \frac{1}{2};\ -1 < y < \frac{1}{2}$.

$\begin{cases} \sin x > -1; \\ \sin x < \frac{1}{2}; \end{cases} \begin{cases} x \neq -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \\ -\frac{7\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$



Ответ: $\left(-\frac{7\pi}{6} + 2\pi n;\ -\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) \cup \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n\right)$.

В приложении 2 приведены задания по темам «уравнения» и «неравенства» разных видов сложности. Для самостоятельного решения обучающихся.

Выводы по второй главе

Материал школьного курса математики, касающийся уравнений и неравенств, обширен и составляет целую содержательно-методическую линию – линию уравнений и неравенств. Эта линия развивается в трех основных направлениях: прикладная направленность, теоретико-математическая направленность, направленность на установление связей счисловой, функциональной линиями и линией тождественных преобразований.

В данной главе были приведены задания по темам «уравнение» и «неравенства» разных видов сложности. Эти задания помогут освоить темы «уравнение» и «неравенства» и успешно подготовить к решению заданий №5, №13, №15 в ЕГЭ.

Заключение

Проведенное исследование в соответствии с поставленными задачами и выдвинутой гипотезой позволило получить следующие результаты:

1. Разработан тест, для выявления проблем подготовки к ЕГЭ;
2. Рассмотрен психофизиологическое состояние выпускников в условиях подготовки и сдаче ЕГЭ;
3. Охарактеризованы особенности организации и системы подготовки учащихся к сдаче ЕГЭ;
4. Систематизированы и обобщены виды уравнений и неравенств, представлены приемы решения
5. Были приведены задания ЕГЭ по теме «Уравнения и неравенства» разных видов сложности.

Библиографический список

1. Бондаренко Е.А. Подготовка учащихся к ЕГЭ и ГИА по математике. [Электронный ресурс]. URL: https://nsportal.ru/shkola/raznoe/library/2013/11/27/podgotovka-uchashchikhsya-k-ege-i-gia-po-matematike.
2. Бродский И.Л. Решение экзаменационных заданий повешенной сложности по алгебре и начала анализа за курс средней школы: Пособие для учителей и учащихся. – М.:АРКТИ, 2001
3. Васюнина О.Б., Самуйлова С.В.,Самуйлов С.В. Некоторые методические аспекты подготовки к ЕГЭ по математике. Научно-методический электронный журнал Концепт, 2016.
4. Воронина О.А. Методические рекомендации по подготовке обучающихся к государственной итоговой аттестации. Майкоп, 2017
5. Высоцкий И.Р и др. Самое полное издание типовый вариантов реальных заданий ЕГЭ: 2014: Математика. М.:А:Астрель, 2014
6. Высоцкий И.Р и др. Единый государственный экзамен 2014. Универсальные материалы для подготовки учащихся (ФИПИ-М.: Интеллект-Центр, 2014).
7. Долгая В.А., Долгая Е.И. Подготовка обучающихся к успешной сдаче ЕГЭ по математике [Электронный ресурс]. URL: https://образование-гречевка.рф/images/doc/METOD/27.pdf.
8. Дугулубова Ф.С. Системаработы учителя математики по подготовке к ЕГЭ. [Электронный ресурс]. URL: https://infourok.ru/doklad-sistema-podgotovki-k-ege-po-matematike-1678896.html.
9. Еремина Л.Ю. Психологические особенности личности школьников и их влияние на успешность сдачи итогового школьного экзамена: на материале ЕГЭ и традиционного экзамена. М., 2007
10. Завертаная Е.И. Психофизиологические особенности состояния организма школьников выпускных классов общеобразовательных школ. Тюмень, 2002
11. Зеленина Н.А., Крутихина М.В. Проблемы подготовки школьников к итоговой аттестации в контексте результатов ЕГЭ по математике 2017 года в Кировской области. Научно-методический электронный журнал Концепт, 2018
12. Иванов К.П. Ускоренный курс математики для сдачи ЕГЭ: учеб. пособие. СПб.: Невский Диалект, 2010.

13.Ильяшева Зайра Жумадельевна. Система подготовки обучающихся к ЕГЭ поматематике. [Электронный ресурс]. URL: https://www.uchportal.ru/publ/13-1-0-9770. 2019
14.Кожухов С.К. Уравнения и неравенства с параметром. Учебно-методические пособие для учителей математики, студентов математических специальностей педагогических вузов, абитуриентов. Орел, 2013.
15.Колесникова С.И. Иррациональные уравнения. ЕГЭ. Математика. М.: ООО «Азбука-2000», 2010.
16.Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования от 18.0.2002 №2783 [Электронный ресурс]. URL: http://docs.cntd.ru/document/901837067
17.Концепция развития математического образования РФ от 24.12.2013г. № 2506-Р [Электронный ресурс]. URL: http://docs.cntd.ru/document/499067348
18.Кондаурова И.К. Внеурочная деятельность и дополнительное математическое образование школьников в условиях ФГОС. В 2 ч. Ч. 1. Саратов, 2015.
19.Красноярский ЦОКО [Электронный ресурс]. URL: https://coko24.ru/wp-content/uploads/2019/09/ГИА11-МО-МАТЕМАТИКА-Б-2019-р..pdf.
20.Красноярский ЦОКО [Электронный ресурс]. URL: https://coko24.ru/wp-content/uploads/2019/09/ГИА11-МО-МАТЕМАТИКА-П-2019.pdf.
21.
22.Кытманов А.М., Лейнартас Е.К., Мысливец С.Г. Математика адаптационный курс. Красноярск: СФУ, 2011.
23.Латыпова Д.Ф. Организация подготовки учащихся к ЕГЭ по математике. Саратов, 2017.
24.Лучина И.В. Педагогические условия совершенствования процесса подготовки учащихся к выпускным экзаменам в общеобразовательной школе. Чебоксары, 2004.
25.Лысенко Ф.Ф., Калабухова С.Ю. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2015:учебно-методическое пособие. Ростов-на-Дону: Легион-М,2014
26.Малкова А.Г. Что такое ЕГЭ по математике профильного уровня? [Электронный ресурс]. URL: https://ege-study.ru/ru/ege/kursy/all/profilnyj-ege-po-matematike/.
27.Матюшина Е.Г. Система подготовки школьников к успешной сдаче ЕГЭ (ОГЭ) по математике. [Электронный ресурс]. URL:

https://multiurok.ru/files/sistiema-podghotovki-shkol-nikov-k-uspieshnoi-sdac.html
28. Мишакова В.Н. Подготовка учащихся 10-11 классов к государственной (итоговой) аттестации. М., 2010.
29. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11классы. В 2 ч. Ч 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень). М.: Мнемозина, 2013.
30. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень). М.:Мнемозина, 2009.
31. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень). М.:Мнемозина, 2009.
32. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. 10 класс. В 2ч. Ч.2. Задачник для обучающихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень). М.: Мнемозина, 2009.
33. Мордкович А.Г. Математика: полный справочник. М.: АСТ: Астрель, 2016.
34. Мордкович А.Г. Решаем уравнения. М.: Школа-Пресс, 1995.
35. Никольский С.М., Потапов М.К. и др. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учеб. Для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. М.: Просвещение, 2009.
36. Никольский С.М., Потапов М.К. и др. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. Для общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни. М.: Просвещение, 2009
37. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. Сдам ГИА: решу ЕГЭ. [Электронный ресурс]. URL: https://ege.sdamgia.ru/
38. Попова Т.С. Эффективные формы организации процесса обучения математике для повышения учебной мотивации. [Электронный ресурс]. URL: http://школьная математика.рф/opyt-uchiteley/Попова%20Т.С.%20Эффективные%20формы%20организации%20процесса%20обучения%20математике%20для%20повышения%20учебной%20мотивации.pdf
39. Роганин А. Математика. Все темы для подготовки к ЕГЭ. М.:Эксмо, 2011.
40. Севрюков П.Ф. Тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения и неравенства: учебное пособие. М.: Илекса; Народное образование; Ставрополь: Сервисшкола, 2009.

41. Семенов А.Л., Ященко И.В. ЕГЭ: 3000 задач с ответами по математике. Все задания группы В.М.:Экзамен, 2014.
42. Сергей Смирнов. Базовый и профильный уровни ЕГЭЭ по математике 2019. [Электронный ресурс]. URL: http://www.egesdam.ru/page13.html
43. Тимофеева В.В. Проблемы подготовки к ЕГЭ по математике. [Электронный ресурс]. URL: https://infourok.ru/problemi-podgotovki-k-ege-po-matematike-1063687.html, 2016.
44. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего(полного) образования [Электронный ресурс]. URL: http://docs.cntd.ru/document/902350579
45. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» [Электронный ресурс]. URL: http://base.garant.ru/70291362/
46. Фокеев М.И. Организационные и методические основы занятий по подготовке сельских школьников к единому государственному экзамену по математике на базе виртуального класса. Саранск, 2009.
47. Шаповал В.В., Митрофанов К.Г. Саплина Е.В. Правила и приемы успешной сдачи экзаменов. М., 2007.
48. Ястребинский Г.А. Уравнения и неравенства, содержащие параметры. Пособие для учителей. М.: Просвещение, 1972.
49. Ященко И.В., Семенов А.В.,Высоцкий И.Р. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2017 года по математике. [Электронный ресурс]. URL:http://www.fipi.ru/sites/default/files/document/1509023556/matematika_2017_.pdf

Приложения

Приложение 1

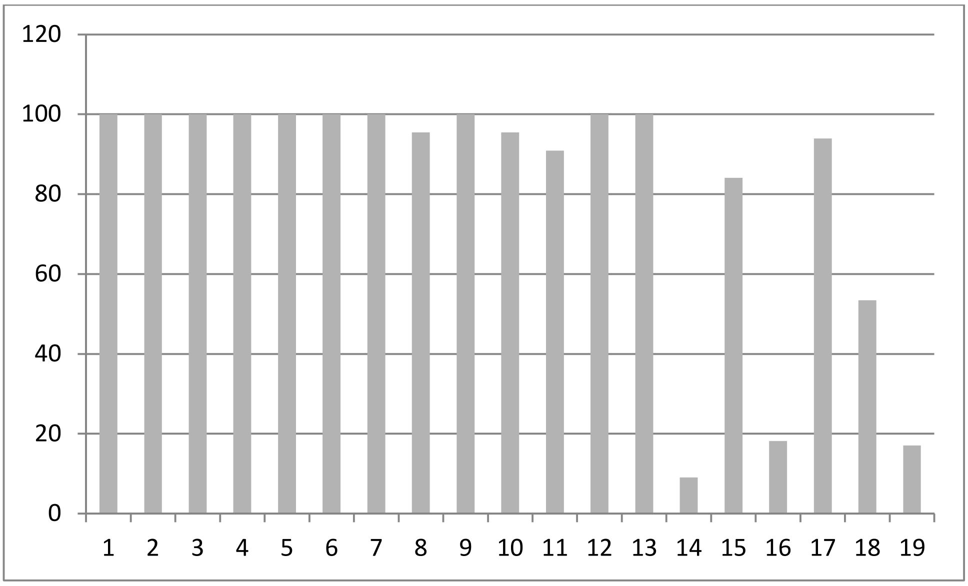
Тренировочный вариант для подготовки к ЕГЭ (профильный уровень)

Задание 1.

В городе N живет 120000 жителей. Среди них 15% детей и подростков. Среди взрослых 90% не работают в образовательных учреждениях. Сколько взрослых работает в образовательных учреждениях?

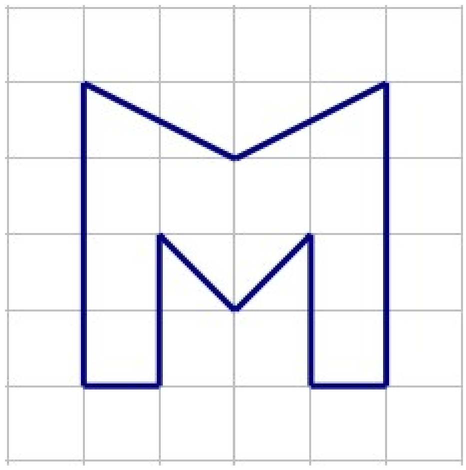
Задание 2.

На диаграмме показан анализ знаний выпускников, сдавших ЕГЭ в 2019г, по каждому заданию. По горизонтали указывается номер задания ЕГЭ, по вертикали процент выполнивших данное задание. Определите по диаграмме на каком задании выявлен наименьший процент знаний у учащихся.



Задание 3.

Найдите площадь фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1см×1см (см.рис). Ответ дайте в квадратных сантиметров.



Задание 4.

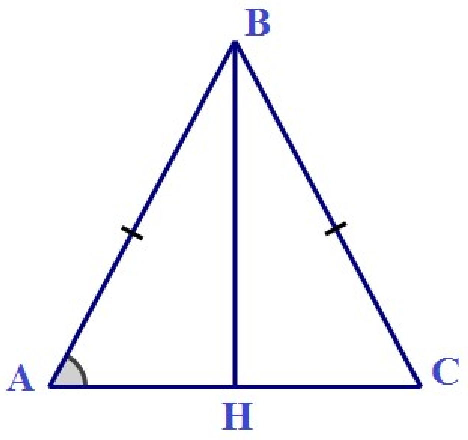
Перед итоговой аттестацией учитель предлагает обучающимся сдать экзамен, в котором содержатся 60 тем из ЕГЭ. Ученик не выучил 4 темы. Найдите вероятность того, что ему попадется тема, которую он выучил. Ответ округлите до сотых.

Задание 5.

Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{21-3x}{3}} = 2$.

Задание 6.

В треугольнике ABC $AB = BC$, $AC = 7$, $\cos A = 0{,}5$. Найдите AB.



Задание 7.

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 2t^2 - 14t + 78$ (где x – расстояние от точки отсчета в метрах, t – время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была 4 м/с ?

Задание 8.

Диаметр основания конуса равен 6, а высота равна 4. Найдите длину образующей.

Задание 9.

Найдите значение выражения $\frac{3(n^{15})^4+9n^{60}}{(2n^{30})^2}$.

Задание 10.

Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U – напряжение в вольтах, R – сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 5 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах.

Задание 11.

Теплоход прошел против течения реки 200км и вернулся в пункт отправления, затратив на обратный путь на 5ч меньше. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 1км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Задание 12.

Найти наибольшее значение функции $y = \frac{x^2+1}{x}$ на отрезке $[-6; -2]$.

Задание 13.

а) Решить уравнение $12 \cdot 4^x - 26 \cdot 6^x + 12 \cdot 9^x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(-1; \frac{7}{3}\right)$.

Задание 14.

В треугольной пирамиде $SABC$ известны боковые ребра: $SA = SB = 13$, $SC = 3\sqrt{17}$. Основанием высоты этой пирамиды является середина медианы CM треугольника ABC. Эта высота равна 12.

а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

б) Найдите объем пирамиды $SABC$.

Задание 15.

Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(4-x) \geq \log_{\frac{1}{2}} 2 - \log_{\frac{1}{2}}(x-1)$.

Задание 16.

В треугольнике ABC вписана окружность радиуса R, касающаяся стороны AC в точке M, причем $AM = 2R$ и $CM = 3R$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R = 2$.

Задание 17.

В 1-е классы поступает 37 человек: 22 девочки и 15 мальчиков. Их распределили по двум классам: в одном должно получиться 18 человека, а в другом 19. После распределения посчитали процент девочек в каждом классе и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение по классам, чтобы полученная сумма была наибольшей?

Задание 18.

Найдите все положительные значения а, при которых область определения функции $y = ((\sqrt{a})^{2x+1} + \sqrt{x} \cdot a^3 - x^{0.5+x\,\mathrm{lo}\ _{x}a} - (\sqrt{a})^7)^{0.5}$ содержит не более двух целых чисел.

Задание 19.

Перед каждым из чисел $14, 15, \dots, 20$ и $6, , \dots, 10$ произвольным образом ставят знак плюс или знак минус, после чего от каждого из образовавшихся чисел первого набора отнимают каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 35 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

Приложение 2

Примеры заданий ЕГЭ профильного уровня по теме «Простейшие уравнения»

Задание 5 № 26662

Найдите корень уравнения: $\frac{4}{7}x = 7\frac{3}{7}$.

Задание 5 № 26663

Найдите корень уравнения: $-\frac{2}{9}x = 1\frac{1}{9}$.

Задание 5 № 510118

Найдите корень уравнения $(x-10)^2 = (x+4)^2$.

Задание 5 № 77369

Решите уравнение $(x-6)^2 = -24x$.

Задание 5 № 77371

Найдите корень уравнения: $\frac{1}{3}x^2 = 16\frac{1}{3}$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Задание 5 № 282849

Найдите корень уравнения $(x-1)^3 = 8$.

Задание 5 № 26664

Найдите корень уравнения $\frac{x-119}{x+7} = -5$.

Задание 5 № 77367

Решите уравнение $\frac{13}{2x^2-7} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Задание 5 № 315119

Найдите корень уравнения $\frac{1}{3x} = \frac{1}{4x-11}$.

Задание 5 № 26656

Найдите корень уравнения $\sqrt{15-2x} = 3$.

Задание 5 № 26668

Найдите корень уравнения $\sqrt{-72-17x} = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Задание 5 № 77373

Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{1}{15-4x}} = 0{,}2$.

Задание 5 № 26650

Найдите корень уравнения $2^{4-2x} = 64$.

Задание 5 № 26655

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{9}\right)^{x-1} = 3$.

Задание 5 № 509082

Найдите корень уравнения $7^{18{,}5x+0{,}7} = \frac{1}{343}$.

Задание 5 № 26646

Найдите корень уравнения $\log_2(4-x) = 7$.

Задание 5 № 26648

Найдите корень уравнения $\log_5(5-x) = \log_5 3$.

Задание 5 № 266599

Решите уравнение $\log_5(x^2 + 2x) = \log_5(x^2 + 10)$.

Примеры заданий ЕГЭ профильного уровня по теме «Уравнения»

Задание 13 № 521850

Решите уравнение $\sqrt{x^4+8x^3+2x^2-1}=\sqrt{x^4+2x^2}$.

Задание 13 № 520994

а) Решите уравнение $x-3\sqrt{x-1}+1=0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\sqrt{3};\sqrt{20}]$.

Задание 13 № 521846

Решите уравнение $\sqrt{\frac{2-x}{x-1}}-7\sqrt{\frac{x-1}{2-x}}=6$.

Задание 13 № 519658

а) Решите уравнение $\sqrt{x^3-4x^2-10x+29}=3-x$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\sqrt{3};\sqrt{30}]$.

Задание 13 № 519423

а) Решите уравнение $\frac{(x-2)^2}{2}+\frac{18}{(x-2)^2}=7\left(\frac{x-2}{2}-\frac{3}{x-2}\right)+10$.

б) Укажите его корни, принадлежащие отрезку $[-2;2]$.

Задание 13 № 519425

а) Решите уравнение $\frac{(x-1)^2}{8}+\frac{8}{(x-1)^2}=7\left(\frac{x-1}{4}-\frac{2}{x-1}\right)-1$.

б) Укажите его корни, принадлежащие отрезку $[-2;2]$.

Задание 13 № 507886

а) Решите уравнение $2\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=tg\ x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$.

Задание 13 № 507886

а) Решите уравнение $2\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=tg\ x.$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$.

Задание 13 № 485932

а) Решите уравнение $\cos\left(\frac{3\pi}{2}+2x\right)=\cos x.$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Задание 13 № 485932

а) Решите уравнение $2\sin(\pi+x)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi;\frac{9\pi}{2}\right]$.

Задание 13 № 514082

а) Решите уравнение $\log_5(2-x)=\log_{25}x^4$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_9\frac{1}{82};\log_9 8\right]$.

Задание 13 № 517739

а) Решите уравнение $\log_2(x^2-14x)=5$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_3 0{,}1;5\sqrt{10}\right]$.

Задание 13 № 502094

а) Решите уравнение $9^{x-\frac{1}{2}}-8\cdot3^{x-1}+5=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(1; \frac{7}{3}\right)$.

Задание 13 № 503127

а) Решите уравнение $4^{x^2-2x+1} + 4^{x^2-2x} = 20$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1; 2]$.

Задание 13 № 507595

а) Решите уравнение $\cos 2x = \sin(x + \frac{\pi}{2})$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi; -\pi]$.

Задание 13 № 509579

а) Решите уравнение $\cos 2x - 3\cos x + 2 = 0$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Задание 13 № 510106

а) Решите уравнение $\cos 2x - 5\sqrt{2}\cos x - 5 = 0$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Задание 13 № 512335

Решите уравнение $(tg^2\, x - 1)\sqrt{13\cos x} = 0$.

Задание 13 № 501689

а) Решите уравнение $15^{\cos x} = 3^{\cos} \cdot 5^{\sin}$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[5\pi; \frac{13\pi}{2}\right]$.

Задание 13 № 501689

а) Решите уравнение $\frac{9^{\sin 2x} - 3^{2\sqrt{2}\sin x}}{\sqrt{11}} = 0$.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.

Примеры заданий ЕГЭ профильного уровня по теме «Неравенства»

Задание 15 № 507658

Решите неравенство $\frac{x^2-2x+1}{(x+2)^2}+\frac{x^2+2x+1}{(x-3)^2} \le \frac{(2x^2-x+5)}{2(x+2)^2(x-3)^2}$.

Задание 15 № 508212

Решите неравенство $(x^2-3{,}6x+3{,}24)(x-1{,}5) \le 0$.

Задание 15 № 508345

Решите неравенство $1-\frac{2}{|x|} \le \frac{23}{x^2}$.

Задание 15 № 508347

Решите неравенство $\frac{6}{x\sqrt{3}-3}+\frac{x\sqrt{3}-6}{x\sqrt{3}-9} \le 2$.

Задание 15 № 511239

Решите неравенство $\frac{2\sqrt{x+3}}{x+1} \le \frac{3\sqrt{x}+3}{x+2}$.

Задание 15 № 508211

Решите неравенство $2^{x^2} \le 4 \cdot 2^x$.

Задание 15 № 508234

Решите неравенство $25^x+5^{x+1}+5^{1-x}+\frac{1}{25^x} \le 12$.

Задание 15 № 507254

Решите неравенство $2^{x^2} \le 4 \cdot 2^x$.

Задание 15 № 508234

Решите неравенство $25^x + 5^{x+1} + 5^{1-x} + \frac{1}{25^x} \leq 12$.

Задание 15 № 507254

Решите неравенство

$\log_3 \frac{1}{x} + \log_3(x^2 + 3x - 9) \leq \log_3(x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10)$.

Задание 15 № 507708

Решите неравенство

$\log_2(x^2 - 4) - 3\log_2 \frac{x+2}{x-2} > 2$.

Задание 15 № 507635

Решите неравенство $\frac{\log_2(2x) \cdot \log_{0,5x} 2}{\log_{0,125x} 8} \leq 1$.

Задание 15 № 507646

Решите неравенство $\frac{\log_2(8x) \cdot \log_{0,125x} 2}{\log_{0,5x} 16} \leq \frac{1}{4}$.

Задание 15 № 507670

Решите неравенство $((-x + 1)^{-1} - (-x + 4)^{-1})^2 \leq \frac{|x^2+6x|}{(x^2-5x+4)^2}$.

Задание 15 № 507670

Решите неравенство $25x^2 - 3|3 - 5x| < 30x - 9$.

Задание 15 № 507693

Решите неравенство $\frac{(x^2+x)\log_8(x^2+4x-4)}{|x-2|} \geq \frac{\log_8(-x^2-4x+4)^6}{x-2}$.

Задание 15 № 507779

Решите неравенство $\frac{1-\sqrt{1-4\log^2{}_8 x}}{\log_8 x} < 2.$

Задание 15 № 508445

Решите неравенство $\frac{3^{|x^2-2x-1|}-9}{x} \geq 0.$

Задание 15 № 508458

Решите неравенство $9^{\lg x} + x^{2\lg 3} \geq 6.$