

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет/филиал математики, физики и информатики  
(полное наименование института/факультета/филиала)  
Выпускающая(ие) кафедра(ы) математики и методики обучения математике  
(полное наименование кафедры)

**Бондарева Яна Алексеевна**

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

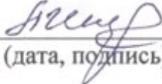
**ТЕМА ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ  
КОМПЕТЕНТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 9-Х КЛАССОВ В  
ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРЕ И ГЕОМЕТРИИ**

Направление подготовки/специальность 44.04.01 Педагогическое образование  
(код направления подготовки/код специальности)

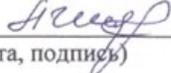
Магистерская программа Математическое образование в условиях ФГОС  
(наименование профиля программы)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

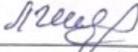
Зав.кафедрой:  
д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина

«11.12» 2019 г.   
(дата, подпись)

Руководитель магистерской программы  
д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина

«09.12» 2019 г.   
(дата, подпись)

Научный руководитель  
Д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина

«09.12» 2019 г.   
(дата, подпись)

Дата защиты 27.12.2019.

Обучающийся Я.А. Бондарева  
«27.11» 2019 г.   
(дата, подпись)

Оценка \_\_\_\_\_  
(прописью)

Красноярск 2019

## Оглавление

Введение.....	3
Глава I. Психолого-педагогические и нормативные основания формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии.....	11
1.1. Математическая компетентность обучающихся 9-х классов как педагогический феномен.....	11
1.2. Структура и критерии сформированности математической компетентности обучающихся 9-х классов.....	17
1.3. Методическая модель формирования математической компетентности учащихся 9-х классов.....	29
Выводы по I главе.....	35
Глава II. Методика формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии.....	36
2.1. Целевой и содержательный компоненты методики формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии.....	36
2.2. Методы, формы и средства формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии.....	45
2.3. Описание и результаты опытно-экспериментальной работы по реализации модели формирования обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии.....	76
Выводы по II главе.....	87
Заключение.....	88
Библиографический список.....	90

*Реферат магистерской диссертации  
Бондаревой Яны Алексеевны*

*По теме: «Формирование математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии»*

Магистерская диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, списка используемой литературы, включающего 46 источников. Текст диссертации содержит 5 таблиц и 17 рисунков. Общий объём диссертации 94 страницы.

Цель исследования: разработать и апробировать методику обучения алгебре и геометрии, способствующую повышению уровня сформированности математической компетентности обучающихся 9-х классов.

Магистерская диссертация решала следующие задачи:

1) Конкретизировать понятие «математическая компетентность» обучающихся 9-х классов, определить и обосновать основные принципы ее формирования в процессе обучения алгебре и геометрии;

2) Разработать методическую модель формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии;

3) Определить целевой и содержательный компоненты методики формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии;

4) Раскрыть и обосновать выбор методов, форм и средств обучения математике, которые будут способствовать результативному формированию математической компетентности обучающихся 9-х классов.

5) Проверить эффективность разработанной методики формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в образовательной практике.

В основу нашего исследования положена следующая гипотеза: если в процессе обучения алгебре и геометрии целенаправленно и систематически применять специальный комплекс форм, методов, средств и содержания обучения, учитывающих структуру математической компетентности обучающихся 9-х классов как целевой компонент, то это будет способствовать формированию их математической компетентности.

В магистерской диссертации были использованы такие методы, как анализ психолого-педагогической и методической литературы по проблеме исследования, наблюдение, анкетирование школьников, анализ продуктов деятельности обучающихся и организация, проведение педагогического эксперимента.

В первой главе выявлена сущность понятия «математическая компетентность»; проведено содержательное наполнение основных структурных компонентов: когнитивный, праксиологический, аксиологический; разработана методическая модель формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии.

Во второй главе разработана методика формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии. Проведена экспериментальная проверка эффективности данной разработки; проанализированы полученные результаты.

Abstract of the master's thesis

Bondareva Yana Alekseevna

On the topic: Formation of the mathematical competence of students in 9th grade in the process of learning algebra and geometry.

The master's thesis consists of an introduction, two chapters, a conclusion, a list of used literature, including 46 sources. The text of the dissertation contains 5 tables and 17 figures. The total volume of the thesis is 94 pages.

The purpose of the study: to develop and test a methodology for teaching algebra and geometry, which helps to increase the level of formation of the mathematical competence of students in 9th grade.

The master's thesis solved the following problems:

1) Concretize the concept of "mathematical competence" of students in 9th grade, identify and justify the basic principles of its formation in the process of teaching algebra and geometry;

2) To develop a methodological model for the formation of mathematical competence of students in 9th grade in the process of learning algebra and geometry;

3) Determine the target and substantive components of the methodology for the formation of mathematical competence of students in 9th grade in the process of learning algebra and geometry;

4) To reveal and justify the choice of methods, forms and means of teaching mathematics that will contribute to the effective formation of the mathematical competence of students in grades 9.

5) Check the effectiveness of the developed methodology for the formation of mathematical competence of students of 9th grade in educational practice.

The basis of our research is based on the following hypothesis: if in the process of teaching algebra and geometry purposefully and systematically apply a special complex of forms, methods, tools and content of training, taking into account the structure of mathematical competence of students of 9th grade as a target component, this will contribute to the formation of their mathematical competency.

In the master's thesis, methods were used such as the analysis of psychological, pedagogical and methodological literature on the research problem, observation, questioning of schoolchildren, analysis of the products of students' activities and organization, conducting a pedagogical experiment.

The first chapter reveals the essence of the concept of "mathematical competence"; The content of the main structural components was carried out:

cognitive, praxiological, axiological; A methodological model for the formation of mathematical competence of students in 9th grade in the process of learning algebra and geometry has been developed.

In the second chapter, a methodology for the formation of mathematical competence of students in 9th grade in the process of learning algebra and geometry is developed. An experimental verification of the effectiveness of this development; the results are analyzed.

## **Введение**

В настоящее время в современном мире востребована личность, способная к постоянному обновлению и повышению уровня своих знаний, умеющая применять их в измененной ситуации, готовая творчески подходить к решению возникших проблем. В связи с этим перед общеобразовательными учреждениями встает задача формирования различных компетентностей обучающихся, что особенно важно в старшем школьном возрасте, характеризующемся осознанным приобретением научных знаний и общетрудовых умений для дальнейшей профессиональной деятельности.

Системно-деятельностный и компетентностный подходы в образовании в дополнение концепции «усвоения знаний, умений и навыков» предполагают освоение обучающимися различного рода умений, позволяющих им в будущем действовать эффективно в ситуациях профессиональной, личной и общественной жизни, а особенно в новых, неопределенных, проблемных ситуациях. Предполагается, что в основу обновленного содержания общего образования будет положено формирование и развитие ключевых компетенций учеников.

Помимо ключевых компетенций, общих для всех предметных областей, выделяются и предметные компетенции. В частности, математическая компетенция, которая способствует адекватному применению математики для решения возникающих в повседневной жизни проблем.

Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО), (5-9 классы), формулирует требования к основным метапредметным и предметным результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования, с помощью которых можно охарактеризовать сформированность математической компетентности.

Математическая компетентность как личностное качество свидетельствует о развитии интеллектуальных, исследовательских и творческих умений школьника, способствует их дальнейшему совершенствованию в старших классах. Формирование математической компетентности школьников является одним из эффективных средств его приобщения к методам научного познания, так как направлено на овладение общими логическими приёмами мышления (индукция, дедукция, анализ, синтез, аналогия, обобщение, абстрагирование, конкретизация), необходимыми как в любой профессии, так и в повседневной деятельности, будь это обычное рассуждение или сложный процесс выдвижения гипотез.

Поскольку образовательные учреждения всех уровней призваны решать общую социально-педагогическую задачу формирования личности с активным отношением к действительности, проблема формирования математической компетентности как качества, определяющего личностный рост школьника и обеспечивающего эффективность образовательного процесса, приобретает особую значимость.

Анализ психолого-педагогической литературы свидетельствует о том, что в настоящее время накоплен определенный объем знаний, необходимых для постановки и решения проблемы корректировки образовательного процесса с целью формирования математической компетентности обучающихся.

Существует широкий спектр работ, посвященных формированию и развитию компетентностей обучающихся. Результаты исследования психологической специфики данного понятия представлены в публикациях И.А. Зимней, А.К. Марковой, М.А. Холодной. На психолого-педагогическом уровне рассмотрены содержание, структура и функции компетентностей (Т.М. Балыхина, А.Н. Дахин, О.А. Козырева, Ю.Н. Кулюткин, О.Е. Лебедев, Л.И. Панарин, Н.Ф. Радионова, В.В. Сериков, Т.А. Степанов, А.П. Тряпицына, А.В. Хуторской, М.А. Чошанов, В.Д. Шадриков, С.Е. Шишов,

Б.Д. Эльконин), их классификация (Г.К. Селевко), особенности в контексте профессионального образования (Э.Ф. Зеер, В.А. Сластенин, И.П. Смирнов, Ю.Г. Татур).

Различные аспекты формирования математической компетентности старшеклассника в образовательном процессе освещены в трудах педагогов-математиков:

- содержание и структура математической компетентности школьника (К.А. Краснянская, Н.Г. Ходырева), ее формирование (Т.С. Полякова);

- особенности содержания математического образования в историко-педагогической ретроспективе (В.С. Болодурин, А.Н. Колмогоров, Ю.М. Колягин, В.Д. Павлидис, Дробышев Ю.А., Полякова Т.С.);

- понимающее усвоение математики старшеклассниками (Э.К. Брейтигам, И.Г. Попова, Е.В. Пономарева);

- лично-развивающие математические задачи (О.В. Ефременкова, Г.В. Лаврентьев, К.Я. Хабибуллин);

- исследовательская деятельность по математике (Е.В. Баранова, Л.В. Лихачева, Д. Пойа, С.Н. Скарбич);

- готовность к самообразованию и практическому применению математических знаний (С.Н. Мухина);

- совершенствование работы учителя математики (Я.И. Груденов, Г.И. Саранцев).

Теоретический анализ позволяет отметить, что в отечественной психолого-педагогической науке, во-первых, недостаточно раскрыта сущность формирования математической компетентности школьников, во-вторых, не создано единого подхода к определению структуры данного процесса, в-третьих, остаются малоизученными вопросы потенциальных возможностей образовательного процесса в формировании математической компетентности обучающихся.

В ходе анализа содержания школьных учебников по математике 9-х классов было выявлено следующее: у большинства авторов учебников содержатся задачи и упражнения на отработку математических умений и довольно редко можно встретить задачи помогающие учиться думать, рассуждать, делать наблюдения и выводы. Как известно из практики наибольший интерес вызывают у учащихся задачи, взятые из окружающей жизни, естественным образом связанные со знакомыми вещами. Нельзя не согласиться с мнением известного математика Д. Пойя: «...если преподаватель математики заполнит отведенное ему учебное время натаскиванием учащихся в шаблонных упражнениях, он убьет их интерес, затормозит их умственное развитие и упустит свои возможности».

Таким образом, можно выделить наличие **противоречий** между:

1) востребованностью государством, обществом и личностью математической компетентности и недостаточным уровнем ее сформированности у обучающихся, освоивших образовательные программы основного общего образования;

2) возможностями учебных математических дисциплин для формирования и развития математической компетентности обучающихся и недостаточной разработанностью методик обучения математике, позволяющих эффективно формировать математическую компетентность.

**Цель исследования:** разработать и апробировать методику обучения алгебре и геометрии, способствующую повышению уровня сформированности математической компетентности обучающихся 9-х классов.

**Объект:** математическая подготовка учащихся 9-х классов.

**Предмет:** методика формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии.

**Гипотеза:** если в процессе обучения алгебре и геометрии целенаправленно и систематически применять специальный комплекс форм,

методов, средств и содержания обучения, учитывающих структуру математической компетентности обучающихся 9-х классов как целевой компонент, то это будет способствовать формированию их математической компетентности.

В соответствии с поставленной целью, объектом, предметом и гипотезой исследования были сформулированы следующие **задачи исследования:**

1) конкретизировать понятие «математическая компетентность» обучающихся 9-х классов, определить основные принципы ее формирования в процессе обучения алгебре и геометрии;

2) разработать методическую модель формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии;

3) определить целевой и содержательный компоненты методики формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии;

4) раскрыть и обосновать выбор методов, форм и средств обучения математике, которые будут способствовать результативному формированию математической компетентности обучающихся 9-х классов.

5) проверить эффективность разработанной методики формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в образовательной практике.

Для решения поставленных задач применялись следующие **методы исследования:** анализ психолого-педагогической и методической литературы по проблеме исследования, моделирование, наблюдение, анкетирование школьников, анализ продуктов деятельности обучающихся и организация, проведение педагогического эксперимента, методы обработки экспериментальных данных.

**Научная новизна исследования** заключается в следующем:

- выделены и обоснованы основные структурно-содержательные компоненты математической компетентности обучающихся 9-х классов;

- научно обоснована и разработана методическая модель формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии;

- разработана методика формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии.

***Теоретическая значимость*** результатов исследования заключается в том, что:

- сформулированы и обоснованы основные принципы формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии;

- разработаны и охарактеризованы критерии и уровни сформированности математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии.

***Практическая значимость работы*** заключается в разработке методических рекомендаций способствующих эффективному формированию математической компетентности обучающихся 9-х классов, внедрении их в процесс обучения алгебре и геометрии.

***На защиту выносятся следующие положения:***

1. Математическая компетентность обучающихся – это интегративное динамическое личностное качество, характеризующееся освоенностью совокупности математических компетенций как способности и готовности адаптировать и применять математические знания в образовательном процессе и повседневной жизни. Структура математической компетентности обучающихся 9-х классов включает компоненты: когнитивный, праксиологический, аксиологический.

2. Методическая модель формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии ориентирована на положительную динамику ее сформированности, если:

✓ теоретико-методологическую основу составляют нормативно-правовые документы, компетентностный, системно-деятельностный подходы и основные принципы формирования математической компетентности: целостности, адаптивности, поэтапности, междисциплинарности, преемственности, активности;

✓ содержательно-технологический компонент представляет обоснованный комплекс содержания, методов и форм обучения математике, направленных на формирование математической компетентности обучающихся 9-х классов;

✓ оценочно-результативный компонент содержит обоснованные критерии и уровни сформированности математической компетентности обучающихся 9-х классов, диагностические средства, методики и процедуры выявления и оценивания уровня сформированности их математической компетентности.

3. Методика формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов при обучении алгебре и геометрии направлена на повышение уровня ее сформированности, если ее основные компоненты соответствуют разработанной методической модели, а именно:

✓ целевой – отражает направленность целей обучения математике на овладение совокупностью математических компетенций, отвечающих нормативным документам, требованиям ФГОС ООО и личным потребностям обучающихся;

✓ организационно - деятельностный - включает в себя теоретико-методологические подходы (компетентностный, системно – деятельностный, личностно – ориентированный, цифровой) и дидактические принципы

(целостности, адаптивности, поэтапности, междисциплинарности, преемственности);

✓ содержательно-технологический – обогащает содержание курса алгебры и геометрии методами, формами и средствами обучения;

✓ оценочно - результативный – разработан с учетом специфики формируемой математической компетентности, включает индикаторы оценивания и самоконтроль самих учащихся.

*Структура и объём диссертации:* диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, списка используемой литературы, включающего 46 источников. Текст диссертации содержит 5 таблиц и 17 рисунков. Общий объём диссертации 94 страницы.

# **Глава I. Психолого-педагогические и нормативные основания формирования математической компетентности учащихся 9-х классов в процессе математической подготовки**

## **1.1. Математическая компетентность обучающихся 9-х классов как педагогический феномен**

Одним из подходов, активно развивающихся в современной педагогике, является компетентностный подход. Основная идея этого подхода может быть определена как усиление практической ориентации образования, выход за пределы знаниевого образовательного пространства. В качестве результатов образования, значимых в любой сфере деятельности человека, рассматривается не сумма усвоенной информации, а способности человека действовать в различных проблемных ситуациях.

Под компетентностным подходом в образовании понимается способ обучения, ориентированный на овладение учащимися ключевыми компетенциями, являющимися универсальными для освоения различных видов деятельности, а также требующими умения использовать средства, адекватные складывающейся ситуации [45].

В докладе международной комиссии по образованию для XXI века «Образование: сокровитное сокровище» Ж. Делор сформулировал основные компетентности – «четыре столпа», на которых основывается образование: научиться познавать, научиться делать, научиться жить вместе, научиться жить [5].

И.А. Зимняя понимает под компетентностью актуальное, формируемое личностное качество как основывающуюся на знаниях, интеллектуально и личностно обусловленную социально-профессиональную характеристику человека. Компетенции определяются автором как

некоторые внутренние, потенциальные, сокрытые психологические новообразования (знания, представления, программы (алгоритмы) действий, системы ценностей и отношений), выявляемые в компетентности [8].

В.А. Болотов, В.В. Сериков отмечают, что компетентность – это «способ существования знаний, умений, образованности, способствующий личностной самореализации, нахождению воспитанником своего места в мире» [2]. Авторы подчеркивают, что компетентностный подход выдвигает на первое место не информированность ученика, а умения разрешать проблемы, возникающие в следующих ситуациях:

- 1) в познании и объяснении явлений действительности;
- 2) при освоении современной техники и технологии;
- 3) во взаимоотношениях людей, в этических нормах, при оценке собственных поступков;
- 4) в практической жизни при выполнении социальных ролей гражданина, члена семьи, покупателя, клиента, зрителя, горожанина, избирателя;
- 5) в правовых нормах и административных структурах, в потребительских и эстетических оценках;
- 6) при выборе профессии и оценке своей готовности к обучению в профессиональном учебном заведении, когда необходимо ориентироваться на рынке труда;

при необходимости разрешать собственные проблемы: жизненного самоопределения, выбора стиля и образа жизни, способов разрешения конфликтов.

А.В. Хуторской предлагает под компетенцией понимать совокупность взаимосвязанных качеств личности (знаний, умений, навыков, способов деятельности), задаваемых по отношению к определенному кругу предметов и процессов и необходимых, чтобы качественно, продуктивно действовать по отношению к ним. Компетентность автор определяет как владение

соответствующей компетенцией, включающее его личностное отношение к ней и предмету деятельности [43].

А.В.Хуторской выделил ряд ключевых компетенций, которые должны являться основным результатом образовательного процесса:

1. Ценностно-смысловая - это основная ориентированность учеников, их готовность видеть и понимать окружающий мир, ориентироваться в нем, осознавать свою роль и предназначение, это способность ставить цели и принимать решения. От данных компетенций зависит учебная деятельность и дальнейшая жизнь ученика.

2. Общекультурная - осведомленность обучающегося в особенностях национальной и общечеловеческой культуры, духовно-нравственных основах жизни человека и человечества, отдельных народов, культурологических основах семейных, социальных, общественных явлениях и традициях, роли науки и религии в жизни человека, их влиянии на мир, эффективных способах организации свободного времени.

3. Учебно-познавательная - готовность к самостоятельной познавательной деятельности и использованию различных видов деятельности. Умение ставить цели, планировать, анализировать и давать оценку своей деятельности. Способность действовать в различных нестандартных ситуациях.

4. Информационная - способность самостоятельно добывать, анализировать и отбирать необходимую информацию с различных источников. Владение современными средствами ИТ.

5. Коммуникативная - знания способов взаимодействия с окружающими людьми, навыки работы в группе. Развитость устной и письменной речи. Умение задавать вопросы, а так же давать четкий аргументированный ответ. Владения способами межкультурного общения.

6. Социально-трудовая - владение знаниями и опытом в гражданско-общественной деятельности (выполнение роли гражданина, наблюдателя,

избирателя, представителя), в социально-трудовой сфере (права потребителя, покупателя, клиента, производителя), в области семейных отношений и обязанностей, в вопросах экономики и права, в профессиональном самоопределении.

7. Личностная (самосовершенствование) – овладение различными способами деятельности исходя из своих интересов, постоянное самосовершенствование в духовном, физическом и интеллектуальном плане [44].

Кроме ключевых компетенций, общих для всех предметных областей, существуют и предметные компетенции – это специфические способности, необходимые для эффективного выполнения конкретного действия в конкретной предметной области и включающие узкоспециальные знания, особого рода предметные умения, навыки, способы мышления.

Математическая компетентность как педагогический феномен изучалась рядом известных авторов и рассматривалась, как способность обучающегося структурировать данные (ситуацию), выделять математические отношения, создавать математическую модель ситуации, анализировать и преобразовывать ее, интерпретировать полученные результаты [46].

Одна из немногих попыток ввести понятие “математическая компетентность” предпринята в работе Н.Г. Ходыревой. Понятие математической компетентности она конкретизирует через описание ее когнитивной, мотивационно-ценностной и рефлексивной сфер. Когнитивная (содержательно-операционная) сфера математической компетентности включает предметные знания, умения и навыки, навыки совершенствования математических знаний и умений, знание межпредметных связей, знание истории математики и т.д. [42].

Казачек Н.А. под математической компетентностью понимает интегральное свойство личности, выражающееся в наличии глубоких знаний

по математике, в умении применять имеющиеся знания в новой ситуации, способности достигать значимых результатов и качества в деятельности. Иначе говоря, математическая компетентность предполагает наличие высокого уровня знаний и опыта самостоятельной деятельности на основе этих знаний [9].

В международном исследовании образовательных достижений учащихся PISA математическую компетентность рассматривают как проявление математической грамотности, способность опознать практическую проблему, решаемую средствами математики, умение сформулировать и решить соответствующую математическую задачу, проинтерпретировать полученный результат на языке проблемы. Авторы зарубежного тестирования компетентности PISA оценивают не каждую компоненту математической грамотности по отдельности, а комплексное проявление способностей и умений, которое и называют математической компетентностью [30].

Выделяют три уровня математической компетентности:

I уровень (уровень воспроизведения) - это непосредственное применение базовых математических знаний в известных ситуациях, знание стандартных приемов решения, распознавание математических объектов и свойств, применение известных алгоритмов, работа со знакомыми выражениями и формулами, прямое выполнение вычислений.

II уровень (уровень установления связей) - установление связей и объединение материала по различным математическим темам, для решения поставленной задачи. Применение знаний в достаточно сложных ситуациях. Способность решать многошаговые задачи (упорядочивать, соотносить и вычислять). Умения составлять уравнения, решать задания, используя различные формулы, интерпретировать информацию, представленную в таблицах или графиках.

III уровень (уровень рассуждений) - применение интуиции, размышлений и творчества в выборе математических методов и способов решения заданий, интегрирование знаний из разных разделов курса математики, самостоятельная разработка алгоритма действий. Умения составлять математическую модель. Способность решать нестандартные задачи, делать обобщения, выводы на основе исходных данных [30].

Резюмируя вышесказанное, можно утверждать, что:

1) понятия «компетенция» и «компетентность» не являются синонимами, исходя из того, что первое относится к общему в содержании компетентностного образования, а второе – к индивидуальному;

2) компетентность предполагает наличие минимального опыта проявления компетенции;

3) компетенция – это динамическое интегративное качество человека, включающее в себя не только знания, умения, навыки, но способность и готовность проявить их в решении актуальных задач;

4) любая компетенция имеет мотивационную и ценностную основу, выражающуюся в готовности осваивать и использовать знания, умения и способы деятельности в различных ситуациях;

5) когнитивная основа компетенции определяется способностью использовать результаты образования;

6) компетенция формируется и проявляется в деятельности [45].

## **1.2. Структура и критерии сформированности математической компетентности обучающихся 9-х классов**

Создание методик и инструментария для оценки результатов обучения в компетентностном формате во многом зависит от того, насколько правильно смоделирована структура и содержание компетенций, насколько она поддается операционализации, представляется в виде некоторой системы показателей, поддающихся измерению либо экспертному оцениванию.

В своем исследовании мы придерживаемся предложенного авторами, в работе [45], подхода к моделированию структуры компетентности. Согласно этому подходу в структуре математической компетентности можно условно выделить три основных составляющих: когнитивный, праксиологический и аксиологический компоненты.

Когнитивный компонент включает систему знаний, которая необходима обучающимся для решения актуальных задач учебной деятельности, а так же определяет уровень интеллектуального развития. К элементам когнитивного компонента относятся такие элементы как знания в области реальных объектов, по отношению к которым вводится компетенция и знания в области методов, способов и приемов деятельности в сфере данной компетенции.

Праксиологический компонент включает совокупность умений, навыков и способов деятельности обучающихся, и их применение в собственной учебной деятельности.

Аксиологический компонент предполагает осознание обучающимися ценности и значимости математики как науки, а так же включает рефлексивные способности, позволяющие проводить анализ и давать оценку собственной деятельности, корректировать ее и осуществлять самоконтроль [38].

Прежде чем моделировать структуру математической компетентности, рассмотрим требования ФГОС ООО к математической подготовке обучающихся 9-х классов.

Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО), (5-9 классы), формулирует, основные метапредметные и предметные результаты освоения основной образовательной программы основного общего образования, а именно:

- сформированное представление о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления;

- умение работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений;

- представления о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел; овладение навыками устных, письменных, инструментальных вычислений;

- владение символьным языком алгебры, приемами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств; умения моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат;

- владение системой функциональных понятий, развитие умения использовать функционально-графические представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей;

- владение геометрическим языком; развитие умения использовать его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных

представлений, изобразительных умений, навыков геометрических построений;

- сформированные систематические знания о плоских фигурах и их свойствах, представлений о простейших пространственных телах; развитие умений моделирования реальных ситуаций на языке геометрии, исследования построенной модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решения геометрических и практических задач;

- владение простейшими способами представления и анализа статистических данных; формирование представлений о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения, о простейших вероятностных моделях; развитие умений извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, описывать и анализировать массивы числовых данных с помощью подходящих статистических характеристик, использовать понимание вероятностных свойств окружающих явлений при принятии решений;

- умения применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, компьютера, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах.

Изучение предметной области «Математика» должно обеспечить:

- осознание значения математики в повседневной жизни человека;
- понимание роли информационных процессов в современном мире;

- формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

Согласно требованиям федерального государственного стандарта, в результате изучения предметной области «Математика и информатика», обучающиеся:

- развивают логическое и математическое мышление, получают представление о математических моделях;
- овладевают математическими рассуждениями;
- учатся применять математические знания при решении различных задач и оценивать полученные результаты;
- овладевают умениями решения учебных задач;
- развивают математическую интуицию[29].

Из рассмотренных выше требований и потребностей современной школы следует, что формирование математических умений и опыта проведения логических выводов и умозаключений является актуальным аспектом математического образования школьников.

В качестве основных целей предметной, а именно математической деятельности учащихся можно выделить:

- 1) усвоение предметных и межпредметных знаний, умений и навыков на уровне, достаточном для реализации целей математической подготовки обучающихся на современном этапе;
- 2) формирование личностных качеств обучающихся (интереса, потребности в математической деятельности).

Заметим, что среди выделенных целей первая является специфической для предметной учебно-познавательной деятельности, её системообразующим признаком. Рассмотрим математическую деятельность обучающихся в процессе их математической подготовки.

Сторонник деятельностного подхода в обучении Столяр А.А. утверждает, что учебная математическая деятельность школьников должна отражать основные стороны реальной математической деятельности.

В работах Кудрявцева Л.Д., Столяра А.А., Клайн М. [19,34,11] описаны различные модели математической деятельности. В нашем исследовании наиболее приемлемой является модель математической деятельности, в которой выделяют три её основных аспекта:

1) математическое описание конкретных научных ситуаций, или деятельность по математизации эмпирического материала;

2) логическая организация математического материала, полученного в результате первого аспекта деятельности, или исследование класса моделей, к которому принадлежит полученная в результате первого аспекта деятельности модель конкретной ситуации, или построение теории;

3) применение математической теории, полученной в результате второго аспекта деятельности [34].

Состав действий математической деятельности обучающихся – определенным образом выражается содержанием и структурой учебного предмета. Основными элементами математики как науки являются понятия, законы, идеи, принципы, правила.

Первый аспект математической деятельности в принятой её модели, заключающийся в математическом описании конкретной ситуации указывает на то, что все математические понятия формировались в процессе наблюдения за какими-либо явлениями, процессами и решения задач из различных дисциплин. Отмечались существенные, присущие этим явлениям свойства. Все это должно отражаться в математической деятельности обучающихся, им необходимо знать основные этапы формирования математического понятия.

В литературе встречаются различные формулировки понятия. В большом энциклопедическом словаре понятие трактуется, как мысль, в которой обобщаются и выделяются предметы некоторого класса по определенным общим и в совокупности специфическим для них признакам [3]. Куваев М.Р. формулирует понятие, как совокупности суждений о

существенных признаках объектов данного класса [17]. При описании математических понятий используется свернутая форма – определение, под которым обычно понимают логический приём, позволяющий:

- 1) отличать, отыскивать, строить требуемый объект;
- 2) уточнять значение уже введенного в науку термина, а так же формулировать значение вновь вводимого термина [4].

Таким образом, если главную цель математической деятельности обучающихся спроецировать на первый аспект математической деятельности, то можно утверждать, что это деятельность по усвоению математических понятий на уровне их описания.

Выделим основные действия математической деятельности обучающихся по усвоению определения математического понятия и отнесем их к первой группе действий этой деятельности:

- ✓ действия по выявлению существенных признаков объектов понятия;
- ✓ действия по выявлению объема и содержания математического понятия;
- ✓ действия по обобщению и суждению математического понятия;
- ✓ действия по проверке принадлежности того или иного математического объекта к определенному классу;
- ✓ построение математических объектов, принадлежащих данному классу;
- ✓ перефразирование определения (на геометрическом, функциональном, топологическом языке);
- ✓ действия по проверке минимальности определения (определение не должно включать в себя нехарактерные признаки);
- ✓ действия по проверке непротиворечивости определения;
- ✓ действия по проверке отсутствия круга и тавтологии в определении;

✓ действия по выявлению способа определения данного математического понятия.

Ко второй группе действий математической деятельности отнесем действия по выявлению основных признаков и свойств математических объектов и их структурно-логических связей. Другими словами это действия в сфере формулировки и доказательства теоремы, действия в сфере доказанной теоремы.

Рассмотрим каждое из выделенных действий:

1. *Действия в сфере формулировки теоремы* включают в себя: выявление структуры (условие, заключение); определение отношения к изучаемому понятию (свойство, признак (необходимый достаточный)); формулировка обратной и противоположной теоремы.

2. *Действия по доказательству теоремы* содержат формулировку определений входящих в условие и заключение теоремы; последовательность математических предложений (аксиом, определений) используемых при доказательстве теоремы; построение структурно-логической схемы; использование правил математической логики.

3. *Действия в сфере доказанной теоремы:* построение контрпримера; определение метода доказательства теоремы; выдвижение гипотезы о возможности доказать теорему другим методом; переформулирование теоремы на геометрическом, функциональном и др. языках [46].

Действия этой группы не только устанавливают связи данного понятия с другими, но и обеспечивают выявление новых существенных признаков этого понятия, составляющих более полное его определение.

Третья группа математических действий будет включать в себя совокупность действий первой и второй группы, то есть характеризоваться логическими связями между основными понятиями и теоремами в рамках

всего учебного предмета, а так же включать в себя усвоение понятий межпредметных дисциплин.

Итак, действия третьей группы - это:

- ✓ выделение основных понятий, свойств, признаков, правил;
- ✓ подтверждение связей между математическими элементами;
- ✓ структурирование математических теорий;
- ✓ формулирование гипотез о существовании новых элементов (следствий, правил) и их доказательство или опровержение.

Отметим, что третья группа действий математической деятельности обучающихся, отображает второй аспект математической деятельности.

Математическая деятельность не ограничивается владением и познанием математической теории, большое место в ней занимают умения и навыки использования теоретической базы для решения задач, которая характеризует третий аспект математической деятельности. Выделим основные действия, входящие в математическую деятельность по решению задач, но прежде дадим определение самого понятия задача.

Психологический словарь дает следующие определения понятия задача:

- ✓ отраженная в сознании или объективированная в знаковой модели проблемная ситуация, содержащая данные и условия, которые необходимы и достаточны для ее разрешения наличными средствами знания и опыта;
- ✓ форма структурирования и представления экспериментального материала в исследованиях процессов познания и практической деятельности;
- ✓ одна из форм проектирования содержания обучения [31].

Известный американский математик и педагог Д. Пойа сущность задачи характеризует через необходимость сознательного поиска соответствующего средства для достижения ясно видимой, но

непосредственно недоступной цели. Решение задачи, по его мнению, означает нахождение этого средства. [27]

Г.И. Саранцев отмечает, что задача – многоаспектное явление обучения, занимающее большое место в учебном процессе и выступающее способом организации и управления учебно-познавательной деятельности учащихся, носителем действий адекватных содержанию обучения математике, средством целенаправленного формирования знаний, умений и навыков, одной из форм методов обучения, средством связи теории с практикой [32].

Действительно, задача по своей сути – явление многоаспектное. Поэтому основная дидактическая цель четвертой группы действий состоит в усвоении математических понятий на уровне их применения в решении задач, а основное дидактическое условие выполнения действия – как ориентировку в нём.

В работах различных авторов, мы находим способы разбиения решения задачи на этапы. Р.Ю. Костюченко в решении задачи выделяет четыре этапа:

I этап решения задачи – анализ условия. Основная его цель – осмысление условия задачи, на основании которого уже будет проводится следующий этап по поиску плана решения.

Как отмечает Л.М. Фридман, «культура решения задачи, заключается в том, что поиск решения совершается на базе глубокого и всестороннего предварительного анализа задачи». [40]

II этап – поиск, составление плана решения задачи. Этот этап является самым сложным, связано это с тем, что нахождение решения произвольной задачи не алгоритмизировано и требует от учащихся творчества.

III этап – осуществление найденного плана решения. План решения, полученный в результате деятельности на первых двух этапах, излагается полностью и оформляется каким – либо доступным способом.

IV этап –изучение найденного решения. На данном этапе выполняется проверка, исследование задачи (при каких условиях задача имеет решение и сколько различных в каждом случае, при каких условиях задача вообще не имеет решения), формулирование ответа [14].

Л.М. Фридман весь процесс решения задачи разделяет на восемь этапов: 1) анализ задачи; 2) схематическая запись задачи; 3) поиск способа решения задачи; 4) осуществление решения задачи; 5) проверка решения задачи; 6) исследование задачи; 7) формулирование ответа задачи; 8) анализ решения задачи. [41]

Представленные способы предлагают общий подход к решению задачи: начать с анализа ее формулировки, а заканчивать анализом её решения. Каждый из этапов решения задачи может быть реализован посредством определенной группы действий математической деятельности:

- ✓ выполнение анализа задачи (выделение её условия и требования; определение того, чего недостает для обоснования необходимых логических следствий);
- ✓ поиск способа решения задачи с целью ее приведения к более понятному виду, схематическая запись, графическая интерпретация и др; разбиение задачи на более простые подзадачи, способ решения которых уже известен; составление плана решения задачи;
- ✓ реализация плана решения задачи (решение каждой из подзадач);
- ✓ проверка решения задачи;
- ✓ исследование задачи (уточнение области решения задачи, изменение введенных параметров и т.п.);
- ✓ формулирование ответа;
- ✓ действие с решенной задачей (анализ каждого шага решения с целью проверки выполненных логических следствий и поиска их альтернативы).

Таким образом, выделенные четыре группы действий составляют основу математической деятельности обучающихся. Каждая из них имеет свои специфические дидактические цели, которые в совокупности составляют цели математической деятельности обучающихся в процессе математической подготовки.

Заметим, что выделенные группы взаимосвязаны. Так работа с доказательным материалом невозможна без знаний определений основных понятий этой математической теории. В свою очередь решение задачи невозможно без умения применять определения понятий и формулировки теорем, кроме того, часто при решении задач используются методы, заимствованные из доказательства теорем.

Основываясь на проведенный анализ требований ФГОС ООО к математической подготовке и модели математической деятельности, определим круг математических компетенций. Представим структурную модель математической компетентности обучающихся 9-х классов необходимую для реализации математической деятельности (таблица 1).

*Таблица 1*

Структурная модель математической компетентности обучающихся 9-х классов

Код компетенции	Характеристика компетенции
МК-1	Способен выполнять алгебраические преобразования рациональных выражений, применять их для решения учебных математических задач и задач, возникающих в смежных учебных предметах.
МК-2	Способен пользоваться формулами последовательностей, устанавливать закономерность в построении последовательностей, рассматривать примеры из реальной жизни, иллюстрирующие изменения процессов в арифметической и в геометрической прогрессии.
МК-3	Способен решать линейные и квадратные уравнения и неравенства, а также приводимые к ним уравнения,

	неравенства, системы; применять графические представления для решения и исследования уравнений, неравенств, систем; применять полученные умения для решения задач из математики, смежных предметов, практики.
МК-4	Способен применять систему функциональных понятий, пользоваться функциональным языком и символикой, способен строить графики функций, описывать их свойства, использовать функционально-графические представления для описания и анализа математических задач и реальных зависимостей.
МК-5	Способен пользоваться основными способами представления и анализа статистических данных; способен решать задачи на нахождение частоты и вероятности случайных событий.
МК-6	Способен использовать знания о плоских фигурах и их свойствах, а также на наглядном уровне – о простейших пространственных телах, способен применять систематические знания о них для решения геометрических и практических задач.
МК-7	Способен использовать методы решения геометрических задач и доказательств: методом от противного, методом подобия, методом перебора вариантов и методом геометрических мест точек.
МК-8	Способен измерять длины отрезков, величины углов, использовать формулы для нахождения периметров, площадей и объемов геометрических фигур.

### **1.3. Методическая модель формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов**

Метод моделирования, являясь одним из методов научного исследования, широко применяется в педагогике и включает в себя построение, анализ и изучение объекта.

Педагогическое моделирование определяет перспективность создания того или иного педагогического средства, обеспечивающего решение одной или нескольких задач современной педагогической практики.

Педагогическое средство в широком смысле – это продукт и объект деятельности педагога, созданный с целью повышения качества предлагаемых образовательных услуг или педагогической поддержки, системно обеспечивающий повышение уровня и качества включения личности обучающегося и лиц, отвечающих за воспитание, в систему социальных и социально-образовательных отношений, где, в конечном счете, осуществляется выбор профессии и реализация идеи профессионально-трудового становления обучающегося. [13]

В современной педагогике термин «модель» определяется как система, и как искусственно созданный образец, и как аналог природного и социального явления.

Наиболее распространенным типом модели является структурно – функциональная модель, в основе которой лежат сущностные связи и отношения между важнейшими компонентами определенной системы. Практическая ценность модели в педагогическом исследовании, по мнению Г.В. Суходольского, определяется её адекватностью изучаемым сторонам объекта, а так же тем, насколько правильно применены основные принципы моделирования – наглядность и определенность [35].

Состав модели зависит от цели исследования и должен дать возможность проследить, какие – либо характеристики объекта исследования.

Для эффективного формирования математической компетентности обучающихся 9 классов в процессе обучения алгебры и геометрии нами была сконструирована методическая модель математической компетентности, которая базируется на методологических подходах и принципах и состоит из взаимосвязанных компонентов: целевой, организационно - деятельностный, содержательно - технологический и оценочно – результативный.

При разработке этой модели мы следовали общим требованиям к созданию моделей. Для продуктивного функционирования модели А.М. Новиковым и Д.А. Новиковым сформулированы три требования к её построению: ингерентность, простота и адекватность модели [22].

Ингерентность обеспечивает достаточную степень согласованности создаваемой модели с образовательной средой, в которой ей предстоит функционировать. Простота модели достигается выбором наиболее существенных свойств моделируемого объекта, что обеспечит удобство работы с моделью и понимание её другими исследователями. Адекватность модели означает, что она достаточно полна, точна, истинна и позволяет достичь поставленной цели.

Отметим, что требования, на базе которых моделируется процесс формирования математической компетентности, должны определяться, исходя из его специфики.

Поэтому к сформулированным выше требованиям необходимо добавить принципы нормативности и последовательности.

*Принцип нормативности* предполагает моделирование процесса формирования математической компетентности будущих бакалавров-менеджеров на основе положений нормативных документов (ФГОС, примерных программ).

*Принцип последовательности* заключается в поэтапности модели, когда следующий её этап является логическим продолжением проводившейся ранее работы.

Под моделью формирования математической компетентности обучающихся 9 классов, мы понимаем описание и теоретическое обоснование структурно - функциональных компонентов (блоков) данного процесса, которые реализуются, через соответствующие формы, методы и средства работы, которые отражают процесс обучения. Раскроем подробно содержание каждого компонента разработанной модели.

*Целевой компонент.* Формирование математической компетентности школьников обусловлено рядом внешних и внутренних факторов. Внешние факторы определим как факторы, влияющие на обучающихся из вне это общество и государство. Соответственно внутренние факторы – это особенности самих школьников. При взаимодействии данных характеристик и формируется личность, которая готова применять математические знания не только в предметной области, но и междисциплинарных предметах и обычной жизни. Целевой компонент разработанной модели определяет цель её функционирования, заключающуюся в формировании математической компетентности обучающихся 9 классов в процессе обучения алгебры и геометрии.

*Организационно - деятельностный компонент* рассматривается нами через создание определенных условий, способствующих формированию математической компетентности обучающихся в общеобразовательных учреждениях:

- ✓ теоретико-методологические подходы: компетентностный, системно – деятельностный, личностно – ориентированный, цифровой;
- ✓ принципы формирования математической компетентности: целостности, адаптивности, поэтапности, междисциплинарности, преемственности, активности.

*Содержательно-технологический компонент* модели включает содержание образования, технологическое и методическое обеспечение. Разработанные в соответствии с ФГОС ООО учебный план, рабочие программы и фонды оценочных средств учебных дисциплин задают определенное содержание образования, на основе которого происходит процесс взаимодействия субъектов образовательного процесса.

*Оценочно-результативный компонент* как любой процесс, требует самоконтроля и контроля. Данный компонент содержит в себе индикаторы (критерии, уровни) с помощью которых можно оценить, на каком уровне сформирована математическая компетентность.

Графическое представление описываемой модели процесса обучения математике представлено на рисунке 1.



Рис. 1. Модель процесса обучения алгебре и геометрии, ориентированного на формирование математической компетентности обучающихся 9-х классов

Представленная модель отвечает требованиям адекватности и универсальности, которые позволяют трансформировать данную модель с учетом особенностей проектирования обучения другим учебным дисциплинам. Отметим, что представленная модель обеспечивает реализацию современных школьных ФГОС, программ по математике, достижение образовательных результатов.

Резюмируя сказанное в данном параграфе, подчеркнём, что для продуктивного функционирования модели необходимо выполнение следующих организационно-методических условий:

- содержательное (разработка содержания математического обучения с учетом нормативных документов, ФГОС ООО, образовательных потребностей обучающихся);

- организационное (организация обучения с использованием различных технологий);

- методическое (разработка учебно-методического сопровождения).

Согласно разработанной модели в следующей главе необходимо: разработать перечень математических компетенций как целевой компонент методики формирования математической компетентности; описать содержательный компонент экспериментальной методики; проверить гипотезу исследования.

## Выводы по I главе

В настоящей главе на основе анализа ФГОС ООО и научной литературы, посвященной формированию математической компетентности обучающихся, определены основные теоретические положения формирования математической компетентности, а именно:

- выявлена сущность понятия «математическая компетентность» как личностного качества, характеризующегося освоенностью совокупности математических компетенций, и понятия «математическая компетенция» как требования к математической подготовке выпускника обучающихся 9-х классов общеобразовательной школы.

- на основе требований ФГОС ООО к математической подготовке обучающихся 9-х классов проведено содержательное наполнение основных структурных компонентов: когнитивный, праксиологический, аксиологический.

- разработана методическая модель формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии, в основе построения которой лежат общие принципы разработки модели (ингерентности, простоты, адекватности, нормативности, последовательности) и дидактические принципы формирования математической компетентности (целостности, адаптивности, поэтапности, междисциплинарности, преемственности, активности).

## **Глава II. Методика формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии**

### **2.1. Целевой и содержательный компоненты методики формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии**

Цели обучения математики в общеобразовательной школе определяются её ролью в развитии общества в целом и формировании личности каждого отдельного человека.

Исторически сложились две стороны назначения математического образования: практическая, связанная с созданием и применением инструментария, необходимого человеку в его продуктивной деятельности, и духовная, связанная с мышлением человека, с овладением определённым методом познания и преобразования мира математическим методом.

Практическая полезность математики обусловлена тем, что её предметом являются фундаментальные структуры реального мира: пространственные формы и количественные отношения – от простейших, усваиваемых в непосредственном опыте людей, до достаточно сложных, необходимых для развития научных и технологических идей.

В работе А.И. Маркушевича сформулированы цели обучения математике в школе:

1. Формирование умения вычленять сущность вопросов, отвлекаясь от несущественных деталей, переходить от конкретной постановки вопросов к схеме (умение схематизировать).

2. Развитие навыков дедуктивного мышления, то есть умения выводить логические следствия из данных предпосылок, воспитывать умение

анализировать объект, вычленять из него частные случаи, причём важно различать, когда эти частные случаи в совокупности охватывают и исчерпывают собой все возможности, а когда они являются только примерами и всевозможных случаев не исчерпывают.

3. Формирование умения применять выводы, полученные из теоретических рассуждений, к конкретным вопросам, сопоставлять выводы или результаты этого применения с тем, что мы предвидели или теоретически предполагали, оценивать влияние условий на результаты, обобщать полученные выводы, ставить новые вопросы.

4. Выработка у учащихся таких качеств, как точность, сжатость и ясность словесного выражения мысли, произвольное управление своим вниманием, способность сосредоточиться, настойчивость в достижении поставленной цели и привычка работать упорядоченно [21].

О целях обучения математике высказывался известный российский математик Л.Д. Кудрявцев: «Целью при обучении математике является приобретение учащимися определённого круга знаний, умений использовать изученные математические методы, развитие математической интуиции, воспитание математической культуры. ...Для правильной постановки задачи, для оценки её данных, для выделения существенных из них и для выбора способа её решения необходимо обладать ещё математической интуицией, фантазией и чувством гармонии, позволяющим предвидеть нужный результат, прежде чем он будет получен. В результате приобретённых в процессе обучения математике знаний и интуиции у учащихся появляется то, что обычно называется математической культурой» [19].

Анализируя опыт математического образования в России и за рубежом и исходя из концепции целостного формирования личности учащегося в процессе изучения математики, следует выделить три блока целей обучения математике.

Классификации целей обучения математике в школе (по В.А. Гусеву):

Первый блок целей обучения математике связан с выполнением требования получения всеми учащимися основ математических знаний, умений и навыков, которые являются базовой составляющей развивающейся личности каждого школьника. Этот блок целей определяется (должен определяться) учебными программами и соответствующей системой средств обучения, которая управляет учебным процессом.

Второй блок целей обучения математике связан с формированием основных стержневых качеств личности, в формировании которых обучение математике занимает существенное место. Кроме перечисленных стержневых качеств, в этот блок включены и некоторые сопутствующие качества, которые важны как сами по себе, так и для формирования соответствующих стержневых качеств.

*I. Качества личности, составляющие умственное воспитание.*

1. Дедуктивное мышление (логическое развитие учащихся).

- Способность абстрагировать, обобщать, специализировать, определять понятия, составлять суждения, находить пути решения поставленной задачи.

- Умение выводить логические следствия из данных предпосылок (умение делать выводы).

- Умение анализировать объект, вычленять его сущность, отвлекаясь от несущественных деталей, выделять из него частные случаи.

- Умение переходить от основной постановки вопроса к схеме (схематизировать).

2. Дисциплина и критичность мышления.

- Точность. Сжатость, ясность словесного выражения мысли.

- Произвольное управление своим вниманием и способность сосредоточиться.

- Наблюдательность.

*II. Качества личности, составляющие её творческий характер.*

1. Творческие способности личности.

- Умение самостоятельно добывать знания.

- Умение ставить новые вопросы.

2. Умение применять выводы: сопоставлять, обобщать полученные выводы, оценивать влияние условий на результаты.

*III. Качества личности, связанные с формированием её мировоззрения.*

1. Понимание закономерностей мира, принципов познания.

- Владение различными методами познания реальной действительности, понимание возможности познаваемости явлений окружающего мира.

- Формирование представлений о том, что наука и её концепции тесно связаны с практикой, создают для неё общие методы, возможности решать основные её проблемы.

- Понимание принципов устройства и использования современной техники.

- Восприятие научных и технических понятий и идей.

2. Развитие у учащихся устойчивого интереса к приобретению научного взгляда на процессы развития природы и общества.

3. Понятийное мышление.

4. Способность отстаивать свои взгляды и убеждения.

5. Ясное представление об истории, происхождении и развитии знаний.

Третий блок целей обучения математике содержит задачи специального характера, имеющие отношение только к математическому образованию, то есть те, которые не могут быть поставлены перед изучением какого-либо другого школьного предмета.

Основной идеей построения этой классификации является целостное формирование личности школьника и идеи дифференцированного подхода к обучению математике.

Согласно примерной программе изучение математики на ступени основного общего образования направлено на достижение следующих целей:

✓ овладение системой математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования;

✓ интеллектуальное развитие, формирование качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в современном обществе, свойственных математической деятельности: ясности и точности мысли, критичности мышления, интуиции, логического мышления, элементов алгоритмической культуры, пространственных представлений, способности к преодолению трудностей;

✓ формирование представлений об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов;

✓ воспитание культуры личности, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры, играющей особую роль в общественном развитии [29].

Для того чтобы наглядно раскрыть целевой компонент методики формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов оформим таблицу, в которой конкретизируем математические компетенции и показатели сформированности данных компетенций опираясь на цели обучения алгебре и геометрии (таблица 2).

В категории «знает» конкретизируем когнитивный компонент, в категории «умеет», «владеет» конкретизируем праксиологический, «осознает» - аксиологический компонент.

*Таблица 2*

*Диагностическая модель целевого компонента математической компетентности обучающихся 9-х классов*

Математические компетенции	Показатели сформированности
----------------------------	-----------------------------

МК 1	<p><i>Знает:</i> понятия «тождество», «тождественные преобразования», «алгебраические выражения».</p> <p><i>Умеет:</i> решать задачи, содержащие буквенные данные; выполнять преобразования выражений, содержащих степени с целыми показателями и квадратные корни; выполнять тождественные преобразования рациональных выражений на основе правил действий над многочленами и алгебраическими дробями.</p> <p><i>Осознает:</i></p>
МК 2	<p><i>Знает:</i> язык последовательностей (термины, символические обозначения, формулы).</p> <p><i>Умеет:</i> применять формулы, связанные с арифметической и геометрической прогрессией.</p> <p><i>Осознает:</i> возможности аппарата последовательностей при изучении других разделов курса, к решению задач с контекстом из реальной жизни.</p>
МК 3	<p><i>Знает:</i> приёмы решения уравнений и систем уравнений; терминологию и символику, связанную с отношением неравенства; свойства числовых неравенств.</p> <p><i>Умеет:</i> решать основные виды рациональных уравнений и линейные неравенства с одной переменной и их системы; решать текстовые задачи алгебраическим методом; применять графические представления для исследования уравнений, исследования и решения СЛУ; решать квадратные неравенства с опорой на графические представления.</p> <p><i>Осознает:</i> что уравнения важнейшая математическая модель для описания и изучения реальных ситуаций.</p>
МК 4	<p><i>Знает:</i> функциональные понятия и язык (термины, символические обозначения); свойства функций.</p> <p><i>Умеет:</i> строить графики элементарных функций; исследовать свойства числовых функций на основе изучения поведения их графиков; применять функциональный язык для описания и исследования зависимостей между величинами.</p> <p><i>Осознает:</i> что функция важнейшая математическая модель для описания процессов и явлений окружающего мира</p>
МК 5	<p><i>Знает:</i> способы представления и анализа статических данных; формулы нахождения относительной частоты и вероятности случайного события.</p> <p><i>Умеет:</i> использовать простейшие способы представления и анализа статических данных; находить относительную</p>

	<p>частоту и вероятность случайного события.  <i>Осознает:</i> возможности сбора, анализа данных; важность проведения случайных экспериментов, в том числе с помощью компьютерного эксперимента.</p>
МК 6	<p><i>Знает:</i> язык геометрии; взаимное расположение геометрических фигур; определения, свойства и признаки геометрических фигур.  <i>Умеет:</i> применять определения, свойства, признаки фигур для решения планиметрических задач.  <i>Осознает:</i> важность геометрических знаний и геометрии как науки в целом.</p>
МК 7	<p><i>Знает:</i> различные методы доказательства.  <i>Умеет:</i> применять методы решения задач на вычисления и доказательства: методом от противного, методом подобия, методом перебора вариантов и методом геометрических мест точек.  <i>Осознает:</i> важность геометрических знаний и геометрии как науки в целом.</p>
МК 8	<p><i>Знает:</i> формулы периметра, площади, объема фигур; формулы нахождения длины окружности и длины дуги окружности.  <i>Умеет:</i> измерять длины отрезков, углов; вычислять периметр, площади, объем фигур; вычислять длину окружности и длину дуги окружности; решать задачи с использованием различных формул.  <i>Осознает:</i> важность применения геометрических формул в реальной жизни.</p>

Целевой компонент, представленный в таком формате, стал направляющим вектором для разработки всех остальных компонентов методики формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов.

Наряду с целями, задачами, методами и организационными формами получения образования, стоит содержание образования.

Понятие «содержание образования» трактуется по-разному: это и педагогически адаптированная система знаний, умений и навыков, опыта творческой деятельности и эмоционально-ценностного отношения к миру, усвоение которой обеспечивает развитие личности [25]; и педагогически

переработанная в общие основы наук совокупность знаний, умений и навыков, соответствующих современному состоянию науки [26]; и совокупность систематизированных знаний, умений и навыков, взглядов и убеждений, определённый уровень развития познавательных сил и практической подготовки, достигнутый в результате учебно-воспитательной деятельности.

По мнению Л.А. Красновой, «в современных научных представлениях содержание образования выступает как сложный многоаспектный дидактический феномен, который проблематизируется множественностью сосуществующих концепций, имеющих разную понятийную структуру и задающую определённую модель процесса обучения» [16].

Содержание образования – педагогическая модель социального опыта с многоуровневой иерархической структурой, являющаяся основой требований стандарта основного общего образования. В федеральных государственных образовательных стандартах оно выражено в обязательном минимуме содержания образовательных программ (набор компетенций); требованиях к уровню подготовки выпускников образовательных организаций (совокупность сформированных компетенций).

Представим тематический план по алгебре и геометрии в 9 классе (таблица 3)

*Таблица 3*

*Тематический план по алгебре и геометрии*

Алгебра			
№	Тема	Трудоемкость	Планируемые результаты
1	Неравенства	19 часов	МК-1, МК-3
2	Квадратичная функция	37 часов	МК-3, МК-4
3	Элементы прикладной математики	15 часов	МК-5
4	Числовые последовательности	17 часов	МК-2
Геометрия			

1	Векторы	8 часов	МК-6, МК-7
2	Метод координат	12 часов	МК-6, МК-7
3	Соотношения между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов	15 часов	МК-6, МК-7
4	Длина окружности и площадь круга	11 часов	МК-8
5	Движение	11 часов	МК-6, МК-7

Итак, содержание предметов «Алгебра» и «Геометрия» в 9 классе требует обогащения: специальным комплексом заданий (проекты, кейсы и др.), разнообразием методов и форм обучения, направленных на организацию учебной деятельности, с целью формирования математической компетентности обучающихся.

## **2.2. Методы, формы и средства формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии**

Как писал Л.С. Выготский: «Развитие ребенка происходит только в процессе деятельности: чем активнее деятельность, тем успешнее развитие» [20]. Следовательно, формирование основ математической компетентности и математических способностей не может развиваться вне активной деятельности самого школьника и без его собственных усилий. Это означает, что важнейшее условие развития основ математической компетентности школьников – вовлечение их в активную учебно-познавательную деятельность, посредством активных методов и форм обучения.

Под формами организации обучения мы понимаем внешнее выражение согласованной деятельности учителя и обучающихся осуществляемой в определенном порядке и режиме: урок, экскурсии, консультации, семинар, факультативы, практикумы, дополнительные занятия [12].

Для формирования математической компетентности, в процессе обучения алгебре и геометрии школьников, наиболее продуктивными формами обучения, на наш взгляд, являются следующие: практикумы по решению практических задач; проблемные семинары; уроки лекции. В ходе таких форм организации обучения происходит постоянная смена деятельности – ученики слушают, думают, отвечают на вопросы, анализируют, делают выводы и др.

Активные методы обучения – это методы, характеризующиеся высокой степенью включенности обучающихся в учебный процесс, активизирующие их познавательную и творческую деятельность при решении поставленных задач [7].

Примеры активных методов обучения: кейс – метод, «мозговой штурм», «мозговая эстафета», метод проектов, дидактическая и деловые игры и др. Рассмотрим некоторые из методов и приведем примеры их использования на уроках алгебры и геометрии.

#### *Кейс-метод*

«Кейс-метод» нередко называют методом анализа конкретных ситуаций. Суть этого метода заключается в организации образовательного процесса на основе так называемого, «кейса» – подробно описанной какой-либо реальной ситуации, содержащей практическую проблему. Обучающимся нужно проанализировать эту ситуацию, найти возможный вариант решения обозначенной проблемы, определить совокупность знаний и умений, необходимых для решения данной проблемы и выполнить действия по ее решению.

Метод кейсов способствует развитию умения: анализировать ситуации, оценивать альтернативы, выбирать оптимальный вариант и составлять план его осуществления. И если в течение учебного года такой подход применяется многократно, то у учащихся вырабатывается устойчивый навык решения практических задач.

#### *Кейс по геометрии по теме: «Планиметрия».*

Цель: Систематизировать знания, умения по разделу «Планиметрия», на основе изученных свойств и теорем. Способствовать освоению МК-6, МК-8.

Кейс-ситуация: Земельный участок, имеющий форму трапеции, отдан под спортивный городок. Найдите площадь земельного участка, у которого основания равны 15см и 5см, а боковые стороны равны 8см и 6см.

Кейс-вопросы:

1. Сколько способов решения этой задачи вы знаете?
2. Как найти площадь трапеции, если вы знаете только теорему Пифагора?

3. Как найти площадь трапеции, если вы знаете формулу Герона?

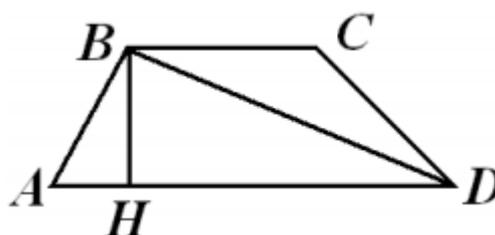
4. Найдите площадь трапеции при помощи теоремы косинусов.

5. Найдите площадь трапеции, используя подобие треугольников.

(Обучающиеся дома самостоятельно отвечают на кейс-вопросы в тетрадях. К каждому вопросу прилагается примерный план решения задачи. В результате решения каждого варианта ученики получают один и тот же ответ, что способствует самостоятельной проверке решения задачи).

### Вопрос №1

#### Теорема Пифагора



1. Рассмотрим прямоугольный треугольник АВН ( $AB=6\text{ см}$ ,  $AH= x \text{ см}$ ).

По теореме Пифагора выразим ВН.

2. Рассмотрим прямоугольный треугольник CED ( $CD=8\text{ см}$ ,  $DE=(10- x) \text{ см}$ ). По теореме Пифагора выразим CE.

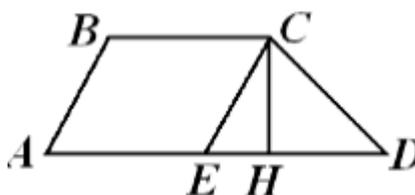
3.  $BH=CE$ . Составим соответствующее уравнение относительно  $x$ .

4. Найдем высоту трапеции.

5. Найдем площадь трапеции.

### Вопрос №2

#### Формула Герона



1. Выполним дополнительное построение:  $CE \parallel BA$ .

2. Четырехугольник ABCE является параллелограммом.

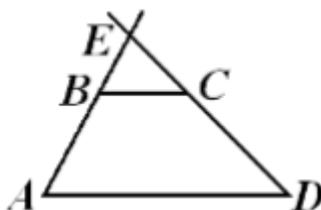
3. Рассмотрим треугольник CED: по формуле Герона найдем его площадь.

4. Зная площадь треугольника и его основание, найдем высоту.

5. Найдем площадь трапеции.

### Вопрос №3

#### Подобие треугольников



1. Выполним дополнительное построение:  $AB \cap CD = E$ .

2. Рассмотрим треугольники AED и BEC.

3. Из подобия этих треугольников найдем стороны BE и EC.

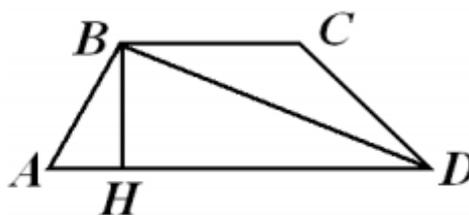
4. По формуле Герона найдем площадь треугольника AED.

5. По формуле Герона найдем площадь треугольника BEC.

6. Найдем площадь трапеции.

### Вопрос №4

#### Теорема косинусов



1. Рассмотрим параллельные прямые BC и AD и секущую BD.

2.  $\angle BDH = \angle DBC$ , следовательно,  $\cos BDH = \cos DBC$ .

3. Пусть  $BD = x$ .

4. Рассмотрим треугольник BDC. По теореме косинусов выразим угол DBC.

5. Рассмотрим треугольник BDA. По теореме косинусов выразим угол BDH.

6. Составим соответствующее уравнение относительно  $x$ .
7. По формуле Герона найдем площадь треугольника ABD.
8. По формуле Герона найдем площадь треугольника BCD.
9. Найдем площадь трапеции.

### *Метод проектов*

Исследователи по-разному объясняют значение словосочетания «метод проектов». Так, Дж. Дьюи трактует метод проектов «как способ обучения через делание» [6], когда учащийся самым непосредственным образом включен в активный познавательный процесс, самостоятельно формулирует учебную проблему, осуществляет сбор необходимой информации, планирует варианты решения проблемы, делает выводы, приобретая новый учебный и жизненный опыт.

Е.Карпов определяет метод проектов, как образовательную технологию, нацеленную на приобретение учащимися новых знаний в тесной связи с реальной жизненной практикой, формирование у них специфических умений и навыков посредством системной организации проблемно-ориентированного учебного поиска [10].

Сиденко А.С. рассматривает метод проектов как систему обучения, при которой учащиеся приобретают знания и умения в процессе планирования и выполнения постепенно и последовательно усложняющихся практических заданий проектов [33].

Полат Е.С. отмечает, что если мы говорим о методе проектов, то имеем в виду именно способ достижения дидактической цели через детальную разработку проблемы (технологию), которая должна завершиться вполне реальным, осязаемым практическим результатом, оформленным тем или иным образом [28].

Обобщая, можем сказать, что метод проектов – совокупность приемов, действий учащихся в их определенной последовательности для

достижения поставленной задачи – решения определенной проблемы, значимой для учащихся и оформленной в виде некоего конечного продукта.

Метод проектов обладает рядом важных характеристик:

- ✓ концептуальность;
- ✓ системность;
- ✓ воспроизводимость;
- ✓ универсальность.

Кроме того, метод проектов отвечает требованию системности, то есть представляет собой целостную последовательность дидактических приемов и операций. Метод описывает этапы выполнения учебного исследования, роли, которые отводятся в нем ученику и учителю, способы их взаимодействия, критерии оценки работы.

*Пример проекта: «Функции и их свойства. Графики функций».*

Сроки реализации проекта: неделя.

Цель проекта: Подготовка к итоговой аттестации. Повторение и систематизация знаний по теме « Функции, их свойства и графики». Способствовать освоению МК-4.

Результат: защита проекта, распространение своих знаний и своего опыта среди одноклассников (работа консультантом по данным заданиям и вопросам).

Задания по группам (5 групп по 4 человека).

#### Задание для группы 1

1. Сбор информации по теме « Линейная функция, её свойства и график».
2. Подбор заданий из 1 части ОГЭ (10 заданий), из 2 части ОГЭ (5заданий) с решениями и пояснениями.
3. Оформление отчёта о проделанной работе «Бумажный вариант» с указанием источника, откуда взято задание (открытый банк ФИПИ, сайт по подготовке к ОГЭ и т. п.).

4. Подготовка к защите проекта.
5. Защита проекта. Презентация.

#### Задание для группы 2

1. Сбор информации по теме « Обратная пропорциональность, её свойства и график».
2. Подбор заданий из 1 части ОГЭ (10заданий), из 2 части ОГЭ (5заданий) с решениями и пояснениями.
3. Оформление отчёта о проделанной работе.
4. Подготовка к защите проекта
5. Защита проекта. Презентация.

#### Задания для группы 3

1. Сбор информации по теме « Квадратичная функция, её свойства и график».
2. Подбор заданий из 1 части ОГЭ (10 заданий), из 2 части ОГЭ (5 заданий) с решениями и пояснениями.
3. Оформление отчёта.
4. Подготовка к защите проекта.
5. Защита проекта. Презентация.

#### Задание для группы 4

1. Сбор информации по теме « Функция  $y = \sqrt{x}$ , ее свойства и график.
2. Подбор заданий из 1 части ОГЭ (10 заданий), из 2 части ОГЭ (5 заданий) с решениями и пояснениями.
3. Оформление отчёта о проделанной работе.
4. Подготовка к защите проекта
5. Защита проекта. Презентация.

#### Задания для группы 5

1. Сбор информации по теме « Графики функции, содержащие модули».

2. Подбор заданий из 2 части ОГЭ (5 заданий), указать номера прототипов из открытого банка ФИПИ с решениями и пояснениями.

3. Оформление отчёта о проделанной работе.

4. Подготовка к защите проекта.

5. Защита проекта. Презентация.

В каждой группе выбирается руководитель, который распределяет задания, координирует работу (распределяет роли в проектной группе). Если необходимо спрашивает совета у учителя, получает консультацию. В основу «технологии проектов» положена идея о самостоятельной, учебно-познавательной деятельности при решении какой-то задачи, но работа не должна проходить бесконтрольно, стихийно. Проектная работа должна проходить в атмосфере сотрудничества учителя и ученика.

*Темы проектов по алгебре:*

1. Загадки арифметической прогрессии (МК-2).

2. Использование тригонометрических формул при измерительных работах (МК-4).

3. Методы решения уравнений 4 степени (МК-3).

4. Нестандартные решения уравнений (МК-3).

5. Приложения математики в экономике (МК-2, МК-5).

*Темы проектов по геометрии:*

1. Замечательные точки треугольника (МК-6, МК-7).

2. Золотое сечение (МК-6, МК-7).

3. Метод подобия в задачах на построение (МК-6).

4. Бимедианы четырехугольника (МК-6).

5. Выпуклый дельтоид на плоскости (МК-6).

*«Мозговой штурм»*

Метод мозгового штурма является одним из способов поиска новых идей и решений. Этот метод представляет собой способ решения проблемы или задачи на базе стимулирования творческой активности учащихся. В ходе

проведения мозгового штурма ученики высказывают свое мнение по решению, а затем из предложенных идей отбирают наиболее перспективные и удачные.

Применение метода «Мозговой штурм» способствует значительному повышению активности всех учеников на уроке, так как в работу включены все обучающиеся. В ходе работы, учащиеся имеют возможность продемонстрировать свои знания и умения, задуматься о возможных вариантах решения задачи. При этом они учатся коротко и максимально четко выражать свои мысли, анализировать их.

Целью данного метода является организация коллективной мыслительной деятельности по поиску нетрадиционных путей решения поставленных проблем. При этом сама проблема должна иметь теоретическую или практическую актуальность и вызывать активный интерес учеников. [24]

*Пример использования приема «Мозговой штурм» на уроке повторения в 9 классе по теме «Решение задач»*

Цели урока: поиск разных решений одной задачи. Усвоение новых методов решения задач путем установления связи между разными разделами математики при решении одной задачи. Способствовать освоению МК-1, МК-3.

Ход урока:

I. Организационный этап.

На данном этапе учитель мотивирует учащихся, объясняет суть урока и сам метод «Мозгового штурма», предлагает решить одну задачу несколькими способами. Класс делится на 4 малые группы. Каждая группа садится вокруг одного стола.

Учитель использует так же интерактивную доску и презентацию к уроку. Все задачи и решения демонстрируются на слайдах презентации.

II. Этап «Мозговой штурм».

Учитель формулирует задачу: Два туриста вышли одновременно навстречу друг другу из двух городов. Они встретились в полдень, но не остановились, а продолжали свой путь с той же скоростью. Чужого города они достигли – первый в 4 часа пополудни, а второй в 9 часов. Узнайте, когда туристы вышли из своих городов.

Обучающиеся приступают к работе в малых группах. Каждая группа должна предложить свое решение задачи и представить его для обсуждения другим группам. Учитель должен предупредить участников, что их идеи могут быть критически пересмотрены или отброшены совсем. Всего на работу дается 20 минут.

### *Деловая игра*

В учебном процессе школы деловая игра понимается как «развертывание» на уроке учебно-социальной ситуации, в разрешение которой включаются обучающиеся посредством выполнения определенных ролей и функций. При этом в ходе разрешения ситуаций моделируются различные виды деятельности (учебной, коммуникативной, управленческой, рефлексивной и др.) и взаимодействие учащихся. Деловые игры характеризуются, прежде всего, наличием имитационной модели, на основе которой разворачиваются игровая деятельность учебно-социальной направленности. В ней обязательно должны содержаться игровые роли и функции, процессы проектирования целей, прогнозирования результатов, принятия решений и их оценки, а также межличностное взаимодействие.

В условиях деловой игры воссоздается фрагмент ситуации реальной действительности, но в более упрощенном виде, который позволяет обучающимся убедиться в значимости математических знаний и умений как средства разработки стратегий и принятия решений для выхода из рассматриваемой проблемы. Использование в процессе обучения математике деловых игр отвечает требованиям стандарта обновлять технологии обучения в соответствии с запросами обучающихся, поскольку конструирование и

качественное проведение деловой игры не возможно без учета потребностей и интересов обучающихся. Кроме того, обеспечивает создание условий благоприятных для реализации требований к образовательным результатам средствами предметной области «Математика» и формированию математической компетентности обучающихся [37].

*Пример деловой игры «Строитель»*

*Тема:* «Площади многоугольников».

*Цель урока:* усвоение учащимися формул для вычисления площадей параллелограмма, треугольника, трапеции и применение полученных знаний к решению практических задач. Способствовать освоению МК-6, МК-7, МК-8.

В начале урока учитель знакомит учащихся 9 класса со строительным производством и одной из наиболее распространенных строительных профессий — столяра.

*I этап:*

Строительное производство сегодня — это механизированный процесс сборки зданий и сооружений из крупноразмерных деталей, изготовленных заводским способом. Столяр работает в строительномонтажных организациях, на деревообрабатывающих предприятиях, в столярных мастерских. Он выполняет различные операции на станках: на круглопильных — раскрой пиломатериалов, на фуговальных — строгание, на долбежных и шипорезных — выдалбливание гнезд и зарезание шипов у заготовок.

Непосредственно на строительном объекте столяр устанавливает оконные и дверные блоки, производит настилку дощатых и паркетных полов, монтирует встроенную мебель и т. д. Выполнение такой работы невозможно без знания устройства и правил эксплуатации деревообрабатывающих станков, знания технологии и организации строительного производства,

умения читать чертежи. Профессия требует объемного воображения, хорошего глазомера, знания геометрии, рисования, черчения.

*Постановка задачи.*

Учитель объявляет, что сегодня все ученики будут выступать в роли строителей. Требуется выполнить работу по настилке полов строящегося детского сада. Предлагается произвести настилку паркетного пола в игровом зале размером 5,75х8 м. Паркетные плитки имеют форму прямоугольных треугольников, параллелограммов и равнобедренных трапеций. Размеры плиток в сантиметрах указаны на рисунке.

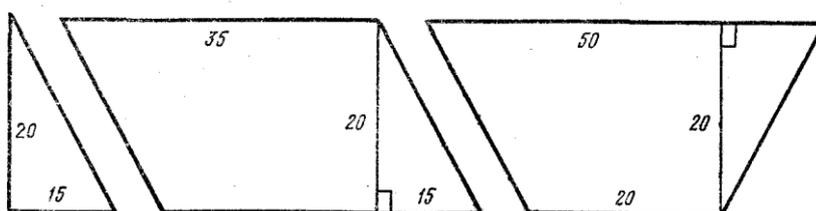


Рис 4

*Правила игры:*

Учащиеся разбиваются на три бригады. Избираются бригадиры.

Первая бригада—столяры.

Им нужно изготовить паркетные плитки указанных размеров в таком количестве, чтобы после настилки пола не осталось лишних плиток и число треугольных плиток было минимальным, а плиток в форме параллелограммов и трапеций — одинаковое количество.

Вторая бригада — поставщики.

Им нужно доставить необходимое количество плиток на строительную площадку. Они рассчитывают это количество.

Третья бригада — паркетчики.

Чтобы проконтролировать доставку, надо наперед знать, сколько и каких паркетных плиток понадобится для покрытия пола.

Побеждает в игре та команда, которая первой выполнит правильный расчет. Для этого надо знать формулы для вычисления площадей вышеуказанных фигур.

Учитель записывает на доске, какой материал следует изучить.

Учащиеся приступают к работе с учебником.

Внутри каждой команды разрешаются взаимоконсультации. При необходимости консультацию дает учитель.

После того как теоретический материал изучен, а формулы для вычисления площадей параллелограмма, треугольника и трапеции записаны в тетрадях, учитель проецирует на доску рисунки и формулы по проработанному материалу.

Проводится проверка готовности бригад. С этой целью каждой команде предлагается по два-три вопроса.

Ответы учащихся оцениваются очками. Счет записывается на доске.

*II этап:*

Каждая команда приступает к практическим вычислениям.

Паркет укладывается в ряды так, что параллелограммы и трапеции чередуются, а треугольников в одном ряду всего два. Подсчеты показывают, что в одном ряду по ширине укладывается по два треугольника и по восемь параллелограммов и трапеций.

Действительно, площадь одной полосы шириной 20 см и длиной 575 см будет  $11500 \text{ см}^2$ . Если площадь двух треугольников  $300 \text{ см}^2$ , а площадь параллелограмма или трапеции  $700 \text{ см}^2$ , то в одной полосе по ширине игрового зала поместится по 8 параллелограммов и трапеций:

$$(11500 - 300) : 700 = 16$$

Таких полос в длине комнаты поместится  $800:20=40$ . Следовательно, для настилки пола понадобится 80 треугольников и по 320 параллелограммов и трапеций. Проверкой устанавливается: площадь игрового зала

$575 \cdot 800 = 460\,000 \text{ см}^3$ , площадь одной полосы  $575 \cdot 20 = 11500 \text{ см}^2$ , а таких полос 40, поэтому  $11500 \cdot 40 = 460\,000 \text{ см}^2$  — площадь паркетного пола.

В конце второго этапа игры учащиеся из каждой бригады дают объяснения около стола учителя, как они вычислили нужное количество паркетных плиток.

Идет разговор об экономии материала. На первый план выступает математическое содержание работы. Происходит процесс применения знаний на практике.

На заключительном этапе учитель проверяет, насколько глубоко усвоили ученики материал. Для этого им предлагаются контрольные вопросы, которые могут быть, например, такими:

1. Дайте определение площади простых фигур.
2. Докажите, что площадь параллелограмма равна произведению его стороны на высоту, проведенную к этой стороне.
3. Докажите, что площадь треугольника равна половине произведения его стороны на высоту, проведенную к этой стороне.
4. Докажите, что площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.
5. По какому принципу укладывали паркетные плитки в один ряд?
6. Как проводились вычисления площади одного ряда плиток?
7. Дайте краткую характеристику профессии столяра.

Как видим, деловые игры представляют собой непрерывную последовательность учебных действий в процессе решения поставленной задачи. Этот процесс условно расчленяется на такие этапы: знакомство с профессией строителя; построение имитационной модели производственного объекта; постановка главной задачи бригадам и выяснение их роли в производстве; создание игровой проблемной ситуации; овладение необходимым теоретическим материалом; решение производственной задачи на основании математических знаний; проверка результатов; коррекция;

реализация принятого решения; анализ итогов работы; оценка результатов работы.

В эпоху информатизации образования одним из решений оптимизации образовательного процесса является внедрение цифровых методов обучения. В последнее время активно идет процесс создания и использование открытых образовательных, общеразвивающих онлайн-ресурсов, начиная от отдельных заданий и до полных курсов и модулей формирования заданных компетенций.

Одним из таких ресурсов является дистанционная среда «Moodle». Главной структурной единицей moodle является элемент «Курс» который включает разные рубрики, например лекция, семинар, страница, файл и др. Разнообразие элементов позволяет сделать изучение дисциплины интереснее. Главным достоинством данной среды считается её ориентированность на глобальную сеть.

Конечный продукт в виде комплекта электронного учебно-методического обеспечения по предмету представляет собой сайт, размещенный в интернете, к которому имеется круглосуточный доступ.

В системе дистанционного обучения Moodle предусмотрено добавление в курс отдельных активных элементов для организации самостоятельной работы учеников.

Именно работа с элементами курса оценивается системой или учителем и, в конечном счете, позволяет выставить итоговую оценку за усвоение учебного материала.

Наиболее распространенные элементы:

✓ Задание – учитель ставит задачу перед обучающимися, которая требует подготовить ответ в электронном виде (в любом формате) и загрузить его в специально отведенный элемент курса. После проверки задания учитель может выставить оценку, либо оставить комментарии с требованием доработки задания.

✓ Форум – это элемент курса, в котором происходят обсуждения. Форумы имеют различную структуру и позволяют оценивать сообщения. Сообщения форумов могут просматриваться в четырех различных форматах и содержать вложенные файлы. Подписавшись на форум, участник будет получать копии всех новых сообщений на свою электронную почту.

✓ Семинар – это вид занятий, где каждый не только выполняет собственную работу, но и оценивает результаты работы других. Итоговая оценка учитывает не только качество собственных работ, но и их деятельность в качестве рецензентов.

✓ Тест – этот элемент курса, позволяющий учителю создать наборы тестовых вопросов. Вопросы могут быть: с несколькими вариантами ответов, с выбором верно/не верно, предполагающие короткий текстовый ответ, а также другие виды. Обучающимся можно разрешить проходить тест несколько раз, при этом каждая попытка автоматически оценивается. Тесты могут показывать правильные ответы или просто оценку.

✓ Занятие – в этом элементе курса весь теоретический материал разбит на несколько частей. Прежде чем приступить к изучению следующего раздела, необходимо правильно ответить на вопрос. Учебный материал можно выдавать частями, в конце каждой части задавать вопросы и, в зависимости от ответов направлять процесс обучения по той или иной ветви изучения материала.

✓ Чат – дает возможность проводить обсуждения в реальном времени при помощи сети интернет. Общение в чате предполагает одновременное присутствие учителя и обучающихся в курсе. Это удобный способ получить информацию о том, как усвоен материал.

✓ Опросы – простой элемент курса, позволяющий задать вопрос с выбором одного из нескольких вариантов ответов.

✓ Глоссарий – это словарь терминов и понятий, используемых в курсе.

Использование электронных учебных ресурсов, разработанных в Moodle, дает целый ряд преимуществ:

- ✓ позволяет более эффективно организовать учебный процесс в целом и самостоятельную работу учащихся в частности;
- ✓ предоставляет возможность заинтересовать учащихся с помощью внедрения новых технологий и форм организации обучения;
- ✓ позволяет повысить уровень образовательного потенциала обучающихся и качества образования [15].

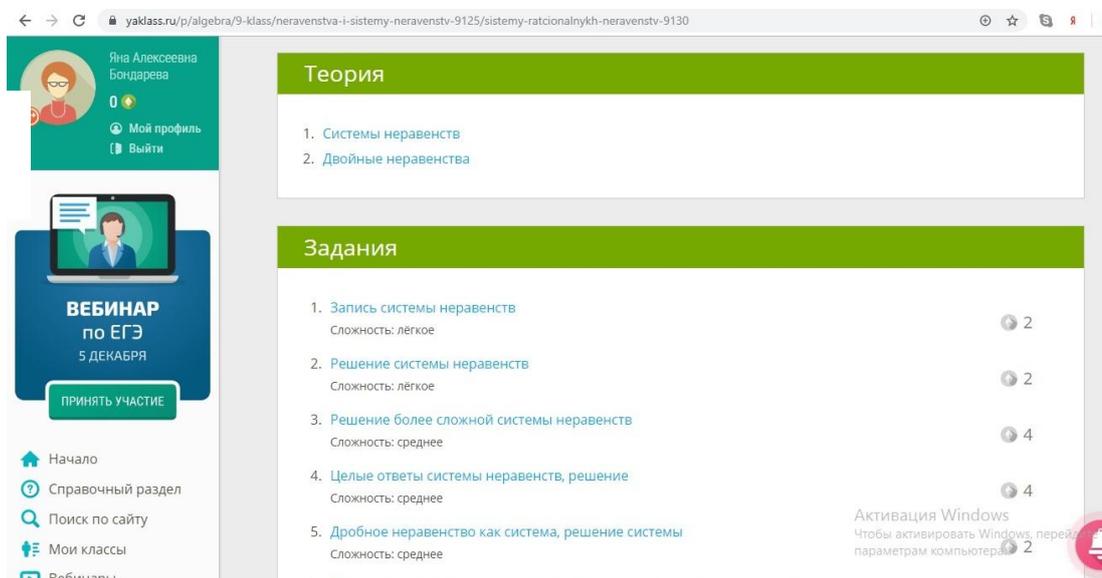
Еще одной активно внедряемой в образовательный процесс дистанционной средой является «ЯКласс» созданной компанией Яндекс.

ЯКласс - образовательная онлайн-программа для преподавателей и обучающихся. Сервис позволяет учителям создавать и проводить тесты в электронном виде, задавать домашние задания и делать процесс обучения максимально интересным и разнообразным. Ученики могут использовать систему как тренажёр для повышения знаний во всех необходимых областях.

Отметим, что работа на «ЯКлассе» успешно решает проблему дифференцированного, индивидуализированного, личностно-ориентированного подхода в обучении.

На сайте предложена обширная база бесплатных предметов, в том числе: русский язык, алгебра, геометрия и математика, физика, информатика, английский, биология, география, природоведение, химия и раздел подготовки к ЕГЭ. Учителям доступны автоматическая проверка домашних и контрольных заданий, геймификация уроков и сертификация компетенции по ИКТ. Также доступна статистика обучающихся в онлайн-режиме, можно просмотреть количество сделанных заданий и общее время, которое ученики провели в системе.

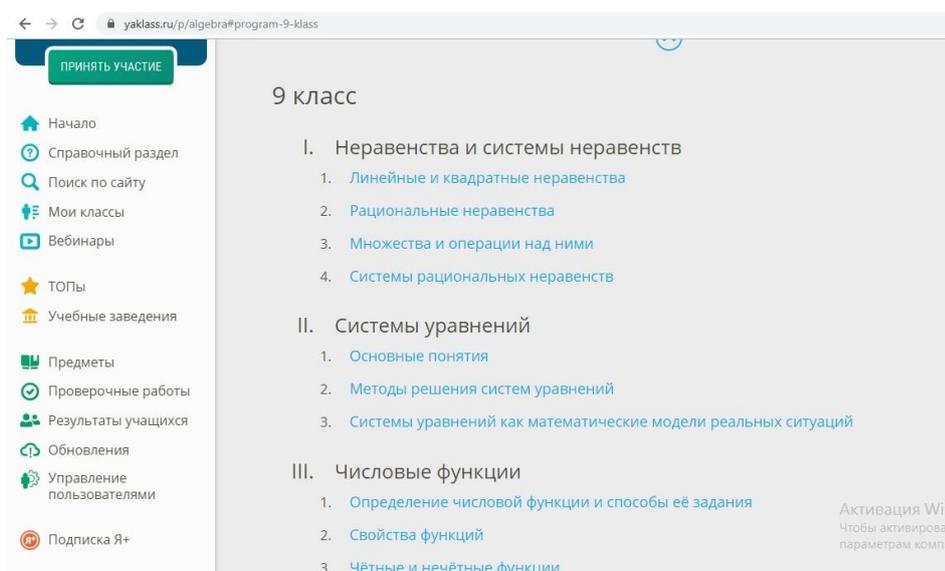
Каждый раздел с предметом содержит теоретический материал по темам рис 2.



*Рис 2. Структура раздела «Алгебра»*

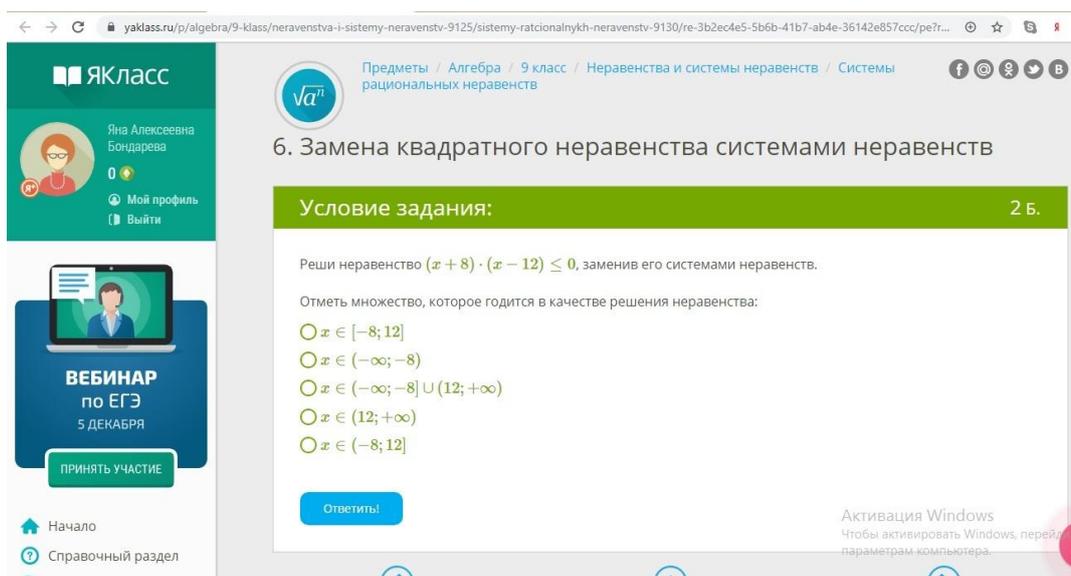
В разделе «Алгебра» есть все материалы по школьной программе базового уровня с 7 по 11 класс. При разработке тематического плана и материалов были использованы учебники, рекомендованные Министерством образования и науки РФ. Так как программа в разных школах варьируется, то недостающую тему можно найти на портале в соседнем классе.

Каждая тема включает в себя: методические материалы, теоретический материал, разноуровневые задания, тесты и скрытые тесты, доступ к которым можно открыть на контрольной или проверочной работе непосредственно на самом уроке (рис.3).



*Рис. 3 Тема «Неравенства»*

Приведем примеры выполнения заданий учениками (Рис.4).



*Рис.4 Задание «Замена квадратного неравенства системами неравенств»*

Наряду с разнообразными методами и формами работы на уроках, дидактические средства поддержки учебного процесса являются одним из важнейших инструментов в формировании математических способностей обучающихся.

Средства обучения – это комплекс объектов, которые могут быть использованы для организации эффективного учебного процесса педагогами и учениками. К числу средств обучения можно отнести материалы и приспособления, которые можно использовать в ходе учебного процесса, которые могут повысить эффективность учебного процесса и сократить время на достижение поставленных перед участниками учебного процесса целей.

С точки зрения дидактики основным предназначением средств обучения является ускорение процесса освоения информации, представленной в курсе. В зависимости от целого ряда факторов различные виды средств могут быть включены в учебный процесс или наоборот

отвергнуты на этапе отбора. К числу значимых факторов отбора можно отнести:

- ✓ задачи урока;
- ✓ информация, которая должна быть представлена учащимся в рамках учебного материала;
- ✓ предпочтения преподавателя.

К числу основных функций можно отнести:

- ✓ познавательную: средства обучения гарантируют передачу более полного и точного представления о существующей действительности, позволяют облегчить ученику процесс понятия, осмысления и запоминания фактов и закономерностей, делают наглядными и понятными явления и объекты, которые недоступны для наблюдения в реальной жизни;
- ✓ формирующую: с помощью средств обучения учащиеся могут развивать свои познавательные возможности, психологическую сферу, волю;
- ✓ дидактическую: средства обучения являются принципиальными источниками знаний и умений, упрощают процесс усвоения учебного материала, стимулируют познавательную активность.

Выделяют несколько значимых факторов, которые могут быть использованы для разделения средств обучения на отдельные группы:

По характеру воздействия на ученика:

- ✓ визуальные: слайды, карты, макеты, наглядные пособия, модели;
- ✓ аудиальные: аудиозаписи;
- ✓ аудиовизуальные: видеозаписи, ИКТ-презентации;

По степени трудности:

- ✓ средний уровень: учебники по предметам, печатные учебные пособия, объемные модели, изображения;
- ✓ высокая сложность: компьютер, лингафонный кабинет, механические визуальные средства;

По происхождению:

- ✓ естественные: предметы, взятые из живой природы;
- ✓ символические: они представляют действительность при помощи символов и знаков;
- ✓ технические визуальные и аудиовизуальные средства.

В современный период информатизации образования одним из самых популярных средств обучения, которое используется в практике преподавания различных дисциплин, и в частности математики как школьного предмета, являются электронные средства обучения.

Использование электронных средств обучения при изучении математики в средней школе способствует:

- ✓ совершенствованию мотивации обучения за счет наглядного представления динамических графиков, диаграмм, геометрических фигур на экране, включения игровых ситуаций;
- ✓ осуществлению различных форм самостоятельной работы учащихся за счет автоматизации поисковой деятельности, предоставления комментариев и подсказок;
- ✓ автоматизации вычислительной деятельности;
- ✓ осуществлению экспериментально-исследовательской деятельности за счет возможности моделирования различных математических объектов [36].

Рассмотрим основные типы электронных средств обучения и укажем направления их использования при изучении алгебры и геометрии.

1. Электронные энциклопедии, справочники, пакеты мультимедийных демонстраций («Медиатека Кирилла и Мефодия», энциклопедия «Ученые, изобретения, научные открытия, чудеса техники», демонстрационные пакеты) – предназначены для предоставления справочного и наглядного учебного материала. Как правило, содержат структурированную справочную информацию, систему поиска и навигации, схемы, анимационные и видеоролики. В настоящее время практически все такие пакеты имеют

аудиосопровождение. Некоторые программы обладают определенной степенью интерактивности демонстраций, то есть позволяют производить изменение ряда параметров с изменением визуального представления демонстрируемого объекта или процесса.

Подобные пакеты можно использовать на уроках при объяснении нового материала, формировании понятий и т.п., а также для организации внеучебной деятельности.

2. Динамические среды («Живая геометрия», «GeoGebra» и др.) можно отнести к инструментальным средствам обучения. Они, как правило, обладают наборами готовых объектов, для которых заданы основные свойства.

Например, пакет «Живая геометрия» предназначен для изучения основных геометрических объектов и их характеристик. Программа позволяет организовать деятельность учащихся по построению геометрических объектов и исследованию их свойств, доказательству утверждений, анализу, а также по решению задач. Кроме этого, она может помочь обнаружить закономерности в наблюдаемых свойствах геометрических фигур; при формулировании теорем и последующего их доказательства; при подтверждении уже доказанных теорем и для развития их понимания.

*План конспект урока по теме «Движение» с использованием  
динамической среды «Живая геометрия»*

*Тип урока:* изучение нового материала

*Цели:* Способствовать освоению МК-6.

*Образовательные:* ввести понятие движение и научить строить виды движений (осевую симметрию, центральную симметрию и параллельный перенос);

*Развивающие:* развить у учащихся умение выполнять построения симметрии относительно точки, симметрии относительно прямой, параллельный перенос;

*Воспитательные:* воспитание у учащихся ответственного отношения к учению, культуры математической речи.

*Ход урока:*

*I. Организационный момент*

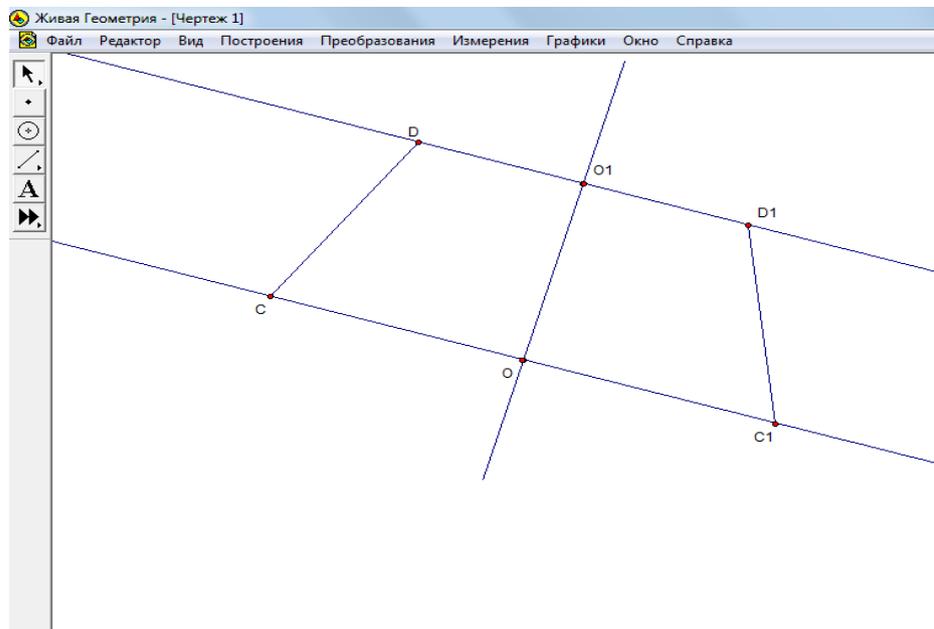
*II. Изучение нового материала*

Сегодня я вам предлагаю познакомиться с разновидностями отображения плоскости на себя, научиться их строить. Пойдем к рассмотрению первого вида отображения.

Построим отрезок  $CD$  и выберем ось симметрии  $L$ .

Для того, чтобы построить отрезок  $C_1D_1$  симметричный отрезку  $CD$  относительно прямой  $L$  необходимо:

1. Опустить перпендикуляр из точки  $C$  на прямую  $L$ , где их пересечение является точка  $O$ ;
2. Отложить из точки  $O$  отрезок  $OC_1 = CO$ ,
3. Опустить перпендикуляр из точке  $D$  на прямую  $L$ , где их пересечение является точка  $O_1$ ;
4. Отложить из точки  $O$  отрезок  $OD_1 = DO$ ,
5. Соединить точку  $C_1$  и точку  $D_1$  отрезком.

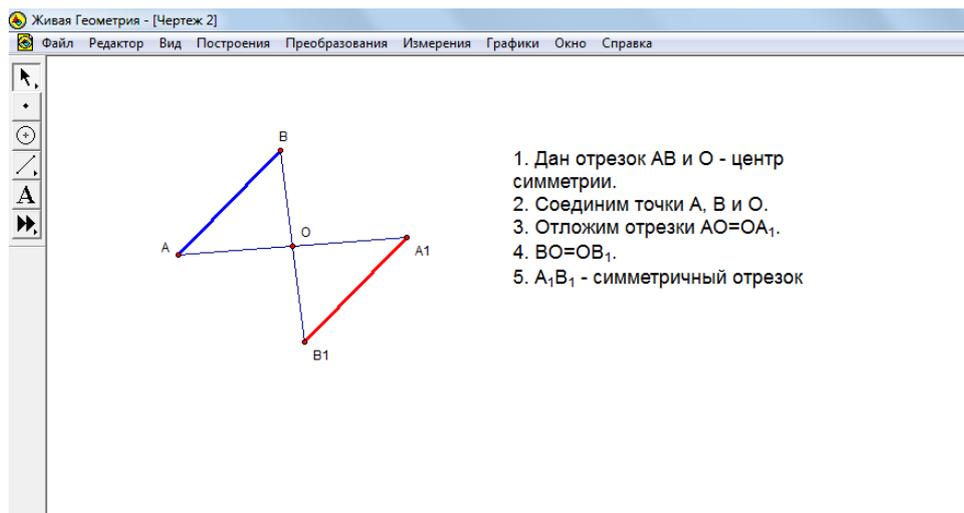


*Рис.5 Осевая симметрия*

Этот вид называется - осевая симметрия, т.е. отображение плоскости на себя. Отрезок  $C_1D_1$  симметричен отрезку  $CD$ , относительно прямой  $L$ .

Рассмотрим второй вид отображения плоскости на себя. На экране будет появляться алгоритм построения, который я буду комментировать, а вы выполнять построение в компьютерной программе.

Итак, нам дан отрезок  $AB$  и задан центр симметрии  $O$ . Мы произвели построение отрезка  $A_1B_1$ , симметричного отрезку  $AB$ , относительно центра  $O$ .

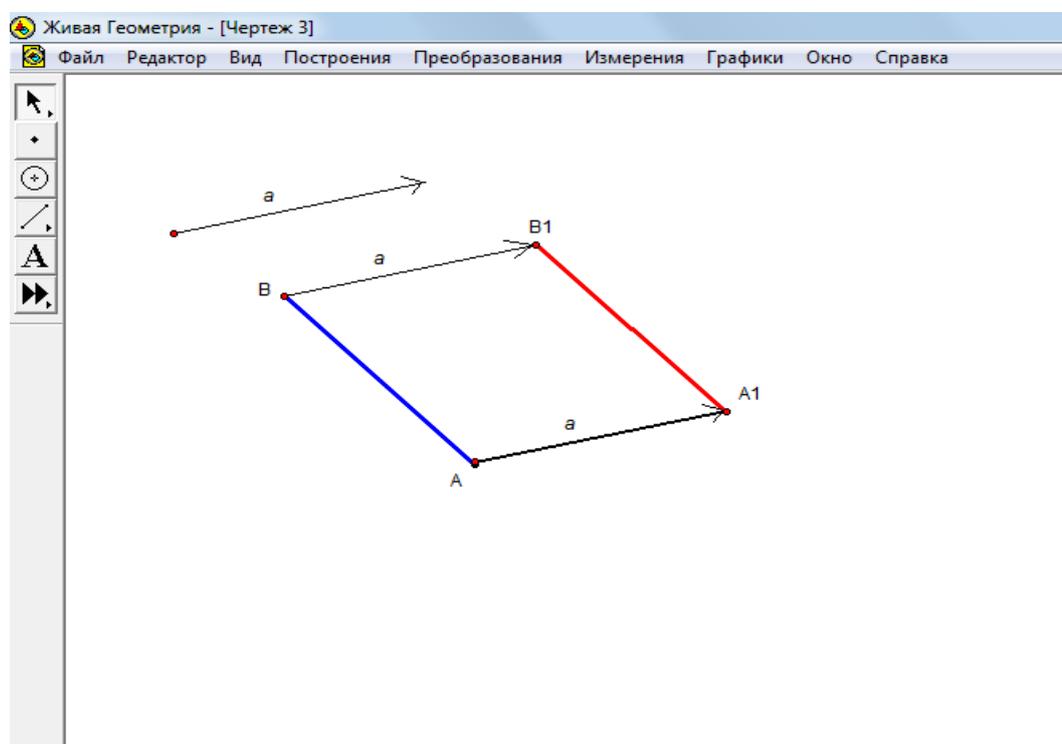


1. Дан отрезок  $AB$  и  $O$  - центр симметрии.
2. Соединим точки  $A$ ,  $B$  и  $O$ .
3. Отложим отрезки  $AO=OA_1$ .
4.  $BO=OB_1$ .
5.  $A_1B_1$  - симметричный отрезок

*Рис 6.Центральная симметрия*

Это вид – центральная симметрия – отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояние.

Переходим к следующему виду движения.



*Рис 7. Параллельный перенос*

Итак, мы познакомились еще с одним видом симметрии - параллельным переносом – отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояние; его можно представить как сдвиг всей плоскости в направлении данного вектора на его длину.

### *III. Закрепление изученного материала*

Закрепим навык, и выполним задание по группам в компьютерной программе «Живая геометрия»:

- 1) отобразим треугольник CDE симметрично прямой L.

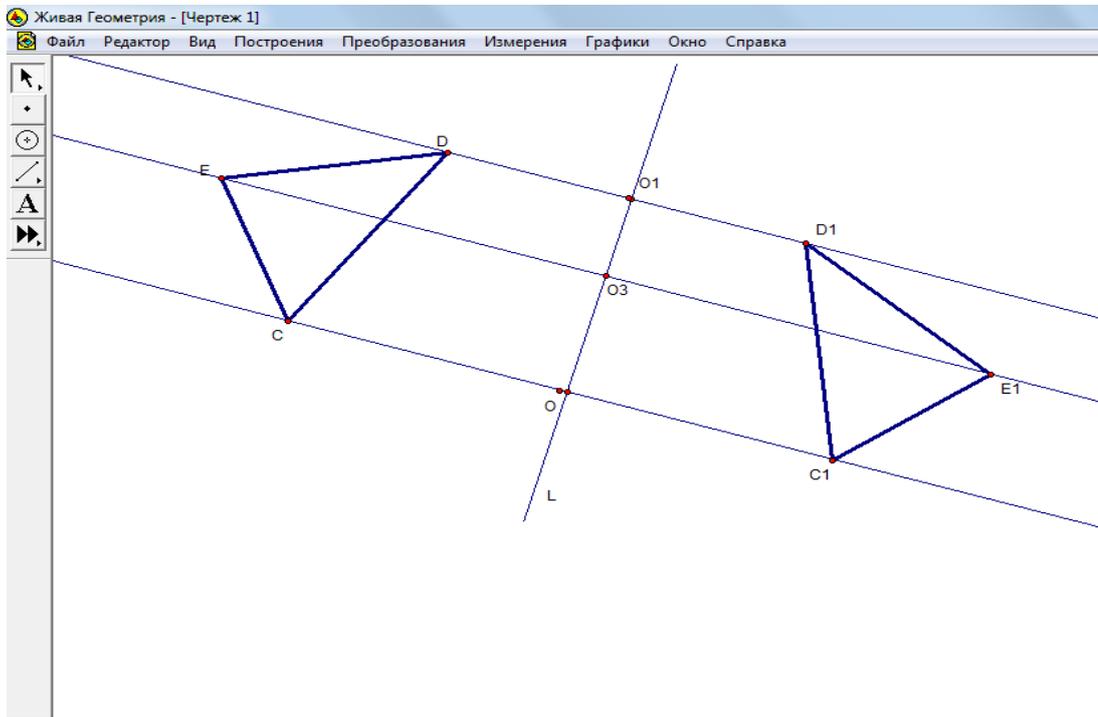


Рис 8. Осевая симметрия

3) Построить параллельным переносом треугольник ABC на вектор  $\vec{a}$ .

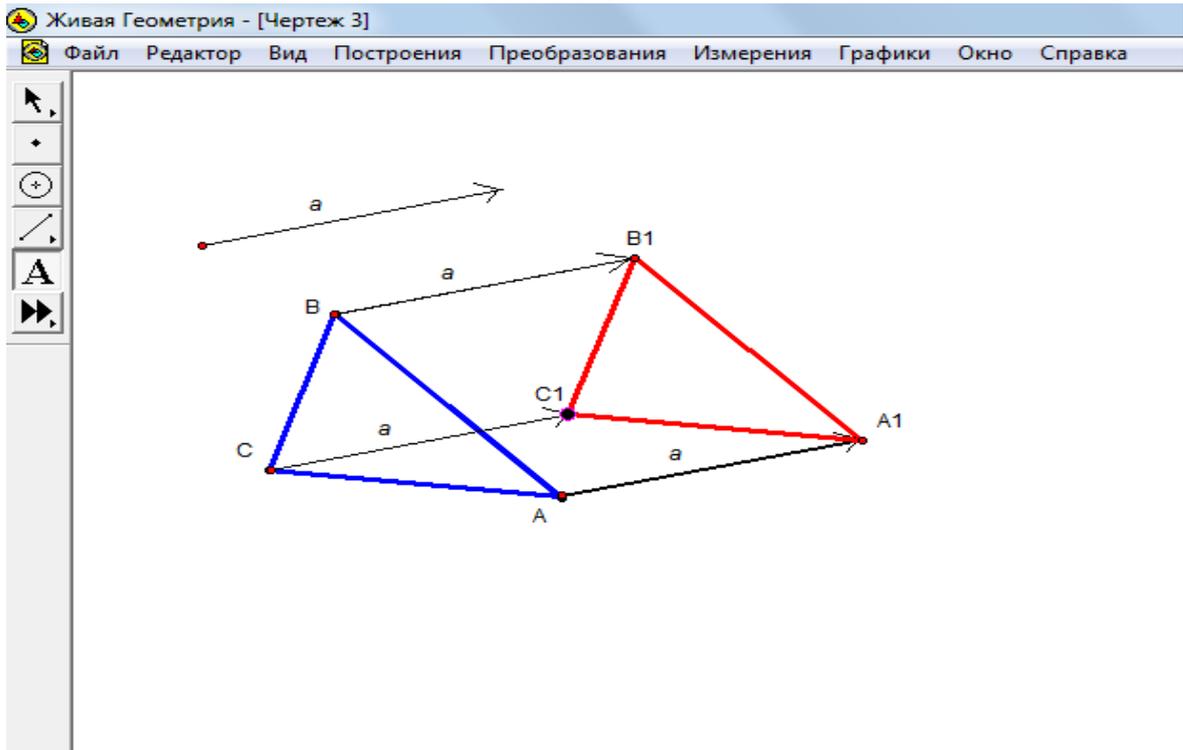
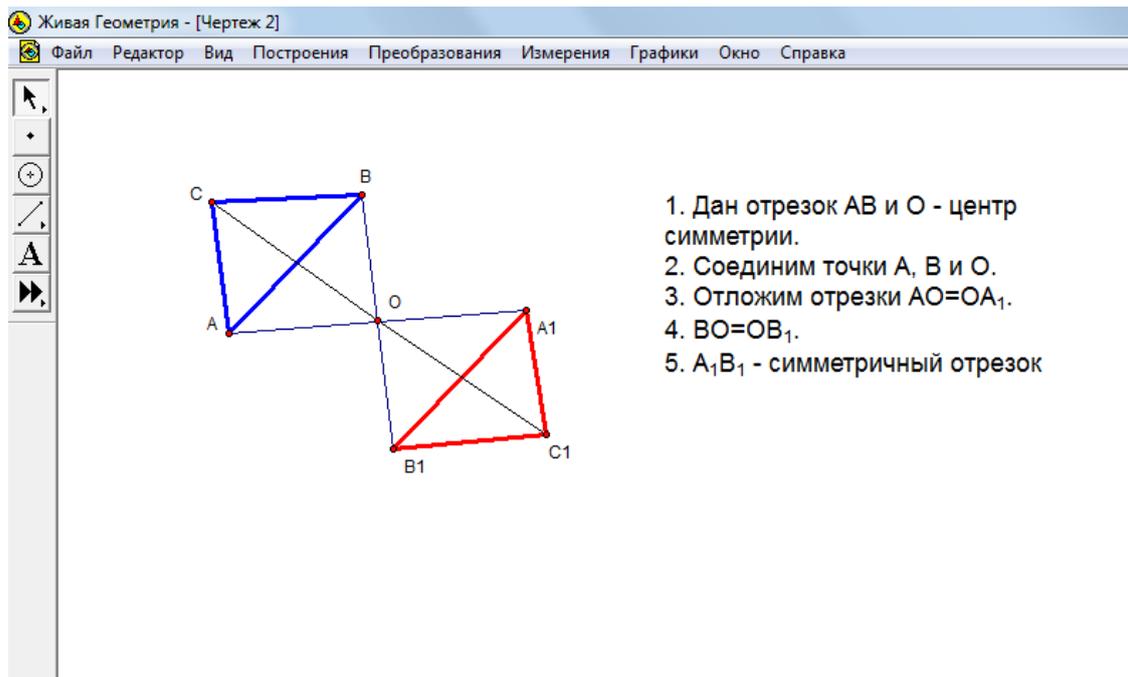


Рис 9. Параллельный перенос

4) Попытайтесь построить центральную симметрию – треугольника.



*Рис 10. Центральная симметрия*

#### *IV. Подведение итогов, постановка домашнего задания*

Сделаем вывод по решению задач: у вас получилось, что фигуры при преобразовании перешли в равные фигуры. Центральная, осевая симметрии и параллельный перенос является движением.

Движение – отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояние.

Домашнее задание для каждой группы уже записано на доске, учитель дает пояснения:

1) Два прямоугольных треугольника расположены так, что их медианы, проведенные к гипотенузе параллельны и равны. Докажите, что угол между некоторыми катетами вдвое меньше угла между гипотенузами.

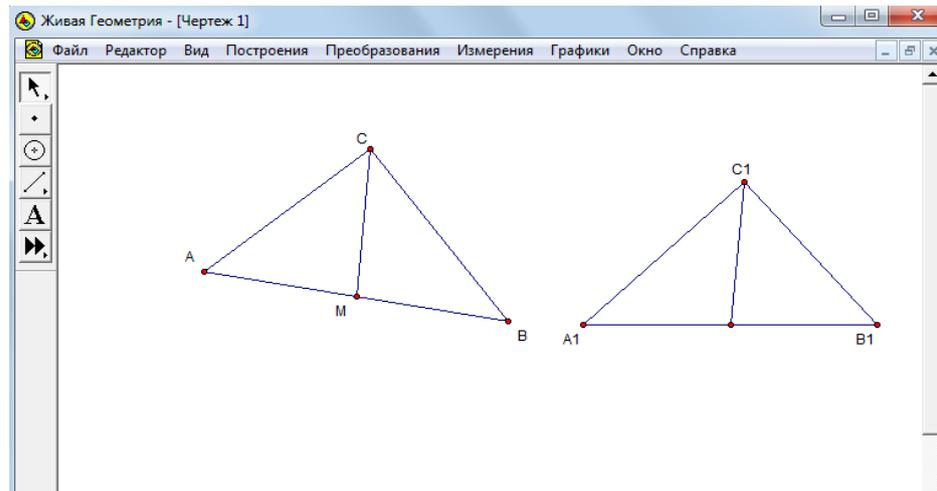


Рис. 11 Задача для первой группы

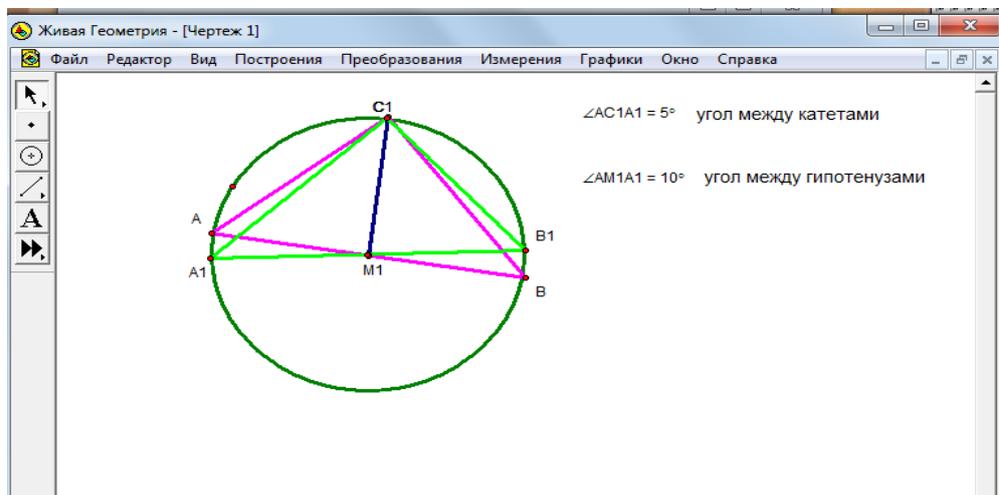


Рис. 12 Решение задачи

2) В каком месте следует построить мост MN через реку, разделяющую две данные деревни A и B, чтобы путь AMNB из деревни A в деревню B был кратчайшим? (берега реки считаются параллельными прямыми, мост строиться перпендикулярно реке).

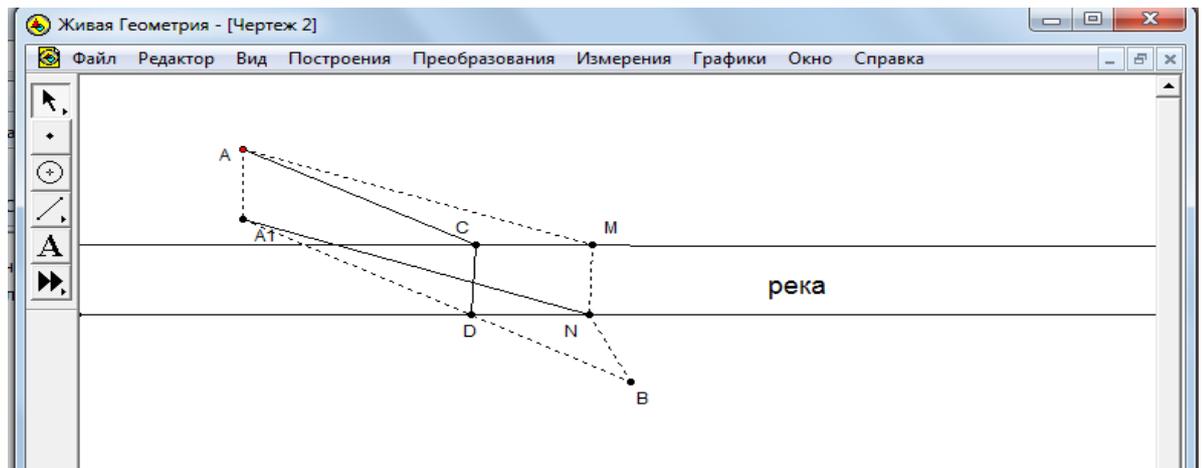


Рис. 13 Задача для второй группы

- 4) Даны пятиугольник, трапеция и окружность. Постройте фигуры, которые получаются из этих фигур параллельным переносом на данный вектор  $\vec{a}$ .

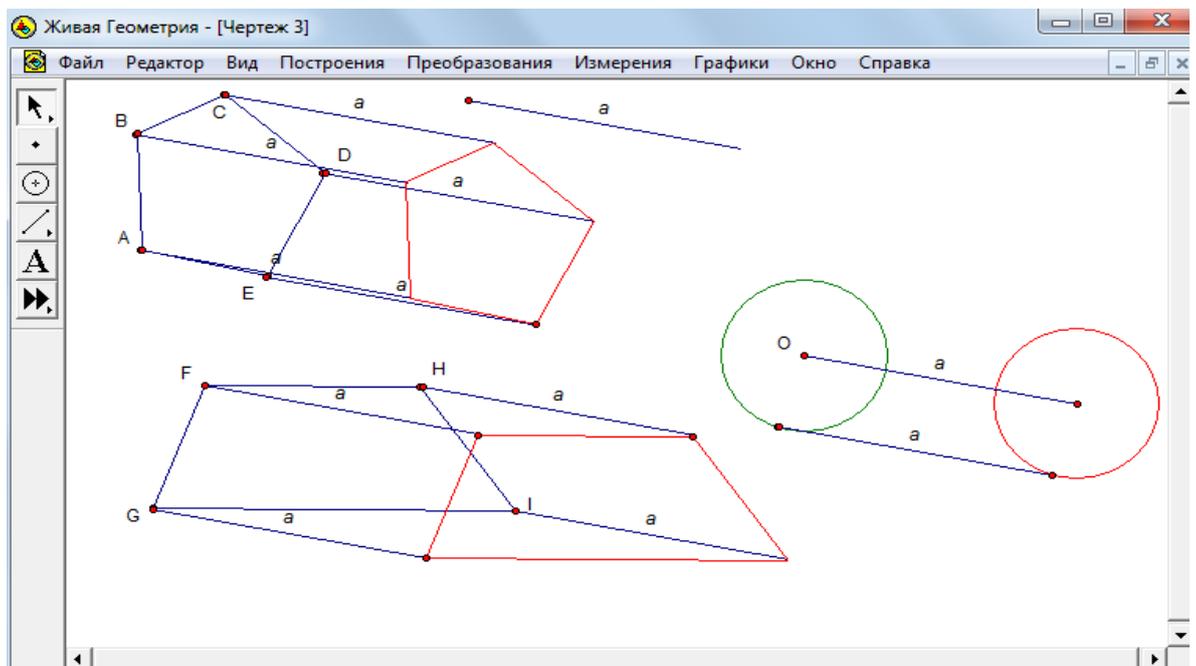


Рис. 14 Задача для третьей группы

3. Учебно-методические комплексы («Алгебра 7–11», «Планиметрия 7–9») реализуют компьютерную технологию обучения математике. В их состав, как правило, входит ряд модулей, предназначенных для предоставления структурированной учебной информации с включением демонстраций (объектов, процесса решения задач и др.), построения изучаемых объектов, проведения зачета по определенной теме. Результаты

обучения и контроля фиксируются и могут быть в любой момент времени получены учителем для последующего анализа.

Одним из ярких примеров является комплекс «Все задачи школьной математики». Он полностью охватывает курс математики для средней школы и имеет многоуровневую дифференциацию по сложности: от простейших примеров до задач вступительных экзаменов в вузы. Особенность комплекса – согласованные модули для учителей и для школьников, позволяющие с максимальной эффективностью использовать предоставляемые материалы в учебном процессе. Программа содержит следующие технологические компоненты:

- система пошагового интерактивного решения задач;
- редактор формул, позволяющий записывать любые математические выражения;
- экспертная система разбора математических выражений, позволяющая анализировать действия пользователя, находить ошибки и давать рекомендации по их исправлению;
- модуль представления графиков и чертежей.

К программам этого типа можно отнести и электронный учебник-справочник «Алгебра 7–11». Данное издание представляет собой полный курс алгебры. Оно адресовано учителям средних школ, учащимся 7–11 классов и абитуриентам. Кроме фактического материала, пользователю предлагаются для самостоятельного решения задачи из различных разделов алгебры. Если ученик ввел неверный ответ, то ему предлагается пошаговая демонстрация процесса решения.

4. Игровые обучающие программы направлены на изучение школьных предметов в игровой форме. Это, например, квесты «Математикус: обучение с приключением», интерактивные лаборатории, большой класс развивающих и обучающих игр.

Кроме перечисленных электронных обучающих средств, можно выделить и программное обеспечение, которое также можно задействовать при обучении математике. Это, например:

- 1) пакеты символьной математики (Maple, MatLAB, Derive, Mathcad и др.);
- 2) табличные процессоры (Quattro Pro, MS Excel и др.);
- 3) пакеты статистической обработки данных (Statistica, StatGraphics и др.).

Указанные пакеты могут быть с успехом применены для решения математических задач (простейшие вычисления, задачи оптимизации, уравнения с частными производными), проведения статистических расчетов, компьютерного моделирования и др. Все операции производятся визуально, имеется набор встроенных математических и других функций, возможность графического представления полученных результатов.

### **2.3 Описание и результаты опытно-экспериментальной работы по реализации модели формирования обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии**

Опытно-экспериментальная часть исследования проводилась на базе МБОУ Школа №45 Свердловского района г. Красноярска в 9 классе, в эксперименте принимали участие 20 обучающихся. Для проверки своей гипотезы мы спланировали эксперимент, который включал в себя 3 этапа: констатирующий, формирующий и завершающий.

Цель эксперимента заключалась в том, чтобы выяснить, как будет способствовать повышению качества математической подготовки учащихся и формированию математической компетентности обучающихся разработанная нами методика.

Для выявления уровня сформированности математической компетентности мы выделили следующие компоненты:

- когнитивный (система знаний, которая необходима для решений актуальных задач учебной деятельности, а так же определяет уровень интеллектуального развития);

- праксиологический (совокупность умений, навыков и способов деятельности обучающихся, и их применении в собственной учебной деятельности);

- аксиологический (осознание обучающимися ценности и значимости математики как науки)

На основе выделенных компонентов, а также для аналитической обработки результатов исследования и получения количественных показателей условно были выделены три уровня сформированности математической компетентности.

Низкий уровень (пороговый) – знание базовых понятий, методов и правил, которые необходимы для решения задач. Умение применять знания

при решении элементарных задач в одно действие. Понимание необходимости изучения математики, но при этом отсутствие проявления интереса к предмету.

Средний уровень (базовый) – знание базовых понятий, методов и правил, которые необходимы для решений задач. Решение типовых задач. Умение применять методы решения математических задач. Понимание важности изучения математики, освоения способов и методов решения, проявление интереса к математическим задачам.

Высокий уровень (продвинутый) – знание понятий, методов и правил, которые необходимы для решения задач. Умение размышлять, строить самостоятельно алгоритм действий, уметь объяснять решение задачи. Понимание важности математики как науки, освоение разнообразных способов действий.

Для выявления уровня сформированности математической компетентности обучающимся было предложено три среза:

#### *Срез 1*

1. Если условие  $A$ :  $x > 1$ ; условие  $B$ :  $x > 10$ ; условие  $C$ :  $x > 13$ ; условие  $D$ :  $x > 20$ , то

- а)  $C$  необходимо для  $A$ ;
- б)  $C$  необходимо для  $B$ ;
- в)  $D$  необходимо для  $A$ ;
- г)  $B$  необходимо для  $C$ ;
- д)  $D$  необходимо для  $B$

2. Определите взаимное расположение графиков линейных функций, установив соответствие между алгебраическим условием и геометрическим выводом:

- |                              |                        |
|------------------------------|------------------------|
| 1) $k_1 = k_2, m_1 = m_2$    | а) Прямые параллельны  |
| 2) $k_1 \neq k_2$            | б) Прямые совпадают    |
| 3) $k_1 = k_2, m_1 \neq m_2$ | в) Прямые пересекаются |

3. Определите, какие, из следующих суждений истинны:

а) *На плоскости существует единственная точка, равноудалённая от концов отрезка.*

б) *Через две различные точки на плоскости проходит единственная прямая.*

в) *Точка, равноудалённая от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к этому отрезку.*

г) *Смежные углы равны.*

4. Какую из указанных статистических характеристик можно найти по таблице частот, не выполняя вычислений?

1) *Среднее арифметическое*

2) *Мода*

3) *Медиана*

4) *Размах*

5. Какое свойство не является свойством функции  $y = \frac{k}{x}$ ?

а) *Область определения: все натуральные числа.*

б) *График функции: гипербола.*

в) *Область значений: все числа, кроме 0.*

г) *Нуль функции: не существует.*

### Срез 2

Задача 1. Найдите значение выражения:

$$\frac{64b^2 + 128b + 64}{b} : \left(\frac{4}{b} + 4\right) \text{ при } b = -\frac{15}{16}$$

Задача 2. Решите следующую задачу и запишите ответ.

В трапеции ABCD боковые стороны AB и CD равны, CH — высота, проведённая к большему основанию AD. Найдите длину отрезка HD, если средняя линия KM трапеции равна 16, а меньшее основание BC равно 4.

Задача 3. Решите следующую задачу и объясните решение.

Велосипедист отправился с некоторой скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 88 км. Возвращаясь из В в А, он ехал сначала с той же скоростью, но через 2 часа пути вынужден был сделать остановку на 10 минут. После этого он продолжил путь в А, увеличив скорость на 2 км/ч, и в результате затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В.

### Срез 3

1. Согласны ли вы с утверждением: «Математику уже за тем учить следует, что она ум в порядок приводит»?

А) нет; Б) скорее нет, чем да; В) скорее да, чем нет; Г) да.

2. Возникают ли у вас сложности при выполнении заданий по алгебре и геометрии?

А) нет; Б) скорее нет, чем да; В) скорее да, чем нет; Г) да.

3. Хотели ли бы вы повысить уровень своих математических способностей?

А) нет; Б) скорее нет, чем да; В) скорее да, чем нет; Г) да.

4. Как вы считаете, важна ли математика как наука?

А) нет; Б) скорее нет, чем да; В) скорее да, чем нет; Г) да.

5. Используете ли вы знания, полученные на уроках математики в повседневной жизни?

А) нет; Б) скорее нет, чем да; В) скорее да, чем нет; Г) да.

Первый срез предполагает проверку когнитивного компонента, он включает в себя тестирование. Каждый правильный ответ оценивался в 5 баллов. Второй срез – праксиологический компонент, включает в себя 3 задачи разного уровня. Каждая решенная задача оценивалась в 5 баллов. Третий срез – аксиологический компонент. В этом срезе учащимся нужно

было ответить на вопросы анкеты. Ответ «нет» оценивался в 2 балла, «скорее нет, чем да» - 3 балла, «скорее да, чем нет» - 4 балла, «да» - 5 баллов.

Результаты констатирующего этапа педагогического эксперимента приведены в следующей таблице 4:

*Таблица 4*

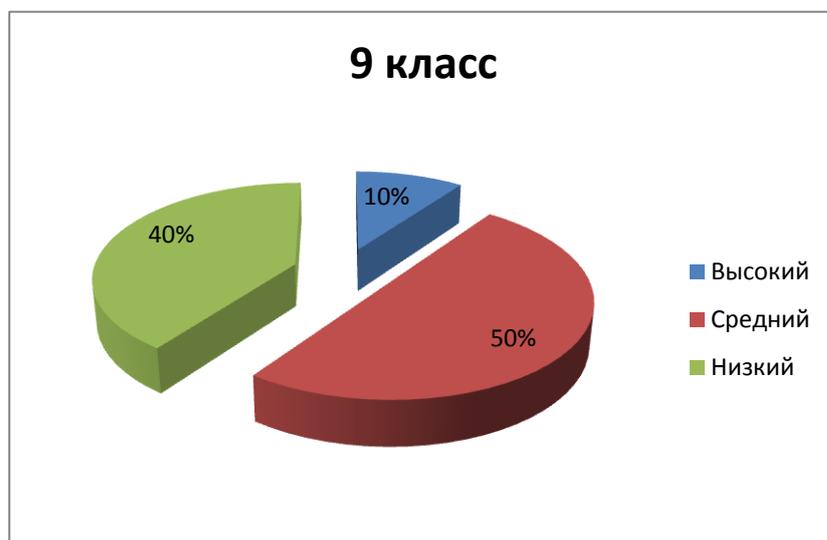
*Результаты констатирующего этапа педагогического эксперимента*

<i>№ Ученика</i>	<i>Когнитивный компонент</i>	<i>Праксиологический компонент</i>	<i>Аксиологический компонент</i>	<i>Итого баллов</i>	<i>Уровень</i>
1	20	15	18	43	Средний
2	15	10	17	42	Средний
3	10	10	15	35	Средний
4	10	15	16	41	Средний
5	15	5	20	40	Средний
6	20	10	17	45	Средний
7	15	10	12	37	Средний
8	5	15	10	30	Низкий
9	20	10	25	55	Высокий
10	10	5	20	35	Средний
11	10	10	10	30	Низкий
12	15	5	10	30	Низкий
13	10	5	10	25	Низкий
14	20	15	25	60	Высокий
15	5	10	19	39	Средний
16	10	10	10	30	Низкий
17	10	5	10	25	Низкий
18	15	10	20	45	Средний
19	10	10	10	30	Низкий
20	20	0	10	30	Низкий

*Обработка полученных данных*

Если сумма баллов 50-65(max) , можно считать, что уровень сформированности основ математической компетентности в области «Математическая логика» высокий, если 35-49 баллов, то средний уровень, если менее 35,то низкий уровень.

На рис.15 представлена диаграмма уровня сформированности математической компетентности у обучающихся 9 класса на констатирующем этапе педагогического эксперимента.



*Рис 15. Диаграмма уровня сформированности математической компетентности у обучающихся 9 класса на констатирующем этапе эксперимента.*

Результаты констатирующего этапа педагогического эксперимента показали, что у 40% учащихся 9 класса (ученики, которые набрали менее 35 баллов) низкий уровень сформированности математической компетентности. У 10% принявших участие в эксперименте учащихся высокий уровень сформированности математической компетентности. У 50% учащихся – средний уровень сформированности математической компетентности.

Основываясь на результатах диагностики, мы сделали вывод о необходимости формирования у большинства обучающихся 9 класса математической компетентности в процессе обучения алгебры и геометрии.

В рамках формирующего этапа эксперимента на базе школы №45 города Красноярска, нами было организовано обучение учащихся 9 классов. В ходе педагогической практики было проведено 5 занятий по 1,5 часа в неделю с внедрением разработанной методики. По наблюдениям, отметим

следующее, что обучающиеся были активны на занятиях, занятия проходили продуктивно, в работу были включены все учащиеся класса, они проявляли интерес к изучаемому материалу, задавали вопросы, проводили между собой дискуссии.

После целенаправленной работы по повышению уровня сформированности математической компетентности, был проведен завершающий этап педагогического эксперимента, с целью выявления динамики уровня сформированности математической компетентности у обучающихся 9 класса в процессе обучения алгебры и геометрии. Учащимся было предложено три среза.

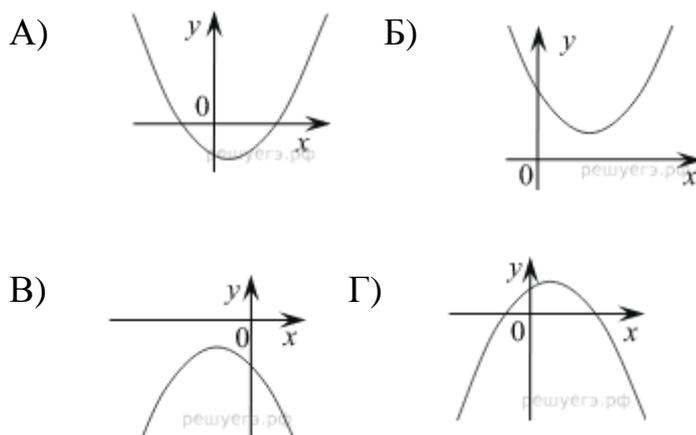
### Срез 1

1. Если условие  $A$ :  $x > 1$ ; условие  $B$ :  $x > 10$ ; условие  $C$ :  $x > 13$ ; условие  $D$ :  $x > 20$ , то

- а)  $C$  необходимо для  $A$ ;
- б)  $C$  необходимо для  $B$ ;
- в)  $D$  необходимо для  $A$ ;
- г)  $B$  необходимо для  $C$ ;
- д)  $D$  необходимо для  $B$

2. На рисунке изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Для каждого графика укажите соответствующее ему значения коэффициента  $a$  и дискриминанта  $D$ .

### Графики



### Знаки чисел

1)  $a > 0, D > 0$

2)  $a > 0, D < 0$

3)  $a < 0, D > 0$

4)  $a < 0, D < 0$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

3. Определите, какие, из следующих суждений истинны:

а) Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.

б) Центры вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника совпадают.

в) Центром симметрии ромба является точка пересечения его диагоналей.

г) Если катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны соответственно 6 и 10, то второй катет этого треугольника равен 8.

4. Чему равна сумма частот признака?

а) объему выборки  $n$

б) среднему арифметическому значений признака

в) нулю

г) единице

5. Какое свойство не является свойством функции  $y = \sqrt{x}$ ?

а) Область определения:  $[-\infty; 0]$ .

б) График функции: ветвь параболы.

в) Область значений:  $[0; +\infty]$ .

г) Выпукла вверх.

### Срез 2

Задача 1. Найдите значение выражения:

$$(a^3 - 25a)\left(\frac{1}{a+5} - \frac{1}{a-5}\right) \text{ при } a = -39$$

Задача 2. Решите следующую задачу и запишите ответ.

Окружность пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $K$  и  $P$  соответственно и проходит через вершины  $B$  и  $C$ . Найдите длину отрезка  $KP$ , если  $AK = 18$ , а сторона  $AC$  в 1,2 раза больше стороны  $BC$ .

Задача 3. Решите следующую задачу и объясните решение.

Расстояние между пристанями  $A$  и  $B$  равно 126 км. Из  $A$  в  $B$  по течению реки отправился плот, а через 1 час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт  $B$ , тотчас повернула обратно и возвратилась в  $A$ . К этому времени плот прошел 34 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Результаты завершающего эксперимента приведем в следующей таблице 5:

Таблица 5

#### Результаты завершающего этапа педагогического эксперимента

№ Ученика	Когнитивный компонент	Праксиологический компонент	Аксиологический компонент	Итого баллов	Уровень
1	20	15	115	50	Высокий
2	10	15	17	42	Средний
3	10	10	15	35	Средний
4	15	10	16	41	Средний
5	15	5	20	40	Средний
6	20	10	17	45	Средний
7	15	10	12	37	Средний

8	5	15	10	30	Низкий
9	15	15	25	55	Высокий
10	10	5	20	35	Средний
11	15	15	15	45	Высокий
12	15	5	10	30	Низкий
13	5	5	15	25	Низкий
14	20	15	25	60	Высокий
15	5	10	19	39	Средний
16	20	5	5	30	Средний
17	10	5	10	25	Низкий
18	25	15	20	60	Высокий
19	10	10	10	30	Низкий
20	10	10	10	30	Низкий

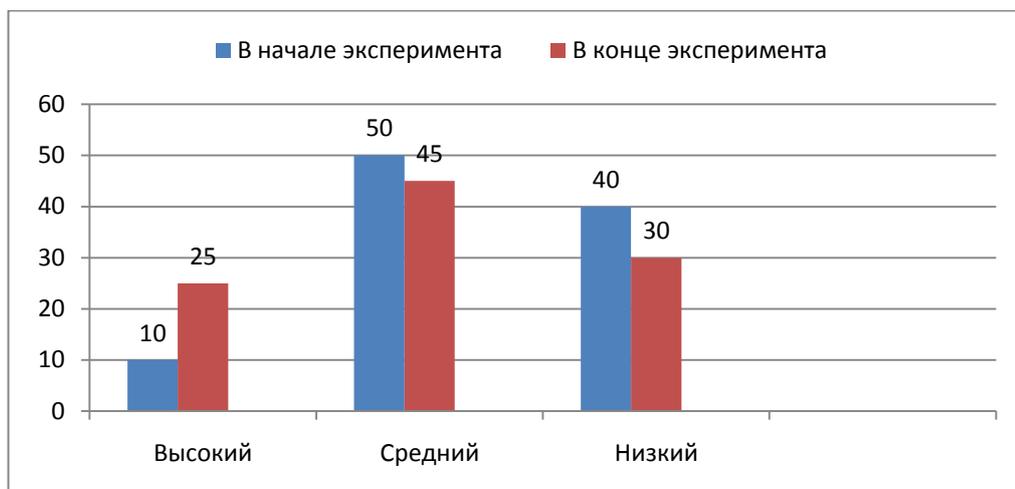
Анализ срезов показал некоторое повышение у учащихся уровня сформированности математической компетентности. Улучшилось качество выполнения заданий, для решения которых, обучающиеся использовали знания, полученные в процессе обучения алгебре и геометрии с использованием разработанной методики.

На рис.16 представлена диаграмма уровня сформированности математической компетентности у обучающихся 9 класса на завершающем этапе педагогического эксперимента.



*Рис. 16 Диаграмма уровня сформированности математической компетентности у обучающихся 9 класса на завершающем этапе эксперимента.*

На рис. 17 представлена динамика сформированности математической компетентности у обучающихся 9 класса.



*Рис. 17 Динамика сформированности математической компетентности у обучающихся 9 класса.*

Сравнивая результаты проведенных экспериментов – констатирующего и завершающего – можно сделать вывод, что разработанная нами методика позволяет повысить уровень сформированности математической компетентности у обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии.

## **Выводы по II главе**

В данной главе разработана методика формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии и представлены результаты её апробации.

В качестве целевого компонента методики формирования математической компетентности выступают математические компетенции обучающихся 9-х классов, разработанные на основе анализа целей и задач математической подготовки, обучающихся 9-х классов, требований к результатам освоения и структуре общеобразовательной программы и нормативных требований в формате ФГОС.

Содержательную основу методики формирования математической компетентности составляет, совокупность методов, форм и средств обучения алгебре и геометрии способствующая эффективному формированию математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии.

В главе описаны организация и содержание констатирующего, формирующего и завершающего этапов эксперимента, проанализированы итоги педагогического эксперимента, которые показывают, что разработанная и внедрённая модель и методика способствуют повышению уровня сформированности математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии.

## Заключение

В ходе исследования гипотеза подтвердилась частично, решены поставленные задачи, получены следующие результаты и выводы.

Выявлена сущность понятия «математическая компетентность» как личностного качества, характеризующегося освоенностью совокупности математических компетенций, и понятия «математическая компетенция» как требования к математической подготовке выпускника обучающихся 9-х классов общеобразовательной школы.

Проведено содержательное наполнение основных структурных компонентов математической компетентности: когнитивный, прагматический, аксиологический, на основе требований ФГОС ООО к математической подготовке обучающихся 9-х классов.

Разработана методическая модель формирования математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии, в основе построения которой лежат общие принципы разработки модели (ингерентности, простоты, адекватности, нормативности, последовательности) и дидактические принципы формирования математической компетентности (целостности, адаптивности, поэтапности, междисциплинарности, преемственности, активности).

Раскрыт целевой компонент методики формирования математической компетентности, основой которого выступают математические компетенции обучающихся 9-х классов, разработанные на основе анализа целей и задач математической подготовки, обучающихся 9-х классов, требований к результатам освоения и структуре общеобразовательной программы и нормативных требований в формате ФГОС.

Создана методика формирования математической компетентности, содержательной основой которой является совокупность методов, форм и

средств обучения алгебре и геометрии способствующая эффективному формированию математической компетентности обучающихся 9-х классов в процессе обучения алгебре и геометрии.

Подтверждена результативность методики формирования математической компетентности, включающая когнитивный, прагматический, аксиологический компонент сформированности, которые раскрываются в показателях и уровнях их проявления (низкий, средний, высокий).

Дальнейшее исследование может быть связано с развитием идеи формирования математической компетентности и созданием альтернативных методик ее реализации в процессе обучения алгебре и геометрии обучающихся 9-х классов.

## Библиографический список

1. Анциферова А.В., Ларин С.В. Использование «Живой геометрии» на уроках математики // Математика в школе, 2008.-№8.-с.52.
2. Болотов В.А., Сериков В.В. Компетентностная модель: от идеи к образовательной программе // Педагогика. 2003. №10. С. 8–14.
3. Большой энциклопедический словарь : А-Я / Гл. ред. Прохоров А.М. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва ; Санкт-Петербург : БСЭ, 2000. - 1452 с. - ISBN 5-85270-160-2 : Б. ц.
4. Горский Д.П. Определение. – М.: Мысль, 1974.
5. Делор Ж. Образование: сокрытое сокровище // Основные положения Доклада Международной комиссии по образованию XXI века. М.: UNESCO, 1996.
6. Дьюи Дж. Школа и общество. [Интернет-ресурс]: [Электронный ресурс]. URL: [http://www.gumer.info/bibliotek\\_Buks/Pedagog/galag/28.php](http://www.gumer.info/bibliotek_Buks/Pedagog/galag/28.php) (дата обращения: 19.04.2019).
7. Зарукина Е. В. Активные методы обучения: рекомендации по разработке и применению: учеб.-метод. пособие / Е. В. Зарукина, Н. А. Логинова, М. М. Новик. СПб.: СПбГИЭУ, 2010. – 59 с.
8. Зимняя И.А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования // Высшее образование сегодня. 2003. № 5. С. 34–42.
9. Казачек Н.А. Математическая компетентность будущего учителя математики // Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. 2010.№ 121. С. 106-110.
10. Карпов Е. Учебно-исследовательская деятельность в школе. В поисках новой педагогической альтернативы // Экономика в школе. 2001. №2
11. Клайн М. Математика. Поиск истины. – М.: Мир, 1988.

12. Коджаспирова Г.М., Коджаспиров А.Ю. Педагогический словарь: Для студ. высш. и сред. пед. учеб. заведений. — М.: Издательский центр «Академия», 2003. — 176 с.
13. Козырев Н.А., Козырева О.А. Педагогическое моделирование как продукт и метод научно-педагогического исследования // Современная педагогика. 2015. № 8 [Электронный ресурс]. URL: <http://pedagogika.snauka.ru/2015/08/4791> (дата обращения: 19.04.2019).
14. Костюченко Роман Юрьевич Методика обучения учащихся решению математических задач: содержание этапов решения // Вестник СИБИТа. 2018. №4 (28). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metodika-obucheniya-uchaschihsya-resheniyu-matematicheskikh-zadach-soderzhanie-etapov-resheniya> (дата обращения: 18.04.2019).
15. Кравченко Г. Работа в системе Moodle: руководство пользователя / Г.В. Кравченко, Н.В. Волженина. – Изд-во Алт. ун-та, 2012. – 123 с.
16. Краснова, Л. А. Содержание образования: традиции и перспективы развития // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2014. – № 4 (19). – С. 35–44.
17. Куваев М.Р. Методика преподавания математики в вузе. – Томск: Изд-во Томского университета, 1990.
18. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и её преподавание. – М.: Наука. – 1985.
19. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и её преподавание. - М.: Наука. Главная редакция физ-мат. литературы, 1985. - 176 с.
20. Лысогорова Л.В. Педагогические условия развития математических способностей младших школьников [Текст]./ Лысогорова Л.В. // Сибирский педагогический журнал. -2007.-№9.- С.228-233.
21. Маркушевич Л. И. Об очередных задачах преподавания математики в школе. На путях обновления школьного курса математики. М.: Просвещение, 1978. С. 29—48.

22. Новиков, А.М. Как работать над диссертацией: пособие для начинающего педагога-исследователя / А.М. Новиков. – 4-е изд. – М.: Издательство «Эгвес», 2003. – 104 с.
23. Основные результаты международного исследования образовательных достижений учащихся PISA-2006 [Электронный ресурс]: Центр оценки качества образования ИСМО РАО. Руководитель работы – Ковалева Г.С.- URL: [http://window.edu.ru/catalog/pdf2txt/351/60351/30272?p\\_page=10](http://window.edu.ru/catalog/pdf2txt/351/60351/30272?p_page=10) (Дата обращения: 29.09.19)
24. Панфилова А. П. Мозговые штурмы в коллективном принятии решений, -Спб.: Питер, 2005.
25. Педагогика: педагогические теории, системы, технологии : учебник для студ. высш. и сред. пед. учеб. заведений / С.А. Смирнов, И.Б. Котова, Е.Н. Шиянов и др.; под ред. С.А. Смирнова. – М.: Академия, 2001. – 512 с. 7.
26. Педагогический энциклопедический словарь / Б.М. Бим-Бад (гл. ред.); редкол.: и др. – М.: Большая Российская энциклопедия, 2003. – 528 с.
27. Пойа Д. Математическое открытие. – М.: Наука. – 1970.
28. Полат Е.С. Современные педагогические и информационные технологии в системе образования. -М.: изд. центр «Академия», 2010.
29. Примерная основная образовательная программа основного общего образования: одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 8 апреля 2015 г. №1/15)
30. Примеры заданий по чтению, математике и естествознанию. Международная программа PISA 2000 / Сост. Г.С. Ковалева и др. М.: ИОСО РАО и НФПК, 2003. 106 с.
31. Психологический словарь. Под. общ.ред. Петровского А.В., Ярошевского М.Г. – 2-е изд., - М.: «Политиздат», 2007, 494 с.

32. Саранцев Г. И., Миганова Е. Ю., Функции задач в процессе обучения [Электронный ресурс]: электрон. данные. - Москва: Научная цифровая библиотека PORTALUS.RU, 17 октября 2007. - Режим доступа: [https://portalus.ru/modules/shkola/rus\\_readme.php?subaction=showfull&id=1192627890&archive=1196815384&start\\_from=&ucat=&](https://portalus.ru/modules/shkola/rus_readme.php?subaction=showfull&id=1192627890&archive=1196815384&start_from=&ucat=&) (свободный доступ). – Дата доступа: 21.11.2019
33. Сиденко А.С. Метод проектов: история и практика применения // Завуч. 2003. №6.
34. Столяр А.А. Педагогика математики. – Минск: Высшая школа, 1986.
35. Суходольский Г.В., Структурно-алгоритмический анализ и синтез деятельности. – Л.: ЛГУ, 1976. С. 120.
36. Тангиров Х. Э. Дидактические условия использования электронных средств обучения в информационном образовательном процессе [Текст] // Теория и практика образования в современном мире: материалы II Междунар. науч. конф. (г. Санкт-Петербург, ноябрь 2012 г.). — СПб.: Реноме, 2012. — С. 96-97. — URL <https://moluch.ru/conf/ped/archive/64/2925/> (дата обращения: 25.11.2019).
37. Тумашева О.В., Абрамова Е.В. Учебная деловая игра в процессе обучения математике. // Вестник Оренбургского государственного университета. – 2016. – № 2. – С. 62–66.
38. Тумашева О.В., Берсенева О.В. Комплексное методическое портфолио как средство мониторинга формирования методических компетенций будущих учителей математики // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 7, №5 (2015) <http://naukovedenie.ru/PDF/06PVN515.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ. DOI: 10.15862/06PVN515

39. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (утвержден приказом Минобрнауки России от 17 декабря 2010 г. № 1897)

40. Фридман Л.М. Как научиться решать задачи [Текст]: пособие для учащихся / Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий. – М.: Просвещение, 1984. – 175 с.

41. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. – М.: Просвещение, 1983.

42. Ходырева Н.Г. Становление математической компетентности будущего учителя при подготовке в педагогическом вузе // Педагогические проблемы становления субъектности школьника, студента, педагога в системе непрерывного образования: Сб. науч. и метод. тр. Вып. 6. Ч. 1. Волгоград: ВГИПКРО, 2002. С. 58–61.

43. Хуторской А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированного образования // Народное образование. – 2003. - №2. – С.58-64.

44. Хуторской А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования // Ученик в обновляющейся школе. Сборник научных трудов.— М.: ИОСО РАО, 2002. – С. 135-157.

45. Шкерина Л.В., Багачук А.В., Кейв М.А., Шашкина М.Б. Теоретические основы и технологии измерения и оценивания профессиональных компетенций студентов – будущих учителей математики: монография. Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2013.- 280с.

46. Шкерина Л.В. Обновление системы качества подготовки будущего учителя в педагогическом вузе: Монография. Красноярск: РИО ГОУ ВПО КГПУ им. В.П. Астафьева, 2005. – 274 с.