

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РФ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»  
Институт математики, физики и информатики

Кафедра математики и методики обучения математике

## **ПРОГРАММА ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ**

Направление подготовки: **44.03.01 «Педагогическое образование»**  
шифр и наименование направления

Профиль «Математика»

Квалификация – Бакалавр

Красноярск, 2021

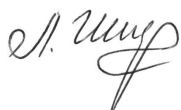
**Составители:**

Кейв М. А., доцент кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания  
Багачук А. В., доцент кафедры математического анализа и МОМ в вузе  
Шашкина М. Б., доцент кафедры математического анализа и МОМ в вузе

Актуализирована на заседании кафедры математики и методики обучения математике

12 мая 2021 г., протокол №8

Заведующий кафедрой



Шкерина Л.В.

Одобрена на заседании НМС

21 мая 2021 г., протокол №7

Председатель НМС



Бортновский С.В.



Обсуждена на заседании кафедры математического анализа и МОМ в вузе

«2» марта 2016 г., протокол №7

Заведующий кафедрой



Шкерина Л.В.

Обсуждена на заседании кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания

«2» марта 2016 г., протокол №7

Заведующий кафедрой



Майер В.Р.

Одобрена на заседании НМС

«25» марта 2016 г., протокол №7

Председатель НМСН



Бортновский С.В.



# СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. Пояснительная записка.....</b>	<b>5</b>
<b>2. Содержание итоговой государственной аттестации .....</b>	<b>8</b>
2.1. Требования к профессиональной подготовленности выпускника .....	8
по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование .....	8
<b>3. Государственный экзамен .....</b>	<b>11</b>
3.1. Порядок подготовки и проведения государственного экзамена .....	11
3.2. Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения государственного экзамена .....	13
1. Назначение фонда оценочных средств .....	14
2. Перечень компетенций, которыми должны овладеть обучающиеся в результате освоения образовательной программы.....	14
3. Фонд оценочных средств для государственного экзамена.....	16
3.1. Форма и типовые оценочные средства по математике и методике обучения математике .....	16
3.1.1 Комплект билетов для государственного экзамена по математике и методике обучения математике.....	20
3.1.2 Комплект проблемных педагогических ситуаций для государственного экзамена по математике и методике обучения математике.....	29
3.1.3 Основные компоненты методического портфеля .....	56
3.2. Показатели и критерии оценивания сформированности компетенций .....	57
3.3. Экспертная карта оценки компетенций студентов на основе проблемной педагогической ситуации.....	61
3.4. Шкала итоговой оценки за государственный экзамен.....	63
3.5. Перечень основных проблем и вопросов, выносимых на государственный экзамен .....	65
<b>4. Выпускная квалификационная работа.....</b>	<b>81</b>
4.1. Порядок подготовки выпускной квалификационной работы и проведения процедуры защиты выпускной квалификационной работы.....	81
4.2. Фонд оценочных средств для выпускной квалификационной работы.....	85
4.2.1. Критерии оценки выпускной квалификационной работы (выполнение требований к результатам исследования в части оцениваемых компетенций; к тексту выпускной квалификационной работы в части оцениваемых компетенций; к защите выпускной квалификационной работы в части оцениваемых компетенций) .....	86
4.2.2. Протокол оценки защиты выпускной квалификационной работы.....	96
4.2.3. Шкала итоговой оценки.....	97
<b>5. Методические рекомендации по подготовке и проведению государственного экзамена.....</b>	<b>98</b>
Общие положения .....	100
Подготовка к государственному экзамену.....	100

<i>Порядок проведения государственного экзамена .....</i>	<i>101</i>
<b>6. Методические рекомендации по выполнению, оформлению и защите выпускных квалификационных работ .....</b>	<b>115</b>
<i>Введение.....</i>	<i>117</i>
<i>Общие положения .....</i>	<i>117</i>
<i>Требования к ВКР бакалавра.....</i>	<i>119</i>
<i>Требования к содержанию структурных элементов ВКР.....</i>	<i>119</i>
<i>Оформление ВКР .....</i>	<i>121</i>
<i>Процедура подготовки ВКР.....</i>	<i>122</i>
<i>Процедура защиты ВКР .....</i>	<i>123</i>
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ.....</b>	<b>125</b>
<i>Приложение 1 Образец титульного листа .....</i>	<i>125</i>
<i>Приложение 2 Пример оформления содержания .....</i>	<i>127</i>
<i>Приложение 3 Примеры оформления источников библиографического списка .....</i>	<i>128</i>
<i>Приложение 4 Особенности оформления таблиц.....</i>	<i>129</i>
<i>Приложение 5 Система управления качеством ВКР.....</i>	<i>134</i>
<i>Приложение 6 Задание по выпускной квалификационной работе .....</i>	<i>135</i>
<i>Приложение 7 План-график выполнения выпускной квалификационной работы .....</i>	<i>137</i>
<i>Приложение 8 Примерный план-график подготовки и защиты выпускной квалификационной работы.....</i>	<i>138</i>
<i>Приложение 9 Отзыв научного руководителя на выпускную квалификационную работу (Схема).....</i>	<i>139</i>
<i>Приложение 10 Решение кафедры о допуске обучающегося к защите.....</i>	<i>141</i>
<i>Приложение 11 Образец Согласия на размещение текста выпускной квалификационной работы обучающегося в ЭБС КГПУ им. В.П. Астафьева .....</i>	<i>142</i>

## 1. Пояснительная записка

Целью государственной итоговой аттестации является определение соответствия результатов освоения обучающимися основных образовательных программ бакалавриата требованиям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования. Настоящая программа составлена на основе Положения об итоговой государственной аттестации выпускников высших учебных заведений в Российской Федерации, Положения о порядке проведения государственной итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования КГПУ им. В.П. Астафьева, Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению 44.03.01 Педагогическое образование.

К государственной итоговой аттестации допускаются обучающиеся, не имеющие академической задолженности и в полном объеме выполнившие учебный план или индивидуальный учебный план по направлению подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование», профиль «Математика».

Государственная итоговая аттестация состоит из одного общего государственного экзамена по профилю «Математика» и защиты выпускной квалификационной работы.

Для проведения государственной итоговой аттестации формируются государственные экзаменационные комиссии: государственная экзаменационная комиссия для принятия государственного экзамена и государственная экзаменационная комиссия для защиты выпускной квалификационной работы. Экзаменационные комиссии состоят из председателя, секретаря и членов комиссии. Экзаменационная комиссия действует в течение календарного года.

Государственные экзаменационные комиссии возглавляют председатели. Председатель государственной экзаменационной комиссии утверждается из числа лиц, не работающих в КГПУ им. В.П. Астафьева, имеющих ученую степень доктора наук и (или) ученое звание профессора либо являющихся ведущими специалистами – представителями работодателей или их объединений в соответствующей области профессиональной деятельности. Председатель государственной экзаменационной комиссии утверждается Министерством образования и науки РФ не позднее 31 декабря, предшествующего году проведения ГИА.

Председатели комиссий организуют и контролируют деятельность комиссий, обеспечивают единство требований, предъявляемых к обучающимся при проведении государственной итоговой аттестации.

В состав государственных экзаменационных комиссий включаются не менее 5 человек, из которых не менее 50 процентов являются ведущими специалистами – представителями работодателей или их объединений в соответствующей области профессиональной деятельности, остальные – лицами, относящихся к профессорско-преподавательскому составу университета и (или) иных организаций, и (или) научными работниками

университета и (или) иных организаций, имеющими ученое звание и (или) ученую степень.

На период проведения государственной итоговой аттестации для обеспечения работы государственной экзаменационной комиссии по представлению директора института назначается секретарь комиссии, из числа профессорско-преподавательского состава, научных работников или административных работников, который не является членом государственной экзаменационной комиссии. Секретарь ведет протоколы заседаний государственной экзаменационной комиссии, в случае необходимости представляет материалы в апелляционную комиссию.

Заседание комиссий проводятся председателями комиссий. Решения комиссий принимаются простым большинством голосов состава комиссий, участвующих в заседании. При равном числе голосов председатель обладает правом решающего голоса.

Итоговый письменный отчет о проведении государственной итоговой аттестации составляется председателем, который в течении одной недели после окончания заседания представляется секретарем комиссии в учебный отдел (в случае ИГАВ очной формы обучения), отдел непрерывного образования (в случае ТГАВ заочной, очно-заочной формы обучения) в одном экземпляре с приложением обобщенных результатов государственной итоговой аттестации. Второй экземпляр передается в дирекцию ИМФИ для хранения.

Обобщенные результаты об итогах проведения итоговой государственной аттестации обсуждаются на совете института, заслушиваются на заседании научно-методического совета направления института. Отчеты председателей государственных экзаменационных комиссий хранятся в архиве университета.

Решения, принятые комиссиями, оформляются протоколами. В протоколе заседания государственной экзаменационной комиссии по приему государственного аттестационного испытания отражаются перечень заданных обучающемуся вопросов и характеристика ответов на них, мнения членов государственной экзаменационной комиссии о выявленном в ходе государственного аттестационного испытания уровне подготовленности обучающегося к решению профессиональных задач, а также о выявленных недостатках в теоретической и практической подготовке обучающегося. Протоколы заседаний комиссий подписываются председателем. Протокол заседания государственной экзаменационной комиссии также подписывается секретарем экзаменационной комиссии.

По результатам государственной итоговой аттестации обучающийся имеет право подать в апелляционную комиссию письменную апелляцию о нарушении, по его мнению, установленной процедуры проведения государственного аттестационного испытания и (или) несогласии с результатами государственного экзамена, не позднее следующего рабочего дня после объявления результатов государственного аттестационного испытания.

Апелляционные комиссии состоят из председателя и членов комиссии. Апелляционная комиссия действует в течение календарного года.

Председателем апелляционной комиссии утверждается ректор университета (лицо, исполняющее его обязанности, или лицо, уполномоченное ректором университета – на основании приказа).

В состав апелляционной комиссии включаются не менее 4 человек из числа профессорско-преподавательского состава университета, не входящих в состав государственной экзаменационной комиссии.

Председателем апелляционной комиссии является ректор. В случае отсутствия руководителя лицо, исполняющее его обязанности.

Апелляция рассматривается не позднее двух рабочих дней со дня ее подачи. На заседание апелляционной комиссии приглашаются председатель государственной экзаменационной комиссии и обучающийся, подавший апелляцию. Решение апелляционной комиссии доводится до сведения обучающегося, подавшего апелляцию, в течение 3 рабочих дней со дня заседания апелляционной комиссии. Факт ознакомления обучающегося, подавшего апелляцию, с решением апелляционной комиссии удостоверяется подписью обучающегося.

При рассмотрении апелляции о нарушении процедуры проведения государственного аттестационного испытания апелляционная комиссия принимает одно из следующих решений:

- об отклонении апелляции, если изложенные в ней сведения о нарушениях процедуры проведения государственного итогового испытания обучающегося не подтвердились и (или) не повлияли на результат государственного аттестационного испытания;

- об удовлетворении апелляции, если изложенные в ней сведения о допущенных нарушениях процедуры проведения государственного итогового испытания обучающегося подтвердились и повлияли на результат государственного аттестационного испытания.

В случае удовлетворения апелляции результат проведения государственного аттестационного испытания подлежит аннулированию, в связи, с чем протокол о рассмотрении апелляции не позднее следующего рабочего дня передается в государственную экзаменационную комиссию для реализации решения апелляционной комиссии. Обучающемуся предоставляется возможность пройти государственное аттестационное испытание в сроки, установленные государственной экзаменационной комиссией.

При рассмотрении апелляции о несогласии с результатами государственного экзамена апелляционная комиссия выносит одно из следующих решений:

- об отклонении апелляции и сохранении результата государственного экзамена;

- об удовлетворении апелляции и выставлении иного результата государственного экзамена.

Решение апелляционной комиссии не позднее следующего рабочего

дня передается в государственную экзаменационную комиссию. Решение апелляционной комиссии является основанием для аннулирования ранее выставленного результата государственного аттестационного испытания и выставления нового.

Решение апелляционной комиссии является окончательным и пересмотру не подлежит.

Повторное проведение государственного аттестационного испытания обучающегося, подавшего апелляцию, осуществляется в присутствии одного из членов апелляционной комиссии не позднее даты завершения обучения в университете в соответствии со стандартом.

Апелляция на повторное проведение государственного аттестационного испытания не принимается.

## **2. Содержание итоговой государственной аттестации**

### **2.1. Требования к профессиональной подготовленности выпускника по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование**

Согласно ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, выпускник, освоивший программу бакалавриата, в соответствии с видом профессиональной деятельности, на который ориентирована программа бакалавриата, должен быть готов решать следующие **профессиональные задачи**:

#### ***педагогическая деятельность:***

- изучение возможностей, потребностей, достижений обучающихся в области образования;
- осуществление обучения и воспитания в сфере образования в соответствии с требованиями образовательных стандартов;
- использование технологий, соответствующих возрастным особенностям обучающихся и отражающих специфику предметной области;
- обеспечение образовательной деятельности с учетом особых образовательных потребностей;
- организация взаимодействия с общественными и образовательными организациями, детскими коллективами и родителями, участие в самоуправлении и управлении школьным коллективом для решения задач профессиональной деятельности;
- формирование образовательной среды для обеспечения качества образования, в том числе с применением информационных технологий;
- осуществление профессионального самообразования и личностного роста;
- обеспечение охраны жизни и здоровья учащихся во время образовательного процесса;

#### ***проектная деятельность:***



- проектирование содержания образовательных программ и современных педагогических технологий с учетом особенностей образовательного процесса, задач воспитания и развития личности через преподаваемые предметы;
- моделирование индивидуальных маршрутов обучения, воспитания и развития обучающихся, а также собственного образовательного маршрута и профессиональной карьеры;

***исследовательская деятельность:***

- постановка и решение исследовательских задач в области науки и образования;
- использование в профессиональной деятельности методов научного исследования.

***культурно-просветительская деятельность:***

- изучение и формирование потребностей детей и взрослых в культурно-просветительской деятельности;
- организация культурного пространства;
- разработка и реализация культурно-просветительских программ для различных социальных групп.

В результате освоения программы бакалавриата у выпускника должны быть сформированы общекультурные, общепрофессиональные, профессиональные компетенции.

Выпускник, освоивший программу бакалавриата, должен обладать следующими **общекультурными компетенциями (ОК):**

- способностью использовать основы философских и социогуманитарных знаний для формирования научного мировоззрения (ОК-1);
- способностью анализировать основные этапы и закономерности исторического развития для формирования патриотизма и гражданской позиции (ОК-2);
- способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве (ОК-3);
- способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-4);
- способностью работать в команде, толерантно воспринимать социальные, культурные и личностные различия (ОК-5)
- способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-6);
- способностью использовать базовые правовые знания в различных сферах деятельности (ОК-7);
- готовностью поддерживать уровень физической подготовки, обеспечивающий полноценную деятельность (ОК-8);

- способностью использовать приемы первой помощи, методы защиты в условиях чрезвычайных ситуаций (ОК-9).

Выпускник, освоивший программу бакалавриата, должен обладать следующими **общефессиональными компетенциями (ОПК)**:

- готовностью сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности (ОПК-1);
- способностью осуществлять обучение, воспитание и развитие с учетом социальных, возрастных, психофизических и индивидуальных особенностей, в том числе особых образовательных потребностей обучающихся (ОПК-2);
- готовностью к психолого-педагогическому сопровождению учебно-воспитательного процесса (ОПК-3);
- готовностью к профессиональной деятельности в соответствии с нормативно-правовыми документами сферы образования (ОПК-4);
- владением основами профессиональной этики и речевой культуры (ОПК-5);
- готовностью к обеспечению охраны жизни и здоровья обучающихся (ОПК-6).

Выпускник, освоивший программу бакалавриата с присвоением квалификации «академический бакалавр», должен обладать **профессиональными компетенциями (ПК)**:

***педагогическая деятельность:***

- готовностью реализовывать образовательные программы по предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1);
- способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики (ПК-2);
- способностью решать задачи воспитания и духовно-нравственного развития обучающихся в учебной и внеучебной деятельности (ПК-3);
- способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого предмета (ПК-4);
- способностью осуществлять педагогическое сопровождение социализации и профессионального самоопределения обучающихся (ПК-5);
- готовностью к взаимодействию с участниками образовательного процесса (ПК-6);
- способностью организовывать сотрудничество обучающихся, поддерживать активность и инициативность, самостоятельность обучающихся, развивать их творческие способности (ПК-7);

***проектная деятельность:***

- способностью проектировать образовательные программы (ПК-8);

- способностью проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся (ПК-9);
- способностью проектировать траектории своего профессионального роста и личностного развития (ПК-10);

***научно-исследовательская деятельность:***

- готовностью использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования (ПК-11);
- способностью руководить учебно-исследовательской деятельностью обучающихся (ПК-12).

***культурно-просветительская деятельность:***

- способностью выявлять и формировать культурные потребности различных социальных групп (ПК-13);
- способностью разрабатывать и реализовывать культурно-просветительские программы (ПК-14).

Оценка освоения компетенций ОК-1, 2, 3, 4; ОПК-1,4,5; ПК-1,2,3,4 производится в рамках государственного экзамена, основными средствами аттестации при этом выступают проблемные вопросы. Компетенции ОК-1,2,3,4; ОПК-1,2,5,6; ПК-8,9,11,13 в части владения и умения оцениваются в рамках представления и защиты выпускной квалификационной работы.

Государственная итоговая аттестация завершается присвоением квалификации «Бакалавр педагогического образования».

### **3. Государственный экзамен**

#### **3.1. Порядок подготовки и проведения государственного экзамена**

Государственная итоговая аттестация проводится по месту нахождения структурного подразделения университета, а именно Института математики, физики и информатики, по адресу ул. Перенсона, 7. Проведение государственного экзамена осуществляется на заседании Государственной экзаменационной комиссии (ГЭК).

На государственной итоговой аттестации присутствуют председатель, члены государственной экзаменационной комиссии, секретарь государственной экзаменационной комиссии и аттестуемый. На заседании может присутствовать без права голоса ректор, проректор по образовательной и учебно-методической деятельности, его заместитель.

Обучающимся и лицам, привлекаемым к государственной итоговой аттестации, запрещается пользоваться средствами связи во время заседания.

Государственная итоговая аттестация начинается с государственного экзамена. Дата и время проведения государственного экзамена утверждается расписанием, которое доводится до сведения обучающегося, членов государственных экзаменационных комиссии и апелляционных комиссий, не

позднее чем за 30 календарных дней до начала приема государственного экзамена.

Перед государственным экзаменом для бакалавров проводятся обзорные лекции и консультации, на которых рассматриваются наиболее сложные вопросы, вынесенные на экзамен.

Содержание государственного экзамена формируется на основе ФГОС ВО по дисциплинам образовательной программы, результаты освоения которых имеют значение для профессиональной деятельности выпускников.

Программа государственного экзамена разрабатывается кафедрой математического анализа и МОМ в вузе, кафедрой алгебры, геометрии и методики их преподавания, рассматривается на научно-методическом совете направления ИМФИ, и утверждается на совете института, и доводится до обучающихся не позднее 6 месяцев до даты государственного экзамена.

Государственный экзамен проводится устно.

Уровень знаний бакалавра оценивается на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Оценки «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» означают успешное прохождение государственного экзамена. Результаты государственного экзамена объявляются в тот же день после формирования протокола заседания комиссии.

Обучающийся, получивший по результатам государственного экзамена оценку «неудовлетворительно», не допускается к государственному аттестационному испытанию – к защите выпускной квалификационной работы.

### 3.2. Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения государственного экзамена

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
**«Красноярский государственный педагогический университет  
им. В.П.Астафьева»**

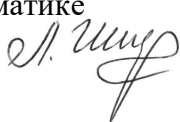
Институт математики, физики и информатики

Кафедра математики и методики обучения

математике

УТВЕРЖДЕНО

на заседании кафедры математики и  
методики обучения математике  
Протокол № 8  
от 12 мая 2021 г.  
Заведующая кафедрой  
Шкерина Л.В.



ОДОБРЕНО

На заседании научно-  
методического совета  
направления  
подготовки  
Протокол № 7  
от 21 мая 2021 г.,

Председатель НМС  
Бортновский С.В.



### **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ для проведения государственного экзамена**

Математика, методика обучения математике  
(наименование дисциплины/модуля/вида практики)

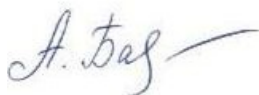
44.03.01 Педагогическое образование  
(код и наименование направления подготовки)

Математика  
(наименование профиля подготовки/наименование магистерской программы)

Бакалавр



Составитель: Кейв М. А., доцент кафедры алгебры,  
геометрии и методики их преподавания



Составитель: Багачук А. В., доцент кафедры  
математического анализа и МОМ в вузе



Составитель: Шашкина М. Б., доцент кафедры  
математического анализа и МОМ в вузе

## **1. Назначение фонда оценочных средств**

1.1. **Целью** создания ФОС для государственной итоговой аттестации по математике и методике обучения математике является определение соответствия результатов освоения обучающимися основной профессиональной образовательной программы, установленных образовательным стандартом.

**1.2.** ФОС для государственной итоговой аттестации решает **задачи:**

- управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и формирования компетенций, определенных в образовательных стандартах;

- управление процессом достижения реализации образовательных программ, определенных в виде набора компетенций выпускников;

- оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины, прохождения практики и итоговой государственной аттестации с определением положительных/отрицательных результатов и планирование предупреждающих/корректирующих мероприятий;

- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс университета;

- совершенствование самоподготовки и самоконтроля обучающихся.

**1.3.** ФОС разработан на основании нормативных **документов:**

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (проект) по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, уровень бакалавриата

- образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, уровень бакалавриата

- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» и его филиалах, утвержденного приказом ректора КГПУ им. В.П. Астафьева №498(п) от 30.12.2015г.

## **2. Перечень компетенций, которыми должны овладеть обучающиеся в результате освоения образовательной программы**

Выпускник программы бакалавриата должен обладать следующими **общекультурными компетенциями (ОК):**

- способностью использовать основы философских и социогуманитарных знаний для формирования научного мировоззрения (ОК-1);
- способностью анализировать основные этапы и закономерности исторического развития для формирования патриотизма и гражданской позиции (ОК-2);
- способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве (ОК-3);
- способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-4);
- способностью работать в команде, толерантно воспринимать социальные, культурные и личностные различия (ОК-5)
- способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-6);
- способностью использовать базовые правовые знания в различных сферах деятельности (ОК-7);
- готовностью поддерживать уровень физической подготовки, обеспечивающий полноценную деятельность (ОК-8);
- способностью использовать приемы первой помощи, методы защиты в условиях чрезвычайных ситуаций (ОК-9).

Выпускник программы бакалавриата должен обладать следующими **общефессиональными компетенциями (ОПК):**

- готовностью сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности (ОПК-1);
- способностью осуществлять обучение, воспитание и развитие с учетом социальных, возрастных, психофизических и индивидуальных особенностей, в том числе особых образовательных потребностей обучающихся (ОПК-2);
- готовностью к психолого-педагогическому сопровождению учебно-воспитательного процесса (ОПК-3);
- готовностью к профессиональной деятельности в соответствии с нормативно-правовыми документами сферы образования (ОПК-4);
- владением основами профессиональной этики и речевой культуры (ОПК-5);
- готовностью к обеспечению охраны жизни и здоровья обучающихся (ОПК-6).

Выпускник программы бакалавриата с присвоением квалификации «академический бакалавр», должен обладать **профессиональными компетенциями (ПК)**, соответствующими виду (видам) профессиональной деятельности, на который (которые) ориентирована программа бакалавриата:

#### ***педагогическая деятельность:***

- готовностью реализовывать образовательные программы по предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1);
- способностью использовать современные методы и технологии обучения и диагностики (ПК-2);
- способностью решать задачи воспитания и духовно-нравственного развития обучающихся в учебной и внеучебной деятельности (ПК-3);
- способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого предмета (ПК-4);
- способностью осуществлять педагогическое сопровождение социализации и профессионального самоопределения обучающихся (ПК-5);
- готовностью к взаимодействию с участниками образовательного процесса (ПК-6);
- способностью организовывать сотрудничество обучающихся, поддерживать активность и инициативность, самостоятельность обучающихся, развивать их творческие способности (ПК-7);

#### ***проектная деятельность:***

- способностью проектировать образовательные программы (ПК-8);
- способностью проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся (ПК-9);
- способностью проектировать траектории своего профессионального роста и личностного развития (ПК-10);

#### ***исследовательская деятельность:***

- готовностью использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования (ПК-11);
- способностью руководить учебно-исследовательской деятельностью обучающихся (ПК-12).
- ***культурно-просветительская деятельность:***
- способностью выявлять и формировать культурные потребности различных социальных групп (ПК-13);
- способностью разрабатывать и реализовывать культурно-просветительские программы (ПК-14).

### **3. Фонд оценочных средств для государственного экзамена**

#### **3.1. Форма и типовые оценочные средства по математике и методике обучения математике**



Для проведения государственной итоговой аттестации по математике и методике обучения математике используются следующие виды оценочных средств:

- комплект билетов для экзамена;
- комплект проблемных педагогических ситуаций для экзамена;
- методический портфель.

Билет государственного экзамена по математике и методике обучения математике состоит из *двух заданий*: 1) задание по двум из перечисленных разделов математики: математическому анализу; теории вероятностей и математической статистики; линейной алгебры; теории чисел; алгебраических систем; теории многочленов; элементарной геометрии; аналитической геометрии; оснований геометрии; геометрии Лобачевского; 2) компетентностно ориентированное задание по методике обучения математике.

*Первое задание* по математике охватывает наиболее фундаментальные вопросы алгебры, геометрии и математического анализа: основные понятия и методы высшей математики, ее роль и связь с современным школьным курсом математики.

Задание представляет собой два вопроса по каким-либо из перечисленных выше разделов математики, отвечая на которые, студент должен продемонстрировать теоретические знания по математике (*когнитивный* компонент профессиональной компетентности). Каждый из теоретических вопросов должен быть проиллюстрирован соответствующими примерами, в процессе решения которых студент должен продемонстрировать основные математические умения (*деятельностный* компонент профессиональной компетентности). Также содержание каждого из вопросов направлено на выявление понимания студентом связей, изучаемой теории с темами школьного курса математики (*аксиологический* компонент профессиональной компетентности).

*Второе задание* – методическое – сформулировано в компетентностном формате в виде проблемной педагогической ситуации, представляющей собой конкретные обстоятельства, имеющие отношение к образовательному процессу, сущность которых заключается в наличии некоторого противоречия (проблемы). Проблемные педагогические ситуации носят полидисциплинарный характер, требуют комплексного подхода к их разрешению. В процессе работы с ситуацией студент моделирует фрагмент профессиональной деятельности учителя, используя фрагменты своего портфеля достижений, тем самым создаются условия для проявления профессиональных компетенций, а, следовательно, возможности для их измерения по результатам деятельности.

По каждому вопросу предлагается примерный план ответа. Отвечая на предложенный вопрос, студент должен раскрыть содержание вводимых понятий, проиллюстрировать их примерами и контрпримерами, уметь охарактеризовать место и роль каждого из них в школьном курсе

математики, показать применение теорем, в доказываемых теоремах – раскрыть значение тех или иных условий теоремы, по возможности – их геометрическое и физическое истолкование, возможность (или невозможность) обращения теоремы.

Разумеется, студент может расширить предлагаемый план дополнительными математическими и историческими фактами, относящимися к данному вопросу.

### 3.1.1 Комплект билетов для государственного экзамена по математике и методике обучения математике

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)  
Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО

Председатель научно-методического совета  
\_\_\_\_\_ С.В. Бортновский  
(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ

Директор института \_\_\_\_\_ А.С. Чиганов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

#### ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

\_\_\_\_\_ (код и наименование направления подготовки)

#### Государственный экзамен

по \_\_\_\_\_ математике и методике обучения математике  
(наименование дисциплин)

#### Билет № 1

1. Функции (отображения). Предел функции в точке и на бесконечности.
2. Геометрия Лобачевского.
3. Решение проблемной педагогической ситуации №\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)  
Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО

Председатель научно-методического совета  
\_\_\_\_\_ С.В. Бортновский  
(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ

Директор института \_\_\_\_\_ А.С. Чиганов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

#### ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

\_\_\_\_\_ (код и наименование направления подготовки)

#### Государственный экзамен

по \_\_\_\_\_ математике и методике обучения математике  
(наименование дисциплин)

#### Билет № 2

1. Непрерывность функции в точке и на множестве.
2. Аксиоматический метод построения геометрии.
3. Решение проблемной педагогической ситуации №\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)  
Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО

Председатель научно-методического совета  
\_\_\_\_\_ С.В. Бортновский  
(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ

Директор института \_\_\_\_\_ А.С. Чиганов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

(код и наименование направления подготовки)

**Государственный экзамен**

по \_\_\_\_\_ математике и методике обучения математике

(наименование дисциплин)

**Билет № 3**

1. Показательная и логарифмические функции, их определения и основные свойства.
2. Движение плоскости. Параллельный перенос. Поворот плоскости. Осевая симметрия. Решение задач элементарной геометрии с использованием движений плоскости.
3. Решение проблемной педагогической ситуации №\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)  
Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО

Председатель научно-методического совета  
\_\_\_\_\_ С.В. Бортновский  
(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ

Директор института \_\_\_\_\_ А.С. Чиганов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

(код и наименование направления подготовки)

**Государственный экзамен**

по \_\_\_\_\_ математике и методике обучения математике

(наименование дисциплин)

**Билет № 4**

1. Тригонометрические функции, их определения и основные свойства.
2. Плоскость, аналитическое задание плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
3. Решение проблемной педагогической ситуации №\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)  
Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО

Председатель научно-методического совета  
\_\_\_\_\_ С.В. Борtnовский  
(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ

Директор института \_\_\_\_\_ А.С. Чиганов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

(код и наименование направления подготовки)

**Государственный экзамен**

по \_\_\_\_\_ математике и методике обучения математике

(наименование дисциплин)

**Билет № 5**

1. Дифференцируемость функции.
2. Система координат на плоскости и в пространстве. Уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве.
3. Решение проблемной педагогической ситуации №\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)  
Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО

Председатель научно-методического совета  
\_\_\_\_\_ С.В. Борtnовский  
(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ

Директор института \_\_\_\_\_ А.С. Чиганов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

(код и наименование направления подготовки)

**Государственный экзамен**

по \_\_\_\_\_ математике и методике обучения математике

(наименование дисциплин)

**Билет № 6**

1. Условия постоянства, монотонности, выпуклости функции.
2. Вектор. Линейные операции над векторами. Координаты вектора. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
3. Решение проблемной педагогической ситуации №\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)  
Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО

Председатель научно-методического совета  
\_\_\_\_\_ С.В. Бортновский  
(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ

Директор института \_\_\_\_\_ А.С. Чиганов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

(код и наименование направления подготовки)

**Государственный экзамен**

по \_\_\_\_\_ математике и методике обучения математике  
(наименование дисциплин)

**Билет № 7**

1. Исследование функции на экстремум. Задачи на наибольшее и наименьшее значение функции.
2. Многоугольник. Площадь многоугольника. Вывод формул площади треугольника. Равновеликость и равносторонность.
3. Решение проблемной педагогической ситуации №\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)  
Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО

Председатель научно-методического совета  
\_\_\_\_\_ С.В. Бортновский  
(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ

Директор института \_\_\_\_\_ А.С. Чиганов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

(код и наименование направления подготовки)

**Государственный экзамен**

по \_\_\_\_\_ математике и методике обучения математике  
(наименование дисциплин)

**Билет № 8**

1. Первообразная и неопределенный интеграл.
2. Треугольник и его замечательные линии и точки. Вписанная и описанная окружность.

3. Решение проблемной педагогической ситуации № \_\_\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)  
Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО

Председатель научно-методического совета  
\_\_\_\_\_  
С.В. Бортоновский  
(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ

Директор института \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
А.С. Чиганов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

(код и наименование направления подготовки)

**Государственный экзамен**

по \_\_\_\_\_  
математике и методике обучения математике  
(наименование дисциплин)

**Билет № 9**

1. Определенный интеграл и его свойства.
2. Алгебраическая операция. Алгебраические системы – алгебры. Группы. Простейшие свойства группы. Подгруппы.
3. Решение проблемной педагогической ситуации № \_\_\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)  
Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО

Председатель научно-методического совета  
\_\_\_\_\_  
С.В. Бортоновский  
(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ

Директор института \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
А.С. Чиганов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

(код и наименование направления подготовки)

**Государственный экзамен**

по \_\_\_\_\_  
математике и методике обучения математике  
(наименование дисциплин)

**Билет № 10**

1. Интегрируемость непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
2. Кольцо и поле. Простейшие свойства колец и полей. Подкольцо и подполе.
3. Решение проблемной педагогической ситуации № \_\_\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)  
Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО

Председатель научно-методического совета

\_\_\_\_\_ С.В. Бортновский  
(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ

Директор института \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ А.С. Чиганов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

(код и наименование направления подготовки)

**Государственный экзамен**

по \_\_\_\_\_ математике и методике обучения математике

(наименование дисциплин)

**Билет № 11**

- Площадь плоской фигуры. Вычисление площадей с помощью определенного интеграла.
- Поле комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Операции над комплексными числами.
- Решение проблемной педагогической ситуации №\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)  
Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО

Председатель научно-методического совета

\_\_\_\_\_ С.В. Бортновский  
(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ

Директор института \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ А.С. Чиганов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

(код и наименование направления подготовки)

**Государственный экзамен**

по \_\_\_\_\_ математике и методике обучения математике

(наименование дисциплин)

**Билет № 12**

1. Объём тела. Вычисление объёмов с помощью определенного интеграла.
2. Системы линейных уравнений. Равносильные системы линейных уравнений и элементарные преобразования систем. Различные способы решения систем линейных уравнений.
3. Решение проблемной педагогической ситуации №\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования



**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**

(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО

Председатель научно-методического совета

\_\_\_\_\_ С.В. Бортновский

(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ

Директор института \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ А.С. Чиганов

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

по направлению

44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

(код и наименование направления подготовки)

**Государственный экзамен**

по

\_\_\_\_\_ математике и методике обучения математике

(наименование дисциплин)

**Билет № 13**

1. Числовые ряды. Признаки сходимости.
2. Кольцо целых чисел. Теорема о делении с остатком. НОД и НОК двух целых чисел.
3. Решение проблемной педагогической ситуации №\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**

(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО

Председатель научно-методического совета

\_\_\_\_\_ С.В. Бортновский

(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ

Директор института \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ А.С. Чиганов

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

по направлению

44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

(код и наименование направления подготовки)

**Государственный экзамен**

по

\_\_\_\_\_ математике и методике обучения математике

(наименование дисциплин)

**Билет № 14**

1. Степенные ряды. Разложение функции в степенной ряд.
2. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Каноническое разложение составного числа и его единственность (основная теорема арифметики).
3. Решение проблемной педагогической ситуации №\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**

(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО

Председатель научно-методического совета

\_\_\_\_\_  
С.В. Бортновский  
(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ

Директор института \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
А.С. Чиганов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

(код и наименование направления подготовки)

**Государственный экзамен**

по \_\_\_\_\_ математике и методике обучения математике

(наименование дисциплин)

**Билет № 15**

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия теории дифференциальных уравнений.
2. Векторное пространство. Подпространство. Примеры и простейшие свойства векторных пространств. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов.
3. Решение проблемной педагогической ситуации №\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**

(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО

Председатель научно-методического совета

\_\_\_\_\_  
С.В. Бортновский  
(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ

Директор института \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
А.С. Чиганов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

(код и наименование направления подготовки)

**Государственный экзамен**

по \_\_\_\_\_ математике и методике обучения математике

(наименование дисциплин)

**Билет № 16**

1. Мощность множества. Счетные множества. Несчетность множества действительных чисел.
2. Сравнения в кольце целых чисел, основные свойства. Классы сравнимых чисел. Полная и приведенная системы вычетов. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.
3. Решение проблемной педагогической ситуации №\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**

(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО  
Председатель научно-методического совета  
\_\_\_\_\_ С.В. Бортоновский  
(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ  
Директор института \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ А.С. Чиганов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

(код и наименование направления подготовки)

**Государственный экзамен**

по \_\_\_\_\_ математике и методике обучения математике

(наименование дисциплин)

**Билет № 17**

1. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
2. Многочлены над областью целостности.
3. Решение проблемной педагогической ситуации №\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)  
Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО  
Председатель научно-методического совета  
\_\_\_\_\_ С.В. Бортоновский  
(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ  
Директор института \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ А.С. Чиганов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

(код и наименование направления подготовки)

**Государственный экзамен**

по \_\_\_\_\_ математике и методике обучения математике

(наименование дисциплин)

**Билет № 18**

1. Случайные события и их вероятности.
2. Многочлены над числовыми полями.
3. Решение проблемной педагогической ситуации №\_\_.

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)  
Институт математики, физики и информатики

СОГЛАСОВАНО  
Председатель научно-методического совета  
\_\_\_\_\_ С.В. Бортновский  
(протокол заседания совета от \_\_. \_\_. 20\_\_ г. №\_\_)

УТВЕРЖДАЮ  
Директор института \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ А.С. Чиганов  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

### ИТОГОВАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АТТЕСТАЦИЯ

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профили «математика» (академический бакалавр)

(код и наименование направления подготовки)

### Государственный экзамен

по \_\_\_\_\_ математике и методике обучения математике

(наименование дисциплин)

### Билет № 19

1. Основные понятия и факты математической статистики.
2. Поле комплексных чисел. Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа.
3. Решение проблемной педагогической ситуации №\_\_.

## 3.1.2 Комплект проблемных педагогических ситуаций для государственного экзамена по математике и методике обучения математике

*Проблемная педагогическая ситуация* – конкретные обстоятельства, имеющие отношение к образовательному процессу, сущность которых заключается в наличии некоторого противоречия (проблемы). Проблемная ситуация содержит описание некоторых обстоятельств (закрывающих в себе противоречия, проблему), а затем вопрос (вопросы), ответы на которые

### Ситуация № 1. «Потерянное решение»

В классе физико-математического профиля при изучении темы «Логарифмические уравнения» учащимся было предложено решить уравнение:

$$\log_3 x^2 + \log_x 27 = 2,5.$$

Довольно скоро большинство учащихся сообщило, что они справились с заданием. Учитель спросил: «Сколько решений имеет уравнение?» и получил ответ: «Два». Тогда учитель предложил учащимся еще раз проверить свое решение, так как их ответ неверен. Через некоторое время учащиеся сказали, что проверили оба найденных решения, они удовлетворяют исходному уравнению, поэтому уравнение имеет два корня. Однако учитель повторил, что учащиеся ошибаются.

#### Задание.

1. Представьте вариант правильного решения приведенного выше уравнения.
2. Укажите те 2 корня, которые, на ваш взгляд, нашли учащиеся.
3. Как вы думаете, почему учащиеся не справились с заданием учителя?
4. Проанализируйте описанную выше ситуацию на уроке математики: почему она возникла, каковы могут быть дальнейшие действия учителя; что могли бы предпринять вы, чтобы помочь учащимся найти ошибку в своем решении.

5. Составьте небольшую (3–5 примеров) подборку заданий по теме «Логарифмические уравнения» и предложите методику обучения учащихся их решению (выделите ключевые моменты решения, приведите его теоретическое обоснование, сформулируйте вопросы, которые вы могли бы задать учащимся в процессе совместного решения), направленную на предупреждение подобной ошибки в дальнейшем. Приведите подробное решение всех представленных вами примеров.

### Ситуация № 2. «Недостаток теста»

В целях подготовки учащихся к ЕГЭ учитель задал им следующие задания из учебно-методического пособия<sup>1</sup>:

1. Найдите корень уравнения или сумму его корней, если их несколько:

$$x \ln(x - 5) = 0.$$

2. Найдите корень уравнения или сумму его корней, если их несколько:

$$\sqrt{2x^2 + 5x + 2} \cdot \lg(x + 1) = 0.$$

Оба задания были ориентированы на проверку усвоения учащимися одного и того же способа решения уравнений.

Однако при проверке выяснилось, что ответ на первое задание у всех учащихся получился правильный – «6», а на второе часть учащихся дала правильный ответ «– 0,5», а часть неправильный – «–2,5».

#### Задание

1. Приведите правильное решение заданий.
2. Ответьте на вопросы:
  - а) Что именно, на ваш взгляд, хотел проверить (и повторить) учитель, предлагая учащимся вышеприведенные задания?
  - б) Оба ли из приведенных заданий теста соответствуют этой цели? Почему?
3. Измените формулировку задания так, чтобы устранить обнаруженный недостаток теста.
4. Составьте свои примеры (3–5) аналогичных тестовых заданий (предполагающих тот же метод решения), но использующие другие элементарные функции, изучаемые в школе и предложите методику обучения учащихся их решению (выделите ключевые моменты решения, приведите его теоретическое обоснование, сформулируйте вопросы, которые вы могли бы задать учащимся в процессе совместного решения).
5. Приведите подробное решение всех представленных вами примеров.

### Ситуация № 3. «Как сделать проверку?»

На уроке математики в классе физико-математического профиля по теме «Логарифмические уравнения» учащиеся под руководством учителя рассматривали различные способы решения логарифмических уравнений. Учитель привел примеры преобразований логарифмических выражений, которые могут привести к появлению посторонних корней логарифмического уравнения. В частности, были подробно разобраны решения следующих примеров:

- 1.

---

<sup>1</sup> Математика. Тематические тесты. Часть II. Подготовка к ЕГЭ -2010. 10-11 классы/ Под.ред. Ф.Ф. Лысенко. – Ростов-на-Дону: Легион, 2009.– 176 с., с.75-76.

2.  $\lg \sqrt{a(\sqrt{3} \sin x - \cos x)} = 0;$
3.  $\log_7 (\sin^3 [x + \sin x]) = \log_7 (-\sin 2x).$

На основании разобранный учебного материала учащиеся сделали обоснованный вывод о целесообразности применения того или иного способа решения логарифмического уравнения в зависимости от его особенностей.

После чего учитель предложил учащимся решить нижеприведенное уравнение, самостоятельно выбрав наиболее рациональный способ решения:

Однако самостоятельно справиться с этим заданием учащимся не удалось.

#### Задание

1. Приведите правильные решения всех уравнений.
2. Ответьте на вопросы:
  - а) Какие именно способы решения логарифмических уравнений, на ваш взгляд, применили учащиеся под руководством учителя при решении уравнений 1–3?
  - б) Почему решение последнего уравнения вызвало затруднения у учащихся?
  - в) Какую цель, по вашему мнению, преследовал учитель, предлагая учащимся самостоятельно решить последнее уравнение?
3. Какой способ решения последнего уравнения предложили бы вы, если бы вы были учителем в этом классе? Приведите обоснование.
4. Какие еще существуют способы решения логарифмических уравнений, кроме рассмотренных выше, позволяющие предотвратить ошибки, связанные с появлением посторонних корней уравнения или потерей его корней? Предоставьте подборку соответствующих уравнений и предложите методику обучения учащихся решению таких уравнений (выделите ключевые моменты решения, приведите его теоретическое обоснование, сформулируйте вопросы, которые вы могли бы задать учащимся в процессе совместного решения). Приведите подробное решение всех представленных вами примеров.

#### Ситуация № 4. «Всегда ли применим метод интервалов?»

При повторении темы «Метод интервалов» учащимся класса физико-математического профиля в качестве домашнего задания было предложено решить неравенства:

1.  $\frac{(x^2 - x - 2)\sqrt{x+3}}{x+5} > 0$
2.  $\frac{1 - 2x + \log_2(6x)}{x-2} < -2$
3.  $\sqrt[6]{x^2 - 2x + 1} < x - 1$  (\*)

При проверке выяснилось, что первые два неравенства были верно решены большинством учащихся, а при решении третьего неравенства одна часть учащихся получила ответ  $(-\infty; 1) \cup (2; \infty)$ , а другая –  $(0; 1) \cup (2; \infty)$ . Учитель вызвал к доске двух учащихся, и они представили два способа решения неравенства (\*):

1 способ решения.

ОДЗ:  $x$  – любое число.

Рассмотрим функцию  $f(x) = \sqrt[6]{x^2 - 2x + 1} - x + 1$

Найдем нули функции:

$$\sqrt[6]{x^2 - 2x + 1} = x - 1 \quad (1)$$

Возведем обе части уравнения в 6-ю степень:

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^6$$

Решая последнее уравнение, получим:  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 1$ ,  $x_3 = 2$ . Непосредственной подстановкой в уравнение (1), убеждаемся, что  $x_1 = 0$  является посторонним корнем уравнения. Таким образом,  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$  или  $x = 2$ . Применим метод интервалов:  $f(3) = \sqrt[6]{4} - 3 + 1 = \sqrt[6]{4} - 2 < 0$ , а далее знаки на интервалах чередуются, следовательно,  $(-\infty; 1) \cup (2; \infty)$  – решение неравенства  $f(x) < 0$ .

2 способ решения.

ОДЗ:  $x$  – любое число.

Так как  $\sqrt[6]{x^2 - 2x + 1} = \sqrt[6]{(x-1)^2} = \sqrt[3]{x-1}$ , то

получаем неравенство:

$$\sqrt[3]{x-1} < x-1$$

Возведем обе части неравенства в 3 – ю степень:

$$x-1 < (x-1)^3 \Leftrightarrow x(x-1)(1-(x-1)^2) < 0$$

Применяя метод интервалов, получаем:  $(0; 1) \cup (2; \infty)$  – решение неравенства (\*).

### Задание

1. Приведите правильные решения всех неравенств.
2. Ответьте на вопросы:
  - а) Почему применение метода интервалов к решению 3-го неравенства привело к ошибкам учащихся, в то время как применение его в первых двух случаях не вызвало у них затруднений?
  - б) Какие типичные ошибки допущены учащимися при решении 3-го неравенства? В чем, на ваш взгляд, их причина?
3. Какие другие способы решения 3-го неравенства вам известны? Приведите полное решение неравенства указанными вами способами. Какой метод решения 3-го неравенства рекомендовали бы вы? Приведите обоснование.
4. Составьте небольшую (3–5 примеров) подборку заданий и предложите методику обучения учащихся их решению (выделите ключевые моменты решения, приведите его теоретическое обоснование, сформулируйте вопросы, которые вы могли бы задать учащимся в процессе совместного решения), направленную на предупреждение ошибок учащихся, выявленных вами в пункте 2.б. Приведите подробное решение всех представленных вами примеров.

### Ситуация № 5. «Потерянное решение»

В классе физико-математического профиля при изучении темы «Логарифмические уравнения» учащимся было предложено решить уравнение:

$$\log_3 x^4 + \log_{x^2} 9 = 5.$$

Довольно скоро большинство учащихся сообщило, что они справились с заданием. Учитель спросил: «Сколько решений имеет уравнение?» и получил ответ: «Два». Тогда учитель предложил учащимся еще раз проверить свое решение, так как их ответ неверен. Через некоторое время учащиеся сказали, что проверили оба найденных решения, они удовлетворяют исходному уравнению, поэтому уравнение имеет два корня. Однако учитель повторил, что учащиеся ошибаются.

#### Задание.

1. Представьте вариант правильного решения приведенного выше уравнения.
2. Укажите те 2 корня, которые, на ваш взгляд, нашли учащиеся.
3. Как вы думаете, почему учащиеся не справились с заданием учителя?
4. Проанализируйте описанную выше ситуацию на уроке математики: почему она возникла, каковы могут быть дальнейшие действия учителя; что могли бы предпринять вы, чтобы помочь учащимся найти ошибку в своем решении.

5. Составьте небольшую (3–5 примеров) подборку заданий по теме «Логарифмические уравнения» и предложите методику обучения учащихся их решению (выделите ключевые моменты решения, приведите его теоретическое обоснование, сформулируйте вопросы, которые вы могли бы задать учащимся в процессе совместного решения), направленную на предупреждение подобной ошибки в дальнейшем. Приведите подробное решение всех представленных вами примеров.

#### Ситуация № 6

Приняв 11 класс в середине года, вы обнаружили: 8–10 учащихся не научились находить множество значений функции.

Учащимся была предложена следующая самостоятельная работа:

1. Найти множество значений следующих функций:

1)  $y = 17 - 8\cos x$ , 2)  $y = \sqrt{4 - 5^x}$ .

3)  $y = \log_{0,5} (0,125 - x^2)$ , 4)  $y = \frac{1}{(3\cos 2x - 8\sin x \cos x)^2}$ .

2. Укажите наибольшее значение функции  $y = \ln(x^2 + 5x + 7,25)$  на отрезке  $[-3; 0]$ .

2 человека не справились ни с одним заданием, сдав чистые листки. 8 человек получили в предложенных заданиях следующие ответы:

1.1.  $[9; 25]$ ; 1.2.  $[0; +\infty)$ ; 1.3.  $R$ ; 1.4.  $[-\frac{1}{121}; \frac{1}{121}]$ . 2.  $R$ .

Вы решили провести для таких учащихся дополнительное занятие. Выяснив, что учитель, которого вы заменили, научил всех учащихся пользоваться блок-схемами, вы решили составить блок-схему, позволяющую находить множество значений функции.

#### Задание

1) Решите предложенные в самостоятельной работе задания.

2) Выделите допущенные учащимися ошибки.

3) Составьте блок-схему, позволяющую находить множество значений функции.

4) Разработайте а) комплекс упражнений, позволяющих отработать применение блок-схемы (включите упражнения с объяснением решения), б) упражнения повышенного уровня трудности для тех, кто быстро освоит применение блок-схемы, в) задания, контролирующие уровень освоения учащимися рассматриваемого вопроса.

5) Разработайте подробный сценарий проведения дополнительного занятия с использованием разработанных выше материалов.

#### Ситуация № 7

Приняв 11 класс в середине года, вы обнаружили: 8–10 учащихся не научились находить области определения функций.

Учащимся была предложена следующая самостоятельная работа:

1. Найти область определения функций:

1)  $y = \frac{1}{\sqrt{125 - 5^x}}$ , 2)  $y = \frac{59}{11 - \sqrt{x}}$ , 3)  $y = \sqrt[4]{3^{\frac{x-1}{x+1}} - 1}$ ,

4)  $y = \sqrt[6]{(x^2 + 2x + 15)(3 + \log_{0,2} \frac{1}{x})}$ , 5)  $y = \sqrt{\frac{1 - \lg x}{2 + x^4}}$ .

2. Укажите наименьшее натуральное число из области определения функции

$y = \log_8 (\sqrt[6]{(2x + 5)^6} - 34)$ .



8 человек не справились ни с одним заданием, сдав чистые листки. 2 человека во всех заданиях находили область определения функции свели к решению неравенства: подкоренное выражение неотрицательно.

Вы решили провести для таких учащихся дополнительное занятие. Выяснив, что учитель, которого вы заменили, научил всех учащихся пользоваться блок-схемами, вы решили составить блок-схему, позволяющую получить не преобразованные ограничения на область определения функции.

#### **Задание**

- 1) Решите предложенные в самостоятельной работе задания.
- 2) Составьте блок-схему, позволяющую получить не преобразованные ограничения на область определения функции.
- 3) Разработайте а) комплекс упражнений, позволяющих отработать применение блок-схемы (включите упражнения с объяснением решения), б) упражнения повышенного уровня трудности для тех, кто быстро освоит применение блок-схемы, в) задания, контролируемые уровень освоения учащимися рассматриваемого вопроса.
- 4) Разработайте подробный сценарий проведения дополнительного занятия с использованием разработанных выше материалов.

#### **Ситуация № 8**

Вам пришлось заменять заболевшую коллегу в 10 классе экономического профиля.

Характеристика класса: 29 учащихся; 3 – очень сильные, много занимаются самостоятельно, собираются поступать на экономические факультеты в престижные вузы России, 8 человек учатся на «4» и «5», интересуются математикой, 7 учащихся – работают с прокладцей, но получают, как правило, «4», 8 учащихся – твердые троечники, еще 3 – очень слабые.

Тема урока: «Геометрический смысл производной. Уравнение касательной».

Как организовать деятельность учащихся на уроке, чтобы материал был усвоен всеми учащимися, чтобы все учащиеся работали на уроке?

#### **Задание**

1. В теоретическом материале темы выделите основные понятия, факты. Составьте логико-математический анализ темы. Определите значение темы для изучения всего курса математики.
2. Решите задачи по теме, предложенные в учебнике [Мордкович, А. Г. Алгебра и начала анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч.2.: учебник для общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. – 4-е изд., доп. – М.: Мнемозина, 2007.] Установите группы связей между отдельными задачами. Выделите ключевые задачи, на основе которых решается большинство задач данной темы. Выделите возможные ошибки учащихся при решении задач по данной теме.
3. Проанализируйте задания по данной теме, включенные в содержание ЕГЭ 2005 – 2009 гг. Выделите возможные ошибки и затруднения учащихся при решении этих задач.
4. Выявите связь данной темы с экономикой. Подберите серию заданий, способствующих раскрытию этой связи.
5. Разработайте подробный сценарий урока по данной теме.

#### **Ситуация № 9**

Получив задание, найти функцию, обратную данной  $y = \frac{x^2 + 3x}{x^2 - 5x}$ , ученик выполнил его следующим образом:  $y = \frac{x+3}{x-5}$ ,  $x = \frac{5y+3}{y-1}$ ,  $y = \frac{5x+3}{x-1}$ .

Ответ:  $y = \frac{5x+3}{x-1}$ .

#### Задание

1) Каким правилом нахождения функции, обратной данной, пользовался ученик? Почему ученик воспользовался этим правилом? Всегда ли это правило дает верный результат? Ответ обоснуйте.

2) Верно ли выполнил ученик задание? Если да – докажите, если нет – приведите верное решение.

3) Составьте инструкцию, советы, оформленные в виде алгоритмических предписаний по нахождению функции, обратной данной.

4) В инструкцию включите основные упражнения с объяснением решения части из них, задания, контролирующие соответствующие требования к математической подготовке учащихся, а также упражнения повышенного уровня трудности для тех, кто быстро освоит алгоритмы.

5) Разработайте подробный сценарий проведения урока по теме «Обратная функция» с использованием разработанных выше материалов.

#### Ситуация № 10

На сдвоенном уроке по подготовке к ЕГЭ систематизируются знания по теме: «Решение показательных уравнений». В течение 10 мин учащиеся слушали объяснения учителя: какие типы показательных уравнений бывают, и какими способами их решают:

1)  $4^{x-3} = 32$  – привести обе части уравнения к степени с одинаковым основанием,

2)  $2^{x+1} \cdot 3^{x+1} = 216$  – применить свойство степени и привести обе части уравнения к степени с одинаковым основанием,

3)  $2^x = 3^x$  – разделить обе части уравнения на выражение, стоящее в левой или правой части равенства,

4)  $3^{x+2} + 6 \cdot 3^x = 5$  – вынести общий множитель за скобки,

5)  $4^x + 10 \cdot 2^x + 24 = 0$  – замена переменной,

6)  $7 \cdot 6^x + 3 \cdot 9^x - 6 \cdot 4^x = 0$  – разделить обе части уравнения на  $9^x$  или на  $4^x$ , затем ввести новую переменную.

До окончания первого урока все ученики работали в парах сменного состава. Они менялись ролями, выступая, то в роли обучающего, то в роли обучающегося. Каждый ученик выбрал тот тип уравнений (из рассмотренных учителем), который, на его взгляд он умеет решать, и объяснял другим учащимся решение уравнений этого типа.

Учитель со стороны наблюдал за этой деятельностью.

На следующем уроке учитель предложил выполнить учащимся самостоятельную работу, в ходе которой выяснилось, что большинство учащихся не справились со следующими уравнениями:

а)  $24^x - 36 \cdot 4^x = 2 \cdot 6^x - 72$ ;

б)  $125 \cdot 2^{4x} - 9 \cdot 20^{x+1} + 64 \cdot 25^x = 0$ ;

в)  $4^{x-1+\sqrt{x^2-4}} - 3 \cdot 2^{x+\sqrt{x^2-4}} = 16$ .

#### Задание

1) Элементы какой технологии пытался реализовать учитель? По каким признакам вы это определили?

2) Какие ошибки были допущены учителем в ходе реализации этой технологии? Предложите рекомендации по исправлению выделенных ошибок и по их предотвращению.

3) Решите предложенные уравнения.

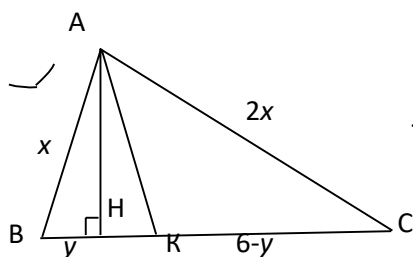
4) Выделите возможные затруднения и ошибки, которые могли возникнуть у учащихся при решении предложенных показательных уравнений. Определите возможные их причины. Предложите способы их предотвращения и исправления.

5) Предложите свой вариант урока по подготовке к ЕГЭ по теме: «Решение показательных уравнений».

### Ситуация № 11

Учительница задала учащимся на дом задачу «Биссектриса угла треугольника делит противоположающую сторону на отрезки длиной 2 см и 4 см, а высота, проведенная к той же стороне, равна  $\sqrt{15}$  см. Найти стороны треугольника». На следующем уроке Коля воспроизвел свое решение на доске:

*Решение.*



1) Так как по условию  $AK$  – биссектриса, то

$$\frac{AB}{2} = \frac{AC}{4}, \text{ откуда } AC = 2AB.$$

2) Пусть  $AB = x$ ,  $BH = y$ , тогда  $AC = 2x$ ,  $HC = 6 - y$ .

В  $\triangle ABH$ :  $x^2 = y^2 + 15$ .  
В  $\triangle AHC$ :  $(2x)^2 = (6 - y)^2 + 15$ .

4) Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 = y^2 + 15, \\ 4(y^2 + 15) = (6 - y)^2 + 15. \end{cases}$$

Решим второе уравнение системы:

$$4y^2 + 60 = 36 - 12y + y^2 + 15, 3y^2 + 12y + 9 = 0, y^2 + 4y + 3 = 0, y_1 = -3, y_2 = -1.$$

5) Так как длина отрезка не может выражаться отрицательным числом, то задача решения не имеет.

Ответ: такой треугольник не существует.

Однако Петя заявил, что ему удалось дома построить треугольник по заданным условиям, значит, такой треугольник существует, следовательно, задача имеет решение.

#### Задание

1) Выясните, кто из учеников не прав? Для обоснования своей точки зрения либо укажите ошибку в рассуждениях Коли (в этом случае приведите правильное решение задачи и постройте треугольник по данным задачи), либо опровергните заявление Пети (аналитически и/или геометрически).

2) Определите причины, допущенной учеником ошибки.

3) Что нужно, на ваш взгляд, предпринять учителю, чтобы выйти из данной ситуации? Предложите свой путь выхода из ситуации.

4) При изучении какой темы и с какой целью учитель мог задать на дом данную задачу?

5) Разработайте комплекс вопросов и упражнений, позволяющих актуализировать знания учащихся, необходимые для успешного решения данной задачи.

6) Разработайте методику работы с предложенной задачей.

### Ситуация № 12

Перед уроком геометрии в VIII классе была физкультура. Ребята пришли возбужденные, многие опоздали. Учитель входит в класс. Предстоит изучение новой темы: «Теорема Пифагора», а ученики разговаривают и не могут успокоиться. Учитель решил привлечь внимание учеников своим рассказом. Сообщив тему урока, учитель сразу начал объяснять новый материал: сформулировал определение прямоугольного треугольника, сообщил, как называются стороны прямоугольного треугольника, затем сформулировал теорему Пифагора, сделал необходимый чертеж и начал доказывать теорему. Учащиеся постепенно успокоились, и создалось впечатление, что все слушают. Для закрепления материала учитель предложил вопросы:

- Какая сторона прямоугольного треугольника называется катетом?
- Какая сторона прямоугольного треугольника называется гипотенузой?
- Сравните длины катета и гипотенузы?
- Каким равенством связаны стороны прямоугольного треугольника?

Большинство учащихся не смогли ответить на поставленные вопросы.

Тогда учитель решил дать разъяснение на примерах, он стал ходить по классу и придумывать на ходу задачи.

Затем он прочитал задачу, в которой были даны катет и гипотенуза. Требовалось найти неизвестный катет. Сразу вызвал к доске одного из сильных учеников класса. Остальные списывали с доски решение, а учитель, стоя у первой от доски парты, объяснял ученице, как из равенства, выражающего теорему Пифагора, выразить неизвестный катет.

### Задание

1) Проведите анализ данного урока. Какие ошибки были допущены учителем при изучении нового материала? Предложите свои рекомендации учителю по действиям в сложившейся ситуации. Каждая рекомендация должна быть обоснована.

2) Укажите основные этапы работы с теоремой. Все ли этапы были реализованы в ходе описанного урока?

3) Выделите основные типы задач по данной теме, предложенные в геометрия: учеб. для 7 – 9 кл. общеобразоват. учреждений. / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Каданцев и др. – 15-е изд. – М.: Просвещение, 2005. Выделите возможные затруднения и ошибки, которые могут возникнуть у учащихся при решении этих задач. Определите возможные их причины. Предложите способы их предотвращения и исправления.

4) Предложите свой вариант урока изучения новой темы: «Теорема Пифагора».

### Ситуация № 13

На ЕГЭ в 2009 г. была предложена следующая задача (С3, часть 3).

**С3.** Найдите все значения  $a \neq 0$ , при каждом из которых хотя бы одно значение функции

$$y = 5 + \frac{a^2}{1 + x^2} \text{ не принадлежит промежутку } (-3; 8a^{-2} - 2].$$

Согласно утвержденной демоверсии, спецификации и кодификатору контрольно-измерительных материалов (КИМ), в данном задании проверялось умение решать математические задачи, составляя модель (неравенство и (или) систему неравенств), умение решать логарифмические (показательные) неравенства.

Экспертами ФИПИ (Федерального института педагогических измерений) было предложено следующее решение.

Решение:

- 1) область значений данной функции – промежуток  $E(y)=(5;5+a^2]$ ;
- 2) данный промежуток содержит точку, не принадлежащую заданному промежутку, тогда и только тогда, когда  $5+a^2 > 8a^{-2}-2$ ;
- 3) полученное неравенство равносильно следующему:

$$a^4 + 7a^2 - 8 > 0 \Leftrightarrow (a^2 - 1)(a^2 + 8) > 0 \Leftrightarrow a^2 > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1, \\ a < -1 \end{cases}.$$

Ответ:  $a < -1, a > 1$ .

На проверке части С ЕГЭ между членами экспертной комиссии возник спор о соответствии содержания данного задания кодификатору. Один эксперт привел решение этого задания без оценки области значений функции и убеждал членов комиссии в том, что этот вариант решения более очевиден и понятен ученикам, а также соответствует нормативным документам теста. В результате мнения экспертов по поводу задания и его различных решений разделились. По итогам проверки было отмечено наиболее существенное количество расхождений в экспертной оценке этого задания (35 % – более, чем на 1 балл).

**Задание**

1. Проанализируйте содержание задачи и ее решение, предложенное ФИПИ. Обоснуйте пункт 1).
2. Сопоставьте решение с выпиской из спецификации и кодификатора. Сделайте выводы о соответствии составляющих дидактических единиц.
3. Предложите другой вариант решения, основанный на решении совокупности неравенств с параметром.
4. Какое решение, с вашей точки зрения, предпочтительно с точки зрения:
  - а) измерения качества математической подготовки выпускника;
  - б) ученика;
  - в) школьного учителя, готовящего учащихся к ЕГЭ?
5. Разработайте план систематической подготовки учащихся к решению подобных задач в рамках раздела итогового повторения 11 класса.
6. Дайте собственную оценку данной ситуации.

#### Ситуация № 14

При изучении темы «Квадратные уравнения» на уроке подготовки к контрольной работе учитель предложил учащимся в конце урока задачу:

При каком значении параметра  $m$  уравнение  $mx^2 - 6x + 9 = 0$  имеет один корень?

К доске был вызван сильный ученик, который в последние несколько минут урока записал решение задачи на доске. На следующем уроке учащиеся писали контрольную работу, в которой было задание:

При каком значении параметра  $a$  уравнение  $(a+4)x^2 + 6x - 1 = 0$  имеет единственный корень?

В результате с этим заданием справились безошибочно трое учащихся (в том числе тот, что, что был у доски на предыдущем уроке). 10 человек указали в качестве

ответа значение параметра  $a=-13$ . Остальные 12 человек не приступали к решению данного задания.

#### **Задание**

1. Решите оба задания.
2. Определите причины такой ситуации. Какой математический пробел выявлен у 10 учащихся, давших неполный ответ к задаче?
3. Как добиться, чтобы таких пробелов у учащихся не было? Как можно скорректировать ситуацию на уроке перед контрольной работой? на следующем уроке после контрольной работы?
4. Выделите дидактические цели решения задач с параметром в рамках данной темы.
5. Проанализируйте набор задач по данной теме в любом действующем школьном учебнике.
6. Составьте свой вариант контрольной работы по теме «Квадратные уравнения», рассчитанной на 1 урок. Предусмотрите дополнительные задания для сильных учащихся.
7. Предложите свой вариант обобщающего урока по данной теме, основной целью которого является систематизация знаний учащихся и подготовка их к контрольной работе.

#### **Ситуация № 15**

При изучении темы «Рациональные уравнения» на уроке подготовки к контрольной работе учитель предложил учащимся в конце урока задачу:

При каком значении параметра  $a$  уравнение  $\frac{x^2 - ax + 1}{x + 3} = 0$  имеет единственное решение?

К доске был вызван сильный ученик, который в последние несколько минут урока записал решение задачи на доске. На следующем уроке учащиеся писали контрольную работу, в которой было задание:

При каком значении параметра  $b$  уравнение  $\frac{x^2 - bx + 4}{x + 1} = 0$  имеет единственный корень?

В результате с этим заданием справились безошибочно двое учащихся (в том числе тот, что был у доски на предыдущем уроке). 6 человек указали в качестве ответа значение параметра  $b = \pm 4$ . Остальные 12 человек не приступали к решению данного задания.

#### **Задание**

1. Решите оба задания.
2. Определите причины такой ситуации. Какой математический пробел выявлен у 6 учащихся, давших неполный ответ к задаче?
3. Как добиться, чтобы таких пробелов у учащихся не было? Как можно скорректировать ситуацию на уроке перед контрольной работой? на следующем уроке после контрольной работы?
4. Выделите дидактические цели решения задач с параметром в рамках данной темы.
5. Проанализируйте набор задач по данной теме в любом действующем школьном учебнике.

- Составьте свой вариант контрольной работы по теме «Квадратные уравнения», рассчитанной на 1 урок. Предусмотрите дополнительные задания для сильных учащихся.
- Предложите свой вариант обобщающего урока по данной теме, основной целью которого является систематизация знаний учащихся и подготовка их к контрольной работе.

### Ситуация № 16

На ЕГЭ (июнь 2008 г.) учащимся предлагалась следующая задача С2.

Найдите все значения  $x$ , при каждом из которых выражения  $3x^2 \cdot \log_3(2+3x) - 6x \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{2+3x}$  и  $3x^2 + 2x$  принимают равные значения.

Ниже приведено решение этого задания одним из учащихся и общие критерии оценки заданий С1 и С2 для экспертов.

$$3x^2 \log_3(2+3x) - 6x \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{2+3x} = 3x^2 + 2x$$

Пусть  $\log_3(2+3x) = a$ . Тогда  $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{2+3x} = \log_{3^{-1}}(2+3x)^{\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3} \log_3(2+3x) = -\frac{1}{3}a$

$$3x^2 a - 6x \left(-\frac{1}{3}a\right) = 3x^2 a + 2xa = (3x^2 + 2x) \cdot a$$

По условию  $(3x^2 + 2x) \cdot a = 3x^2 + 2x \Rightarrow a = 1$

$$\log_3(2+3x) = 1 \rightarrow \log_3(2+3x) = \log_3 3 \quad 2+3x = 3 \quad 3x = 1 \quad x = \frac{1}{3}$$

Ответ:  $x = \frac{1}{3}$

Баллы	Общие критерии оценки выполнения заданий С1 и С2
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Верно выполнены все преобразования и вычисления. Получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущены вычислительная ошибка или вычислительная ошибка и описка, не влияющие на дальнейший ход решения. В результате этого может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

При проверке данного решения между двумя экспертами возникли разногласия по поводу оценки данного решения. Один эксперт поставил 1 балл, другой – 0 баллов.

### Задание

- Решите задание.
- Проанализируйте правильность выполнения задания учащимся.
- Оцените задание, руководствуясь указанными критериями, обоснуйте свою оценку.
- С мнением какого эксперта вы соглашаетесь и почему?
- Разработайте комплекс заданий для учащихся, направленных на предотвращение подобных ошибок.
- При изучении каких тем школьной математики у учащихся могут возникнуть подобные проблемы?

### Ситуация № 17

На ЕГЭ (июнь 2009 г.) учащимся предлагалась следующая задача С1.

С1. Найдите абсциссы всех точек графика функции  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{x^2 - 16}{x - 4}$ , касательные в которых параллельны прямой  $y = 15x$  или совпадают с ней.

Один из учащихся получил верный ответ:  $x = -4$ . Ниже приведено решение, записанное учеником.

Решение.

$$\frac{1}{3}x^3 - \frac{x^2 - 16}{x - 4} = 15x$$

$$\frac{1}{3}x^3 - \frac{(x-4)(x+4)}{\cancel{x-4}} - 15x = 0$$

$$\frac{1}{3}x^3 - 16x - 4 = 0$$

$$\left( \frac{1}{3}x^3 - 16x - 4 \right)' = 0$$

$$x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x = \pm 4, x = 4 \text{ – посторонний корень.}$$

Ответ:  $x = -4$ .

При проверке данного задания эксперты пользуются критериями оценки, которые приведены в таблице ниже.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С1
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) найдена область определения функции и упрощена формула, задающая функцию; 2) найдена абсцисса точки касания (возможно, что область определения функции не найдена в явном виде, но произведен отбор корней уравнения $f'(x) = 15$ ). Все преобразования и вычисления выполнены верно и получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущена вычислительная ошибка или описка в шаге 2), не влияющие на дальнейший ход решения. В результате этой ошибки или описки может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

Решение ученика один эксперт оценил 1 баллом, другой – 0 баллов.

**Задание**

1. Решите задание. Проанализируйте правильность выполнения задания учеником.
2. Что вы можете сказать о решении ученика? Является ли оно грамотным с математической точки зрения?
3. Ознакомьтесь с критериями оценки выполнения этого задания, оцените решение ученика, обоснуйте свою оценку. Какой из экспертов, на ваш взгляд, был прав?
4. Что бы вы сделали, если бы ваш ученик на уроке решил задание таким образом?
5. Сформулируйте обязательные результаты обучения по теме «Геометрический смысл производной», которые на ваш взгляд, отвечают требованиям базового уровня подготовки учащихся по математике.



### Ситуация № 18

На ЕГЭ (июнь 2007 г.) учащимся предлагалась следующая задача С2.

Решить уравнение:  $2 - 3x + x^2 = 2(x - 1)\sqrt{x}$ .

Один из учащихся записал следующее решение.

$$(x - 1)(x - 2) = 2(x - 1)\sqrt{x} \quad | : (x - 1)$$

ОДЗ:  $x \geq 0, x \neq 1$

$$x - 2 = 2\sqrt{x}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 4x$$

$$x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$D = 64 - 16 = 48$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{48}}{2} = 4 \pm 2\sqrt{3}$$

$$x_1 = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x_2 = 4 - 2\sqrt{3} \text{ (не удовл. ОДЗ)}$$

Ответ:  $4 + 2\sqrt{3}$ .

Один из экспертов, проверяющих работу, поставил за задание 0 баллов, другой – 1 балл. Ниже в таблице приведены критерии оценки, которыми руководствовались эксперты.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С2.7
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) данное уравнение сведено к уравнению, левая часть которого представляет собой произведение двух множителей, а правая равна 0; 2) решено полученное уравнение. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. В шаге 2) решения допущены вычислительная ошибка или вычислительная ошибка и описка, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этого может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

#### Задание

1. Решите задание.
2. Ознакомьтесь с критериями оценки выполнения этого задания, оцените решение ученика, обоснуйте свою оценку.
3. С мнением какого эксперта вы согласились и почему?
4. Почему вы считаете оценку другого эксперта неправильной?
5. Выявите причины допущенных учеником ошибок и соответствующие «пробелы» в его математической подготовке.
6. Составьте комплекс заданий, направленных на предупреждение этих ошибок.

### Ситуация № 19

На ЕГЭ (июнь 2007 г.) учащимся предлагалась следующая задача С2.

Найдите все значения  $x$ , при каждом из которых выражения  $6^{\log_3(9 - 4x^2)}$  и  $6^{\log_3(2x + 3) + \log_3(2x^2 + 3x + 6)}$  принимают равные значения.

Ниже приведено решение этого задания одним из учащихся и критерии оценки задания для экспертов.

$$6 \log_3 (9-4x^2) = 6 \log_3 (2x+3) + \log_3 (2x^2+3x+6)$$

$$\log_3 (3-2x)(3+2x) = \log_3 (2x+3)(2x^2+3x+6)$$

$$(3-2x)(3+2x) = (2x+3)(2x^2+3x+6) \quad \cdot (3+2x) \quad (3+2x) > 0$$

$$3-2x = 2x^2+3x+6$$

$$2x^2+5x+3=0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = -1,5$$

Ответ:  $-1$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания 7
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) составлено уравнение по условию задачи; 2) найдены корни составленного уравнения. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущены вычислительная ошибка или вычислительная ошибка и описка в шаге 2), не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этого может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

На проверке между экспертами возникли разногласия по поводу оценки данного решения. Один эксперт настаивал на оценке 1 балл, другой – на оценке 0 баллов.

#### Задание

1. Решите задание.
2. Ознакомьтесь с критериями оценки выполнения этого задания, оцените решение ученика, обоснуйте свою оценку.
3. С мнением какого эксперта вы согласились и почему? Почему вы считаете оценку другого эксперта неправильной?
4. Выявите причины допущенных учеником ошибок и соответствующие «пробелы» в его математической подготовке.
5. Составьте комплекс заданий, направленных на предупреждение этих ошибок.

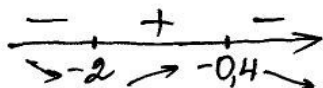
#### Ситуация № 20

На ЕГЭ (июнь 2007 г.) учащимся предлагалась следующая задача С1.

Найдите наименьшее значение функции  $y = (2x + 4)^5 - 4(2x + 4)^4$ , если  $|x + 2| \leq 1$ .

Ниже приведено решение этого задания одним из учащихся и критерии оценки задания для экспертов.

C1.  $f(x) = (2x+4)^5 - 4(2x+4)^4$   $|x+2| \leq 1$   
 $(2x+4)^5 - 4(2x+4)^4 = (2x+4)^4(2x+4-4) = (2x+4)^4 \cdot 2x$   
 $f'(x) = 16x(2x+4)^3 + (2x+4)^4 \cdot 2 = (2x+4)^3(16x+2(2x+4))$   
 $= (2x+4)^3(16x+4x+8) = (2x+4)^3(20x+8)$   
 $f'(x) = 0$   
 $(2x+4)^3(20x+8) = 0$   
 $(2x+4)^3 = 0$  или  $20x+8 = 0$   
 $x = -2$   $x = -0,4$



храни = -2  
 урани = 0

Ответ: 0

Баллы	Общие критерии оценки выполнения заданий C1 и C2
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Верно выполнены все преобразования и вычисления. Получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущены вычислительная ошибка или вычислительная ошибка и описка, не влияющие на дальнейший ход решения. В результате этого может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

На проверке между экспертами возникли разногласия по поводу оценки данного решения. Один эксперт настаивал на оценке 1 балл, другой – на оценке 0 баллов.

#### Задание

1. Решите задание.
2. Ознакомьтесь с критериями оценки выполнения этого задания, оцените решение ученика, обоснуйте свою оценку.
3. С мнением какого эксперта вы согласились и почему? Почему вы считаете оценку другого эксперта неправильной?
4. Выявите причины допущенных учеником ошибок и соответствующие «пробелы» в его математической подготовке.
5. Составьте комплекс заданий, направленных на предупреждение подобных ошибок, используя различные графические иллюстрации экстремумов функции и ее наибольшего (наименьшего) значения на промежутке.

#### Ситуация № 21

Предварительное тестирование, ноябрь 2010.

Задача C4. «Дан параллелограмм  $ABCD$   $AB = 3$ ,  $BC = 5$ , угол  $A = 60^\circ$ . Окружность с центром в точке  $O$  касается биссектрисы угла  $D$  и двух сторон параллелограмма, исходящих из вершины одного из его острых углов. Найдите площадь четырехугольника  $ABOD$ ».

По окончании тестирования учащиеся сверяют ответы. И называют два различных числа  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$  и  $6\sqrt{3}$  и обращаются к учителю с ворсом: Кто прав? А он, учитель, с содержанием теста и условием этой задачи познакомился тоже только на уроке.

**Задания.**

- 1) Если бы вы были учителем, что этому поводу сказали ребятам.
- 2) Решите эту задачу.
- 3) Приведите полное решение данной задачи.
- 4) Являются ли приведенные ответы верными?
- 5) Выделите знания и умения, которыми необходимо обладать учащимся для успешного решения задач такого вида.
- 6) Как, по вашему мнению, — это не корректно сформулированная задача или авторы специально предложили задачу, в которой надо рассматривать все возможные ситуации.
- 7) Какие изменения вы внесли бы в условие задачи, что бы она имела однозначное решение.
- 8) Приведите пример задачи, в которой требуется для полного решения рассматривать все возможные ситуации расположения данных и искомых фигур.

**Ситуация № 22**

11 класс, профильный уровень. Урок на тему: «Свойства пределов функций». Основная цель урока: познакомить учащихся со свойствами пределов функций и сформировать умения вычислять пределы функций, опираясь на эти свойства. (Обучение проводится на основе учебника: Алгебра и начала анализа: учеб. для 11 кл. базовый и профил. уровни / С.М. Никольский и др. – М.: Просвещение, 2007.).

Опираясь на учебный материал пункта 2.3. указанного учебника, учитель сформулировал свойства пределов суммы, произведения и частного двух функций, имеющих конечные пределы, высветил и прокомментировал слайд с равенствами, выражающими эти свойства. Затем учащиеся открыли учебники и в сопровождении учителя рассмотрели все, решенные в этом пункте примеры. Учитель подвел итог о специфике применения этих формул при вычислении пределов.

В классе учениками на доске при поддержке учителя были вычислены следующие пределы.

$$2.15. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x); \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}.$$

$$2.18. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{3x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{5x}\right)^{2x}. \quad 2.19. \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 2}{5x + 6}.$$

Домашнее задание предполагало вычисление пределов функций.

$$2.15. б) \lim_{x \rightarrow 1} (x^4 - 2x^2 + x + 1); \quad з) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin x}; \quad д) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}; \quad к) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{x}}.$$

$$2.17. в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{10x}; \quad е) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}.$$

$$2.18. б) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{3x} \right)^x; \quad з) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{4x} \right)^{2x}.$$

$$2.19. а) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 7}{2x + 1}; \quad з) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + 5x - 1}{2x^3 + 3x^2 + 9x + 1}; \quad е) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - 1}{x^3 + 1}.$$

Если учащийся не мог вычислить какой-то предел из домашней работы, то ему нужно было свои затруднения выразить в виде конкретных вопросов, адресованных учителю или другим ученикам.

75% учащихся класса не справились с вычислением пределов 2.15. з) и д); 2.18. з); 2.19. з) и е). Большинство из них не смогли сформулировать в виде вопросов, в чем конкретно они испытывают трудности на данном этапе вычисления этих и других пределов.

#### Задание.

1. Познакомьтесь с содержанием учебного материала пунктов 2.1. и 2.3. указанного учебного пособия.
2. Выполните классную и домашнюю работу учащихся и сопоставьте их содержание.
3. Каковы, по Вашему мнению, были основные цели этой домашней работы и, что можно сказать об их достижении?
4. Сопоставьте цели урока и домашней работы учеников и сделайте обоснованные выводы.
5. Как Вы думаете, почему большинство учащихся не смогли вычислить названные выше пределы? Ответ обоснуйте.
6. Что, по Вашему мнению, могло вызвать трудности у учащихся при формулировании вопросов?
7. В сложившейся ситуации выделите проблемы, которые возникли у учителя и учеников. Охарактеризуйте подробно учебную ситуацию, возникшую в этом случае.
8. Разработайте программу выхода из этой ситуации, реализация которой, по Вашему мнению, привела к устранению или предупреждению возникших проблем. Обоснуйте свои суждения.

#### Ситуация № 23

11 класс, базовый уровень, тема урока: «Производная сложной функции» (Алгебра и начала анализа: учеб. для 11 кл. базовый и профил. уровни / С.М. Никольский и др. – М.: Просвещение, 2007.).

Учитель организовал на уроке самостоятельное изучение материала по указанному учебнику, пункт 4.6. Формулу для вычисления производной сложной функции и ее доказательство учащиеся записали в тетрадях, сделав необходимые для себя примечания. Были рассмотрены и прокомментированы учащимися с места все решенные в пункте примеры на вычисление производной сложной функции. У доски учащиеся при поддержке всего класса выполняли следующие задания.

Укажите, при каких значениях  $x$  функция  $y = f(x)$  имеет производную, и найдите эту производную:

4.52. а)  $y = e^{3x}$ ;      з)  $y = e^{-2x+7}$ ;      ж)  $y = 4^{3x-8}$ .

4.54. а)  $y = \log_4(12x) - \log_2 x$ ;      з)  $y = \ln(5x - 10)$ .

4.55. а)  $y = (\cos x)^4 - (\sin x)^4$ ;      з)  $y = 6 \sin 7x \sin 3x$ .

4.57. в)  $y = \operatorname{tg}(x^3)$ .      4.58. з)  $y = (\operatorname{ctg} x)^5$ .

Домашнее задание составили следующие упражнения:

4.53. д)  $y = e^{\sin x}$ .      4.55. в)  $y = 5 \sin 10x \cos 8x$ .

4.56. в)  $y = \operatorname{tg}(2x - 3)$ ;      з)  $y = \operatorname{ctg}(-5x)$ .

4.57. а)  $y = \sin(x^2)$ .      4.58. б)  $y = (\cos x)^4$ .

На следующем уроке учитель провел фронтальную проверку и выявил, что домашнее задание выполнили все учащиеся. Чтобы определить уровень освоения умений вычислять производные сложных функций каждым учащимся, учитель в начале урока провел проверочную работу по вариантам.

Проверка показала, что с первым и вторым заданием обоих вариантов справилось большинство учащихся. Третье задание из второго варианта решили 2 из 13 учащихся, а из первого – 1 из 12 учащихся.

Укажите, при каких значениях $x$ функция $y = f(x)$ имеет производную, и найдите эту производную	
Вариант 1	Вариант 2
1. $y = \sin(x^2) - e^{2-3x}$ ; 2. $y = \sqrt{x+1} \cos^2(4x)$ ; 3. $y = \frac{\sin(e^{2x})}{\ln(\cos x)}$ .	1. $y = 3e^{2x-1} + \cos(x^{-2})$ ; 2. $y = \sqrt[3]{x-2} \ln^2(3x)$ ; 3. $y = \sqrt{\ln(x^2+1)} e^{\sin 2x}$ .

**Задание.**

1. Познакомьтесь с содержанием учебного материала пункта 4.6., указанного выше учебника.
2. Решите все задания, предложенные учащимися.
3. Сформулируйте основную цель этого урока.
4. Проанализируйте задания, решенные учащимися на уроке и дома, и сопоставьте их с заданиями проверочной работы. Сделайте выводы о степени их соответствия.
5. Сопоставьте варианты проверочной работы и сделайте выводы о степени их равнозначности и соответствия целям проверочной работы. Предложите свои варианты по уточнению целей проведения такой проверочной работы.
6. Охарактеризуйте учебную ситуацию, возникшую в этом случае. В чем состоит проблема для учителя и для учеников?

Разработайте подробную программу выхода из этой ситуации и обоснуйте, что в результате ее реализации возникшие проблемы могут быть устранены.

**Ситуация № 24**

Перед изучением одной из тем главы «Производная» (учебник А.Г. Мордковича «Алгебра и начала анализа», 10 кл., профильный уровень) учитель предложил учащимся 10 класса следующее домашнее задание.

1. Найти в учебнике определения: возрастающей и убывающей, четной и нечетной, периодической и непериодической функций, области определения и множества допустимых значений функции. Записать эти определения в тетрадь.

2. Доказать, что функция:

а)  $f(x) = 5x + 1$  возрастает в области определения;

б)  $g(x) = 1 - 5x$  убывает в области определения;

в)  $\phi(x) = |x + 1|$  не является монотонной;

г)  $y(x) = x - \frac{3}{x^5}$  является нечетной в области определения;

д)  $\lambda(x) = x^2 - \frac{2}{x^4}$  является четной в области определения;

е)  $\chi(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$  не является ни четной, ни нечетной;

ж)  $z(x) = 7 \cos(5x - 3)$  является периодической, ее наименьший положительный период  $T = \frac{2\pi}{5}$ .

з)  $w(x) = x + \sin x$  не является периодической.

3. Исследовать на четность и нечетность функции:

а)  $y(x) = |4 - x^2|$     б)  $f(x) = \frac{1 + \sin x}{\sin x}$ ;    в)  $\phi(x) = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ .

4. Является ли четной или нечетной функция:

а)  $f(x) = \frac{x^4}{1+x^2}$ ,  $x \in [-2; 4]$ ;    б)  $g(x) = \frac{x}{\cos x}$ ,  $x \in \left[ -\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right)$ .

5. Исследовать на периодичность функции (если функция периодическая, то указать ее наименьший положительный период):

а)  $f(x) = 3 - 2x - x^2$ ;    б)  $g(x) = 2 \operatorname{tg} x + 4 \sin 2x$

Учитель проверил домашнее задание, результаты оказались неожиданными. Особенно его удивило то, что большинство учащихся не умеют с помощью соответствующих определений исследовать функции на четность (нечетность) и периодичность. Из 24 учащихся класса от 10 до 13 не справились с заданиями 3. и 4. При решении заданий 3.а) и 3.б) большинство учащихся не смогли сделать вывод о выполнении или невыполнении, требуемых в определениях соответствующих равенств. Суть ошибки в решении задания 4. у большинства учащихся состояла в том, что они не учитывали специфику области задания функций.

В ходе проверки учитель выявил, что 18 учащихся не владеют способом решения задания 5.а).

### Задание.

1. Выполните все задания из домашней работы учащихся.

2. Перед изучением какой темы из главы «Производная» учитель дал учащимся такое домашнее задание? С какой целью, по Вашему мнению, он это сделал?

3. Насколько, по Вашему мнению, оказалось методически оправданным такое домашнее задание на данном этапе обучения?

4. Дайте подробную характеристику той ситуации, которую выявил учитель после проверки домашней работы учащихся.

5. Если бы Вы были учителем, то, как бы стали выходить из такой ситуации? Разработайте подробную программу действий учителя и учеников по выходу из этой ситуации.

6. Обоснуйте, что в результате реализации вашей программы все ученики смогут усвоить определения периодической, четной (нечетной) функций и овладеть умениями их использования в решении задач такого типа, в том числе и способом доказательства того, что данная функция не является периодической.

### Ситуация № 25

Учитель проводил урок в 11 классе на тему: «Основные правила дифференцирования функций».

Основная цель этого урока: «Закрепить знания учащихся в области формул и правил вычисления производных и их умения в использовании этих правил при вычислении производных суммы, произведения и частного функций». (В качестве основного учебника учитель использовал: Ю.М. Колягин и др. Алгебра и начала анализа. 11 кл. – М.: Мнемозина, 2003.).

Для реализации поставленной цели преподаватель запланировал выполнение учащимися следующих упражнений.

Найти производную функции:

$$1. f(x) = \frac{2}{3} \sin x - 8 \ln x + \frac{9}{\sqrt{x}};$$

$$2. g(x) = 6\sqrt{x} - \ln x + \frac{1}{3} \cos x;$$

$$3. \phi(x) = 3 - (2 + e^x)(x - \cos x) + \sqrt[3]{x};$$

$$4. \chi(x) = (x+3)(e^x - \sin x) - \frac{1}{2x^2};$$

$$5. \gamma(x) = 3 - (1 + \ln x)(x^2 - x) + \frac{3}{4x^4};$$

$$6. \lambda(x) = \frac{(x^{-2} + e^x \cos x)}{2 - \sin x};$$

$$7. y(x) = \frac{2x \ln x - \frac{1}{3} x^{-3}}{2x+5} - 2009;$$

$$8. w(x) = \frac{2^{-x} - \log_2 x}{x \ln x} - \frac{1}{5x^5}.$$

**Замечание.** Дадим краткий комментарий к организации работы учащихся по выполнению этих упражнений на уроке.

Упражнения 1, 3, 6. выполнялось с пояснениями и комментариями учеником, вызванным к доске, при поддержке учителя и участия всего класса.

Упражнения 4 и 7 выполнялись учащимися самостоятельно при комментировании одним из них основных шагов выполнения соответствующих действий и записи правильного ответа на доске.

Упражнения 2, 5 и 8 решались учащимися в тетрадях самостоятельно, на доске записывался правильный ответ, учитель отвечал на имеющиеся у каждого учащегося вопросы и при необходимости акцентировал на этом внимание всего класса.

После выполнения всех заданий учитель задал учащимся традиционный вопрос: «Ребята, у кого еще остались вопросы по выполнению упражнений?». Получив ответ: «Все понятно!», учитель предложил учащимся выполнить самостоятельно на оценку следующие упражнения.

Вариант 1	Вариант 2
-----------	-----------



Найти производные функций:

1.  $z(x) = (x^2 + 1) \ln x - 3\sin x + 777$ ;

2.  $y(x) = \frac{4}{5x^5} - 2e^x + \cos(3x-1)$ ;

3.  $f(x) = \frac{x - \sin x}{x \cos x}$ .

Найти производные функций:

1.  $z(x) = (\sqrt{x} - 1)\cos x - 999 - 2\ln x$ ;

2.  $y(x) = \frac{3}{2\sqrt[3]{x}} + \frac{\sin x}{5} + 4e^x$ ;

3.  $f(x) = \frac{x \sin x}{x - \cos x}$ .

Проверив самостоятельную работу, учитель обнаружил, что при решении второго упражнения в первом варианте все учащиеся сделали ошибку!

**Задание.**

1. Выполните все упражнения классной и самостоятельной работы учащихся.
2. Проведите сравнительный анализ вариантов самостоятельной работы и сделайте вывод о соответствии каждого из них целям самостоятельной работы. Сформулируйте эти цели исходя из основной цели урока.
3. В чем, по Вашему мнению, скорее всего, состояла ошибка учащихся при выполнении второго упражнения в первом варианте?
4. Что, по Вашему мнению, могло привести учащихся к этой ошибке?
5. Сформулируйте проблемы, которые возникли в этой ситуации для учителя и для учащихся.
6. Если бы Вы, будучи учителем, оказались в такой ситуации, то каким образом разрешили бы все эти проблемы? Дайте подробное и обоснованное описание вашего варианта выхода из создавшейся ситуации.

#### **Ситуация № 26**

Учитель математики в 11 классе проводил дифференцированную подготовку учащихся к ЕГЭ. Для этого он разбил класс на группы в соответствии с претензиями каждого ученика на определенный рейтинговый балл ЕГЭ. Оказалось, что три ученика класса планируют поступать в вуз, в котором проходной балл не менее 90 баллов. Для них учитель подбирал специальные задания, основное внимание уделял задачам типа С5 и С6.

**Задание**

В одно из домашних заданий для этой группы учитель включил следующие три задачи.

*Задача 1.* Найдите все значения  $a$ , такие, что уравнение

$$|x+3| - 1 = |2x - a|$$
 имеет единственное решение.

*Задача 2.* Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 3|$  имеет два корня.

*Задача 3.* Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $2|2|x| - a^2| = x + a$  имеет три различных корня.

К этим задачам учитель дал следующие рекомендации.

- 1) Для решения этих задач, используйте функциональную основу уравнений. Введите в рассмотрение соответствующие функции и используйте их свойства и графики.
- 2) Ответы.

Задача 1.  $\{-8; -4\}$ .

Задача 2.  $(-24; 18)$ .

Задача 3.  $\{-2; -\frac{1}{2}\}$ .

Однако к назначенному сроку ни одна задача не была решена. Учащиеся правильно определили функции, свойства которых нужно использовать в решении задач, но не смогли воспользоваться их свойствами. Для учителя это было неожиданно, и он стал обдумывать возможные варианты своих действий в этой ситуации.

Как бы вы поступили, окажись на месте этого учителя? Представьте свой вариант и обоснуйте его.

### Ситуация № 27

Учитель математики в 11 классе проводил дифференцированную подготовку учащихся к ЕГЭ. Для этого он разбил класс на группы в соответствии с претензиями каждого ученика на определенный рейтинговый балл ЕГЭ. Оказалось, что три ученика класса планируют поступать в вуз, в котором проходной балл не менее 90 баллов. Для них учитель подбирал специальные задания, основное внимание уделял задачам типа С5 и С6.

#### Задание

В одно из домашних заданий для этой группы учитель включил следующие три задачи.

*Задача 1.* Найдите все значения  $a$ , такие, что для любого  $x$  выполняется неравенство  $2x + 2 |x - a| + |x - 1| > 3$ .

*Задача 2.* Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых множество значений функции  $f(x) = \frac{x^2 - ax + 1}{x^2 + x + 1}$  лежит на интервале  $(3; 3)$ .

*Задача 3.* Найдите все такие значения  $a$ , при которых наименьшее значение функции  $f(x) = |x^2 - (1 + a)x + a| + (a - 1)|x + 1|$  меньше 2.

К этим задачам учитель дал следующие рекомендации.

1) Для решения задачи 1 используйте функциональную основу неравенств. Введите в рассмотрение соответствующую функцию и используйте ее свойства.

2) Ответы.

Задача 1.  $(\frac{3}{2}; \infty)$ .

Задача 2.  $(-5; 1)$ .

Задача 3.  $(-\infty; \sqrt{3})$ .

Однако к назначенному сроку ни одна задача не была решена. Учащиеся правильно определили функцию, но не смогли выявить те ее свойства, которыми нужно воспользоваться. С другой стороны, в задачах 2 и 3 не записали соответствующие неравенства. Для учителя это было неожиданно, и он стал обдумывать возможные варианты своих действий для того, чтобы учащиеся поняли, как решать эти задачи и правильно их решили.

Как бы вы поступили, окажись на месте этого учителя? Представьте свой вариант и обоснуйте его.

### Ситуация № 28

Готовя учащихся 11 класса к ЕГЭ по математике, учительница решила актуализировать их умения решать задачи нахождение вероятности случайного события на основе использования классического определения вероятности. Задавая домашнее задание, она предложила учащимся 5 задач из книги: «3000 задач с ответами по

математике. Все задания группы В» / Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Яценко. – М.: Издательство «Экзамен», 2012. – 542 с.

*Задача 369.* Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 80 выступлений – по одному от каждой страны. В первый день 20 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жребием. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

*Задача 375.* Игральную кость (кубик) бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало не более 3 очков?

*Задача 406.* В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 7 из них встречается вопрос о производной. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не встретится вопрос о производной.

*Задача 412.* Юля дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 5 очков. Найдите вероятность того, что при первом броске выпало 3 очка.

*Задача 420.* На чемпионате по прыжкам в воду выступают 40 спортсменов, среди них 4 прыгуна из Италии и 10 прыгунов из Аргентины. Порядок выступлений определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет выступать прыгун из Италии.

На следующем занятии учитель обнаружил, что все ученики правильно решили дома задачи №№ 375, 406, 412. А две другие задачи ни кто не смог решить.

Почему же это могло произойти? Что разве задачи №№ 369 и 420 решаются другим способом, нежели остальные задачи данного задания?

Исследуйте решения всех задач и дайте обоснованный ответ на эти вопросы. Предложите свой вариант помощи учащимся в решении задач №№ 369 и 420.

*Замечание.* Ответы. 369. 0,125; 375. 0,5; 406.  $\frac{13}{20}$ ; 412. 0,25; 420. 0,1.

### Ситуация № 29

Готовя учащихся 11 класса к ЕГЭ по математике, учительница решила актуализировать их умения решать задачи на нахождение вероятности случайного события на основе использования классического определения вероятности. Задавая домашнее задание, она предложила учащимся 5 задач из книги: «3000 задач с ответами по математике. Все задания группы В» / Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Яценко. – М.: Издательство «Экзамен», 2012. – 542 с.

*Задача 371.* Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 60 выступлений – по одному от каждой страны. В первый день 18 выступлений. Остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жребием. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

*Задача 380.* На соревнования по прыжкам в воду приехали 7 спортсменов из Венгрии, 6 из Швейцарии и 2 из Германии. Порядок выступлений определяется жребием. Найдите вероятность того, что пятым будет выступать спортсмен из Швейцарии.

*Задача 390.* В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз. 0,5

*Задача 409.* В сборнике билетов по физике всего 20 билетов, в 6 из них встречается вопрос по оптике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не встретится вопрос по оптике.

**Задача 411.** Лена дважды бросает игральный кубик. В сумме у нее выпало 11 очков. Найдите вероятность того, что при втором броске выпало 6 очков.

На следующем занятии учитель обнаружил, что все ученики правильно решили дома задачи №№ 390, 409, 411. А две другие задачи ни кто не смог решить.

Почему же это могло произойти? Что разве задачи №№ 371 и 380 решаются другим способом, нежели остальные задачи данного задания?

Исследуйте решения всех задач и дайте обоснованный ответ на эти вопросы. Предложите свой вариант помощи учащимся в решении задач №№ 371 и 380.

*Замечание.* Ответы. 371. 0,35; 380.  $\frac{6}{15}$ ; 390. 0,5; 409. 0,7; 411. 0,5.

### Ситуация № 30

Две студентки проходили педагогическую практику в одном классе. Накануне контрольной работы, посоветовавшись с учителем, они решили, что можно ограничиться двумя вариантами и договорились, что к завтрашнему уроку составят по варианту, в каждом из которых будет по 5 заданий.

#### Контрольная работа

Цель: оценить уровень сформированности у учащихся умений решать типовые показательные и логарифмические уравнения и неравенства.

Вариант №1 (первая студентка)	Вариант №2 (вторая студентка)
Решите уравнения: 1) $\lg(x-4) + \lg(x+3) = \lg(5x+4)$ ; 2) $3^{ 3x-4 } = 9^{2x-2}$ ;	Решите уравнения: 1) $9x^2 - 36 \cdot 3x^{-2} + 3 = 0$ ; 2) $7^{3u} + 9 \cdot 5^{2u} = 5^{2u} + 9 \cdot 7^{3u}$ ; 3) $4 \log_x \sqrt{x} + 2 \log_{4x} x_2 = 3 \log_{2x} x^3$ ;
Решите неравенства: 3) $2 - \log_2(x^2 + 3x) \geq 0$ ; 4) $3^{4-3x} - 35 \cdot 3^{3x-2} + 6 \geq 0$ ;	
Решите систему уравнений: 5) $2^x \cdot 8^{-y} = 2^{\sqrt{x}}$ , $\log_{\frac{1}{y}} x + 0,5 = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{y}} 9y$	Решите неравенства: 4) $3^{\log_2(x^2 - 3x + 2)} > 3$ ; 5) $\log_7 x - \log_7(2x - 5) \leq \log_7 2 - \log_7(x - 3)$

Какие проблемы ожидают студенток после проведения этой контрольной работы? Как можно исправить их последствия? Дайте обоснованный ответ.

*Замечание.*

Чтобы дать полные и обоснованные ответы на эти вопросы нужно:

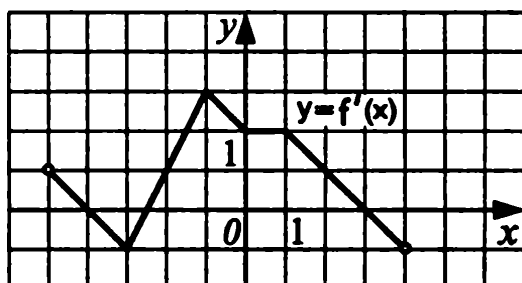
- решить все задания обоих вариантов;
- определить, на сколько каждый вариант соответствует целям контрольной работы и в чем состоит несоответствие?
- составить из этих заданий свой вариант контрольной работы, который будет соответствовать данным целям;
- охарактеризовать ситуацию, которая могла возникнуть у этих студенток после контрольной работы и предложить план выхода из нее.

### Ситуация № 31

На занятии элективного курса по подготовке учащихся к ЕГЭ по математике учащимся в качестве самостоятельной работы было предложено решить несколько задач типа В8 из открытого банка тестовых заданий.

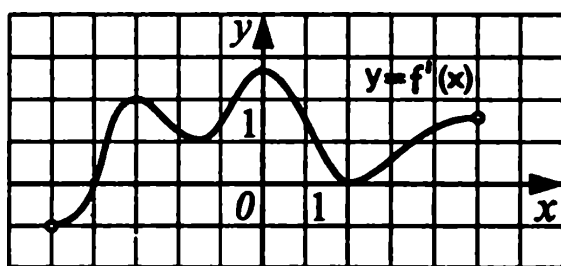
1. Точка движется по координатной прямой так, что зависимость ее координаты  $x$  от времени  $t$  задается формулой:  $x(t) = t^2 - 13t - 36$ . Найдите момент времени, в который точка меняет направление движения.

2. Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-5; 4)$ . На рисунке изображен график ее производной. К графику функции  $y = f(x)$  провели касательные во всех точках, абсциссы которых являются целыми числами. Определите количество точек, в которых проведенные касательные имеют положительный угловой коэффициент.



$(-5; 5)$ . На рисунке изображен

3. Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-5; 5)$ . На рисунке изображен график ее производной. Определите точки минимума и максимума функции  $y = f(x)$  и в ответе укажите их произведение.



4. Прямая  $y = 5x - 1$  параллельна прямой  $l$ , которая является касательной к графику функции  $y = x^2 - 4x - 5$ . Найдите абсциссу точки касания прямой  $l$  и графика данной функции.

5. Прямая, проходящая через точку  $A(-3; 5)$ , касается графика функции  $y = f(x)$  в точке  $B(1; -2)$ . Найдите значение производной функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x = 1$ .

В итоге получились следующие результаты: с заданиями 3 и 4 справились 35% учащихся, задания 1, 2, 5 не решил никто.

1. Решите все задания.
2. Определите по кодификатору и спецификации КИМ ЕГЭ, какие элементы содержания, знания и умения проверяются с помощью заданий В8.
3. Укажите причины возникновения возможных затруднений учащихся при решении предложенных заданий.
4. Определите, какими знаниями и умениями необходимо владеть учащимся для того, чтобы успешно решать подобные задания.
5. Опишите не менее 10 различных сюжетов, которые встречаются в открытом банке заданий по математике по данному заданию.
6. Составьте комплекс тренировочных упражнений, направленных на подготовку учащихся к решению аналогичных задач.
7. Представьте несколько компьютерных демонстраций, которые бы визуализировали процесс решения задач В8 в динамике.

### Ситуация № 32

При изучении темы «Показательные уравнения» в классе с профильным уровнем обучения математике на уроке подготовки к контрольной работе учитель предложил учащимся в конце урока задачу:

При каком значении параметра  $p$  уравнение  $(p - 4)9^x + (p + 1)3^x + 2p - 1 = 0$  не имеет решений?

К доске был вызван сильный ученик, который в последние несколько минут урока записал решение задачи на доске. На следующем уроке учащиеся писали контрольную работу, в которой было задание:

При каком значении параметра  $a$  уравнение  $25^x - (a - 4)5^x - 2a^2 + 10a - 12 = 0$  не имеет действительных корней?

В результате с этим заданием справились безошибочно трое учащихся (в том числе тот, что был у доски на предыдущем уроке). 10 человек указали в качестве ответа промежуток (2;3). Остальные 12 человек не приступали к решению данного задания.

1. Решите оба задания.
2. Определите причины такой ситуации. Какой математический пробел выявлен у 10 учащихся, давших неполный ответ к задаче?
3. Как добиться, чтобы таких пробелов у учащихся не было? Как можно скорректировать ситуацию на уроке перед контрольной работой? на следующем уроке после контрольной работы?
4. Выделите дидактические цели решения задач с параметром в рамках данной темы.
5. Проанализируйте набор задач по данной теме в любом действующем школьном учебнике.
6. Составьте свой вариант контрольной работы по теме «Показательные уравнения» для класса математического профиля, рассчитанной на 2 урока. Предусмотрите дополнительные задания для наиболее сильных учащихся.
7. Предложите свой вариант обобщающего урока по данной теме, основной целью которого является систематизация знаний учащихся и подготовка их к контрольной работе.

### Ситуация № 33

На ЕГЭ (июнь 2012 г.) учащимся предлагалась следующая задача C1.

Дано уравнение  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) = \cos x$ .

а) Решите уравнение.

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .

Ниже приведены критерии оценки задания для экспертов и решение этого задания одним из учащихся.

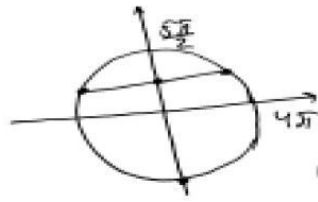
Содержание критерия	балл
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а) и б)	2
Верно и обоснованно выполнен один из пунктов а) или б)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) = -\sin 2x$$

$$-\sin 2x = \cos x \Leftrightarrow (2\sin x + 1)\cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$$



Ответ: а)  $\frac{\pi}{2} + \pi k$ ;  
 $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, k, n \in \mathbb{Z}$

Ответ

1) у серии  $\frac{\pi}{2} + \pi k$  на отрезке  
 присутствуют  $\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}$ .

2) у  $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$  -  $\frac{7\pi}{6} + \pi = \frac{13\pi}{6}$   
 $-\frac{\pi}{6} + 4\pi = \frac{23\pi}{6}$   
 $\frac{5\pi}{2} + \frac{2\pi}{3} = \frac{19\pi}{6}$

Ответ: б)  $\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}; \frac{13\pi}{6}; \frac{23\pi}{6}; \frac{19\pi}{6}$ .

На проверке между экспертами возникли разногласия по поводу оценки данного решения. Один эксперт настаивал на оценке 1 балл, другой – на оценке 0 баллов.

1. Решите задание, выполнив отбор корней в пункте б) четырьмя разными способами.
2. Ознакомьтесь с критериями оценки выполнения этого задания, оцените решение ученика, обоснуйте свою оценку.
3. С мнением какого эксперта вы согласились и почему? Почему вы считаете оценку другого эксперта неправильной?
4. Выявите причины допущенных учеником ошибок и соответствующие «пробелы» в его математической подготовке.
5. Составьте комплекс тренировочных заданий, направленных на предупреждение подобных ошибок и подготовку учащихся к решению аналогичных задач.

### 3.1.3 Основные компоненты методического портфеля

- Методическое планирование урока математики (технологические карты современных уроков математики в 5–6, 7–9 и 10–11 классах соответственно).
- Описание проектной задачи по математике по одной из тем школьного курса, а также критериев ее оценивания и методики работы над ней.
- Конспект урока для базового уровня школьного курса математики.
- Методическое планирование системы уроков (дидактического модуля).

- Методическая разработка одной из тем школьного курса математики (ЛДА темы, методическое планирование темы, план–конспекты уроков математики, разработка дидактических материалов по теме).
- Проект профориентационного мероприятия.
- Описание педагогического опыта учителя математики.
- Сценарий внеурочного мероприятия по математике.

### 3.2. Показатели и критерии оценивания сформированности компетенций

Критериями оценки устного ответа сдающего государственный экзамен являются:

- полнота, доказательность, прочность, осознанность, теоретическая обоснованность, самостоятельность и адекватность в интерпретации излагаемого материала;

- умения магистранта использовать приобретенные теоретические и методические знания и собственный опыт для анализа профессиональных проблем;

- способность интегрировать знания и привлекать сведения из различных научных сфер;

- аргументированность, четкость, ясность, логичность изложения, профессиональная эрудиция;

- знание и учет нормативно-правовых и иных базовых документов;

- отражение в ответе собственной профессионально-личностной позиции.

По завершении государственного экзамена по направлению подготовки экзаменационная комиссия на закрытом заседании обсуждает характер ответов каждого студента и выставляет каждому студенту согласованную итоговую оценку в соответствии с утвержденными критериями оценивания. В случае расхождения мнения членов экзаменационной комиссии по итоговой оценке на основе оценок, поставленных каждым членом комиссии в отдельности, решение экзаменационной комиссии принимается простым большинством голосов членов комиссий, участвующих в заседании, при обязательном присутствии председателя комиссии. При равном числе голосов председатель комиссии обладает правом решающего голоса.

Компетенции	Высокий уровень сформированности компетенций	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций
	(87-100 баллов) отлично \ зачтено	(73-86 баллов) хорошо \ зачтено	(60-72 баллов) Удовлетворительно \ зачтено
ОК-1	Обучающийся демонстрирует свободное использование основ	Обучающийся демонстрирует способность использовать основы	Обучающийся демонстрирует способность по конкретному указанию



	<p>философских и социогуманитарных знаний для формирования научного мировоззрения обучающихся в процессе обучения физике и информатике</p>	<p>философских и социогуманитарных знаний для формирования научного мировоззрения обучающихся в процессе обучения физике и информатике</p>	<p>использовать основы философских и социогуманитарных знаний для формирования научного мировоззрения обучающихся в процессе обучения физике и информатике</p>
ОК-2	<p>Обучающийся анализирует основные этапы и закономерности исторического развития физики, информатики и ВТ, показывает пути формирования патриотизма и гражданской позиции у учащихся через их усвоение</p>	<p>Обучающийся перечисляет основные этапы и раскрывает закономерности исторического развития физики, информатики и ВТ, демонстрирует понимание их важности для формирования патриотизма и гражданской позиции у учащихся</p>	<p>Обучающийся перечисляет основные этапы и закономерности исторического развития физики, информатики и ВТ</p>
ОК-3	<p>Обучающийся свободно использует естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве</p>	<p>Обучающийся фрагментарно использует естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве</p>	<p>Обучающийся использует конкретно указанные естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве</p>
ОК-4	<p>Обучающийся демонстрирует свободную грамотную коммуникацию в устной и письменной формах на русском языке для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия</p>	<p>Обучающийся демонстрирует хороший уровень коммуникации в устной и письменной формах на русском языке для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия</p>	<p>Обучающийся демонстрирует достаточный уровень коммуникации в устной и письменной формах на русском языке для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия</p>

ОПК-1	Обучающийся осознаёт социальную значимость своей будущей профессии, обладает высоким уровнем мотивации к осуществлению профессиональной деятельности учителя физики и информатики	Обучающийся осознаёт социальную значимость своей будущей профессии, обладает средним уровнем мотивации к осуществлению профессиональной деятельности учителя физики и информатики	Обучающийся формально формулирует социальную значимость своей будущей профессии, обладает низким уровнем мотивации к осуществлению профессиональной деятельности учителя физики и информатики
ОПК-4	Обучающийся знает назначение, свободно владеет содержанием нормативно-правовых документов сферы образования, целесообразно осуществляет выбор для решения задач профессиональной деятельности учителя физики и информатики	Обучающийся в целом знает назначение и содержание нормативно-правовых документов сферы образования, осуществляет выбор для решения задач профессиональной деятельности учителя физики и информатики	Обучающийся перечисляет нормативно-правовые документы сферы образования, по конкретному указанию осуществляет выбор для решения задач профессиональной деятельности учителя физики и информатики
ОПК-5	Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения основами профессиональной этики и речевой культуры учителя физики и информатики	Обучающийся демонстрирует хороший уровень владения основами профессиональной этики и речевой культуры учителя физики и информатики	Обучающийся демонстрирует достаточный уровень владения основами профессиональной этики и речевой культуры учителя физики и информатики
ПК-1	Обучающийся демонстрирует высокий уровень готовности реализовывать образовательные программы по физике и информатике в соответствии с требованиями ФГОС ООО и ФГОС СПОО	Обучающийся демонстрирует хороший уровень готовности реализовывать образовательные программы по физике и информатике в соответствии с требованиями ФГОС ООО и ФГОС СПОО	Обучающийся демонстрирует достаточный уровень готовности реализовывать образовательные программы по физике и информатике в соответствии с требованиями ФГОС ООО и ФГОС СПОО

ПК-2	Обучающийся свободно и целесообразно использует современные методы и технологии обучения физике и информатике и диагностики образовательных результатов учащихся по информатике	Обучающийся использует современные методы и технологии обучения физике и информатике и диагностики образовательных результатов учащихся по информатике	Обучающийся по конкретному указанию использует отдельные современные методы и технологии обучения физике и информатике и диагностики образовательных результатов учащихся по информатике
ПК-3	Обучающийся демонстрирует высокий уровень способности решать задачи воспитания и духовно-нравственного развития обучающихся в учебной и внеучебной деятельности по физике и информатике	Обучающийся демонстрирует хороший уровень способности решать задачи воспитания и духовно-нравственного развития обучающихся в учебной и внеучебной деятельности по физике и информатике	Обучающийся демонстрирует достаточный уровень способности решать задачи воспитания и духовно-нравственного развития обучающихся в учебной и внеучебной деятельности по физике и информатике
ПК-4	Обучающийся осознанно и целесообразно использует возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса по физике и информатике и ИКТ	Обучающийся обосновывает необходимость использования возможностей образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса по физике и информатике и ИКТ	Обучающийся по конкретному указанию описывает возможности использования образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса по физике и информатике и ИКТ

### 3.3 Экспертная карта оценки компетенций студентов на основе проблемной педагогической ситуации

#### Вариант 1

Студент \_\_\_\_\_

Показатели Баллы	Содержание и полнота решения	Обоснованность	Оригинальность, инновационность	Оформление и представление
3	Задание полностью выполнено, представил полное решение данной ситуации, продемонстрировано владение необходимыми знаниями, умениями, способами деятельности в рамках данной ситуации	Решение полностью обосновано, приведены все необходимые аргументы	Решение содержит оригинальные творческие идеи, имеет признаки новизны, опирается на современные подходы к решению данной проблемы	Материалы представлены грамотно, оформлены в соответствии с требованиями
2	Задание выполнено, хотя имеются отдельные незначительные неточности и логические пробелы в решении, продемонстрировано владение основными знаниями, умениями, способами деятельности в рамках данной ситуации	Решение частично не обосновано, отсутствуют некоторые необходимые аргументы	Решение содержит элементы творчества, опирается на современные научные подходы к решению данной проблемы	Материалы представлены грамотно, есть незначительные недостатки в оформлении;

1	Задание выполнено не полностью, есть существенные логические пробелы в решении; продемонстрировано фрагментарное владение знаниями, умениями, способами деятельности в рамках данной ситуации	Решение практически не обосновано, отсутствуют многие необходимые аргументы	Решение стандартно, творчество и оригинальность идей практически отсутствует, есть опора на современные подходы к решению данной проблемы	В представленных материалах есть существенные недостатки в оформлении, грамотности, владении профессиональной лексикой
0	Задание не выполнено, решение не представлено, владение знаниями, умениями, способами деятельности в рамках данной ситуации отсутствует	Решение не обосновано, аргументация отсутствует	Решение не содержит оригинальных идей, не опирается на современные подходы к решению данной проблемы	Материалы оформлены не в соответствии с требованиями, имеются грубые ошибки в речи
Оценка эксперта				
				ИТОГО
				Оценка

#### Шкала соответствия баллов

Итоговый балл	0–4	5–7	8–9	10–12
Оценка (пятибалльная шкала)	2	3	4	5
Уровень сформированности компетенций	отсутствует	базовый	продвинутый	высокий

**Вариант 2**  
**Экспертная карта оценки компетенций студентов на основе**  
**проблемной педагогической ситуации**

Показатели	Параметры оценивания	Баллы
Содержание и полнота решения	Объем разработок и количество предлагаемых решений	0 1 2 3
	Целостность и системность представленных материалов	0 1 2 3
	Объем и глубина знаний по данному вопросу	0 1 2 3
Обоснованность	Аргументированность предлагаемых подходов, решений, выводов	0 1 2 3
	Четкость формулировок и выводов	0 1 2 3
	Оптимальность разрешения проблемной ситуации	0 1 2 3
Оригинальность и инновационность	Соответствие разработки современным подходам к рассматриваемой проблеме	0 1 2 3
	Эффективность предложенных способов решения проблемной ситуации	0 1 2 3
	Уровень творчества, оригинальность раскрытия темы, подходов, предлагаемых решений	0 1 2 3
Оформление и представление	Грамотность, культура речи	0 1 2 3
	Владение профессиональной терминологией	0 1 2 3
	Качество презентации материалов	0 1 2 3
<b>ИТОГОВЫЙ БАЛЛ</b>		

**Шкала соответствия баллов**

Итоговый балл	0–11	12–20	21–29	30–36
Оценка (пятибалльная шкала)	2	3	4	5
Уровень сформированности компетенций	отсутствует	базовый	продвинутый	высокий

*Примечание.* Сводная оценка выводится как среднеарифметическая величина, исключение может составлять случай, если по одному из вопросов поставлена неудовлетворительная оценка. При возникновении сомнений решающее значение имеет голос председателя комиссии.

**3.4 Шкала итоговой оценки за государственный экзамен**  
**«Отлично»**

- Ответы экзаменуемого соответствуют вопросам в экзаменационном билете, ответы обоснованы, в ответах четко прослеживается систематизированное и глубокое знание программного материала.

- Экзаменующийся иллюстрирует практическими заданиями ответы на теоретические вопросы, проявляет творческие способности, теоретически обосновывает способ выполнения практического задания.
- Экзаменующийся логично выстраивает и объясняет связи теории задания с темами школьного курса математики, приводит примеры и аргументы, демонстрирует понимание важности предметной подготовки.
- Оценка за решение экзаменующимся проблемной педагогической ситуации соответствует высокому уровню сформированности компетенций.

#### **«Хорошо»**

- Ответы экзаменующегося соответствуют вопросам в экзаменационном билете, в ответах четко прослеживается полное знание программного материала.
- Экзаменующийся иллюстрирует практическими заданиями ответы на теоретические вопросы.
- Экзаменующийся объясняет связи с темами школьного курса математики в рамках содержания теоретического вопроса.
- Оценка за решение экзаменующимся проблемной педагогической ситуации соответствует продвинутому уровню сформированности компетенций.

#### **«Удовлетворительно»**

- Ответы экзаменующегося соответствуют вопросам в экзаменационном билете, в ответах четко прослеживается основное знание программного материала.
- Экзаменующийся частично иллюстрирует практическими заданиями ответы на теоретические вопросы.
- Экзаменующийся в целом проводит связи теоретического вопроса с содержанием школьного курса математики.
- Оценка за решение экзаменующимся проблемной педагогической ситуации соответствует базовому уровню сформированности компетенций.

#### **«Неудовлетворительно»**

- Ответ экзаменующегося не соответствует вышеназванным критериям.
- Экзаменующийся не выполняет практическое задание.
- Экзаменующийся не раскрывает связи между содержанием теоретического вопроса и содержанием школьного курса математики.
- Оценка за решение экзаменующимся проблемной педагогической ситуации не соответствует вышеназванным уровням сформированности компетенций.

*Примечание:* вклад уровня каждой компетенции в общую оценку зависит от степени ее влияния на результат подготовки по программе (важности в будущей профессиональной деятельности и т.д.). Вес отдельной компетенции в сумме итоговой оценки определяется выпускающей кафедрой

### **3.5. Перечень основных проблем и вопросов, выносимых на государственный экзамен**

#### **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ, ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

##### **1. Мощностъ множества. Счетные множества. Несчетностъ множества действительных чисел.**

Описать способы сравнения конечных и бесконечных множеств. Раскрыть понятия эквивалентности множеств и сравнения множеств по мощностии.

Дать определение счетного множества. Привести примеры счетных множеств (доказать счетностъ множества рациональных чисел).

Доказать, что множество действительных чисел несчетно.

##### **2. Функции (отображения). Предел функции в точке и на бесконечности.**

Раскрыть понятие функции действительной переменной и общее понятие отображения. Сформулировать определения сложной и обратной функций.

Ввести понятия числовой последовательности и ее предела, описать геометрический смысл предела числовой последовательности.

Дать определения предела функции в точке и на бесконечности по Коши и по Гейне, раскрыть их геометрический смысл.

Сформулировать свойства функций, имеющих предел в точке и на бесконечности. Доказать теоремы о единственности предела функции в точке и об ограниченности функции, имеющей предел в точке.

Рассказать о подходе к определению рассматриваемых понятий в школьном курсе математики. Охарактеризовать место этих понятий в школьном курсе математики.

##### **3. Непрерывностъ функции в точке и на множестве.**

Сформулировать различные определения функции, непрерывной в точке. Указать основные свойства непрерывных функций.

Ввести понятие функции, непрерывной на множестве. Сформулировать свойства функций, непрерывных на отрезке. Доказать теорему Вейерштрасса о достижении функцией, непрерывной на отрезке, своих точных границ. Доказать теорему Больцано-Коши об обращении функции, непрерывной на отрезке, в ноль. Привести примеры применения свойств непрерывной функции на отрезке.

Рассказать о подходе к определению понятия непрерывной функции в школьном курсе математики. Охарактеризовать место этого понятия в школьном курсе математики.

##### **4. Показательная и логарифмическая функции, их определение и основные свойства.**



Сформулировать определение показательной функции. Описать различные подходы к определению показательной функции. Доказать основные свойства показательной функции и построить график.

Сформулировать определение логарифмической функции как обратной показательной, доказать ее основные свойства и построить график.

Охарактеризовать подход к определению показательной и логарифмической функций в школьном курсе математики.

### **5. Тригонометрические функции, их определения и основные свойства**

Ввести понятия тригонометрических функций: синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Сформулировать и доказать их основные свойства, построить графики.

Рассказать о подходе к определению рассматриваемых функций в школьном курсе математики и охарактеризовать их место в этом курсе.

### **6. Дифференцируемость функции.**

Ввести понятие производной функции в точке и производной функции. Установить механический и геометрический смысл производной функции в точке.

Дать понятия дифференцируемой функции и дифференциала. Доказать теорему о непрерывности дифференцируемой функции. Сформулировать и доказать правила дифференцирования суммы, произведения, частного, сложной и обратной функции.

Рассказать о подходе к определению понятия производной в школьном курсе математики. Охарактеризовать место этого понятия в школьном курсе математики.

### **7. Условия постоянства, монотонности, выпуклости функции.**

Сформулировать и доказать теорему Лагранжа, раскрыть ее геометрический смысл. Сформулировать условия постоянства, монотонности, выпуклости функции, четко выделяя необходимость или достаточность этих условий (доказать одно из них).

Охарактеризовать место рассматриваемых вопросов в школьном курсе математики.

### **8. Исследование функции на экстремум. Задачи на наибольшее и наименьшее значения функции.**

Дать определения максимума и минимума функции, раскрыть геометрический смысл этих понятий.

Сформулировать и доказать теорему Ферма, вывести из нее необходимое условие экстремума. Показать недостаточность этого условия.

Сформулировать и доказать достаточные условия (по характеру изменения знака первой производной и по знаку второй производной).

Сформулировать задачу на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции. Обосновать схему ее решения.

Охарактеризовать место рассматриваемых вопросов в школьном курсе математики.

### **9. Первообразная и неопределенный интеграл**

Ввести понятие первообразной функции. Дать описание множества всех первообразных и ввести понятие неопределенного интеграла.

Сформулировать основные свойства интеграла и методы нахождения первообразных (интегрирование по частям и заменой переменной) и доказать их.

Охарактеризовать место рассматриваемых вопросов в школьном курсе математики.

### **10. Определенный интеграл и его свойства**

Ввести понятие интеграла Римана, пояснить его геометрический смысл.

Сформулировать и доказать основные свойства определенного интеграла.

Рассказать о подходе к определению интеграла в школьном курсе математики.

### **11. Интегрируемость непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница**

Доказать интегрируемость непрерывной на отрезке функции.

Рассмотреть интеграл с переменным верхним пределом интегрирования. Доказать теорему о производной интеграла по верхнему пределу интегрирования. Используя эту теорему, показать существование первообразной у непрерывной функции и вывести формулу Ньютона-Лейбница. Раскрыть значение этой формулы и на примерах показать ее применение для вычисления интегралов.

Охарактеризовать место рассматриваемых вопросов в школьном курсе математики.

### **12. Площадь плоской фигуры. Вычисление площадей с помощью определенного интеграла**

Ввести понятие квадратуемой фигуры. Сформулировать необходимое и достаточное условие квадратуемости. Доказать квадратуемость криволинейной трапеции, ограниченной сверху графиком непрерывной функции. Обосновать вычисление ее площади с помощью определенного интеграла. Рассмотреть более общий случай вычисления площадей плоских фигур. Привести примеры.

Охарактеризовать место рассматриваемых вопросов в школьном курсе математики.

### **13. Объем тела. Вычисление объемов с помощью определенного интеграла**

Ввести понятие кубатуемого тела. Сформулировать необходимое и достаточное условие кубатуемости тела.

Доказать теорему о вычислении объема тела по известным площадям его поперечных сечений с помощью определенного интеграла; как частный случай, рассмотреть вопрос о вычислении объема тела вращения.

Охарактеризовать место рассматриваемых вопросов в школьном курсе математики.

### **14. Числовые ряды. Признаки сходимости**

Ввести понятия числового ряда и его суммы. Исследовать на сходимость геометрический ряд и рассмотреть вопрос о бесконечной десятичной дроби как сумме числового ряда.

Сформулировать основные признаки сходимости положительных рядов. Доказать необходимый признак сходимости и признак Даламбера. Привести примеры.

Охарактеризовать место рассматриваемых понятий в школьном курсе математики.

### **15. Степенные ряды. Разложение функции в степенной ряд.**

Ввести понятие степенного ряда и описать область его сходимости.

Сформулировать задачу разложения функции в степенной ряд.

Доказать единственность разложения и ввести понятие ряда Тейлора.

Доказать условия разложения функции в ряд Тейлора.

Привести примеры разложения в степенной ряд основных элементарных функций.

### **16. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия теории дифференциальных уравнений.**

Рассмотреть задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Ввести понятия дифференциального уравнения, его порядка, решения уравнения, общего и частного решений, интегральной кривой, разъяснить геометрический смысл этих понятий.

Сформулировать теорему существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка, дать ее геометрическое истолкование.

Ввести понятия дифференциального уравнения с разделяющимися переменными и линейного дифференциального уравнения первого порядка, описать методы их решения.

Охарактеризовать место рассматриваемых вопросов в школьном курсе математики.

### **17. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.**

Ввести понятия линейного дифференциального уравнения второго порядка, линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.

Сформулировать теорему о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.

Дать определение характеристического уравнения, описать возможные виды решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Описать и обосновать способы решения некоторых классов линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

### **18. Случайные события и их вероятности**

Рассказать о различных подходах к понятию вероятности события.

Дать классическое определение вероятности, привести примеры.

Ввести понятия условной вероятности и независимости событий.  
Сформулировать теоремы сложения и умножения. Рассказать о независимых повторных испытаниях.

Вывести формулу Бернулли, привести пример ее применения.

Охарактеризовать роль и место данной темы в школьном курсе математики.

### **19. Основные понятия и факты математической статистики**

Рассказать о выборочном методе изучения генеральной совокупности, эмпирических законах распределения и средствах их геометрического выражения.

Охарактеризовать точечное и интегральное оценивание параметров генеральной совокупности. Рассказать о статистических методах изучения зависимостей между величинами.

Вывести формулы для нахождения коэффициента корреляции.

## **ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА, ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ, АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ, ТЕОРИЯ МНОГОЧЛЕНОВ**

### **1. Алгебраическая операция. Алгебраические системы – алгебры. Группы. Простейшие свойства группы. Подгруппы.**

Охарактеризовать понятия «алгебраическая операция», «алгебраические системы – алгебры».

Дать определение группы. Привести примеры групп. Сформулировать свойства группы. Доказать единственность единичного элемента в группе.

Дать определение подгруппы. Привести примеры подгрупп. Сформулировать признак подгруппы.

### **2. Кольцо и поле. Простейшие свойства колец и полей. Подкольцо и подполе.**

Раскрыть понятие кольца. Привести примеры колец. Сформулировать простейшие свойства кольца.

Дать определение подкольца. Привести примеры подколец, Сформулировать признак подкольца.

Раскрыть понятие поля. Привести примеры полей. Сформулировать простейшие свойства полей.

Дать определение подполя. Привести примеры подполей.

### **3. Кольцо целых чисел. Теорема о делении с остатком. НОД и НОК двух целых чисел.**

Охарактеризовать множество целых чисел. Доказать что  $\langle \mathbb{Z}, +, \cdot \rangle$  – кольцо.

Ввести отношение делимости в кольце целых чисел. Перечислить и доказать некоторые свойства отношения делимости в кольце целых чисел.

Сформулировать и доказать теорему о делении с остатком. Раскрыть и на примерах проиллюстрировать алгоритм Евклида.

Дать определение НОД и НОК двух чисел. Перечислить некоторые свойства НОД и НОК целых чисел. Указать способы вычисления НОД и

НОК целых чисел, в том числе – способ вычисления НОД и НОК двух чисел в школьном курсе математики.

**4. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Каноническое разложение составного числа и его единственность (основная теорема арифметики).**

Охарактеризовать простые и составные числа. Сформулировать и доказать теорему Евклида о бесконечности множества простых чисел.

Сформулировать и доказать основную теорему арифметики. Привести примеры представления составного числа в канонической форме.

Рассказать о способе поиска простых чисел в натуральном ряду чисел (решето Эратосфена).

**5. Сравнения в кольце целых чисел, основные свойства. Классы сравнимых чисел. Полная и приведенная системы вычетов. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.**

Сформулировать определение сравнимых по модулю чисел. Привести примеры сравнимых по некоторому модулю чисел. Перечислить некоторые свойства сравнений.

Дать определения класса сравнимых по данному модулю чисел, полной и приведенной системы вычетов, решения сравнений. Указать способ вычисления линейных сравнений с одной переменной, привести примеры.

Сформулировать определение и свойства функции Эйлера. Рассказать о вычислении значений  $\varphi(p), \varphi(p^2), \varphi(n)$ , если  $p$  – простое число,  $n \in \mathbb{N}$ . Сформулировать теоремы Эйлера и Ферма. На примерах проиллюстрировать применение теоремы Эйлера и Ферма.

**6. Поле комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Операции над комплексными числами. Геометрическое представление комплексных чисел.**

Охарактеризовать подход к определению комплексных чисел (раскрыть алгебраические причины введения комплексных чисел). Дать определение мнимой единицы, раскрыть понятие алгебраической формы комплексного числа.

Ввести операции над комплексными числами в алгебраической форме.

Сформулировать правила выполнения операций над комплексными числами в алгебраической форме и доказать их основные свойства. Дать определение равных и сопряженных комплексных чисел. Доказать, что  $\langle \mathbb{C}, +, \cdot \rangle$  – поле.

Рассказать о геометрическом представлении комплексных чисел. Раскрыть понятие тригонометрической формы комплексного числа. Ввести операции над комплексными числами в тригонометрической форме. Осуществить вывод формул умножения и деления комплексных чисел в тригонометрической форме. На примерах продемонстрировать их выполнение.

## **7. Системы линейных уравнений. Равносильные системы линейных уравнений и элементарные преобразования систем. Различные способы решения систем линейных уравнений.**

Раскрыть понятие системы линейных уравнений. Сформулировать определение решения системы линейных уравнений. Охарактеризовать виды систем линейных уравнений по количеству решений. Привести примеры.

Дать определение равносильных систем. Перечислить и охарактеризовать элементарные преобразования систем линейных уравнений.

Раскрыть суть методов Гаусса, Крамера и матричного нахождения решения системы линейных уравнений. Привести примеры решения систем линейных уравнений каждым из указанных методов.

## **8. Векторное пространство. Подпространство. Примеры и простейшие свойства векторных пространств. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов.**

Сформулировать определения алгебраического вектора, векторного пространства и подпространства. Привести примеры векторных пространств.

Определить линейные операции над векторами и их свойства.

Доказать существование и единственность нулевого вектора и вектора, противоположного данному.

Дать определение и привести примеры линейно зависимой и линейно независимой системы векторов. Сформулировать основные признаки линейной зависимости системы векторов и основную теорему о линейной зависимости.

Дать определение эквивалентных систем векторов. Перечислить элементарные преобразования конечной системы векторов.

Дать определения базиса и ранга конечной системы векторов. Доказать, что система векторов, содержащая хотя бы один ненулевой вектор, имеет базис и любые два базиса конечной системы векторов состоят из одинакового числа векторов. Сформулировать понятие размерности конечномерного векторного пространства.

## **9. Многочлены над областью целостности**

Раскрыть и на примерах проиллюстрировать следующие понятия: многочлен, корень многочлена, равные многочлены. Перечислить основные операции над многочленами.

Сформулировать определение отношения делимости многочленов над полем  $P$ . Сформулировать и доказать основные свойства делимости многочленов.

Раскрыть суть деления многочлена на двучлен на основе схемы Горнера. Привести примеры задач, решаемых с применением схемы Горнера.

Дать определение понятия деления многочлена с остатком. Сформулировать теорему о делении многочлена с остатком.

Сформулировать определение наибольшего общего делителя двух многочленов и способ его вычисления. Привести примеры нахождения наибольшего общего делителя двух многочленов.

## **10. Многочлены над числовыми полями.**

Сформулировать теорему о существовании корня многочлена в поле комплексных чисел. Охарактеризовать многочлены, неприводимые над полем комплексных чисел. Сформулировать и доказать теорему о факторизации над полем комплексных чисел.

Сформулировать Формулы Виета. Охарактеризовать многочлены, неприводимые над полем действительных чисел.

Многочлены над полем рациональных чисел: Сформулировать условие, при котором целое число будет корнем многочлена с целыми коэффициентами. На примерах показать, как находятся рациональные корни уравнений с целыми коэффициентами, в том числе показать, как решаются целочисленные уравнения в школьном курсе математики.

## ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ, АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ, ОСНОВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ, ГЕОМЕТРИЯ ЛОБАЧЕВСКОГО

### **1. Треугольник и его замечательные линии и точки. Вписанная и описанная окружность.**

Сформулировать определение следующих понятий: высота, медиана, биссектриса, средняя линия в треугольнике. Перечислить некоторые свойства высот, медиан и биссектрис треугольника.

Доказать, что медианы треугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 2 к 1, считая от вершины.

Доказать, что в любой треугольник можно вписать окружность и около любого треугольника можно описать окружность.

### **2. Многоугольник. Площадь многоугольника. Вывод формул площади треугольника. Равновеликость и равносторонность.**

Раскрыть понятия: выпуклый многоугольник, площадь многоугольника.

Охарактеризовать понятия равновеликость и равносторонность.

Перечислить основные формулы нахождения площади треугольника. Доказать, что площадь треугольника равна половине произведения стороны на высоту к ней проведенную.

### **3. Вектор. Линейные операции над векторами. Координаты вектора. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.**

Сформулировать определения следующих понятий: вектор, координаты вектора, длина вектора, равные векторы, коллинеарные векторы.

Рассмотреть линейные операции над векторами. Сформулировать и на примерах показать «правило треугольника», «правило параллелограмма».

Дать определение скалярного, векторного и смешанного произведения векторов. Привести примеры вычисления скалярного, векторного и смешанного произведения векторов.

Векторным методом доказать, что средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна его половине.

### **4. Система координат на плоскости и в пространстве. Уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве.**

Охарактеризовать систему координат на плоскости и в пространстве.

Ввести уравнение прямой на плоскости и в пространстве. Привести примеры уравнений прямой на плоскости и в пространстве. Рассказать о взаимном расположении прямых на плоскости и в пространстве.

Дать определение расстояния от точки до прямой на плоскости и в пространстве. На примерах проиллюстрировать способы нахождения расстояния от точки до прямой на плоскости и в пространстве.

Суметь определить взаимное расположение, например, сферы  $x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z+5=0$  и прямой  $x-1=y+1=z$ .

#### **5. Плоскость, аналитическое задание плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости. Расстояние от точки до плоскости.**

Ввести уравнение плоскости. Привести примеры уравнений различных плоскостей.

Рассказать о взаимном расположении двух плоскостей.

Рассказать о взаимном расположении прямой и плоскости.

Дать определение расстояния от точки до плоскости. На примерах проиллюстрировать способы нахождения расстояния от точки до плоскости.

Суметь определить взаимное расположение, например, сферы  $x^2+y^2+z^2+2z-3=0$  и плоскости  $x+y+z-1=0$ .

#### **6. Движение плоскости. Параллельный перенос. Поворот плоскости. Осевая симметрия. Решение задач элементарной геометрии с использованием движений плоскости.**

Охарактеризовать понятие «движение плоскости».

Перечислить и определить основные виды движений плоскости. На примерах проиллюстрировать виды движений плоскости.

Сформулировать основные свойства движений плоскости.

Привести примеры решений задач элементарной геометрии с использованием движений плоскости. Например, построить равносторонний треугольник  $ABC$  по заданной его вершине  $A$ , прямой, содержащей вершину  $B$ , и окружности, содержащей вершину  $C$ .

#### **7. Аксиоматический метод построения геометрии.**

Охарактеризовать суть аксиоматического метода построения математических теорий. Сформулировать основные требования к системе аксиом: непротиворечивость, независимость, полнота.

Рассказать об аксиоматическом методе в «Началах» Евклида; о совершенствовании аксиоматического метода; об «Основаниях геометрии» Д. Гильберта.

Перечислить простейшие следствия системы аксиом Гильберта евклидовой геометрии.

Привести примеры вывода теорем элементарной геометрии с использованием постулатов и аксиом Евклида. Например, используя постулаты и аксиомы Евклида, докажите, что углы при основании равнобедренного треугольника равны.

#### **8. Геометрия Лобачевского.**



Ввести систему аксиом плоскости Лобачевского.

Рассмотреть треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского.

Сформулировать и доказать некоторые простейшие следствия системы аксиом плоскости Лобачевского.

Привести примеры вывода теорем геометрии Лобачевского на основе аксиом плоскости Лобачевского. Например, используя аксиомы Лобачевского, докажите равенство треугольников по трем углам.

Второе задание в экзаменационном билете сформулировано в компетентностном формате. Как известно, уровень сформированности отдельных элементов компетенций можно измерять двумя способами: 1) как материальный или интеллектуальный *продукт* деятельности; 2) как *процесс* деятельности (когда результат деятельности не оформлен как продукт или принципиально важен сам процесс). Одним из средств диагностики и измерения компетенций могут служить специально сконструированные проблемные педагогические ситуации.

Под проблемной педагогической ситуацией будем понимать конкретные обстоятельства, имеющие отношение к образовательному процессу, сущность которых заключается в наличии некоторого противоречия. Проблемная ситуация порождает познавательную потребность вследствие невозможности достичь цели посредством уже имеющихся знаний и выработанных способов действия.

Способ выхода из проблемной ситуации является своеобразным средством диагностики уровня развития профессиональных качеств будущего учителя. Проблемные ситуации, имеющие профессиональный контекст, заставляют студента анализировать самого себя не только как участника образовательного процесса, но и в роли человека, который может изменить его в педагогически целесообразном направлении. Такое состояние побуждает к поиску средств целенаправленного формирования своих профессионально-значимых качеств и умений. Ни одна проблемная ситуация не проходит бесследно. Каждая ситуация, требующая решения приводит либо к реконструкции деятельности, либо к реконструкции личности профессионала.

Возможны различные способы создания ситуаций: побуждение студентов к теоретическому объяснению явлений, фактов; широкое использование жизненных ситуаций и прошлого опыта студентов; поиск условий использования результата выполнения проблемного задания; побуждение к анализу, синтезу, обобщению, систематизации и другим мыслительным операциям; выдвижение предположений; знакомство с фактами, якобы необъяснимыми и т.д.

Ситуации могут быть классифицированы по различным признакам:

- 1) по месту возникновения и протекания (урочная или внеурочная деятельность, различные формы занятий и т.д.);

- 2) по степени проективности (преднамеренно созданные, естественные, стихийные, спроектированные);
- 3) по степени оригинальности (стандартные, нестандартные, оригинальные);
- 4) по степени управляемости (жестко заданные, неуправляемые, управляемые);
- 5) по участникам (учитель – ученик, учитель – родитель, студент – преподаватель и т.д.);
- 6) по заложенным противоречиям (конфликтные, бесконфликтные, критические);
- 7) по содержанию (предметные, межпредметные, личностно ориентированные, ситуации общения и т.д.).

Проблемные педагогические ситуации носят полидисциплинарный характер, требуют комплексного подхода к их разрешению. В процессе работы с ситуацией студент моделирует фрагмент профессиональной деятельности учителя, тем самым создаются условия для проявления профессиональных компетенций, а, следовательно, возможности для их измерения по *результатам* деятельности. Для более детальной диагностики может быть зафиксирован также и *процесс* работы над ситуацией.

Приведем пример проблемной педагогической ситуации и ее решений, которые могут быть предложены студенту в содержании государственного экзамена.

### Ситуация

При изучении темы «Рациональные уравнения» на уроке подготовки к контрольной работе учитель предложил учащимся в конце урока задачу:

При каком значении параметра  $a$  уравнение  $\frac{x^2 - ax + 1}{x + 3} = 0$  имеет единственное решение?

К доске был вызван сильный ученик, который в последние несколько минут урока записал решение задачи на доске. На следующем уроке учащиеся писали контрольную работу, в которой было задание:

При каком значении параметра  $b$  уравнение  $\frac{x^2 - bx + 4}{x + 1} = 0$  имеет единственный корень?

В результате с этим заданием справились безошибочно двое учащихся (в том числе тот, что был у доски на предыдущем уроке). 6 человек указали в качестве ответа значение параметра  $b = \pm 4$ . Остальные 12 человек не приступали к решению данного задания.

### Задания

8. Решите оба задания.

9. Определите причины такой ситуации. Какой математический пробел выявлен у 6 учащихся, давших неполный ответ к задаче?

10. Как добиться, чтобы таких пробелов у учащихся не было? Как можно скорректировать ситуацию на уроке перед контрольной работой? на следующем уроке после контрольной работы?

11. Выделите дидактические цели решения задач с параметром в рамках данной темы.

12. Проанализируйте набор задач по данной теме в любом действующем школьном учебнике. Отберите задания для обобщающего урока по данной теме, основной целью которого является систематизация знаний учащихся и подготовка их к контрольной работе.

13. Составьте свой вариант контрольной работы по теме «Квадратные уравнения», рассчитанной на 1 урок. Предусмотрите дополнительные задания для сильных учащихся.

1. Решите оба задания

**Задача.** При каком значении параметра  $a$  уравнение  $\frac{x^2 - ax + 1}{x + 3} = 0$  имеет единственное решение?

Решение.

Решение рационального уравнения начинается с определения области допустимых значений.

$$\text{ОДЗ: } x + 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq -3$$

Решением рационального уравнения является решение уравнения:  $x^2 - ax + 1 = 0$ .

Следовательно, уравнение имеет единственное решение в двух случаях:

1. Когда уравнение имеет  $x^2 - ax + 1 = 0$  единственное решение, удовлетворяющее ОДЗ.
2. Когда уравнение имеет  $x^2 - ax + 1 = 0$  два корня, один из которых не принадлежит ОДЗ.

Рассмотрим первый случай.

Квадратное уравнение  $x^2 - ax + 1 = 0$  имеет единственное решение, когда дискриминант равен нулю. Найдем дискриминант:

$$D = (-a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0$$

$$a^2 - 4 = 0$$

$$a = 2 \text{ или } a = -2$$

При  $a = 2$  уравнение  $\frac{x^2 - 2x + 1}{x + 3} = 0$  имеет единственное решение  $x = 1$ .

При  $a = -2$  уравнение  $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 3} = 0$  имеет единственное решение  $x = -1$ .

Таким образом, решение уравнения в первом случае станет значение параметра  $a = \pm 2$ .

Рассмотрим второй случай. Квадратное уравнение  $x^2 - ax + 1 = 0$  имеет два решения, когда  $D > 0$ .

Найдем дискриминант:

$$D = (-a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 > 0$$

$$a^2 - 4 > 0$$

$$D > 0 \text{ при } \begin{cases} a > 2 \\ a < -2 \end{cases}$$

Пусть  $x_1$  и  $x_2$  корни уравнения  $x^2 - ax + 1 = 0$ . Тогда по теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = a \end{cases}$$

Т.к. один из корней квадратного уравнения, например  $x_1$ , должен не принадлежать ОДЗ, то  $x_1 = -3$ . Значит  $x_2 = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$ . Подставим корни  $x_1$  и  $x_2$  в уравнение  $x_1 + x_2 = a$  и найдем значение  $a = -3 + \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{10}{3}$ .

Таким образом, при  $a = -\frac{10}{3}$  квадратное уравнение имеет вид:  $x^2 + \frac{10}{3}x + 1 = 0$  и имеет корни  $x_1 = -3$  и  $x_2 = -\frac{1}{3}$ .

Корень  $x_1 = -3$  не принадлежит ОДЗ, а значит, уравнение  $\frac{x^2 + \frac{10}{3}x + 1}{x + 3} = 0$  имеет единственное решение  $x = -\frac{1}{3}$  при  $a = -\frac{10}{3}$

Ответ:

- При  $a = -\frac{10}{3}$  уравнение имеет единственное решение  $x = -\frac{1}{3}$
- При  $a = 2$  уравнение имеет единственное решение
- При  $a = -2$  уравнение имеет единственное решение  $x = -1$

**Задача.** При каком значении параметра  $b$  уравнение  $\frac{x^2 - bx + 4}{x + 1} = 0$  имеет единственное решение?

*Решение.*

Решение рационального уравнения начинается с определения области допустимых значений.

ОДЗ:  $x + 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

Решением рационального уравнения является решение уравнения:  $x^2 - bx + 4 = 0$ . Следовательно, уравнение имеет единственное решение в двух случаях:

1. Когда уравнение имеет  $x^2 - bx + 4 = 0$  единственное решение, удовлетворяющее ОДЗ.
2. Когда уравнение имеет  $x^2 - bx + 4 = 0$  два корня, один из которых не принадлежит ОДЗ.

Рассмотрим первый случай.

Квадратное уравнение  $x^2 - bx + 4 = 0$  имеет единственное решение, когда дискриминант равен нулю.

Найдем дискриминант:

$$D = (-b)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0$$

$$b^2 - 16 = 0$$

$$b = 4 \text{ или } b = -4$$

При  $b = 4$  уравнение  $\frac{x^2 - 4x + 4}{x + 1} = 0$  имеет единственное решение  $x = 2$ .

При  $a = -4$  уравнение  $\frac{x^2+4x+4}{x+1} = 0$  имеет единственное решение  $x = -2$ .

Таким образом, в первом случае уравнение имеет единственное решение при значении параметра  $a = \pm 4$ .

Рассмотрим второй случай. Квадратное уравнение  $x^2 - bx + 4 = 0$  имеет два решения, когда  $D > 0$ . Найдем дискриминант:

$$D = (b)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 > 0$$

$$b^2 - 16 > 0$$

$$D > 0 \text{ при } \begin{cases} a > 4 \\ a < -4 \end{cases}$$

Пусть  $x_1$  и  $x_2$  корни уравнения  $x^2 - bx + 4 = 0$ . Тогда по теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = 4 \\ x_1 + x_2 = b \end{cases}$$

Т.к. Один из корней квадратного уравнения, например  $x_1$ , должен не принадлежать ОДЗ, то  $x_1 = -1$ . Значит  $x_2 = \frac{4}{-1} = -4$ . Подставим корни  $x_1$  и  $x_2$  в уравнение  $x_1 + x_2 = a$  и найдем значение  $b = -4 + (-1) = -5$ .

Таким образом, при  $b = -5$  квадратное уравнение имеет вид:  $x^2 + 5x + 4 = 0$  и имеет корни  $x_1 = -1$  и  $x_2 = -4$ .

Корень  $x_1 = -1$  не принадлежит ОДЗ, а значит, уравнение  $\frac{x^2+5x+4}{x+1} = 0$  имеет единственное решение  $x = -4$  при  $b = -5$ .

Ответ:

- При  $b = -5$  уравнение имеет единственное решение  $x = -4$
- При  $b = 4$  уравнение имеет единственное решение  $x = 2$
- При  $b = -4$  уравнение имеет единственное решение  $x = -2$

2. Определите причины такой ситуации. Какой математический пробел выявлен у учащихся, давших не полный ответ к задаче?

На мой взгляд, причиной этой ситуации является не рациональное использование времени урока. Задание подобного типа на уроке подготовки к контрольной работе решались за несколько минут до конца урока, когда внимание учащихся уже рассеяно и большинство учеников уже хотят пойти на перемену. Распределение времени на уроке не позволило уделить должного внимания такому типу примеров, поэтому большинство учащихся даже не приступило к решению этого уравнения, посчитав его слишком сложным заданием. 6 человек, которые дали неполное решение, не учли случай, когда уравнение имеет  $x^2 - bx + 4 = 0$  два корня, один из которых не принадлежит ОДЗ. Это можно объяснить тем, что когда подобный пример разбирался на доске, этому случаю не было уделено достаточно внимания и они не обратили на него внимание.

На мой взгляд, у учащихся наблюдается неумение решать уравнения с параметрами. В частности, проявляется незнание, что при решении с параметрами необходимо рассматривать все возможные случаи.

*3. Как добиться, чтобы таких пробелов у учащихся не было? Как можно скорректировать ситуацию на уроке перед контрольной работой? На следующем уроке после контрольной работы?*

При изучении темы «решение рациональных уравнений» следует уделить внимание алгоритму решения таких уравнений, также следует рассмотреть несколько случаев: когда числитель дробно-рационального уравнения имеет корни: принадлежащие ОДЗ; когда один из корней не принадлежит ОДЗ; когда решений нет.

На уроке подготовки к контрольной работе необходимо подробно разобрать уравнения, содержащие параметр, причем не оставляя разбор этого примера на конец урока, когда внимание учащихся рассеяно.

На следующем уроке после контрольной работы, когда выяснилось, что большинство учащихся не справились с уравнением, содержащим параметр, необходимо решить задания контрольной работы всем классом, особое внимание уделив примерам с которым не справилось большинство учеников. Можно вызвать двух учеников, которые справились с решением этого примера, чтобы они объяснили, как они решали этот пример. В случае если их решения одинаковы, следует вызвать ученика, который не решал этот пример на подготовке к контрольной работе.

*4. Выделите дидактические цели решения задач с параметром в рамках данной темы.*

Цели:

*Образовательная:*

- формирование умения решать рациональные уравнения с параметрами
- формирование умения анализировать уравнения на количество корней.

*Воспитательная:*

- воспитание культуры логических рассуждений у учащихся

*Развивающая:*

- развитие познавательного интереса у учащихся, умения сравнивать, классифицировать, и обобщать.

*5. Проанализируйте набор задач по данной теме в любом действующем школьном учебнике. Отберите задания для обобщающего урока по данной теме, основной целью которого является систематизация знаний учащихся и подготовка их к контрольной работе.*

В задачнике Мордковича А.Г. 8 класс данная тема представлена в §21. «Рациональные уравнения». В этом параграфе автор предлагает следующие задания:

- Решить рациональное уравнение.
- Решить уравнение введением новой переменной
- Решение текстовых задач, предполагающих составление рационального

уравнения.

Задачник содержит множество различных уравнений для решения, но не содержит уравнений с параметрами, а также нет заданий повышенного уровня сложности. Поэтому для обобщающего урока по данной теме учителю необходимо привлекать дополнительную литературу, чтобы дополнить задачный материал по данной теме.

На обобщающий урок по данной теме следует взять задания, имеющие различные формулировки. Например, на урок можно запланировать решение следующих типов задач:

1. Решить уравнение:  $\frac{x^2}{x+3} = \frac{2x+3}{x+3}$

2. Решите графически уравнение  $-\frac{4}{x} - 3 = x$ .

3. Катер проплыл 30 км по течению реки и 13 км против течения, затратив на весь путь 1 ч 30 мин. Какова собственная скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/ч?

4. Решить уравнение для каждого значения параметра  $b$ .

$$\frac{bx^2 + 2x - 1 + x^2}{x + 2} = 0$$

5. При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $\frac{ax+2x^2-3}{2x-1} = 0$  не имеет решений

6. Составьте вариант контрольной работы по теме «Квадратные уравнения» рассчитанной на 1 урок. Предусмотрите дополнительные задания для сильных учащихся.

Контрольная работа по теме «Квадратные уравнения»

1. Решите уравнения:

1)  $x^2 - 5x + 4 = 0$ ; 2)  $y^2 + 8y + 16 = 0$ ;

2. При каких значениях  $x$  равны значения многочленов  $(x+1)^2$  и  $7x - 3x^2$ ?

3. Один из корней квадратного уравнения  $x^2 + ax - 12 = 0$  равен 2. Найдите второй корень и коэффициент  $a$ .

4. При каких значениях параметра  $b$  уравнение  $\frac{1}{2}x + (x-3)^2 + bx = 0$  имеет единственное решение.

5. Площадь прямоугольной пластины равна  $120 \text{ см}^2$ . Найдите периметр этой пластины, если известно, что длина на 2 см больше

Дополнительное задание:

Один из корней квадратного уравнения  $x^2 - 3x + c = 0$  в 2 раза больше другого. Найдите корни уравнения и коэффициент  $c$ .

Для оценки решения студентом проблемной ситуации используются следующие критерии: 1) математическая культура; 2) полнота; 3) проблемный подход; 4) оригинальность; 5) обоснованность; 6) оформление; 7) представление. Эксперты оценивают каждую работу по перечисленным

критериям в соответствии с определенной количественной шкалой (см. в следующем пункте), после чего полученные студентом баллы интерпретируются в уровневую оценку. Таким образом, можно диагностировать один из трех возможных уровней сформированности соответствующей компетенции: базовый, продуктивный или креативный (определяющий проявление установки студента на поиск и реализацию новых нестандартных решений в сфере компетенции на основе базовых знаний, умений, навыков, способов деятельности, отношений и опыта их проявления).

#### **4. Выпускная квалификационная работа**

##### **4.1. Порядок подготовки выпускной квалификационной работы и проведения процедуры защиты выпускной квалификационной работы**

###### **Процедура подготовки ВКР**

С целью повышения качества ВКР и для систематизации работы при выполнении выпускной квалификационной работы предполагается выстраивание ВЕРТИКАЛЬНОЙ научной деятельности студентов, начиная со 3 курса. В соответствии с «Системой управления качеством ВКР» (**Приложение 5**) студентам рекомендуется определиться с направлением научных исследований до 3 курса и начать работу в рамках научно-образовательных лабораторий ИМФИ. Начальные результаты оформляются в виде курсовой работы на 3 курсе. На 4 курсе происходит окончательное определение темы ВКР, закрепление научного руководителя. На бакалавриате с одним профилем подготовки ВКР может быть выполнена коллективно.

При планировании учебного процесса на подготовку и защиту выпускной квалификационной работы предусматривается время, продолжительность которого регламентируется ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование (уровень бакалавриата), и составляет не менее восьми недель.

После утверждения тем на кафедре, составляется задание на выполнение ВКР, в котором устанавливаются границы и глубина исследуемой темы, а также сроки предоставления работы в завершённом виде. Задание составляется в 2-х экземплярах на специальном бланке, подписывается студентом, руководителем и утверждается заведующим кафедрой (**Приложение 6**). Один экземпляр выдаётся студенту, второй остаётся на кафедре. Изменение задания производится кафедрой по представлению руководителя, записывается в протокол заседания кафедры и передаётся в дирекцию ИМФИ.

На основе задания студентом совместно с руководителем составляется план-график выполнения выпускной квалификационной работы, в котором содержатся сведения об этапах работы, отметки руководителя о ходе



выполнения каждого из них (**Приложение 7**). В составе важнейших этапов работы должны быть предусмотрены:

1. Составление программы исследования;
2. Изучение и анализ литературы по теме;
3. Сбор исходных эмпирических данных (полевой материал, лабораторно-экспериментальный, фактический первичный в виде статистических цифровых показателей и архивных данных, констатирующего педагогического эксперимента и т.п.);
4. Обработка и анализ полученной информации;
5. Подготовка и оформление текстовой части ВКР;
6. Подготовка и оформление графического, иллюстративного материала.

Студент-выпускник выполняет выпускную квалификационную работу в соответствии с календарным планом, в котором указываются конкретные сроки выполнения отдельных этапов, сроки сдачи завершенной работы и ее защиты (**Приложение 8**).

В ходе написания выпускной квалификационной работы руководитель проводит консультации по содержанию и методике выполнения её отдельных этапов.

Каждый выпускник должен пройти предварительную защиту на заседании кафедры, выступив с сообщением по выпускной квалификационной работе. Предварительная защита ВКР проводится по решению соответствующей выпускающей кафедры не позднее чем за 1 месяц до защиты ВКР.

На предварительную защиту предоставляются: готовый текст выпускной квалификационной работы, отзыв руководителя выпускной квалификационной работы, результаты проверки выпускной квалификационной работы обучающегося на использование заимствованного материала без ссылки на автора и (или) источник заимствования с помощью любой системы проверки, в том числе программы «Антиплагиат». Выявление в ВКР заимствованного материала без ссылки на автора и (или) источник заимствования является основанием для отказа в допуске обучающегося к защите<sup>2</sup>.

По результатам предварительной защиты на заседании кафедры в присутствии руководителя и обучающегося решается вопрос о допуске обучающегося к защите. Решение кафедры оформляется протоколом (**Приложение 10**).

Не позднее чем за 10 дней до защиты ВКР выпускающие кафедра предоставляют выписку из протокола заседания кафедры в дирекцию о допуске обучающихся к защите ВКР с указанием темы работы, руководителя.

---

<sup>2</sup>В соответствии с приказом № 491 (п) от 22.12.2015 на 2016 г. в КГПУ им. В.П. Астафьева процент оригинальности текста выпускных квалификационных работ по программам бакалавриата должен составлять не менее 60 %.

За 10 дней до официальной защиты обучающийся должен представить в дирекцию института:

- Зачетную книжку
- Переплетенную рукопись ВКР в бумажном и электронном виде
- Электронный вариант рукописи ВКР, печатный вариант в виде брошюры
- Отзыв научного руководителя (Приложение 9).

В случае выполнения выпускной квалификационной работы несколькими обучающимися руководитель выпускной квалификационной работы представляет отзыв об их совместной работе в период подготовки выпускной квалификационной работы.

- Демо-версию разрабатываемой программы \*
- Информационный буклет\*\*
- \* - приложение к ВКР в электронном виде
- \*\* - согласно рекомендованной структуре

### **Процедура защиты ВКР**

Порядок защиты определяется положением о государственных аттестационных комиссиях.

К защите выпускной квалификационной работы допускаются обучающийся, не имеющий академической задолженности и в полном объеме выполнивший учебный план или индивидуальный учебный план по освоению основной образовательной программы высшего образования.

ВКР, отзыв руководителя передаются в государственную экзаменационную комиссию не позднее чем за 2 календарных дня до защиты ВКР.

Защита ВКР проводится в сроки, установленные графиком учебного процесса ИМФИ на открытых заседаниях государственной экзаменационной комиссии с участием полного состава комиссии, утверждённого руководством вуза.

Обучающийся должен представить ВКР с использованием электронных презентационных материалов в течение 7–10 минут. Общая продолжительность защиты одной ВКР (включая сам доклад, вопросы, которые могут быть заданы по содержанию работы, заслушивание отзыва руководителя) до 30 минут.

Члены ГЭК, основываясь на докладе обучающегося, просмотренной рукописи выпускной квалификационной работы, отзыве руководителя, ответах обучающегося и представленном графическом стендовом материале, дают предварительную оценку работы и подтверждают соответствие уровня подготовленности выпускника требованиям ФГОС ВО.

После публичной защиты, ГЭК в закрытом заседании обсуждает результаты защиты и простым большинством голосов членов комиссии выносит решение об оценке выпускной квалификационной работы. Результаты защиты оформляются протоколом и объявляются в тот же день. Оценивается работа по 4-х балльной системе на «отлично», «хорошо»,

«удовлетворительно», «неудовлетворительно» согласно критериям оценки выпускных квалификационных работ, указанным в ФОС.

Если ВКР оценена на «неудовлетворительно», не представлена или не допущена к защите, обучающийся отчисляется из университета в порядке, установленном Положением о порядке проведения государственной итоговой аттестации обучающихся в КГПУ им. В.П. Астафьева.

Тема ВКР и ее оценка заносятся в зачетную книжку (сдается в архив) и в приложение, которое выдается выпускнику вместе с дипломом об образовании.

Выпускная квалификационная работа после защиты хранится на кафедре в печатном и электронном виде течение пяти лет, затем списывается по акту.

Кафедра ведет учет и общий реестр выпускных квалификационных работ, выполненных на кафедре, по уровням образования, а также хранит ВКР в электронном виде.

Текст, отзыв, результаты проверки на объем заимствования выпускных квалификационных работ размещаются руководителем ВКР в электронно-библиотечной системе в формате pdf университета согласно Регламенту размещения ВКР в электронно-библиотечной системе КГПУ им. В.П. Астафьева<sup>3</sup>.

Доступ лиц к текстам ВКР должен быть обеспечен в соответствии с законодательством Российской Федерации, с учетом изъятия производственных, технических, экономических, организационных и других сведений, в том числе о результатах интеллектуальной деятельности в научно-технической сфере, о способах осуществления профессиональной деятельности, которые имеют действительную или потенциальную коммерческую ценность в силу неизвестности их третьим лицам, в соответствии с решением правообладателя.

Наиболее интересные в теоретическом и практическом плане ВКР могут быть рекомендованы к опубликованию. Авторы таких работ могут быть рекомендованы в поступлению в магистратуру.

---

<sup>3</sup>Согласно Регламенту размещения выпускных квалификационных работ обучающихся электронной библиотечной системе в КГПУ им. В.П. Астафьева (приказ № 205 (п) от 25.05.2015), руководитель размещает материалы, связанные с ВКР в электронной библиотечной системе не позднее 10 рабочих дней до момента защиты ВКР, а заведующий кафедрой не позднее 3 рабочих дней с момента защиты проверяет и подтверждает наличие всех необходимых документов в системе.

## 4.2. Фонд оценочных средств для выпускной квалификационной работы

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
**«Красноярский государственный педагогический университет  
им. В.П.Астафьева»**

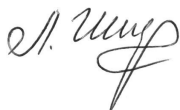
Институт математики, физики и информатики

Кафедра математики и методики обучения

математике

УТВЕРЖДЕНО  
на заседании кафедры Протокол № 8  
от 12 мая 2021 г.

Заведующая кафедрой  
Шкерина Л.В.



ОДОБРЕНО  
На заседании научно-  
методического совета  
направления  
подготовки  
Протокол № 7  
от 21 мая 2021 г.,

Председатель НМС  
Бортновский С.В.



### **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ для выпускной квалификационной работы**

**Математика, методика обучения математике**  
(наименование дисциплины/модуля/вида практики)

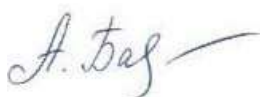
**44.03.01 Педагогическое образование**  
(код и наименование направления подготовки)

**Математика**  
(наименование профиля подготовки/наименование магистерской программы)

**Бакалавр**



Составитель: Кейв М. А., доцент кафедры алгебры,  
геометрии и методики их преподавания



Составитель: Багачук А. В., доцент кафедры  
математического анализа и MOM в вузе



Составитель: Шашкина М. Б., доцент кафедры  
математического анализа и MOM в вузе

**4.2.1. Критерии оценки выпускной квалификационной работы  
(выполнение требований к результатам исследования в части  
оцениваемых компетенций; к тексту выпускной квалификационной  
работы в части оцениваемых компетенций; к защите выпускной  
квалификационной работы в части оцениваемых компетенций)**

Показатели	Высокий уровень сформированности компетенций	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций
	(87–100 баллов) отлично / зачтено	(73–86 баллов) хорошо / зачтено	(60–72 баллов) Удовлетворительно / зачтено
<b>ОК-1 Способность использовать основы философских и социогуманитарных знаний для формирования научного мировоззрения</b>			
Уровень описания актуальности исследования ВКР	Актуальность темы полностью раскрыта, доказана и аргументирована с опорой на основы философских и социогуманитарных знаний	Присутствуют отдельные недочеты/ недоработки в части обоснования актуальности темы исследования	Актуальность темы сформулирована, но слабо аргументирована сточки зрения опоры на основы философских и социогуманитарных знаний
Уровень анализа проблемы исследования ВКР	Полный критический анализ известных концепций, направлений, методов и алгоритмов решения исследуемой проблемы.	Отдельные недочеты в критическом анализе известных концепций, направлений, методов и алгоритмов решения исследуемой проблемы.	Недостаточно обоснованы известные концепции, направления, методы названы, но не проанализированы.
<b>ОК-2 способность анализировать основные этапы и закономерности исторического развития для формирования патриотизма и гражданской позиции</b>			
Уровень описания актуальности исследования ВКР	В раскрытии актуальности темы автор ссылается на основные этапы и закономерности исторического развития по исследуемой проблеме с обозначением собственной гражданской позиции	В раскрытии актуальности темы автор в целом упоминает отдельные этапы и закономерности исторического развития по исследуемой	В раскрытии актуальности темы автор частично ссылается на основные этапы и закономерности исторического развития по исследуемой проблеме
Уровень анализа проблемы исследования ВКР	В описании анализа проблематики исследования полностью описаны основные этапы и закономерности исторического развития	В описании анализа проблематики исследования в целом описаны основные этапы и закономерности	В описании анализа проблематики исследования частично и (или) непоследовательно описаны основные этапы и закономерности исторического развития

	по исследуемой проблеме с обозначением гражданской позиции автора	исторического развития по исследуемой проблеме с обозначением гражданской позиции автора	по исследуемой проблеме с обозначением гражданской позиции автора
Уровень описания практического продукта (результата) работы	В описании продукта работы описаны способы формирования патриотизма и гражданской позиции у учащихся с его использованием	В описании продукта работы обозначены способы формирования патриотизма и гражданской позиции у учащихся с его использованием	В описании продукта работы слабо обозначены способы формирования патриотизма и гражданской позиции у учащихся с его использованием
ОК-3 способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве			
Уровень анализа проблемы исследования ВКР	Результаты теоретического анализа проблематики исследования свидетельствуют о высоком уровне ориентирования в информационном пространстве с опорой на естественнонаучные и математические знания	Результаты теоретического анализа проблематики исследования свидетельствуют о хорошем уровне ориентирования в информационном пространстве с опорой на естественнонаучные и математические знания	Результаты теоретического анализа проблематики исследования свидетельствуют о достаточном уровне ориентирования в информационном пространстве с опорой на естественнонаучные и математические знания
Уровень владения методами педагогического исследования и математическими методами его анализа	Грамотное обоснованное применение широкого спектра методов педагогического исследования и математических методов его анализа	Не всегда обоснованное применение методов педагогического исследования и математических методов его анализа	Использованы отдельные методы педагогического исследования, недостаточно обоснованное применение математических методов его анализа
ОК-4 способность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия			
Уровень владения лексическими и грамматическими нормами	Демонстрируется полное и безошибочное владение лексическими и грамматическими нормами языка в речевой коммуникации; Соблюдены все	Допускаются единичные лексические и грамматические ошибки; имеются единичные нарушения стиля представления результатов работы	Допускаются лексические и грамматические ошибки; Имеется ряд нарушений стиля представления результатов работы

языка в письменной и устной форме	стилистические особенности представления результатов работы в письменной форме		
ОПК-1 готовность сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности			
Уровень представления результатов исследований и ответов на вопросы в процессе защиты ВКР	В процессе защиты демонстрирует полное понимание социальной значимости своей профессии, аргументировано обосновывает собственные мотивы к профессиональной деятельности учителя информатики	В процессе защиты демонстрирует частичное понимание социальной значимости своей профессии, называет собственные мотивы к профессиональной деятельности учителя информатики	В процессе защиты демонстрирует слабое понимание социальной значимости своей профессии, слабую мотивацию к профессиональной деятельности учителя информатики
ОПК-2 способность осуществлять обучение, воспитание и развитие с учетом социальных, возрастных, психофизических и индивидуальных особенностей, в том числе особых образовательных потребностей обучающихся			
Уровень описания практического продукта (результата) работы	В описании продукта работы демонстрируется высокий уровень способности осуществлять обучение физике и информатике, воспитание и развитие с учетом социальных, возрастных, психофизических и индивидуальных особенностей, в том числе особых образовательных потребностей обучающихся	В описании продукта работы демонстрируется хороший уровень способности осуществлять обучение физике и информатике, воспитание и развитие с учетом социальных, возрастных, психофизических и индивидуальных особенностей, в том числе особых образовательных потребностей обучающихся	В описании продукта работы демонстрируется достаточный уровень способности осуществлять обучение физике и информатике, воспитание и развитие с учетом социальных, возрастных, психофизических и индивидуальных особенностей, в том числе особых образовательных потребностей обучающихся
Уровень представления результатов исследований и ответов на вопросы в	В процессе защиты ВКР и ответов на вопросы студент демонстрирует высокий уровень готовности осуществлять обучение физике и информатике, воспитание и развитие с учетом социальных, возрастных, психофизических и	В процессе защиты ВКР и ответов на вопросы студент демонстрирует хороший уровень готовности осуществлять обучение физике и информатике, воспитание и развитие с учетом социальных, возрастных,	В процессе защиты ВКР и ответов на вопросы студент демонстрирует достаточный уровень готовности осуществлять обучение физике и информатике, воспитание и развитие с учетом социальных, возрастных, психофизических и

процессе защиты ВКР	индивидуальных особенностей, в том числе особых образовательных потребностей обучающихся	психофизических и индивидуальных особенностей, в том числе особых образовательных потребностей обучающихся	индивидуальных особенностей, в том числе особых образовательных потребностей обучающихся
<b>ОПК-5 владение основами профессиональной этики и речевой культуры</b>			
Уровень владения лексическими и грамматическими нормами языка в письменной и устной форме	Демонстрируется полное и безошибочное владение речевой культурой в речевой коммуникации; Соблюдены все нормы профессиональной этики в представлении результатов работы в устной и письменной формах	Допускаются единичные нарушения речевой культуры в речевой коммуникации; В целом соблюдены нормы профессиональной этики в представлении результатов работы в устной и письменной формах	Допускаются единичные нарушения речевой культуры в речевой коммуникации; В целом соблюдены нормы профессиональной этики в представлении результатов работы в устной и письменной формах
<b>ОПК-6 готовность к обеспечению охраны жизни и здоровья обучающихся</b>			
Уровень описания практического продукта (результата) работы	В описании результатов ВКР предусматриваются и аргументируются конкретные действия по обеспечению охраны жизни и здоровья обучающихся в процессе обучения физике и информатике	В описании результатов ВКР в общем описываются действия по обеспечению охраны жизни и здоровья обучающихся в процессе обучения физике и информатике	В описании результатов ВКР предусматриваются, но не описываются действия по обеспечению охраны жизни и здоровья обучающихся в процессе обучения физике и информатике
<b>ПК-8 способность проектировать образовательные программы</b>			
Уровень описания практического продукта (результата) работы	В описании результатов ВКР демонстрируется способность выпускника самостоятельно и целесообразно проектировать образовательные программы по физике и информатике и ИКТ	В описании результатов ВКР демонстрируется способность выпускника проектировать конкретно указанные образовательные программы по физике и информатике и ИКТ	В описании результатов ВКР демонстрируется способность выпускника проектировать конкретно указанные образовательные программы по физике и информатике и ИКТ в соответствии с образцом
Уровень представления результатов исследований и ответов на	В процессе защиты ВКР демонстрируется способность выпускника самостоятельно и целесообразно проектировать образовательные программы по физике и	В процессе защиты ВКР демонстрируется способность выпускника проектировать конкретно указанные образовательные программы по физике и	В процессе защиты ВКР демонстрируется способность выпускника проектировать конкретно указанные образовательные программы по физике и информатике и ИКТ в



вопросы в процессе защиты ВКР	информатике и ИКТ	информатике и ИКТ	соответствии с образцом
ПК-9 способность проектировать индивидуальные образовательные маршруты обучающихся			
Уровень описания практического продукта (результата) работы	В описании результатов ВКР демонстрируется способность выпускника самостоятельно и целесообразно проектировать индивидуальные образовательные маршруты в процессе обучения физике и информатике и ИКТ	В описании результатов ВКР демонстрируется способность выпускника проектировать конкретно указанные индивидуальные образовательные маршруты в процессе обучения физике и информатике и ИКТ	В описании результатов ВКР демонстрируется способность выпускника проектировать конкретно указанные индивидуальные образовательные маршруты в процессе обучения физике и информатике и ИКТ в соответствии с образцом
Уровень представления результатов исследований и ответов на вопросы в процессе защиты ВКР	В процессе защиты ВКР демонстрируется способность выпускника самостоятельно и целесообразно проектировать индивидуальные образовательные маршруты в процессе обучения физике и информатике и ИКТ	В процессе защиты ВКР демонстрируется способность выпускника проектировать конкретно указанные индивидуальные образовательные маршруты в процессе обучения физике и информатике и ИКТ	В процессе защиты ВКР демонстрируется способность выпускника проектировать конкретно указанные индивидуальные образовательные маршруты в процессе обучения физике и информатике и ИКТ в соответствии с образцом
ПК-11 готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования			
Уровень согласования методологического аппарата ВКР	Методологический аппарат полностью согласован	Имеются отдельные недостатки в согласовании проблемы, целей, объекта, предмета и задач исследования	Методологический аппарат не вполне согласован, слабо отражает логику исследования
Уровень теоретического и методического решения проблемы исследования ВКР	Полный критический анализ известных концепций, направлений, методов и алгоритмов решения исследуемой проблемы. Обоснованные выводы и предложения общей методики решения всей проблемы.	Отдельные недочеты в критическом анализе известных концепций, направлений, методов и алгоритмов решения исследуемой проблемы. Неполное обоснование выводов и предложений общей методики решения всей проблемы	Недостаточно обоснованы известные концепции, направления, методы названы, но не проанализированы. Недостаточно обоснованы выводы и предложения общей методики решения всей проблемы

ПК-13 способностью выявлять и формировать культурные потребности различных социальных групп			
Уровень описания практического продукта (результата) работы	В описании результатов ВКР демонстрируется способность выпускника самостоятельно и целесообразно выявлять и формировать культурные потребности различных социальных групп учащихся в процессе обучения физике и информатике и ИКТ	В описании результатов ВКР демонстрируется способность выпускника выявлять и формировать культурные потребности различных социальных групп учащихся в процессе обучения физике и информатике и ИКТ	В описании результатов ВКР демонстрируется способность выпускника выявлять и формировать конкретно указанные культурные потребности различных социальных групп учащихся в процессе обучения физике и информатике и ИКТ
Уровень представления результатов исследований и ответов на вопросы в процессе защиты ВКР	В процессе защиты ВКР демонстрируется способность выпускника самостоятельно и целесообразно выявлять и формировать культурные потребности различных социальных групп учащихся в процессе обучения физике и информатике и ИКТ	В процессе защиты ВКР демонстрируется способность выпускника выявлять и формировать культурные потребности различных социальных групп учащихся в процессе обучения физике и информатике и ИКТ	В процессе защиты ВКР демонстрируется способность выпускника выявлять и формировать конкретно указанные культурные потребности различных социальных групп учащихся в процессе обучения физике и информатике и ИКТ

Выпускная квалификационная работа студента оценивается по содержанию (научным руководителем) и в процессе защиты. Итоговая оценка ставится по совокупности преобладающих оценок.

### **Оценка соответствия требованиям ФГОС ВО подготовленности автора выпускной квалификационной работы**

№ п/п	Компетенции	Критерии оценки работы по содержанию и оформлению	2–5
1.	ОК-1	Актуальность темы исследования	
2.	ОПК-1	Полнота и глубина обзора проблемы исследования	
3.	ПК-3	Корректность постановки задач исследования	
4.	ПК-4	Соответствие методов исследования задачам работы	

5.	ПК-10	Комплексность работы, применение в ней знаний, умений, сформированных в ходе изучения дисциплин и модулей профессионального цикла	
6.	ПК-8, ПК-9	Логика, последовательность и обоснованность изложения	
7.	ОПК-5	Качество оформления (общий уровень грамотности, стиль изложения, соответствие требованиям к структуре, содержанию и оформлению ВКР)	
8.	ПК-6	Наличие и качество приведённых в работе иллюстрированных материалов (графиков, рисунков, таблиц, схем, диаграмм и др.), их соответствие тексту	
9.	ОПК-2, ОПК-3, ПК-1, ПК-2	Обоснованность и доказательность выводов; практическая значимость работы	
<b>Средний балл</b>			

## Критерии оценки выпускной квалификационной работы по содержанию и оформлению

№ п/п	Показатели оценки	Критерии оценки			
		«5»	«4»	«3»	«2»
1.	Актуальность темы исследования	Указывается и аргументируется значимость и современность изучаемой проблемы.	Значимость и современность изучаемой проблемы лишь указывается	Слабо отражена значимость и современность изучаемой проблемы	<b>Показатель не раскрыт</b>
2.	Полнота и глубина обзора состояния вопроса	Изучено достаточное количество современных информационных источников, отражающих проблему исследования, сделаны выводы или заключение по теоретической главе.	Недостаточно проанализированы современные информационные источники, отражающие проблему исследования, сделаны выводы или заключение по теоретической главе	Недостаточно проанализированы современные информационные источники, отражающие проблему исследования, не сделаны выводы или заключение по теоретической главе	
3.	Корректность постановки задач исследования	Задачи сформулированы чётко и лаконично, позволяют определить основные этапы исследования для достижения поставленной цели.	Задачи сформулированы не чётко, но позволяют определить основные этапы исследования для достижения поставленной цели.	Задачи не позволяют определить основные этапы исследования для достижения поставленной цели.	
4.	Соответствие методов исследования задачам работы	Методы исследования соответствуют поставленным задачам, в работе указано для решения каких задач они были использованы	Методы исследования соответствуют поставленным задачам, в работе не указано для решения каких задач они были использованы	Методы исследования частично соответствуют поставленным задачам	

5.	Комплексность работы, применение в ней знаний, умений, сформированных в ходе изучения дисциплин и модулей профессионального цикла	В содержании работы отражены знания и умения дисциплин и модулей профессионального цикла.	В содержании работы не достаточно отражены знания и умения дисциплин и модулей профессионального цикла.	Узкая направленность ВКР
6.	Ясность, последовательность и обоснованность изложения	Чёткость суждений, последовательность, обоснованность положений, ясность и краткость изложения мысли.	Расплывчатость суждений, слабая аргументация положения, излишняя детализация	Нарушение логики изложения
7.	Качество оформления (общий уровень грамотности, стиль изложения, соответствие требованиям к структуре, содержанию и оформлению ВКР)	ВКР соответствует требованиям к структуре, содержанию и оформлению, в работе, соблюдены общепринятые правила правописания.	Незначительные отклонения от требований к структуре, содержанию и оформлению ВКР	ВКР частично соответствует требованиям к структуре, содержанию и оформлению, в работе не соблюдены общепринятые правила правописания
8.	Наличие и качество приведённых в работе иллюстрированных материалов (графиков, рисунков, таблиц, схем, диаграмм и др.), их	Приведённый в работе иллюстрированный материал отвечает требованиям к его оформлению, соответствует тексту работы.	Приведённый в работе иллюстрированный материал частично отвечает требованиям к его оформлению, соответствует тексту работы	Приведённый в работе иллюстрированный материал частично отвечает требованиям к его оформлению, не соответствует тексту

	соответствие тексту			работы	
9.	Обоснованность и доказательность выводов; практическая значимость работы	Конкретность и чёткость формулировки выводов, соответствие задачам исследования, определена практическая значимость результатов исследования и возможность их применение в практике.	Выводы сформулированы не достаточно конкретно и чётко, определена практическая значимость результатов исследования и возможность их применение в практике	Выводы сформулированы не достаточно конкретно и чётко, не определена практическая значимость результатов исследования и возможность их применение в практике	

### Критерии оценки защиты выпускной квалификационной работы

№ п/п	Критерии оценки	Характеристика критерия и баллы			
		«5»	«4»	«3»	«2»
1.	Обоснование актуальности проблемы и темы ВКР, её практической значимости	Обосновывает актуальность и значимость проблемы исследования, определяет её практическую значимость	Недостаточно обосновывает актуальность и значимость проблемы исследования, её практическую значимость	Слабо обосновывает актуальность и значимость проблемы исследования, её практическую значимость	Показатель не раскрыт
2.	Владение методологическим аппаратом ВКР	Владеет методологическим аппаратом ВКР	Не достаточно владеет методологическим аппаратом ВКР	Слабо владеет методологическим аппаратом ВКР	
3.	Ориентация в содержании работы	Ориентируется в содержании работы	Не достаточно ориентируется в содержании работы	Слабо ориентируется в содержании работы	
4.	Соответствие ВКР требованиям к структуре,	ВКР соответствует требованиям к структуре, содержанию и	Незначительные отклонения от требований	ВКР частично соответствует требованиям	

содержанию и

оформлению, в работе, соблюдены

к структуре, содержанию и

к структуре, содержанию и

	оформлению	общепринятые правила правописания.	оформлению ВКР	оформлению, в работе, не соблюдены общепринятые правила правописания	
5.	Качество научной дискуссии и культура докладчика	Логичность, последовательность, грамотность, использование научной терминологии при ответах на вопросы, выдержка и уверенность, контакт с аудиторией	Ответы на вопросы не достаточно убедительны, слабый контакт с аудиторией, владение собой	Затруднение в ответах, отсутствие контакта с аудиторией	
6.	Презентация и наглядное сопровождение доклада	Презентация помогает восприятию доклада, дополняла и визуализировала основные положения	Презентация имеет незначительные недостатки (недостаточно хорошо читаемый текст, неудачная композиция цвета и т.п.)	Презентация затрудняет восприятие доклада	

#### 4.2.2

### Протокол оценки защиты выпускной квалификационной работы

Дата \_\_\_\_\_

№ п/п	ФИО студента	Компетенции						Средний балл
		ОК 1, ОПК-1, ПК, соответствующие теме исследования	ПК-11	ОК-1, ПК-8	ПК-10	ОК-4, ОПК-5, ПК-6	ОК-3, ПК-6	
		Показатели оценки (2–5)						
		обоснование актуальности проблемы и темы ВКР, её практической значимости	владение методологическим аппаратом ВКР	ориентация в содержании ВКР	соответствие ВКР требованиям к структуре, содержанию и оформлению	качество научной дискуссии (логичность, последовательность, грамотность использования научной	презентация и наглядное сопровождение доклада	

						терминологии) и культура докладчика		

ФИО члена государственной аттестационной комиссии \_\_\_\_\_ (подпись) \_\_\_\_\_

### 4.2.3 Шкала итоговой оценки

Итоговая оценка за ВКР ставится как средняя оценка членов ГАК по следующей шкале. В спорных ситуациях принятие решения возлагается на председателя комиссии.

Количество баллов за содержание и оформление ВКР	55–60	49–54	43–48	42 и менее
Количество баллов за защиту ВКР	33–40	25–32	18–24	17 и менее
Сумма баллов	87-100	73-86	60-72	59 и менее
Уровень сформированности компетенций	высокий	продвинутый	базовый	отсутствует
Итоговая оценка	5	4	3	2

*Примечание:* вклад уровня каждой компетенции в общую оценку зависит от степени ее влияния на результат подготовки по программе (важности в будущей профессиональной деятельности и т.д.). Вес отдельной компетенции в сумме итоговой оценки определяется выпускающей кафедрой.



## **5. Методические рекомендации по подготовке и проведению государственного экзамена**

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. Астафьева»  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)  
**Институт математики, физики и информатики**

Кафедра математики и методики обучения математике

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ И ПРОВЕДЕНИЮ ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА**

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

Красноярск 2021

## **Введение**

Целью государственной итоговой аттестации является определение соответствия результатов освоения обучающимися основных образовательных программ бакалавриата требованиям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования. Настоящая программа составлена на основе Положения об итоговой государственной аттестации выпускников высших учебных заведений в Российской Федерации, Положения о порядке проведения государственной итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования КГПУ им. В.П. Астафьева, Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению 44.03.01 Педагогическое образование.

К государственной итоговой аттестации допускаются обучающиеся, не имеющие академической задолженности и в полном объеме выполнившие учебный план или индивидуальный учебный план по направлению подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование», профиль «Математика».

### **Общие положения**

Содержание государственного экзамена формируется на основе ФГОС ВО по дисциплинам образовательной программы, результаты освоения которых имеют значение для профессиональной деятельности выпускников.

Государственная итоговая аттестация состоит из государственного экзамена и защиты выпускной квалификационной работы.

### **Подготовка к государственному экзамену**

В качестве методической помощи студентам при подготовке к государственному экзамену рекомендуется воспользоваться программой государственного экзамена, включающей теоретические вопросы и примерные практические задачи, выносимые на экзамен, а также список литературы для подготовки.

Перед государственным экзаменом для бакалавров проводятся обзорные лекции и консультации, на которых рассматриваются наиболее сложные вопросы, вынесенные на экзамен.

Перед проведением государственного экзамена студенту необходимо восстановить в памяти теоретический материал по изученным разделам математики. Для этого следует обратиться к соответствующим литературным источникам, конспекту обзорных лекций и другим источникам.

## Порядок проведения государственного экзамена

Государственная итоговая аттестация проводится по месту нахождения структурного подразделения университета, а именно Института математики, физики и информатики, по адресу ул. Перенсона, 7. Проведение государственного экзамена осуществляется на заседании Государственной экзаменационной комиссии (ГЭК).

На государственной итоговой аттестации присутствуют председатель, члены государственной экзаменационной комиссии, секретарь государственной экзаменационной комиссии и аттестуемый. На заседании может присутствовать без права голоса ректор, проректор по образовательной и учебно-методической деятельности, его заместитель.

Обучающимся и лицам, привлекаемым к государственной итоговой аттестации, запрещается пользоваться средствами связи во время заседания.

Государственная итоговая аттестация начинается с государственного экзамена. Дата и время проведения государственного экзамена утверждается расписанием, которое доводится до сведения обучающегося, членов государственных экзаменационных комиссии и апелляционных комиссий, не позднее чем за 30 календарных дней до начала приема государственного экзамена.

Перед государственным экзаменом для бакалавров проводятся обзорные лекции и консультации, на которых рассматриваются наиболее сложные вопросы, вынесенные на экзамен.

Условием допуска к экзамену является завершение полного курса обучения по данному направлению подготовки в соответствии с профилем подготовки, подтвержденное приказом ректора.

Экзамен проводится в аудитории, оснащенной средствами ВТ. В аудитории оборудуются места для экзаменационной комиссии, секретаря комиссии и индивидуальные места для студентов. Время проведения экзамена, состав групп (10 – 12 человек) определяются дирекцией института. Количество студентов, одновременно находящихся в аудитории зависит также от количества посадочных мест, что обеспечит достаточность времени для подготовки к ответу и минимальность перерывов между ответами.

Все студенты сформированной группы должны явиться к началу экзамена в аудиторию, указанную в расписании. При себе нужно иметь ручку, карандаш, линейку, циркуль и т.п.

Государственный экзамен проводится устно.

Каждый студент берет билет методом «случайного выбора». Время для подготовки первого ответа должно быть не менее 30 минут.

Экзаменационная комиссия имеет право задавать дополнительные вопросы, направленные как на уточнение, или дополнение ответа, так и выходящие за рамки билета.

Уровень знаний бакалавра оценивается на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Оценки «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» означают успешное прохождение государственного экзамена. Результаты государственного экзамена

объявляются в тот же день после формирования протокола заседания комиссии.

Обучающийся, получивший по результатам государственного экзамена оценку «неудовлетворительно», не допускается к государственному аттестационному испытанию – к защите выпускной квалификационной работы.

Для проведения государственной итоговой аттестации по математике и методике обучения математике используются следующие виды оценочных средств:

- комплект билетов для экзамена;
- комплект заданий;
- методический портфель.

Билет государственного экзамена по математике и методике обучения математике состоит из *двух заданий*: 1) задание по двум из перечисленных разделов математики: математическому анализу; теории вероятностей и математической статистики; линейной алгебры; теории чисел; алгебраических систем; теории многочленов; элементарной геометрии; аналитической геометрии; оснований геометрии; геометрии Лобачевского; 2) компетентностно ориентированное задание по методике обучения математике.

*Первое задание* по математике охватывает наиболее фундаментальные вопросы алгебры, геометрии и математического анализа: основные понятия и методы высшей математики, ее роль и связь с современным школьным курсом математики.

Задание представляет собой два вопроса по каким-либо из перечисленных выше разделов математики, отвечая на которые, студент должен продемонстрировать теоретические знания по математике (*когнитивный* компонент профессиональной компетентности). Каждый из теоретических вопросов должен быть проиллюстрирован соответствующими примерами, в процессе решения которых студент должен продемонстрировать основные математические умения (*деятельностный* компонент профессиональной компетентности). Также содержание каждого из вопросов направлено на выявление понимания студентом связей, изучаемой теории с темами школьного курса математики (*аксиологический* компонент профессиональной компетентности).

*Второе задание* – методическое – сформулировано в компетентностном формате в виде проблемной педагогической ситуации, представляющей собой конкретные обстоятельства, имеющие отношение к образовательному процессу, сущность которых заключается в наличии некоторого противоречия (проблемы). Как известно, уровень сформированности отдельных элементов компетенций можно измерять двумя способами: 1) как материальный или интеллектуальный *продукт* деятельности; 2) как *процесс* деятельности (когда результат деятельности не оформлен как продукт или принципиально важен сам процесс). Одним из

средств диагностики и измерения компетенций могут служить специально сконструированные проблемные педагогические ситуации.

Под проблемной педагогической ситуацией будем понимать конкретные обстоятельства, имеющие отношение к образовательному процессу, сущность которых заключается в наличии некоторого противоречия. Проблемная ситуация порождает познавательную потребность вследствие невозможности достичь цели посредством уже имеющихся знаний и выработанных способов действия.

Способ выхода из проблемной ситуации является своеобразным средством диагностики уровня развития профессиональных качеств будущего учителя. Проблемные ситуации, имеющие профессиональный контекст, заставляют студента анализировать самого себя не только как участника образовательного процесса, но и в роли человека, который может изменить его в педагогически целесообразном направлении. Такое состояние побуждает к поиску средств целенаправленного формирования своих профессионально-значимых качеств и умений. Ни одна проблемная ситуация не проходит бесследно. Каждая ситуация, требующая решения приводит либо к реконструкции деятельности, либо к реконструкции личности профессионала.

Возможны различные способы создания ситуаций: побуждение студентов к теоретическому объяснению явлений, фактов; широкое использование жизненных ситуаций и прошлого опыта студентов; поиск условий использования результата выполнения проблемного задания; побуждение к анализу, синтезу, обобщению, систематизации и другим мыслительным операциям; выдвижение предположений; знакомство с фактами, якобы необъяснимыми и т.д.

Ситуации могут быть классифицированы по различным признакам:

1. по месту возникновения и протекания (урочная или внеурочная деятельность, различные формы занятий и т.д.);
2. по степени проективности (преднамеренно созданные, естественные, стихийные, спроектированные);
3. по степени оригинальности (стандартные, нестандартные, оригинальные);
4. по степени управляемости (жестко заданные, неуправляемые, управляемые);
5. по участникам (учитель – ученик, учитель – родитель, студент – преподаватель и т.д.);
6. по заложенным противоречиям (конфликтные, бесконфликтные, критические);
7. по содержанию (предметные, межпредметные, личностно ориентированные, ситуации общения и т.д.).

Проблемные педагогические ситуации носят полидисциплинарный характер, требуют комплексного подхода к их разрешению. В процессе работы с ситуацией студент моделирует фрагмент профессиональной деятельности учителя, тем самым создаются условия для проявления

профессиональных компетенций, а, следовательно, возможности для их измерения по *результатам* деятельности. Для более детальной диагностики может быть зафиксирован также и *процесс* работы над ситуацией.

Приведем пример проблемной педагогической ситуации и ее решений, которые могут быть предложены студенту в содержании государственного экзамена.

### Ситуация

При изучении темы «Рациональные уравнения» на уроке подготовки к контрольной работе учитель предложил учащимся в конце урока задачу:

При каком значении параметра  $a$  уравнение  $\frac{x^2 - ax + 1}{x + 3} = 0$  имеет единственное решение?

К доске был вызван сильный ученик, который в последние несколько минут урока записал решение задачи на доске. На следующем уроке учащиеся писали контрольную работу, в которой было задание:

При каком значении параметра  $b$  уравнение  $\frac{x^2 - bx + 4}{x + 1} = 0$  имеет единственный корень?

В результате с этим заданием справились безошибочно двое учащихся (в том числе тот, что, что был у доски на предыдущем уроке). 6 человек указали в качестве ответа значение параметра  $b = \pm 4$ . Остальные 12 человек не приступали к решению данного задания.

### Задания

14. Решите оба задания.

15. Определите причины такой ситуации. Какой математический пробел выявлен у 6 учащихся, давших неполный ответ к задаче?

16. Как добиться, чтобы таких пробелов у учащихся не было? Как можно скорректировать ситуацию на уроке перед контрольной работой? на следующем уроке после контрольной работы?

17. Выделите дидактические цели решения задач с параметром в рамках данной темы.

18. Проанализируйте набор задач по данной теме в любом действующем школьном учебнике. Отберите задания для обобщающего урока по данной теме, основной целью которого является систематизация знаний учащихся и подготовка их к контрольной работе.

19. Составьте свой вариант контрольной работы по теме «Квадратные уравнения», рассчитанной на 1 урок. Предусмотрите дополнительные задания для сильных учащихся.

## **2. Решите оба задания**

*Задача.* При каком значении параметра  $a$  уравнение  $\frac{x^2 - ax + 1}{x + 3} = 0$  имеет единственное решение?

Решение.

Решение рационального уравнения начинается с определения области допустимых значений.

$$\text{ОДЗ: } x + 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq -3$$

Решением рационального уравнения является решение уравнения:  
 $x^2 - ax + 1 = 0$

Следовательно, уравнение имеет единственное решение в двух случаях:

3. Когда уравнение имеет  $x^2 - ax + 1 = 0$  единственное решение, удовлетворяющее ОДЗ.
4. Когда уравнение имеет  $x^2 - ax + 1 = 0$  два корня, один из которых не принадлежит ОДЗ.

Рассмотрим первый случай.

Квадратное уравнение  $x^2 - ax + 1 = 0$  имеет единственное решение, когда дискриминант равен нулю. Найдем дискриминант:

$$D = (-a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0$$

$$a^2 - 4 = 0$$

$$a = 2 \text{ или } a = -2$$

При  $a = 2$  уравнение  $\frac{x^2 - 2x + 1}{x + 3} = 0$  имеет единственное решение  $x = 1$ .

При  $a = -2$  уравнение  $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 3} = 0$  имеет единственное решение  $x = -1$ .

Таким образом, решение уравнения в первом случае станет значение параметра  $a = \pm 2$ .

Рассмотрим второй случай. Квадратное уравнение  $x^2 - ax + 1 = 0$  имеет два решения, когда  $D > 0$ .

Найдем дискриминант:

$$D = (-a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 > 0$$

$$a^2 - 4 > 0$$

$$D > 0 \text{ при } \begin{cases} a > 2 \\ a < -2 \end{cases}$$

Пусть  $x_1$  и  $x_2$  корни уравнения  $x^2 - ax + 1 = 0$ . Тогда по теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = a \end{cases}$$

Т.к. один из корней квадратного уравнения, например  $x_1$ , должен не принадлежать ОДЗ, то  $x_1 = -3$ . Значит  $x_2 = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$ . Подставим корни  $x_1$  и  $x_2$  в уравнение  $x_1 + x_2 = a$  и найдем значение  $a = -3 + \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{10}{3}$ .

Таким образом, при  $a = -\frac{10}{3}$  квадратное уравнение имеет вид:  
 $x^2 + \frac{10}{3}x + 1 = 0$  и имеет корни  $x_1 = -3$  и  $x_2 = -\frac{1}{3}$ .



Корень  $x_1 = -3$  не принадлежит ОДЗ, а значит, уравнение  $\frac{x^2 + \frac{10}{a}x + 1}{x+3} = 0$  имеет единственное решение  $x = -\frac{1}{3}$  при  $a = -\frac{10}{3}$

**Ответ:**

- При  $a = -\frac{10}{3}$  уравнение имеет единственное решение  $x = -\frac{1}{3}$
- При  $a = 2$  уравнение имеет единственное решение  $x = 1$
- При  $a = -2$  уравнение имеет единственное решение  $x = -1$

**Задача.** При каком значении параметра  $b$  уравнение  $\frac{x^2 - bx + 4}{x+1} = 0$  имеет единственное решение?

Решение.

Решение рационального уравнения начинается с определения области допустимых значений.

ОДЗ:  $x + 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

Решением рационального уравнения является решение уравнения:  $x^2 - bx + 4 = 0$ . Следовательно, уравнение имеет единственное решение в двух случаях:

7. Когда уравнение имеет  $x^2 - bx + 4 = 0$  единственное решение, удовлетворяющее ОДЗ.
8. Когда уравнение имеет  $x^2 - bx + 4 = 0$  два корня, один из которых не принадлежит ОДЗ.

Рассмотрим первый случай.

Квадратное уравнение  $x^2 - bx + 4 = 0$  имеет единственное решение, когда дискриминант равен нулю.

Найдем дискриминант:

$$\begin{aligned} D &= (-b)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0 \\ a^2 - 16 &= 0 \\ a &= 4 \text{ или } a = -4 \end{aligned}$$

При  $a = 4$  уравнение  $\frac{x^2 - 4x + 4}{x+1} = 0$  имеет единственное решение  $x = 2$ .

При  $a = -4$  уравнение  $\frac{x^2 + 4x + 1}{x+1} = 0$  имеет единственное решение  $x = -2$ .

Таким образом, в первом случае уравнение имеет единственное решение при значении параметра  $a = \pm 4$ .

Рассмотрим второй случай. Квадратное уравнение  $x^2 - bx + 4 = 0$  имеет два решение, когда  $D > 0$ . Найдем дискриминант:

$$\begin{aligned} D &= (b)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 > 0 \\ b^2 - 16 &> 0 \\ D > 0 &\text{ при } \begin{cases} a > 4 \\ a < -4 \end{cases} \end{aligned}$$

Пусть  $x_1$  и  $x_2$  корни уравнения  $x^2 - bx + 4 = 0$ . Тогда по теореме Виета:

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = 4 \\ x_1 + x_2 = b \end{cases}$$

Т.к. Один из корней квадратного уравнения, например  $x_1$ , должен не принадлежать ОДЗ, то  $x_1 = -1$ . Значит  $x_2 = \frac{4}{-1} = -4$ . Подставим корни в уравнение  $x_1 + x_2$  найдем значение  $b = -4 + (-1) = -5$ .

Таким образом, при  $b = -5$  квадратное уравнение имеет вид:  $x^2 + 5x + 4 = 0$  и имеет корни  $x_1 = -1$  и  $x_2 = -4$ .

Корень  $x_1 = -1$  не принадлежит ОДЗ, а значит, уравнение  $\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1} = 0$  имеет единственное решение  $x = -4$  при  $b = -5$ .

Ответ:

- При  $b = -5$  уравнение имеет единственное решение  $x = -4$
- При  $b = 4$  уравнение имеет единственное решение  $x = 2$
- При  $b = -4$  уравнение имеет единственное решение  $x = -2$

По каждому вопросу предлагается примерный план ответа. Отвечая на предложенный вопрос, студент должен раскрыть содержание вводимых понятий, проиллюстрировать их примерами и контрпримерами, уметь охарактеризовать место и роль каждого из них в школьном курсе математики, показать применение теорем, в доказываемых теоремах – раскрыть значение тех или иных условий теоремы, по возможности – их геометрическое и физическое истолкование, возможность (или невозможность) обращения теоремы.

Разумеется, студент может расширить предлагаемый план дополнительными математическими и историческими фактами, относящимися к данному вопросу.

### **Примерные планы ответов на вопросы государственного экзамена**

#### **МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ, ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

##### **1. Мощность множества. Счетные множества. Несчетность множества действительных чисел.**

Описать способы сравнения конечных и бесконечных множеств. Раскрыть понятия эквивалентности множеств и сравнения множеств по мощности.

Дать определение счетного множества. Привести примеры счетных множеств (доказать счетность множества рациональных чисел).

Доказать, что множество действительных чисел несчетно.

##### **2. Функции (отображения). Предел функции в точке и на бесконечности.**

Раскрыть понятие функции действительной переменной и общее понятие отображения. Сформулировать определения сложной и обратной функций.

Ввести понятия числовой последовательности и ее предела, описать геометрический смысл предела числовой последовательности.

Дать определения предела функции в точке и на бесконечности по Коши и по Гейне, раскрыть их геометрический смысл.

Сформулировать свойства функций, имеющих предел в точке и на бесконечности. Доказать теоремы о единственности предела функции в точке и об ограниченности функции, имеющей предел в точке.

Рассказать о подходе к определению рассматриваемых понятий в школьном курсе математики. Охарактеризовать место этих понятий в школьном курсе математики.

### **3. Непрерывность функции в точке и на множестве.**

Сформулировать различные определения функции, непрерывной в точке. Указать основные свойства непрерывных функций.

Ввести понятие функции, непрерывной на множестве. Сформулировать свойства функций, непрерывных на отрезке. Доказать теорему Вейерштрасса о достижении функцией, непрерывной на отрезке, своих точных границ. Доказать теорему Больцано-Коши об обращении функции, непрерывной на отрезке, в ноль. Привести примеры применения свойств непрерывной функции на отрезке.

Рассказать о подходе к определению понятия непрерывной функции в школьном курсе математики. Охарактеризовать место этого понятия в школьном курсе математики.

### **4. Показательная и логарифмическая функции, их определение и основные свойства.**

Сформулировать определение показательной функции. Описать различные подходы к определению показательной функции. Доказать основные свойства показательной функции и построить график.

Сформулировать определение логарифмической функции как обратной показательной, доказать ее основные свойства и построить график.

Охарактеризовать подход к определению показательной и логарифмической функций в школьном курсе математики.

### **5. Тригонометрические функции, их определения и основные свойства**

Ввести понятия тригонометрических функций: синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Сформулировать и доказать их основные свойства, построить графики.

Рассказать о подходе к определению рассматриваемых функций в школьном курсе математики и охарактеризовать их место в этом курсе.

### **6. Дифференцируемость функции.**

Ввести понятие производной функции в точке и производной функции. Установить механический и геометрический смысл производной функции в точке.

Дать понятия дифференцируемой функции и дифференциала. Доказать теорему о непрерывности дифференцируемой функции. Сформулировать и доказать правила дифференцирования суммы, произведения, частного, сложной и обратной функции.

Рассказать о подходе к определению понятия производной в школьном курсе математики. Охарактеризовать место этого понятия в школьном курсе математики.

### **7. Условия постоянства, монотонности, выпуклости функции.**

Сформулировать и доказать теорему Лагранжа, раскрыть ее геометрический смысл. Сформулировать условия постоянства, монотонности, выпуклости функции, четко выделяя необходимость или достаточность этих условий (доказать одно из них).

Охарактеризовать место рассматриваемых вопросов в школьном курсе математики.

## **8. Исследование функции на экстремум. Задачи на наибольшее и наименьшее значения функции.**

Дать определения максимума и минимума функции, раскрыть геометрический смысл этих понятий.

Сформулировать и доказать теорему Ферма, вывести из нее необходимое условие экстремума. Показать недостаточность этого условия.

Сформулировать и доказать достаточные условия (по характеру изменения знака первой производной и по знаку второй производной).

Сформулировать задачу на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции. Обосновать схему ее решения.

Охарактеризовать место рассматриваемых вопросов в школьном курсе математики.

## **9. Первообразная и неопределенный интеграл**

Ввести понятие первообразной функции. Дать описание множества всех первообразных и ввести понятие неопределенного интеграла.

Сформулировать основные свойства интеграла и методы нахождения первообразных (интегрирование по частям и заменой переменной) и доказать их.

Охарактеризовать место рассматриваемых вопросов в школьном курсе математики.

## **10. Определенный интеграл и его свойства**

Ввести понятие интеграла Римана, пояснить его геометрический смысл.

Сформулировать и доказать основные свойства определенного интеграла.

Рассказать о подходе к определению интеграла в школьном курсе математики.

## **11. Интегрируемость непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница**

Доказать интегрируемость непрерывной на отрезке функции.

Рассмотреть интеграл с переменным верхним пределом интегрирования. Доказать теорему о производной интеграла по верхнему пределу интегрирования. Используя эту теорему, показать существование первообразной у непрерывной функции и вывести формулу Ньютона-Лейбница. Раскрыть значение этой формулы и на примерах показать ее применение для вычисления интегралов.

Охарактеризовать место рассматриваемых вопросов в школьном курсе математики.

## **12. Площадь плоской фигуры. Вычисление площадей с помощью определенного интеграла**

Ввести понятие квадратуемой фигуры. Сформулировать необходимое и достаточное условие квадратуемости. Доказать квадратуемость криволинейной трапеции, ограниченной сверху графиком непрерывной функции. Обосновать вычисление ее площади с помощью определенного интеграла. Рассмотреть более общий случай вычисления площадей плоских фигур. Привести примеры.

Охарактеризовать место рассматриваемых вопросов в школьном курсе математики.

## **13. Объем тела. Вычисление объемов с помощью определенного интеграла**

Ввести понятие кубатуемого тела. Сформулировать необходимое и достаточное условие кубатуемости тела.

Доказать теорему о вычислении объема тела по известным площадям его поперечных сечений с помощью определенного интеграла; как частный случай, рассмотреть вопрос о вычислении объема тела вращения.

Охарактеризовать место рассматриваемых вопросов в школьном курсе математики.

## **14. Числовые ряды. Признаки сходимости**

Ввести понятия числового ряда и его суммы. Исследовать на сходимость геометрический ряд и рассмотреть вопрос о бесконечной десятичной дроби как сумме числового ряда.

Сформулировать основные признаки сходимости положительных рядов. Доказать необходимый признак сходимости и признак Даламбера. Привести примеры.

Охарактеризовать место рассматриваемых понятий в школьном курсе математики.

### **15. Степенные ряды. Разложение функции в степенной ряд.**

Ввести понятие степенного ряда и описать область его сходимости.

Сформулировать задачу разложения функции в степенной ряд. Доказать единственность разложения и ввести понятие ряда Тейлора.

Доказать условия разложения функции в ряд Тейлора.

Привести примеры разложения в степенной ряд основных элементарных функций.

### **16. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия теории дифференциальных уравнений.**

Рассмотреть задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Ввести понятия дифференциального уравнения, его порядка, решения уравнения, общего и частного решений, интегральной кривой, разъяснить геометрический смысл этих понятий.

Сформулировать теорему существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка, дать ее геометрическое истолкование.

Ввести понятия дифференциального уравнения с разделяющимися переменными и линейного дифференциального уравнения первого порядка, описать методы их решения.

Охарактеризовать место рассматриваемых вопросов в школьном курсе математики.

### **17. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.**

Ввести понятия линейного дифференциального уравнения второго порядка, линейного однородного и неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.

Сформулировать теорему о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.

Дать определение характеристического уравнения, описать возможные виды решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Описать и обосновать способы решения некоторых классов линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

### **18. Случайные события и их вероятности**

Рассказать о различных подходах к понятию вероятности события.

Дать классическое определение вероятности, привести примеры.

Ввести понятия условной вероятности и независимости событий.

Сформулировать теоремы сложения и умножения. Рассказать о независимых повторных испытаниях.

Вывести формулу Бернулли, привести пример ее применения.

Охарактеризовать роль и место данной темы в школьном курсе математики.

### **19. Основные понятия и факты математической статистики**

Рассказать о выборочном методе изучения генеральной совокупности, эмпирических законах распределения и средствах их геометрического выражения.

Охарактеризовать точечное и интегральное оценивание параметров генеральной совокупности. Рассказать о статистических методах изучения зависимостей между величинами.

Вывести формулы для нахождения коэффициента корреляции.

## **ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА, ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ, АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ, ТЕОРИЯ МНОГОЧЛЕНОВ**

### **1. Алгебраическая операция. Алгебраические системы – алгебры. Группы. Простейшие свойства группы. Подгруппы.**

Охарактеризовать понятия «алгебраическая операция», «алгебраические системы – алгебры».

Дать определение группы. Привести примеры групп. Сформулировать свойства группы. Доказать единственность единичного элемента в группе.

Дать определение подгруппы. Привести примеры подгрупп. Сформулировать признак подгруппы.

### **2. Кольцо и поле. Простейшие свойства колец и полей. Подкольцо и подполе.**

Раскрыть понятие кольца. Привести примеры колец. Сформулировать простейшие свойства кольца.

Дать определение подкольца. Привести примеры подколец, Сформулировать признак подкольца.

Раскрыть понятие поля. Привести примеры полей. Сформулировать простейшие свойства полей.

Дать определение подполя. Привести примеры подполей.

### **3. Кольцо целых чисел. Теорема о делении с остатком. НОД и НОК двух целых чисел.**

Охарактеризовать множество целых чисел. Доказать что  $\langle \mathbb{Z}, +, \cdot \rangle$  – кольцо.

Ввести отношение делимости в кольце целых чисел. Перечислить и доказать некоторые свойства отношения делимости в кольце целых чисел.

Сформулировать и доказать теорему о делении с остатком. Раскрыть и на примерах проиллюстрировать алгоритм Евклида.

Дать определение НОД и НОК двух чисел. Перечислить некоторые свойства НОД и НОК целых чисел. Указать способы вычисления НОД и НОК целых чисел, в том числе – способ вычисления НОД и НОК двух чисел в школьном курсе математики.

### **4. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Каноническое разложение составного числа и его единственность (основная теорема арифметики).**

Охарактеризовать простые и составные числа. Сформулировать и доказать теорему Евклида о бесконечности множества простых чисел.

Сформулировать и доказать основную теорему арифметики. Привести примеры представления составного числа в канонической форме.

Рассказать о способе поиска простых чисел в натуральном ряду чисел (решето Эратосфена).

### **5. Сравнения в кольце целых чисел, основные свойства. Классы сравнимых чисел. Полная и приведенная системы вычетов. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.**

Сформулировать определение сравнимых по модулю чисел. Привести примеры сравнимых по некоторому модулю чисел. Перечислить некоторые свойства сравнений.

Дать определения класса сравнимых по данному модулю чисел, полной и

приведенной системы вычетов, решения сравнений. Указать способ вычисления линейных сравнений с одной переменной, привести примеры.

Сформулировать определение и свойства функции Эйлера. Рассказать о вычислении значений  $\varphi(p)$ ,  $\varphi(p^2)$ ,  $\varphi(n)$ , если  $p$  – простое число,  $n \in \mathbb{N}$ . Сформулировать теоремы Эйлера и Ферма. На примерах проиллюстрировать применение теоремы Эйлера и Ферма.

## **6. Поле комплексных чисел. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Операции над комплексными числами. Геометрическое представление комплексных чисел.**

Охарактеризовать подход к определению комплексных чисел (раскрыть алгебраические причины введения комплексных чисел). Дать определение мнимой единицы, раскрыть понятие алгебраической формы комплексного числа.

Ввести операции над комплексными числами в алгебраической форме.

Сформулировать правила выполнения операций над комплексными числами в алгебраической форме и доказать их основные свойства. Дать определение равных и сопряженных комплексных чисел. Доказать, что  $\langle \mathbb{C}, +, \cdot \rangle$  – поле.

Рассказать о геометрическом представлении комплексных чисел. Раскрыть понятие тригонометрической формы комплексного числа. Ввести операции над комплексными числами в тригонометрической форме. Осуществить вывод формул умножения и деления комплексных чисел в тригонометрической форме. На примерах продемонстрировать их выполнение.

## **7. Системы линейных уравнений. Равносильные системы линейных уравнений и элементарные преобразования систем. Различные способы решения систем линейных уравнений.**

Раскрыть понятие системы линейных уравнений. Сформулировать определение решения системы линейных уравнений. Охарактеризовать виды систем линейных уравнений по количеству решений. Привести примеры.

Дать определение равносильных систем. Перечислить и охарактеризовать элементарные преобразования систем линейных уравнений.

Раскрыть суть методов Гаусса, Крамера и матричного нахождения решения системы линейных уравнений. Привести примеры решения систем линейных уравнений каждым из указанных методов.

## **8. Векторное пространство. Подпространство. Примеры и простейшие свойства векторных пространств. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов.**

Сформулировать определения алгебраического вектора, векторного пространства и подпространства. Привести примеры векторных пространств.

Определить линейные операции над векторами и их свойства.

Доказать существование и единственность нулевого вектора и вектора, противоположного данному.

Дать определение и привести примеры линейно зависимой и линейно независимой системы векторов. Сформулировать основные признаки линейной зависимости системы векторов и основную теорему о линейной зависимости.

Дать определение эквивалентных систем векторов. Перечислить элементарные преобразования конечной системы векторов.

Дать определения базиса и ранга конечной системы векторов. Доказать, что система векторов, содержащая хотя бы один ненулевой вектор, имеет базис и любые два базиса конечной системы векторов состоят из одинакового числа векторов. Сформулировать понятие размерности конечномерного векторного пространства.

## **9. Многочлены над областью целостности**

Раскрыть и на примерах проиллюстрировать следующие понятия: многочлен, корень многочлена, равные многочлены. Перечислить основные операции над многочленами.

Сформулировать определение отношения делимости многочленов над полем  $P$ . Сформулировать и доказать основные свойства делимости многочленов.

Раскрыть суть деления многочлена на двучлен на основе схемы Горнера. Привести примеры задач, решаемых с применением схемы Горнера.

Дать определение понятия деления многочлена с остатком. Сформулировать теорему о делении многочлена с остатком.

Сформулировать определение наибольшего общего делителя двух многочленов и способ его вычисления. Привести примеры нахождения наибольшего общего делителя двух многочленов.

## **10. Многочлены над числовыми полями.**

Сформулировать теорему о существовании корня многочлена в поле комплексных чисел. Охарактеризовать многочлены, неприводимые над полем комплексных чисел. Сформулировать и доказать теорему о факторизации над полем комплексных чисел.

Сформулировать Формулы Виета. Охарактеризовать многочлены, неприводимые над полем действительных чисел.

Многочлены над полем рациональных чисел: Сформулировать условие, при котором целое число будет корнем многочлена с целыми коэффициентами. На примерах показать, как находятся рациональные корни уравнений с целыми коэффициентами, в том числе показать, как решаются целочисленные уравнения в школьном курсе математики.

## **ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ, АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ, ОСНОВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ, ГЕОМЕТРИЯ ЛОБАЧЕВСКОГО**

### **1. Треугольник и его замечательные линии и точки. Вписанная и описанная окружность.**

Сформулировать определение следующих понятий: высота, медиана, биссектриса, средняя линия в треугольнике. Перечислить некоторые свойства высот, медиан и биссектрис треугольника.

Доказать, что медианы треугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 2 к 1, считая от вершины.

Доказать, что в любой треугольник можно вписать окружность и около любого треугольника можно описать окружность.

### **2. Многоугольник. Площадь многоугольника. Вывод формул площади треугольника. Равновеликость и равноставленность.**

Раскрыть понятия: выпуклый многоугольник, площадь многоугольника.

Охарактеризовать понятия равновеликость и равноставленность.

Перечислить основные формулы нахождения площади треугольника. Доказать, что площадь треугольника равна половине произведения стороны на высоту к ней проведенную.

### **3. Вектор. Линейные операции над векторами. Координаты вектора. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.**

Сформулировать определения следующих понятий: вектор, координаты вектора, длина вектора, равные векторы, коллинеарные векторы.

Рассмотреть линейные операции над векторами. Сформулировать и на примерах



показать «правило треугольника», «правило параллелограмма».

Дать определение скалярного, векторного и смешанного произведения векторов. Привести примеры вычисления скалярного, векторного и смешанного произведения векторов.

Векторным методом доказать, что средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна его половине.

#### **4. Система координат на плоскости и в пространстве. Уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве.**

Охарактеризовать систему координат на плоскости и в пространстве.

Ввести уравнение прямой на плоскости и в пространстве. Привести примеры уравнений прямой на плоскости и в пространстве. Рассказать о взаимном расположении прямых на плоскости и в пространстве.

Дать определение расстояния от точки до прямой на плоскости и в пространстве. На примерах проиллюстрировать способы нахождения расстояния от точки до прямой на плоскости и в пространстве.

Суметь определить взаимное расположение, например, сферы  $x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z+5=0$  и прямой  $x-1=y+1=z$ .

#### **5. Плоскость, аналитическое задание плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости. Расстояние от точки до плоскости.**

Ввести уравнение плоскости. Привести примеры уравнений различных плоскостей.

Рассказать о взаимном расположении двух плоскостей.

Рассказать о взаимном расположении прямой и плоскости.

Дать определение расстояния от точки до плоскости. На примерах проиллюстрировать способы нахождения расстояния от точки до плоскости.

Суметь определить взаимное расположение, например, сферы  $x^2+y^2+z^2+2z-3=0$  и плоскости  $x+y+z-1=0$ .

#### **6. Движение плоскости. Параллельный перенос. Поворот плоскости. Осевая симметрия. Решение задач элементарной геометрии с использованием движений плоскости.**

Охарактеризовать понятие «движение плоскости».

Перечислить и определить основные виды движений плоскости. На примерах проиллюстрировать виды движений плоскости.

Сформулировать основные свойства движений плоскости.

Привести примеры решений задач элементарной геометрии с использованием движений плоскости. Например, построить равносторонний треугольник  $ABC$  по заданной его вершине  $A$ , прямой, содержащей вершину  $B$ , и окружности, содержащей вершину  $C$ .

#### **7. Аксиоматический метод построения геометрии.**

Охарактеризовать суть аксиоматического метода построения математических теорий. Сформулировать основные требования к системе аксиом: непротиворечивость, независимость, полнота.

Рассказать об аксиоматическом методе в «Началах» Евклида; о совершенствовании аксиоматического метода; об «Основаниях геометрии» Д. Гильберта.

Перечислить простейшие следствия системы аксиом Гильберта евклидовой геометрии.

Привести примеры вывода теорем элементарной геометрии с использованием постулатов и аксиом Евклида. Например, используя постулаты и аксиомы Евклида, докажите, что углы при основании равнобедренного треугольника равны.

### **8. Геометрия Лобачевского.**

Ввести систему аксиом плоскости Лобачевского.

Рассмотреть треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского.

Сформулировать и доказать некоторые простейшие следствия системы аксиом плоскости Лобачевского.

Привести примеры вывода теорем геометрии Лобачевского на основе аксиом плоскости Лобачевского. Например, используя аксиомы Лобачевского, докажите равенство треугольников по трем углам.

## **6. Методические рекомендации по выполнению, оформлению и защите выпускных квалификационных работ**

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. Астафьева»  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

**Институт математики, физики и информатики**

Кафедра математики и методики обучения математике

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ, ОФОРМЛЕНИЮ И ЗАЩИТЕ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ**

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

Красноярск 2021

## **Введение**

Методические рекомендации по выполнению, оформлению и защите выпускной квалификационной работы (ВКР) обучающихся высших учебных заведений по направлению подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование» разработаны в соответствии с Положением об итоговой государственной аттестации выпускников высших учебных заведений Российской Федерации, утвержденным приказом Минобрнауки РФ от 25 марта 2003 г. № 1155 и Положением о порядке проведения государственной итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры в КГПУ им. В.П. Астафьева и его филиалах, утвержденным приказом КГПУ им. В.П. Астафьева от 10 ноября 2015 г. №439(п), Положением о выпускной квалификационной работе бакалавра, специалиста в КГПУ им. В.П. Астафьева и его филиалах от 7 апреля 2016 №154(п).

Цель настоящих методических рекомендаций – помочь обучающемуся правильно организовать работу над ВКР на различных этапах его подготовки.

Методические рекомендации содержат основные требования к подготовке и защите выпускной работы бакалавра.

При разработке методических рекомендаций авторы опирались на ФГОС ВО.

Самостоятельно выполненная, законченная ВКР позволяет выявить:

- уровень теоретических и прикладных профессиональных знаний и способность их применения для решения исследовательских задач;
- умение самостоятельно работать с различными источниками информации;
- систематизировать, анализировать фактический материал, владеть методами и приемами научного анализа;
- владеть научным стилем речи, оформлять работу в соответствии с установленными требованиями.

## **Общие положения**

Выпускная квалификационная работа (ВКР) завершает подготовку бакалавра по направлению 44.03.01 Педагогическое образование, профиль «Математика» и показывает готовность выпускника к выполнению профессиональных задач и соответствия его подготовки требованиям ФГОС ВО.

Выпускная квалификационная работа обучающихся по программам бакалавриата – законченное исследование на заданную тему по образовательной программе высшего образования, написанное лично обучающимся (несколькими обучающимися совместно), под руководством преподавателя, содержащее элементы научного исследования и свидетельствующее об умении автора работать с литературой и другими информационными источниками, обобщать и анализировать фактический материал, демонстрирующее владение общепрофессиональными и профессиональными компетенциями, приобретенными при освоении образовательной программы, в соответствии с требованиями образовательных стандартов.

Выпускная квалификационная работа по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль

«Математика» может быть выполнена по следующим основным направлениям:

- научно-исследовательская работа по профилю информатика и/или математика;

- работа по информатике и методике обучения информатики;
- работа по математике и методике обучения математике;
- работа по разработке и внедрению прикладного программного продукта.

Целью выпускной работы может быть статистическая обработка психолого-педагогических, социологических и других исследований.

Выпускная квалификационная работа должна быть посвящена одной определенной теме (проблеме, задаче). Ее не может заменить простая совокупность курсовых работ. В выпускной квалификационной работе выпускник должен показать умение вести исследование, свои творческие способности.

Выпускная квалификационная работа может представлять как самостоятельное теоретическое или экспериментальное исследование, так и исследование обобщающего, методического и педагогического характера.

Выпускная квалификационная работа должна быть комплексной иметь и более специальный характер, включающей элементы специальных, психолого-педагогических и методических наук.

Примерные темы выпускных квалификационных работ определяются базовой кафедрой на основании актуальных проблем отрасли согласно тенденциям развития науки по профилю подготовки.

На заседании базовой кафедры утверждают темы выпускных квалификационных работ и доводят их до сведения обучающихся не позднее чем за 9 месяцев до даты начала государственной итоговой аттестации.

Обучающийся (несколько обучающихся, выполняющие выпускную квалификационную работу совместно) имеет (имеют) право выбрать тему ВКР из утвержденного списка или предложить собственную, в случае обоснованности целесообразности ее разработки для практического применения в соответствующей области профессиональной деятельности или на конкретном объекте профессиональной деятельности.

Характер выбранной темы, при условии ее утверждения кафедрой, не должен влиять на оценку итоговой квалификационной работы. Оценка определяется качеством исполнения, уровнем самостоятельности и творческой инициативы студента в соответствии с системой управления качеством ВКР. Если у членов комиссии возникают сомнения в отношении темы и поставленных перед выпускником задач, это должно быть отражено в отчете комиссии.

Для подготовки ВКР за обучающимся (несколькими обучающимися, выполняющими одну ВКР) распоряжением директора института на основании выписки из протокола заседания выпускающей кафедры не позднее чем за 8 месяцев до защиты закрепляется тема и руководитель ВКР и при необходимости консультант (консультанты).

ВКР выполняется под руководством профессора, доцента или старшего преподавателя одной из выпускающих кафедр института. Руководитель ВКР курирует деятельность обучающихся.

Объем и сложность выпускной квалификационной работы должна соответствовать времени, отводимому на эту работу по учебному плану. При разработке тематики рекомендуется учитывать реальные нужды школы, гимназий, училищ, ВУЗА, однако без ущерба для учебных целей.

Оформление работы должно соответствовать требованиям, изложенным в соответствующих разделах методических рекомендаций.

Время, затрачиваемое на руководство работой выпускника, руководитель использует:

- для разработки задания с указанием срока выполнения отдельных этапов работы;
- для систематических, предусмотренных расписанием, бесед со студентом;
- для консультаций, назначаемых по мере необходимости;
- для проверки выполненной работы (по частям или в целом);
- написания отзыва руководителя.

За правильность используемых в выпускной работе бакалавра данных и сделанные выводы отвечает студент – автор выпускной работы.

### **Требования к ВКР бакалавра**

К ВКР предъявляются следующие требования:

- актуальность исследуемой проблемы, возможность использования результатов исследования в практической деятельности в соответствующей образовательной или другой области;
- соответствие названия работы ее содержанию, четкая целевая направленность, актуальность;
- логическая последовательность изложения материала, базирующаяся на прочных теоретических знаниях по избранной теме и убедительных аргументах;
- корректное изложение материала с учетом принятой научной терминологии, научный стиль написания;
- достоверность полученных результатов и обоснованность выводов.

Рекомендуемый объем выпускной квалификационной работы без приложений – от 40 до 60 страниц.

Допустимыми формами ВКР бакалавра являются исследовательская работа (для академического бакалавриата) и проектная работа (для прикладного бакалавриата).

Исследовательская работа содержит анализ и систематизацию научных источников, фактического материала или результатов экспериментов, аргументированные обобщения и выводы по избранной теме.

Проектная работа – работа прикладного характера, представляющая собой разработку в одной из прикладных областей знания, применение конкретной методики анализа, сравнения или описания к не исследованному ранее материалу или материалу, востребованному в практике, приведение сведений о практическом использовании полученных автором научных результатов по направлению подготовки.

ВКР по образовательным программам бакалавриата рецензированию не подлежит.

### **Требования к содержанию структурных элементов ВКР**

Традиционно сложилась определенная логико-композиционная структура выпускной квалификационной работы, основными элементами которой в порядке их расположения являются следующие):

- 1. Титульный лист(Приложение 1)**
- 2. Содержание (Приложение 2)**

Содержание размещают после титульного листа начиная со следующей страницы и продолжают на последующих страницах (при необходимости).

Содержание ВКР включает в себя введение, наименование всех глав (при необходимости – подразделов, пунктов), заключение, список использованных источников,

обозначения приложений и их наименований с указанием страниц, с которых начинаются эти элементы ВКР.

### **3. Введение**

Во введении отражается актуальность темы. Рекомендуется во введении показать краткий обзор исследований по избранной теме научной или опытно-экспериментальной работы.

Должны быть сформулированы: проблема исследования (сформулированы противоречия, на которых базируется проблема), объект и предмет исследования, цели и задачи исследования, выдвинута рабочая гипотеза. Во введении должны быть отражены: методологическая база, методы исследования, практическая значимость для профессиональной деятельности выпускника. Введение по объему может занимать до 10% текста ВКР.

Актуальность исследования определяется его теоретической и (или) практической значимостью и недостаточной разработанностью проблемы, изучаемой в рамках ВКР.

Во введении не должно содержаться рисунков, формул и таблиц.

### **4. Основная часть**

Основная часть, как правило, состоит из 2 или 3 глав с выделением в каждой от двух до четырех подразделов (параграфов), при этом объем параграфа должен быть не менее трех страниц. Содержание глав основной части должно точно соответствовать теме работы и полностью её раскрывать.

Основная часть содержит:

- теоретическое обоснование выбранной проблемы исследования;
- анализ известных теоретических и (или) экспериментальных исследований, являющийся базой для ВКР;
- описание собственного исследования / проекта и полученных результатов;
- иллюстративное сопровождение текста в виде таблиц, рисунков, схем.

Глава 1 Первая глава носит, как правило, научно-теоретический характер. В первой главе раскрываются основные категории, понятия исследования.

Глава обязательно заканчивается выводами автора.

Глава 2 Вторая глава включает, как правило, описание содержательного аспекта опытно-экспериментальной работы выпускника и достигнутых в ходе этой работы результатов.

Глава обязательно заканчивается выводами автора.

(\* В выпускной квалификационной работе, по необходимости, может быть представлена и третья глава.)

### **5. Заключение**

В заключении автор представляет результаты своего научно-педагогического исследования. На основании материалов, полученных в ходе опытно-экспериментальной работы, автор представляет выводы и рекомендации по использованию полученных результатов. Заключение по объему может представлять до 5% текста ВКР.

В заключении не должно содержаться рисунков, формул и таблиц.

**6. Список использованных источников или библиографический список**, в которой содержатся сведения об источниках (исследований, монографий, учебных пособий, учебно-методических источников, научной периодики и т.д.), на которые имеются ссылки в тексте ВКР. Сведения об источниках приводятся в соответствии с требованиями ГОСТ Р 7.0.5-2008. **(Приложение 3)**

Список должен содержать не менее 30 источников, а также электронные ресурсы, как правило, опубликованные за последние 5 лет.

### **7. Приложения**

Приложения включают в структуру ВКР. Они содержат материалы, связанные с выполнением ВКР, которые по каким-либо причинам не могут быть включены в основную часть ВКР. Материалы приложения не входят в общий объем ВКР.

Приложения могут содержать используемые анкеты, опросники; разработки фрагментов занятий; акт внедрения результатов исследования в производство или в учебный процесс; научную статью (опубликованную или представленную к публикации), список опубликованных научных работ по теме исследования (при их наличии); отчеты о научно-исследовательской работе, представленные на конкурс; макеты устройств, информацию о докладах на конференциях по теме ВКР; методические рекомендации; материалы первичных эмпирических данных, результаты их статистической обработки (таблицы, графики, схемы, рисунки и т.п.) и др. материалы.

## **Оформление ВКР**

Автор ВКР под контролем научного руководителя обеспечивает грамотное изложение материала, квалифицированное оформление научно-исследовательского и справочно-иллюстративного аппарата.

ВКР по профилю «математика» должна быть оформлена (напечатана) на листах формата А4 в 1 экземпляре с соблюдением установленного формата. Текст набирается шрифтом TimesNewRoman 14 пт, межстрочный интервал 1,5, абзацный отступ – 1,25 см.

Страница должна иметь следующие поля: левое – 30 мм, правое – 15 мм, верхнее и нижнее – 20 мм. Рекомендуемый объем выпускной квалификационной работы от 40 до 60 страниц печатного текста без приложений.

ВКР по профилю «информатика» должна быть оформлена (напечатана) в виде брошюры в формате А5. Для данного формата используется шрифт Times New Roman 11 пт, одинарный межстрочный интервал, абзацный отступ — 0,5 см.

Страница должна иметь следующие поля: левое – 15 мм, правое – 15 мм, верхнее и нижнее – 15 мм, колонтитул верхний — 15 мм, колонтитул нижний — 15 мм.

Рекомендуемый объем выпускной квалификационной работы от 40 до 60 страниц печатного текста без приложений.

Страницы выпускной квалификационной работы нумеруются (начиная с титульного листа и включая приложения, на титульном листе номер не ставится). Каждая глава печатается с новой страницы. Текст глав разделяется на параграфы. Глава нумеруется арабскими цифрами в пределах всей работы. Введение и Заключение не нумеруются. Титульный лист и содержание являются первой и второй страницей, но не нумеруются и заполняются по строго определенным правилам. Нумерация страниц должна быть сквозной, проставляется, начиная с третьей, арабскими цифрами вверху страницы. Рисунки и таблицы, которые располагаются на отдельных страницах, и список литературы необходимо включать в сквозную нумерацию. Рисунки и таблицы должны подписываться в соответствии с правилами. Таблицы – сверху, рисунки – снизу. Таблицы и рисунки должны иметь отдельную сквозную нумерацию.

### **Оформление таблиц и рисунков**

Таблица – это организованный в вертикальные колонки (графы и столбцы) и горизонтальные строки словесно-цифровой материал. Образующий своеобразную сетку, каждый элемент которой – составная часть строки или столбца.

Строки и столбцы имеют заголовки.

Условия, при которых не надо организовывать материал в таблицу:

- в таблице нет надобности, если включенные в нее данные не носят справочного характера, образуют всего лишь одну строку, из которой используется не вся информация;
- таблица уступает организации данных в виде текста, когда ради нескольких цифровых данных приходится строить сложную по структуре заголовочную часть, занимающую много места и требующую значительных усилий при ее воспроизведении;



- таблицу рекомендуется заменить графиком или диаграммой, если необходимо наглядно продемонстрировать характер протекания процесса, выявить структуру, показать соотношение частей.

Особенности оформления таблиц в **Приложении 4**.

Формулы в печатаются в текст и нумеруют арабскими цифрами. Нумерация формул может быть двойная (первая цифра – номер главы, вторая – текущий номер формулы) или тройная (первая цифра – номер главы, вторая – номер параграфа, третья – номер формулы). Номер формулы заключается в скобки и помещается справа на уровне строки, где записана формула.

В списке литературы все использованные литературные источники нумеруются арабскими цифрами и располагаются в алфавитном порядке.

В тексте работы должны быть ссылки на все источники, приведенные в списке. Ссылки на литературу оформляются в квадратных скобках, с указанием номера источника и страницы, например, [13, с. 75]. Список литературы помещается сразу после Заключения.

Выпускная квалификационная работа переплетается и представляется руководителю в установленный планом срок.

## **Процедура подготовки ВКР**

С целью повышения качества ВКР и для систематизации работы при выполнении выпускной квалификационной работы предполагается выстраивание **ВЕРТИКАЛЬНОЙ** научной деятельности студентов, начиная со 3 курса. В соответствии с «Системой управления качеством ВКР» (**Приложение 5**) студентам рекомендуется определиться с направлением научных исследований до 3 курса и начать работу в рамках научно-образовательных лабораторий ИМФИ. Начальные результаты оформляются в виде курсовой работы на 3 курсе. Для получения оценки на 4 курсе необходимо пройти защиту курсовой работы на заседании кафедры. На 4 курсе происходит окончательное определение темы ВКР, закрепление научного руководителя.

При планировании учебного процесса на подготовку и защиту выпускной квалификационной работы предусматривается время, продолжительность которого регламентируется ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями) (уровень бакалавриата), и составляет не менее восьми недель.

После утверждения тем на кафедре, составляется задание на выполнение ВКР, в котором устанавливаются границы и глубина исследуемой темы, а также сроки предоставления работы в завершённом виде. Задание составляется в 2-х экземплярах на специальном бланке, подписывается студентом, руководителем и утверждается заведующим кафедрой (**Приложение 6**). Один экземпляр выдаётся студенту, второй остаётся на кафедре. Изменение задания производится кафедрой по представлению руководителя, записывается в протокол заседания кафедры и передаётся в дирекцию ИМФИ.

На основе задания студентом совместно с руководителем составляется план-график выполнения выпускной квалификационной работы, в котором содержатся сведения об этапах работы, отметки руководителя о ходе выполнения каждого из них (**Приложение 7**). В составе важнейших этапов работы должны быть предусмотрены:

1. Составление программы исследования;
2. Изучение и анализ литературы по теме;
3. Сбор исходных эмпирических данных (полевой материал, лабораторно-экспериментальный, фактический первичный в виде статистических цифровых показателей и архивных данных, констатирующего педагогического эксперимента и т.п.);
4. Обработка и анализ полученной информации;
5. Подготовка и оформление текстовой части ВКР;

## 6. Подготовка и оформление графического, иллюстративного материала.

Студент-выпускник выполняет выпускную квалификационную работу в соответствии с календарным планом, в котором указываются конкретные сроки выполнения отдельных этапов, сроки сдачи завершённой работы и её защиты (**Приложение 8**).

В ходе написания выпускной квалификационной работы руководитель проводит консультации по содержанию и методике выполнения её отдельных этапов.

Каждый выпускник должен пройти предварительную защиту на заседании кафедры, выступив с сообщением по выпускной квалификационной работе. Предварительная защита ВКР проводится по решению соответствующей выпускающей кафедры не позднее чем за 1 месяц до защиты ВКР.

На предварительную защиту предоставляются: готовый текст выпускной квалификационной работы, отзыв руководителя выпускной квалификационной работы, результаты проверки выпускной квалификационной работы обучающегося на использование заимствованного материала без ссылки на автора и (или) источник заимствования с помощью любой системы проверки, в том числе программы «Антиплагиат». Выявление в ВКР заимствованного материала без ссылки на автора и (или) источник заимствования является основанием для отказа в допуске обучающегося к защите<sup>4</sup>.

По результатам предварительной защиты на заседании кафедры в присутствии руководителя и обучающегося решается вопрос о допуске обучающегося к защите. Решение кафедры оформляется протоколом (**Приложение 10**).

Не позднее чем за 10 дней до защиты ВКР выпускающие кафедра предоставляют выписку из протокола заседания кафедры в дирекцию о допуске обучающихся к защите ВКР с указанием темы работы, руководителя.

За 10 дней до официальной защиты обучающийся должен представить в дирекцию института:

- Зачетную книжку
- Переплетенную рукопись ВКР в бумажном и электронном виде
- Электронный вариант рукописи ВКР, печатный вариант в виде брошюры
- Отзыв научного руководителя (Приложение 9).

В случае выполнения выпускной квалификационной работы несколькими обучающимися руководитель выпускной квалификационной работы представляет отзыв об их совместной работе в период подготовки выпускной квалификационной работы.

- Демо-версию разрабатываемой программы \*
- Информационный буклет\*\*

\* - приложение к ВКР в электронном виде

\*\* - согласно рекомендованной структуре

## Процедура защиты ВКР

Порядок защиты определяется положением о государственных аттестационных комиссиях.

К защите выпускной квалификационной работы допускаются обучающийся, не имеющий академической задолженности и в полном объеме выполнивший учебный план или индивидуальный учебный план по освоению основной образовательной программы высшего образования.

ВКР, отзыв руководителя передаются в государственную экзаменационную комиссию не позднее чем за 2 календарных дня до защиты ВКР.

---

<sup>4</sup>В соответствии с приказом № 491 (п) от 22.12.2015 на 2016 г. в КГПУ им. В.П. Астафьева процент оригинальности текста выпускных квалификационных работ по программам бакалавриата должен составлять не менее 60 %.

Защита ВКР проводится в сроки, установленные графиком учебного процесса ИМФИ на открытых заседаниях государственной экзаменационной комиссии с участием полного состава комиссии, утверждённого руководством вуза.

Обучающийся должен представить ВКР с использованием электронных презентационных материалов в течение 7-10 минут. Общая продолжительность защиты одной ВКР (включая сам доклад, вопросы, которые могут быть заданы по содержанию работы, заслушивание отзыва руководителя) до 30 минут.

Члены ГЭК, основываясь на докладе обучающегося, просмотренной рукописи выпускной квалификационной работы, отзыве руководителя, ответах обучаемого и представленном графическом стендовом материале, дают предварительную оценку работы и подтверждают соответствие уровня подготовленности выпускника требованиям ФГОС ВО.

После публичной защиты, ГЭК в закрытом заседании обсуждает результаты защиты и простым большинством голосов членов комиссии выносит решение об оценке выпускной квалификационной работы. Результаты защиты оформляются протоколом и объявляются в тот же день. Оценивается работа по 4-х балльной системе на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно» согласно критериям оценки выпускных квалификационных работ, указанным в ФОС.

Если ВКР оценена на «неудовлетворительно», не представлена или не допущена к защите, обучающийся отчисляется из университета в порядке, установленном Положением о порядке проведения государственной итоговой аттестации обучающихся в КГПУ им. В.П. Астафьева.

Тема ВКР и ее оценка заносятся в зачетную книжку (сдается в архив) и в приложение, которое выдается выпускнику вместе с дипломом об образовании.

Выпускная квалификационная работа после защиты хранится на кафедре в печатном и электронном виде течение пяти лет, затем списывается по акту.

Кафедра ведет учет и общий реестр выпускных квалификационных работ, выполненных на кафедре, по уровням образования, а также хранит ВКР в электронном виде.

Текст, отзыв, результаты проверки на объем заимствования выпускных квалификационных работ размещаются руководителем ВКР в электронно-библиотечной системе в формате pdf университета согласно Регламенту размещения ВКР в электронно-библиотечной системе КГПУ им. В.П. Астафьева<sup>5</sup>.

Доступ лиц к текстам ВКР должен быть обеспечен в соответствии с законодательством Российской Федерации, с учетом изъятия производственных, технических, экономических, организационных и других сведений, в том числе о результатах интеллектуальной деятельности в научно-технической сфере, о способах осуществления профессиональной деятельности, которые имеют действительную или потенциальную коммерческую ценность в силу неизвестности их третьим лицам, в соответствии с решением правообладателя.

Наиболее интересные в теоретическом и практическом плане ВКР могут быть рекомендованы к опубликованию. Авторы таких работ могут быть рекомендованы в поступлению в магистратуру.

---

<sup>5</sup>Согласно Регламенту размещения выпускных квалификационных работ обучающихся электронной библиотечной системе в КГПУ им. В.П. Астафьева (приказ № 205 (п) от 25.05.2015), руководитель размещает материалы, связанные с ВКР в электронной библиотечной системе не позднее 10 рабочих дней до момента защиты ВКР, а заведующий кафедрой не позднее 3 рабочих дней с момента защиты проверяет и подтверждает наличие всех необходимых документов в системе.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1 Образец титульного листа

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РФ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. В.П. АСТАФЬЕВА  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет \_\_\_\_\_  
(полное наименование института/факультета/филиала)

Выпускающая(ие) кафедра(ы) \_\_\_\_\_  
(полное наименование кафедры)

### Ф.И.О. бакалавра ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Тема \_\_\_\_\_

Направление подготовки \_\_\_\_\_  
(код направления подготовки)

Профиль \_\_\_\_\_  
(наименование профиля для бакалавриата)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав.кафедрой \_\_\_\_\_  
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

\_\_\_\_\_  
(дата, подпись)

Руководитель \_\_\_\_\_  
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

Дата защиты \_\_\_\_\_

Обучающийся \_\_\_\_\_  
(фамилия, инициалы)

\_\_\_\_\_  
(дата, подпись)

Оценка \_\_\_\_\_  
(прописью)

Красноярск – год

Пример оформления содержания

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Глава 1. Название главы.....	5
1.1. Название параграфа.....	5
1.2. Название параграфа.....	10
1.3. Название параграфа.....	21
Выводы по 1 главе.....	22
Глава 2. Название главы.....	23
2.1. Название параграфа.....	23
2.2. Название параграфа.....	32
2.3. Название параграфа.....	45
Выводы по 2 главе.....	55
Заключение.....	56
Библиографический список.....	58
Приложения.....	70
Приложение 1.....	71
Приложение 2.....	75

## Приложение 3

### Примеры оформления источников библиографического списка

#### *Книга с одним автором*

Орлов П.А. История русской литературы: Учеб. Для ун-тов. М.: Высш. шк., 1996. 320 с.

#### *Книга с двумя авторами*

Сумароков Л.Н., Тимофеева О.В. Если нет компьютера. М.: Изд-во стандартов, 1992. 128 с.

#### *Книга с тремя авторами*

Алемасов В.Е., Дуров Т.Е., Барт А.О. Теория ракетных двигателей: Учеб. для вузов / Под ред. В.П. Глушко. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1990. 434 с.

#### *Книга с многими авторами*

История правовых и политических учений: Учеб. для вузов / П.С. Грицанский, В.Д. Зорькин, Л.С. Мамут и др. / Под общ. Ред. В.С. Несесеянца. 2-е изд. переработ. и доп. М.: Юр. лит., 1998. 816 с.

#### *Материалы конференций, съездов*

Проблемы вузовского учебника: Тез. докл. / III всесоюз. науч. конф. М.: МИСИ, 1988. 21 с.

#### *Автореферат диссертации*

Цыганова С.Е. Учебник как средство организации и управления познавательной деятельностью студентов: Автореф. Дис. ... канд. пед. наук / МГПИ им. В.И. Ленина. М., 1985. 21 с.

#### *Статья из журнала*

Сукиасян Э. Непрерывное образование: реальность и возможности // Библиотекарь. 1991. № 8. С. 48–50.

## Приложение 4 Особенности оформления таблиц

### *Оформление нумерационного заголовка*

Назначение нумерационного заголовка – упростить ссылку в тексте на таблицу, связь текста с таблицей.

Допустимы следующие варианты оформления нумерационного заголовка:

1. над тематическим заголовком в выравниванием вправо в виде слова **Таблица** с последующим номером;

**Таблица**

2. перед тематическим заголовком в виде слова **Таблица** с последующим номером и точкой, после которой с заглавной буквы следует тематический заголовок, причем вся конструкция горизонтально центрируется;

**Таблица 1. Приставки и множители для образования десятичных кратных единиц**

3. Перед тематическим заголовком в виде номера с последующие точкой, после которой с заглавной буквы следует тематический заголовок, причем вся конструкция горизонтально центрируется;

**1. Приставки и множители для образования десятичных кратных единиц**

4. нумерационный заголовок не используется, если таблица в документе единственная;

5. Над продолжением таблицы нумерационный заголовок оформляется в виде слова **Продолжение табл.** с последующим номером и выравнивается вправо;

**Продолжение табл.1**

6. над окончанием таблицы нумерационный заголовок оформляется в виде слов **Окончание табл.** с последующим номером вы выравниванием вправо;

**Окончание табл.1**

7. стиль оформления нумерационного заголовка для всех таблиц в рамках одного документа должен быть единым.

### *Оформление тематического заголовка таблицы*

Назначение тематического заголовка – дать возможность воспринять материал без обращения к тексту документа. При его оформлении учитывается следующее:

1. тематический заголовок необязателен в таблице, материал которой нужен только по ходу чтения документа;
2. тематический заголовок не ставится над продолжением и окончанием таблицы;
3. тематический заголовок горизонтально центрируется.

### *Подготовка таблиц в документах*

Когда при одном-двух показателях сказуемого очень много показателей подлежащего (рекомендуется сдваивание или страивание таблицы по горизонтали):

Таблица 11.3

**Месячные расходы на питание малой семьи за первое полугодие 1999 г., руб.**

Месяц	Расходы	Месяц	Расходы	Месяц	Расходы
Январь	700	Март	845	Май	795
Февраль	676	Апрель	687	Июнь	862

Когда велико число показателей сказуемого, а число показателей подлежащего невелико (рекомендуется не меняя построения таблицы, разорвать ее поместив продолжение под начальной частью и повторив в боковике продолжения таблицы показатели подлежащего):

Таблица 11.4

**Тематический заголовок**

Показатели подлежащего	Показатели сказуемого					
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й
1-й						
2-й						
3-й						

Продолжение табл. 11.4

Показатели подлежащего	Показатели сказуемого					
	7-й	8-й	9-й	10-й	11-й	12-й
1-й						
2-й						
3-й						

**Оформление графа в головке (шапке) таблицы**

Заголовок таблицы





При оформлении графа в головке таблицы учитывается следующее:

1. Заголовок должен быть над каждой графой, в том числе и над боковиком, так как упрощает восприятие таблицы, позволяет сделать более лаконичным текст заголовков строк в боковике.
2. Если заголовок графов состоит из нескольких элементов, то они разделяются запятыми (кроме словесного и буквенного обозначения) и располагаются в следующем порядке:
  - 1.2 словесное обозначение данных графа
  - 1.3 буквенное обозначение данных графа
  - 1.4 обозначение единицы измерения
  - 1.5 указание на ограничение (от, до, не более, не менее)

**Температура t, °С, не менее**

3. заголовок графа, как правило, формулируется в именительном падеже единственном числе; во множественном числе только в случаях, когда среди показателей графы существительное, которое в данном значении в единственном числе не употребляется, или когда в графе дается количественная характеристика группы объектов
4. заголовок графы пишется **без сокращения** отдельных слов, за исключением общепринятых или принятых в тексте данного документа
5. Заголовок графы может включать в себя обозначения единиц измерения (кг, руб), а для некоторых терминов – обозначения в виде специальных символов (градусы - °С, проценты - %, доллары - \$ и т.п.)
6. Заголовок графы начинается с **прописной буквы** в верхнем ярусе, а в нижних ярусах – только в случаях, когда заголовки грамматически не подчиняются объединяющему заголовку верхнего яруса; при грамматической связи с заголовком верхнего яруса заголовки нижних ярусов пишется со **строчной буквы**;
7. Если строки таблицы выходят за границы, то в каждой части таблицы повторяется ее головка (шапка)
8. таблицы с большим количеством граф допускается делить на части и помещать одну часть под другой на одной странице
9. нумерация или литерация граф применяется только в случае, когда нужны ссылки на них в тексте документа или при использовании данных таблицы при решении практических задач. Оформлять эти элементы таблицы необходимо с учетом следующего:
  1. нумерация или литерация граф не используется в продолжениях таблиц вместо заголовков граф
  2. в статистических таблицах принято графы боковика (если их несколько) обозначать прописными русскими буквами, а остальные графы – арабскими цифрами
10. Граф «**Номер по порядку**» оформляется с учетом следующих требований:
  1. данная графа обязательна только при необходимости ссылок в тексте документа на строки таблицы
  2. графа рекомендуется для лучшего разграничения рубрик разных ступеней в боковике
  3. заголовок графы оформляется в виде № п/п
  4. допускается вместо указанной графы проставлять соответствующий номер с последующей точкой непосредственно перед наименованием показателя в боковике

№ п/п	
1. Наименование показателя	
2. Наименование показателя	

Представление единиц измерения должно удовлетворять следующим требованиям:

5. включать в таблице отдельную графу «Единицы измерения» не допускается
6. если все данные таблицы выражены в одной и той же единице измерения, то она указывается после тематического заголовка таблицы, будучи отделена от него запятой
7. если данные в таблице выражены преимущественно в одной единице измерения, но есть графы с данными, представленными в других единицах измерения, то преобладающая единица указывается после тематического заголовка, а остальные – после заголовков соответствующих граф
8. если данные в таблице выражены в разных единицах измерения, то они указываются после заголовков соответствующих граф
9. единицу измерения, общую для всех данных строки, указывают после заголовка строки в боковике таблицы
10. Заголовки Итого, Всего оформляются с учетом требований:
11. как в боковике так и в головке заголовков Итого относится к частным, промежуточным итогам, заголовок Всего – к суммирующим частные итоги
12. в боковике принято заголовки Итого и Всего выравнивать по левому краю.

### **Оформление заголовков боковика таблицы**

Заголовки боковика оформляются с учетом следующих требований:

Заголовки боковика располагаются:

- 1) при одной ступени: от края боковика, если большинство умещается в 1 строку; с абзацного отступа, если они в 2-3 строки;

№ п/п	
Текст умещается в одну строку	Без отступа
Текст не может уместиться в одну строку	С абзацного отступа

- 2) при нескольких ступенях: заголовки 1й ступени – согласно п. а.; заголовки последующих ступеней – с отступом от начала заголовков предшествующей ступени или при выделении заголовков шрифтом, номерами, литерами без отступов

№ п/п	
Заголовок первой ступени	
подзаголовок	
подзаголовок	

или

№ п/п	
Заголовок первой ступени	
9) подзаголовок	
10) подзаголовок	

- 3) заголовок «В том числе» рекомендуется ставить так же, как заголовки, к которым он относится

Заголовки первой ступени пишутся с прописной буквы, также с прописной буквы пишутся заголовки последующих ступеней, если они грамматически не связаны с заголовками старшей ступени; со строчной буквы пишутся заголовки, грамматически связанные с заголовками старшей ступени.

Заголовки боковика завершаются отточием (рядом точек числом не менее трех), если до строки прографки в боковике остается место (отточие помогает не соскользнуть на среднюю строку прографки); отточие не является обязательным; при отсутствии его никаких знаков препинания в конце заголовка не ставят или ставят двоеточие, если далее следует перечисленные заголовки, то в нижних может быть заменено кавычками каждое слово (при однострочных заголовках) или сначала поставлены слова То же (при заголовках в две или более строк), а затем уже кавычки.

## Приложение 5 Система управления качеством ВКР

С целью повышения качества ВКР и для систематизации работы над выполнением выпускной работы необходимо выстраивание ВЕРТИКАЛЬНОЙ научной деятельности студентов, начиная с 1 курса.

### 2 семестр

Ориентация в научной деятельности кафедры, выбор направления научной деятельности в процессе изучения курсов по выбору, предлагаемых кафедрой

**Итог** – Зачет по курсу по выбору

### 4 семестр

Выполнение мини-проекта, связанного с темой исследования в рамках учебной практики

**Итог** – Защита мини-проектов в рамках учебной практики и выступление на конференциях. Оценка за учебную практику.

### 6 семестр

Выполнение курсовой работы по выбранному научному направлению.

**Итог** – публичные защиты курсовых работ на заседании кафедр. Оценка за курсовую работу, выступление на конференциях

### 7 семестр

Уточнение темы ВКР, выполнение индивидуального плана работы над ВКР. Апробация полученных результатов, программных продуктов в период прохождения педагогической практики.

**Итог** – утверждение индивидуального плана работы над ВКР (Задание по ВКР) на заседании кафедры

### 8 семестр (май)

Обработка результатов апробации, оформление результатов исследования, представление результатов на научно-методических семинарах, участие в конкурсах, грантах, научных конференциях.

Предзащита выпускной квалификационной работы. Окончательное оформление выпускной квалификационной работы в соответствии с предъявляемыми требованиями

**Итог** – Предзащита ВКР, выступление на конференциях. Получение допуска к защите

### 8 семестр (июнь)

Защита выпускной квалификационной работы на заседании Государственной аттестационной комиссии

**Итог** – оценка государственной аттестационной комиссии

## Приложение 6 Задание по выпускной квалификационной работе

### МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им.

В.П. Астафьева»

Кафедра \_\_\_\_\_

Специальность/направление \_\_\_\_\_

### ЗАДАНИЕ по выпускной квалификационной работе

\_\_\_\_\_ (фамилия, имя, отчество студента)

1. Тема работы \_\_\_\_\_

утверждена на заседании кафедры от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_ г. №\_\_\_\_\_

2. ФИО руководителя (с указанием ученой степени, ученого звания, должности)

3. Сроки сдачи студентом законченной работы \_\_\_\_\_

4. Обоснование выбора темы \_\_\_\_\_

5. Цель исследования \_\_\_\_\_

6. Объект исследования \_\_\_\_\_

7. Предмет исследования \_\_\_\_\_

8. Задачи исследования \_\_\_\_\_

Дата выдачи \_\_\_\_\_ Руководитель \_\_\_\_\_

(подпись) (расшифровка подписи)

Задание принял к исполнению \_\_\_\_\_

(подпись) (расшифровка подписи)

## Примерная структура работы (название глав и параграфов)

### План-график выполнения ВКР

№	Этапы выполнения ВКР	Сроки выполнения этапов

Обучающийся \_\_\_\_\_  
(подпись) (расшифровка подписи)

Научный руководитель \_\_\_\_\_  
(подпись) (расшифровка подписи)

## Приложение 7 План-график выполнения выпускной квалификационной работы

№	Этапы выполнения ВКР	Сроки выполнения этапов	Даты консультаций	Отметка о выполнении

Обучающийся \_\_\_\_\_  
(подпись) (расшифровка подписи)

Научный руководитель \_\_\_\_\_  
(подпись) (расшифровка подписи)

Работа выполнена в рамках лаборатории \_\_\_\_\_  
(наименование лаборатории)  
Руководитель лаборатории \_\_\_\_\_  
(подпись) (расшифровка подписи)

**Приложение 8 Примерный план-график подготовки и защиты  
выпускной квалификационной работы**

<b>Сроки</b>	<b>Этапы выполнения выпускной квалификационной (дипломной) работы</b>	<b>Контроль</b>
1 курс (2 семестр)	Выбор направления научной деятельности в процессе изучения курсов по выбору	Зачет по дисциплине
2 курс (4 семестр)	Выполнение мини-проекта, связанного с темой исследования в рамках учебной практики	Зачет по дисциплине
3 курс (6 семестр)	Выполнение курсовой работы по выбранному научному направлению	Публичная защита курсовых работ на заседании кафедр.
4 курс (7 семестр)	Уточнение темы ВКР, утверждение научного руководителя. Выполнение индивидуального плана работы над ВКР, апробация полученных результатов в период прохождения педагогической практики	Утверждение индивидуального плана работы над ВКР на заседании кафедры
4 курс (8 семестр)	Предзащита выпускной квалификационной работы. Окончательное оформление выпускной квалификационной работы в соответствии с предъявляемыми требованиями	Публичная предзащита ВКР на заседании кафедры Отзыв научного руководителя
5 курс (8 семестр)	Защита выпускной квалификационной работы на заседании Государственной аттестационной комиссии	Итоги ГАК



## Приложение 9 Отзыв научного руководителя на выпускную квалификационную работу (Схема)

### ОТЗЫВ\*

руководителя на выпускную квалификационную работу студента

1. Тема выпускной квалификационной работы: \_\_\_\_\_

2. Задачи, поставленные перед студентом

3. Степень выполнения студентом поставленных задач

4. Качества, которые студент проявил при работе над выпускной квалификационной работой:

1. Степень творчества

2. Степень самостоятельности

3. Работоспособность, прилежание, ритмичность

4. Уровень специальной подготовки студента

5. Возможность использования результатов работы

5. Дополнительные характеристики

6. Значимость работы

7. Замечания и недостатки

*Считаю, что работа Фамилия Имя Отчество удовлетворяет необходимым требованиям к выпускным квалификационным работам, предъявляемым в КГПУ им. В.П. Астафьева, и может быть оценена на «отлично», а выпускник заслуживает присуждения квалификации (степени) бакалавр по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль «Математика».*

Звание, степень, должность (с указанием места работы) руководителя

Дата

\* Характеризует работу студента при выполнении ВКР

**ОТЗЫВ**  
**на выпускную квалификационную работу студентки 4 курса**  
**Горбуновой Лилии Владимировны**  
**«Элективный курс «Уравнения с параметром» для учащихся 10–11 классов с**  
**профильным изучением математики**

Выпускная квалификационная работа Л.В. Горбуновой является продолжением ее курсовой работы по математике «Уравнения и неравенства с параметром», написанной на 3 курсе. Студентка выбрала в качестве предмета исследования обучение методам и приемам решения уравнений с параметром на занятиях элективного курса в 10–11 кл.

Пользуясь несколькими источниками, Л.В. Горбунова изучила теорию задач с параметрами и, взяв за основу общие методы решения, описанные в учебном пособии В.И. Горбачева, адаптировала некоторые его положения для изучения учащимися на факультативных занятиях. Ею решено большое количество задач с параметрами из материалов ЕГЭ, и вступительных экзаменов столичных вузов; подробно разработано содержание элективного курса для 10–11 классов. Кроме того, работая в школе, Л.В. Горбунова имела возможность провести пробные занятия в 11 классе и проанализировать их результаты.

В процессе работы над выбранной темой студентка проявила колоссальную работоспособность, по собственной инициативе освоила редактор создания математических текстов LaTeX и набрала в нем текст работы. Л.В. Горбунова проявила себя самостоятельным исследователем, работающим активно и творчески. Разработано настолько большое количество материалов по данной проблеме, что часть из них не вошла в итоговый вариант работы, но, несомненно, пригодится Лилии Владимировне для дальнейшей работы в школе.

По результатам работы оформлена статья для публикации в сборнике материалов конференции «Молодёжь и наука».

Считаю, что работа Л.В. Горбуновой соответствует всем требованиям, предъявляемым к аттестационным работам бакалавра в ИМФИ КГПУ, и заслуживает оценки «отлично».

Научный руководитель,  
канд. пед. наук,  
доцент кафедры  
математического анализа  
и методики его преподавания  
КГПУ им. В.П. Астафьева

М.А. Иванова

## Приложение 10 Решение кафедры о допуске обучающегося к защите

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

### ПРОТОКОЛ

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

№ \_\_\_\_\_

заседания кафедры \_\_\_\_\_

Председатель \_\_\_\_\_  
(фамилия И.О.)

Секретарь \_\_\_\_\_  
(фамилия И.О.)

Присутствовали: \_\_\_\_\_  
(фамилия И.О.)

### ПОВЕСТКА

1. Предзащита выпускных квалификационных работ по направлению \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Слушали:

1. Студента \_\_\_\_\_ группы \_\_\_\_\_  
(фамилия И.О.)

Выступили:

Руководитель \_\_\_\_\_  
(фамилия И.О.)

Постановили:

I. Допустить к защите ВКР с темой \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

II. Перенести предзащиту на \_\_\_\_\_

III. Не допускать к защите.

Председатель \_\_\_\_\_  
(подпись) (фамилия И.О.)

Секретарь \_\_\_\_\_  
(подпись) (фамилия И.О.)

**Приложение 11 Образец Согласия на размещение текста выпускной  
квалификационной работы обучающегося в ЭБС КГПУ им. В.П.  
Астафьева**

**Согласие  
на размещение текста выпускной квалификационной работы  
обучающегося в ЭБС КГПУ им. В.П. Астафьева**

Я, \_\_\_\_\_

*(фамилия, имя, отчество)*

разрешаю КГПУ им. В.П. Астафьева безвозмездно воспроизводить и размещать (доводить до всеобщего сведения) в полном объеме и по частям написанную мною в рамках выполнения основной профессиональной образовательной программы выпускную квалификационную работу бакалавра / специалиста / магистра / аспиранта  
*(нужное подчеркнуть)*

на тему: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

*(название работы)*

(далее - ВКР) в сети Интернет в ЭБС КГПУ им. В.П. Астафьева, расположенном по адресу <http://elib.kspu.ru>, таким образом, чтобы любое лицо могло получить доступ к ВКР из любого места и в любое время по собственному выбору, в течение всего срока действия исключительного права на ВКР.

Я подтверждаю, что ВКР написана мною лично, в соответствии с правилами академической этики и не нарушает интеллектуальных прав иных лиц.

\_\_\_\_\_

дата

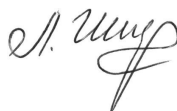
\_\_\_\_\_

подпись

## Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в программе ГИА и ФОС для проведения ГИА направление подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование», профиль «Математика» на 2016/2017 по кафедре математического анализа и МОМ в вузе (протокол №3 от 7.12.2016):

Заведующий кафедрой



Шкерина Л.В.

Дополнения и изменения в программе ГИА и ФОС для проведения ГИА направление подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование», профиль «Математика» на 2016/2017 по кафедре алгебры, геометрии и методики их преподавания (протокол №4 от 7.12.2016):

Заведующий кафедрой



Майер В.Р.

Председатель НМСИ



Бортновский С.В.

Дополнения и изменения в Программу государственной итоговой аттестации  
на 2020/2021 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

1. Обновлено титульные листы программы и фонда оценочных средств в связи с изменением ведомственной принадлежности – Министерству просвещения Российской Федерации.

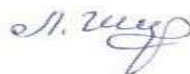
2. Обновлен и согласован с Научной библиотекой КГПУ им. В.П. Астафьева список литературы, рекомендованный к Государственному экзамену.

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
13 мая 2020 г., протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Шкерина Людмила Васильевна



Одобрено НМС ИМФИ  
20 мая 2020 г., протокол №8

Председатель

Бортновский Сергей Витальевич



Дополнения и изменения в Программу государственной итоговой аттестации  
2021/2022 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

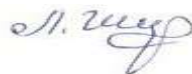
1. Обновлено содержание фонда оценочных средств.
2. Обновлен и согласован с Научной библиотекой КГПУ им. В.П. Астафьева список литературы, рекомендованный к Государственному экзамену.

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
12 мая 2021 г., протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Шкерина Людмила Васильевна



Одобрено НМС ИМФИ

21 мая 2021 г., протокол №7

Председатель

Бортоновский Сергей Витальевич

